TABLE DES MATIÈRES

Page

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 PREMIER CHAPITRE : REVUE DE LA LITTÉRATURE 5
1.1 Généralités 5
1.2 Observations de l'écoulement dans les injecteurs diesel 7
1.3 Les modèles numériques d'écoulement interne d'injecteur diesel 11
1.4 Influence du déplacement de l'aiguille 13
1.5 Influence d'une pression d'injection fluctuante 15
1.6 Synthèse de la revue de littérature 16
1.7 Objectif du mémoire 18

CHAPITRE 2 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE 19
2.1 Équations de conservation d'un fluide incompressible 19
2.2 Turbulence et modélisation 20
2.3 Modélisation de la cavitation 24
2.4 Modélisation de la tension de surface 25
2.5 La méthode des volumes finis 25
2.6 Discrétisation temporelle 28
2.7 Discrétisation spatiale 30

CHAPITRE 3 CONCEPTION ET VALIDATION DU MODÈLE NUMÉRIQUE 33
3.1 Coefficients d'écoulements 33
3.2 Données expérimentales 36
3.3 Le domaine de calcul et ses conditions aux limites 38
3.4 Le maillage 39
3.5 Choix des schémas de discrétisation 42
3.5.1 Discrétisation temporelle 42
3.5.2 Discrétisation de l'équation de conservation de la masse 43
3.5.3 Discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement et de turbulence 43
3.5.4 Discrétisation de l'équation de transport de la fraction volumique 48
3.6 Validation du modèle de turbulence 49
3.7 Modélisation de la cavitation et de la tension de surface 55
3.8 Incertitude du modèle 56
3.9 Conclusion 58

CHAPITRE 4 CARACTÉRISATION DE L'ÉCOULEMENT EN RÉGIME PERMANENT, POUR PLUSIEURS LEVÉES D'AIGUILLE FIXE 63

4.1 Adaptation du modèle pleine levée d'aiguille pour des positions d'aiguille intermédiaires 63
4.2 Description de l'écoulement en fonction de la levée d'aiguille 66
4.3 Décollement-recollement du jet dans le volume de sac 75
4.4 Conclusion 77

CHAPITRE 5 CARACTÉRISATION DE L'ÉCOULEMENT POUR UNE PRESSION D'INJECTION FLUCTUANTE, ET UNE LEVÉE D'AIGUILLE FIXE 79
5.1 Mise en contexte du problème 79
5.2 Généralités sur la méthode de décomposition en modes propres orthogonaux (POD) 81
5.2.1 La méthode des *snapshots* 82
5.3 Convergence de la méthode des *snapshots* 86
5.4 Interprétation physique des modes obtenus par POD 89
5.5 Réponse de l'écoulement au signal S1 91
5.6 Réponse de l'écoulement au signal S2 96
5.7 Conclusion 107

CONCLUSION GÉNÉRALE 109

RECOMMANDATIONS 111

ANNEXE I MÉTHODE DE CALCUL DE L'INDICE DE CONVERGENCE GCI 113

ANNEXE II LES ÉQUATIONS DE CONSERVATIONS 115

ANNEXE III SCHÉMAS DE DISCRÉTISATION SPATIALE 117

ANNEXE IV DÉCOMPOSITION EN MODE PROPRE, MÉTHODE DIRECTE 121

ANNEXE V IDENTIFICATION DES STRUCTURES COHÉRENTES 125

ANNEXE VI COEFFICIENTS D'ÉCOULEMENT - MATLAB 131

ANNEXE VII IDENTIFICATION DU CENTRE D'UN TOURBILLON - MATLAB 137

ANNEXE VIII VITESSE ANGULAIRE DE ROTATION D'UN TOURBILLON - MATLAB 143

ANNEXE IX DÉCOMPOSITION EN MODES PROPRES ORTHOGONAUX - MATLAB 147

LISTE DE RÉFÉRENCES 148

BIBLIOGRAPHIE 149

LISTE DES TABLEAUX

Page

Tableau 2.1 Coefficients du modèle k-ω SST, d'indice 1(CD-Adapco, 2012) 23

Tableau 2.2 Coefficients du modèle k-ω SST, d'indice 2 (CD-Adapco, 2012) 23

Tableau 3.1 Coefficients d'écoulement expérimentaux (Sandia, 2011) 37

Tableau 3.2 Propriétés du carburant 37

Tableau 3.3 Paramètres utilisés dans l'étude GCI pour un point A du maillage situé au centre du de volume de sac 41

Tableau 3.4 Paramètres utilisés dans l'étude GCI pour un point B du maillage situé sur l'axe de l'injecteur, en entrée de buse 41

Tableau 3.5 Résultats de l'étude GCI 42

Tableau 3.6 Coefficients d'écoulement en fonction du schéma de discrétisation et comparaison avec les valeurs expérimentales de Sandia 47

Tableau 3.7 Résultats de l'étude des schémas de discrétisation 48

Tableau 3.8 Coefficients d'écoulement en fonction des modèles de turbulence et comparaison avec les valeurs expérimentales de Sandia pour ΔP=72MPa 55

Tableau 3.9 Coefficients d'écoulement en fonction des modèles de turbulence et comparaison avec les valeurs expérimentales de Sandia pour ΔP=138MPa 55

Tableau 3.10 Comparaison des coefficients d'écoulement entre le modèle numérique utilisé et les valeurs expérimentales de Sandia pour la condition d'injection ΔP=72MPa 57

Tableau 3.11 Comparaison des coefficients d'écoulement entre le modèle numérique utilisé et les valeurs expérimentales de Sandia pour la condition d'injection ΔP=138MPa 57

Tableau 3.12 Incertitude numérique du modèle 58

Tableau 4.1 Taille du maillage pour les faibles levées d'aiguille. 64

Tableau 4.2 Taille du maillage des levées d'aiguille intermédiaires, jusqu'à la pleine ouverture. 64

Tableau 4.3 Paramètres utilisés dans l'étude GCI, situé au point A du maillage 65

Tableau 4.4 Paramètres utilisés dans l'étude GCI, situé au point B du maillage. 65

Tableau 4.5 Résultats de l'étude GCI 65

Tableau 5.1 Propriétés des pressions d'excitations S1 et S2 80

LISTE DES FIGURES

Page

Figure 0.1 Évolution du prix du baril de pétrole en dollar américain, de l'année 1900 à aujourd'hui (E.I.A., 2012) 1

Figure 1.1 Emplacement de l'injecteur diesel dans un moteur (Bosh, 2013) 5

Figure 1.2 Schéma descriptif d'un injecteur diesel simple trou (Sandia, 2011) 6

Figure 1.3 Zone de cavitation dans la buse d'un injecteur (Schmidt *et al.*, 1999) 8

Figure 1.4 Filament de cavitation dans un injecteur diesel multi-trou (levée d'aiguille intermédiaire) (Arcoumanis *et al.*, 1999) 10

Figure 1.5 Observation, par rayons-X, du déplacement de l'aiguille, dans le volume de sac d'un injecteur mono-trou (Powell *et al.*, 2011) 11

Figure 1.6 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac, d'un injecteur mono-trou, pour une levée d'aiguille de 50μm (Powell *et al.*, 2011) 14

Figure 1.7 Mesure de la pression dans l'injecteur, au cours d'un cycle d'injection (Wang *et al.*, 2012) 16

Figure 2.1 Illustration d'une cellule centrée en P ayant pour voisine une cellule de centre N (CD-Adapco, 2012) 26

Figure 2.2 Illustration d'un schéma de discrétisation de premier ordre (CD-Adapco, 2012) 29

Figure 2.3 Convention de nom pour la discrétisation du flux ϕ_j traversant la face j (CD-Adapco, 2012) 31

Figure 3.1 Schéma de l'injecteur modélisé (Sandia, 2011) 36

Figure 3.2 a) Illustration du domaine de calcule réduit à 45° ; b) Conditions aux limites ; c) Agrandissement du volume de sac 38

Figure 3.3 Maillage utilisé pour l'injecteur complètement ouvert, avec un agrandissement sur l'entrée de la buse de l'injecteur (zone la plus raffinée)..... 40

Figure 3.4 Résidus de calcul numérique pour le schéma CD 44

Rapport-Gratuit.com

Figure 3.5 Champ de vitesse [m/s] dans le volume de sac avec le schéma CD 45

Figure 3.6 Résidus de calcul numérique pour le schéma MARS 46

Figure 3.7 Résidus de calcul numérique pour le schéma LUD 47

Figure 3.8 Maillage caractéristique d'un : a) modèle Bas-Reynolds ; b) d'un modèle Haut-Reynolds (CD-Adapco, 2012) 49

Figure 3.9 Loi de paroi pour un profil théorique (trait plein) et profile expérimentale (points) (Versteeg et Malalasekera, 1995) 50

Figure 3.10 Distribution de y^+ sur la paroi de la buse, pour différentes conditions d'injection et différents modèles de turbulence de type : k-ω SST 52

Figure 3.11 Vitesse adimensionnalisée sur différentes sections de la buse de l'injecteur (0% est l'entrée, 100% est la sortie) - Modèle de turbulence k-ω SST Haut-Reynolds - ΔP=72MPa 53

Figure 3.12 Comparaison des lois de paroi, $u^+ = f(y^+)$, ente les modèles de turbulence k-ω SST Bas-Reynolds (BR) et Haut-Reynolds (HR) pour les conditions d'injection ΔP=72MPa (haut) et ΔP=138MPa (bas) 54

Figure 3.13 Iso-valeurs de cavitation (α_{vap}), pointe de l'injecteur à pleine ouverture d'aiguille ΔP=72MPa 60

Figure 3.14 Module de vitesse adimensionnalisé, pointe de l'injecteur à pleine ouverture d'aiguille ΔP=72MPa 61

Figure 3.15 Champ des vecteurs vitesse [m/s] dans la zone recirculation en entrée de buse, tel que : ΔP=72MPa 62

Figure 4.1 a) Débit massique [g/s] en fonction de H^* ; b) Coefficient de débit en fonction de H^* ; c) Coefficient de vitesse en fonction de H^* ; tel que ΔP=72MPa 66

Figure 4.2 Module de vitesse adimensionnalisé dans la pointe de l'injecteur, pour les deux levées d'aiguille extrêmes ; tel que ΔP=72MPa 67

Figure 4.3 Iso-valeurs de la fraction volumique de vapeur α_{vap}, dans la pointe de l'injecteur, pour les deux levées d'aiguille extrêmes ; tel que ΔP=72MPa 67

Figure 4.4 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac pour différentes levées d'aiguilles, tel que ΔP=72MPa 69

Figure 4.5 Schéma explicatif des termes de l'équation (4.1) 71

Figure 4.6 Fonction $\|\Gamma\|$ permettant de déterminer le centre des tourbillons, tel que : H^*=0.021 & ΔP=72MPa 72

Figure 4.7 Vitesse angulaire [rad/s] du tourbillon dans le volume de sac pour différentes levées d'aiguilles ; tel que ΔP=72MPa 73

Figure 4.8 Corrélation sur la vitesse du jet entre les données CFD et la loi (4.5)..... 76

Figure 4.9 Nombre de Reynolds du jet en fonction de la levée d'aiguille avec les quatre phases données à titre de référence 77

Figure 5.1 Signal S1 81

Figure 5.2 Illustration de la méthode des *snapshots* (Bergmann *et al.*, 2007) 83

Figure 5.3 a) Convergence de l'indice R_p pour les 5 premiers modes ; b) Convergence de l'énergie relative pour les 5 premiers modes - Signal S1 - H^*=0.062..... 88

Figure 5.4 a) Convergence de l'indice R_p pour les 5 premiers modes ; b) Convergence de l'énergie relative pour les 5 premiers modes - Signal S2 - H^*=0.062..... 88

Figure 5.5 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac en fonction du temps Signal S1 (f=20kHz) - H^*=0.062 92

Figure 5.6 Évolution, en fonction du temps adimensionnalisé, du : coefficient de débit ; coefficient de vitesse ; coefficient d'aire ; débit massique injecté [g/s] Signal S1 - H^*=0.062 93

Figure 5.7 Énergie cinétique adimentionnalisée, de l'écoulement moyen (haut) Énergie cinétique adimentionnalisée, de fluctuation (bas) Signal S1 (f=20kHz) - H^*=0.062 94

Figure 5.8 Évolution de l'énergie cinétique de turbulence par unité de masse $[m^2/s^2]$ dans le volume de sac obtenu par le calcul CFD - Signal S1 (f=20kHz) - H^*=0.062 95

Figure 5.9 Module de vitesse [m/s] projeté sur la nouvelle base POD de la : a) 1er structure cohérente (mode 1) ; b) 2nde structure cohérente (modes 2 à N_t) ; Signal S1 (f=20kHz) - H^*=0.062 96

Figure 5.10 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac en fonction du temps, en début de cycle (0 ms < t < 0.34 ms) - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062 98

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Figure 5.11 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac en fonction du temps, en fin de cycle (0.40 ms ms < t < 1 ms) - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062 99

Figure 5.12 Vitesse angulaire [rad/s] des tourbillons à : a) et b) t = 0 ms (2 tourbillons dans le sac) ; c) t = 1 ms - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062 100

Figure 5.13 Évolution du : a) coefficient de débit ; b) coefficient de vitesse ; c) coefficient d'aire, en fonction du temps - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062 101

Figure 5.14 Évolution du débit massique [g/s] en fonction du temps Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062 102

Figure 5.15 a) Énergie cinétique adimensionnalisée, de l'écoulement moyen du cycle ; b) Énergie cinétique adimensionnalisée, de fluctuation Signal S2 (f=1kHz)- H^*=0.062 103

Figure 5.16 Module de vitesse [m/s] projeté sur la nouvelle base POD de la : a) 1er structure cohérente (mode 1) ; b) 2nde structure cohérente (modes 2 à 6) ; c) 3me structure cohérente (modes 7 à N_t) - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062 104

Figure 5.17 Évolution de l'énergie cinétique de turbulence par unité de masse [m^2/s^2] dans le volume de sac obtenu par le calcul CFD - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062 105

Figure 5.18 Amplitude des coefficients temporaux $a_i(t)$ pour : a) la 1er structure cohérente ; b) la 2nde structure cohérente ; c) la 3me structure cohérente Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062 106

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

A	Aire de passage de la buse	m^2
A_{eff}	Aire de passage effective de la buse	m^2
$a_k(t)$	Coefficient d'amplitude (scalaire) de la décomposition POD	m/s
C_a	Coefficient d'écoulement de réduction d'aire	
C_d	Coefficient d'écoulement de débit	
C_v	Coefficient d'écoulement de vitesse	
n_0	Concentration volumique initiale de germes de cavitation	m^{-3}
D_{buse}	Diamètre de passage de la buse	m
t	Temps	s
$\dot{m}$	Débit massique de carburant	kg/s
$\dot{m}_{th}$	Débit massique maximal théorique de carburant	kg/s
y^+	Distance adimensionnelle de la loi de paroi	
k^*_{moy}	Énergie cinétique adimentionnalisée de l'écoulement moyen, obtenue avec la POD	
k^*_{fluc}	Énergie cinétique adimentionnalisée de fluctuation, obtenue avec la POD	
$\boldsymbol{\phi^k(x)}$	Fonction propre (formant une base orthornomée) de la décomposition POD	
α_{liq}	Fraction volumique de liquide	
α_{vap}	Fraction volumique de vapeur	
ω	Fréquence de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence	s^{-1}
ΔC_d	Incertitude sur le coefficient d'écoulement de débit	

ΔC_v	Incertitude sur le coefficient d'écoulement de vitesse	
ΔC_a	Incertitude sur le coefficient d'écoulement de réduction d'aire	
H	Levée d'aiguille	m
$H_{\%}$	Levée d'aiguille adimensionnelle	$\%$
ρ_{liq}	Masse volumique de la phase liquide	kg/m^3
ρ_{vap}	Masse volumique de la phase vapeur	kg/m^3
ρ	Masse volumique du mélange vapeur-fluide	kg/m^3
k	Mode de la décomposition POD	
Re	Nombre de Reynolds	
N_t	Nombre de totale d'échantillons de la décomposition POD	
δt	Pas de temps de la discrétisation temporelle	s
p	Pression statique du fluide	Pa
P_{vap}	Pression de vapeur saturante du diesel	Pa
P_{inj}	Pression d'injection	Pa
P_{cb}	Pression à la sortie de la buse de l'injecteur	Pa
ΔP	Différentiel de pression positif entre P_{inj} et P_{back}	Pa
R	Rayon d'une bulle de cavitation	m
R_0	Rayon initial d'une bulle de cavitation	m
τ_w	Taux de cisaillement à la paroi	Pa
ϵ	Taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence	m^2/s^3
I	Tenseur unité	

$\mathbf{T}$	Tenseur des contraintes	Pa
τ_R	Tenseur des contraintes de Reynolds	Pa
σ	Tension de surface	N/m
$\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$	Vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes	m/s
$\mathbf{U}$	Vitesse moyenne du fluide lors d'une décomposition RANS	m/s
$\mathbf{u}'$	Vitesse fluctuante du fluide lors d'une décomposition RANS	m/s
u_τ	Vitesse de cisaillement à la paroi	m/s
u^+	Vitesse adimensionnelle de la loi de paroi	
U_B	Vitesse maximale théorique en sortie de la buse	m/s
μ_{liq}	Viscosité dynamique de la phase liquide	Pa/s
μ_{vap}	Viscosité dynamique de la phase vapeur	Pa/s
μ	Viscosité dynamique du mélange vapeur-fluide	Pa/s
μ_t	Viscosité cinématique de turbulence	Pa/s

INTRODUCTION

Dans nos sociétés industrialisées, il existe actuellement une prise de conscience sur la nécessité de réduire notre consommation de carburants fossiles. D'une part, parce que cette source d'énergie est de plus en plus onéreuse, comme l'illustre la Figure 0.1. D'autre part, parce que cette source d'énergie est responsable de l'émission de dioxyde de carbone (CO_2) dans l'atmosphère terrestre. Gaz dont l'impact sur l'effet de serre n'est plus à prouver. D'après un rapport d'Environnement Canada (2011), plus de 556 Mt de CO_2 ont été émis par l'activité humaine (transport, production d'énergie, agriculture ...) en 2011, au Canada. Ce même rapport montrait que le transport était une des activités humaines les plus polluantes en terme d'émission de CO_2. Il représentait 28% des émissions totales de CO_2, lié aux activités humaines au Canada. Ces chiffres sont donnés à titre d'exemple pour le Canada, mais la problématique est exactement la même dans tous les pays développés.

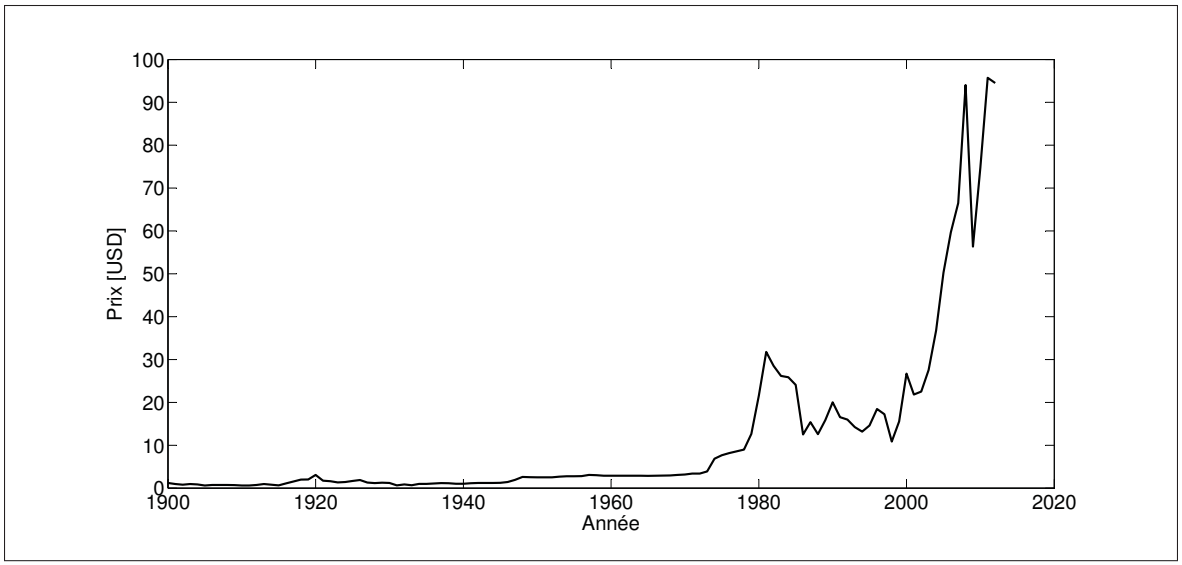


Figure 0.1 Évolution du prix du baril de pétrole en dollar américain, de l'année 1900 à aujourd'hui (E.I.A., 2012)

Ainsi, c'est pour ces deux raisons principales que la plupart des gouvernements aux pouvoirs dans les pays industrialisés poussent les constructeurs automobiles à réduire les émissions de polluantes. D'un pays à l'autre, l'objectif reste le même, mais la problématique est différente. En effet, le parc automobile nord-américain se compose principalement de véhicules essence. Tandis que le parc européen est essentiellement constitué de moteurs diesel. A l'heure actuelle, en France par exemple, 60% du parc automobile est diesel (Citroën, 2011) et une voiture vendue sur deux en Allemagne est aussi diesel (Bosh, 2013).

Afin de répondre aux normes environnementales de plus en plus drastiques, les constructeurs de moteurs diesel ont développé diverses technologies. Citons entre autres l'augmentation généralisée des pressions d'injections, l'injection directe dans la chambre de combustion et l'utilisation généralisée de l'électronique afin de mieux maitriser tous ces paramètres (Froment, 2014). L'augmentation des pressions d'injection est un des paramètres qui permet de favoriser l'atomisation du jet de carburant. Ceci afin de faciliter sa combustion et donc d'améliorer le rendement du moteur. Cependant dans un moteur diesel, de part sa conception, la pression dans la chambre de combustion est très élevée. Afin d'obtenir une bonne atomisation du carburant, des pressions d'injection de l'ordre de 100 MPa sont utilisées (Froment, 2014). Toujours dans l'objectif de répondre aux normes imposées, les progrès de l'électronique et l'amélioration de la conception des injecteurs ont permis aux constructeurs de généraliser l'injection multiple sur leur moteur diesel. Avec ce type d'injection, le système n'injecte pas toute la quantité de carburant nécessaire en une seule fois, mais en plusieurs fois. L'injection principale est donc scindée en plusieurs injections élémentaires pour optimiser la combustion (Renault, 2008). Les normes environnementales poussent donc les constructeurs à concevoir des moteurs à injection multiple directe fonctionnant avec de très hautes pressions d'injection. Afin de maitriser au mieux le processus d'injection, il est important de maitriser également la physique de l'écoulement de l'injecteur, et notamment le rôle des deux précédents paramètres clés, que sont l'injection multiple et les hautes pressions d'injection.

L'injection multiple est responsable du déplacement permanent de l'aiguille puisque durant le laps de temps très court de l'injection, un injecteur moderne peut réaliser jusqu'à cinq injections

différentes au cours d'un cycle (Bosh, 2013). Obligeant ainsi l'aiguille à être constamment en mouvement au cours du cycle d'injection. La position de l'aiguille va donc nécessairement influencer la dynamique de l'écoulement d'une manière ou d'une autre. C'est ce que nous verrons au cours du développement de ce mémoire. Les hautes pressions d'injections sont quant à elles responsables de l'apparition de forts gradients de vitesse dans l'injecteur puisque la vitesse d'écoulement du fluide peut être de l'ordre de 500m/s dans la buse de l'injecteur (Mousseau, 2013). De plus, le diamètre de passage de cette buse est microscopique afin de n'injecter, à de telles vitesses, que la faible masse de carburant nécessaire à la combustion. Ainsi, le diamètre d'une buse d'injecteur est de l'ordre du 0,1 mm. Cette importante restriction de la section de passage de l'écoulement est également responsable de l'apparition d'une zone de cavitation en entrée de buse d'injecteur. Ce phénomène se produit localement lorsque la pression du fluide passe en-dessous de sa pression de vapeur saturante, créant une poche de carburant à l'état vapeur dans un écoulement globalement à l'état liquide.

Ce mémoire s'intéressera beaucoup aux résultats fournis par le laboratoire Sandia puisqu'il fournit des données expérimentales sur l'étude de l'écoulement d'un injecteur diesel mono-trou en condition réelle d'injection. C'est pour cette raison que les travaux de recherche présentés ici ne s'intéresseront qu'à ce type de géométrie d'injecteur afin d'avoir des données comparables. De plus, il a été choisi de réaliser ces travaux à l'aide d'une étude numérique et non expérimentale. L'outil numérique permettant de réaliser, à moindres frais, un modèle capable de prédire la dynamique de tels écoulements. On parle, en anglais, de Computational Fluid Dynamic (CFD), qui rassemble l'étude, par des méthodes numériques, de la dynamique des fluides. C'est donc par le biais de la CFD que le problème de la dynamique des écoulements dans les injecteurs sera abordé dans ce mémoire. Notre modèle numérique sera néanmoins comparé avec les résultats expérimentaux fournis par le laboratoire Sandia (Sandia, 2011).

Cette étude sera centrée sur l'analyse de l'écoulement dans un injecteur diesel mono-trou grâce à l'outil CFD. Elle se concentrera sur l'étude dans la buse et principalement en amont de la buse. Là où, à priori, la physique est la plus complexe, la plus inaccessible expérimentalement, mais aussi la plus déterminante dans le processus d'injection. Afin de cibler les objectifs précis

Rapport-Gratuit.com

de ce mémoire, une revue de la littérature présentera les avancées actuelles de la science dans ce domaine, de manière à délimiter clairement où se situe ce mémoire par rapport aux travaux précédents. Cette étude étant d'ailleurs la suite d'un projet plus global initié par Mousseau (2013), le travail présenté ici reprendra quelques-unes de ses conclusions.

CHAPITRE 1

PREMIER CHAPITRE : REVUE DE LA LITTÉRATURE

Avant de commencer la revue de littérature à proprement parler, il est intéressant de rappeler quelques généralités du fonctionnement d'un injecteur diesel.

1.1 Généralités

Dans un moteur diesel à injection directe, le jet de carburant est directement injecté dans la chambre de combustion. L'injecteur est donc fixé dans la culasse du moteur, comme on peut le voir sur la Figure 1.1. L'injecteur est également relié à une pompe haute pression. Cette dernière étant reliée au réservoir de carburant. C'est cette pompe qui va fournir la pression d'injection suffisante (de l'ordre de 100 MPa) pour une bonne atomisation du jet de carburant.

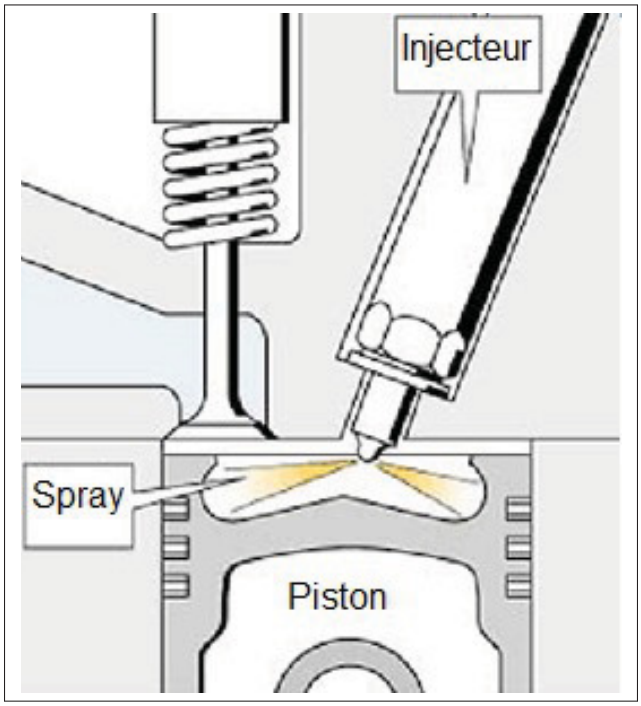


Figure 1.1 Emplacement de l'injecteur diesel dans un moteur (Bosh, 2013)

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

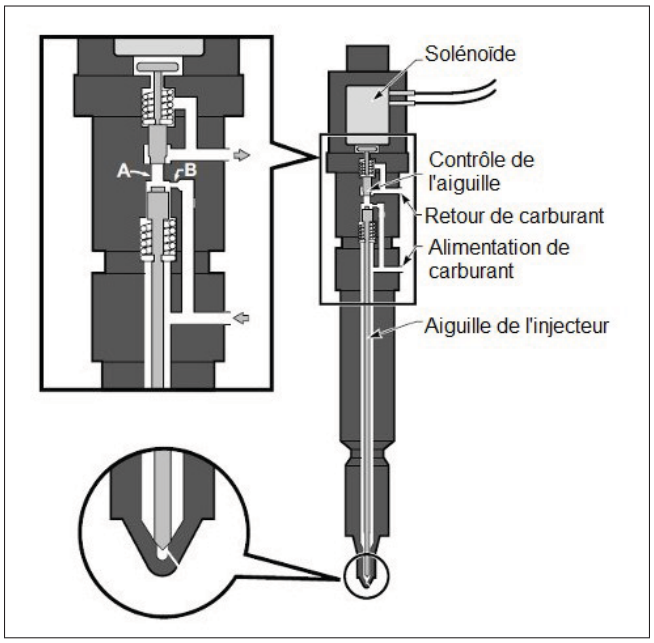


Figure 1.2 Schéma descriptif
d'un injecteur diesel simple trou (Sandia, 2011)

De nos jours, les injecteurs sont contrôlés de manière électronique. La Figure 1.2 est un schéma explicatif d'un injecteur diesel mono-trou. Outre le fait qu'il assure une bonne atomisation du jet de carburant, un injecteur diesel n'est ni plus ni moins qu'une vanne, contrôlée électriquement, permettant d'injecter à un instant voulu, une certaine masse de carburant. Le solénoïde ou piézo, étant la partie qui commande l'entrée de carburant, et l'aiguille la partie permettant d'ouvrir ou de fermer l'injection de carburant. Le carburant est relié à la pompe haute pression via l'entrée "Alimentation en carburant" et au réservoir de retour via la sortie "Retour de carburant". Afin de faciliter la compréhension pour la suite, il est important de souligner que le solénoïde ne vient pas lever directement l'aiguille, c'est un gradient de pression de carburant qui va venir la soulever.

Ainsi, à l'instant initial (t = 0) avant l'injection, le carburant sous pression est bien présent partout dans l'injecteur, mais le fluide n'est pas en mouvement. La pression totale dans l'injecteur est donc égale à la pression statique du fluide sous pression. Il y a équilibre des pressions tout autour de l'aiguille, celle-ci reste donc fermée sous l'action du ressort.

À l'instant où le solénoïde est activé ($t > 0$), celui-ci vient lever la pièce "Contrôle de l'aiguille", libérant ainsi l'orifice A (Figure 1.2) et permettant au fluide de circuler autour de l'injecteur. Or, la section de passage de l'orifice B est plus petite que celle de l'orifice A. La vitesse du fluide est donc localement augmentée, ce qui vient faire chuter la pression totale dans la chambre juste au dessus de l'aiguille. De plus, l'aiguille présente des épaulements qui permettent une composante verticale de la force de pression résultante. Tout ceci participe à soulever l'aiguille lors de la phase d'injection, permettant ainsi au carburant de pénétrer dans la chambre de combustion.

Finalement, lorsque le solénoïde n'est plus sollicité, un ressort de rappel vient fermer l'orifice A. L'équilibre des pressions est donc rétabli autour de l'aiguille et le ressort de rappel de l'aiguille (seule force alors appliquée sur l'aiguille) permet de bloquer l'injection de carburant.

Nous venons ainsi d'appréhender les principes de base de fonctionnement d'un injecteur diesel qui permettent aux lecteurs de mettre concrètement en contexte le domaine de recherche de ce mémoire. Intéressons-nous désormais à comprendre ce qui se passe, physiquement dans de tels injecteurs et notamment l'observation de ces écoulements.

1.2 Observations de l'écoulement dans les injecteurs diesel

Cette section va essayer de clarifier les phénomènes macroscopiques qui apparaissent dans les écoulements d'injecteurs diesel mono-trou et multi-trou. Puisque l'on parle de phénomènes macroscopiques, c'est-à-dire à grandes échelles, on va dans un premier temps s'attarder à observer ce qui se passe dans ces écoulements.

La plupart des études expérimentales qui ont cherché à caractériser ces écoulements ne s'intéressent évidemment pas à toute la géométrie de l'injecteur. Elles portent seulement sur la pointe de l'injecteur, telle qu'illustrée sur l'agrandissement (en bas à gauche), de la Figure 1.2. La plupart des auteurs s'intéressent de près ou de loin au phénomène de cavitation qui apparait dans les injecteurs diesel et son impact sur l'écoulement. Ce phénomène, expliqué en introduction et illustré par la Figure 1.3, se résume brièvement par l'apparition d'une poche de carburant à

l'état de vapeur dans l'écoulement. La Figure 1.3 montre une observation expérimentale de la poche de cavitation.

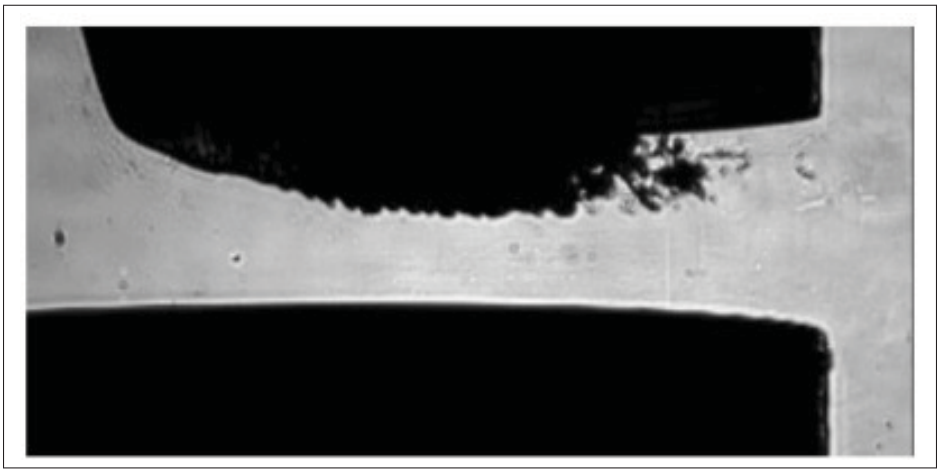


Figure 1.3 Zone de cavitation
dans la buse d'un injecteur (Schmidt *et al.*, 1999)

L'étude de Suh *et al.* (2008) montre par exemple que dans un injecteur mono-trou, l'écoulement dans la buse de l'injecteur se divise en quatre périodes importantes : écoulement turbulent, initiation de la cavitation, développement de la cavitation, renversement hydraulique (*hydraulic flip*). La quatrième et dernière période correspond au moment où les bulles de cavitation atteignent la sortie de l'injecteur. Ces quatre périodes sont à mettre en parallèle avec l'évolution de deux nombres adimensionnelles que sont le nombre de cavitation CN et le nombre de Reynolds Re . On les définit ainsi :

$$CN = \frac{P_{inj} - P_{cb}}{P_{inj} - P_{vap}} = \frac{\rho U^2/2}{P_{inj} - P_{vap}} \tag{1.1}$$

$$Re = \frac{\rho U D_{buse}}{\mu} \tag{1.2}$$

où P_{inj} est la pression d'injection et P_{cb} la pression en sortie de buse, dans la chambre de combustion. La pression de vapeur saturante du fluide est P_{vap}. Le nombre CN peut s'interpréter comme le rapport entre la pression dynamique et la pression locale de l'écoulement et permet de quantifier les conditions qui amène un écoulement à caviter (Lecoffre, 1994). La définition de ce nombre peut varier d'un auteur à l'autre puisque Arcoumanis *et al.* (1999) le défini comme dans la relation (1.1), tandis que Suh *et al.* (2008) définit le nombre inverse de celui de l'équation (1.1). Le nombre de Reynolds Re permet de quantifier le rapport relatif des effets d'inerties sur les effets visqueux. Les termes ρ et μ définissent respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide. Le diamètre de la buse est D_{buse} et la vitesse du fluide en sortie de la buse est U. L'étude de Suh *et al.* (2008) montre le lien entre ces deux nombres en observant que dans un injecteur mono-trou, pour un Re évoluant entre 10 000 et 18 000, le nombre $1/CN$ diminue (non linéairement) de 3.0 à 0.7, en passant successivement par les quatre périodes précédemment définies. En effet, cela s'explique par le fait que le nombre CN est proportionnel au carré du nombre de Reynolds (Suh *et al.*, 2008). De même, Suh *et al.* (2008) observent que la géométrie de la buse de l'injecteur joue un rôle important puisque la cavitation s'initie sur l'angle vif de l'entrée de la buse. Ainsi, ils constatent qu'en utilisant une buse de forme conique dont l'entrée élargie ne possède pas d'angle vif, les bulles de cavitation ne se développent pas autant que précédemment, même en augmentant la pression d'injection (Suh *et al.*, 2008). Cette nouvelle géométrie permet de limiter la chute brutale de pression en entrée de buse (Suh *et al.*, 2008). Ainsi, on peut déjà mettre en évidence que la physique de l'écoulement dans les injecteurs diesel mono-trou est influencée par le phénomène de cavitation et que la géométrie de la buse a également une importance sur ce phénomène.

L'influence de la géométrie pour les écoulements dans les injecteurs multi-trou a été investiguée par Arcoumanis *et al.* (1999). Cette étude analyse à la fois l'impact de la levée de l'aiguille et de son excentricité sur l'écoulement. Ils concluent que les structures de cavitation sont davantage influencées par la position de l'aiguille (hauteur et excentricité) que par le nombre de Reynolds. Ainsi, on peut par exemple observer que dans le volume de sac (petite cavité en dessous de l'aiguille), un écoulement secondaire se forme entre les différentes buses de l'injecteur multi-trou, laissant place à la formation de filaments de cavitation, reliant deux trous voisins, et

interagissant avec l'écoulement (Arcoumanis *et al.*, 1999). La Figure 1.4, est une observation de ce phénomène physique. Ainsi, cette étude permet de mettre en évidence deux choses importantes. Une première étant que la position de l'aiguille influence grandement l'écoulement puisque d'un point de vue macroscopique, les structures de cavitation sont influencées par ce paramètre. La seconde chose observable est que la complexité de l'écoulement se situe principalement dans le volume de sac, notamment lorsque l'écoulement n'est pas étudié à pleine ouverture d'aiguille.

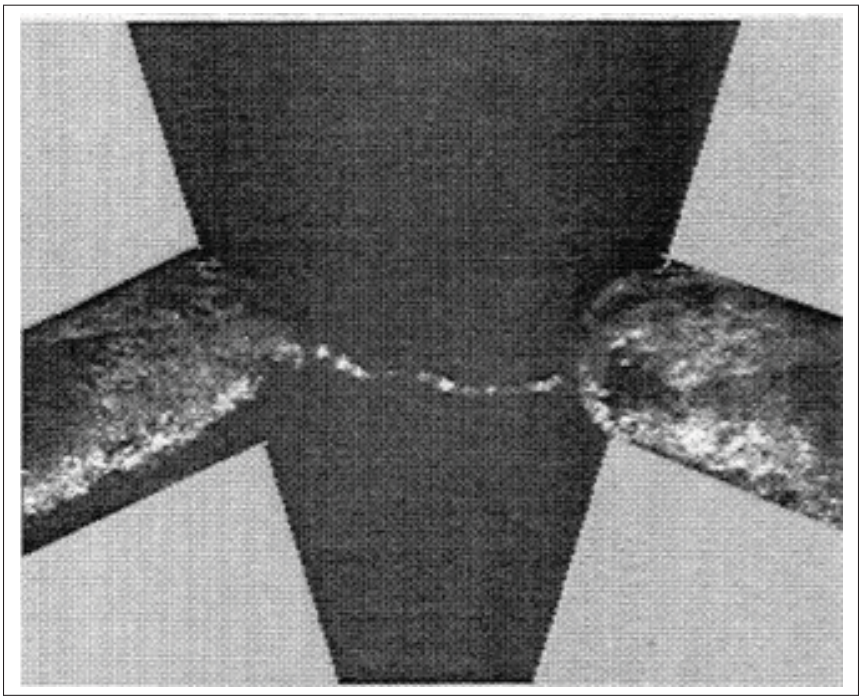


Figure 1.4 Filament de cavitation dans un injecteur diesel multi-trou (levée d'aiguille intermédiaire) (Arcoumanis *et al.*, 1999)

L'observation expérimentale est indispensable pour comprendre et visualiser concrètement la dynamique de l'écoulement dans les injecteurs. Cette approche est d'autant plus intéressante lorsqu'elle est couplée à une analyse numérique. En effet, un modèle numérique bien conçu est capable de prédire, dans un certain intervalle d'erreur, la dynamique de l'écoulement et d'apporter de l'information supplémentaire qu'il aurait été extrêmement difficile d'obtenir seule-

ment expérimentalement. Les données expérimentales sont cependant toujours indispensables afin de s'assurer de la validité du modèle numérique.

1.3 Les modèles numériques d'écoulement interne d'injecteur diesel

Sur la base de leurs propres résultats expérimentaux, des auteurs comme Payri *et al.* (2012); Powell *et al.* (2011); He *et al.* (2013a) ont construit des modèles numériques qu'ils ont ensuite validés avec leurs données expérimentales. Ces données expérimentales peuvent être obtenues par l'observation de l'écoulement à l'aide de rayons X pour les injecteurs diesel mono-trou (Powell *et al.*, 2011) et multi-trou (He *et al.*, 2013a). Cet outil permet de visualiser le déplacement de l'aiguille de l'injecteur et son impact sur l'écoulement, comme l'illustre la Figure 1.5.

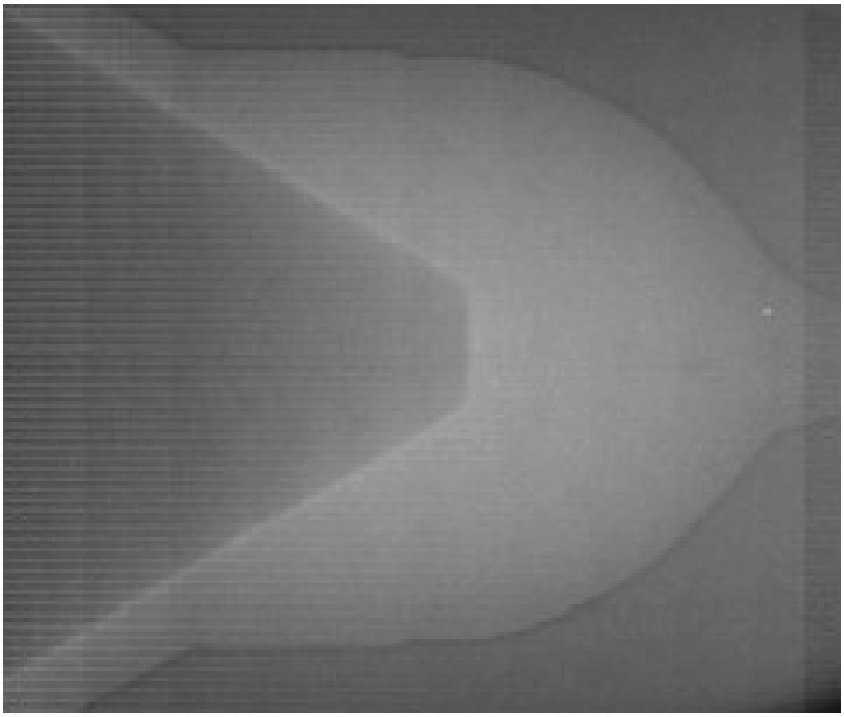


Figure 1.5 Observation, par rayons-X, du déplacement de l'aiguille, dans le volume de sac d'un injecteur mono-trou (Powell *et al.*, 2011)

Notamment, Powell *et al.* (2011); He *et al.* (2013a), constatent que le déplacement de l'aiguille ne se fait pas parfaitement suivant l'axe de l'injecteur, mais qu'il est plutôt excentré. Partant de cette observation expérimentale, Powell *et al.* (2011); He *et al.* (2013a) montrent numériquement que la levée d'aiguille et son excentricité ont un impact sur les structures de cavitation dans la buse et sur l'organisation de l'écoulement dans le volume de sac. De plus, de manière générale un résultat important a été observé par la plupart des auteurs précédents. Par exemple l'étude numérique de Payri *et al.* (2012) a conclu que passé une certaine pression d'injection, le débit de carburant injecté dans un injecteur multi-trou n'augmente plus, car la poche de cavitation limite trop l'écoulement. Dans notre cas, s'il n'a pas était possible de réaliser notre propre étude expérimentale, il est tout de même possible de trouver des données expérimentales grâce au laboratoire de recherche Sandia (Sandia, 2011). En effet, à travers les recherches de ce laboratoire, nous pouvons avoir accès aux données géométriques des injecteurs testés, aux conditions d'injections et aux valeurs expérimentales obtenues. Grâce à ces travaux expérimentaux, il est donc possible de valider un modèle numérique qui utiliserait la même géométrie d'injecteur et les mêmes conditions d'injection. Le degré de précision des résultats numériques dépend bien évidemment du degré de précision du modèle numérique utilisé. Notamment la manière dont le problème de la turbulence est abordé.

Des d'auteurs, comme Xue *et al.*; Salvador *et al.* (2013); Som *et al.* (2010); He *et al.* (2013b), utilisent une approche RANS (c.f Chapitre II) pour modéliser la turbulence. En effet, cette approche est la plus simple pour aborder le problème complexe que représente la turbulence. Cependant, c'est aussi la moins précise et il est envisageable d'utiliser des modèles LES afin de mieux résoudre les grandes échelles de la turbulence (Kundu, 2012). Payri *et al.* (2010) montrent que la dynamique de l'écoulement dans un injecteur diesel mono-trou est plus précise avec un modèle de turbulence LES qu'un modèle RANS et notamment pour la prédiction de l'écoulement en proche paroi. Néanmoins, le coût de calcul est environ 4 fois supérieur dans le cas du modèle LES (Payri *et al.*, 2010), alors que le gain de précision des résultats n'atteint pas cet ordre de grandeur. C'est probablement pour cette raison importante que la littérature scientifique dans ce domaine fait encore aujourd'hui appelle aux modèles de turbulence RANS.

Ce qui ressort de cette première partie de la revue de littérature est que tous les précédents auteurs cités se sont intéressés de près ou de loin au phénomène de cavitation qui apparait dans la buse des injecteurs. Allant de l'observation expérimentale du phénomène Suh *et al.* (2008), à l'étude approfondie des modèles numériques de cavitations (Giannadakis *et al.*, 2008), en passant par son impact sur l'écoulement dans l'injecteur (Wang et Su, 2010). La cavitation dans un injecteur diesel a donc largement été étudiée et comme le souligne Giannadakis *et al.* (2008), "les modèles de cavitation ont atteint une certaine maturité". Il semble donc que son étude n'apporte pas d'information supplémentaire que l'on ne saurait déjà trouver. La cavitation reste cependant un phénomène que l'on ne peut pas ignorer lorsqu'on aborde l'écoulement dans les injecteurs diesel, mais il convient désormais de s'intéresser à d'autres facteurs, tout aussi importants, que nous allons expliquer.

1.4 Influence du déplacement de l'aiguille

Comme il a été vu en introduction, l'injection multiple se développe dans les systèmes d'injection diesel directe. Le paramètre de la position de l'aiguille est donc pertinent puisque ces stratégies impliquent que l'aiguille de l'injecteur atteint rarement sa position de pleine ouverture. Elle est constamment en mouvement et l'injecteur est plutôt utilisé dans des conditions où l'aiguille est dans des positions intermédiaires. De nombreux auteurs comme He *et al.* (2013b,a); Powell *et al.* (2011); Salvador *et al.* (2013), Xue *et al.*; Som *et al.* (2010) , se sont alors intéressés à l'impact du déplacement de l'aiguille sur l'écoulement dans l'injecteur.

