

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE	5
1.1 Identification des systèmes	5
1.2 Algorithmes d'estimation.....	10
1.2.1 Méthode des sous-espaces (N4SID)	11
1.2.2 Méthode de l'erreur de prédiction (PE)	15
1.2.3 Méthode des moindres carrés (LS)	16
1.2.4 Méthode de l'erreur de sortie (OE).....	16
1.2.5 Résumé.....	17
1.3 Identification des systèmes appliquée à l'aéronautique.....	18
1.4 Modèle mathématique d'un avion	21
CHAPITRE 2 RÉALISATION DES ESSAIS EN VOL.....	29
2.1 Matériel expérimental	29
2.2 Protocole expérimental	30
2.2.1 Essais en vol d'oscillation d'incidence.....	31
2.2.2 Essais en vol phugoïde.....	34
2.2.3 Essais en vol de réponse en roulis.....	38
2.2.4 Essais en vol du roulis hollandais	40
2.2.5 Essais en vol spirale	44
2.3 Planification des essais en vol.....	48
CHAPITRE 3 BOÎTE NOIRE.....	53
3.1 Modèles linéaires locaux.....	53
3.2 Exemple	58
CHAPITRE 4 BOÎTE GRISE	63
4.1 Modèle de l'avion	63
4.1.1 Sous-modèle de la dynamique de l'avion	65
4.1.2 Sous-modèle aérodynamique	67
4.2 Modèles réduits longitudinaux.....	70
4.2.1 Modèle réduit d'oscillation d'incidence	71
4.2.2 Modèle réduit phugoïde	71
4.3 Modèles réduits latéraux	72
4.3.1 Modèle réduit de réponse en roulis.....	73
4.3.2 Modèle réduit du roulis hollandais	74
4.3.3 Modèle réduit spirale	77
4.4 Exemple	80

CHAPITRE 5	RÉSULTATS.....	91
5.1	Critères.....	91
5.2	Identification.....	92
5.2.1	Boîte noire.....	93
5.2.2	Boîte grise.....	101
5.3	Validation.....	114
5.3.1	Essais en vol de validation.....	116
5.3.2	Interpolation des paramètres.....	119
5.3.3	Simulation et résultats.....	122
5.4	Analyse des modèles.....	123
5.4.1	Oscillation d'incidence.....	124
5.4.2	Phugoïde.....	126
5.4.3	Roulis hollandais.....	126
5.4.4	Réponse en roulis.....	126
CONCLUSIONS.....		129
RECOMMANDATIONS.....		131
ANNEXE I	CONVENTIONS DE SIGNE ET NOTATIONS.....	133
ANNEXE II	DÉRIVÉES AÉRODYNAMIQUES CONCISES.....	135
ANNEXE III	INFORMATIONS SUR LES ESSAIS EN VOL.....	139
ANNEXE IV	PARAMÈTRES ESTIMÉS DES BOÎTES NOIRES.....	143
IV.1	Paramètres longitudinaux.....	143
IV.2	Paramètres latéraux.....	153
ANNEXE V	PARAMÈTRES ESTIMÉS DES BOÎTES GRISES.....	167
V.1	Dérivées des coefficients aérodynamiques longitudinaux.....	167
V.1.1	Dérivées de stabilité.....	167
V.1.2	Dérivées de contrôle.....	171