Il y a deux approches possibles pour ce genre d'étude. Soit on étudie les effets d'instationnarités liés au déplacement de l'aiguille. Ce qui signifie que l'aiguille bouge dans le temps. Soit on étudie l'impact de différentes levées d'aiguille sur l'écoulement (c-à-d que l'aiguille reste immobile dans le temps). La première approche a été choisie par He *et al.* (2013a) et Xue *et al.* par exemple. L'écoulement dans la buse de l'injecteur est affecté par ce déplacement puisqu'il se créé des structures tourbillonnaires dans le sac de l'injecteur. L'étude de Xue *et al.* révèle en plus l'impact de l'excentricité de l'aiguille sur l'écoulement. Ils ont montré qu'elle n'influence pas de manière significative l'écoulement dans les injecteurs mono-trou. En revanche, il en

Rapport-Gratuit.com

est tout autrement pour les injecteurs multi-trou puisqu'une excentricité de l'aiguille va venir favoriser en quelque sorte une buse au détriment d'autres. L'autre approche, qui consiste à analyser l'écoulement pour des levées d'aiguille discrètes, a été abordée par He *et al.* (2013b); Powell *et al.* (2011); Salvador *et al.* (2013); Som *et al.* (2010). Ils ont également observé des structures d'écoulement complexe dans le sac de l'injecteur en fonction de la levée d'aiguille, comme l'illustre la Figure 1.6.

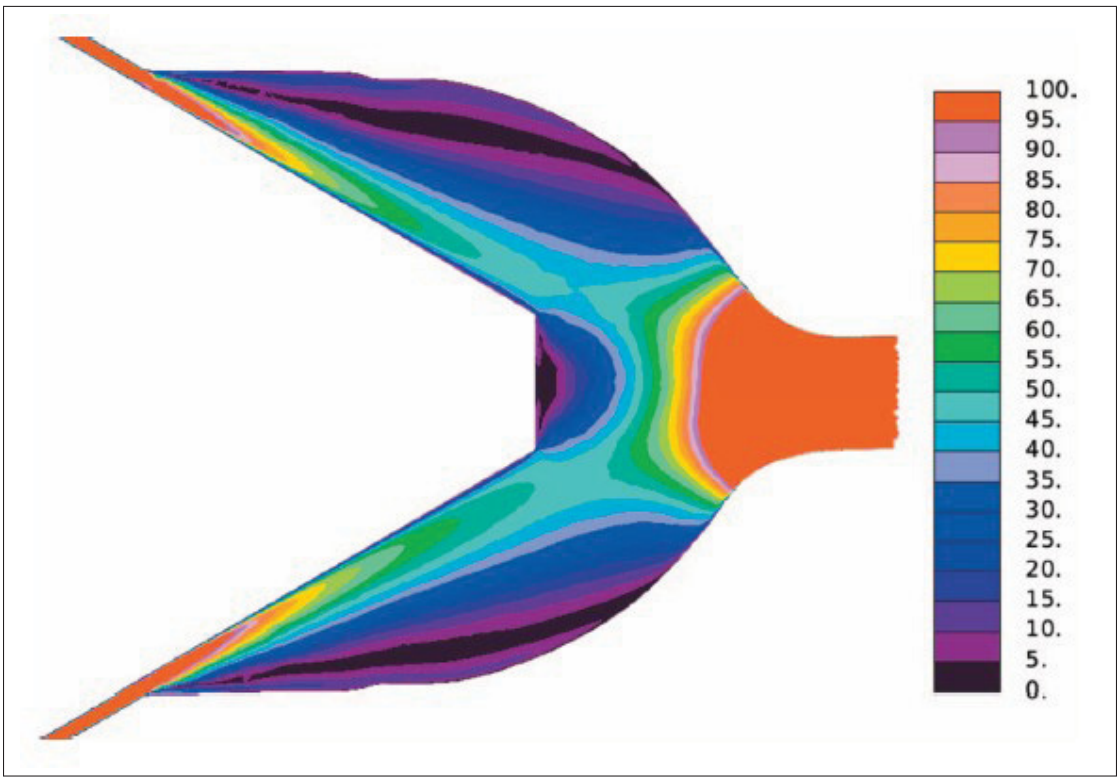


Figure 1.6 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac, d'un injecteur mono-trou, pour une levée d'aiguille de 50μm (Powell *et al.*, 2011)

De même que Xue *et al.*, l'étude de He *et al.* (2013b) a aussi relevé l'asymétrie de l'écoulement dans les différentes buses d'un injecteur multi-trou, causée par une excentricité de l'aiguille. Également, il est intéressant de relever les observations faites par Powell *et al.* (2011); Salvador *et al.* (2013); Som *et al.* (2010). Ces auteurs ont constaté que si l'on observe le débit de carburant injecté en fonction des différentes levés d'aiguille, celle-ci converge très rapidement vers une valeur maximale. Cela signifie que pour une pression d'injection donnée, le débit de

carburant est le même entre un injecteur à moitié ouvert et un injecteur complètement ouvert. Évidemment, pour des levées d'aiguille très faibles, où l'injecteur est quasiment fermé, ce débit est relativement moindre.

Le paramètre de levée d'aiguille n'est cependant pas le seul paramètre important dans le fonctionnement de l'injecteur diesel. Comme on la vue, ce paramètre est représentatif d'une stratégie d'injection multiple. Mais il ne faut pas oublier que les pressions d'injection élevées sont aussi un autre paramètre caractéristique des systèmes d'injections modernes.

1.5 Influence d'une pression d'injection fluctuante

Il a été vu en introduction la nécessité d'utiliser des pressions d'injections élevées. Cependant, il est extrêmement difficile d'avoir une pression d'injection constante. On observe plutôt des pressions d'injections qui fluctuent dans le temps, autour d'une valeur moyenne.

Il est en effet possible de mesurer expérimentalement des pressions oscillantes en entrée de la buse de l'injecteur. C'est par exemple ce qu'a fait Wang *et al.* (2012). Ces mesures ont été faites sur un injecteur mono-trou et plusieurs conditions d'injections ont été testées. Ce qui signifie qu'à la fois la pression d'injection et la pression en sortie d'injecteur ont été paramétrées. Des profiles de pression différents, en fonction des conditions d'injections testées, on été observés, mais tous mettent en évidence le caractère oscillant du profile de pression dans l'injecteur. En effet, des amplitudes maximales supérieures à 10% de la valeur moyenne de pression et des fréquences d'oscillations allant jusqu'à 40kHz ont été mesurées. La Figure 1.7 montre une mesure expérimentale de la fluctuation de pression dans un injecteur diesel, au cours d'un cycle d'injection. On peut voir sur cette Figure 1.7, que la pression oscille autour d'une valeur moyenne, et que l'amplitude maximale observée est d'environ 9% du signal moyen.

Certains auteurs comme Ubertini (2006) se sont par exemple intéressés à l'impact d'une pression d'injection non constante sur le spray de l'injecteur. Il a montré que ce paramètre était non négligeable sur la quantité de carburant injecté et sur les caractéristiques globales du spray. De plus, Wang et Su (2010) se sont intéressés numériquement à l'impact d'une pression d'in-

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

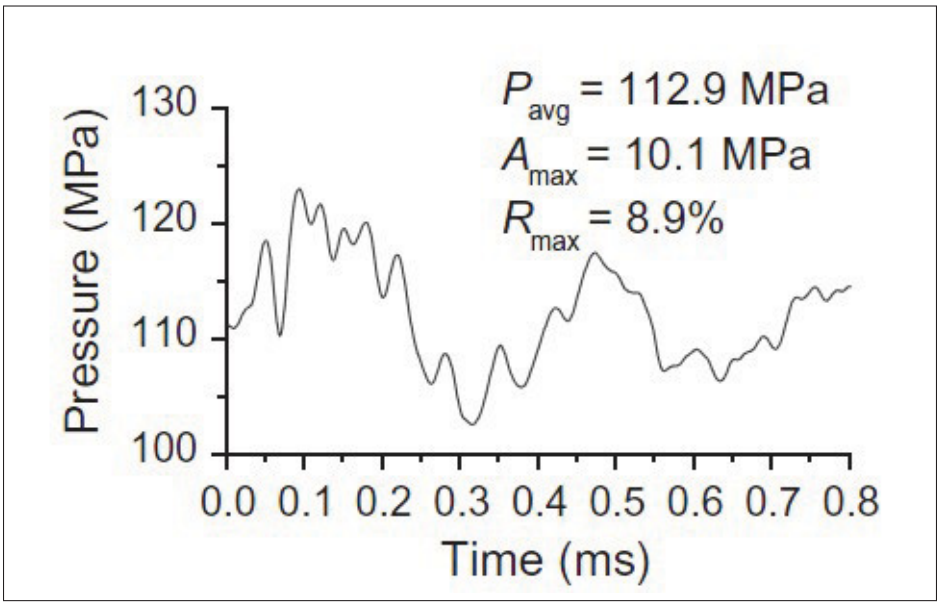


Figure 1.7 Mesure de la pression dans l'injecteur, au cours d'un cycle d'injection (Wang *et al.*, 2012)

jection oscillante sur l'écoulement cavitant dans la buse d'un injecteur. Il a par exemple été observé que le profil de cavitation n'évoluait pas symétriquement par rapport au profil de pression. Un délai a été constaté entre le pic de pression maximal et le pic de vapeur maximal dans la buse. Ils expliquent ceci par le fait que dans son modèle, le phénomène de cavitation ne dépend pas seulement de la pression locale, mais également de la vitesse de l'écoulement. Mais une fois encore, l'auteur s'est attardé sur la cavitation dans la buse de l'injecteur sans pour autant s'intéresser à d'autres phénomènes physiques clés dans l'injecteur. Malgré tout, toutes ces précédentes études montrent l'impact non négligeable d'une pression d'injection oscillante sur l'écoulement dans les injecteurs.

1.6 Synthèse de la revue de littérature

Pour résumer, on peut conclure en disant que l'étude de l'écoulement dans les injecteurs diesel se concentre principalement sur l'analyse de l'écoulement dans le volume de sac et dans la buse de l'injecteur. Dans le volume de sac, on peut observer des structures tourbillonnaires complexes. Dans la buse de l'injecteur, un phénomène de cavitation est observé. Cependant, ce phénomène a été largement étudié et il convient désormais de s'intéresser à l'impact d'autres

facteurs sur l'écoulement. C'est en partant de ce constat que l'influence non négligeable de la levée d'aiguille et d'une pression d'injection oscillante a été mis en avant. D'autant plus que c'est deux paramètres sont liés à une problématique réelle observée dans les injecteurs diesel modernes. On a également vu que l'écoulement était plus complexe dans un injecteur multi-trou que dans un mono-trou. Cependant, même si actuellement les injecteurs multi-trou sont davantage utilisés que les autres, ce mémoire s'intéressera à la géométrie d'injecteur la plus simple afin de faciliter l'étude, puisque ces travaux de recherche sont davantage une étude de compréhension de la dynamique dans les injecteurs.

La première remarque que l'on pourrait faire est que les auteurs comme Blessing *et al.* (2003); Payri *et al.* (2012); He *et al.* (2013a); Schmidt (1997), se sont largement intéressés à l'impact de la cavitation sur l'écoulement global. Le terme global signifiant également une approche souvent macroscopique de la physique de l'injecteur. Cela signifie que les auteurs abordent la physique des injecteurs en analysant l'impact de la cavitation sur le débit de carburant injecté. Ceci est également vrai pour les études qui approfondissent le problème en évoquant l'influence de la levée d'aiguille (Salvador *et al.*, 2013; He *et al.*, 2013a) ou d'une pression d'injection oscillante (Wang et Su, 2010; Wang *et al.*, 2012). Toutes ces études n'ont pas pour objectifs de s'intéresser au comportement intrinsèque des structures présentes dans l'injecteur. Néanmoins, tous observent bien un écoulement complexe dans le sac, surtout pour les faibles levées d'aiguille, mais les auteurs ne cherchent pas à caractériser l'écoulement et quantifier les structures présentent dans le volume de sac. Ce constat est également vrai pour les études qui analyse l'impact d'une pression d'injection fluctuante sur l'écoulement.

Partant de ce constat, il convient de bien définir les moyens pour arriver à nos objectifs. Pour l'étude de l'impact de la levée d'aiguille, on a vu que deux approches étaient possibles. L'une pour un écoulement transitoire où l'aiguille bouge dans le temps. L'autre pour un écoulement stationnaire où l'on étudie l'influence de plusieurs levées d'aiguille sur l'écoulement. Même si la première approche est plus réaliste, elle est aussi beaucoup plus complexe à mettre en place que la deuxième. De plus, du fait des instationnarités créées par le déplacement de l'aiguille, il est impossible de déterminer quel est vraiment l'impact du déplacement de l'aiguille sur la

dynamique de l'écoulement. La question reviendrait à se demander si les structures observées dans le sac sont davantage créées par le déplacement de l'aiguille ou sont intrinsèquement liées au fait qu'une levée d'aiguille plus faible induit une modification de la dynamique globale de l'écoulement.

1.7 Objectif du mémoire

À partir de la revue de littérature ci-dessus, nous avons pu identifier une problématique à laquelle nous tâcherons de répondre :
Comment peut-on quantifier l'impact de la levée d'aiguille et d'une pression d'injection oscillante sur la dynamique de l'écoulement d'un injecteur diesel mono-trou ?
Pour réponde à cette problématique, l'objectif principal du mémoire sera donc de :

- Caractériser l'écoulement dans un injecteur diesel afin de quantifier l'impact de la levée d'aiguille et d'une pression d'injection oscillante sur la dynamique de l'écoulement.

Afin de faciliter la compréhension des démarches qui amènent à cet objectif principal, les travaux de recherche seront divisés en trois sous-objectifs :

- Concevoir, puis valider, un modèle numérique d'injecteur diesel.
- Caractériser et étudier l'écoulement en régime permanent, pour différentes levées d'aiguille fixe, à pression d'injection constante.
- Caractériser et étudier l'influence d'une pression d'injection oscillante sur la dynamique d'un injecteur, à levée d'aiguille fixe.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

Ce chapitre récapitule les concepts mathématiques utilisés pour modéliser notre écoulement. Le lecteur peut se référer à l'Annexe II pour plus de détails puisque seulement les équations importantes seront présentées dans ce chapitre.

2.1 Équations de conservation d'un fluide incompressible

Le fluide utilisé dans notre modèle est un liquide : le carburant diesel. Puisqu'il s'agit d'un liquide, il est tout à fait raisonnable de considérer notre fluide incompressible, donc de masse volumique constante (Kundu, 2012). De plus, on considère le fluide comme newtonien et on néglige l'action de la pesanteur (c.f. Annexe II). D'après ces hypothèses, les équations de Navier-Stokes sous forme incompressible s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} \; = \; 0 \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \; + \; \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) \; = -\frac{1}{\rho}\nabla p \; + \; \nu \nabla^2 \mathbf{u} \; + \; \mathbf{s}_\sigma \tag{2.2}$$

L'équation (2.1) signifie que le divergent du vecteur vitesse $\mathbf{u}$ est nul. Dans l'équation (2.2), le terme $\nabla(p)$ désigne le gradient de la pression statique p. Le terme $\nu = \mu/\rho$ désigne la viscosité cinématique du fluide et le terme s_σ est un terme source qui sera explicité plus tard.

Pour la suite, il est important d'estimer si notre écoulement est turbulent ou laminaire. L'écoulement dans la buse de l'injecteur a un nombre de Reynolds de l'ordre de 10^5 (Mousseau, 2013). En pratique, on considère que la zone de transition entre laminaire et turbulente pour un écoulement en canal est : 2000 < Re < 10^5 (Versteeg et Malalasekera, 1995). Il est donc raisonnable de considérer notre écoulement turbulent. La turbulence est un phénomène complexe dont le caractère quasi-aléatoire la rend difficile à modéliser (Versteeg et Malalasekera, 1995).

2.2 Turbulence et modélisation

Dans la littérature scientifique, la plupart des auteurs utilisent une approche dite RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes), pour modéliser la turbulence. Comme vu dans la précédente revu de littérature, rappelons entre autres les études de He *et al.* (2013b), Xue *et al.* Salvador *et al.* (2013) qui utilisent ces modèles de turbulence. L'approche RANS est le modèle le plus simple et consiste à décomposer les champs de vitesse et de pression moyens comme la somme d'un champ moyen et d'un champ fluctuant. Si on suppose que la quantité ϕ représente une quantité à décomposer (vitesse, pression ...) alors mathématiquement, l'approche RANS se traduit par :

$$\phi(x,t) \;=\; \Phi(x) + \phi'(x,t) \tag{2.3}$$

où Φ est la moyenne temporelle (sur un intervalle de temps ΔT) du signal ϕ, définie mathématiquement par :

$$\Phi(x) \;=\; \overline{\phi(x,t)} \;=\; \frac{1}{\Delta T}\int_0^{\Delta T} \phi(x,t)dt \tag{2.4}$$

De plus la moyenne temporelle du signal fluctuant $\phi'(x,t)$ est nulle :

$$\overline{\phi'(x,t)} \;=\; \frac{1}{\Delta T}\int_0^{\Delta T} \phi'(x,t)dt \;=\; 0 \tag{2.5}$$

On va alors appliquer cette décomposition de Reynolds aux équations de Navier-Stokes (2.1) et (2.2) dans le cadre d'un écoulement incompressible. Les champs de vitesse et de pression se décomposent respectivement : $\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}'$ et $p = P + p'$. On peut alors montrer que les équations fondamentales s'écrivent dans ce cas :

$$\nabla \cdot \mathbf{U} \;=\; 0 \tag{2.6}$$

$$\rho\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \;+\; \rho\nabla\cdot(\mathbf{U}\mathbf{U}) \;=\; -\nabla P \;+\; \mu\nabla\cdot(\nabla\mathbf{U}) + \boldsymbol{\tau_R} \tag{2.7}$$

On constate que ces équations ne font apparaitre qu'un terme supplémentaire vis-à-vis des équations de Navier-Stokes initiales (2.1) et (2.2). Ce terme supplémentaire $\boldsymbol{\tau_R}$, est appelé

contrainte de Reynolds et se définit ainsi :

$$\boldsymbol{\tau_R} \; = \; - \, \rho \overline{\mathbf{u}'(\mathbf{u}')^T} \tag{2.8}$$

Dans le but de fermer les équations, on introduit alors l'hypothèse de Boussinesq (Versteeg et Malalasekera, 1995). Cette hypothèse permet de lier le tenseur des contraintes de Reynolds avec l'écoulement moyen, en introduisant la notion de viscosité turbulente, μ_t. Cela se traduit par :

$$\boldsymbol{\tau_R} \; = \; - \, \rho \overline{\mathbf{u}'(\mathbf{u}')^T} \; = \; \mu_t(\nabla \mathbf{U} \; + \; \mathbf{U} \nabla) \; - \; \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I} \tag{2.9}$$

Le terme k est défini comme l'énergie cinétique de turbulence telle que :

$$k \; = \; \frac{1}{2}(\overline{u'^2} \; + \; \overline{v'^2} \; + \; \overline{w'^2}) \tag{2.10}$$

La viscosité turbulente μ_t, est alors liée à deux autres quantités : l'énergie cinétique de turbulence k, et le taux de dissipation de la turbulence ϵ (Versteeg et Malalasekera, 1995). À ce stade, du développement, il convient simplement de préciser que μ_t est une fonction de k et ϵ que l'on définira plus tard. En effet, ce problème de turbulence se résout en ajoutant deux équations, l'une liée à l'inconnue k et l'autre à l'inconnue ϵ, et le calcule de μ_t dépend du modèle de turbulence choisit. Dans notre cas, puisque ce mémoire fait suite à un travail précédent de Mousseau (2013), nous allons appliquer le même modèle de turbulence. Il s'agit d'un modèle k-ω SST. L'inconnue ω se définit comme un taux de dissipation d'énergie, définit ainsi (CD-Adapco, 2012) :

$$\omega \; = \; \frac{\epsilon}{C_\phi k} \tag{2.11}$$

où C_ϕ est une constante déterminée ultérieurement. Désormais, nous allons chercher à résoudre le problème de la turbulence à partir des équations de conservation qui le régisse.

Le modèle de turbulence k-ω SST est un modèle hybride entre un modèle k-ϵ et un modèle k-ω développé par Menter (1992). Le modèle hybride se comporte comme le k-ω en proche paroi et comme le k-ϵ suffisamment loin de la paroi (Menter, 1992). En effet, le modèle k-ϵ est

très robuste loin de la paroi, lorsque l'écoulement est pleinement turbulent, mais se comporte moins bien en proche paroi.

L'équation de l'énergie cinétique de turbulence, permettant de déterminer k se définit de la manière suivante (CD-Adapco, 2012) :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} \; + \; \nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) \; = \; \nabla \cdot [(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \nabla k] \; + \; P_k \; - \; \rho k \omega \beta^* \tag{2.12}$$

La viscosité dynamique de turbulence, μ_t, et la constante β^* seront définies ultérieurement. Le terme P_k est tel que (CD-Adapco, 2012) :

$$P_k \; = \; 2\mu_t \mathbf{D} \cdot \mathbf{D} - \frac{2}{3} \rho k \nabla(\mathbf{U}) \cdot \mathbf{I} \tag{2.13}$$

L'équation du taux de dissipation spécifique, ω, se définit ainsi (CD-Adapco, 2012) :

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \omega \mathbf{U}) \; = \; \nabla \cdot [(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_w}) \nabla w] + 2\alpha_\omega \frac{\omega}{k} \mu_t \mathbf{D} \cdot \nabla(\mathbf{U}) + \beta \rho \omega^2 + \frac{2\rho(1 - F_1)}{\sigma_{\omega_2} \omega} \nabla(\omega) \nabla(k) \tag{2.14}$$

Le modèle SST est rendu hybride grâce à une fonction de mélange (CD-Adapco, 2012). Ainsi, les constantes $\alpha_\omega, \sigma_k, \sigma_\omega, \beta$ se calculent grâce à cette fonction de mélange, notée F_1, telle que (CD-Adapco, 2012) :

$$C_\phi \; = \; C_{\phi_1} F_1 + (1 - F_1) C_{\phi_2} \tag{2.15}$$

où F_1 se calcule ainsi (CD-Adapco, 2012) :

$$F_1 \; = \; \tanh(arg_1^4) \; ; \; arg_1 \; = \; \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y_w}, \frac{500\nu}{\omega y_w^2} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega_2} CD_{k\omega} y_w^2} \right] \tag{2.16}$$

$$CD_{k\omega} \; = \; max \left(\frac{2\rho}{\omega \sigma_{\omega_2}} \nabla(k) \nabla(\omega), 10^{-20} \right) \tag{2.17}$$

où y_w est la distance du premier nœud à la paroi. Les coefficients C_{ϕ_1} et C_{ϕ_2} de l'équation (2.15) permettent d'identifier si l'on choisit les constantes d'indice 1 ou d'indice 2 qui permettent de boucler le problème. Ces constantes sont données dans les Tableaux 2.1 et 2.2.

Ainsi, il est possible de calculer le coefficient C_ϕ introduit dans l'équation (2.21) et (2.25). De plus, la viscosité dynamique de turbulence, μ_t, introduite à l'équation (2.19), se calcule ainsi (CD-Adapco, 2012) :

$$\mu_t \;=\; \rho \frac{a_1 k}{max(a_1\omega, F_2\sqrt{2\mathbf{D}\cdot\mathbf{D}})} \tag{2.18}$$

où a_1 = 0.31 et F_2 est une seconde fonction de mélange telle que (CD-Adapco, 2012) :

$$F_2 \;=\; \tanh(arg_2^2)\;;\; arg_2 \;=\; \max\left(2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y_w}, \frac{500\nu}{\omega y_w^2}\right) \tag{2.19}$$

La modélisation du problème physique étant désormais bouclée, il convient de le résoudre. Puisqu'il n'existe à ce jour pas de solution exacte à ce problème mathématique, une résolution numérique nous permettra d'approcher la solution. Pour cela, la méthode des volumes finis a été utilisée.

Tableau 2.1 Coefficients du modèle k-ω SST, d'indice 1(CD-Adapco, 2012)

σ_{k_1}	σ_{ω_1}	β_1	β_1^*	α_{ω_1}
1.176	2.0	0.075	0.09	5/9

Tableau 2.2 Coefficients du modèle k-ω SST, d'indice 2 (CD-Adapco, 2012)

σ_{k_2}	σ_{ω_2}	β_2	β_2^*	α_{ω_2}
1.0	1.168	0.0828	0.09	0.44

Rapport-Gratuit.com

2.3 Modélisation de la cavitation

Comme il a été présenté dans la revue de littérature et d'après les travaux précédents de Mousseau (2013), la physique de notre écoulement laisse apparaitre une zone de cavitation en entrée de buse de l'injecteur. Dans le logiciel commercial CFD utilisé (StarCD v4.18), il n'y a qu'un modèle de cavitation disponible. Il s'agit d'un modèle Eulerien simple-fluide (CD-Adapco, 2012). Dans ce modèle, on considère un mélange parfait entre la phase vapeur (d'indice "vap") et la phase liquide (d'indice "liq"), tel que :

$$\rho \;=\; \alpha_{liq}\rho_{liq} \;+\; \alpha_{vap}\rho_{vap} \tag{2.20}$$

$$\mu \;=\; \alpha_{liq}\mu_{liq} \;+\; \alpha_{vap}\mu_{vap} \tag{2.21}$$

La fraction volumique de vapeur, α_{vap}, est proportionnelle à celle de liquide, α_{liq}, telle que : $\alpha_{vap} = 1 - \alpha_{liq}$. De plus, le modèle fait l'hypothèse qu'à l'instant t_0 des bulles sont déjà présentent dans l'écoulement sous forme de germe. On suppose une concentration n_0 de bulles ayant un rayon initial R_0. Ce modèle de cavitation s'intéresse à l'évolution de ces bulles au cours du temps. Puisque ρ_i et μ_i sont des constantes pour chaque phase, le but est de calculer α_{vap}, le ratio de vapeur présent dans l'écoulement. Pour ce faire, le modèle suppose que :

$$\alpha_{vap} \;=\; \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 n_0}{1 + \frac{4}{3}\pi R^3 n_0} \tag{2.22}$$

Le diamètre des bulles, R, se calcule alors à partir de l'équation simplifiée de Rayleigh-Plesset :

$$\frac{dR}{dt} \;=\; sign(p_{vap} - p)\sqrt{\frac{2|p_{vap} - p|}{\rho_{liq}}} \tag{2.23}$$

Ici p est la pression absolue directement autour de la bulle. Par la suite, il convient d'ajouter une équation supplémentaire afin de déterminer α_{vap}. Il s'agit là aussi d'une équation de conservation de la quantité de matière qui se résume à :

$$\frac{\partial \alpha_{vap}}{\partial t} \;+\; \nabla \cdot (\alpha_{vap}\mathbf{u}) \;=\; \alpha_{vap}\frac{dR}{dt} \tag{2.24}$$

Le terme de droite correspond à un terme source de l'équation de conservation. Cette équation traduit le fait qu'il y a équilibre entre les bulles de vapeur qui rentrent dans le volume de contrôle et qui en sortent, avec la création et destruction de ces bulles.

2.4 Modélisation de la tension de surface

Dans le logiciel utilisé, il est possible de modéliser l'interaction entre la phase vapeur et la phase liquide en considérant les forces de tension de surface. Pour cela, un seul modèle est disponible. Il suppose que la force normale due à cette tension de surface travaille seule (la force tangentielle n'est pas considérée) (CD-Adapco, 2012). Ce modèle ajoute un terme source dans l'équation de quantité de mouvement (2.2) tel que :

$$\mathbf{s}_\sigma \; = \; - \, \sigma \sum_{i=1}^{2} \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \alpha_i}{|\nabla \alpha_i|} \right) \nabla \alpha_i \tag{2.25}$$

Où σ est le coefficient de tension de surface de la phase liquide et α_i est la fraction volumique de chaque phase. Dans notre cas, puisqu'il s'agit de l'interaction entre un gaz et un liquide, on néglige le coefficient de tension de surface de la phase vapeur devant celui de la phase liquide (CD-Adapco, 2012). Le choix des constantes de ce modèle seront données dans le chapitre 3.

Maintenant que le système d'équations décrivant la physique de l'écoulement est mis en place, il convient de le résoudre.

2.5 La méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis (VF) est une des méthodes les plus utilisées en CFD de résolution des équations précédentes. Contrairement à la méthode des éléments finis qui discrétise des dérivées partielles, la méthode des volumes finis discrétise des intégrales. Toutefois, cette dernière méthode est étroitement liée à la première. Dans notre cas d'étude, nous nous contenterons d'expliquer les grandes lignes de la méthode sans rentrer dans tous les détails. Le lecteur souhaitant davantage de précision sur cette méthode peut se référer à Versteeg et Malalasekera (1995). Nous nous attarderons seulement à expliciter les concepts importants pour la résolution

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

de notre problème. Pour cette raison, ce chapitre est en partie conçu à partir de la méthodologie donner par (CD-Adapco, 2012).

Afin d'expliciter la résolution d'équation par l'approche VF, intéressons-nous à un problème simplifié, non stationnaire, de convection-diffusion d'un flux ϕ dans un volume de contrôle fermé V. L'espace est muni d'un repère cartésien orthonormé $R = (O, \mathbf{e_x}, \mathbf{e_y}, \mathbf{e_z})$. Pour faire l'analogie avec les équations précédentes, la quantité ϕ pourrait représenter : la vitesse $\mathbf{u}$ de l'équation (2.2), la fraction volumique de vapeur α_{vap} de l'équation (2.24), etc ... L'équation de conservation de se problème simplifié s'écrit :

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} \; + \; \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}\phi \; - \; \Gamma_\phi \nabla(\phi)) \; = \; s_\phi \tag{2.26}$$

où ρ est la densité du fluide se déplaçant à la vitesse $\mathbf{u} = u_x\mathbf{e_x} + u_y\mathbf{e_y} + u_z\mathbf{e_z}$. Le terme Γ_ϕ est un coefficient de diffusion et le terme s_ϕ est un terme source du problème.

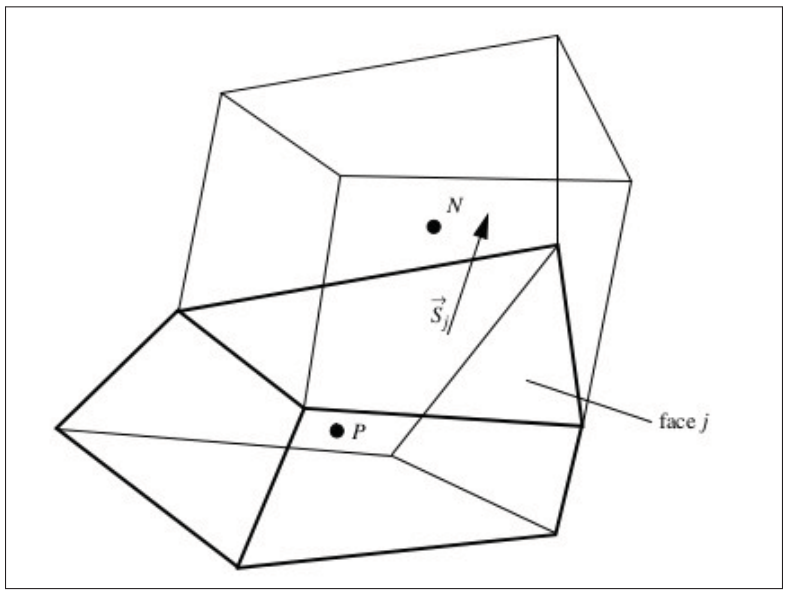


Figure 2.1 Illustration d'une cellule centrée en P
ayant pour voisine une cellule de centre N (CD-Adapco, 2012)

Intégrons l'équation (2.26) sur un volume élémentaire V. La Figure 2.1 représente un volume élémentaire V, aussi appelé cellule, qui est traversé par le précédent flux ϕ. Le vecteur normal

à une surface j du volume V, est appelé $\mathbf{S_j}$. On définit P comme étant le centre géométrique du volume V et N est le centre d'une cellule voisine. De cette manière, l'équation (2.26) intégrée devient :

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\phi dV \; + \; \int_V \nabla\cdot(\rho\mathbf{u}\phi \; - \; \Gamma_\phi\nabla(\phi))dV \; = \; \int_V s_\phi dV \tag{2.27}$$

Or, d'après le théorème de Green-Ostrogradski, pour un flux $\mathbf{F}$ traversant un volume de contrôle fermé V, dont le contour sont les surfaces S de vecteurs normaux $\mathbf{dS}$, on a la relation (Versteeg et Malalasekera, 1995) :

$$\int_V \nabla\cdot\mathbf{F}dV \; = \; \oint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{dS} \tag{2.28}$$

On peut alors réécrire (2.27) telle que :

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\phi dV \; + \; \oint_S(\rho\mathbf{u_r}\phi \; - \; \Gamma_\phi\nabla(\phi))\cdot\mathbf{dS} \; = \; \int_V s_\phi dV \tag{2.29}$$

où $\mathbf{u_r} = \mathbf{u} - \mathbf{u_C}$ est la vitesse relative entre le fluide ($\mathbf{u}$) et le déplacement de la surface S ($\mathbf{u_c}$). Dans notre cas, le maillage est immobile, donc $\mathbf{u_C} = 0$. De cette manière on peut réécrire (2.29) telle que :

$$\frac{d}{dt}\int_{V_p} \rho\phi dV_p \; + \; \sum_{j\geq 1}\int_{S_j}(\rho\mathbf{u}\phi \; - \; \Gamma_\phi\nabla(\phi))\cdot\mathbf{dS_j} \; = \; \int_{V_p} s_\phi dV_p \tag{2.30}$$

À ce stade du développement, entre l'équation élémentaire de départ (2.26) et l'équation finale intégrée (2.30), il n'y a que des équivalences mathématiques. Néanmoins, pour pouvoir continuer, on va chercher à approximer l'équation d'intégrales (2.30). Pour faciliter la compréhension, on pose :

$$T_1 \; = \; \frac{d}{dt}\int_{V_p} \rho\phi dV_p \tag{2.31}$$

$$T_2 \; = \; \sum_{j\geq 1}\int_{S_j}(\rho\mathbf{u}\phi \; - \; \Gamma_\phi\nabla(\phi))\cdot\mathbf{dS_j} \tag{2.32}$$

$$T_3 \; = \; \int_{V_p} s_\phi dV_p \tag{2.33}$$

Le terme T_1 est lié aux taux de changement dans le temps du problème. Le terme T_2 est quant à lui le terme de convection-diffusion système. Finalement le terme T_3 est un terme source. En

fonction des problèmes, ce terme peut être soit : nul, constant ou se comporter comme un terme de convection-diffusion, comme T_2.

Pour approximer les termes T_1, T_2 et T_3, il va falloir discrétiser le problème et en particulier choisir des schémas de discrétisation adaptés à la quantité à approximer. En particulier la manière dont le terme de convection de T_2 ($\rho \mathbf{u} \phi$) de l'équation (2.32) est approximé est déterminante dans un problème de CFD, d'autant plus lorsque le nombre de Reynolds de l'écoulement est important (CD-Adapco, 2012). Comme on le verra par la suite, il y a plusieurs schémas de discrétisation possible pour approximer ce terme. Quant au terme de diffusion ($\Gamma_\phi \nabla(\phi)$) de l'équation (2.32), le logiciel StarCD n'utilise qu'une seule forme d'approximation, l'utilisateur n'a pas la possibilité de la paramétrer. Ainsi, nous n'allons nous intéresser qu'aux termes paramétrables par l'utilisateur, que sont la méthode discrétisation du terme temporel T_1 et celle du terme convectif de T_2. De manière générale, il y a deux types de schémas de discrétisation :

- le schéma de bas ordre (ou encore du premier ordre) qui est le plus simple à implémenter. C'est le moins exigeant en terme de coût de calcul et celui qui converge le plus facilement. Cependant, c'est aussi le moins précis, qui peut conduire à de la diffusion numérique. En particulier lorsque les gradients des grandeurs discrétisés sont importants.
- le schéma d'ordre élevé (de second ordre ou supérieure) qui est un schéma beaucoup plus précis que le précédent, en particulier pour les gradients importants. Cependant, il est aussi beaucoup plus influençable par les conditions aux limites que le précédent et peut conduire à des solutions non physiques, voire divergentes.

Commençons donc par expliciter la discrétisation du terme temporel T_1.

2.6 Discrétisation temporelle

Le logiciel de CFD utilisé n'offre le choix que de deux types de discrétisation temporelle. Une discrétisation de premier ordre, suivant le schéma complètement implicite d'Euler, et une discrétisation de second ordre, appelé schéma des trois niveaux de temps "Three-time-level scheme". Cependant, le schéma temporel de deuxième ordre n'est à utiliser que dans certains

cas bien précis, où une précision temporelle est vraiment requise puisqu'il augmente considérablement le temps de calcul (CD-Adapco, 2012). Dans notre cas, cette précision n'est pas nécessaire et nous allons donc nous intéresser au schéma d'Euler, de la même manière que l'étude précédente faite par Mousseau (2013). Ce schéma suppose ainsi une variation linéaire des propriétés entre le temps présent d'indice (n) et le temps passé d'indice (n-1). La Figure 2.2 illustre le schéma de discrétisation utilisé pour un problème 1-D, où l'on va venir calculer au nœud j, la variation temporelle du flux durant l'instant $\delta t = t_n - t_{n-1} > 0$.

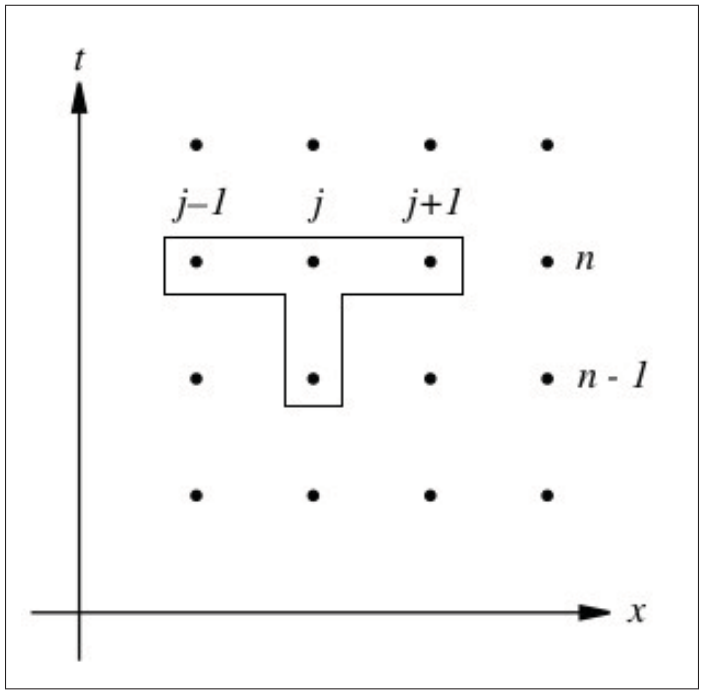


Figure 2.2 Illustration d'un schéma de discrétisation de premier ordre (CD-Adapco, 2012)

Le terme T_1 de l'équation (2.31), peut se discrétiser au nœud (j) ainsi :

$$T_{1,j} \approx \frac{(\rho\phi V)_j^n \; - \; (\rho\phi V)_j^{n-1}}{\delta t} \tag{2.34}$$

où V étant le volume de la cellule considérée. Ce schéma fait donc intervenir un pas de temps δt paramétrable par l'utilisateur. Il conviendra de le choisir soigneusement. En effet, un pas de temps élevé favorise la vitesse de calcul. Cependant, un pas de temps élevé peut aussi conduire

à une divergence de la solution ainsi qu'à une imprécision des résultats (CD-Adapco, 2012). Nous reviendrons ultérieurement sur le choix de ce paramètre.

2.7 Discrétisation spatiale

Intéressons-nous désormais aux schémas de discrétisation du terme convectif T_2 de l'équation (2.32). Rappelons que :

$$T_2 \;=\; \sum_{j\geq 1} \int_{S_j} (\rho \mathbf{u} \phi \;-\; \Gamma_\phi \nabla(\phi)) \cdot \mathbf{dS_j} \tag{2.35}$$

On suppose alors que :

$$T_2 \;\approx\; \sum_{j\geq 1} (\rho \phi \mathbf{u} \cdot \mathbf{S})_j \;-\; \sum_{j\geq 1} \Gamma_\phi \nabla(\phi) \;=\; \sum_{j\geq 1} C_j \;-\; \sum_{j\geq 1} D_j \tag{2.36}$$

Comme expliqué précédemment, on va s'intéresser à la seule partie de l'équation (2.36) paramétrable par l'utilisateur, à savoir le terme convectif C_j. Le terme diffusif D_j est approximé suivant une méthode non paramétrable. On pose alors :

$$C_j = F_j \phi_j \quad \text{avec} \quad F_j = (\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{S})_j \tag{2.37}$$

Le terme F_j est alors le débit massique à travers la face d'indice (j), de la cellule de centre P, illustré par la Figure 2.3. Les cellules voisines à celle étudiée sont centrées en N^- et N^+.

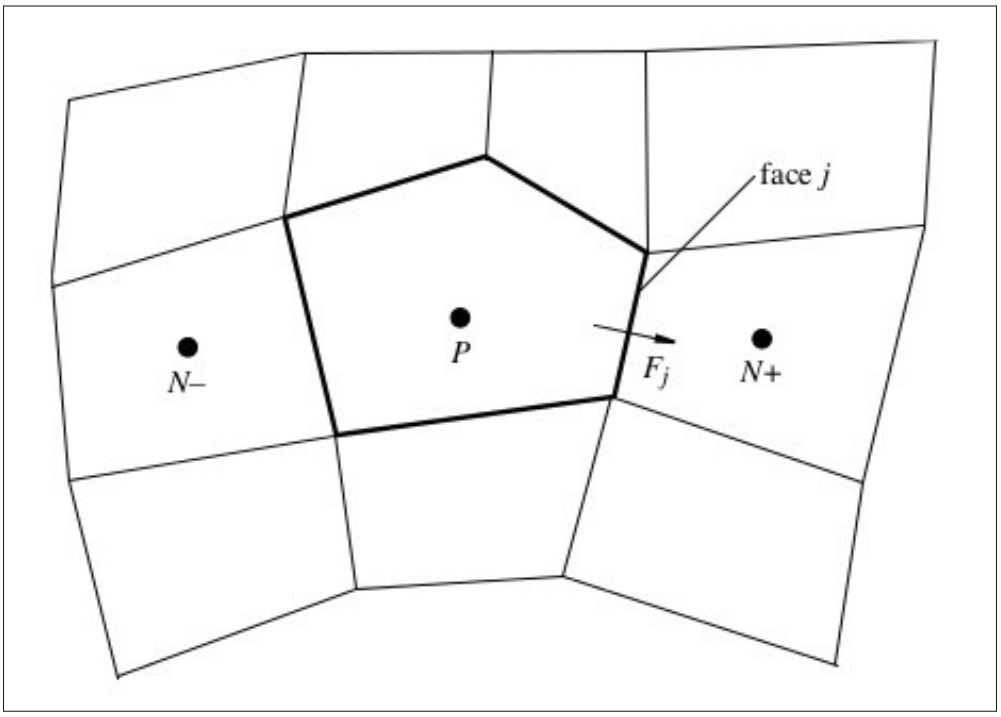


Figure 2.3 Convention de nom pour la discrétisation du flux ϕ_j traversant la face j (CD-Adapco, 2012)

En fonction du schéma de discrétisation choisi, la manière dont le terme C_j est approximé est différente, mais l'objectif reste le même. Le but est d'exprimer la valeur du flux ϕ_j traversant la face j de la cellule de centre P, comme une combinaison linéaire du flux aux centres des cellules voisines (c.f. les points N^+ et N^- de la Figure 2.3). L'Annexe III permet expliciter le fonctionnement de chacun des différents schémas de discrétisations spatiales utilisés dans ce mémoire.

Par mesure de clarté, résumons les en disant simplement que le logiciel utilisé nous offre plusieurs possibilités en fonction de l'équation que l'on souhaite discrétiser. Ainsi les possibilités suivantes s'offrent à nous :

- Équation de conservation de la masse (2.1) :
  - schéma centré de second ordre seulement (*CD scheme*).
- Équation de conservation de la quantité de mouvement (2.2) :
  - schéma *upwind* de premier et second ordre (*UD scheme*, *LUD scheme*),

- schéma centré de second ordre (*CD scheme*),
- schéma hybride de second ordre (*MARS scheme*).

- Équation de la turbulence (2.12) et (2.14) :
  - schéma *upwind* de premier et second ordre (*UD scheme*, *LUD scheme*),
  - schéma centré de second ordre (*CD scheme*),
  - schéma hybride de second ordre (*MARS scheme*).
- Équation de transport de la phase vapeur (2.24) :
  - schéma *upwind* de premier ordre (*UD scheme*),
  - schéma de "résolution d'interface" (*HRIC scheme*). À noter que ce dernier schéma un peu spécial, appelé *High Resolution Interface-Capturing*, il est implanté dans le logiciel afin résoudre le problème de l'interface entre les fluides dans les écoulements multi-fluides. Nous y reviendrons ultérieurement.

Finalement, le système d'équations discrétisées est résolu suivant une méthode itérative. C'est-à-dire qu'à partir de conditions initiales données par l'utilisateur au temps d'indice (n=0), le système va évoluer et converger vers une solution finale. On remarque que le choix du schéma de discrétisation pour résoudre le terme convectif C_j est crucial puisque la précision des résultats et la vitesse de calcul en dépend (CD-Adapco, 2012). Dans notre cas, ces systèmes d'équations seront résolus à l'aide de l'algorithme de résolution SIMPLE.

Ce chapitre clos l'approche mathématique lié à notre modèle numérique. Le choix des différents schémas de discrétisation, la validation des modèles de turbulence, de cavitation et de tension de surface seront expliqués dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 3

CONCEPTION ET VALIDATION DU MODÈLE NUMÉRIQUE

Ce chapitre a pour vocation de répondre au premier sous-objectif énoncé de ce mémoire. À savoir : *Concevoir, puis valider, un modèle numérique d'injecteur diesel*. Pour cela, nous allons suivre la méthodologie suivante :

- Créer un maillage avec ses conditions aux limites afin de reproduire la géométrie du problème et de limiter le domaine de calcul.
- Valider le maillage.
- Choisir des schémas de discrétisations qui garantissent la précision des résultats et la vitesse de calcul.
- Choisir le modèle de turbulence et paramétrer ceux de cavitation et de tension de surface.
- Valider le modèle global à partir de résultats expérimentaux.

Avant de continuer sur la présentation du modèle, il est nécessaire d'introduire les coefficients d'écoulements dont nous reparlerons tout au long de ce mémoire. Ces coefficients peuvent être mesurés expérimentalement et servir de base à une validation de modèle numérique. Dans ce cas d'étude, ils sont donnés par le laboratoire de recherche *Sandia laboratory* qui a mesuré expérimentalement ces coefficients pour le type d'injecteur que nous modélisons.

3.1 Coefficients d'écoulements

On peut définir trois coefficients d'écoulements qui sont respectivement : le coefficient de débit C_d, le coefficient de vitesse C_v, et le coefficient d'aire C_a.

Le coefficient de débit se calcule comme étant le rapport entre le débit réellement observé et le débit maximal théorique que l'on pourrait obtenir :

$$C_d = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{th}} \tag{3.1}$$

Rapport-Gratuit.com

Le débit maximal théorique se calcule en supposant que l'écoulement en régime permanent, le fluide incompressible (donc écoulement non-cavitant), et en négligeant les effets visqueux. Les équations de conservations (2.1) et (2.2) se réécrivent ainsi :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} \;=\; 0 \tag{3.2}$$

$$\rho \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) \;=\; -\nabla(p) \tag{3.3}$$

En projetant ces équations sur l'axe de l'injecteur (axe $\mathbf{e_z}$) puis en les intégrants, on fait apparaitre l'équation de Bernoulli telle que :

$$P \;+\; \frac{1}{2}\rho_{liq} u_z^2 \;=\; cte \quad \Longleftrightarrow \quad P_{inj} + \frac{1}{2}\rho_{liq} u_{inj}^2 \;=\; P_{cb} + \frac{1}{2}\rho_{liq} u_{cb}^2 \tag{3.4}$$

Or ici, $u_{inj} = 0$. On en déduit alors la vitesse maximale théorique en sortie de buse, telle que : $u_{cb} = U_B = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$. Si on pose A l'aire de passage de la buse, le débit théorique est alors :

$$\dot{m}_{th} \;=\; \rho_{liq} A \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_{liq}}} \tag{3.5}$$

Dans notre cas, $A = \pi r_{buse}^2 = 7.8540.10^{-9} m^2$.

Un autre coefficient étudié est celui de vitesse C_v. Il se calcule comme étant le rapport entre la vitesse réelle et la vitesse maximale théorique de Bernoulli précédente.

$$C_v \;=\; \frac{u_z}{U_B} \tag{3.6}$$

On remarque qu'ici on suppose explicitement que l'écoulement est purement axial (axe $\mathbf{e_z}$) pour simplifier le raisonnement. Ce qui constitue une hypothèse raisonnable (Mousseau, 2013). De plus, on sait déjà que l'écoulement est cavitant, la masse volumique ρ n'est pas constante et la vitesse en sortie d'injecteur se calcule à partir de la quantité de mouvement massique $\dot{M}$ (Mousseau, 2013; Payri *et al.*, 2012), telle que : $\dot{M}_z = \dot{m}\, u_z$.

Le coefficient de vitesse s'écrit alors :

$$C_v \;=\; \frac{\dot{M}_z}{\dot{m}\, U_{th}} \tag{3.7}$$

De la même manière que Mousseau (2013), on a les relations suivantes :

$$\dot{m} \;=\; \int_S \rho(\mathbf{u}\cdot\mathbf{n})dS \;=\; \int_S d\dot{m}\; dS \tag{3.8}$$

$$\dot{M}_z \;=\; \int_S \rho(\mathbf{u}\cdot\mathbf{n})u_z dS \;=\; \int_S d\dot{m}\; u_z\; dS \tag{3.9}$$

Avec nos résultats numériques, on peut approximer l'équation (3.9) par une somme, où l'on va sommer le débit élémentaire $d\dot{m}$ qui passe à travers chacune des faces perpendiculaires à l'axe $\mathbf{e_z}$ du maillage, en sortie de buse d'injecteur (Mousseau, 2013), tel que :

$$\dot{M}_z \;=\; \sum_{i=1}^{N} d\dot{m}_i\; u_{z_i} \tag{3.10}$$

Cette dernière relation nous permet de déterminer le coefficient de vitesse C_v de l'équation (3.7).

Finalement, on peut définir le coefficient d'aire, C_a. Ce coefficient est caractéristique d'un écoulement cavitant puisqu'il représente le rapport entre l'aire effective de passage réelle et l'aire de passage totale. Plus l'écoulement est cavitant, plus l'aire de passage est réduite. On a ainsi :

$$C_a \;=\; \frac{A_{eff}}{A} \;=\; \frac{C_d}{C_v} \tag{3.11}$$

Ces coefficients sont calculés à partir d'un code MATLAB fourni par Mousseau (2013) et donné en Annexe V.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

3.2 Données expérimentales

La validation globale du modèle se fera à l'aide des coefficients d'écoulements expérimentaux donnés par le laboratoire Sandia (Sandia, 2011). Ces valeurs expérimentales ont été mesurées sur un injecteur mono-trou ayant les caractéristiques géométriques illustrées à la Figure 3.1.

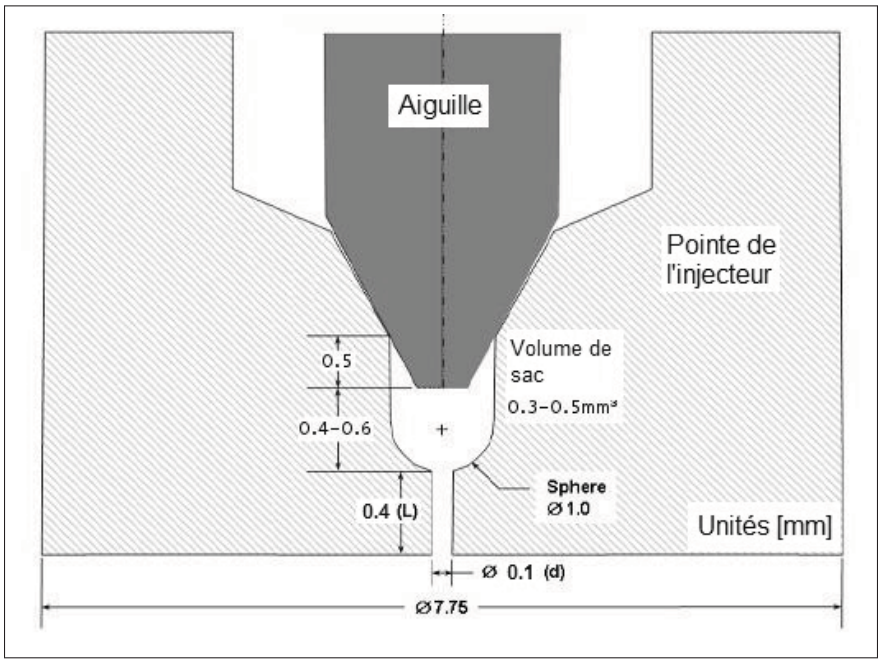


Figure 3.1 Schéma de l'injecteur modélisé (Sandia, 2011)

Les conditions d'injections sont les suivantes :

- L'injecteur est utilisé à pleine ouverture d'aiguille.
- Le carburant injecté est un diesel standard à une température de 436K.
- Le différentiel de pression, entre la pression d'injection et la pression à la sortie de la buse de l'injecteur (dans la chambre de combustion), sera notée $\Delta P = P_{inj} - P_{cb}$. Ces mesures ont été réalisées pour ΔP = 72 MPa et ΔP = 138 MPa.

Dans ces conditions, les coefficients d'écoulements obtenus sont donnés dans le Tableau 3.1. Le carburant diesel utilisé pour faire notre modèle numérique possède les propriétés énoncées dans

le Tableau 3.2. Elles sont tirées de l'étude de Mousseau (2013) et elles intègrent la condition de température énoncée par Sandia (N.B. on suppose implicitement dans ce tableau que la phase vapeur se comporte comme un gaz parfait).

Maintenant que les données expérimentales et les coefficients d'écoulements sont présentés, nous allons pouvoir nous attarder plus spécifiquement à la définition du modèle numérique.

Tableau 3.1 Coefficients d'écoulement expérimentaux (Sandia, 2011)

	ΔP=72MPa	ΔP=138MPa
C_d	0.80	0.80
C_v	0.88	0.93
C_a	0.91	0.86

Tableau 3.2 Propriétés du carburant

Type de carburant	Diesel standard
Masse molaire	$\sim$ 200g/mol
Température	$\sim$ 436K
Pression de vapeur saturante	76181 Pa
Tension de surface - σ	8.2.10^{-3} N/m
Masse volumique de la phase liquide - ρ_{liq}	712 kg/m^3
Masse volumique de la phase vapeur - ρ_{vap}	4.20 kg/m^3
Viscosité dynamique de la phase liquide - μ_{liq}	3.55.10^{-4} Pa.s
Viscosité dynamique de la phase vapeur - μ_{vap}	6.85.10^{-6} Pa.s

3.3 Le domaine de calcul et ses conditions aux limites

Ce mémoire s'intéresse à un injecteur mono-trou dont l'aiguille est centrée sur l'axe de révolution de l'injecteur. En effet, Xue *et al.* ont montré que l'excentricité de l'aiguille n'influence pas significativement l'écoulement dans ce type de géométrie d'injecteur. Nous allons donc nous concentrer sur une géométrie cylindrique, comme illustrée sur la Figure 3.2-a). L'écoulement étant symétrique, nous allons pouvoir limiter le domaine de calcul. Au premier abord, on pourrait penser que le problème pourrait se limiter à un problème plan. Néanmoins, rappelons que la turbulence, qui est un des mécanismes clé de cette étude, et nécessairement liée à une approche 3-D. En effet, un écoulement turbulent dans le plan fait nécessairement apparaitre des structures turbulentes plus petites dans l'espace. Il ne serait pas donc pas judicieux de se limiter à un problème 2-D puisque nous perdrions de l'information importante.

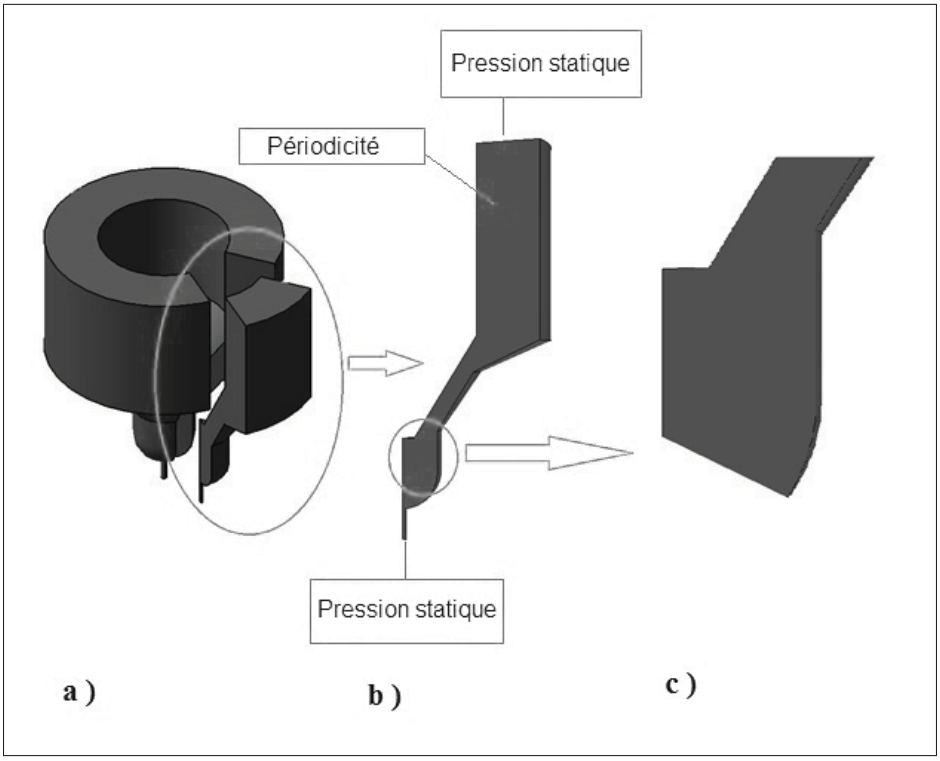


Figure 3.2 a) Illustration du domaine de calcule réduit à 45° ;
b) Conditions aux limites ; c) Agrandissement du volume de sac

De plus, sur un plan purement technique, le logiciel employé utilise la méthode des volumes finis (c.f Chapitre 3) pour discrétiser le problème. Par définition, un problème 2-D ne peut donc pas être résolu par cette méthode. Partant de ces constats, le domaine de calcul a été limité à une géométrie à 45°, comme l'avait fait l'étude précédente Mousseau (2013), et comme l'illustre la Figure 3.2-a).

Pour notre type de problème, les conditions aux limites sont illustrées sur la Figure 3.2-b). Dans ce chapitre de validation du modèle, la pression d'injection (en haut de la Figure 3.2-b)) reste constante. La pression dans la chambre de combustion (en bas de la Figure 3.2-b)) est également constante. Le sens de l'écoulement est alors le sens du différentiel de pression de telle sorte que l'écoulement évolue du haut vers le bas. La condition de périodicité sur chacune des faces du domaine de calcul est caractéristique d'un problème axisymétrique de révolution. C'est-à-dire que l'on suppose que la dynamique de l'écoulement calculée sur les 45° du domaine se répète identiquement sur les 315° restant de la révolution autour de l'axe de symétrie. De plus, on impose une condition de non-glissement au fluide en contact avec les parois solide du domaine.

Rappelons que dans ce chapitre, nous souhaitons obtenir un résultat stationnaire. Or, la prise en considération de la cavitation, qui est un phénomène transitoire, nous oblige à effectuer un calcul qui évolue dans le temps. L'approche consiste donc à faire évoluer un calcul transitoire suffisamment longtemps dans le temps de manière à ce que la solution finale soit constante et indépendante du temps. C'est à dire lorsque pour deux (ou plus) pas de temps différents, la dynamique reste invariante. Avec cette approche, les conditions initiales du problème ne sont pas vraiment contraignantes pour le problème, il faut juste s'assurer de ne pas mettre de valeurs incohérentes pour que le calcul ne diverge pas au bout de quelques itérations.

3.4 Le maillage

Le maillage utilisé ici est un maillage structuré de 152404 cellules. La Figure 3.3 permet de le visualiser. La partie la plus raffinée du maillage se situe dans la buse de l'injecteur, là où les gradients de vitesses et de pressions sont les plus importants. Le maillage est également plus

raffiné proche des parois de manière à mieux résoudre les équations de turbulence. Dans ces conditions, la taille d'une cellule en proche paroi dans la buse de l'injecteur est de l'ordre de 0.13μm et sur l'axe de l'injecteur 3.3μm. Ce maillage est directement issu de la précédente étude réalisée par Mousseau (2013).

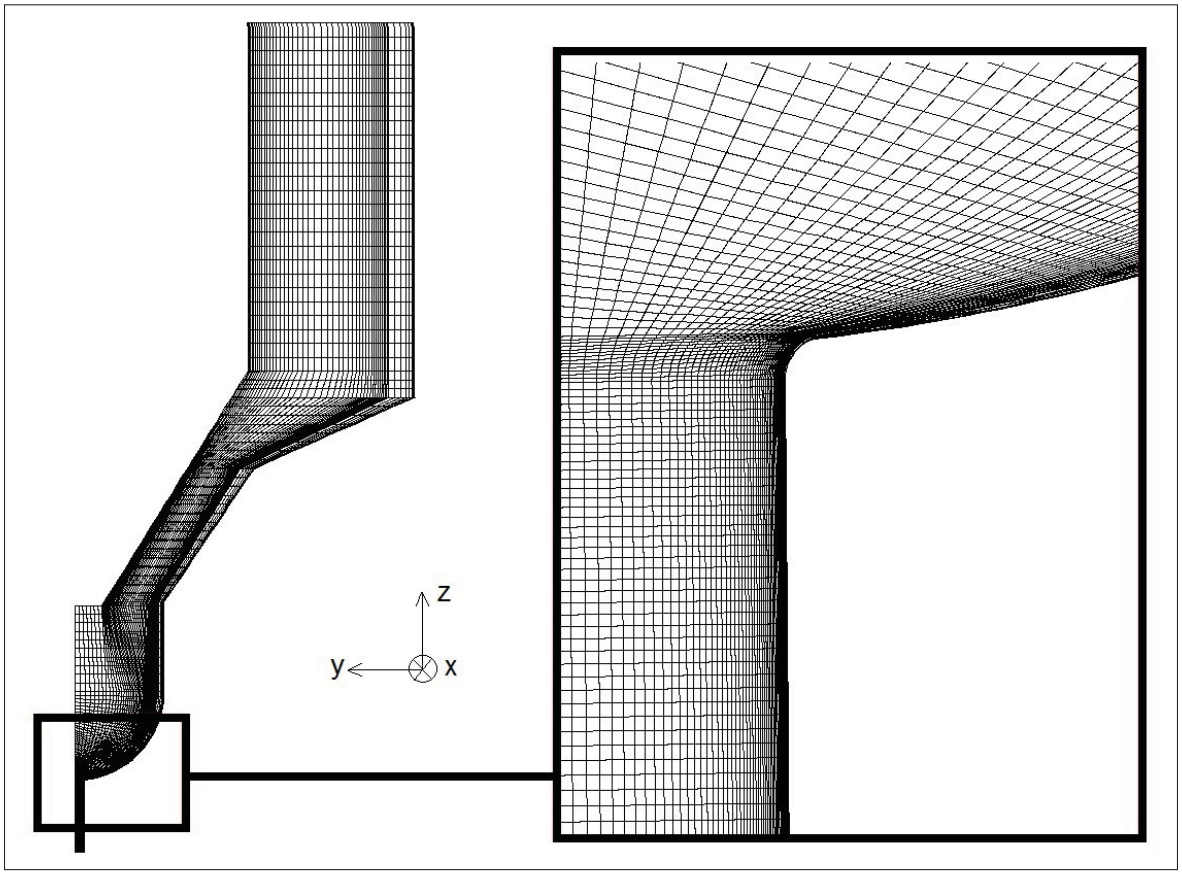


Figure 3.3 Maillage utilisé pour l'injecteur complètement ouvert,
avec un agrandissement sur l'entrée de la buse de l'injecteur (zone la plus raffinée)

L'étude de la qualité du maillage a été réalisée grâce à un indice de convergence de maillage (*Grid Convergence Index, GCI*). Cette méthode a été exposée par Celik *et al.* (2008) et Schwer (2008). Tous les détails de cette méthode sont donnés en Annexe I, mais elle peut se résumer brièvement ainsi. Premièrement, à partir d'un maillage donné (indice 2), on génère un maillage plus grossier (indice 3) et plus fin (indice 1). Puis on choisit une région de l'écoulement qui est potentiellement difficile à résoudre. Ce sera notre point de référence entre les trois maillages.

On mesure une valeur qui nous intéresse à ce point de référence, notée ϕ_i pour $i = 1, 2, 3$, telle que la vitesse et/ou la pression.

On calcule alors l'erreur GCI entre chaque maillage consécutif, c'est-à-dire entre 1 et 2, puis entre 2 et 3. Dans notre cas, les paramètres de l'étude sont donnés dans le Tableau 3.3 et le Tableau 3.4 . On notera N le nombre de cellules du maillage et V le volume total du maillage. Deux régions du maillage ont servi de référence : le centre du volume de sac, noté d'indice A (Tableau 3.3) ; et l'axe de l'injecteur en entrée de buse, noté B (Tableau 3.4). Dans ces régions, à la fois la vitesse et la pression ont été relevées.

Tableau 3.3 Paramètres utilisés dans l'étude GCI pour un point A du maillage situé au centre du de volume de sac

Type de maillage	**N**	**V[$\mathbf{mm^3}$]**	$\mathbf{vm_A[m/s]}$	$\mathbf{P_A[Pa]}$
Grossier - indice 1	82110	2.5191	4.1886	$0.7391.10^8$
Intermédiaire - indice 2	152404	2.5191	4.1379	$0.7399.10^8$
Raffiné - indice 3	343070	2.5191	4.1187	$0.7398.10^8$

Tableau 3.4 Paramètres utilisés dans l'étude GCI pour un point B du maillage situé sur l'axe de l'injecteur, en entrée de buse

Type de maillage	**N**	**V[$\mathbf{mm^3}$]**	$\mathbf{vm_B[m/s]}$	$\mathbf{P_B[Pa]}$
Grossier - indice 1	82110	2.5191	323.72	$0.3645.10^8$
Intermédiaire - indice 2	152404	2.5191	323.82	$0.3654.10^8$
Raffiné - indice 3	343070	2.5191	329.12	$0.3536.10^8$

La méthode GCI, telle qu'expliquée dans l'Annexe I, a été appliquée à ces valeurs. Les notations sont les mêmes que celles de l'annexe. On a ainsi les rapports de maillage suivant : $r_{21} = 1.31$ et $r_{32} = 1.23$.

Les erreurs GCI, (en pourcentage) entre les maillages, sont données dans le Tableau 3.5. L'erreur maximale GCI est donc de l'ordre de 1% avec un ordre apparent minimal autour de 5.

Tableau 3.5 Résultats de l'étude GCI

$\phi_{\mathbf{i}}$	GCI_{21} [%]	GCI_{32} [%]
vm_A	0.18	0.76
P_A	$1.28.10^{-3}$	$2.06.10^{-2}$
vm_B	$8.87.10^{-2}$	$3.79.10^{-3}$
P_B	0.55	$7.43.10^{-2}$

Ce qui est plutôt élevé quand on sait déjà que l'ordre maximal des schémas de discrétisation à notre disposition est de 2. Le maillage est donc suffisamment raffiné pour ne pas être considéré comme la source principale d'erreur du modèle. Nous allons désormais nous intéresser à l'étude des schémas de discrétisation.

3.5 Choix des schémas de discrétisation

Avant de commencer, il est important de signaler que tous les résultats présentés dans cette section ont été réalisés pour ΔP=72MPa seulement. On suppose donc que le choix de discrétisation le mieux adapté pour cette condition d'injection l'est également pour ΔP=138MPa, ce qui semble une hypothèse raisonnable.

3.5.1 Discrétisation temporelle

Dans le logiciel utilisé, seulement deux types de schéma de discrétisation temporelle sont disponibles. Un schéma de premier ordre et un schéma de second ordre. Dans notre cas d'étude, c'est le phénomène de cavitation qui impose une bonne résolution temporelle de la dynamique. L'étude précédente réalisée par Mousseau (2013) a montré qu'un schéma de premier ordre était suffisant. Il s'agit d'un schéma pleinement implicite d'Euler (*Fully implicit Euler scheme*), tel que décrit dans la section 3.2.1. Comme il a été vu dans cette même section, il convient de

calibrer le paramètre δt de l'équation (3.12), appelé le pas de temps. L'étude précédente de Mousseau (2013) a testé l'influence de ce pas de temps en fonction de la pression d'injection. Il a été conclu que la valeur : $\delta t = 4.10^{-10}s$ donne les meilleurs résultats. Cette valeur a en partie été déterminée à partir des travaux de Lee *et al.* (2002) qui estime que dans un écoulement cavitant, ce paramètre peut être défini ainsi : $\delta t = \Delta x/(2.c_0)$, où Δx est la taille de la plus petite cellule dans la zone de cavitation (ici de l'ordre de 1μm) ; et c_0 est la vitesse du son dans le carburant diesel (ici de l'ordre de 1250 m/s) (Mousseau, 2013).

3.5.2 Discrétisation de l'équation de conservation de la masse

Par défaut, tous les schémas de discrétisation sont paramétrés au premier ordre afin d'obtenir, dans un premier temps, une solution qui converge facilement. Excepté pour l'équation de conservation de la masse qui ne peut se discrétiser qu'avec un schéma centré de second ordre. A partir d'une solution convergée avec un schéma du premier ordre, nous allons ensuite déterminer quel schéma de second ordre convient le mieux pour résoudre les autres équations.

3.5.3 Discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement et de turbulence

Par mesure de simplicité, mais surtout d'après les instructions données dans le manuel d'utilisateur de notre logiciel (CD-Adapco, 2012), le schéma de discrétisation de la quantité de mouvement et de la turbulence sera le même. Les schémas CD, LUD, MARS ont donc été testés. La Figure 3.4 montre qu'avec le premier schéma (CD), les résidus de calcul restent relativement élevés, en particulier pour l'équation de turbulence. Cela signifie que le solveur a des difficultés pour converger vers une solution. Dans notre cas, il est satisfaisant d'avoir des résidus de calcul numérique inférieurs à 10^{-5} (Versteeg et Malalasekera, 1995). Ce schéma ne semble donc pas le plus adapté, d'autant plus que l'on trouve une zone dans le volume de sac où le champ de vitesse n'est pas physique. La Figure 3.5, centrée sur le volume de sac, illustre ce phénomène. Ce n'est pas surprenant qu'un tel schéma ne soit pas adapté, car le schéma CD considère que chaque nœud étudié est influencé de la même manière par tous ses voisins.

Rapport-Gratuit.com

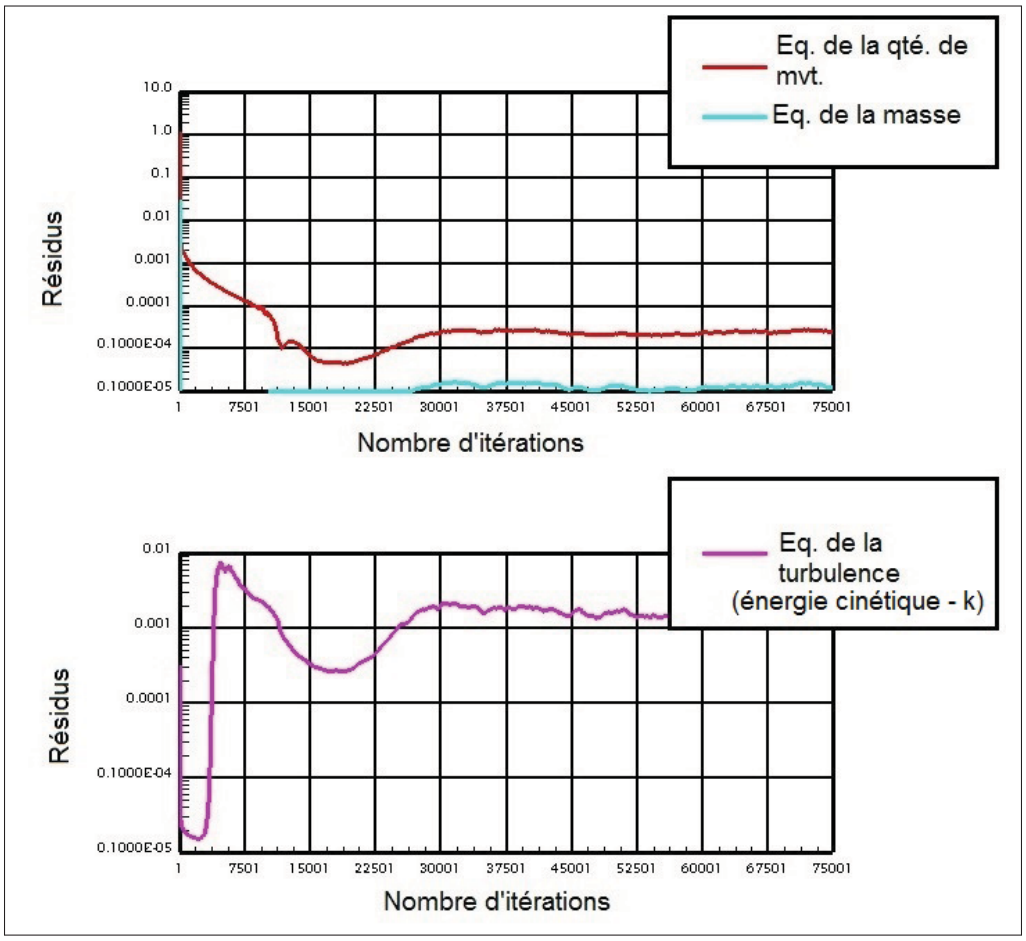


Figure 3.4 Résidus de calcul numérique pour le schéma CD

Ce schéma ne se préoccupe pas de la direction de l'écoulement et donc de la force relative des effets de convection sur les effets de diffusion. La mesure relative des forces de convections sur les forces de diffusion se calcule à l'aide du nombre de Peclet Pe (Versteeg et Malalasekera, 1995). Lorsque l'on utilise le schéma CD, la précision du résultat dépend de la valeur de ce nombre. En effet, ce schéma est stable lorsque $Pe \leq 2$, c'est à dire lorsque les effets de convection et de diffusion sont du même ordre de grandeur (Versteeg et Malalasekera, 1995). Or, à l'entrée de la buse, dans le convergent du sac, là où le fluide commence à accélérer :

$$Pe = Re.Sc = \frac{\rho_{liq} \, |\mathbf{u}| \, L \, Sc}{\mu_{liq}} \approx \frac{712\,100 \; 10^{-6} \; 1}{3.554.10^{-4}} \approx 140 \tag{3.12}$$

où Re est le nombre de Reynolds et Sc le nombre de Schmidt. Le dernier nombre adimensionnel est tel que : $Sc = \nu$/D où ν est la viscosité cinématique et D la diffusivité massique.

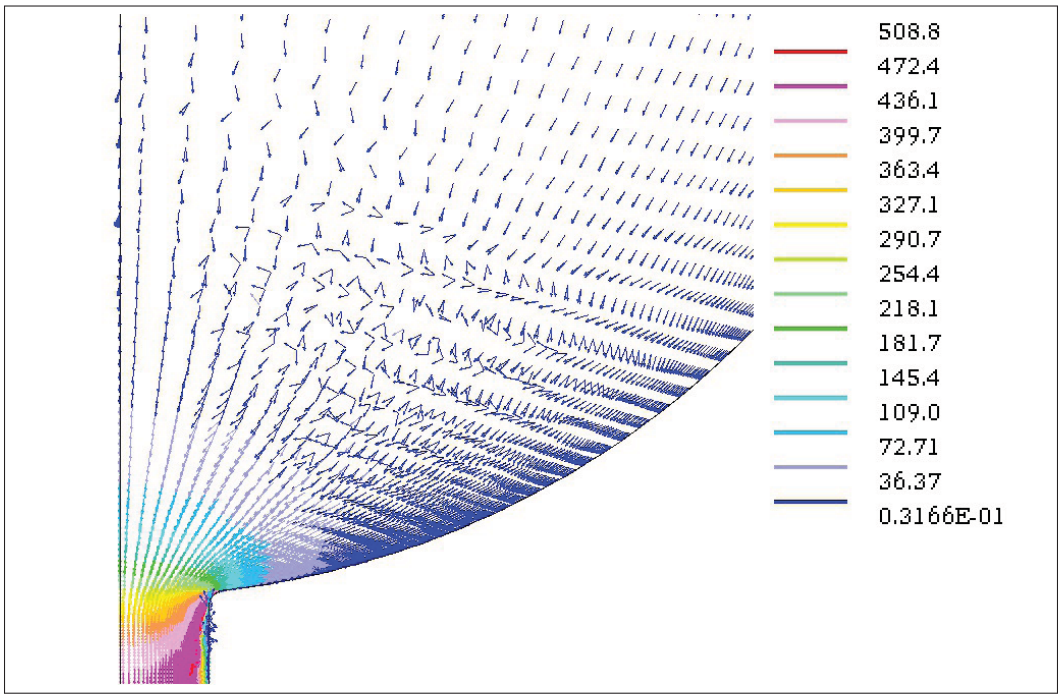


Figure 3.5 Champ de vitesse [m/s] dans le volume de sac avec le schéma CD

Il est difficile d'avoir facilement et rapidement une estimation de la quantité D. Cependant, dans notre cas, grâce à l'étude de Salvador *et al.* (2011) on peut raisonnablement estimer ce nombre égal à 1 et finalement constater que la valeur de Pe est bien supérieur à 2. Les effets de convections sont donc largement supérieurs à ceux de diffusions, avant même l'entrée dans la buse. Le schéma CD n'est donc pas adapté pour le modèle.

Par la suite, le schéma hybride MARS a été testé. La Figure 3.6 montre les résidus de calcul dans ce cas. Désormais ils sont beaucoup plus bas que précédemment, mais toujours pas dans notre critère puisqu'ils sont supérieurs à 10^{-5}. Néanmoins, on obtient bien un écoulement physique et des coefficients d'écoulement relativement proches de ceux expérimentaux. Ces coefficients sont donnés dans le Tableau 3.6 et seront comparés avec le dernier schéma de discrétisation dans le prochain paragraphe. Ce schéma peut éventuellement être acceptable si aucun autre ne convient mieux. À noter également que dans ce cas la vitesse de calcul est de l'ordre de 3.11 itérations par seconde.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

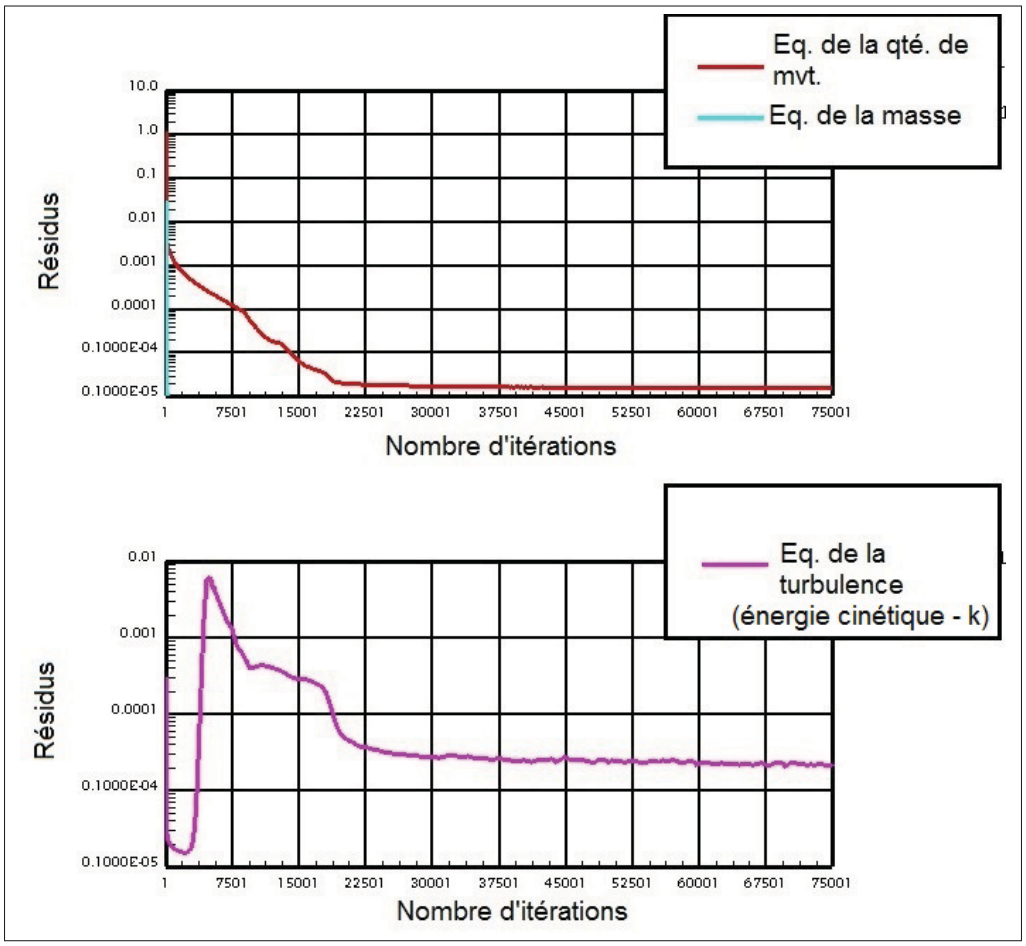


Figure 3.6 Résidus de calcul numérique pour le schéma MARS

Finalement, le schéma LUD a été testé. Dans ce cas, on obtient des résidus de calcul qui chute radicalement pour passer en dessous de la valeur 10^{-6}. Ils sont donnés par la Figure 3.7. Les coefficients d'écoulements sont semblables au précédent schéma MARS, mais la vitesse de calcul est légèrement améliorée. Le Tableau 3.6 récapitule tous les résultats obtenus. Les coefficients d'écoulement seuls ne nous permettant pas de conclure, le schéma LUD sera donc préféré au schéma MARS, car les résidus de calcul sont bien plus faibles et que la vitesse de calcul est légèrement supérieure.

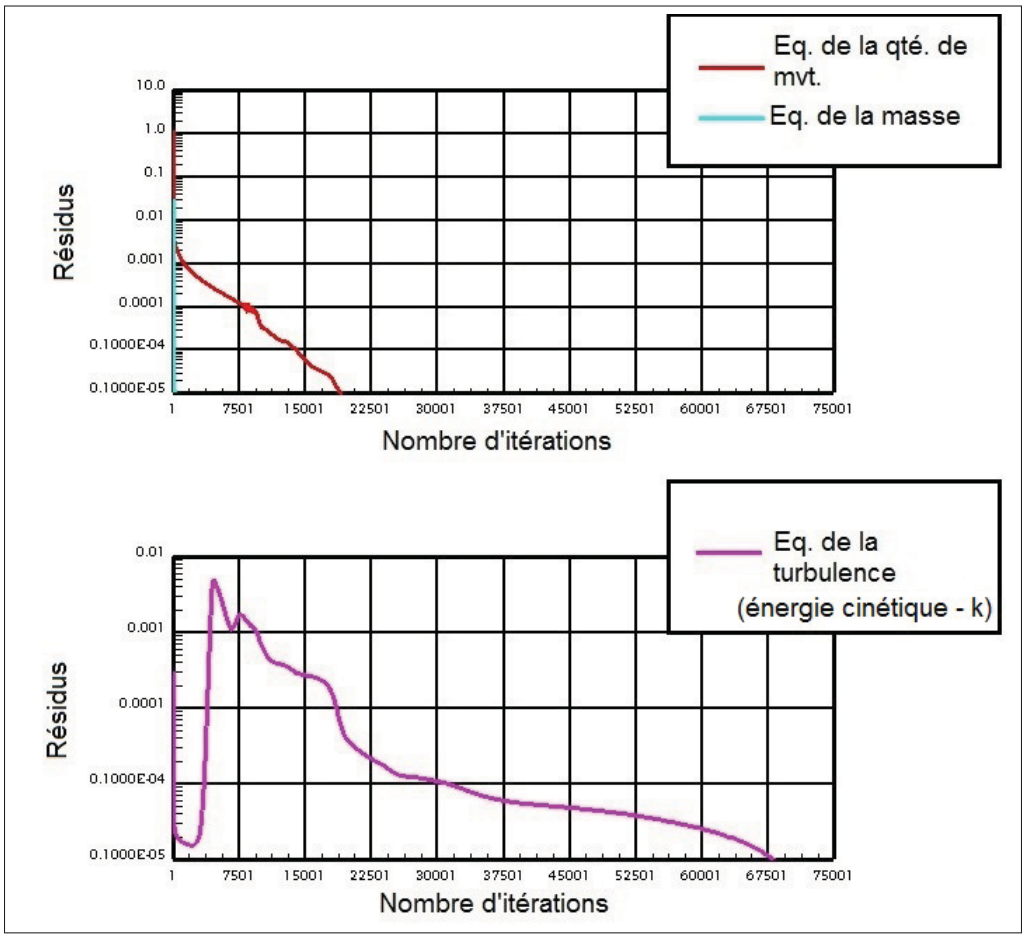


Figure 3.7 Résidus de calcul numérique pour le schéma LUD

Tableau 3.6 Coefficients d'écoulement en fonction du schéma de discrétisation et comparaison avec les valeurs expérimentales de Sandia

	MARS	LUD	Sandia - ΔP=72MPa	Écart relatif avec Sandia
C_v	0.98	0.97	0.88	$\approx$ 10.5% (MARS et LUD)
C_a	0.83	0.83	0.91	8.8%
C_d	0.81	0.81	0.80	1.3%
Vitesse de calcul	3.10	3.52	/	/

3.5.4 Discrétisation de l'équation de transport de la fraction volumique

Finalement, il ne nous reste plus que l'équation de transport à discrétiser. Comme expliqués avant, les schémas UD et HRIC sont disponibles. Ici, dans le cas d'un écoulement cavitant, la discrétisation de type *High Resolution Interface-Capturing* n'est pas adaptée (CD-Adapco, 2012). En effet, CD-Adapco (2012) précise clairement que ce type de schéma ne doit être utilisé que si l'interface entre les deux fluides est bien définie. En d'autres termes, ce schéma de discrétisation doit être utilisé pour une interface fluide-fluide. Cependant, dans notre cas, il s'agit d'une interface fluide-gaz. Il n'y a donc pas d'interface clairement délimitée entre les deux fluides (CD-Adapco, 2012) et l'utilisation du schéma HRIC peut amener des résultats non-physiques. Cette observation a été faite dans la précédente étude de Mousseau (2013). Il a montré que l'utilisation du schéma HRIC pour la discrétisation de l'équation de transport amenée des résultats non-physique dans l'écoulement cavitant de la buse de l'injecteur. Le schéma UD sera donc choisi pour cette équation.

La conclusion de cette étude sur les schémas de discrétisation est résumée dans le Tableau 3.7. Comme précisé au début de cette section, les conclusions sont données pour ΔP=72MPa. On suppose donc que ce choix de discrétisation est aussi le mieux adapté pour la condition ΔP=138MPa.

Tableau 3.7 Résultats de l'étude des schémas de discrétisation

Discrétisation temporelle	Schéma implicite d'Euler	1er ordre
Discrétisation spatiale	Conservation de la masse	CD - 2eme ordre
	Conservation de la quantité de mouvement	LUD - 2eme ordre
	Turbulence	LUD - 2eme ordre
	Transport	UD - 1er ordre

3.6 Validation du modèle de turbulence

Comme il a été évoqué dans la section (2.2), la turbulence a été modélisée à l'aide d'un modèle RANS de type k-ω SST, développé par Menter (1992). Cependant, la résolution des équations en proche paroi peut être traité de deux manières différentes en fonction que l'on utilise un modèle de type Haut-Reynolds (noté HR) ou Bas-Reynolds (noté BR). Le modèle HR utilise une loi de paroi pour résoudre les équations de la turbulence proche de la paroi, tandis que le modèle BR est un modèle de couche qui vient résoudre les équations de turbulence jusqu'à la paroi (CD-Adapco, 2012). La Figure 3.8 illustre la différence entre ces deux modèles puisque dans le cas d'un modèle BR, Figure 3.8-a), on a besoin de raffiner davantage le maillage en proche paroi pour résoudre correctement les équations de turbulence. Tandis que dans le modèle HR, Figure 3.8-b), une loi de paroi est utilisée et il n'est pas nécessaire de raffiner en proche paroi.

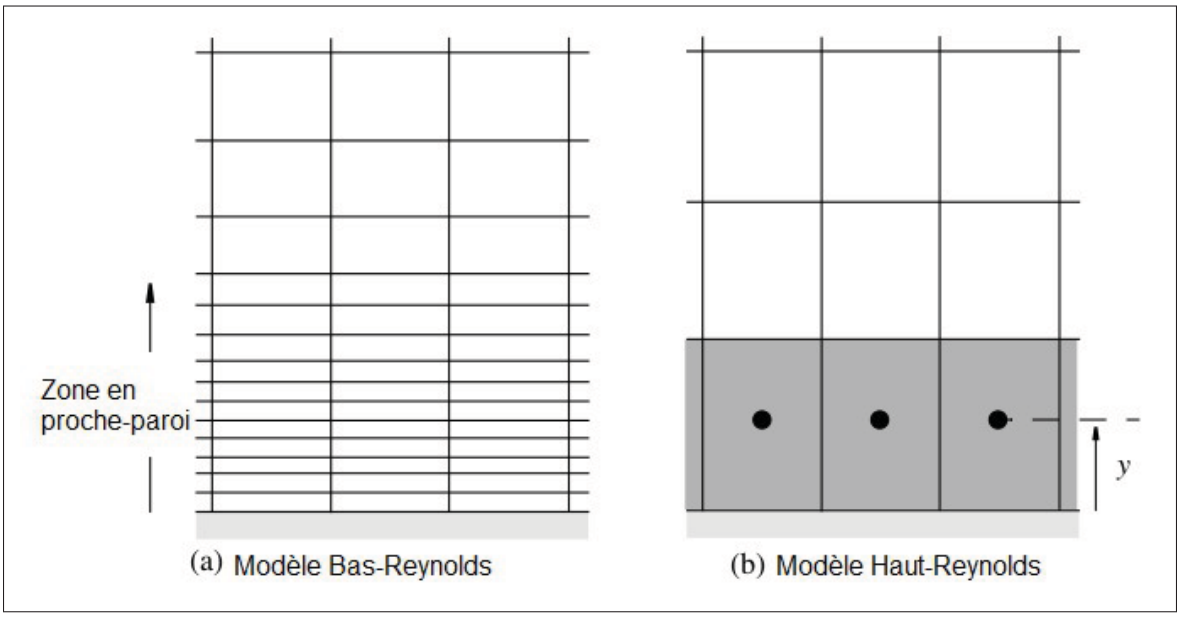


Figure 3.8 Maillage caractéristique d'un : a) modèle Bas-Reynolds ;
b) d'un modèle Haut-Reynolds (CD-Adapco, 2012)

On peut montrer théoriquement et vérifier expérimentalement que le profil de vitesse suit une loi linéaire en proche paroi et logarithmique loin de celle-ci, comme illustré sur la Figure 3.9. Sur cette figure, les termes u^+ et y^+ représentent respectivement une vitesse et une distance adimensionnelle. Elles sont définies ainsi :

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} \tag{3.13}$$

et

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau Y}{\mu} \tag{3.14}$$

où U est la vitesse tangentielle à la paroi (on suppose le problème de couche limite plan), Y est la distance normale à la paroi, et u_τ est la vitesse de cisaillement à la paroi telle que :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad \text{avec} \quad \tau_w = \mu \frac{\partial U}{\partial y}\bigg|_{y=0} \tag{3.15}$$

où τ_w représente la valeur du cisaillement en proche paroi.

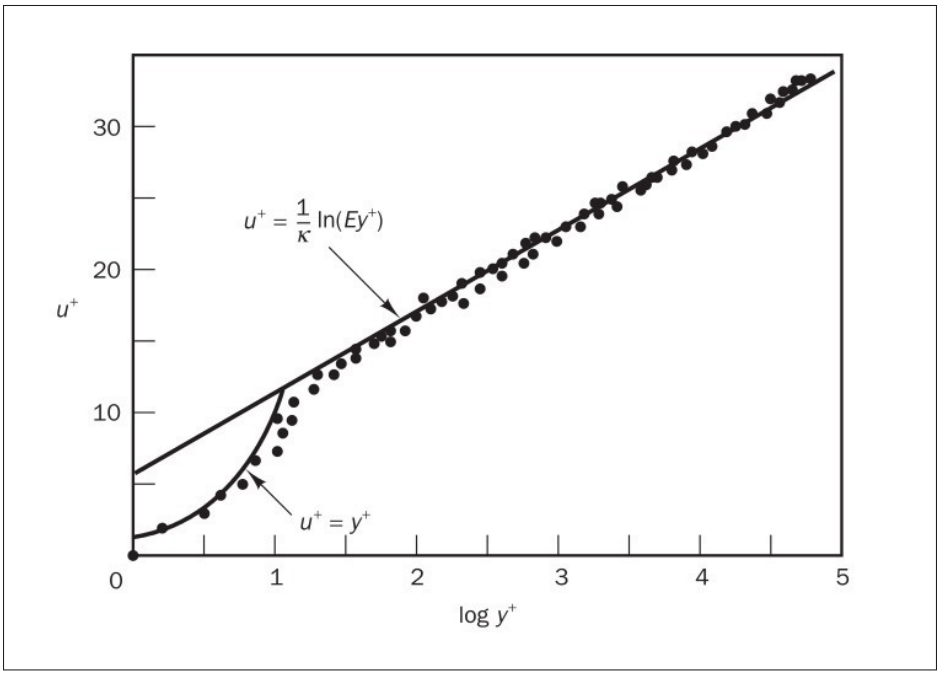


Figure 3.9 Loi de paroi pour un profil théorique (trait plein) et profile expérimentale (points) (Versteeg et Malalasekera, 1995)

Théoriquement, on peut montrer que dans la zone proche paroi, délimitée par $y^+ \leq 5$, là où les effets visqueux prédominent (Versteeg et Malalasekera, 1995), on a :

$$u^+ = y^+ \tag{3.16}$$

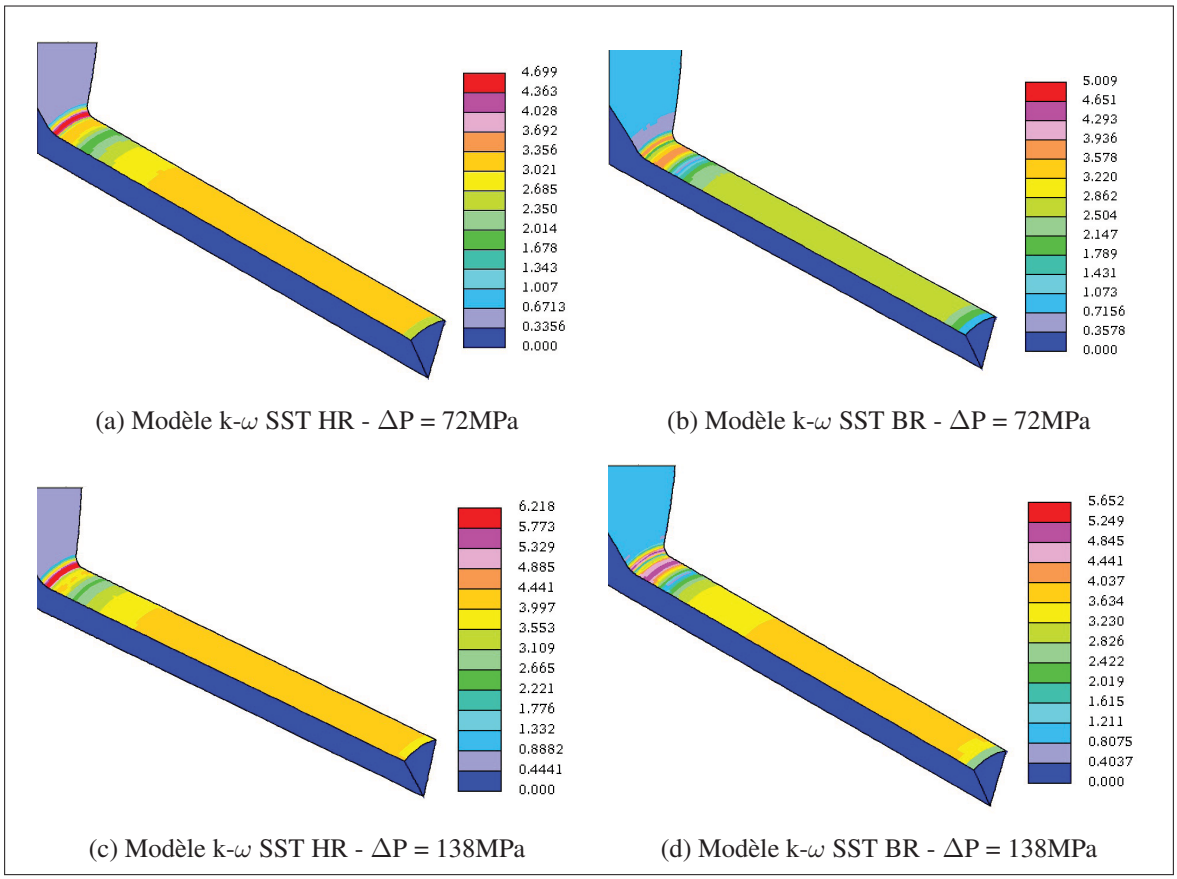
Dans la zone où l'écoulement est pleinement turbulent, délimitée par $30 \leq y^+ \leq 500$ (Versteeg et Malalasekera, 1995), on a une relation logarithmique du type :

$$u^+ \ = \ \frac{1}{K}\, ln(y^+) + B \ = \ \frac{1}{K}\, ln(E.y^+) \tag{3.17}$$

où K est la constante de von Karman telle que : K $\approx$ 0.4 (Versteeg et Malalasekera, 1995), et B est une autre constante telle que : B $\approx$ 5.5 (ou E $\approx$ 9.8) (Versteeg et Malalasekera, 1995). C'est ce type de modèle de paroi qu'utilise le modèle de turbulence HR. C'est pour cette raison que le modèle HR du logiciel doit être utilisé pour des valeurs de y^+ comprises entre 30 et 100, d'après CD-Adapco (2012). En dessous, le modèle perd de son intérêt puisque le maillage est suffisamment raffiné pour accepter un modèle BR. Au delà, on sort du domaine où la loi de paroi est précise. Pour ce qui est du modèle BR, il est intéressant pour des valeurs de y^+ inférieures à 5, comprises autour de 3 (CD-Adapco, 2012).

À partir du maillage à notre disposition, nous avons donc comparé les modèles de turbulence k-ω SST Haut-Reynolds (HR) et Bas-Reynolds (BR) pour voir comment se comporte la loi $u^+ = f(y^+)$. Cette étude est réalisée à pleine ouverture d'aiguille pour les deux conditions d'injection : ΔP = 72MPa et ΔP = 138MPa. Comme il a était vu précédemment, il est important de vérifier la valeur de y^+ pour s'assurer que chaque modèle de turbulence est utilisé dans une plage de validité adéquate. La Figure 3.10 illustre les valeurs de y^+ sur la paroi (donc au premier nœud) de la buse de l'injecteur, dans les différentes configurations testées. Il est surtout intéressant d'étudier la buse de l'injecteur, car c'est ici que l'écoulement est le plus turbulent en raison de l'augmentation importante de la vitesse dans cette zone.

Il est évident que le maillage est trop raffiné en proche paroi pour que le modèle de turbulence HR conserve tout son intérêt. Les Figures 3.10-a) et -c) montrent que dans les deux cas $y^+ \approx 5$.



(a) Modèle k-ω SST HR - ΔP = 72MPa

(b) Modèle k-ω SST BR - ΔP = 72MPa

(c) Modèle k-ω SST HR - ΔP = 138MPa

(d) Modèle k-ω SST BR - ΔP = 138MPa

Figure 3.10 Distribution de y^+ sur la paroi de la buse, pour différentes conditions d'injection et différents modèles de turbulence de type : k-ω SST

Néanmoins, il peut quand même être utilisé puisque le modèle reste valide. Pour ce qui est du modèle de turbulence BR, les Figures 3.10-b) et -d) montrent aussi que dans les deux cas : $y^+ \approx 5$. Le modèle de turbulence est donc dans sa limite de validité, d'après (CD-Adapco, 2012). Il pourrait donc être envisagé de raffiner le maillage à cet endroit afin d'obtenir $y^+ \approx 3$. Néanmoins, cela entrainerait une augmentation de coût de calcul qui n'est pas forcément justifiée puisque comme le verrons ensuite.

On va désormais s'intéresser à la résolution de la loi $u^+ = f(y^+)$ pour chaque modèle et chaque condition. Avant de tracer ces profils, il est primordial de trouver une section dans la buse comparable aux quatre conditions testées. Cette section doit être suffisamment loin de l'entrée de la buse pour que l'écoulement soit pleinement développé, mais pas trop près de la sortie pour que la condition aux limites n'influence pas les résultats.

La Figure 3.11 permet de visualiser les profils de vitesse adimensionnallisée (par rapport à la vitesse maximale théorique, c.f. U_B obtenues avec l'équation de Bernoulli (4.4)) le long de l'injecteur. L'axe en pointillé représente l'axe de l'injecteur. Cette figure est obtenue dans le cas de l'écoulement utilisant le modèle de turbulence k-ω SS Haut-Reynolds et avec la condition d'injection ΔP=72MPa. On constate dans ce cas que l'écoulement est pleinement développé à partir de la section à 40%. Cette conclusion est identique pour les trois autres cas d'études qui sont : modèle BR avec ΔP=72MPa, modèle HR avec ΔP=138MPa, et modèle BR avec ΔP=138MPa.

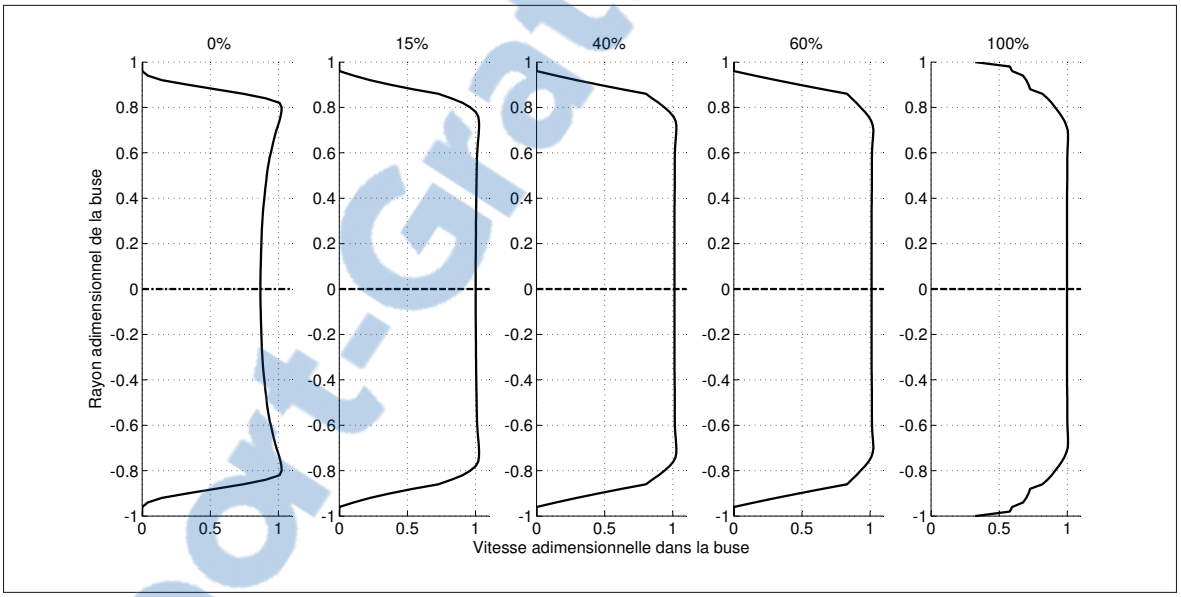


Figure 3.11 Vitesse adimensionnalisée sur différentes sections de la buse de l'injecteur (0% est l'entrée, 100% est la sortie) - Modèle de turbulence k-ω SST Haut-Reynolds - ΔP=72MPa

Il a donc été décidé de tracer les profils de loi de paroi sur la section à 50% pour tous les cas d'études. Là où l'écoulement est pleinement développé et là où on est certain que la condition aux limites n'influence pas le résultat. La Figure 3.12 illustre le tracé des lois de paroi pour les différents cas. On constate bien que pour chaque condition d'injection, le modèle de turbulence BR est plus prêt du modèle théorique que le modèle HR. Cette conclusion n'est pas surprenante puisque comme il a été mentionné plus haut, les valeurs de y^+ nous indiquent que notre maillage est suffisamment raffiné en proche paroi pour accepter un modèle de turbulence

Rapport-Gratuit.com

BR. Cependant, comme cette valeur de y^+ était à la limite de son domaine de validité pour le modèle BR, il convenait de s'assurer que la loi de paroi était bien vérifiée.

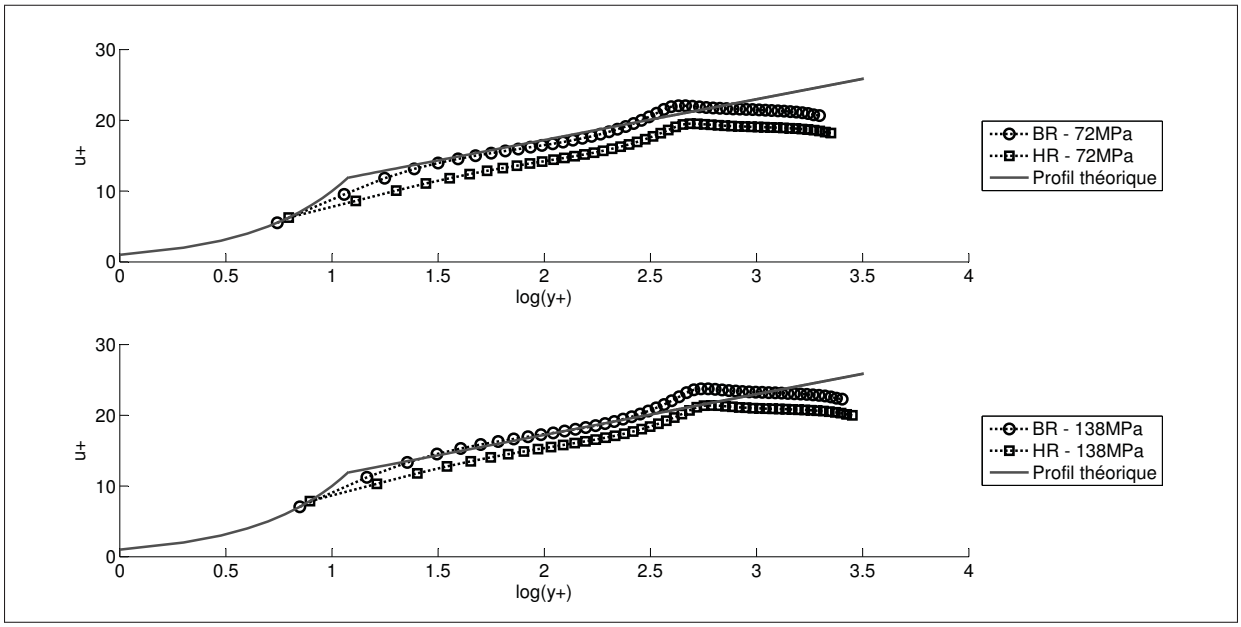


Figure 3.12 Comparaison des lois de paroi, $u^+ = f(y^+)$, ente les modèles de turbulence k-ω SST Bas-Reynolds (BR) et Haut-Reynolds (HR) pour les conditions d'injection ΔP=72MPa (haut) et ΔP=138MPa (bas)

Il est également intéressant de regarder les coefficients d'écoulements en fonction de chaque cas d'étude. Les Tableaux 3.8 et 3.9 montrent ces résultats. Le premier tableau compare les modèles k-ω SST Haut-Reynolds (HR) et Bas-Reynolds (BR) pour la condition d'injection ΔP=72MPa, tandis que le second compare les deux mêmes modèles, mais pour la condition d'injection ΔP=138MPa. Aucun de ces deux modèles ne se démarque clairement. Cependant, on constate néanmoins que le coefficient de débit C_d est toujours plus proche des valeurs expérimentales pour le modèle BR que pour le modèle HR alors que le coefficient de vitesse C_v reste approximativement égal entre les deux modèles. La valeur du coefficient d'aire C_a n'est pas vraiment intéressante dans notre raisonnement puisqu'elle se calcule comme un rapport des deux autres valeurs et l'incertitude sur cette valeur est donc biaisée. L'étude de l'impact des modèles de turbulence penche donc légèrement en faveur du modèle BR, d'autant plus que la vitesse de calcul est (très légèrement) améliorée.

La conclusion de cette étude est donc de privilégier le modèle de turbulence k-ω SST Bas-Reynolds.

Tableau 3.8 Coefficients d'écoulement en fonction des modèles de turbulence et comparaison avec les valeurs expérimentales de Sandia pour ΔP=72MPa

	Modèle HR (écart relatif)	Modèle BR (écart relatif)	Sandia - ΔP=72MPa
C_v	0.97 (10.2%)	0.98 (11.4%)	0.88
C_a	0.86 (5.5%)	0.83 (8.8%)	0.91
C_d	0.84 (5.0%)	0.81 (1.3%)	0.80
Vitesse de calcul	3.49 itération/sec	3.52 itération/sec	/

Tableau 3.9 Coefficients d'écoulement en fonction des modèles de turbulence et comparaison avec les valeurs expérimentales de Sandia pour ΔP=138MPa

	Modèle HR (écart relatif)	Modèle BR (écart relatif)	Sandia - ΔP=138MPa
C_v	0.92 (5.4%)	0.89 (0.9%)	0.93
C_a	0.94 (0.63%)	0.97 (3.87%)	0.86
C_d	0.84 (4.8%)	0.84 (5.0%)	0.80
Vitesse de calcul	3.39 itération/sec	3.50 itération/sec	/

3.7 Modélisation de la cavitation et de la tension de surface

Il n'y a qu'un modèle de cavitation disponible dans le logiciel utilisé. Il s'agit d'un modèle simplifié de l'équation de Rayleigh-Plesset donnée par l'équation (2.9). Ce modèle de cavitation a entièrement été paramétré à l'aide de la précédente étude de (Mousseau, 2013). Cette étude a, entre autres, étudié l'influence des paramètres n_0 et R_0 de l'équation (2.9) à l'état initiale, sur la valeur des coefficients d'écoulements pour les deux cas tests de conditions d'injections (ΔP=72MPa et ΔP=138MPa). Il a alors été montré que le meilleur paramétrage était de choi-

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

sir : $n_0 = 10^{14}\ m^{-3}$ pour la densité initiale de germes dans l'écoulement, et $R_0 = 10^{-6}\ m$ pour le rayon initial des bulles de vapeur. Ce mémoire reprendra donc ces résultats.

Il n'y a également qu'un modèle de tension de surface disponible, modélisée par l'équation (2.12). Ici, il est possible de paramétrer le coefficient de tension de surface σ de la phase liquide. Grâce à l'étude de (Weaver, 2004) on peut estimer qu'en moyenne $\sigma_{diesel} \approx 0.02$N/m à 25°C. Si on suppose que la variation de tension de surface en fonction de la température est semblable à celle de l'eau, relation donnée par (Gittens, 1969), alors on peut estimer qu'à 400K : $\sigma \approx 0.008$N/m. C'est ce paramètre de tension de surface que nous utiliserons dans notre modèle.

3.8 Incertitude du modèle

Une manière simple de déterminer l'incertitude de notre modèle est d'estimer dans un premier temps les erreurs qu'il introduit. Comme le propose (Versteeg et Malalasekera, 1995), si on suppose qu'il n'y a pas d'erreur de codage dans notre logiciel, et pas d'erreur amenée par l'utilisateur, alors on distingue trois types d'erreurs :

- Les erreurs d'arrondis amenées par l'approximation des chiffres rationnels. Dans notre cas, nous effectuons nos calculs sur un machine 64-bits doubles précisons, les erreurs d'arrondis sont largement négligeables devant les autres (CD-Adapco, 2012).
- Les erreurs d'itérations qui peuvent être estimées à l'aide des résidus de calcul. Puisque nous nous sommes fixés un critère de résidus de calcul de l'ordre de 10^{-6}, il est également possible de négliger cette erreur.
- Finalement, les erreurs numériques amenées par la discrétisation du domaine de calcul représentent la plus grande source d'erreur dans un modèle numérique.

Comme on peut le voir dans les Tableaux 3.10 et 3.11, le modèle nous permet d'obtenir des valeurs de coefficients d'écoulement comparable à celles obtenues expérimentalement par San-

Tableau 3.10 Comparaison des coefficients d'écoulement entre le modèle numérique utilisé et les valeurs expérimentales de Sandia pour la condition d'injection ΔP=72MPa

ΔP=72MPa	Modèle numérique (écart relatif)	Valeurs expérimentales - Sandia
C_v	0.98 (11%)	0.88
C_a	0.83 (8.8%)	0.91
C_d	0.81 (1.3%)	0.80

Tableau 3.11 Comparaison des coefficients d'écoulement entre le modèle numérique utilisé et les valeurs expérimentales de Sandia pour la condition d'injection ΔP=138MPa

ΔP=138MPa	Modèle numérique (écart relatif)	Valeurs expérimentales - Sandia
C_v	0.97 (4.3%)	0.93
C_a	0.89 (3.5%)	0.86
C_d	0.84 (5.0%)	0.80

dia. Néanmoins, il convient désormais d'estimer l'incertitude globale du modèle. Les deux valeurs calculées directement sont C_d et C_v. On défini ainsi l'incertitude sur ΔC_v et l'incertitude sur ΔC_d à partir des erreurs relatives, telles que (Dieck, 1992) :

$$\Delta C_d = C_d \sqrt{(\text{erreur de maillage})^2 + (\text{erreur numérique})^2} \tag{3.18}$$

$$\Delta C_v = C_v \sqrt{(\text{erreur de maillage})^2 + (\text{erreur numérique})^2} \tag{3.19}$$

où l'erreur de maillage relative est estimée à 0.01 (section 4.3) pour tous les coefficients et l'erreur numérique est l'écart relatif tablé dans les Tableaux 3.10 et 3.11. De plus, puisque dans notre cas le calcul du coefficient d'aire se déduit de C_v et C_d tel que : $C_a = C_d/C_v$, alors l'incertitude ΔC_a se calcule ainsi (Dieck, 1992) :

$$\Delta C_a = C_a \left(\frac{\Delta C_d}{C_d} + \frac{\Delta C_v}{C_v} \right) \tag{3.20}$$

On obtient finalement les incertitudes créées par le modèle sur chaque coefficient d'écoulement. Elles sont données dans le Tableau 3.12. On constate que pour toutes les pressions d'in-

jection, les valeurs expérimentales de Sandia (Tableaux 3.10 et 3.11) sont dans l'intervalle de chaque coefficient d'écoulement, permettant ainsi de valider notre modèle numérique.

Tableau 3.12 Incertitude numérique du modèle

	ΔP=72MPa	Sandia	ΔP=138MPa	Sandia
$C_v \pm \Delta C_v$	0.98 ± 0.11	0.88	0.97 ± 0.04	0.93
$C_a \pm \Delta C_a$	0.83 ± 0.11	0.91	0.89 ± 0.08	0.86
$C_d \pm \Delta C_d$	0.81 ± 0.01	0.80	0.84 ± 0.04	0.80

3.9 Conclusion

Finalement, ce chapitre peut se conclure en récapitulant notre modèle complet :

- Un maillage de 152404 cellules raffiné en proche paroi et dans la buse de l'injecteur. La taille d'une cellule dans la buse de l'injecteur en proche paroi est de l'ordre de 0.13μm et sur l'axe de la buse de 3.3μm.
- Schéma de discrétisation temporelle : schéma implicite d'Euler du premier ordre dont le pas de temps est : δt = 4.10^{-10}s.
- Schémas de discrétisation spatiale :
  - Équation de conservation de la masse : schéma centré de second ordre.
  - Équation de conservation de la quantité de mouvement : schéma *upwind* de second ordre.
  - Équation de transport : schéma *upwind* de premier ordre.
  - Équation de la turbulence : schéma *upwind* de second ordre.

- Modèle de cavitation de Rayleigh-Plesset dont le nombre de germes initiaux est : n_0=$10^{14}m^3$ et le rayon initial des bulles est $R_0 = 10^{-6}m$.

- Modèle de tension de surface dont la valeur de la tension de surface de la phase liquide est : σ=0.008N/m.

- Modèle de turbulence k-ω SST Bas-Reynolds.

Finalement, les Figures 3.14 et 3.13 permettent de présenter respectivement le module de vitesse adimentionnalisé : $U^* = \|\mathbf{U}\|/U_B$ tel que : $U_B \approx 450\ m/s$, dans la pointe de l'injecteur ainsi que le profil de cavitation. Des profils similaires sont obtenus par Powell *et al.* (2011) sur un injecteur mon-trou. De plus, on retrouve aussi des profils similaires à ceux observés numériquement dans l'étude précédente deMousseau (2013). Finalement, comme l'illustre la Figure 3.15, on constate bien la présence d'une zone la zone de recirculation à l'entrée de la buse, caractéristique de ces écoulements, et similaire aux résultats obtenus par Mousseau (2013) sur un injecteur mon-trou et Payri *et al.* (2012) sur un injecteur mulit-trou. Ce chapitre permet de valider le premier sous-objectif fixé qui était : *Concevoir, puis valider, un modèle numérique d'injecteur diesel*. Il convient donc désormais de s'intéresser au second sous-objectif de ce mémoire.

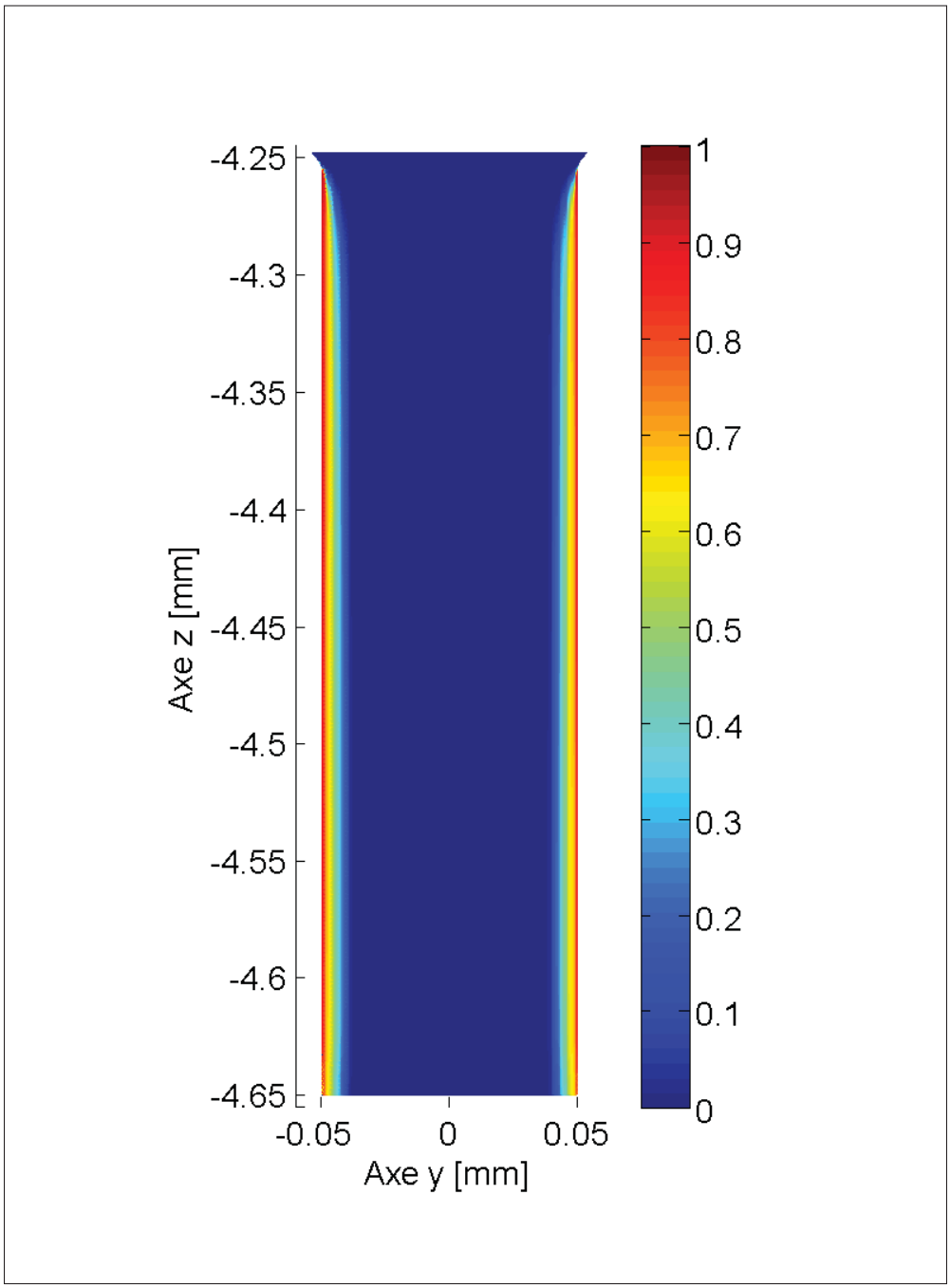


Figure 3.13 Iso-valeurs de cavitation (α_{vap}), pointe de l'injecteur à pleine ouverture d'aiguille ΔP=72MPa

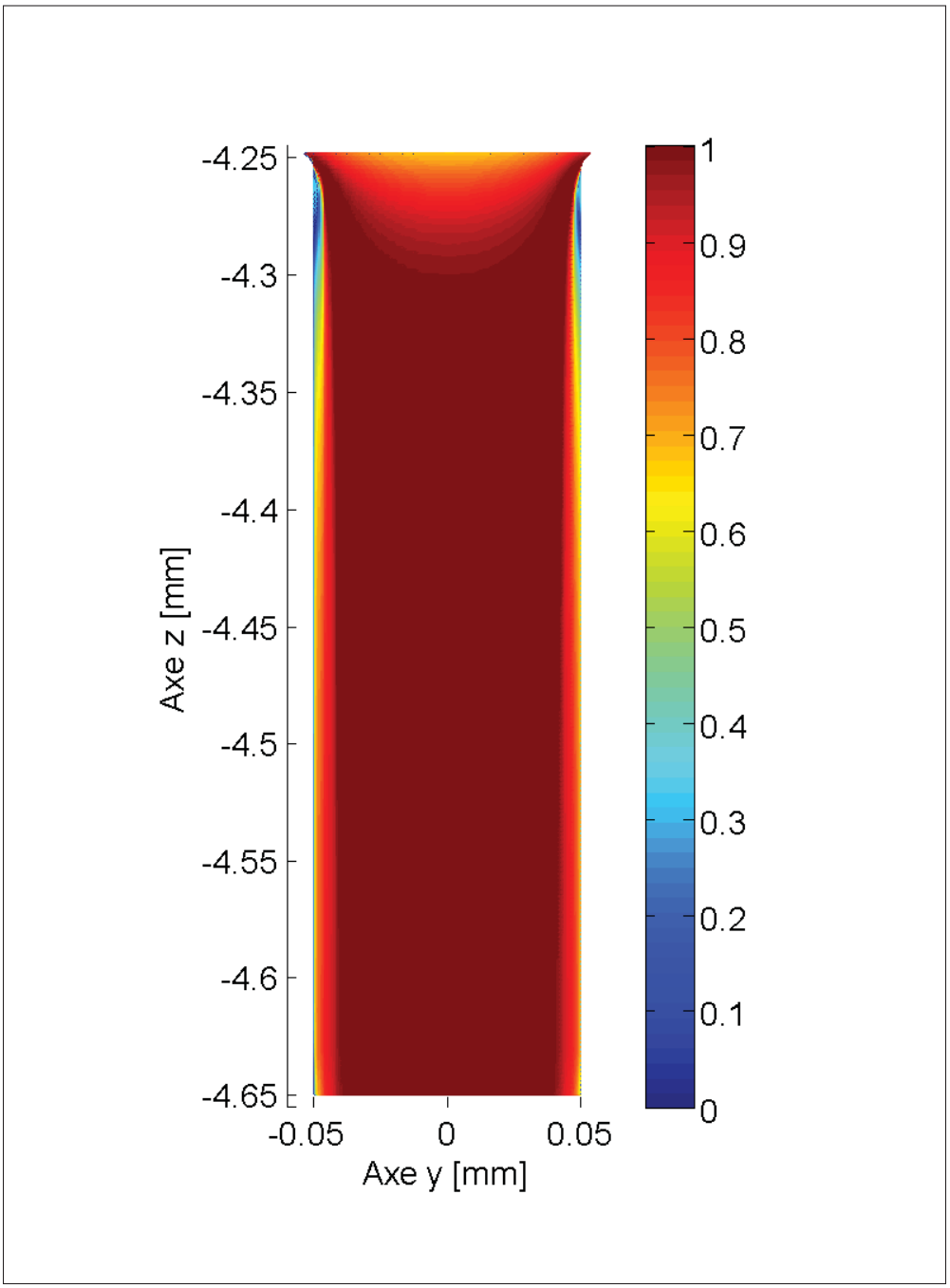


Figure 3.14 Module de vitesse adimensionnalisé, pointe de l'injecteur à pleine ouverture d'aiguille ΔP=72MPa

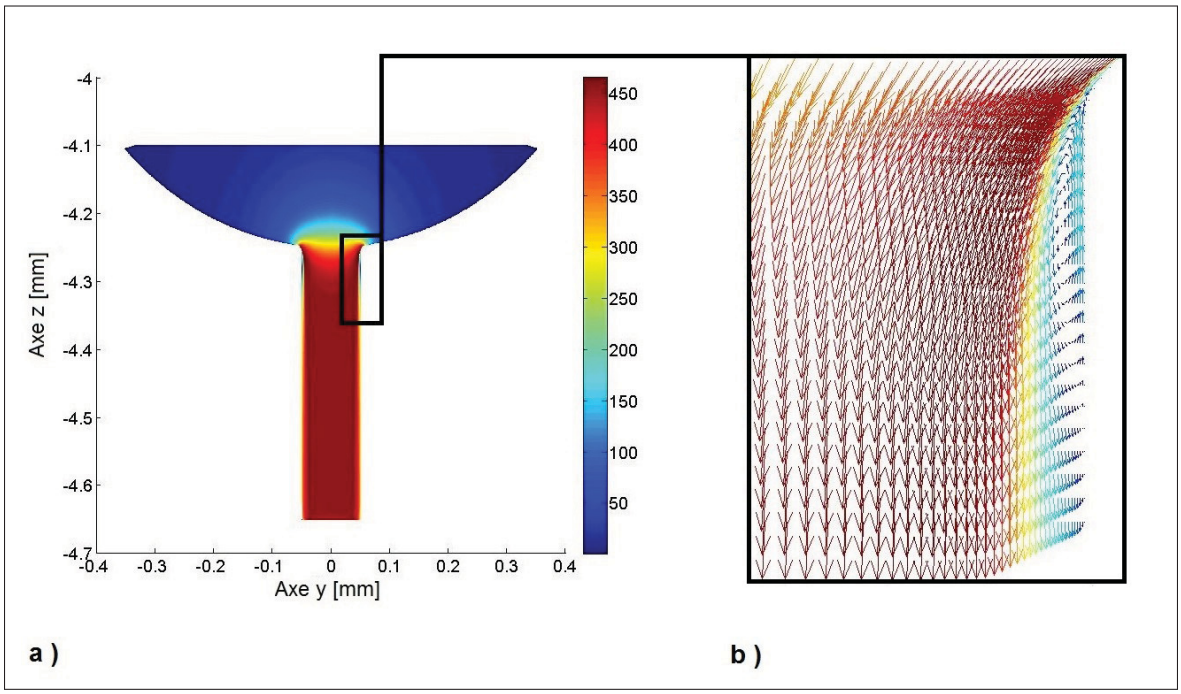


Figure 3.15 Champ des vecteurs vitesse [m/s] dans la zone recirculation en entrée de buse, tel que : ΔP=72MPa

CHAPITRE 4

CARACTÉRISATION DE L'ÉCOULEMENT EN RÉGIME PERMANENT, POUR PLUSIEURS LEVÉES D'AIGUILLE FIXE

Ce chapitre a pour but de répondre au deuxième sous-objectif énoncé de ce mémoire, à savoir : *Caractériser et étudier l'écoulement en régime permanent pour différentes levées d'aiguille*. Pour cela, nous allons suivre la méthodologie suivante :

- À partir du modèle précédent, étendre la validation de la pleine levée d'aiguille à d'autres levées intermédiaires.
- Décrire l'écoulement en fonction de la levée d'aiguille.
- Caractériser et quantifier de l'écoulement.

Il est important de préciser qu'à partir de maintenant, tous les résultats de ce chapitre ont été obtenus à partir d'une condition d'injection constante fixée à ΔP = 72MPa. Ce qui nous intéresse est uniquement l'influence de la position de l'aiguille sur l'écoulement. Ainsi, une solution stationnaire est recherchée même si dans notre modèle nous tenons compte de la cavitation, qui est traitée au moyen d'une approche transitoire. De plus, dès maintenant et jusqu'à la fin du mémoire, le paramètre H^* est introduit. Il représente la levée d'aiguille adimensionnelle telle que : $H^* = H/H_0$, où H est la levée d'aiguille en micromètre et H_0 = 480μm est la levée d'aiguille maximale.

4.1 Adaptation du modèle pleine levée d'aiguille pour des positions d'aiguille intermédiaires

Le précédent chapitre a permis de déterminer un modèle valide d'écoulement pour un injecteur à pleine levée d'aiguille. Cette section va chercher à adapter les conclusions précédentes pour différentes levées d'aiguilles. Par conséquent, les schémas de discrétisations (temporelle et spatiaux) et les modèles de turbulence, cavitation et tension de surface restent inchangés. Il peut être nécessaire de préciser que lorsque l'on parle de levée d'aiguille, il s'agit de la distance

Rapport-Gratuit.com

axiale, donc mesurée parallèlement à l'axe de l'injecteur, qui sépare l'aiguille du corps de l'injecteur. La première chose qui a été constatée est la nécessité de raffiner le maillage dans le volume de sac, particulièrement pour les faibles levées d'aiguilles. En effet, sans cela, les niveaux de résidus de calculs restent relativement élevés puisque l'on constate la présence de structures turbulentes, inexistantes à pleine levée d'aiguille, qui complexifient l'écoulement. Nous y reviendrons ultérieurement. Les Tableaux 4.1 et 4.2 permettent de tabler les différentes levées d'aiguilles réalisées dans ce mémoire et leur maillage associé.

Tableau 4.1 Taille du maillage pour les faibles levées d'aiguille.

Levée d'aiguille [μm]	5	10	20	30	40	50
H^*	0.010	0.021	0.042	0.062	0.083	0.10
Nombre de cellules	317226	317226	317226	316722	317422	317520

Tableau 4.2 Taille du maillage des levées d'aiguille intermédiaires, jusqu'à la pleine ouverture.

Levée d'aiguille [μm]	75	100	150	320	480
H^*	0.16	0.21	0.31	0.67	1.0
Nombre de cellules	318220	318416	239750	152404	152404

Avec ces maillages raffinés dans le volume de sac, il est possible d'obtenir des résidus de calcul compatibles avec le critère du Chapitre 4 où des résidus inférieurs à 10^{-5} étaient recherchés. De la même manière que pour la pleine ouverture, un calcul d'indice GCI a été réalisé afin de valider le maillage. Ce calcul n'a cependant pas été réalisé sur tous les nouveaux maillages, seulement sur le cas le plus exigeant, c'est-à-dire H^*=0.010, de la plus faible levée d'aiguille. De même que pour l'étude de maillage de la section 4.3, on notera N le nombre de cellules du maillage et V le volume total du maillage.

Deux régions du maillage ont servi de références : le centre du volume de sac, noté d'indice A ; et l'axe de l'injecteur en entrée de buse, noté B. Dans ces régions, à la fois la vitesse et la pression ont été relevées. Les paramètres du calcul d'indice GCI sont donnés dans le Tableaux 4.3 pour le point A et dans le Tableau 4.4 pour le point B. Les résultats de cette étude sont donnés dans le Tableau 4.5. On peut considérer qu'avec ce maillage, l'erreur est de l'ordre de 3%. Pour la suite, puisque la taille des maillages est similaire entre les différentes levées d'aiguilles, on va faire l'hypothèse que nos indices GCI sont également similaires et donc que l'erreur due aux maillages est acceptable.

Tableau 4.3 Paramètres utilisés dans l'étude GCI, situé au point A du maillage

Type de maillage	**N**	**V[mm^3]**	$\mathbf{vm_A}[\mathbf{m/s}]$	$\mathbf{P_A}[\mathbf{Pa}]$
Grossier - indice 1	143402	2.31220	10.83	$13.13.10^6$
Intermédiaire - indice 2	317226	2.31221	10.765	$13.64.10^6$
Raffiné - indice 3	717500	2.31221	13.13	$13.47.10^6$

Tableau 4.4 Paramètres utilisés dans l'étude GCI, situé au point B du maillage

Type de maillage	**N**	**V[mm^3]**	$\mathbf{vm_B}[\mathbf{m/s}]$	$\mathbf{P_B}[\mathbf{Pa}]$
Grossier - indice 1	143402	2.31220	129.79	$7.11.10^6$
Intermédiaire - indice 2	317226	2.31221	135.66	$7.27.10^6$
Raffiné - indice 3	717500	2.31221	135.98	$7.19.10^6$

Tableau 4.5 Résultats de l'étude GCI

$\phi_\mathbf{i}$	GCI_{21} [%]	GCI_{32} [%]
vm_A	0.66	0.028
P_A	0.76	2.36
vm_B	0.015	0.31
P_B	1.36	2.79

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

4.2 Description de l'écoulement en fonction de la levée d'aiguille

Dans un premier temps, le débit massique de carburant, en [g/s], ainsi que les coefficients d'écoulement C_d et C_v sont présentés par la Figure 4.1, en fonction de la levée d'aiguille. Les valeurs des coefficients de référence (Sandia) pour la pleine ouverture sont données à titre indicatif. On constate que le débit massique de carburant et les coefficients d'écoulements convergent très rapidement, à partir de faibles levées d'aiguilles ($H^* \approx 0.10$). La même observation a été faite par Xue *et al.*; Sayin *et al.* (2013), sur des injecteurs multi-trou et par Powell *et al.* (2011) sur un injecteur mono-trou. Une première conclusion importante est donc que passé une certaine valeur, le débit de carburant injecté ne dépend plus de la position de l'aiguille. Dans ce cas, passé H^*=6.2 (H=30μm), le débit reste stable à 0.25g/s.

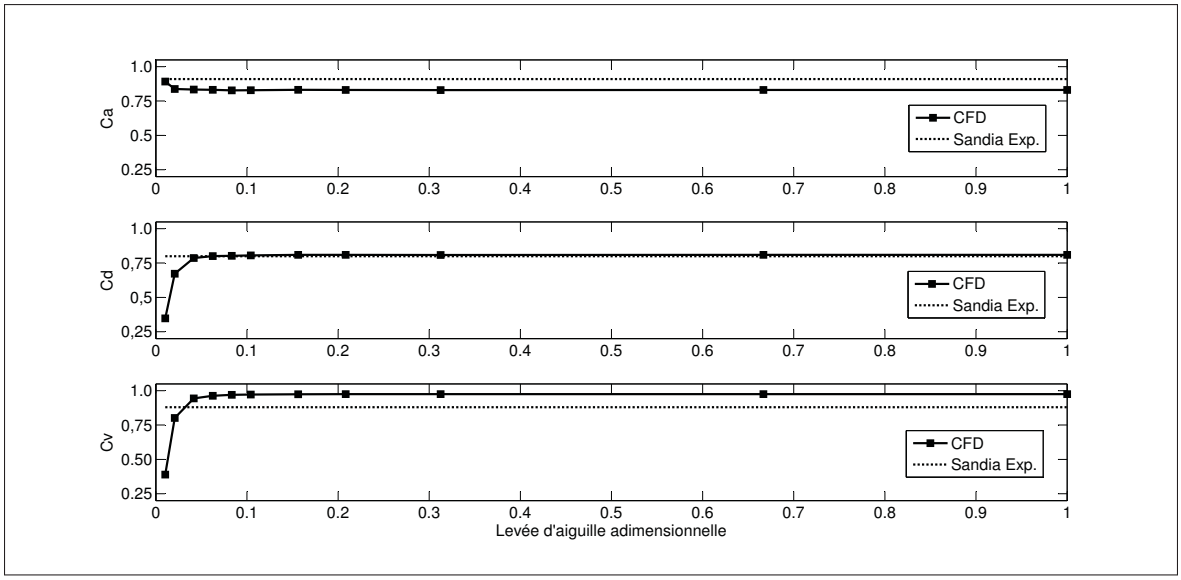
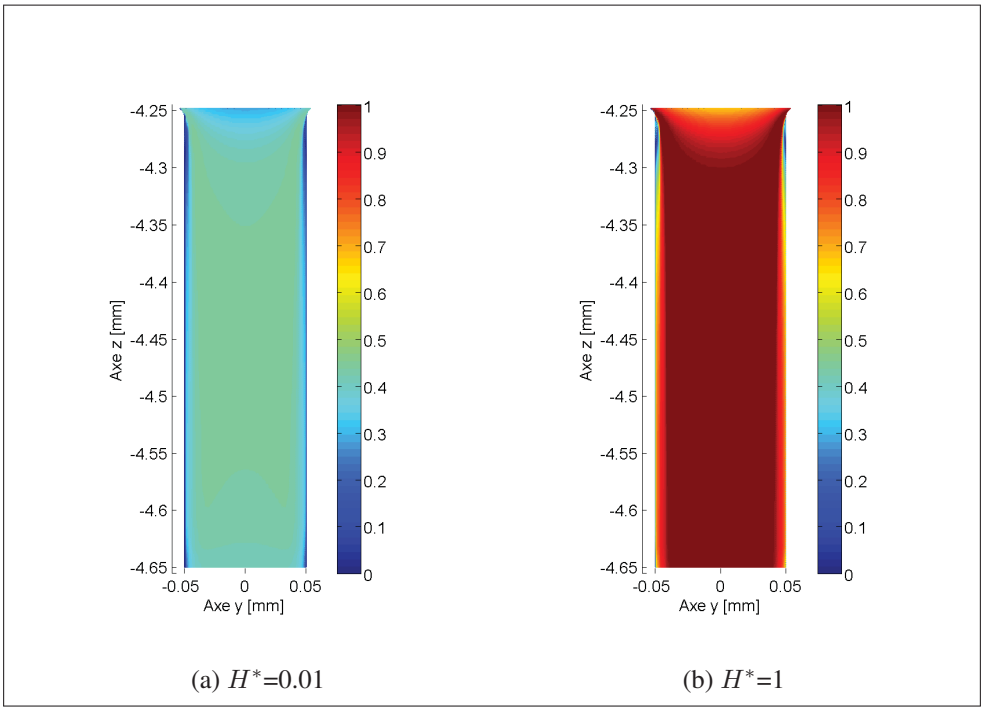


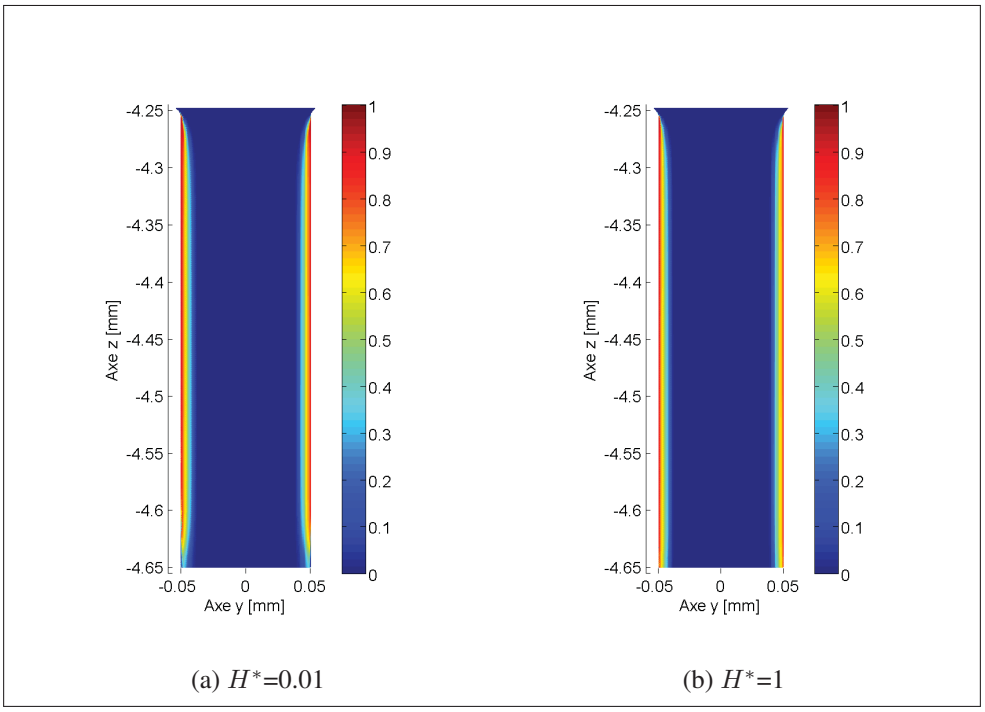
Figure 4.1 a) Débit massique [g/s] en fonction de H^* ; b) Coefficient de débit en fonction de H^* ; c) Coefficient de vitesse en fonction de H^* ; tel que ΔP=72MPa

Les Figures 4.2 et 4.3 montrent respectivement le module de vitesse adimensionnallisé : $U^* = \|\mathbf{U}\|/U_B$ tel que : $U_B \approx 450m/s$, et l'iso-valeurs de cavitation, dans la pointe de l'injecteur, pour deux levées d'aiguille extrêmes H^*=0.01 et H^*=1. Ainsi, même pour deux levées d'aiguille extrêmes, l'écoulement dans la buse est relativement similaire.



(a) H^*=0.01 (b) H^*=1

Figure 4.2 Module de vitesse adimensionnalisé dans la pointe de l'injecteur, pour les deux levées d'aiguille extrêmes ; tel que ΔP=72MPa

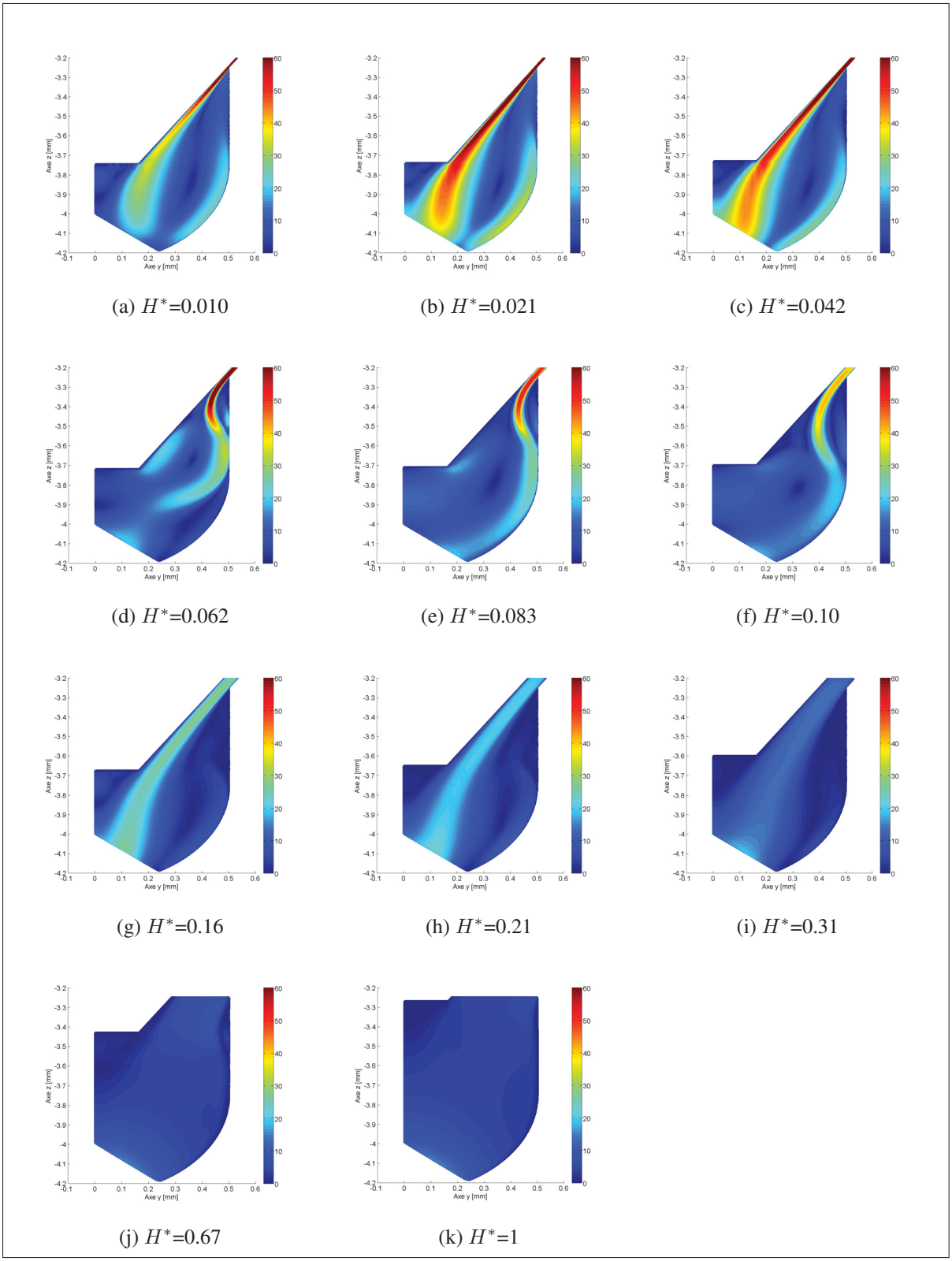


(a) H^*=0.01 (b) H^*=1

Figure 4.3 Iso-valeurs de la fraction volumique de vapeur α_{vap}, dans la pointe de l'injecteur, pour les deux levées d'aiguille extrêmes ; tel que ΔP=72MPa

Partant de ce constat, il semble que l'impact de la position de l'aiguille sur l'écoulement se situe autre part, en particulier en amont, dans le volume de sac. En effet, l'étude de Powell *et al.* (2011) montre entre autres que la zone dans laquelle l'écoulement est le plus influencé par la levée d'aiguille est le volume de sac. Nous allons donc nous concentrer sur l'observation des phénomènes qui apparaissent dans cette région. Pour cela, les prochaines figures seront présentées dans la région du volume de sac de l'injecteur comme illustré sur la Figure 3.2-c). En raison des très forts gradients de vitesse et de pression à l'entrée de la buse de l'injecteur, cette partie a été coupée pour faciliter la visualisation. Ainsi, la Figure 4.4 montre le module de vitesse [m/s] dans le volume de sac pour toutes les levées d'aiguille testées. Il est intéressant de constater que l'on peut décomposer la dynamique dans le volume de sac en 4 phases :

- La première phase se situe pour : $H^* < 0.062$ (5μm, 10μm et 20μm), c'est-à-dire pour les Figures 4.4-a),-b) et -c). Ici, l'étranglement entre l'aiguille et le corps de l'injecteur est tel que l'écoulement arrive dans le volume de sac sous forme d'un jet à haute vitesse ($\approx$ 160 m/s pour H^*=0.010) qui reste collé à la paroi de l'aiguille (Figure 4.4-a). Cette dynamique créée un tourbillon entre le jet principal et le corps de l'injecteur.
- La seconde phase se situe pour : $0.062 \leq H^* < 0.16$ (30μm, 40μm et 50μm), c'est-à-dire des Figures 4.4-d) à -f). Dans ce cas, puisque la section de passage est plus grande, la vitesse du jet diminue ($\approx$ 70 m/s pour H^*=0.062). Cependant, contrairement au précédent cas et comme le montre la Figure 4.4-e, on observe un décollement de l'écoulement et le tourbillon principal se situe désormais sous le jet créé par l'étranglement.
- La troisième phase se situe dans l'intervalle : $0.16 \leq H^* < 0.67$ (75μm, 100μm et 150μm) comme l'illustre les Figures 4.4-g) à -i). Ici, on retrouve une dynamique globale qui ressemble à la première partie, puisque le jet retourne se coller contre la paroi de l'aiguille.
- Finalement, on définit la quatrième et dernière phase pour les levées d'aiguilles comprises dans l'intervalle : $0.67 \leq H^* \leq 1$ (320μm et 480μm). Les Figures 4.4-j) et -k) illustrent cette phase. Ici, la section de passage est tellement importante que l'écoulement dans le volume de sac se stabilise autour de 3 m/s et les structures tourbillonnaires tendent peu à peu à disparaître lorsque l'aiguille finit son ouverture.



(a) H^*=0.010 (b) H^*=0.021 (c) H^*=0.042

(d) H^*=0.062 (e) H^*=0.083 (f) H^*=0.10

(g) H^*=0.16 (h) H^*=0.21 (i) H^*=0.31

(j) H^*=0.67 (k) H^*=1

Figure 4.4 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac pour différentes levées d'aiguilles, tel que ΔP=72MPa

Comme on peut le constater, le jet formé dans le volume de sac va créer des tourbillons dont on va chercher à déterminer la vitesse de rotation angulaire. Pour la quantifier, on pourrait à priori utiliser le vecteur de vorticité, qui se définit comme le rotationnel du vecteur vitesse (Kundu, 2012). Ce vecteur vorticité permet de quantifier la rotation d'une particule de fluide dans un écoulement. Cependant, dans le cas d'un écoulement interne, la majeure partie de la vorticité est créée par le cisaillement du fluide à la paroi (Kundu, 2012). Par conséquent, l'information que l'on souhaite extraire, c'est-à-dire la rotation du tourbillon seul, est noyée par la vorticité de cisaillement. Une manière de suivre ces tourbillons pourrait être l'utilisation du critère lambda-2 (Kundu, 2012). Dans ce mémoire, il a été choisi de réaliser la même approche que Graftieaux *et al.* (2001) en considérant ce tourbillon comme un corps rigide en rotation et en lui appliquant la définition du moment cinétique. Ainsi, on obtient la vitesse de rotation angulaire $\mathbf{\Omega}$ [rad/s] telle que :

$$\mathbf{\Omega}(P) = \frac{\mathbf{PM} \wedge \mathbf{U}(M)}{\|\mathbf{PM}\|^2} \tag{4.1}$$

où P désigne le centre du tourbillon et M un point autour de celui-ci (problème 2-D). La Figure 4.5 illustre l'équation (4.1) où l'on voit le centre fixe du tourbillon, noté P. Les particules M et M' tournent autour de ce centre P avec une vitesse de rotation angulaire d'environ 140 rad/s. Le numérateur de l'équation (4.1) représente le moment cinétique du tourbillon (considéré comme un corps rigide en rotation) et le dénominateur son moment d'inertie. La mesure de $\mathbf{\Omega}$ est un bon indice de quantification des structures tourbillonnaires puisqu'il permet à la fois de trouver l'orientation de la rotation et son intensité.

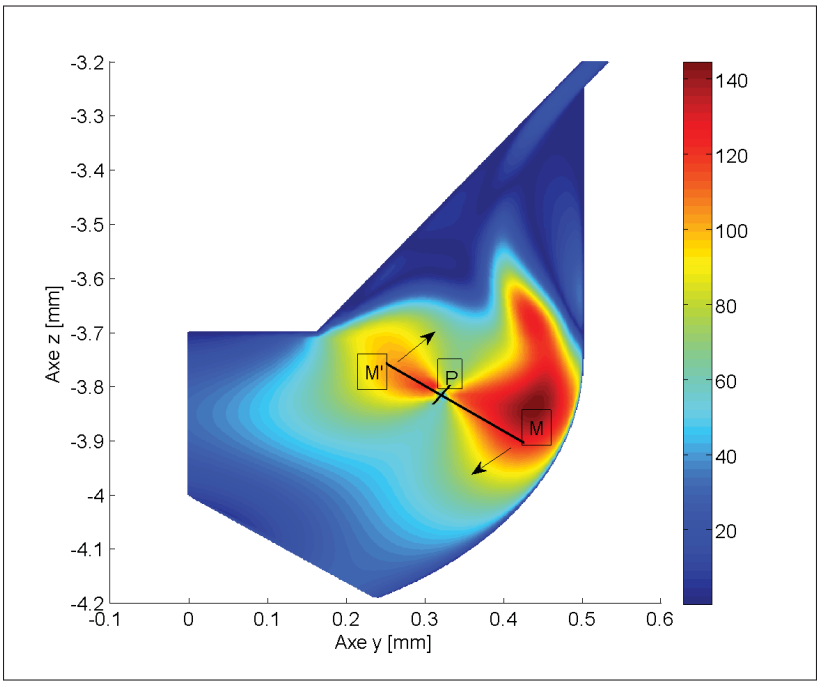


Figure 4.5 Schéma explicatif des termes de l'équation (4.1)

On constate cependant qu'il est nécessaire de déterminer au préalable le centre de rotation de ce tourbillon, noté P. Pour cela, une fonction Γ, tirée des travaux de Graftieaux *et al.* (2001) a été utilisée. Cette fonction se définit ainsi :

$$\Gamma(P) = \frac{1}{S}\iint_S \frac{(\mathbf{PM} \wedge \mathbf{U}(M)).\mathbf{z}}{\|\mathbf{PM}\|.\|\mathbf{U}(M)\|}\, dS \tag{4.2}$$

$$= \frac{1}{S}\iint_S \sin(\theta_M) dS \tag{4.3}$$

où M désigne un point de la surface S et **U**(M) la vitesse en ce point. L'angle θ_M se définit donc comme l'angle entre les vecteurs $\mathbf{PM}$ et **U**(M). Ainsi, si P est le centre d'un tourbillon, alors : $|sin(\theta_M)| \approx 1$. Pour illustrer cela, la fonction Γ a été tracée pour un des 11 cas d'études : H^*=0.021. La Figure 4.6 montre les valeurs prises par la fonction $\|\Gamma\|$ pour H^*=0.021. Le tourbillon à la pointe l'aiguille, ne nous intéresse pas pour la caractérisation de notre écoulement puisqu'il n'est pas directement associé au jet, mais davantage à la géométrie. C'est bien sur l'autre que nous nous attarderons.

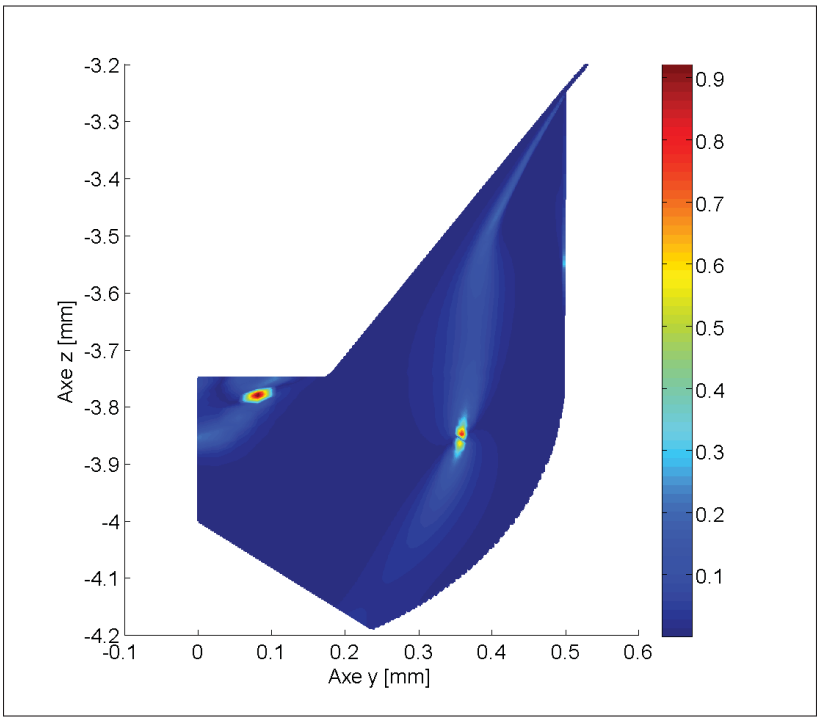
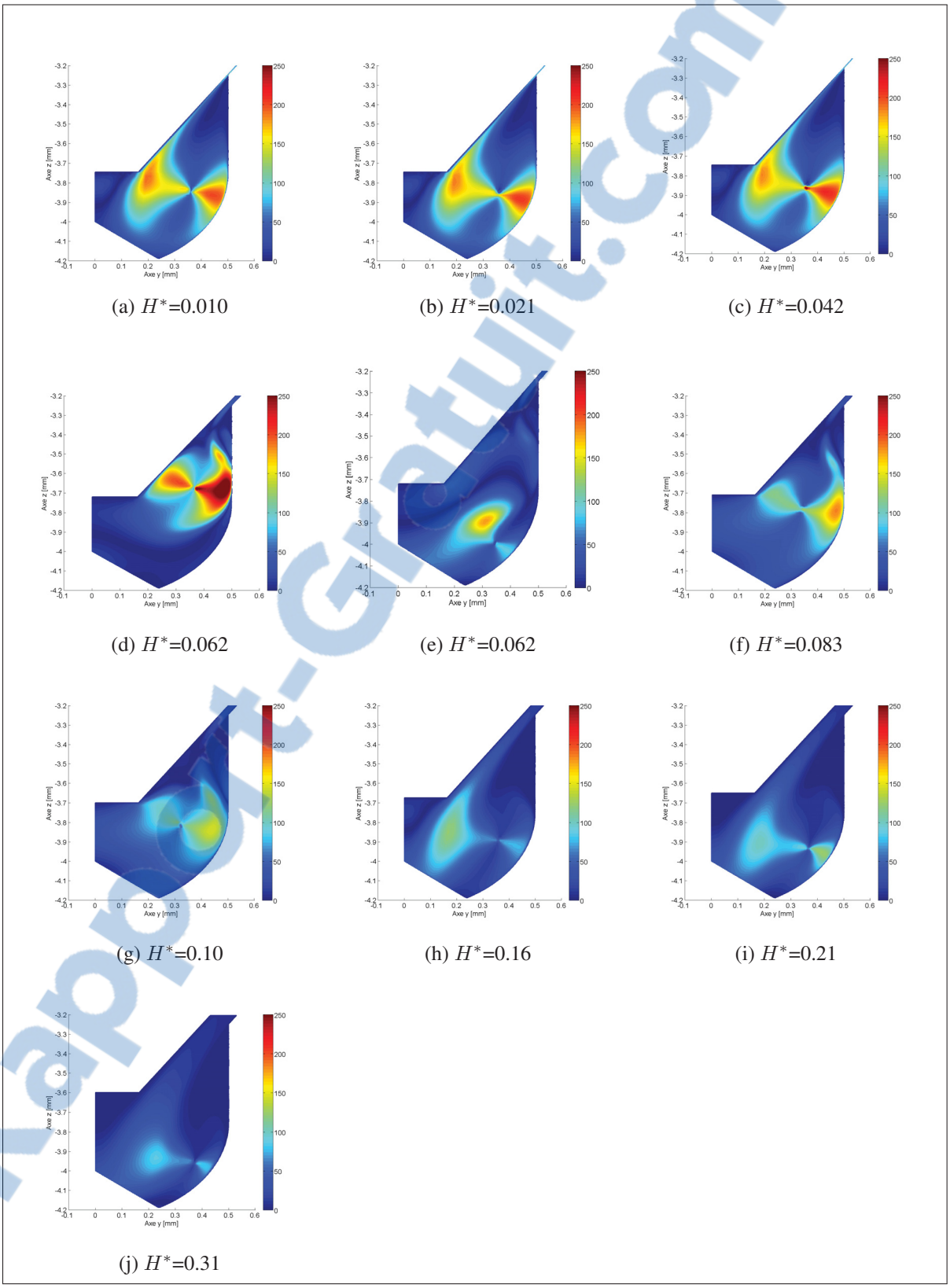


Figure 4.6 Fonction $\|\Gamma\|$ permettant de déterminer le centre des tourbillons, tel que : H^*=0.021 & ΔP=72MPa

Le centre P de chaque tourbillon a ainsi été déterminé, à l'aide de la fonction Γ, afin de calculer la valeur de $\mathbf{\Omega}$ pour chaque levée d'aiguille. La Figure 4.7 présente les résultats obtenus. Sur cette figure, il s'agit de la valeur absolue de $\mathbf{\Omega}$ qui est tracée afin de faciliter la visualisation. À noter que pour la valeur H^*=0.062, on peut trouver deux tourbillons principaux dans le sac (Figures 4.7-d) et -e)) d'où la présence de deux figures pour la même levée d'aiguille. De plus, lorsque l'aiguille est presque complètement ouverte, il n'y a plus de structures tourbillonnaires dans le sac, d'où l'absence des levées H^*=0.67 et H^*=1.



(a) H^*=0.010 (b) H^*=0.021 (c) H^*=0.042

(d) H^*=0.062 (e) H^*=0.062 (f) H^*=0.083

(g) H^*=0.10 (h) H^*=0.16 (i) H^*=0.21

(j) H^*=0.31

Figure 4.7 Vitesse angulaire [rad/s] du tourbillon dans le volume de sac pour différentes levées d'aiguilles ; tel que ΔP=72MPa

Rapport-Gratuit.com

Ainsi si on applique la même décomposition en quatre phases on distingue :

- La première phase, Figure 4.7-a) à -c) où l'écoulement est collé à l'aiguille et où on observe un important tourbillon, relativement stable au cours de la levée d'aiguille, tournant dans le sens anti-horaire et dont la vitesse de rotation angulaire est 250 rad/s.
- La deuxième phase, Figure 4.7-d) à -g), où l'écoulement est décollé. Pour le cas de H^*=0.062 (Figure 4.7-d) à -e)), on observe deux tourbillons principaux dont l'un tourne dans le sens horaire avec une intensité d'environ 250 rad/s (Figure 4.7-d)) et l'autre dans le sens antihoraire avec une intensité d'environ 200 rad/s. C'est le seul cas où on peut observer deux tourbillons. En effet, le confinement de l'espace dans ce volume est tel que dès H^*=0.083 (Figures 4.7-f)), seulement un seul tourbillon, tournant dans le sens horaire, est observé.
- La troisième phase, entre H^*=0.16 et H^*=0.31, est illustrée par les Figures 4.7-h) à -j). Ici, on retrouve la configuration des très faibles levées d'aiguilles où un seul tourbillon tournant dans le sens antihoraire est observé. Cependant, comme la vitesse du jet a fortement diminué par rapport aux faibles ouvertures, la vitesse de rotation est moindre, autour de 100 rad/s.
- Finalement, dans la quatrième phase précédemment définie, l'écoulement dans le volume de sac est tel qu'aucun tourbillon ne peut s'observer. Il n'est donc pas possible de définir le vecteur $\mathbf{\Omega}$ dans ce cas.

On constate alors que les trois premières phases sont les plus intéressantes à étudier puisqu'elles traduisent des phases d'attachement-détachement puis rattachement du jet dans le volume de sac. Nous allons donc essayer de déterminer qu'elles sont les causes possibles de cette modification de la dynamique de l'écoulement en fonction de la levée d'aiguille, qui pourraient expliquer pourquoi le jet passe par des périodes d'attachement-rattachement.

4.3 Décollement-recollement du jet dans le volume de sac

La tendance que peut avoir un jet à dévier de sa trajectoire initiale pour venir se coller à une paroi solide proche est mieux connue sous le nom d'effet Coanda (Tritton, 1988). Si on ne s'attarde qu'à l'effet Coanda sur plaque plane inclinée, des études comme celles réalisés par Newman (1961) ont montré l'impact de l'angle d'inclinaison α, de la plaque par rapport au jet, sur le phénomène d'attachement et de rattachement du jet sur la paroi. Une étude plus récente, (Allery *et al.*, 2004), s'est également attachée à étudier l'impact du nombre de Reynolds du jet, Re_{jet}, sur la phénomène d'attachement et de rattachement sur la paroi. Il a été observé que le paramètre qui influence ce phénomène d'attachement-rattachement est le couple (α,Re_{jet}) et que ce phénomène est associé à un effet d'hystérésis (Allery *et al.*, 2004). Cela signifie qu'il existe un couple (α,Re_{jet}) associé au décollement du jet, et un autre couple associé à son recollement.

Notre géométrie est différente de celle utilisée par Allery *et al.* (2004), mais grâce à cette dernière, nous savons qu'il existe un lien entre le nombre de Reynolds du jet et le phénomène d'attachement-rattachement du jet. Dans notre cas, le paramètre α est fixé par la géométrie de l'injecteur. Le but est alors d'étudier l'évolution du paramètre Re_{jet} en fonction de la levée d'aiguille pour observer comment celui-ci se comporte. On défini le nombre de Reynolds du jet tel que :

$$Re_{jet} = \frac{\rho_{liq} U_{jet} D_H}{\mu_{liq}} \tag{4.4}$$

où U_{jet} est la vitesse maximale du jet en entrée de sac, juste après l'étranglement entre l'aiguille et le corps de l'injecteur. Le terme D_H est le diamètre hydraulique relatif à la section de passage du jet. Ce diamètre augmente donc linéairement avec l'augmentation de la levée d'aiguille.

La vitesse du jet U_{jet} décroit quant à elle lorsque la levée d'aiguille augmente, comme il avait été vu sur la Figure 4.4. D'après les résultats numériques obtenus, on peut même montrer que la vitesse du jet peut être approximée par un loi en puissance du type :

$$U^*_{jet}[\%] \approx 62.41\ H^*[\%]^{-0.85} \tag{4.5}$$

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

avec un coefficient de corrélation : $r^2 = 0.98$, où $U^*_{jet} = U_{jet}/U_B$, tel que U_B soit la vitesse théorique maximale de Bernoulli ($U_B \approx 450\ m/s$).

La Figure 4.8 montre la corrélation entre les données CFD et la loi (4.5). Ainsi, si le diamètre hydraulique augmente tandis que la vitesse du jet diminue, cela devrait laisser apparaître un point critique où l'on observe un changement dans l'évolution du nombre de Reynolds en fonction de la levée d'aiguille. À partir des données CFD, on peut alors calculer le nombre de Reynolds du jet en fonction de la levée d'aiguille.

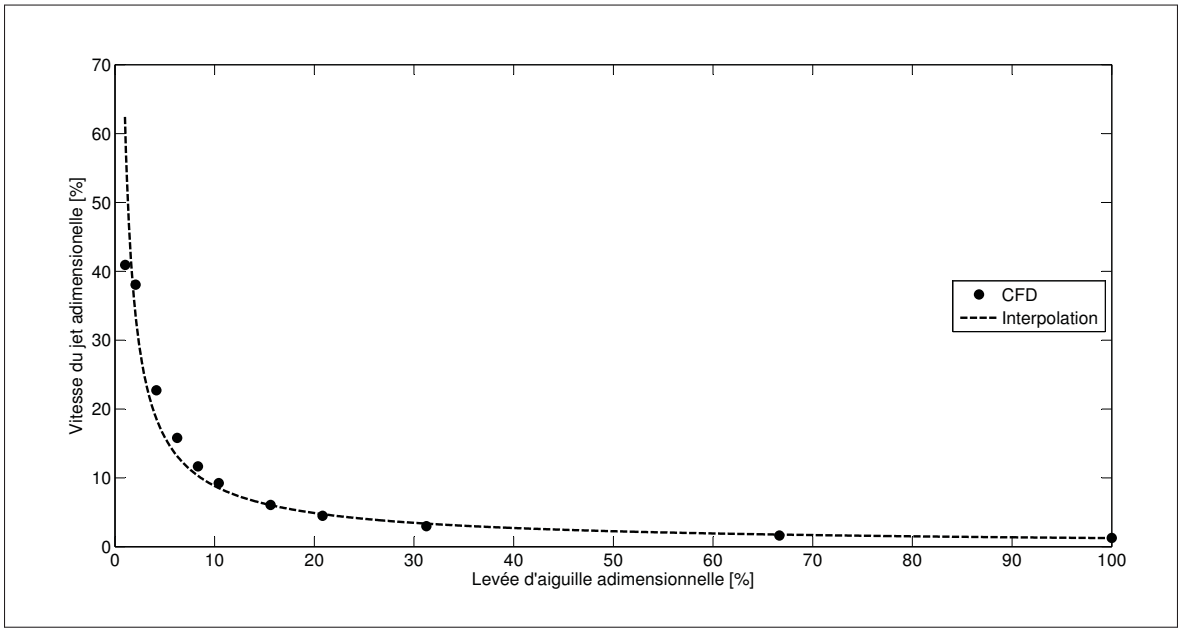


Figure 4.8 Corrélation sur la vitesse du jet entre les données CFD et la loi (4.5)

La Figure 4.9 trace la fonction $Re_{jet} = f(H_{\%})$. Sur cette figure, on constate que la fonction f atteint un maximum pour H^*=0.062. Ce qui correspond exactement à la levée d'aiguille où une séparation du jet est numériquement observée. Cela signifie qu'au début de l'injection, lorsque l'aiguille monte, le nombre de Reynolds augmente jusqu'à une valeur critique $Re_c \approx 6250$ pour H^*=0.062. Là, le jet se décolle. Il ne vient se recoller à la paroi que lorsque $Re_{jet} \approx 5750$ pour H^*=0.062. Les quatre précédentes périodes ont également été identifiées sur la Figure 4.9. La première correspond à la phase où le jet est collé à la paroi et où le nombre de Reynolds croît. Lorsque l'on atteint le nombre critique Re_c, le jet se décolle et le nombre de Reynolds

diminue. Par la suite, la troisième période où le jet va venir recoller la paroi. Finalement, la dernière phase où tandis que l'aiguille continue de se lever, le nombre de Reynolds reste stable et la dynamique de l'écoulement dans le volume de sac également.

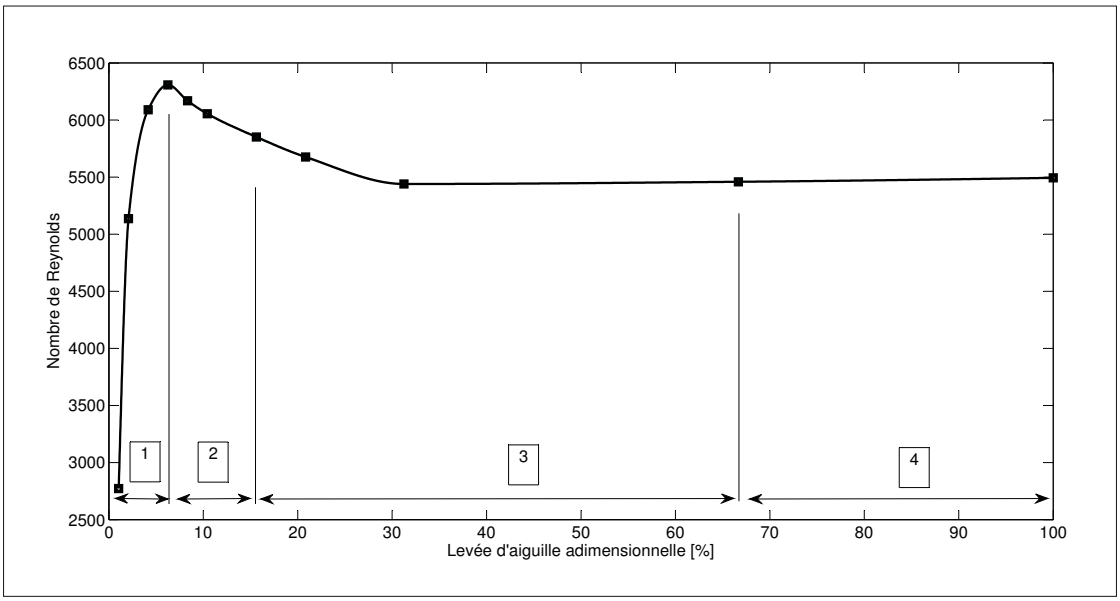


Figure 4.9 Nombre de Reynolds du jet en fonction de la levée d'aiguille avec les quatre phases données à titre de référence

4.4 Conclusion

L'étude de l'écoulement pour différentes levées d'aiguille a montré dans un premier temps que les coefficients d'écoulement convergent très vite vers une valeur limite. Pour de très faibles levées, le débit de carburant est évidemment moindre qu'à pleine ouverture, mais on a montré que dans nos conditions, à partir de 6% de l'ouverture maximale, le débit injecté est le même qu'à pleine ouverture et les coefficients d'écoulement restent stables.

L'étude a également mis en évidence quatre phases caractéristiques de la dynamique de l'écoulement. La première, pour $H^* < 0.062$ où on observe un jet principal collé contre l'aiguille. Puis, pour $0.062 \leq H^* < 0.16$, le jet se décolle dans le volume de sac et entraine une complexification de la dynamique. Par la suite, la troisième période pour $0.16 \leq H^* < 0.67$ où le jet se

recolle contre l'aiguille. Finalement, pour $H^* \geq 0.67$, la dynamique devient monotone dans le volume de sac puisque le profil de vitesse devient relativement homogène dans cet espace.

Ce chapitre permet de conclure le second sous-objectif qui était de : *Caractériser et étudier l'écoulement en régime permanent pour différentes levées d'aiguille*. Cependant, comme il a été précisé en introduction, on observe expérimentalement des pressions oscillantes dans les injecteurs diesel. On peut légitimement se demander si cette oscillation peut exciter les structures tourbillonnaires précédemment observées et modifier la dynamique de l'écoulement.

CHAPITRE 5

CARACTÉRISATION DE L'ÉCOULEMENT POUR UNE PRESSION D'INJECTION FLUCTUANTE, ET UNE LEVÉE D'AIGUILLE FIXE

Ce chapitre a pour but de répondre au troisième sous-objectif de ce mémoire : *Caractériser et étudier l'influence d'une pression d'injection oscillante sur la dynamique d'un injecteur à levée d'aiguille fixe*.

Pour cela, nous allons suivre la méthodologie suivante :

- Mise en place du problème et présentation des signaux d'excitations utilisés.
- Étudier la réponse du système excité par l'extraction de structures cohérentes.

De la même manière que dans le chapitre précédent, les résultats présentés seront limités au volume de sac seulement, car c'est dans cette zone que la dynamique est le plus influencée. Ce chapitre s'intéressera principalement à l'impact d'une pression oscillante sur la dynamique de l'écoulement. La position de l'aiguille sera donc fixée (c.f. section suivante).

Le deuxième point de la méthodologie de ce chapitre évoque l'extraction de structures cohérentes pour étudier la réponse du système à une excitation. Pour cela, l'outil utilisé est la décomposition du champ de vitesse en modes propres orthogonaux ou *Proper Orthogonal Decompostion* (POD). En effet, la POD est un outil mathématique généralement utilisé pour identifier les structures cohérentes dans un écoulement turbulent (Holmes *et al.*, 1998). Dans notre cas d'étude, une approche particulière de la POD générale, appelée méthode des *snapshots*, a été utilisée (Sirovich, 1989). La deuxième partie de ce chapitre s'attardera à décrire cette méthode, mais d'abord, intéressons-nous à la mise en contexte du problème.

5.1 Mise en contexte du problème

Comme mentionné plus haut, l'objectif majeur de ce chapitre est d'étudier la réponse à une excitation de l'écoulement interne d'un injecteur diesel. À partir des travaux de Wang et Su

(2010) et Wang *et al.* (2012), il a été possible de déterminer deux pressions d'excitation représentatives de ce que l'on peut retrouver expérimentalement lors de l'injection. Les travaux de Wang *et al.* (2012) ont mesuré expérimentalement les variations de pression que l'on peut retrouver dans un injecteur diesel mono-trou en condition réelle d'injection. Ils ont observé que les variations de pression pouvaient être considérées comme périodique et qu'en fonction des conditions d'injection, la fluctuation de pression se situe entre 3% et 10% de la valeur moyenne. Ainsi, deux signaux S1 et S2 dont les caractéristiques ont été déduites des travaux de Wang et Su (2010) et Wang *et al.* (2012) ont été utilisés et sont données dans le Tableau 5.1. La Figure 5.1 permet d'illustrer la forme du signal S1.

Tableau 5.1 Propriétés des pressions d'excitations S1 et S2

	Signal S1	Signal S2
Forme de l'onde	triangulaire	triangulaire
Moyenne [MPa]	72	72
Amplitude [MPa]	8	8
fréquence (f) [kHz]	20	1

De plus, la position de l'aiguille reste fixe au cours de l'injection de manière à n'observer que l'influence de l'excitation sur l'écoulement. Ici, il a été choisi de réaliser l'étude pour deux levées d'aiguille : H^*=0.010 $\Leftrightarrow$ $H = 5\mu$m, et H^*=0.062 $\Leftrightarrow$ $H = 30\mu$m. Il a sciemment été décidé de ne pas réaliser l'étude sur toutes les levées d'aiguille en raison du temps de calcul trop important, notamment avec le signal S2 si l'on veut observer au minimum une période du signal. Les deux positions d'aiguilles sélectionnées ont été choisies, car se sont des levées très faibles par lesquelles un injecteur, en condition réelle d'injection, doit le plus souvent passer. De plus, la levée H^*=0.062 a précédemment été identifiée comme une des positions affectant le plus l'écoulement dans le volume de sac. En effet, le jet se retrouve décollé et on observe des structures complexes dans le sac. On peut alors légitimement se demander si ces structures

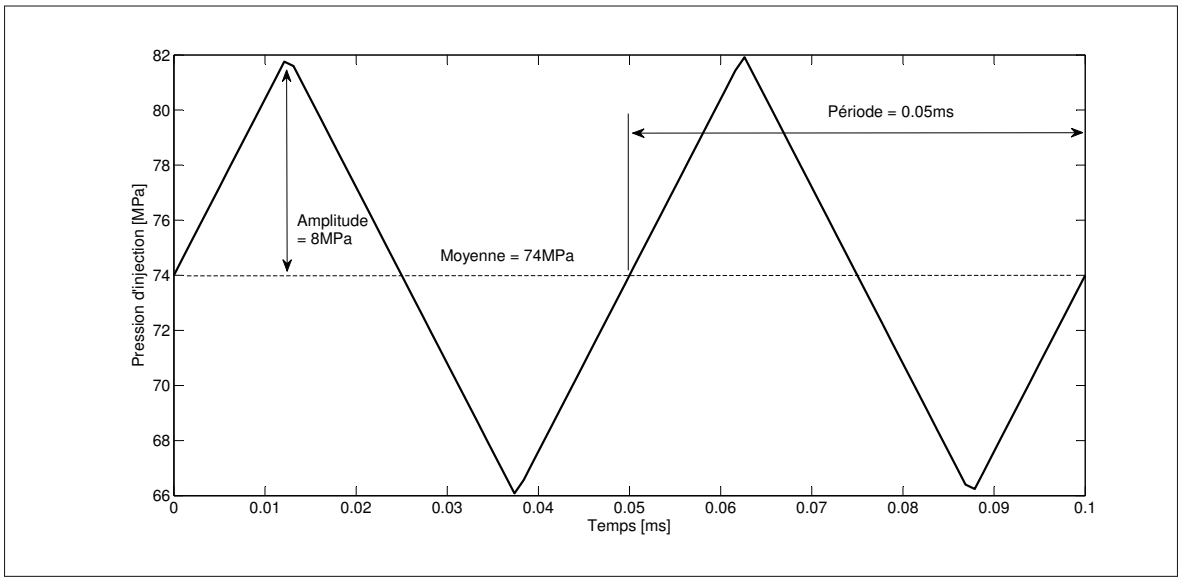


Figure 5.1 Signal S1

complexes peuvent être affectées par une excitation extérieure et venir influencer la dynamique globale de l'écoulement dans l'injecteur.

5.2 Généralités sur la méthode de décomposition en modes propres orthogonaux (POD)

La méthode de décomposition POD, initialement introduite par Lumley (1967), est une méthode de décomposition de signaux qui est capable de "révéler des structures intéressantes, mais inattendues, cachées dans les données" (Kerschen et Golinvalas, 2002). Pour y parvenir, l'idée principale de la POD est de décomposer le champ de vitesse ainsi :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(t)\boldsymbol{\phi}^{(\boldsymbol{k})}(\boldsymbol{x}) \tag{5.1}$$

où k représente un mode de la décomposition, a_k est le terme d'amplitude, c'est-à-dire qu'il contient l'énergie relative à chaque mode de la décomposition. Le terme $\boldsymbol{\phi}$ est un vecteur normé. C'est ce terme qui contient l'information spatiale de la décomposition, de sorte que la base $(\boldsymbol{\phi})^n$ constitue une base orthonormée.

Comme le rappel Bergmann *et al.* (2007), "intuitivement, la POD peut être vue comme une idée naturelle pour remplacer la décomposition de Fourier lorsque les directions de l'écoulement ne peuvent plus être supposées homogènes ou périodiques" (Bergmann *et al.*, 2007). Dans notre cas, le champ de vitesse n'est pas un signal périodique, notamment puisque nous cherchons à observer une réponse à l'excitation. Une décomposition en série de Fourier ne serait donc pas possible. De plus, la décomposition en modes propres orthogonaux est aujourd'hui très largement utilisée dans la recherche pour extraire les structures cohérentes d'un écoulement turbulent, il a donc été beaucoup plus facile de trouver de l'information sur ce type de décomposition que sur n'importe qu'elle autre. Le lecteur intéressé peut se référer à l'Annexe IV pour les détails mathématiques relatifs à la méthode générale. Dans notre cas, une méthode particulière, la méthode des *snapshots*, sera utilisée et décrite dans la prochaine section. Notez cependant que d'une manière mathématique formelle, cette méthode devrait être utilisée sur un signal de moyenne nulle (Podvin, 2001; Graftieaux *et al.*, 2001). Cela signifie que la POD devrait être appliquée sur un signal dont le signal moyen a préalablement été soustrait. Cependant, des auteurs comme Chatterjee (2000) et Chen *et al.* (2012b), ont montré qu'il était possible d'appliquer la méthode des *snapshot* des deux façons (en soustrayant ou non la moyenne d'ensemble du signal initial). L'interprétation des résultats étant néanmoins différente, d'une méthode à l'autre (Chen *et al.*, 2012a).

5.2.1 La méthode des *snapshots*

La POD présentée en Annexe IV est une méthode directe et générale (Podvin, 2001) telle qu'introduite par Lumley (1967). La méthode des *snapshots*, inventée par Sirovich (1989), est une méthode indirecte, symétrique de la précédente (Bergmann *et al.*, 2007). En pratique, la méthode directe est trop coûteuse, en terme de puissance de calcul, pour être appliquée avec des résultats CFD puisque la taille du problème aux valeurs propres à résoudre est directement liée aux nombres de nœuds des résultats CFD (c.f. Annexe IV) (Podvin, 2001). L'idée proposée par Sirovich (1989) est d'utiliser l'échantillonnage dans le temps des données pour diminuer la taille du problème aux valeurs propres. Contrairement à la méthode directe, la méthode

indirecte utilise un produit scalaire sur un domaine spatial D (et non temporel) :

$$< \cdot >= \int_D \cdot \, dx \tag{5.2}$$

où x défini les variables de l'espace dans ce cas. Comme l'illustre la Figure 5.2, à partir d'une moyenne spatiale sur chaque échantillon, cette méthode détermine une corrélation temporelle pour décomposer l'écoulement en modes propre. Cela suppose donc que le nombre d'échantillons temporaux est suffisant pour décrire correctement l'écoulement.

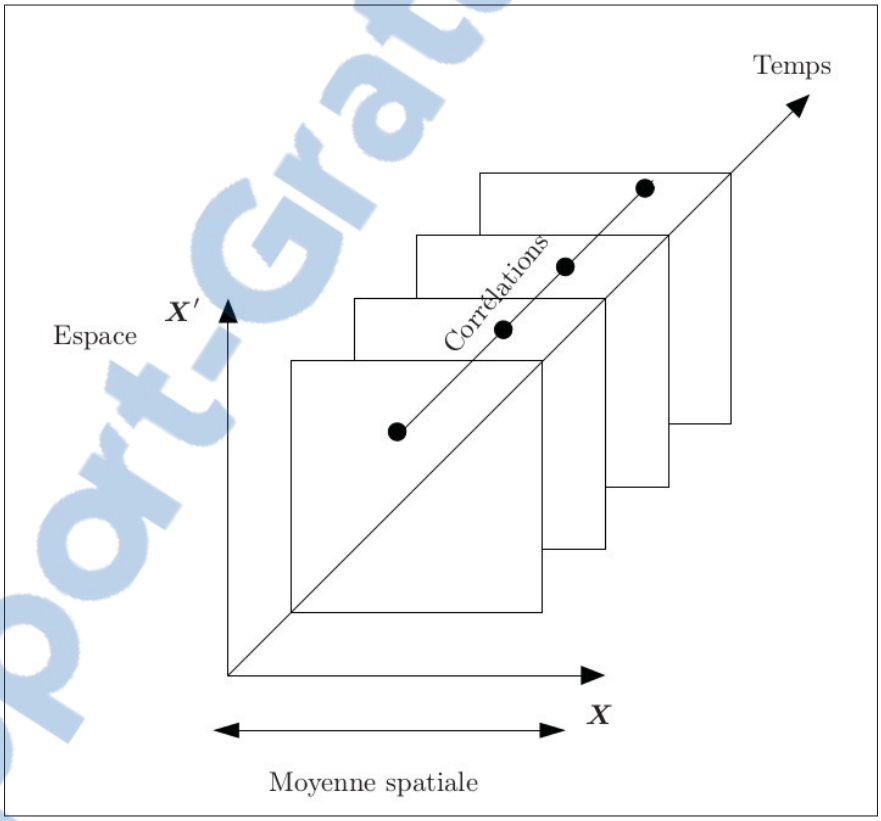


Figure 5.2 Illustration de la méthode des *snapshots* (Bergmann *et al.*, 2007)

Contrairement aux résultats expérimentaux où la méthode directe est souvent privilégiée (Bergmann *et al.*, 2007), les caractéristiques mêmes des résultats numériques obtenus par CFD font que la méthode des *snapshots* est bien adaptée à ces problèmes. En effet, les données four-

Rapport-Gratuit.com

nies par CFD ont généralement une bonne résolution spatiale et temporelle, mais, du fait de la limite de capacité de stockage de l'information sur un ordinateur, les données doivent être échantillonnées dans le temps (Bergmann *et al.*, 2007). C'est la raison pour laquelle la méthode des *snapshots* est largement utilisée en CFD (Chen *et al.*, 2012a; Kerschen et Golinvalas, 2002; Chen *et al.*, 2012b; Chatterjee, 2000).

Comme le rappel Bergmann *et al.* (2007), le but de cette autre approche est de considérer que les fonctions propres spatiales $\phi(x)$ de l'équation (5.1), peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire des champs de vitesse $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ de chaque échantillon. On suppose ici que le nombre N_t d'échantillons est suffisant pour décrire correctement l'écoulement.

Comme Podvin (2001), on peut écrire que :

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{N_t} \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{k})})\mathbf{u}(\mathbf{x}, t^{(k)}) \tag{5.3}$$

En utilisant des notions d'algèbre élaborées, développées par Bergmann *et al.* (2007) et Podvin (2001), on peut montrer que les fonctions $\boldsymbol{\alpha}^{(\boldsymbol{k})}$ cherchées sont solutions du problème aux valeurs propres suivant :

$$\mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\alpha}^{(\boldsymbol{k})} = \lambda \boldsymbol{\alpha}^{(\boldsymbol{k})} \ . \tag{5.4}$$

où $\boldsymbol{\alpha}^{(\boldsymbol{k})}$ et λ sont respectivement les vecteurs propres et valeurs propres du problème. Désormais $\mathbf{C}$ s'appelle le tenseur des corrélations temporelles et s'écrit ainsi :

$$\mathbf{C} = \frac{1}{N_t} \int_D \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{u}^{\mathbf{T}}(\mathbf{x}, t) dx \ . \tag{5.5}$$

Dans ce cas indirect, la taille du problème aux valeurs propres est limitée à la taille $N_{POD} = N_t^2$. Comme il est expliqué dans l'Annexe IV, pour le cas direct, la taille du problème serait $N_{POD} = (n.N_m)^2$ où n est le nombre de dimensions considéré pour le champ de vitesse (donc 3 au maximum) et N_m est la taille du maillage. Ici, on considère la dynamique de l'écoulement invariante suivant l'axe de rotation de l'injecteur donc on peut se limiter à $n = 2$. De plus, si on ne s'intéresse qu'à l'écoulement dans le sac on a : $N_m \approx 5000$. Par conséquent, dans la plupart

des problèmes de CFD rencontrés, et dans le nôtre également, on a : $N_t \ll n.N_m$ (Bergmann *et al.*, 2007). Le cas indirect est donc beaucoup plus facile à résoudre. Par la suite, les coefficients temporaux a_k(t) de l'équation (6.1) s'obtiennent en projetant le champ de vitesse sur les fonctions propres ϕ :

$$a_k(t) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t^{(k)}) \cdot \boldsymbol{\phi}^{(\boldsymbol{k})}(\boldsymbol{x}) \ . \tag{5.6}$$

Finalement, Bergmann *et al.* (2007) montre que l'on peut définir l'énergie à partir des valeurs propres λ. Ainsi, l'énergie totale du système est la somme de toutes les valeurs propres. On peut donc définir l'énergie relative d'un mode m tel que :

$$E_m = \frac{\lambda_m}{\sum_{k=1}^{N_t} \lambda_k} \ . \tag{5.7}$$

Le mode 1 est le plus énergétique, le mode N_t le moins énergétique. La contribution relative de chaque mode sur l'énergie totale du système décroit en augmentant l'indice du mode.

Pour résoudre numériquement ce problème, un code MATLAB, fourni par Chen *et al.* (2012a), est utilisé. Il est donné en Annexe VIII. Pour faciliter la compréhension, il peut être intéressant d'expliciter la taille des matrices utilisées. La taille du maillage dans le domaine étudié est définie par le paramètre : IxJ=N_m (où i=1..I et j=1..J sont les indices pour identifier un point sur le maillage) et le nombre total d'échantillons dans le temps est N_t. On pose U la vitesse suivant l'axe $\mathbf{e_z}$ et V la vitesse suivant l'axe $\mathbf{e_y}$. On définit alors la matrice U ainsi :

$$\forall t \in [1 \dots N_t],\ U^t = \begin{pmatrix} U^1 \\ U^2 \\ \vdots \\ U^{N_t} \end{pmatrix} \tag{5.8}$$

Tel que :

$$U^{(t)} = (u^t_{i=1,j=1}\ u^t_{i=1,j=2}\ \dots\ u^t_{i=1,j=J}\ u^t_{i=2,j=1}\ \dots\ u^t_{i=I,j=J}) \tag{5.9}$$

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

On procède de la même manière avec la matrice V pour obtenir le tenseur des corrélations temporelles :

$$C = \frac{1}{N_t}(U \cdot U^T \ + \ V \cdot V^T) \tag{5.10}$$

On obtient alors une matrice C de taille N_txN_t. Puis, on résout notre problème aux valeurs propres pour obtenir une matrice A des coefficients temporaux a_k de taille N_txN_t où chaque colonne représente un mode (d'indice k) différent et chaque ligne un instant (d'indice t) différent :

$$A_k^t = \begin{pmatrix} a_1^1 \ a_2^1 \ \dots \ a_{N_t}^1 \\ a_1^2 \ a_2^2 \ \dots \ a_{N_t}^2 \\ \vdots \\ a_1^{N_t} \ a_2^{N_t} \ \dots \ a_{N_t}^{N_t} \end{pmatrix} \tag{5.11}$$

On obtient également une matrice Φ des fonctions propres ϕ de taille N_mxN_t. On se rappellera qu'avec cette décomposition il y a autant de modes propres que d'échantillons N_t. Le nombre total de modes obtenus pour reconstruire l'écoulement est donc égal à N_t.

5.3 Convergence de la méthode des *snapshots*

Comme il vient d'être mentionné, la méthode des *snapshots* utilise un nombre N_t d'échantillons temporaux. Ce nombre est paramétré par l'utilisateur et est directement relié au temps d'acquisition des données choisies. Il est donc légitime de penser que le nombre d'échantillons disponible puisse influencer les résultats obtenus par cette méthode. L'étude de convergence de la méthode des *snapshots* est donc de s'assurer que le nombre N_t d'échantillons est suffisamment important pour ne plus influencer les résultats (Chen *et al.*, 2012a). Ici, ce test de convergence a été effectué sans soustraire la moyenne d'ensemble des signaux S1 et S2, de la même manière que Chatterjee (2000); Chen *et al.* (2012a,b). Pour le signal S1, le temps physique de simulation est de 10^{-4}s, ce qui permet d'observer 2 périodes du signal. Le nombre d'échantillons est N_t=100. Pour le signal S2, ce temps est de 10^{-3}s, ce qui permet d'observer 1 période, et le nombre d'échantillons est : N_t=160. Cette section s'attardera donc à étudier le degré de convergence de la méthode des *snapshots* pour les deux signaux.

La convergence de cette méthode n'est pas un problème simple, du fait de la structure même de la POD. En effet, la méthode décompose le champ de vitesse en autant de modes qu'il y a d'échantillons disponibles. Il n'est donc pas facile de trouver un critère objectif qui assure la convergence de la méthode. La convergence de la somme de l'énergie relative de chaque mode est un des indices qui doit être étudié, comme le souligne Chen *et al.* (2012a). Néanmoins, pour un nombre raisonnable d'échantillons, la POD est construite de telle manière que l'on obtiendra rapidement un nombre de modes suffisants qui garantissent la convergence. Ce critère est donc nécessaire, mais pas suffisant pour conclure. Ainsi, Chen *et al.* (2012a) propose d'étudier la convergence d'un autre indice plus sensible, l'indice R_p. Cet indice se calcule en projetant les fonctions de base, $\boldsymbol{\phi}$, obtenues à partir de n échantillons ($n < N_t$), sur les fonctions de base obtenues à partir du nombre total d'échantillons N_t, tel que :

$$R_p = \frac{\boldsymbol{\phi_n} \cdot \boldsymbol{\phi_{N_t}}}{\|\boldsymbol{\phi_n}\| \cdot \|\boldsymbol{\phi_{N_t}}\|} \tag{5.12}$$

où $\boldsymbol{\phi_n}$ et $\boldsymbol{\phi_{N_t}}$ sont deux vecteurs de l'espace. Au numérateur, l'opérateur introduit est le produit scalaire ordinaire entre deux vecteurs. Au dénominateur, il s'agit de la norme de ces vecteurs. Comme le rappelle Chen *et al.* (2012a), la valeur de cet indice varie entre 1 (les deux vecteurs sont identiques) et -1 (vecteurs de mêmes normes, mais direction opposée). Si R_p=0 alors les vecteurs sont orthogonaux. Puisque l'indice R_p est normalisé, il permet de quantifier si deux vecteurs ont la même direction, sans tenir compte de leur énergie respective (Chen *et al.*, 2012a). C'est pour ces raisons que l'indice de convergence R_p est pertinent. Par conséquent, si le nombre d'échantillon totale N_t est suffisamment important, alors pour un nombre n raisonnablement moindre d'échantillons, on doit avoir $R_p \approx 1$.

Il est plus simple de comprendre l'idée derrière cet indice à partir des Figures 5.3 et 5.4. Pour les deux figures, les 5 premiers modes sont étudiés. La première figure fait référence à l'étude de la convergence avec le signal S1. Le nombre d'échantillons total est N_t=100. On compare alors la convergence de l'indice R_p avec n=10, 20 et 50 échantillons. On constate alors l'intérêt de l'étude de l'indice R_p puisqu'il commence à converger à 50 échantillons, alors que le critère de l'énergie seul montrerait qu'un échantillon de taille 10 est suffisant. La même conclusion

peut être faite pour le signal S2, comme l'illustre la Figure 5.4. Pour ce dernier cas, où N_t=160, on constate bien que pour 80 échantillons, les deux indices sont convergés.

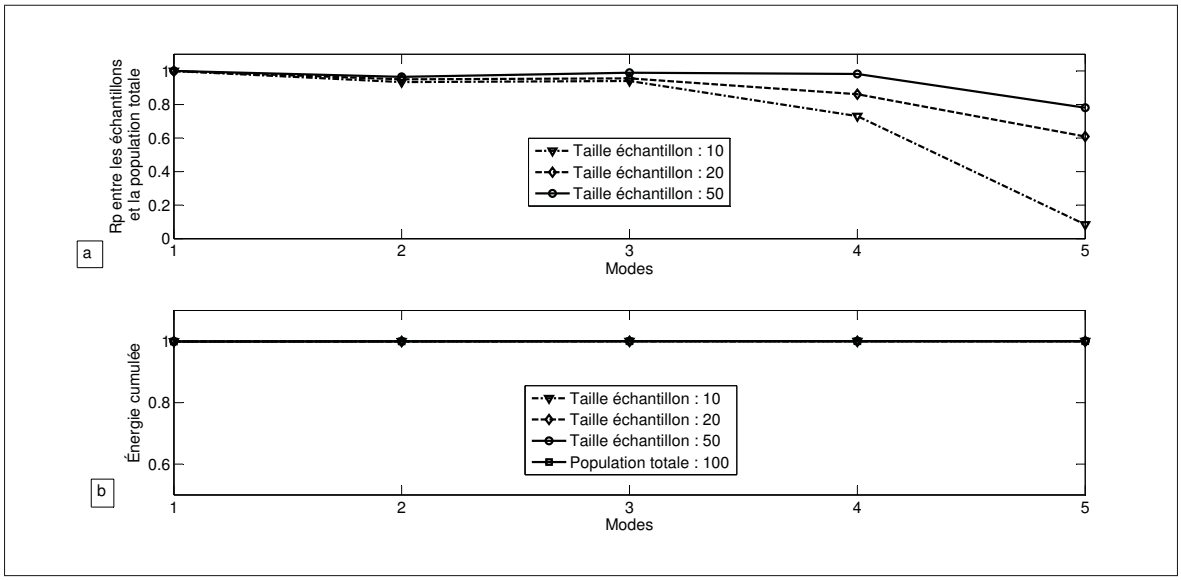


Figure 5.3 a) Convergence de l'indice R_p pour les 5 premiers modes ;
b) Convergence de l'énergie relative pour les 5 premiers modes - Signal S1 - H^*=0.062

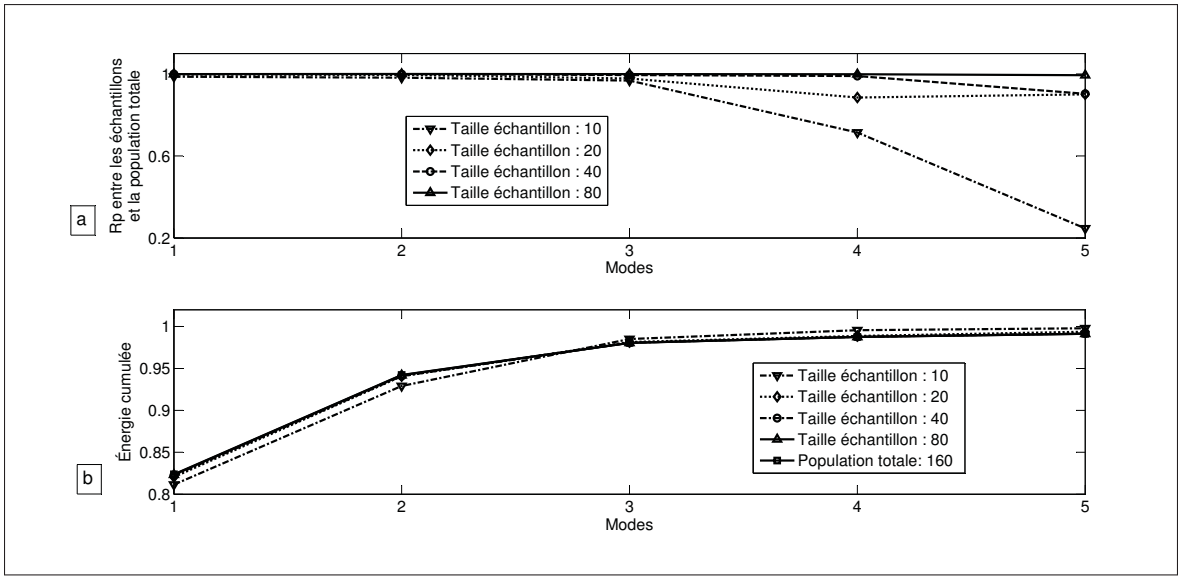


Figure 5.4 a) Convergence de l'indice R_p pour les 5 premiers modes ;
b) Convergence de l'énergie relative pour les 5 premiers modes - Signal S2 - H^*=0.062

Pour conclure, il est possible d'affirmer qu'à partir de l'étude de ces deux indices, le nombre d'échantillons disponibles pour les deux signaux, N_t=100 pour S1 et N_t=160 pour S2, est suffisant pour assurer la convergence de la méthode des *snapshots*.

5.4 Interprétation physique des modes obtenus par POD

Deux idées principales seront utilisées pour fournir une interprétation physique des modes propres obtenus par la méthode des *snapshots*.

Premièrement, d'après les idées énoncées dans les travaux de Chen *et al.* (2012b); Podvin (2001), un mode propre seul ne peut pas être interprété comme une structure cohérente. Comme le rappel Podvin (2001), l'idée proposée par Lumley (1967) afin d'obtenir une structure cohérente, est de faire une combinaison linéaire des modes possédant les mêmes caractéristiques. C'est à dire avec des modes ayant les mêmes positions et orientations. Ici, il a été expliqué que la POD est appliquée sans soustraire le signal moyen. La première structure cohérente est donc nécessairement associée au premier mode seul, et doit être représentative du signal moyen (Chen *et al.*, 2012b). Par la suite, il se peut par exemple que l'on identifie une seconde structure cohérente, des modes 2 à M_2 (où $M_2 < N_t$). Comme le suggère Chen *et al.* (2012b), ces structures cohérentes peuvent être localisées dans l'espace en réalisant une moyenne d'ensemble des coefficients temporaux, tels que :

$$< \mathbf{u}(\mathbf{x}) >= \sum_{k=M_{i-1}}^{M_i} < a_k(t) > \ \boldsymbol{\phi}^{(\boldsymbol{k})}(\boldsymbol{x}) \tag{5.13}$$

où le terme $< a_k(t) >$ représente la moyenne d'ensemble des coefficients temporaux, pour un mode donné. On répète ensuite le processus si une troisième structure cohérente est identifiable entre les modes M_3 et M_4, tels que : $M_3 < M_4 \leq N_t$. On peut ainsi projeter le champ de vitesse moyen (dans le temps) associé à chaque structure cohérente.

Deuxièmement, l'autre interprétation utilisée dans ce mémoire fait suite aux travaux de Chen *et al.* (2012a). Cet auteur propose d'utiliser la décomposition en modes propres pour estimer l'évolution de l'énergie cinétique moyenne, et de l'énergie cinétique de turbulence de l'écou-

lement associée à une approche RANS de la turbulence. En effet, la décomposition RANS décompose la vitesse de l'écoulement en la somme d'une vitesse moyenne et d'une vitesse fluctuante associée à la turbulence. Or, avec notre décomposition en modes propres, le premier mode est caractéristique de l'écoulement moyen. Chen *et al.* (2012a) proposent donc d'utiliser le premier mode pour estimer l'évolution de l'énergie cinétique de l'écoulement moyen sur le cycle et la somme de tous les autres modes pour estimer l'évolution de l'énergie cinétique de turbulence du cycle. Cependant, nos données sont déjà issues d'un modèle RANS qui moyenne les équations de la turbulence. Il est donc difficile de parler de l'évolution de l'énergie cinétique de turbulence, extraite avec les coefficients de la POD. L'approche aurait été possible avec un modèle de turbulence DNS. Nous parlerons donc plutôt d'énergie de fluctuation et non pas de turbulence ici. Ainsi, on définit l'énergie moyenne du cycle, telle que :

$$k(t)_{moy} \approx \frac{1}{2} a_1(t)^2 \tag{5.14}$$

Et l'énergie de fluctuation du cycle, telle que :

$$k(t)_{fluc} \approx \sum_{k=2}^{N_t} \frac{1}{2} a_k(t)^2 \tag{5.15}$$

Il est important de préciser que l'on parle d'énergie cinétique par unité de masse, de sorte que :

$$k \equiv \frac{1}{2} u^2 \equiv [m^2/s^2] \tag{5.16}$$

On peut finalement adimentionnaliser ces énergies par rapport à l'énergie totale du système, tel que :

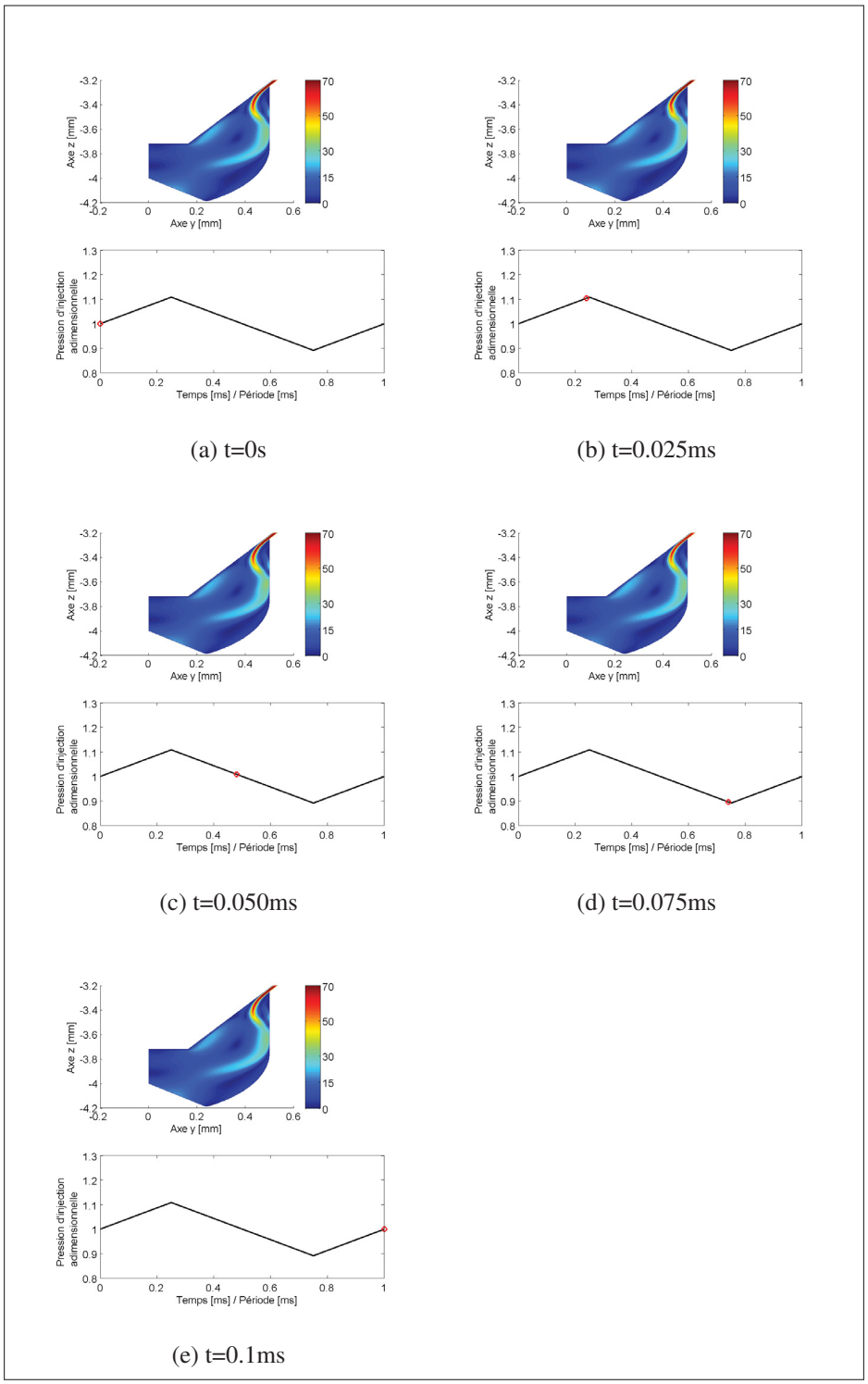
$$k^*_{moy}(t) = \frac{k_{moy}(t)}{k_{moy}(t) \ + \ k_{fluc}(t)} \tag{5.17}$$

$$k^*_{fluc}(t) = \frac{k_{turb}(t)}{k_{moy}(t) \ + \ k_{fluc}(t)} \tag{5.18}$$

Les bases de l'interprétation de la décomposition en modes propres étant posées, il est désormais possible de s'intéresser à l'application de ses concepts pour notre système dynamique.

5.5 Réponse de l'écoulement au signal S1

Le système a premièrement été excité par le signal haute fréquence S1. Dans ce cas, il est possible de constater que l'écoulement dans le volume de sac ne répond pas à l'excitation. Sur la Figure 5.5, on trace l'évolution de la vitesse dans le volume de sac en fonction du temps. Le point noir sur la courbe située sous le volume de sac permet au lecteur de visualiser à quel moment du cycle d'injection, la vitesse a été tracée. On constate avec la Figure 5.5 que la dynamique n'est pas excitée par ce signal de pression puisque si l'on regarde la vitesse dans le sac à des moments similaires (c'est-à-dire lorsque la pression repasse à son point moyen), la dynamique globale reste toujours la même. Si le jet avait répondu à l'excitation, alors pour une même valeur de pression, mais à un moment différent dans le cycle, la dynamique aurait été modifiée. D'ailleurs, si l'on avait tracé la vitesse dans le volume de sac lors des extrema de pression, on observerait que la dynamique est exactement la même que celle présentée sur la Figure 5.5. Puisque le système n'est pas excité par cette fréquence, quelque soit la valeur de la pression d'injection, le jet reste décollé de la paroi de l'aiguille. Il en résulte que l'évolution des coefficients d'écoulement, obtenus en sortie de buse de l'injecteur, suit rigoureusement l'évolution de la pression d'injection, tel qu'illustré par la Figure 5.6. Il est intéressant de remarquer que ces coefficients évoluent par palier. C'est-à-dire qu'ils sont constants tant que la pression augmente (ou diminue), puis ils changent de valeurs quand le gradient de pression change de signe. Ces coefficients évoluent donc selon un signal carré alors que la pression évolue selon un signal triangulaire. Quant à la masse de carburant injectée, celle-ci suit la même tendance que le signal de pression, comme le montre la Figure 5.6. On peut néanmoins constater un léger temps de délais entre chaque pic du débit de carburant injecté et les coefficients d'écoulement. Ce laps de temps Δt s'observe très bien sur la Figure 5.6 -d), lorsque l'on regarde à la fois l'évolution des coefficients d'écoulement et du débit de carburant. La même observation a été faite par Wang et Su (2010). Il explique que ce délai est dû au phénomène de cavitation, qui est un processus qui ne dépend pas seulement de la pression locale, mais également des phénomènes d'inertie autour de la zone cavitante (Wang et Su, 2010).



(a) t=0s

(b) t=0.025ms

(c) t=0.050ms

(d) t=0.075ms

(e) t=0.1ms

Figure 5.5 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac en fonction du temps
Signal S1 (f=20kHz) - H^*=0.062

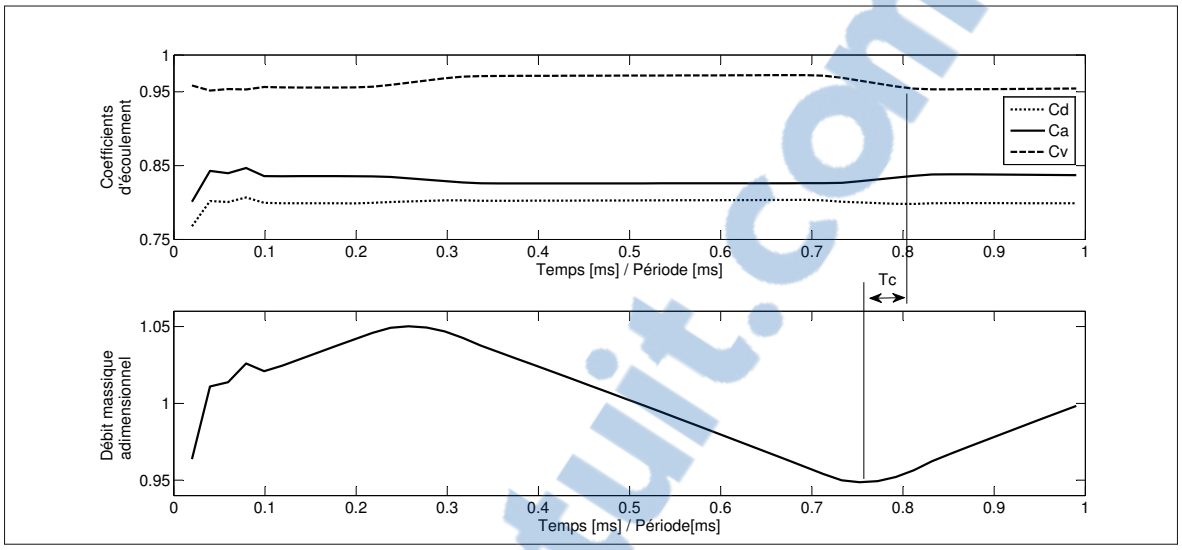


Figure 5.6 Évolution, en fonction du temps adimensionnalisé, du : coefficient de débit ; coefficient de vitesse ; coefficient d'aire ; débit massique injecté [g/s]
Signal S1 - H^*=0.062

Par la suite, la décomposition en modes propres suivant la méthode des *snapshots* a été utilisée. La Figure 5.7 présente dans un premier temps l'évolution de l'énergie cinétique adimesionnallisée, obtenue avec les équations (5.16) et (5.17). Dans ce cas, puisqu'on n'observe pas de réponse dynamique à l'excitation du système, l'énergie moyenne de l'écoulement dans le volume du sac est constante au cours du temps et toute l'énergie ce situe dans l'écoulement moyen au cours du cycle. La Figure 5.7-b) montre que la fonction $k^*_{fluc}(t)$ est relativement faible, comparativement à k^*_{moy}, au cours du cycle et négligeable devant l'énergie cinétique de l'écoulement moyen. Si on compare l'évolution de la fonction $k^*_{fluc}(t)$ avec la Figure 5.8 qui nous montre l'évolution de la variable d'énergie cinétique de turbulence du modèle de turbulence k-ω SST, on constate bien que celle-ci aussi n'est pas influencée par le signal d'excitation puisque la zone de plus haute intensité de turbulence est toujours localisée au même endroit et a la même valeur. Si on avait tracé cette variable sur les extrema du signal d'excitation, la conclusion aurait été la même.

Rapport-Gratuit.com

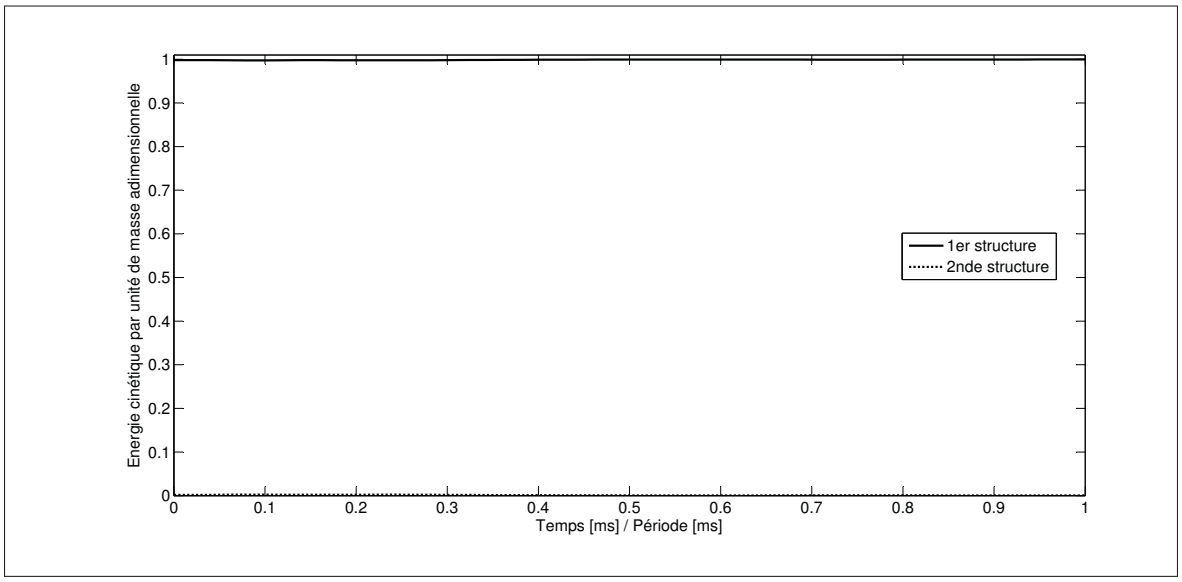


Figure 5.7 Énergie cinétique adimentionnalisée, de l'écoulement moyen (haut)
Énergie cinétique adimentionnalisée, de fluctuation (bas)
Signal S1 (f=20kHz) - H^*=0.062

L'extraction des structures cohérentes suivant la méthode décrite à la section 6.4 nous permet d'identifier deux structures cohérentes. La première est associée au mode 1 et la deuxième est associé aux modes 2 à N_t. Dans ce cas, aucune autre structure, pour des modes intermédiaires, n'a pu être identifiée. La Figure 5.9 illustre la projection du champ de vitesse sur la nouvelle base propre, de chaque structure cohérente. On obtient donc le module de vitesse [m/s] de chaque structure cohérente. Au regard de cette figure, on observe visuellement que la première structure est bien représentative de l'écoulement moyen puisque la Figure 5.9-a) (première strucutre cohérente) donne des valeurs de vitesse comparables à celles de la Figure 5.5. Il semblerait que la seconde structure cohérente, identifiée sur la Figure 5.9-b), permette de localiser la zone d'instabilité autour du jet puisque les zones les plus énergétiques de cette structure se répartissent de part et d'autre du jet principal.

Dans l'introduction de cette section, il a été dit que la hauteur H^*=0.010 a également été testée. Cependant, de la même manière que pour H^*=0.062, aucune réponse à l'excitation n'a été observée. Les conclusions pour la plus faible levée d'aiguille sont donc exactement les mêmes.

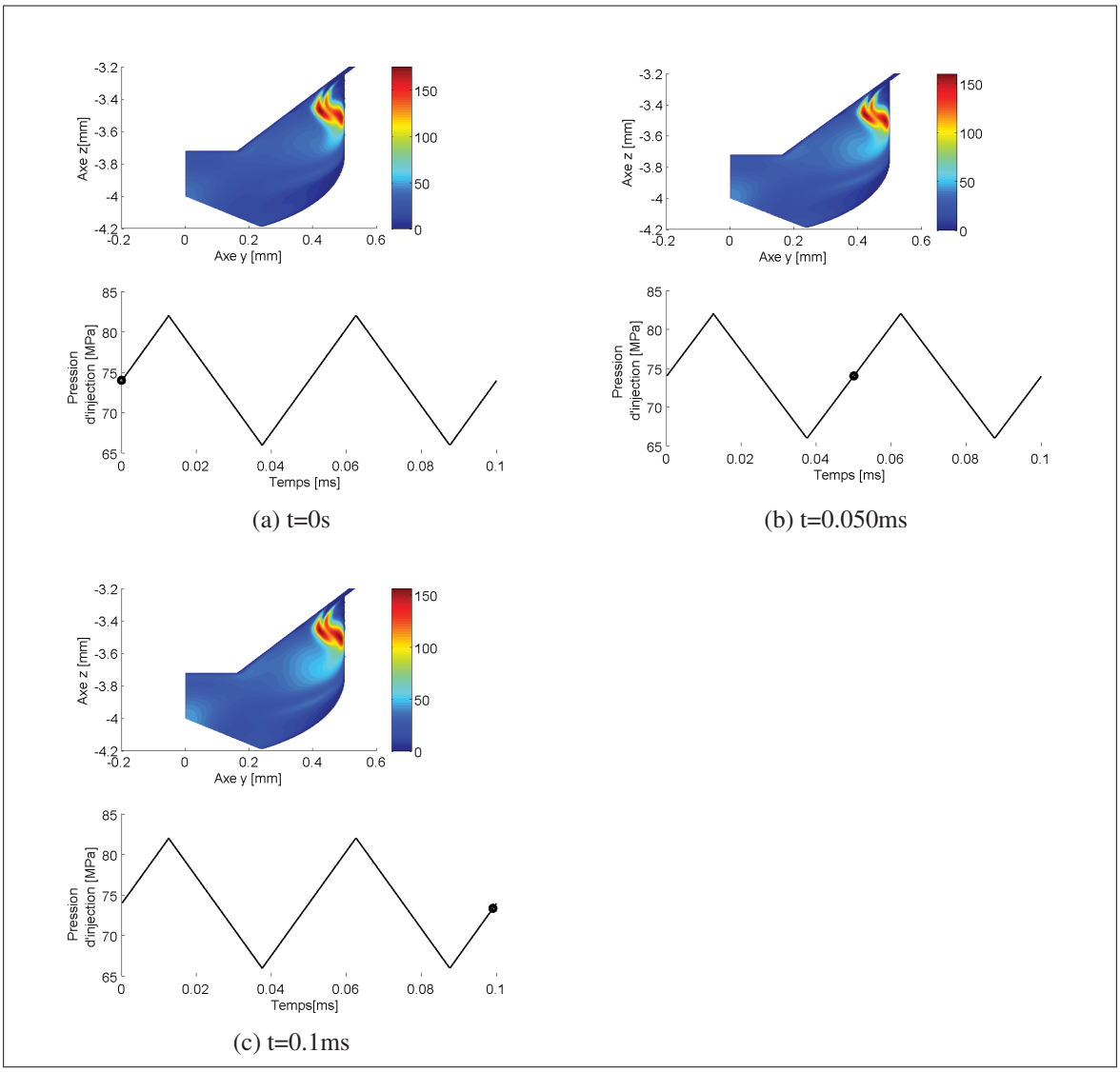


Figure 5.8 Évolution de l'énergie cinétique de turbulence par unité de masse $[m^2/s^2]$ dans le volume de sac obtenu par le calcul CFD - Signal S1 (f=20kHz) - H^*=0.062

Pour conclure, la décomposition en modes propres permet ici de mettre clairement en évidence qu'il n'y a pas de réponse dynamique à l'excitation puisque la première structure cohérente, représentative de l'écoulement moyen, reste semblable au profil de vitesse obtenu, dans le chapitre 5, pour la même levée d'aiguille. Nous allons désormais nous intéresser au signal S2, de plus faible fréquence ($f_{S1} = 20kHz$ et $f_{S2} = 1kHz$).

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

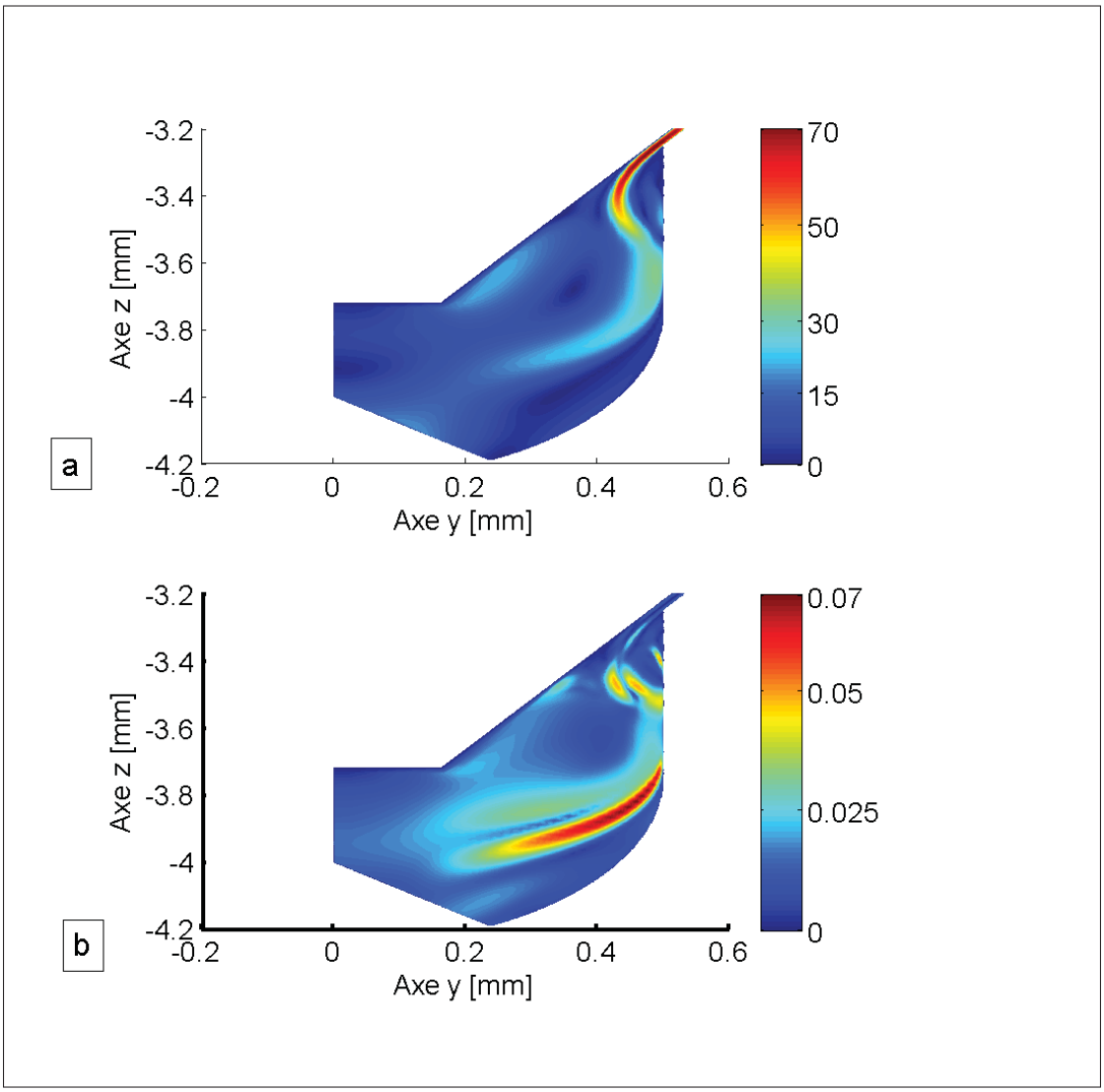


Figure 5.9 Module de vitesse [m/s] projeté sur la nouvelle base POD de la : a) 1er structure cohérente (mode 1) ; b) 2nde structure cohérente (modes 2 à N_t) ; Signal S1 (f=20kHz) - H^*=0.062

5.6 Réponse de l'écoulement au signal S2

Rappelons que le signal S2 est le signal de faible fréquence. Il a les mêmes caractéristiques que le signal S1 de la section précédente (valeur moyenne, amplitude, forme du signal), mais sa fréquence est diminuée puisqu'elle était de 20kHz pour le signal S1 et passe à 1kHz pour le signal S2. Ici, nous verrons que ce cas est plus complexe que le précédent puisqu'on observe

numériquement une réponse à l'excitation. Les Figures 5.10 et 5.11 présentent le profil de vitesse obtenu dans le volume de sac en fonction du temps.

On observe qu'au début du cycle, lorsque la pression augmente, Figures 5.10-a) à 5.10-b), le jet reste décollé de la paroi de l'aiguille. Néanmoins, lorsque le gradient de pression change de signe, Figure 5.10-c), le jet commence à osciller, Figures 5.10-d) à 5.11-a). Dès que celui-ci touche la paroi de l'aiguille, il va rester collé à cette dernière 5.11-b), jusqu'à la fin du cycle 5.11-c), même si le gradient de pression d'injection change à nouveau de signe.

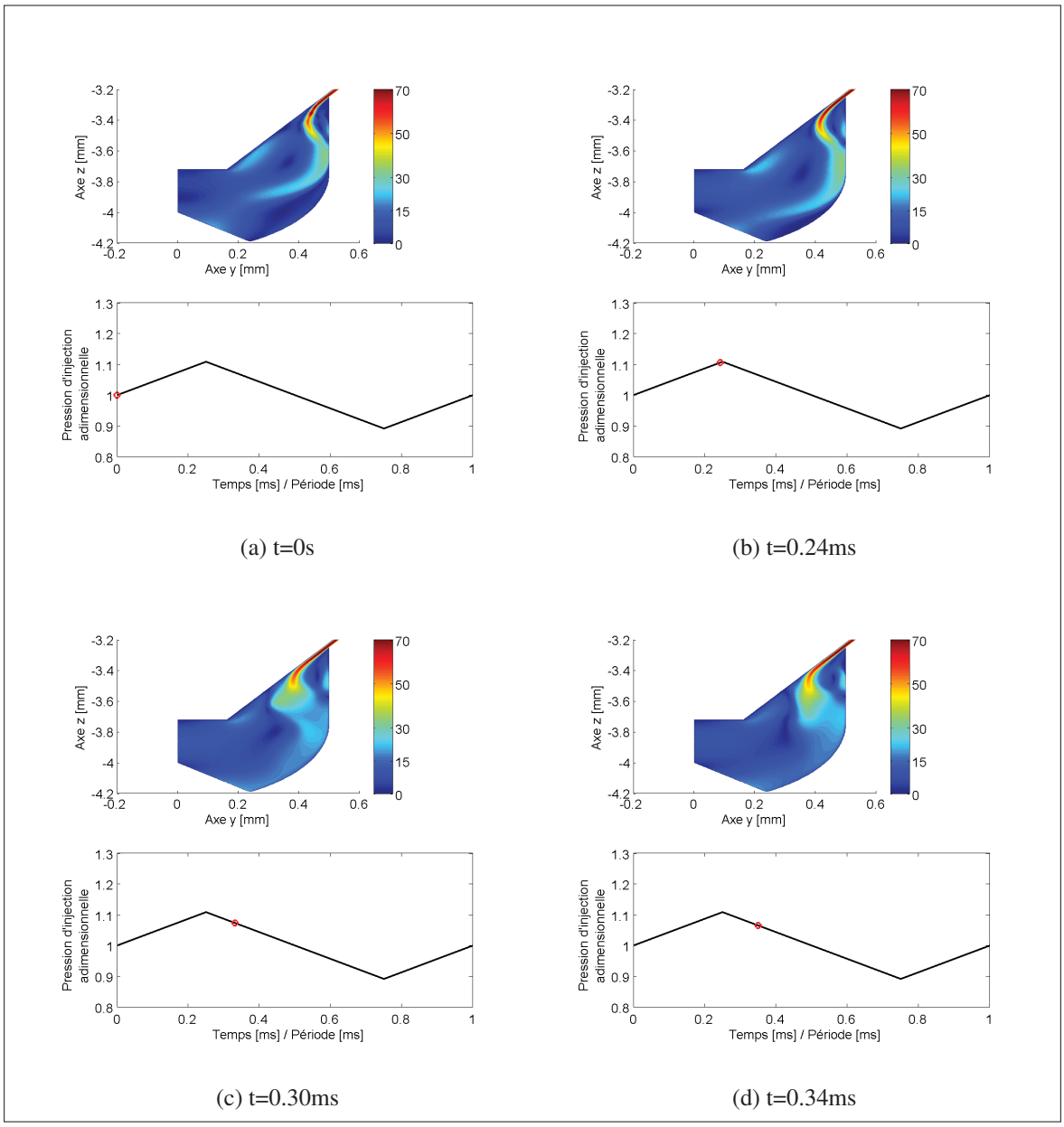


Figure 5.10 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac en fonction du temps, en début de cycle (0 ms < t < 0.34 ms) - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062

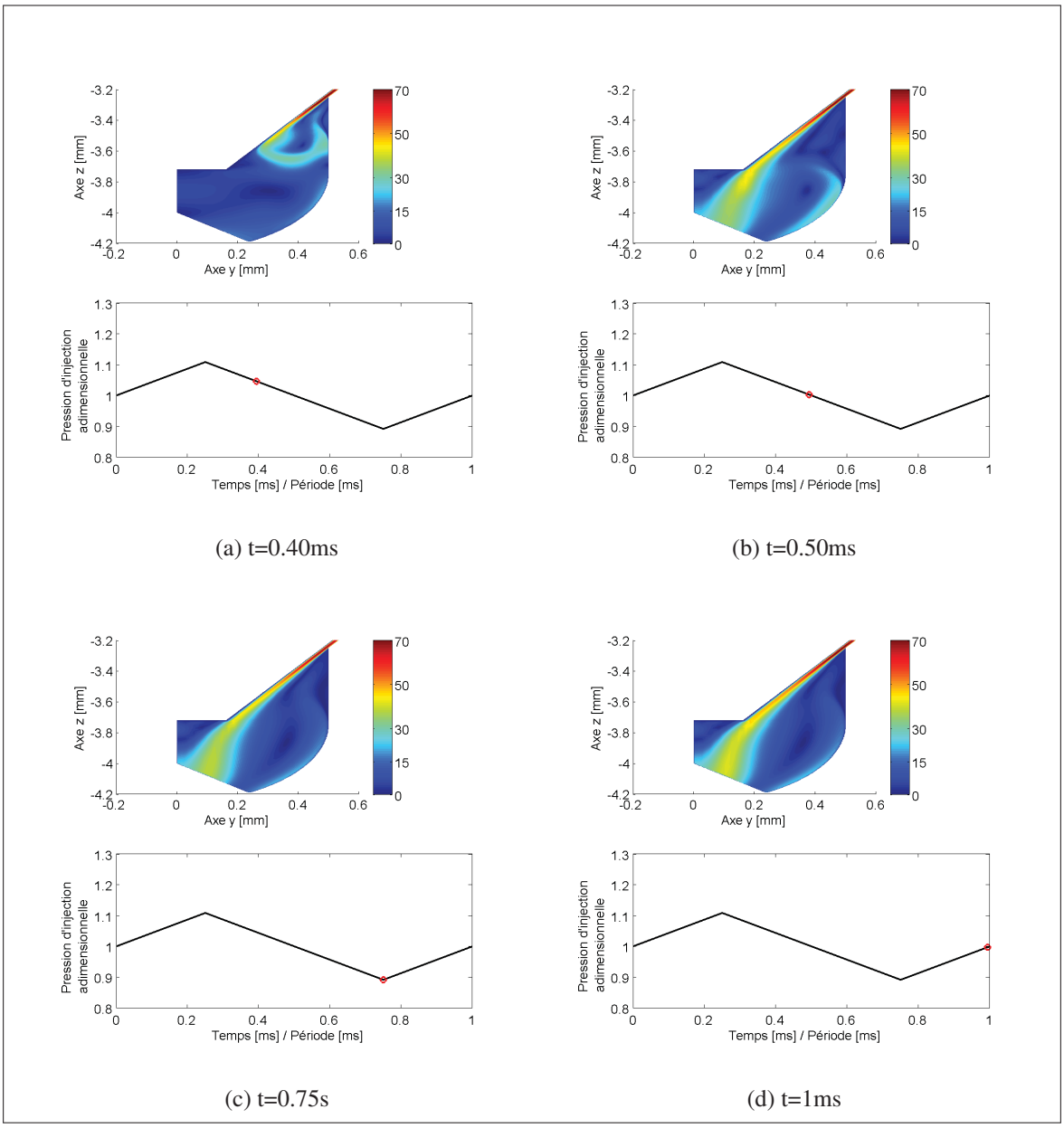


Figure 5.11 Module de vitesse [m/s] dans le volume de sac en fonction du temps, en fin de cycle (0.40 ms ms < t < 1 ms) - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062

La réorganisation de l'écoulement dans le sac amène nécessairement une modification de la dynamique générale et donc des structures tourbillonnaires à l'intérieure du sac. On peut alors s'intéresser à la caractérisation de la vitesse angulaire, $\mathbf{\Omega}$ [rad/s], des tourbillons que l'on considère comme un corps rigide en rotation. On peut procéder de la même manière que dans la section 4.2, où l'équation (4.1) définit le vecteur $\mathbf{\Omega}$. La Figure 5.12 illustre la réorganisation

de l'écoulement dans le sac au cours du temps puisque les structures tourbillonnaires sont différentes au début du cycle (Figures 5.12-a) et -b)) et à la fin (Figure 5.12-c)).

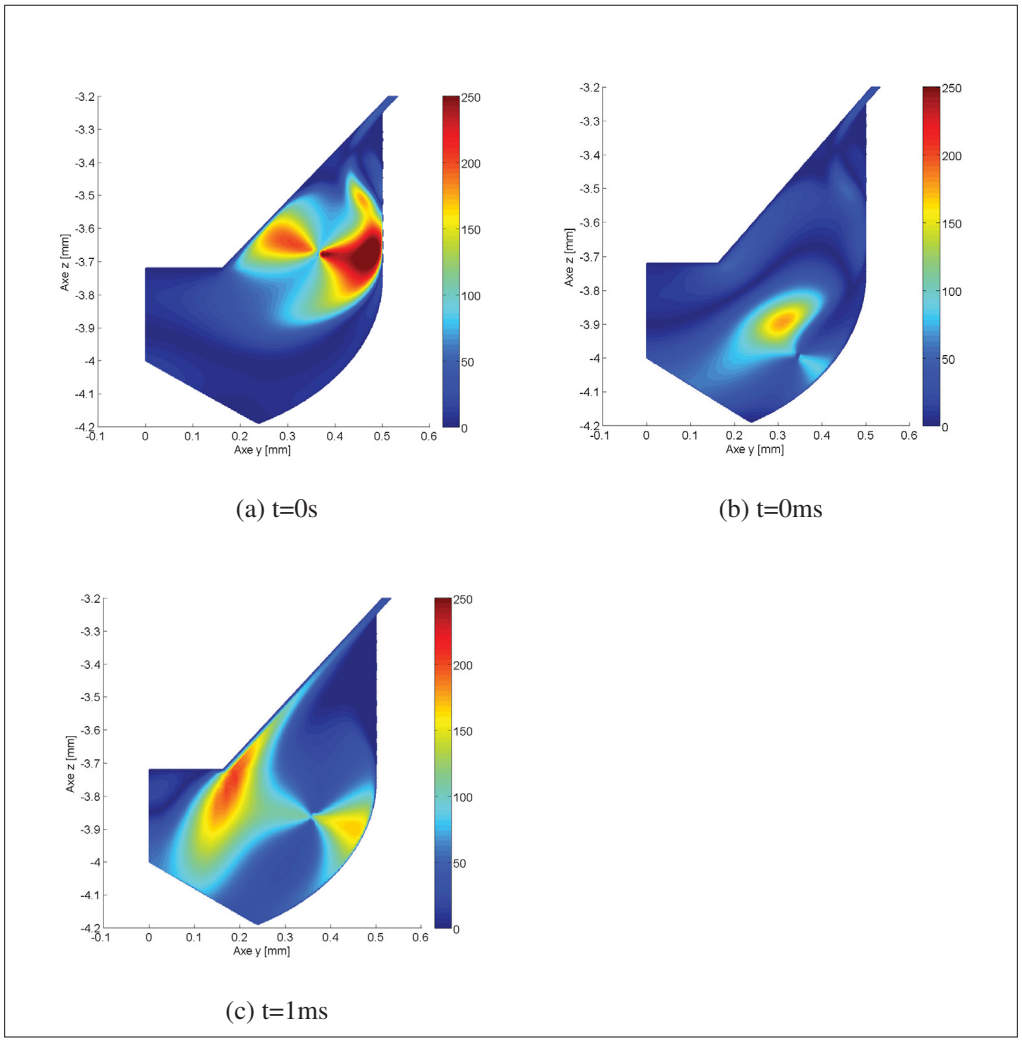


Figure 5.12 Vitesse angulaire [rad/s] des tourbillons à :
a) et b) t = 0 ms (2 tourbillons dans le sac) ;
c) t = 1 ms - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062

Au début du cycle, tant que le jet reste décollé, on observe toujours deux tourbillons principaux qui ont les mêmes caractéristiques que celles obtenues pour le cas stationnaire. Cependant, après la réorganisation de l'écoulement suite à l'excitation de pression, le jet reste collé à

l'aiguille et seulement un seul tourbillon, tournant dans le sens trigonométrique et à la vitesse angulaire de 200 rad/s, est observé : Figure 5.12-c).

Pour quantifier l'impact de cette réorganisation, il possible également de s'intéresser aux coefficients d'écoulement. La Figure 5.13 montre l'évolution de ces coefficients au cours du temps. On constate alors que ces coefficients sont relativement constants au début du cycle et qu'ils commencent à évoluer à partir de 0.25 ms.

C'est exactement à ce moment que le gradient de pression d'injection change de signe et qu'une modification dans la dynamique de l'écoulement apparait, comme on a pu le voir sur la Figure 5.10-c). Par la suite, ces coefficients oscillent, comme le jet dans le volume de sac (Figures 5.10-d) et 5.11-a)) jusqu'à se stabiliser à partir de 0.55ms, moment où le jet, dans le volume de sac, se recolle sur la paroi de l'aiguille et fini par se développer le long de la paroi (Figures 5.11-b) et 5.11-c)). Les faibles oscillations observées à la Figure 5.13 influencent peu le débit massique de de carburant qui suit la variation de pression, comme il peut être constaté sur la Figure 5.14.

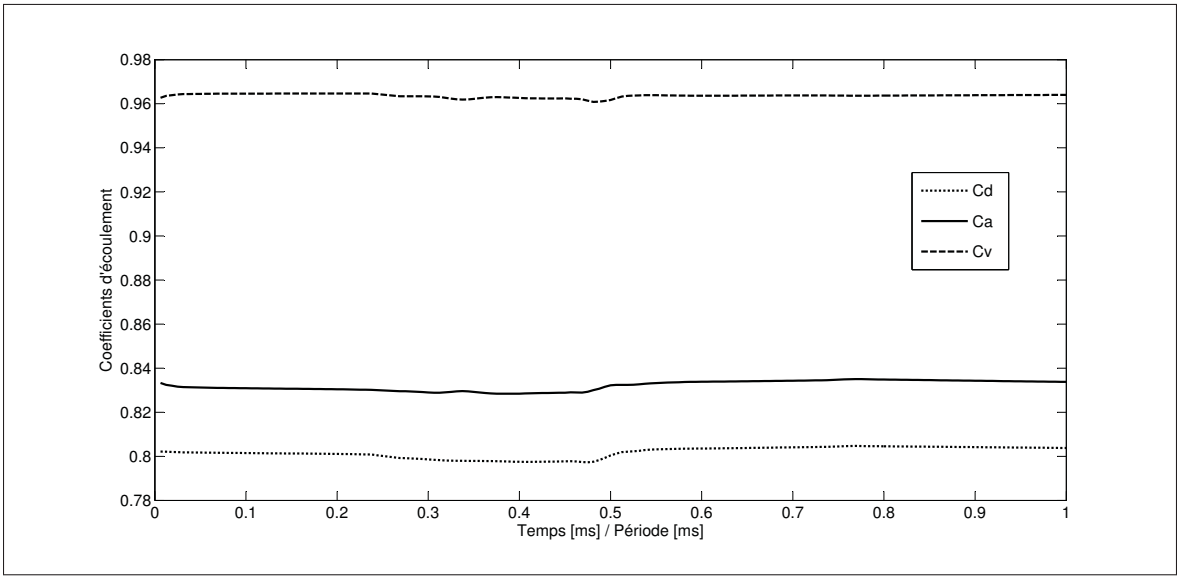


Figure 5.13 Évolution du : a) coefficient de débit ; b) coefficient de vitesse ; c) coefficient d'aire, en fonction du temps - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062

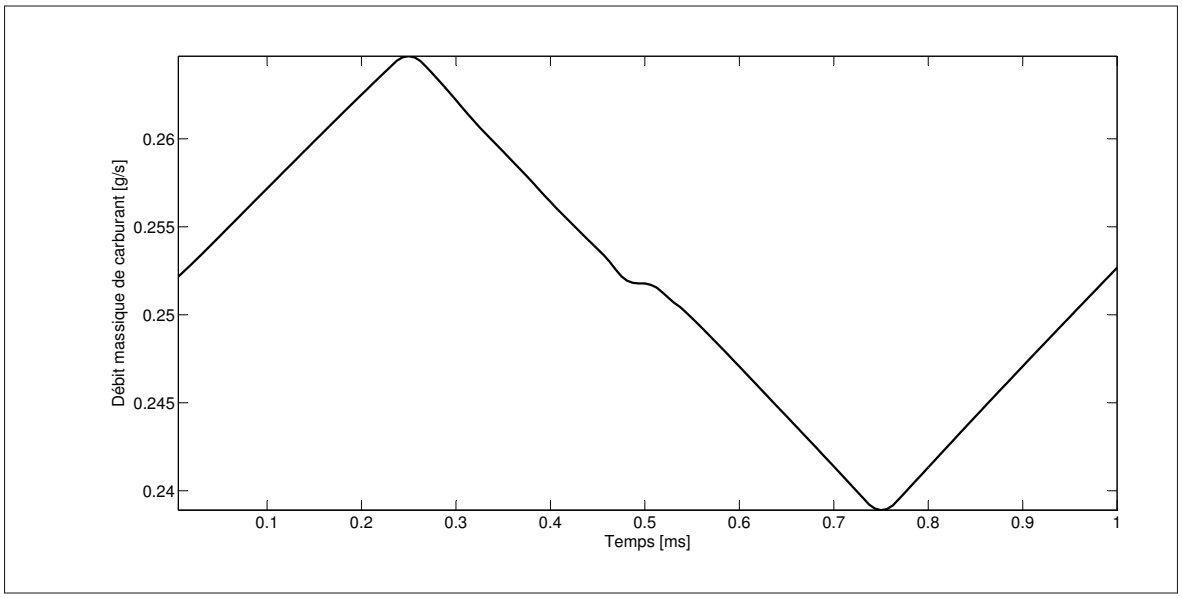


Figure 5.14 Évolution du débit massique [g/s] en fonction du temps
Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062

La Figure 5.15-a) montre l'évolution de l'énergie cinétique adimentionnalisée, du champ de vitesse moyen, (équation (5.17). Contrairement à l'excitation par le signal S1 où aucune réponse dynamique n'était observée, dans ce nouveau cas, cette énergie cinétique n'est pas constante et on peut remarquer l'augmentation de k^*_{moy} en fin de cycle, de l'ordre de 20 %. De plus, comme l'illustre la Figure 5.15-b), l'énergie cinétique de turbulence du cycle est également affectée. Ici, la réorganisation de l'écoulement due à l'excitation de pression permet de faire diminuer la production de la turbulence tout en augmentant l'énergie cinétique de l'écoulement moyen. La Figure 5.15 illustre bien le transfert d'énergie de k^*_{fluc} vers k^*_{moy}. Transfert inexistant avec le signal S1, qui illustre parfaitement la réorganisation de l'écoulement au cours du cycle.

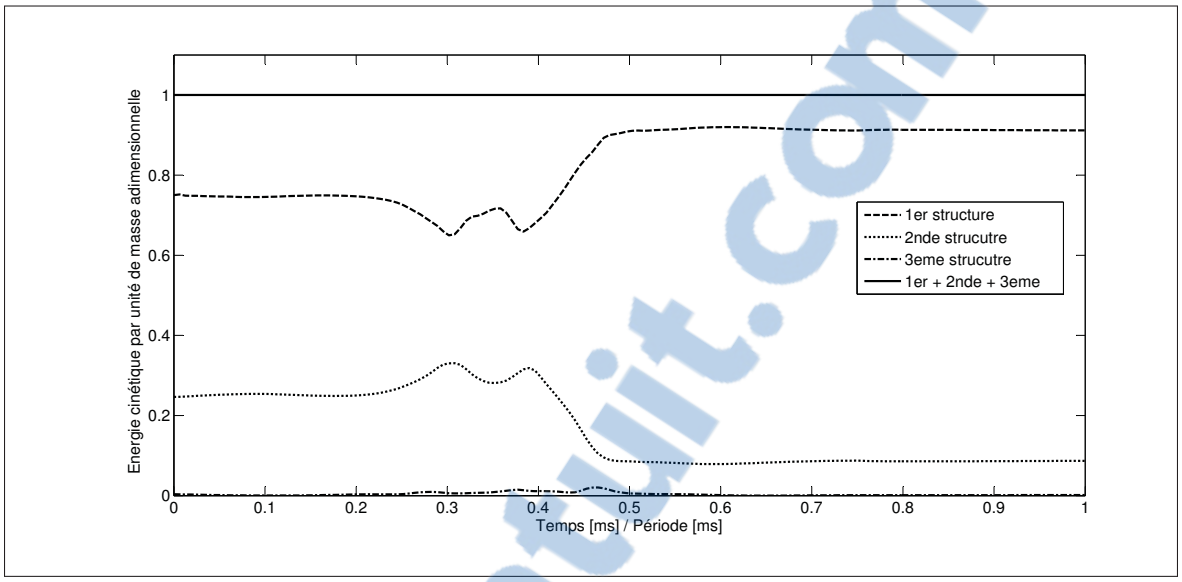


Figure 5.15 a) Énergie cinétique adimensionnalisée, de l'écoulement moyen du cycle ;
b) Énergie cinétique adimensionnalisée, de fluctuation
Signal S2 (f=1kHz)- H^*=0.062

L'analyse de l'impact du signal S2 sur la dynamique de l'écoulement peut être poursuivie par l'extraction des structures cohérentes. Suivant le principe décrit dans la section 6.3 et dans l'annexe XI, on peut identifier trois de ces structures. La Figure 5.16 permet de les localiser. La première structure est composée du mode 1 seul. Elle représente près de 80.71% de l'énergie totale du système (c.f. Figure 5.4-bas pour rappel). Cette structure, représentative de la dynamique de l'écoulement moyen, met en évidence qu'en moyenne, au cours du cycle, l'énergie se concentre principalement à la sortie de l'étranglement, le long de l'aiguille. Ce qui n'est pas surprenant puisque c'est la seule région de l'écoulement qui est invariante au cours du cycle. La seconde structure se compose de la somme des modes 2 à 6. Il représente environ 18.63% de l'énergie globale du système. Cette seconde structure est représentative de la localisation de l'énergie cinétique de turbulence, en moyenne, au cours du cycle.

Rapport-Gratuit.com

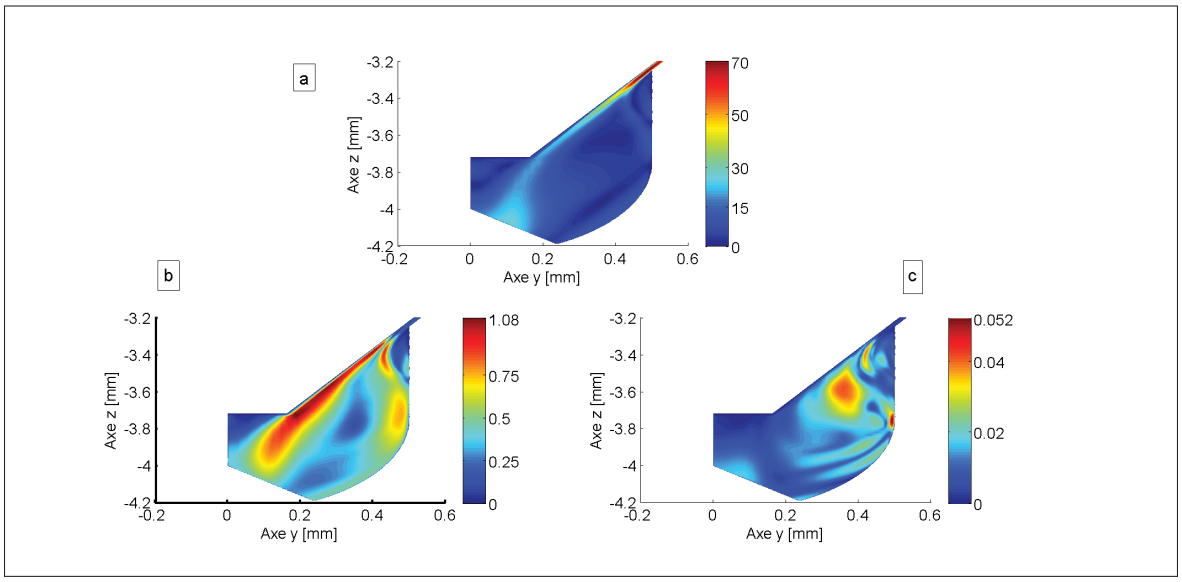
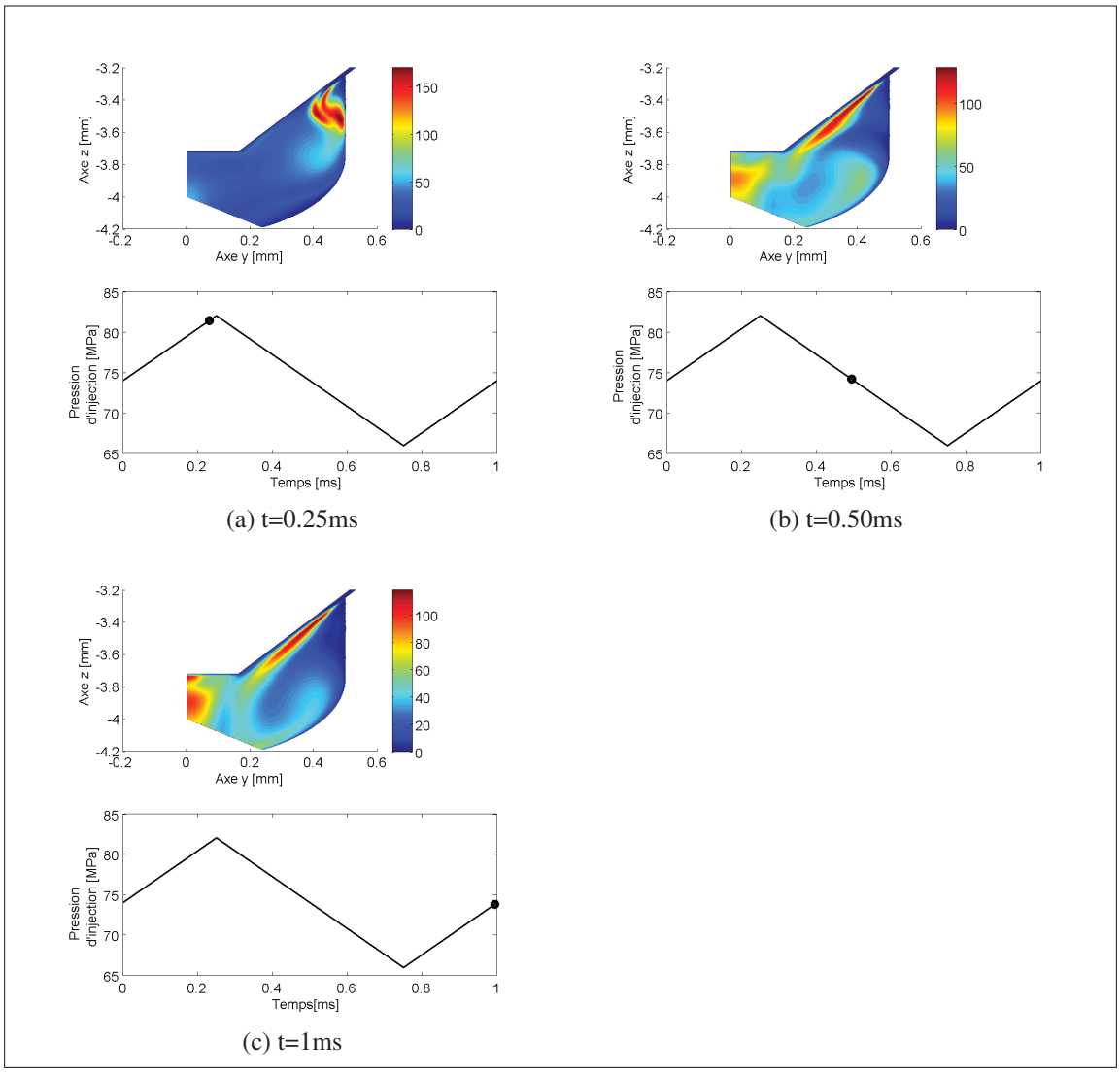


Figure 5.16 Module de vitesse [m/s] projeté sur la nouvelle base POD de la : a) 1er structure cohérente (mode 1) ; b) 2nde structure cohérente (modes 2 à 6) ; c) 3me structure cohérente (modes 7 à N_t) - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062

On va alors comparer la Figure 5.16, montrant les structures cohérentes, avec la Figure 5.17, montrant la valeur de l'énergie cinétique de turbulence obtenue par le calcul CFD. On voit bien qu'au début du cycle, la Figure 5.17-a) localise la production d'énergie cinétique de turbulence en sortie de l'étranglement. Ce qui est cohérent avec la seconde structure cohérente, de la Figure 5.16-b), qui permet également de localiser cette région au même endroit, mais en utilisant l'approche POD. De plus, au cours du cycle et jusqu'à sa fin, Figures 5.17-b) et-c), les résultats CFD montre que l'énergie cinétique de turbulence se re-localise en proche paroi de l'aiguille. La seconde structure cohérente de la Figure 5.16-b) permet de tirer la même conclusion. Finalement, la troisième structure cohérente, définie pour les modes 7 à N_t, représente environ 0.66% de l'énergie global du système. Cette structure est représentée sur la Figure 5.16-c). Elle permet de visualiser clairement où le jet oscille durant la période de transition entre, le jet décollé et le jet collé à l'aiguille. En effet, si l'on regarde les Figures 5.10-d) et 5.11-a), qui présentent l'évolution du module de vitesse au cours du temps, on peut constater que la zone dans le volume de sac où le jet oscille est la même que la zone que celle mise en évidence par la troisième structure cohérente de la Figure 5.16-c).



(a) t=0.25ms

(b) t=0.50ms

(c) t=1ms

Figure 5.17 Évolution de l'énergie cinétique de turbulence par unité de masse $[m^2/s^2]$ dans le volume de sac obtenu par le calcul CFD - Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062

Puisqu'il semble que ces structures soient représentatives de la réponse de la dynamique de l'écoulement à l'excitation, on peut alors pousser un peu plus loin l'analyse en s'intéressant à l'évolution des coefficients temporaux $a_k(t)$ (c.f. coefficients de l'équation (5.1)). L'analyse des coefficients temporaux $a_k(t)$ de l'équation (5.1) permet également d'apporter de l'information sur la dynamique de l'écoulement. La Figure 5.18 illustre l'évolution, au cours du temps, de ces coefficients pour les trois structures précédemment identifiées. L'amplitude du premier coefficient, Figure 5.18-a), qui est lié à la dynamique de l'écoulement moyen, apporte la même information que la Figure 5.15-a).

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

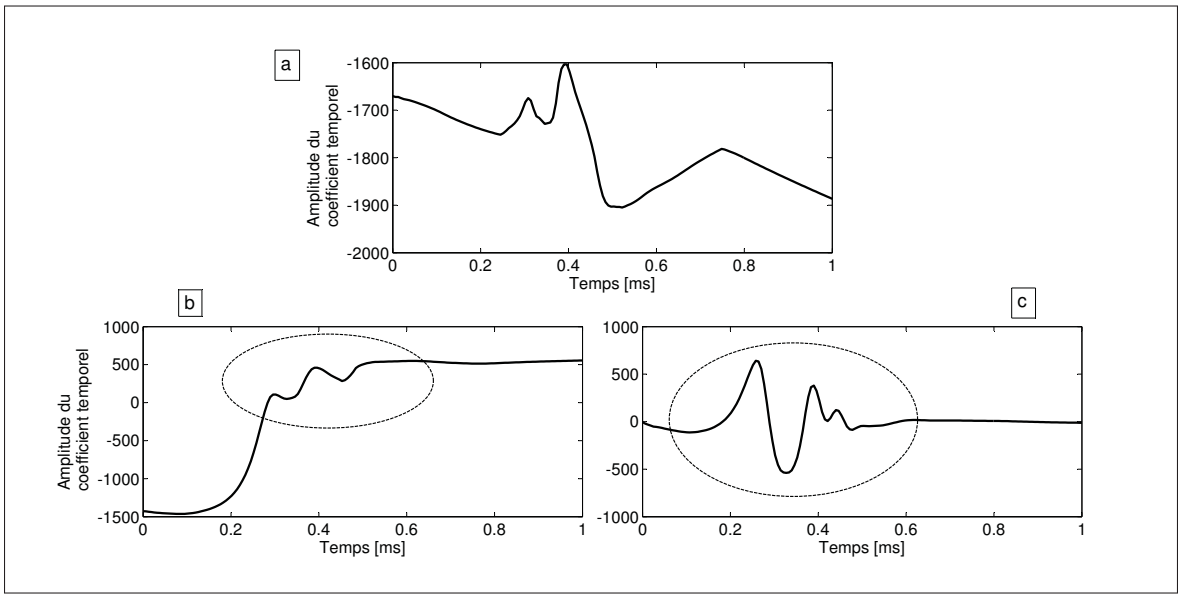


Figure 5.18 Amplitude des coefficients temporaux $a_i(t)$ pour :
a) la 1er structure cohérente ; b) la 2nde structure cohérente ; c) la 3me structure cohérente
Signal S2 (f=1kHz) - H^*=0.062

En effet, l'amplitude de ce coefficient n'est pas la même en début de cycle (t=0s), au milieu (t=0.5ms), et à la fin du cycle (t=1ms), alors que la pression d'injection est la même à ces instants. Ce qui implique nécessairement que la dynamique de l'écoulement moyen est affectée par cette excitation de pression. Néanmoins, l'étude seule de ce coefficient n'importe pas vraiment d'information quantitative. L'analyse des coefficients des deux autres structures en amène cependant davantage. En effet, l'amplitude du coefficient temporel de la seconde structure cohérente, Figure 5.18-b), se comporte comme un signal en "marche". Au cours de ce processus, la fonction passe par une période d'oscillation qui permet de quantifier facilement, la durée de ces oscillations : environ 0.20 ms ; et la période de ces oscillations : environ 0.10 ms. Finalement, la Figure 5.18-c) présente l'amplitude du coefficient temporel de la troisième structure cohérente. La morphologie de cette fonction est très caractéristique de ce que l'on peut observer, en analyse du signal, lorsqu'on étudie l'amortissement d'un système. En effet, on observe bien que cette fonction est nulle au cours du cycle, exceptée précisément durant la période d'oscillation, entre 0.25ms et 0.55ms. D'autant plus que la forme de la décroissance de l'amplitude des oscillations, appelée enveloppe exponentielle, est caractéristique d'un signal mécanique amorti.

De même que pour le signal S1, la hauteur d'aiguille H^*=0.010 a également été testée. Cependant là aussi, comme pour la section précédente, la dynamique de l'écoulement n'est pas excité, contrairement à ce qui est observé pour H^*=0.062. Puisque l'écoulement n'est pas perturbé par l'excitation de pression d'injection S2, les conclusions pour la plus faible levée d'aiguille sont les mêmes que celle que l'on pourrait faire pour le signal S1. A la différence prêt que les grandeurs étudiées évolueraient avec la fréquence de 1kHz.

5.7 Conclusion

Cette étude vient de montrer que pour des pressions d'injection oscillantes réalistes, au sens où les caractéristiques des signaux sont basées sur des mesures expérimentales, la dynamique de l'écoulement peut être affectée dans certaines conditions. On a pu identifier deux paramètres, qui sont la hauteur de l'aiguille et la fréquence du signal d'excitation. On a mis en évidence que pour la plus faible levée d'aiguille, H^*=0.010, quelque soit la fréquence d'excitation, les structures tourbillonnaires dans le volume du sac ne sont pas affectées. Pour la levée H^*=0.062, il a été observé deux cas différents en fonction de la fréquence d'excitation. Dans le premier cas, pour la haute fréquence d'excitation (f=20kHz) la dynamique de l'écoulement n'est pas affectée. Cependant, pour la même levée d'aiguille (H^*=0.062), mais pour une fréquence d'excitation plus faible (f=1kHz), la dynamique est profondément modifiée puisqu'il y a une réorganisation de l'écoulement dans le volume de sac. D'un point de vue macroscopique, on observe que s'il n'y pas de réponse à l'excitation, les coefficients d'écoulements varient en suivant l'évolution de la pression d'injection oscillante. Cependant, la conclusion est différente pour le cas où une réponse dynamique est observée puisque la réorganisation de l'écoulement dans le volume de sac ne permet aux coefficients d'écoulements de suivre le profil de pression d'excitation. De plus, l'outil de décomposition en modes propres en suivant la méthode des *snapshots* a permis de mettre en évidence différentes structures cohérentes et ainsi de caractériser l'écoulement en apportant des données quantitatives. Ce chapitre vient donc en réponse au troisième sous-objectif fixé par le mémoire.

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'écoulement dans les injecteurs diesel est sujet à de nombreuses études, à la fois expérimentales et numériques. Malgré cela, la littérature scientifique ne s'intéresse que peu à la caractérisation de la dynamique de l'écoulement dans des conditions d'injection réalistes. C'est-à-dire lorsque l'on s'intéresse à l'influence de la position de l'aiguille et d'une pression d'injection fluctuante sur l'écoulement. L'objectif principal de ce mémoire a donc été de : *Caractériser l'écoulement dans un injecteur diesel afin de quantifier l'impact de la levée d'aiguille et d'une pression d'injection oscillante sur la dynamique de l'écoulement.*

Dans un premier temps, un modèle numérique, capable de prédire le comportement d'un injecteur diesel mono-trou à pleine ouverture d'aiguille et pression d'injection fixe, a été développé. Ce modèle a été validé à l'aide des coefficients d'écoulement expérimentaux donnés par le laboratoire Sandia, obtenus pour le même injecteur mono-trou et utilisé dans les mêmes conditions d'injection (ΔP=72MPa et ΔP=138MPa).

Par la suite, le modèle a été étendu à différentes ouvertures d'aiguille s'étalant de 5μm à 480μm. On a alors cherché à étudier, pour une pression d'injection fixe, l'influence de la position de l'aiguille sur la dynamique de l'écoulement. Il a été observé qu'à partir d'une ouverture de 6% de l'ouverture maximale, le débit de carburant injecté est le même qu'à pleine levée d'aiguille. Cette partie de l'étude a également mis en évidence que la complexité de l'écoulement se situait en amont de la buse, dans le volume de sac. En particulier pour de très faibles ouvertures d'aiguille (entre 1% et 30% de l'ouverture maximale) où des structures tourbillonnaires complexes sont observées dans cette zone. En effet, pour ces ouvertures, la restriction de passage entre l'aiguille et le corps de l'injecteur est tel que le fluide arrive dans le sac sous forme d'un jet véloce capable de former des tourbillons à l'intérieur de celui-ci. On a ainsi pu décomposer la dynamique dans le volume de sac en 4 périodes en fonction de la position de l'aiguille. La première période pour les plus faibles levées d'aiguille où le jet est collé à la paroi de celle-ci. En augmentant la levée, le jet va alors se décoller de l'aiguille puis finalement se recoller à celle-ci. Finalement, la quatrième période correspond à un état de stabilisation de la

dynamique dans le volume de sac. Cette déviation du jet fait appel à la notion d'effet Coanda et la contribution de ce travail de recherche a été de mettre en évidence le lien entre le nombre de Reynolds du jet et le phénomène de décollement-recollement observé dans le volume de sac.

Finalement, ce mémoire s'est intéressé à l'influence, à levée d'aiguille fixe, d'une pression d'injection fluctuante sur l'écoulement. Ces profils de pression d'injection non-constantes sont tirés de résultats expérimentaux. On a ainsi pu observer qu'en fonction de la position de l'aiguille et de la fréquence d'excitation du signal, la réponse dynamique était différente. Pour une fréquence de 20kHz, la dynamique du système ne répond pas à l'excitation. On observe que les coefficients d'écoulements varient en suivant le profil de pression, mais que le jet, dans le volume de sac, reste stable. Cependant, dans le cas d'une excitation avec un signal de 1kHz, on observe que le jet dans le volume du sac, qui était initialement décollé de la paroi de l'aiguille, se retrouve excité et finit par recoller à cette paroi. Dans le but d'extraire les structures cohérentes de l'écoulement, une décomposition en modes propres orthogonaux (POD) du champ de vitesse, dans le volume de sac, a été utilisée.

À travers les travaux réalisés dans ce mémoire, nous avons répondu à notre objectif principal en fournissant des données quantitatives et des méthodes d'analyses possibles permettant de davantage caractériser l'écoulement dans les injecteurs diesel mono-trou, en fonction de la position de l'aiguille et d'une pression d'injection oscillante.

RECOMMANDATIONS

Ce mémoire s'inscrit dans un projet plus global de modélisation dans les injecteurs diesel. Ce projet, initié par les travaux de Mousseau (2013), est le premier à s'intéresser à l'impact de la position de l'aiguille de l'injecteur diesel sur la dynamique de l'écoulement. Partant de là, il est évident que certains aspects de la modélisation ont dû être simplifiés afin de faciliter le travail. L'expérience acquise tout au long de se projet permet néanmoins de formuler quelques recommandations pour des travaux futurs.

Une partie des travaux présentés ici se sont concentrés sur la caractérisation de l'écoulement en fonction de la position de l'aiguille. Cependant, en condition réelle d'injection, l'aiguille ne se trouve jamais "bloquée" dans des positions intermédiaires. Elle est constamment en mouvement et ce mouvement à nécessairement un impact sur la dynamique globale de l'écoulement. En effet, en fonction de la vitesse à laquelle elle se déplace, un phénomène de succion du fluide devrait apparaitre lorsque l'aiguille se soulève et un phénomène de refoulement du fluide devrait être observé lorsque l'aiguille se referme. Les effets transitoires liés au déplacement de l'aiguille ne peuvent pas être négligés dans un modèle numérique plus complet (Xue *et al.*).

Même si le présent mémoire n'aborde pas les effets transitoires du déplacement de l'aiguille, il a néanmoins permis d'identifier que la plupart des structures tourbillonnaires se situent à l'intérieure du volume de sac. Zone où la restriction de passage de l'écoulement due au mouvement de l'aiguille permet au fluide de former un jet de carburant dans cette région. Une approche URANS de la turbulence n'est peut être pas suffisante pour capturer toutes ces structures. De manière à mieux modéliser l'écoulement dans le sac, il conviendrait de s'attarder à la résolution des grandes échelles de turbulence à travers les modèles LES (Jagus, 2009; Jagus et Jiang, 2011). Ceci permettrait probablement de mieux comprendre comment se comportent ces structures tourbillonnaires puisqu'elles seront beaucoup mieux modélisées. Le point négatif d'une telle approche est le temps de calcul. En effet il faut considérablement raffiner le maillage afin de résoudre les équations des modèles de turbulence LES.

Aujourd'hui, les constructeurs conçoivent des injecteurs dont la forme de la buse (conique et sans angle vif) permette de ne plus faire apparaitre de cavitation dans l'écoulement (Caprotti *et al.*, 2006). On devrait donc ne plus considérer ce phénomène comme intrinsèquement lié à la dynamique de l'injecteur afin de pouvoir s'en affranchir. Ainsi, il serait possible d'alléger le coût de calcul puisque c'est à cause de ce phénomène que nous avons dû diminuer considérablement le pas de temps de la résolution numérique. De plus, nous avons pu mettre en évidence que le volume de sac était une zone pertinente à étudier lorsque l'on s'intéresse à la problématique du déplacement de l'aiguille. Or, le phénomène de cavitation n'apparait pas dans cette zone et il aurait été possible de s'en affranchir.

ANNEXE I

MÉTHODE DE CALCUL DE L'INDICE DE CONVERGENCE GCI

En méthode numérique, la qualité du maillage est un paramètre important qui a longtemps été sous estimé (Schwer, 2008). Être capable de quantifier la qualité d'un maillage est devenu essentiel dans les publications de CFD, afin d'avoir des points de comparaison d'une étude à l'autre (Celik *et al.*, 2008). Le calcul de l'indice GCI (*Grid Convergence Index*) a permis en partie de résoudre ce problème. La méthode, facile à mettre en place, est décrite par (Celik *et al.*, 2008). Cette annexe est construite à partir de ses travaux.

- On définit un maillage intermédiaire de référence (d'indice 2) sur lequel on calcule l'indice h :

$$h_2 \;=\; [\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\Delta V_i)]^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(A I-1)}$$

  où N représente le nombre total de cellules du maillage et V_i le volume d'une cellule d'indice (i).

- Il faut ensuite créer deux autres maillages, dont l'un est plus grossier (indice 3) et l'autre plus raffiné (indice 1). Il est conseillé par (Celik *et al.*, 2008) de vérifier que les rapports $r = h_3/h_2$ et $r = h_2/h_1$ soient supérieurs à 1.3. Il ne s'agit pas d'une condition formelle, elle est juste basée sur l'expérience en la matière de (Celik *et al.*, 2008).

- Par la suite on calcule l'ordre apparent p de la méthode en utilisant :

$$p \;=\; \frac{1}{ln(r_{21})}|\, ln(|\epsilon_{32}/\epsilon_{21}|) \;+\; q(p)\,| \qquad \text{(A I-2)}$$

$$q(p) \;=\; ln\left(\frac{r_{21}^{p} \;-\; s}{r_{32}^{p} \;-\; s}\right) \qquad \text{(A I-3)}$$

$$s \;=\; 1.sign(\epsilon_{32}/\epsilon_{21}) \qquad \text{(A I-4)}$$

  où $\epsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2$ et $\epsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1$. De même, ϕ_i est la solution associée au maillage d'indice i. C'est-à-dire que ϕ peut être une valeur de pression, de vitesse, de coefficient d'écoulement, ... dont on souhaite calculer l'erreur GCI.

Rapport-Gratuit.com

- On calcule la valeur de ϕ extrapolée telle que :

$$\phi_{ext}^{21} = \frac{r_{21}^{p}\phi_1 - \phi_2}{r_{21}^{p} - 1} \tag{A I-5}$$

On calcule de la même manière ϕ_{ext}^{32}.

- On détermine ensuite l'erreur relative et l'erreur relative extrapolée telle que :

$$e_a^{21} = \left|\frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1}\right| \qquad e_{ext}^{21} = \left|\frac{\phi_{ext}^{12} - \phi_1}{\phi_{ext}^{12}}\right| \tag{A I-6}$$

- Finalement, on obtient l'erreur GCI entre le maillage 1 et 2 :

$$GCI^{12} = \frac{1.25 e_a^{21}}{r_{21}^{p} - 1} \tag{A I-7}$$

L'erreur GCI entre les maillages 2 et 3 se calcule de la même manière.

ANNEXE II

LES ÉQUATIONS DE CONSERVATIONS

Ce sont les équations fondamentales de la dynamique des fluides. On les obtient en appliquant les lois fondamentales de conversation de la physique à un élément volumique de fluide (Kundu, 2012). Sous forme conservative, les deux équations utiles s'écrivent ainsi :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \tag{A II-1}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}\mathbf{u}) = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mathbf{T} \tag{A II-2}$$

où l'opérateur $\nabla \cdot (...)$ désigne l'opérateur de divergence en coordonnées cartésienne et l'opérateur $\nabla(...)$ désigne le gradient d'une quantité. De plus, ρ est la masse volumique du fluide en mouvement à la vitesse $\mathbf{u}$ dans un référentiel galiléen. Le terme $\mathbf{g}$ est l'accélération de pesanteur et $\mathbf{T}$ désigne le tenseur des contraintes appliqué sur un volume élémentaire de fluide est sera explicité dans la section suivante. L'équation (A II-1) se déduit de la conservation de la masse sur l'élément de volume. L'équation (A II-2) est celle de la conservation de la quantité de mouvement. Elle provient de l'application de la deuxième loi fondamentale de Newton. Elle traduit l'équilibre entre les forces d'inertie et les forces extérieures appliquées sur l'élément de volume considéré. La dernière équation, non présentée ici, est liée à la conservation de l'énergie du système et provient de la première loi de la thermodynamique. Dans notre cas d'étude, il n'y a aucun transfert de chaleur et pas de source interne de chaleur. Le système est considéré comme adiabatique, et cette équation n'est pas nécessaire pour décrire la dynamique du système.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Dans notre cas d'étude, ces équations peuvent néanmoins être simplifiées en suivant quelques hypothèses :

- On néglige la force de pesanteur, $\mathbf{g}$, devant les autres forces mises en jeu
- On suppose que le fluide est un fluide newtonien.

Pour un fluide newtonien, on peut écrire le tenseur des contraintes $\mathbf{T}$ tel que (Kundu, 2012) :

$$\mathbf{T} \;=\; -p\mathbf{I} \;-\; \frac{2}{3}\mu(\nabla\cdot\mathbf{u})\mathbf{I} \;+\; 2\mu\mathbf{D}\;. \qquad \text{(A II-3)}$$

De manière générale, un fluide newtonien est un fluide dont le tenseur des contraintes visqueuses est proportionnel au tenseur des déformations. La constante de proportionnalité étant la viscosité dynamique du fluide μ (Kundu, 2012). Dans l'équation (2.3), le tenseur $\mathbf{I}$ est le tenseur identité et p est la pression statique appliquée sur le fluide. Le tenseur $\mathbf{D}$ est le tenseur des taux de déformation et se défini ainsi :

$$\mathbf{D} \;=\; \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} \;+\; \mathbf{u}\nabla)\;. \qquad \text{(A II-4)}$$

Finalement, les équations généralisées se simplifient de la façon suivant :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} \;+\; \nabla\cdot(\rho\mathbf{u}) \;=\; 0\;, \qquad \text{(A II-5)}$$

$$\rho\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} \;+\; \rho\nabla\cdot(\mathbf{u}\mathbf{u}) \;=\; -\nabla p \;-\; \nabla\cdot(\frac{2}{3}\mu(\nabla\cdot\mathbf{u})\mathbf{I}) \;+\; \nabla\cdot(2\mu\mathbf{D}) \;+\; \mathbf{s}_\sigma\;. \qquad \text{(A II-6)}$$

L'apparition du terme source, $\mathbf{s}_\sigma$, dans l'équation (2.6) sera expliqué dans la section 2.3. Ces équations forment la base de notre modélisation mathématique. Elles vont cependant être modifiées pour tenir compte des phénomènes de cavitation et de turbulence qui apparaissent dans l'injecteur.

ANNEXE III

SCHÉMAS DE DISCRÉTISATION SPATIALE

Dans ce mémoire, quatre schémas de discrétisation spatiale ont été utilisés et sont référencés ci-dessous. Rappelons que ces schémas sont utilisés pour résoudre le terme convectif C_j des différentes équations de conservation d'un flux ϕ_j (c.f. Chapitre 2) :

$$C_j = F_j \phi_j \quad \text{avec} \quad F_j = (\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{S})_j \tag{A III-1}$$

Le terme F_j est alors le débit massique à travers la face d'indice (j), de la cellule de centre P, illustré par la Figure III-1. Les cellules voisines à celle étudiée sont centrées en N^- et N^+ .

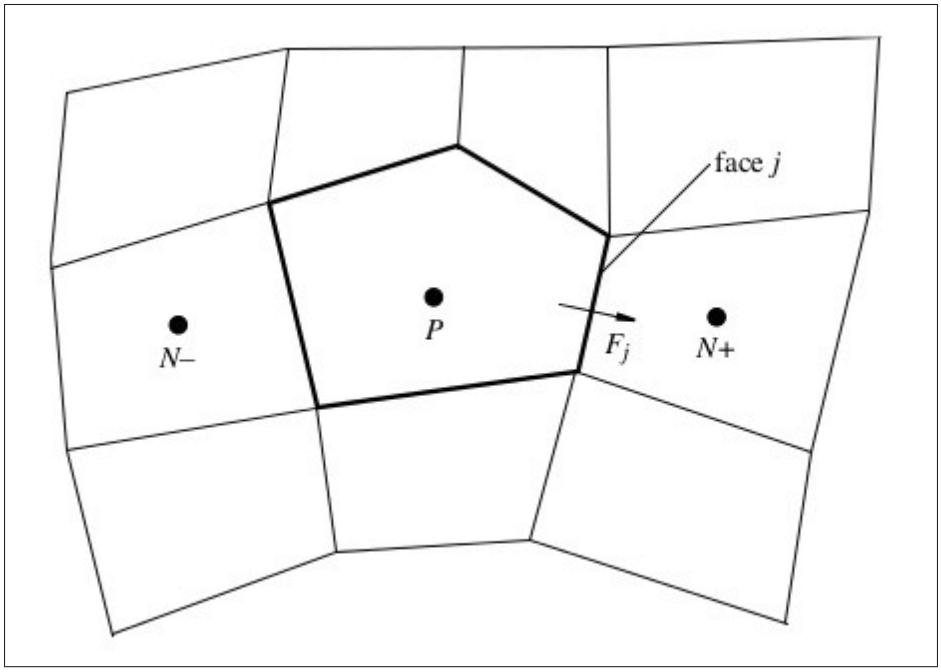


Figure-A III-1 Convention de nom pour la discrétisation du flux ϕ_j traversant la face j (CD-Adapco, 2012)

1. Schéma "Upwind"

Aussi appelé schéma UD, il s'agit d'un schéma de premier ordre qui tient compte du sens de l'écoulement. Ainsi on a :

$$C_j^{UD} = F_j \begin{cases} \phi_P & \text{si } F_j \geq 0 \\ \phi_{N^+} & \text{si } F_j \leq 0 \end{cases} \tag{A III-2}$$

Pour reprendre la convention de la Figure III-1, si $F_j > 0$ alors le flux ϕ traverse successivement les cellules N^-, P, et finalement N^+.

2. Schéma "Linear Upwind"

Il s'agit d'un schéma UD de second ordre. On obtient ainsi :

$$C_j^{LUD} = F_j \begin{cases} \phi_P + \frac{\phi_P - \phi_{N^+}}{2} & \text{si } F_j \geq 0 \\ \phi_{N^+} + \frac{\phi_{N^+} - \phi_P}{2} & \text{si } F_j \leq 0 \end{cases} \tag{A III-3}$$

3. Schéma centré

Ce schéma ne tient pas compte du sens de l'écoulement puisqu'il considère que chaque nœud influence de la même manière le nœud P considéré. Il interpole linéairement la valeur à la face (j) du nœud P avec son voisin le plus proche, ici N^+. On obtient ainsi :

$$C_j^{CD} = F_j \frac{\phi_P + \phi_N^+}{2} \tag{A III-4}$$

4. Schéma hybride "MARS"

Un schéma hybride de second ordre est également disponible appelé MARS pour *Monotone advection and reconstruction scheme*. Ce schéma est propre au logiciel et très peu d'information le concernant sont donc dévoilées par CD-Adapco (2012). D'après la documentation, il s'agit d'un schéma robuste qui permet de favoriser à la fois la précision des résultats et la vitesse de calcul (CD-Adapco, 2012).

ANNEXE IV

DÉCOMPOSITION EN MODE PROPRE, MÉTHODE DIRECTE

Cette annexe permet d'expliquer le formalisme mathématique relatif à la POD. Il est construit à partir des travaux de Podvin (2001) et Bergmann *et al.* (2007). Rappelons que l'idée principale de la méthode est d'extraire de la cohérence en décomposant le champ de vitesse en mode propre, telle que :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^{N} a_k(t) \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x})^{(k)} \tag{A IV-1}$$

On cherche à trouver une base orthonormée ϕ qui soit "le plus près possible" (Podvin, 2001) du signal initial $\mathbf{u}$.

Soit H un espace de Hilbert

Soit E un sous-espace vectorielle à 3 dimensions de H

Soit T un intervalle de temps qui inclus toutes les réalisations possibles de $\mathbf{u}$

Soient <·|·> un produit scalaire de H et $\|\cdot\| =< \cdot|\cdot >^{1/2}$ sa norme associée. On défini le produit scalaire de H comme une moyenne temporelle tel que :

$$< | >= \frac{1}{T} \int_T \cdot \, dt \tag{A IV-2}$$

Comme le montre Bergmann *et al.* (2007), si on définit $\mathbf{X} = (x, y, z)$ comme une variable de l'espace E, le principe de la POD directe peut être schématisé par la Figure IV-1. Ainsi, à partir d'un signal moyenné sur le temps, on peut obtenir une corrélation dans l'espace.

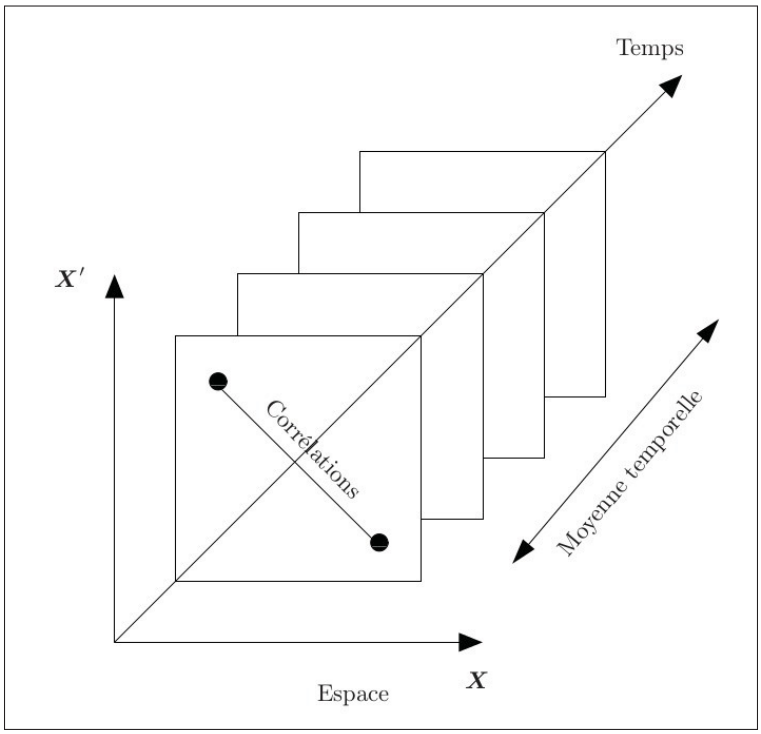


Figure-A IV-1 Illustration de la méthode directe de la POD (Bergmann *et al.*, 2007)

Mathématiquement, la notion de chercher la base orthonormée qui correspond "au plus proche" (Bergmann *et al.*, 2007) au signal $\mathbf{u}$ est de minimiser la distance d qui sépare le champ de vitesse $\mathbf{u}$ du sous-espace E. D'après le théorème de la projection orthogonale (Podvin, 2001), si ϕ est une base orthonormée de E, alors pour tout signal $\mathbf{u}$ de H, la projection orthogonale p de $\mathbf{u}$ sur E(de dimension n=3), se définit ainsi :

$$\mathbf{p_E}(\mathbf{u}) = \sum_{i=1}^{n} < \mathbf{u}|\boldsymbol{\phi_i} > \boldsymbol{\phi_i} \tag{A IV-3}$$

Finalement, la distance d est définie comme le minimum de cette projection, telle que :

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{E})^2 = \min_{\mathbf{p_E}(\mathbf{u}) \in \mathbf{E}} \|\mathbf{u} - \mathbf{p_E}(\mathbf{u})\|^2 \tag{A IV-4}$$

Ce qui, en d'autres termes, revient à maximiser le terme de $\mathbf{p_E}(\mathbf{u})$ pour minimiser la valeur de d.

De plus, puisque les vecteurs $\phi_{\mathbf{i}}$ sont normés, cela revient à résoudre le problème de maximisation suivant (Podvin, 2001; Bergmann *et al.*, 2007) :

$$\max_{\boldsymbol{\phi} \in E^n} \frac{< \mathbf{u} | \boldsymbol{\phi} >^2}{\|\boldsymbol{\phi}\|^2} \tag{A IV-5}$$

$$\|\boldsymbol{\phi}\|^2 = 1 \tag{A IV-6}$$

Par la suite, on peut montrer que le système précédent peut se simplifier comme un problème de valeurs propres. Cette étape fait intervenir des notions d'algèbre élaborées que le lecteur peut trouver chez Podvin (2001) et Bergmann *et al.* (2007). La conclusion étant que le système d'équations (A-II-5) et (A-II-6) peut se réécrire ainsi :

$$\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\phi} = \lambda \cdot \boldsymbol{\phi} \tag{A IV-7}$$

Où $\boldsymbol{\phi}$ et λ sont respectivement les vecteurs propres et valeurs propres du problème. Le tenseur R est appelé tenseur des corrélations spatiales (Bergmann *et al.*, 2007) défini ainsi :

$$\mathbf{R} = \frac{1}{T} \int_T \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{u}^{\mathbf{T}}(\mathbf{x}, t) \tag{A IV-8}$$

Rappelons que T est l'intervalle de temps sur lequel la moyenne d'ensemble temporelle est réalisée (c.f. équation (A-II-2)). On peut définir l'énergie du signal telle que :

$$E = < \mathbf{u} | \mathbf{u} > = \sum_{k=1}^{+\infty} \lambda_k \tag{A IV-9}$$

Dans ce cas direct, Bergmann *et al.* (2007) soulève les difficultés de résolution liées à la taille du problème aux valeurs propres (A-II-7). En effet, dans notre cas d'étude, nous nous intéressons à l'extraction des structures cohérentes dans le volume de sac (qui compte un peu plus de 5000 nœuds). Le champ de vitesse comporte 3 composantes dont seulement deux nous intéressent puisqu'on considère la dynamique invariante autour de l'axe de rotation de l'injecteur. Ce qui nous amène à un problème aux valeurs de la taille : $N_{POD} \approx (5000.2)^2 = 10^6$ (Bergmann *et al.*, 2007). Ce qui demande d'importantes capacités de calcul pour résoudre un tel problème. D'où l'utilité de la méthode des *snapshots* décrite dans la section 6.1.1.

Rapport-Gratuit.com

ANNEXE V

IDENTIFICATION DES STRUCTURES COHÉRENTES

Cette annexe a pour but de clarifier la manière dont le choix des structures cohérentes est réalisé. Notamment lors de l'étude de la réponse de l'écoulement à l'excitation du signal S2. Il ne s'agit pas d'une méthode formelle puisqu'il est difficile de juger objectivement à quel mode on va choisir de tronquer la décomposition pour déterminer telle ou telle structure. Néanmoins, à partir des travaux de Chen *et al.* (2012a) et Chen *et al.* (2012b), on a pu mettre en avant la nécessité de considérer qu'une structure cohérente se définie comme la somme de modes énergétiquement proches. Cela signifie que l'on doit à la fois considérer la localisation spatiale de l'énergie dans l'écoulement, et son amplitude. Autrement dit, on va faire appelle aux concepts décrits par les équations (5.13) et (5.17). La première équation permet de projeter sur la nouvelle base POD, le champs de vitesse moyen au cours du cycle, associé au mode considéré. La deuxième équation permet d'extraire l'énergie associé à chaque mode à partir des coefficients d'amplitude.

En appliquant les principes précédents au champs de vitesse de l'écoulement excité par le signal S2, on obtient les Figures V-1 et V-2 montrant le champs de vitesse moyen, au cours du cycle, associé à chaque mode. Les Figures V-3 et V-4 montrent quant à elle l'évolution de l'énergie cinétique adimensionnallisée, suivant le principe décrit par l'équation (5.17), au cours du temps. On ne présentera les résultats que pour les 10 premiers modes. On rappel qu'il y a autant de modes que d'échantillons utilisés pour faire la décomposition POD, soit 160 pour le signal S2. Cependant, l'énergie contenue dans les autres modes (plus grand que 10) est extrêmement négligeable devant les premiers modes de la décomposition.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

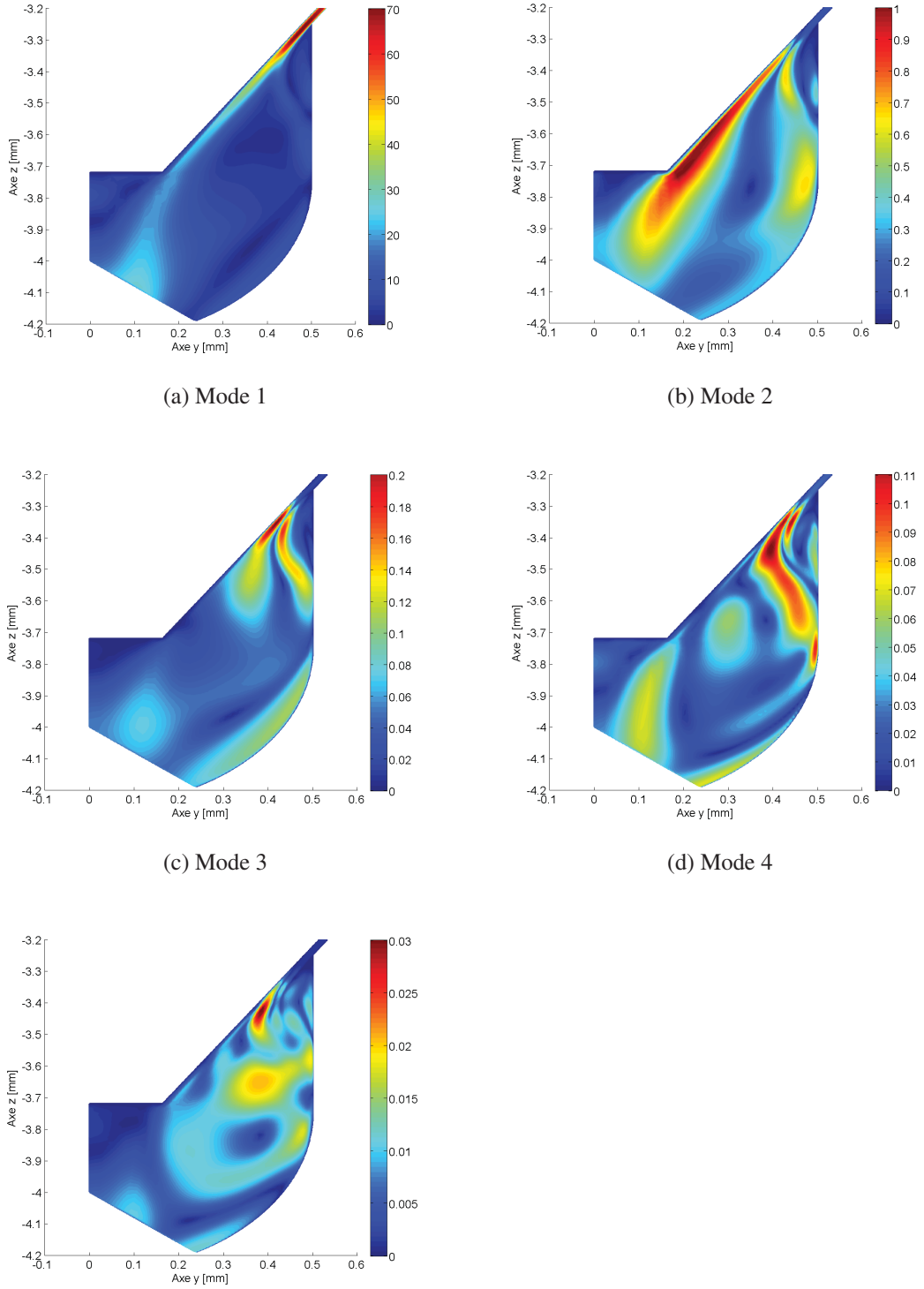
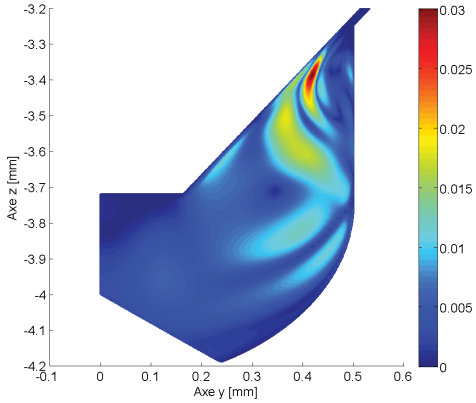
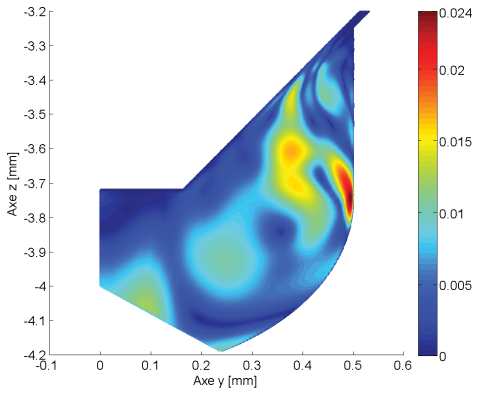


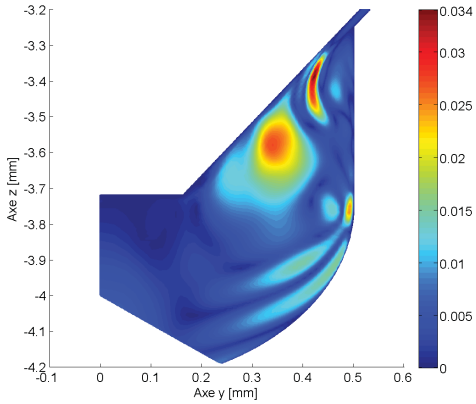
Figure-A V-1 Module de vitesse [m/s] projeté sur la base POD pour les cinq premiers modes - Signal S2 - $H^* = 0.062$



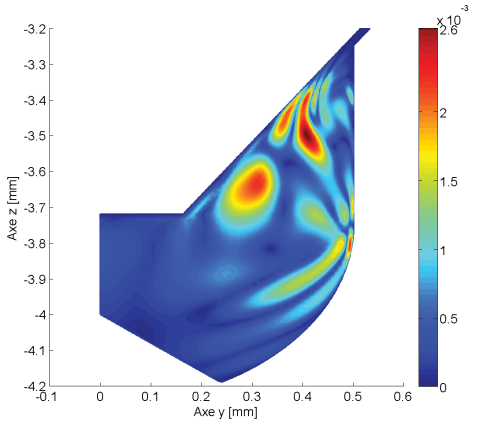
(a) Mode 6



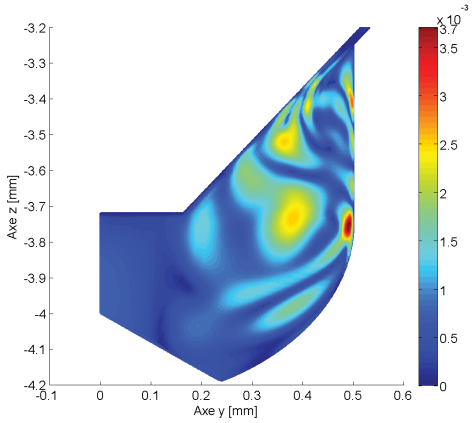
(b) Mode 7



(c) Mode 8

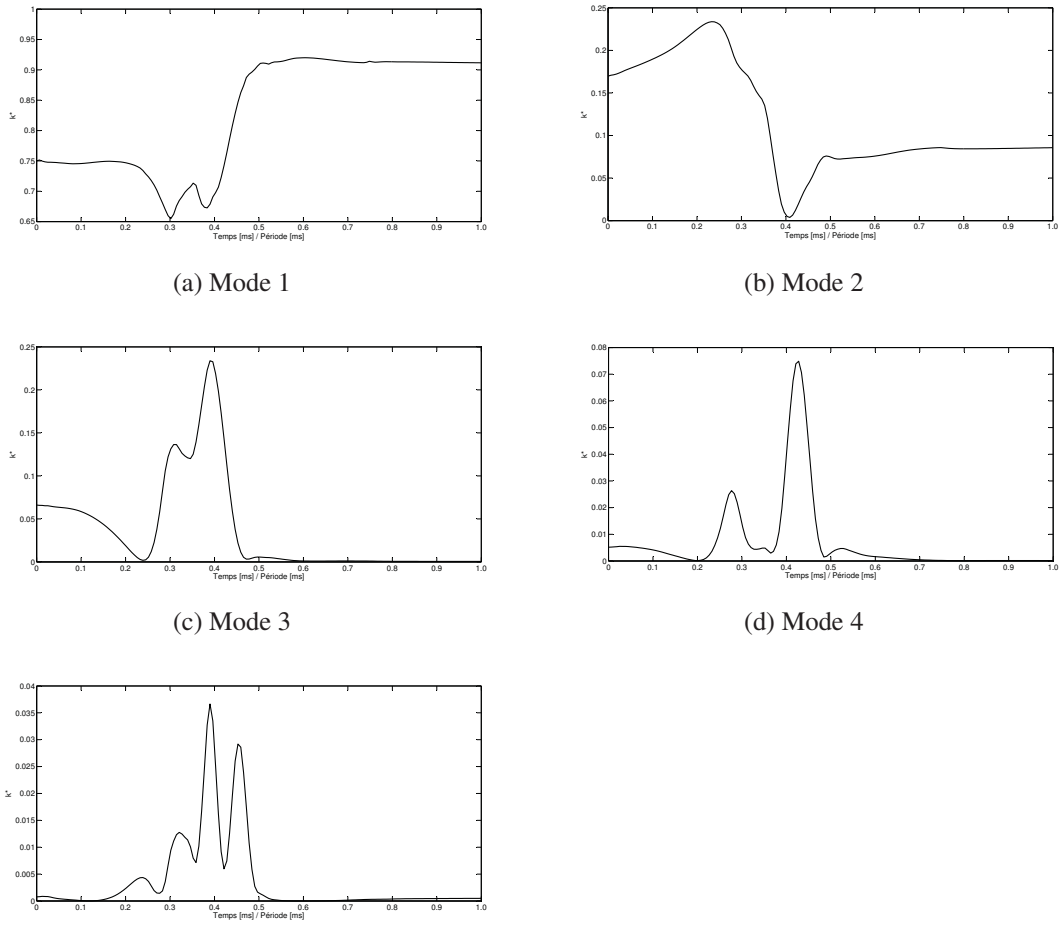


(d) Mode 9



(e) Mode 10

Figure-A V-2 Module de vitesse [m/s] projeté sur la base POD pour les cinq derniers modes - Signal S2 - $H^* = 0.062$



(a) Mode 1

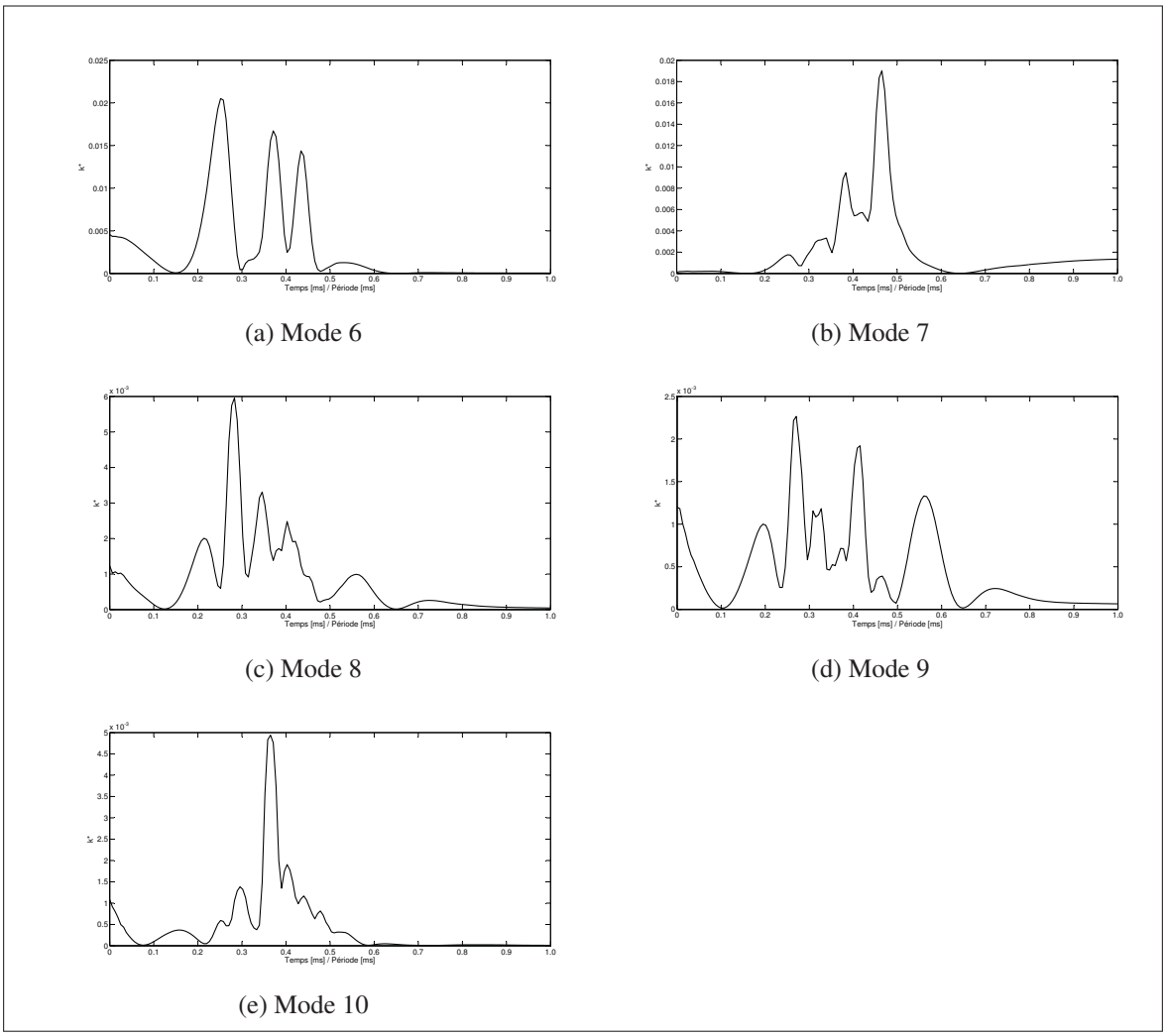
(b) Mode 2

(c) Mode 3

(d) Mode 4

(e) Mode 5

Figure-A V-3 Énergie cinétique adimensionnalisée associé aux cinq premiers modes - Signal S2 - $H^* = 0.062$



(a) Mode 6

(b) Mode 7

(c) Mode 8

(d) Mode 9

(e) Mode 10

Figure-A V-4 Énergie cinétique adimensionnalisée associé aux cinq derniers modes - Signal S2 - H^* = 0.062

1er structure cohérente

Rappelons que dans notre cas, la méthode de décomposition en modes propres orthogonaux a été utilisée sans soustraire l'écoulement moyen du signal. Ainsi, le premier mode est nécessairement représentative de l'écoulement moyen au cours du cycle. Il s'agit du mode le plus énergétique et il va donc être considérée comme une structure cohérente à part entière. Ce premier mode représente environ 80% de l'énergie global du système (c.f équation 5.7), il s'agit donc du mode fondamental de la décomposition.

2me structure cohérente

Comme on l'a vue dans la section 5.6, la deuxième structure est définie des modes 2 à 6. Comme expliqué dans l'introduction de cette annexe, le choix de couper au mode 6 pourrait être critiquable. Néanmoins, si l'on regarde les Figures V-1 et V-2 montrant la localisation de l'énergie de chaque mode, on constate que les modes 2 à 6 mettent en évidence les zones de décollement-recollement du jet. Le mode 7 étant à la limite pour pouvoir être considérer dans cette structure. Si l'on regarde ensuite les Figure V-3 et V-4 montrant l'évolution de l'énergie de chaque mode au cours du temps, les amplitudes restent comparables entre les modes 2 à 6. C'est à partir du mode 7 que l'on observe une diminution d'amplitude des modes restants : amplitude de l'ordre de 10^{-3} dès t=0. En faisant la somme des modes 2 à 6, on obtient donc la deuxième structure cohérente présentée dans la section 5.6

3me structure cohérente

Finalement, la troisième structure cohérente se définie avec les modes restant. Ici 7 à 10, mais en réalité on aurait très bien pu utiliser l'intégralité des modes restant, c'est-à-dire 7 à 160. Cela n'est en pratique pas nécessaire puisque ces modes sont de plus en plus négligeables au fur et à mesure que l'on augmente le rang du mode. Si l'on observe la Figure V-2, les modes 7 à 10 sont ceux qui permettent de localiser la zone d'amortissement du jet lors de l'excitation de celui-ci. C'est pour cette raison que l'on les définis comme une structures cohérentes à part. D'autant plus que si l'on regarde la Figure V-4, l'amplitude de ces modes est relativement moindre par rapport, ce qui ne nous permettrait pas de les classer dans la seconde structure. C'est ainsi que l'on défini la troisième structure cohérente relative à l'excitation de l'écoulement par le signal S2.

ANNEXE VI

COEFFICIENTS D'ÉCOULEMENT - MATLAB

```
function Flow_C(needle_lift_um)
% Function which calculates the coefficient (Cd, Cv and Ca)
%
% In star-cd :
% CSET,NEWS *Cells at the nozzle exit*
% LOAD *Result file name*
% Load Mass flux
% Post -> Save Post Data -> Register 1-6, Cell Set -> m_file.usr
% Load Scalar W velocity
% Post -> Save Post Data -> Register 4, Cell Set -> w_file.usr
%
% m_file :  mass flux data -> Write 'm_file.usr' in Matlab
% w_file :  velocity data -> Write 'w_file.usr' in Matlab
% P_inj : Injection pressure of fuel
%
% Mesh :
% Since the cell face number change at the nozzle exit for
% different mesh, it is necessary to have a condition for
% each of them.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%     Initial settings
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Injector geometric settings
d=0.1e-3; % Nozzle exit diameter
r=d/2;

%Boundary conditions
P_back=2e6; % Pressure at the nozzle exit
P_inj=74e6;

%Fuel Properties
```

```
P_sat=76181;          % vapor pressure
rho=712;              % density
mu_l=3.554e-4;        % dynamic viscosity

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%    Flow coefficients code
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Opening the files
fid_m = fopen('mfile.usr');
fid_w = fopen('wfile.usr');

m = textscan(fid_m,'%d %f %f %f %f %f %f');
w = textscan(fid_w,'%d %f');

fclose('all');

data_w = abs(w{2}); % Negative so it becomes positive

% Rearranging mass flux
if strcmp(needle_lift_um,'5')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 128031:1:128044 that are F2
% -cells from 66291:14:66963 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,128031:1:128044,2,...
                                66291:14:66963,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'10')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 85891:1:85904 that are F2
% -cells from 24151:14:24823 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,85891:1:85904,2,...
                                24151:14:24823,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'20')
```

```
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 128031:1:128044 that are F2
% -cells from 66291:14:66963 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,128031:1:128044,2,...
                              66291:14:66963,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'30')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 128031:1:128044 that are F2
% -cells from 66291:14:66963 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,128031:1:128044,2,...
                              66291:14:66963,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'40')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 128031:1:128044 that are F2
% -cells from 66291:14:66963 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,128031:1:128044,2,...
                              66291:14:66963,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'50')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 128031:1:128044 that are F2
% -cells from 66291:14:66963 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,128031:1:128044,2,...
                              66291:14:66963,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'75')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 128031:1:128044 that are F2
% -cells from 66291:14:66963 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,128031:1:128044,2,...
```

Rapport-Gratuit.com

```
                              66291:14:66963,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'100')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 128031:1:128044 that are F2
% -cells from 66291:14:66963 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,128031:1:128044,2,...
                              66291:14:66963,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'150')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 85891:1:85904 that are F2
% -cells from 24151:14:24823 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,85891:1:85904,2,...
                              24151:14:24823,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'320')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 89503:1:89516 that are F2
% -cells from 27763:14:28435 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,89503:1:89516,2,...
                              27763:14:28435,4);

elseif strcmp(needle_lift_um,'480')
% Cell face at the exit are face 6 exept for :
% -cells from 94291:1:94304 that are F2
% -cells from 32551:1260:93031 that are F4

     data_m = face_setuper(m,6,94291:1:94304,2,...
                              32551:1260:93031,4);
else
    error('Invalid needle lift')

end
```

```
% Making all the calculations
%
% Calculating Momentum and mass rates
M = data_m.*data_w;

momentum = sum(M);
mass_flow = sum(data_m);

% Calculating Ub (potential speed)
Ub = sqrt(2*(P_inj-P_back)/rho);

m_ideal = rho*Ub*(pi*r^2)/8; %/8 Because it's a 45deg injector

% Calculating the flow coefficients
Cv = momentum/(mass_flow*Ub);
Cd = mass_flow/m_ideal;
Ca = Cd/Cv;

% Display
fprintf('Mass flow is %5g g/s \n',mass_flow*1000);
fprintf('Cv = %f \n',Cv);
fprintf('Ca = %f \n',Ca);
fprintf('Cd = %f \n',Cd);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%          SUBROUTINE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function data_m = face_setuper(m,cell_face_default,varargin)

% This subroutine will give the data of the mass flux.
% This is needed since the face that faces the outlet
% is not always the same face and
% it depends of the mesh.
%
% m is the variable m in the function Flow_C_v2
```

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

```
% cell_face_default is the default cell face.
% i.e the face that is the most present at the outlet
% varargin must be setup in 2. The cell table and
% the face associated with that table

cell_number = m{1}; % Cell number
m_cell_data = m(2:7); % Flux on each face of the cells

% All the rest of the flux are from this cell_face
data_m = m_cell_data{cell_face_default};

    %For all different face change
for n_face_change = 1:2:nargin-3

    % Tab that contains the indice of the cells
    tab = [];

    % The cell where we need to change the faces
    cell_table = varargin{n_face_change};

        % All cells for that face change
    for jj = 1:length(cell_table)
        tab(numel(tab)+1) = find(cell_number==cell_table(jj));
    end

    new_face = varargin{n_face_change + 1};

    % These cell have the mass flux
    % indicated by varargin(n_face_change + 1)
    data_m(tab) = m_cell_data{new_face}(tab);
end
```

ANNEXE VII

IDENTIFICATION DU CENTRE D'UN TOURBILLON - MATLAB

```
%==============================================================%
%                      Settings
%==============================================================%

clc

precision_plot=8e-4;  % Do not decrease

% Delimitation of the sac volume
%       If sac_volume=1  => the smallest volume
%       If sac_volume=2 => medium volume
%       If sac_volume=3 => the largest volume

sac_volume=2;

property=importdata('H_10um.mat');

%==============================================================%
%                          Data
%==============================================================%

x=property.X;
y=property.Y;
z=property.Z;
v=property.V;
w=property.W;

var1=[x y z v w];

var1=sortrows(var1,3);

x=var1(:,1).*1000; % from [m] to [mm]
y=var1(:,2).*1000;
```

```
z=var1(:,3).*1000;
v=var1(:,4);
w=var1(:,5);

%=================================================================%
%   Offset in order to have a flow from left to rigth
%=================================================================%

offset=abs(max(z));

z=-z+offset;
w=-w;

%=================================================================%
%                 Cutting plane : X = 0
%=================================================================%

var1=find(abs(x)<1e-6);
y1=y(var1);
z1=z(var1);
v1=v(var1);
w1=w(var1);

%=================================================================%
%          Delimitation of the field - Sac volume
%=================================================================%

var1=find(z1>=3.2);
y2=y1(var1);
z2=z1(var1);
v2=v1(var1);
w2=w1(var1);

switch sac_volume

    case 1
```

```
    % 1st cut
    Eq=y2-z2+3.8;
    var1=find(Eq<1e-6);
    y3=y2(var1);
    z3=z2(var1);
    v3=v2(var1);
    w3=w2(var1);



    case 2

    % 2nd cut
    Eq=y2-1.25*z2+5;
    var1=find(Eq>1e-6);
    y3=y2(var1);
    z3=z2(var1);
    v3=v2(var1);
    w3=w2(var1);


    case 3

    % 3rd cut
    Eq=y2-0.75*z2+3.075;
    var1=find(Eq>1e-6);
    y3=y2(var1);
    z3=z2(var1);
    v3=v2(var1);
    w3=w2(var1);


end

%=================================================================%
%                      Vortex center identification
%=================================================================%
```

```
PM=[z3 y3];
U=[w3 v3];

% Calculation of the norm for each node
for k=1:length(PM)

    n1(k,1)=sqrt(PM(k,1)^2+PM(k,2)^2);

    n2(k,1)=sqrt(U(k,1)^2+U(k,2)^2);

end

% Normalised vector
x1=PM(:,1)./n1(:,1);
y1=PM(:,2)./n1(:,1);

x2=U(:,1)./n2(:,1);
y2=U(:,2)./n2(:,1);

pm_n=[x1 y1];

u_n=[x2 y2];


% Calculation of the matrix determinant for each node
% in order to compute the theta angle
for i=1:length(PM)

    M1=[pm_n(i,1) u_n(i,1);pm_n(i,2) u_n(i,2)];

    theta(i,:)=2*atan(det(M1)/(1+n1(i,1)*n2(i,1)));


    M2=[PM(i,1) U(i,1);PM(i,2) U(i,2);0 0];

    G(:,i) = cross(M2(:,1),M2(:,2)) ; % OM^U
```

```
    I(i,:) = dot(M2(:,1),M2(:,1)); % OM.OM

end

G_z=(G(3,:))';

Omega = G_z ./ I ;

N=length(PM); % Node number

S1_P=sin(theta); % Function sigma which identifies the vortices

%==============================================================%
%                  Data interpolation
%==============================================================%

F_S1=TriScatteredInterp(z3,y3,S1_P);
F_O=TriScatteredInterp(z3,y3,Omega);
F_v=TriScatteredInterp(z3,y3,U(:,2));
F_w=TriScatteredInterp(z3,y3,U(:,1));


tz=min(z3):precision_plot:max(z3);
ty=min(y3):precision_plot:max(y3);

[qz,qy]=meshgrid(tz,ty);
qS1=F_S1(qz,qy);
qO=F_O(qz,qy);
qv=F_v(qz,qy);
qw=F_w(qz,qy);

% A good way to change 0 by NaN in order to not display 0 values
[m,n]=size(qS1);
M_S1=qS1;
M_O=qO;
M_v=qv;
M_w=qw;
```

```
for i=1:m

    for j=1:n

        if M_w(i,j)==0;
           M_w(i,j)=NaN;
           M_v(i,j)=NaN;
           M_S1(i,j)=NaN;
           M_O(i,j)=NaN;


        end
    end

end


%==============================================================%
%                       Display
%==============================================================%

f1=figure;
hold on
title('Vortex center identification')
var1=mesh(qy,-qz,abs(M_S1));
set(var1,'LineWidth',2)
xlabel('z coordinate in mm')
ylabel('y coordinate in mm')
colorbar
```

ANNEXE VIII

VITESSE ANGULAIRE DE ROTATION D'UN TOURBILLON - MATLAB

```
%==============================================================%
%               Settings
%==============================================================%

% Use vortex_center.m file to define the following
% settings and load geometry data:

x_vortex= 0;         %[mm]
y_vortex = 0.359;    % [mm]
z_vortex = 3.854;    % [mm]

%==============================================================%
%                   Angular momentum
%==============================================================%

x3=zeros(length(z3),1);
u3=zeros(length(z3),1);

U_M=[u3 v3 w3];

OM=[x3 y3 z3];

OP_var=ones(length(OM),1);

OP=[OP_var(:,1).*x_vortex ...
    OP_var(:,1).*y_vortex ...
    OP_var(:,1).*z_vortex];

PM = - OP + OM ;

% Calculation of the determinant matrix for each node
% in order to compute the theta angle
for i=1:length(PM)
```

Rapport-Gratuit.com

```
    M3=[PM(i,1) U_M(i,1);PM(i,2) U_M(i,2);PM(i,3) U_M(i,3)];

    G(:,i) = cross(M3(:,1),M3(:,2)) ; % OM^U
    I(i,:) = dot(M3(:,1),M3(:,1));    % OM.OM

end

I_var=[I I I];
Inertia=I_var';

O_var=G./Inertia;

Omega=O_var';
Omega_x = Omega(:,1) ;

%==============================================================%
%                 Data interpolation
%==============================================================%

F_O=TriScatteredInterp(z3,y3,Omega_x);
F_w=TriScatteredInterp(z3,y3,w3);

tz=min(z3):precision_plot:max(z3);
ty=min(y3):precision_plot:max(y3);

[qz,qy]=meshgrid(tz,ty);
qO=F_O(qz,qy);
qw=F_w(qz,qy);

% A good way to change 0 by NaN in order to not display 0 values
[m,n]=size(qS1);
M_O=qO;
M_w=qw;

for i=1:m
```

```
    for j=1:n

        if M_w(i,j)==0;
           M_w(i,j)=NaN;
           M_O(i,j)=NaN;

        end
    end

end

%=================================================================%
%                Display
%=================================================================%

f1=figure;
hold on
var1=mesh(qy,-qz,abs(M_O));
set(var1,'LineWidth',2)
xlabel('y coordinate [mm]','FontSize',14)
ylabel('z coordinate [mm]','FontSize',14)
colormap jet
colorbar('EastOutSide')
```

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

ANNEXE IX

DÉCOMPOSITION EN MODES PROPRES ORTHOGONAUX - MATLAB

```
% U is the velocity component along z axis
% V is the velocity component along y axis
%
% For U and V, each row represents the velocity field
% for different snapshots
%
% For U and V, each column represents the velocity field
% for a given node
%
% up and vp are both matrix whose size is MxN
% where M is the number of grid nodes
% and N is the number of snapshots
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                        INPUT DATA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
up = U;
vp = V;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                AUTOCOVARIANCE MATRIX
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
c1=up*up' ;
c2=vp*vp' ;
C=(c1+c2)/n_snapshots;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                     POD ANALYSIS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% eV are eigenvectors, D are eigenvalues in diagonal matrix
[eV,D]=svd(C);

% Sort eigenvalues in ascending order - I is sorted index vector
[L,I]=sort(diag(D));
```

```
for i=1:length(D)
% Eigenvalues sorted in descending order
     eValue(length(D)+1-i)=L(i);

% Eigenvectors sorted in the same order
     eVec(:,length(D)+1-i)=eV(:,I(i));
end;
% Last eigenvalue should be zero
eValue(length(eValue))=0;

% Relative energy associated with mode m
menergy=eValue/sum(eValue);

% Basis functions
phix=U'*eVec;
phiy=V'*eVec;

%Normalize basis functions
GridNum=length(X);

for j=1:n_snapshots
PhiNor=0;
    for i=1:GridNum
        PhiNor = PhiNor + phix(i,j)^2 + phiy(i,j)^2 ;
    end
PhiNor = sqrt(PhiNor);
phix(:,j)=phix(:,j)/PhiNor;
phiy(:,j)=phiy(:,j)/PhiNor;
end

% Coefficients matrix
TimCoeU = U*phix;
TimCoeV = V*phiy;
TimCoe = TimCoeU + TimCoeV ;
```

BIBLIOGRAPHIE

Allery, Cyrille, S Guerin, Aziz Hamdouni, et Anas Sakout. 2004. « Experimental and numerical POD study of the Coanda effect used to reduce self-sustained tones ». *Mechanics Research Communications*, vol. 31, n° 1, p. 105–120.

Arcoumanis, Constantine, H Flora, M Gavaises, N Kampanis, et R Horrocks. 1999. « Investigation of cavitation in a vertical multi-hole injector ». *SAE transactions*, vol. 108, n° 3, p. 661–678.

Atwell, Jeanne A. 2000. « Proper orthogonal decomposition for reduced order control of partial differential equations ». PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.

Bergmann, Michel, Laurent Cordier, et Jean-Pierre Brancher. 2007. « Contrôle optimal par réduction de modele POD et méthodea région de confiance du sillage laminaire d'un cylindre circulaire ». *mécanique & industries*, vol. 8, n° 2, p. 111–118.

Blessing, M, G Konig, C Kruger, U Michels, et V Schwartz. 2003. « Analysis of flow and cavitation phenomena in diesel injection nozzles and its effects on spray and mixture formation ». In *Fuel Injection Systems 2003 : IMechE Conference Transactions 2003-2*. p. 21. Wiley. com.

Bosh. 2013. « Evolution du moteur Diesel et la technologie Common Rail Bosch ». <http://www.bosch.fr/fr/fr/newsroom_7/news_7/news-detailpage_35904.php>.

Canada, Environnement. 2011. « Le rapport d'inventaire national 1990-2011 : Sources et puits de gaz à effet de serre au Canada ». <https://www.ec.gc.ca/Publications/>.

Caprotti, Rinaldo, Angela Breakspear, Olaf Graupner, Thomas Klaua, et Oliver Kohnen. 2006. « Diesel injector deposits potential in future fueling systems ». *SAE paper*, , p. 3359.

CD-Adapco. 2012. « STAR-CD ».

Celik, Ishmail B, Urmila Ghia, Patrick J Roache, et al. 2008. « Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in {CFD} applications ». *Journal of fluids {Engineering-Transactions} of the {ASME}*, vol. 130, n° 7.

Chatterjee, Anindya. 2000. « An introduction to the proper orthogonal decomposition ». *Current science*, vol. 78, n° 7, p. 808–817.

Chen, Hao, David L Reuss, David LS Hung, et Volker Sick. 2012a. « A practical guide for using proper orthogonal decomposition in engine research ». *International Journal of Engine Research*.

Chen, Hao, David L Reuss, et Volker Sick. 2012b. « On the use and interpretation of proper orthogonal decomposition of in-cylinder engine flows ». *Measurement Science and Technology*, vol. 23, n° 8, p. 085302.

Citroën, PSA Peugeot. 2011. « Les avancées technologiques des moteurs diesel de PSA Peugeot Citroën : des moteurs respectueux de l'environnement ». <http://www.psa-peugeot-citroen.com/fr/dossier/technologie-diesel>.

Dieck, Ronald H, 1992. *Measurement uncertainty : methods and applications*. Instrument Society of America Research Triangle Park, NC.

E.I.A. 2012. « U.S. Crude Oil First Purchase Price (Dollars per Barrel) ». <http://www.eia.gov/dnav/pet/hist/LeafHandler.ashx?n=PET&s=F000000__3&f=A>.

Froment, Jean-Louis. 2014. « Moteurs Diesel : injection et chambre de combustion ». *Techniques de l'ingénieur Combustion dans les moteurs thermiques et environnement*, vol. base documentaire : TIB166DUO., n° ref. article : bm2585.

Giannadakis, E, M Gavaises, et C Arcoumanis. 2008. « Modelling of cavitation in diesel injector nozzles ». *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 616, p. 153–193.

Gittens, GJ. 1969. « Variation of surface tension of water with temperature ». *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 30, n° 3, p. 406–412.

Graftieaux, Laurent, Marc Michard, et Nathalie Grosjean. 2001. « Combining PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows ». *Measurement Science and Technology*, vol. 12, n° 9, p. 1422.

He, Zhixia, Wenjun Zhong, Qian Wang, Zhaochen Jiang, et Yanan Fu. 2013a. « An investigation of transient nature of the cavitating flow in injector nozzles ». *Applied Thermal Engineering*, vol. 54, n° 1, p. 56–64.

He, Zhixia, Wenjun Zhong, Qian Wang, Zhaochen Jiang, et Zhuang Shao. 2013b. « Effect of nozzle geometrical and dynamic factors on cavitating and turbulent flow in a diesel multi-hole injector nozzle ». *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 70, p. 132–143.

Holmes, Philip, John L Lumley, et Gal Berkooz, 1998. *Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry*. Cambridge university press.

Jagus, Krzysztof. 2009. « Large eddy simulation of fuel injection and spray combustion in an engine environment ». PhD thesis, Brunel University.

Jagus, Krzysztof et Xi Jiang. 2011. « Large eddy simulation of diesel fuel injection and mixing in a HSDI engine ». *Flow, turbulence and combustion*, vol. 87, n° 2-3, p. 473–491.

Kerschen, G. et J. C. Golinvalas. 2002. « Physical Interpretation Of The Proper Orthogonal Modes Using The Singular Value Decomposition ».

Kerschen, Gaetan, Jean-claude Golinval, Alexander F Vakakis, et Lawrence A Bergman. 2005. « The method of proper orthogonal decomposition for dynamical characterization and order reduction of mechanical systems : an overview ». *Nonlinear dynamics*, vol. 41, n° 1-3, p. 147–169.

Kundu,Cohen, Dowling, 2012. *Fluid mechanics fifth edition*. Elsevier.

Laurant, Yann, Marc Michard, Géraldine Slama, et Patrick Rey. 2007. « Caractérisation spatio-temporelle des tourbillons générés proches de la soupape d'un moteur à combustion interne ». *18ème Congrès Français de Mécanique (Grenoble 2007)*.

Lecoffre, Yves, 1994. *La cavitation : traqueurs de bulles*. Hermès.

Lee, HK, MF Russell, CS Bae, et HD Shin. 2002. « Development of cavitation and enhanced injector models for diesel fuel injection system simulation ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, vol. 216, n° 7, p. 607–618.

Lumley, John L. 1967. « The structure of inhomogeneous turbulent flows ». *Atmospheric turbulence and radio wave propagation*, p. 166–178.

Menter, Florian R. 1992. « Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows ». *NASA STI/Recon Technical Report N*, vol. 93, p. 22809.

Mousseau, A. 2013. « Étude de l'écoulement cavitationnel dans un injecteur diesel simple trou ». Master's thesis, École de Technologie Supérieure (ÉTS), Montréal.

Mulemane, Aditya, Shriram Subramaniyam, Pai-Hsiu Lu, Joong-Sub Han, Ming-Chia D Lai, et Ramesh Poola. 2004. « Comparing cavitation in diesel injectors based on different modeling approaches ». *SAE paper*, p. 01–0027.

Newman, BG. 1961. « The deflection of plane jets by adjacent boundaries—Coanda effect ». *Boundary layer and flow control*, vol. 1, p. 232–264.

Payri, F, R Payri, FJ Salvador, et J Martínez-López. 2012. « A contribution to the understanding of cavitation effects in diesel injector nozzles through a combined experimental and computational investigation ». *Computers & Fluids*, vol. 58, p. 88–101.

Payri, Raul, B Tormos, Jaime Gimeno, et G Bracho. 2010. « The potential of Large Eddy Simulation (LES) code for the modeling of flow in diesel injectors ». *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 52, n° 7, p. 1151–1160.

Podvin, Bérengère. 2001. « Introduction à la Décomposition orthogonale aux valeurs propres ou POD ». PhD thesis, Université Paris-Sud.

Postrioti, Lucio, Simone Malaguti, Maurizio Bosi, Giacomo Buitoni, Stefano Piccinini, et Giuseppe Bagli. 2014. « Experimental and numerical characterization of a direct solenoid actuation injector for Diesel engine applications ». *Fuel*, vol. 118, p. 316–328.

Powell, CF, Z Liu, K Fezzaa, et AL Kastengren. 2011. « The effects of diesel injector needle motion on spray structure ». *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 133, n° 1, p. 012802.

Renault. 2008. « Multi-injection diese ». <http://www.renault.com/fr/lists/archivesdocuments/multi-injection-diesel.pdf>.

Roth, H, M Gavaises, et C Arcoumanis. 2002. « Cavitation initiation, its development and link with flow turbulence in diesel injector nozzles ». *Diesel Engine*, vol. 2013, p. 04–08.

Salvador, FJ, S Ruiz, J Gimeno, et J De la Morena. 2011. « Estimation of a suitable Schmidt number range in diesel sprays at high injection pressure ». *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, n° 9, p. 1790–1798.

Salvador, FJ, J Martínez-López, M Caballer, et C De Alfonso. 2013. « Study of the influence of the needle lift on the internal flow and cavitation phenomenon in diesel injector nozzles by CFD using RANS methods ». *Energy Conversion and Management*, vol. 66, p. 246–256.

Sandia, Sandia National Laboratories. 2011. « Injector Characterization : Prior to 1997 ». <http://www.sandia.gov/ecn/cvdata/sandiaCV/injectorCharacterization-old.php>.

Sayin, Cenk, Metin Gumus, et Mustafa Canakci. 2013. « Influence of injector hole number on the performance and emissions of a DI diesel engine fueled with biodiesel–diesel fuel blends ». *Applied Thermal Engineering*, vol. 61, n° 2, p. 121–128.

Schmidt, David P. 1997. « Cavitation in diesel fuel injector nozzles ». PhD thesis, UNIVERSITY OF WISCONSIN.

Schmidt, David P, Chris J Rutland, ML Corradini, P Roosen, et O Genge. 1999. « Cavitation in two-dimensional asymmetric nozzles ». *Evaluation*, vol. 2013, p. 04–08.

Schwer, Leonard E. 2008. « Is your mesh refined enough ? Estimating discretization error using GCI ». *7th LS-DYNA Anwenderforum*.

Sirovich, L. 1989. « Chaotic dynamics of coherent structures ». *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 37, n° 1, p. 126–145.

Som, S, EM El-Hannouny, DE Longman, et SK Aggarwal. 2010. « Investigation of nozzle flow and cavitation characteristics in a diesel injector ». *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 132, n° 4, p. 042802.

Suh, HK, SH Park, et CS Lee. 2008. « Experimental investigation of nozzle cavitating flow characteristics for diesel and biodiesel fuels ». *International Journal of Automotive Technology*, vol. 9, n° 2, p. 217–224.

Tritton, David J. 1988. « Physical fluid dynamics ». *Oxford, Clarendon Press, 1988, 536 p.*, vol. 1.

Ubertini, Stefano. 2006. « Injection pressure fluctuations model applied to a multidimensional code for diesel engines simulation ». *Journal of engineering for gas turbines and power*, vol. 128, n° 3, p. 694–701.

Versteeg, HK et W Malalasekera. 1995. « Computational fluid dynamics ». *Longman Scientific & Technical, Essex*.

Wang, Xiang et Wanhua Su. 2010. « Numerical investigation on relationship between injection pressure fluctuations and unsteady cavitation processes inside high-pressure diesel nozzle holes ». *Fuel*, vol. 89, n° 9, p. 2252–2259.

Wang, Xiang, Ke Li, et Wanhua Su. 2012. « Experimental and numerical investigations on internal flow characteristics of diesel nozzle under real fuel injection conditions ». *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 42, p. 204–211.

Weaver, James W. 2004. « Characteristics of Spilled Oils, Fuels, and Petroleum Products : 3a. Simulation of Oil Spills and Dispersants Under Conditions of Uncertainty, US EPA ». *Ecosystems Research Division National Exposure Research Laboratory, Athens, Georgia*, vol. 30605, p. 648–654.

Xue, Q, S Som, M Battistoni, DE Longman, H Zhao, PK Senecal, et E Pomraning. « Three-dimensional Simulations of the Transient Internal Flow in a Diesel Injector : Effects of Needle Movement ».

Rapport-Gratuit.com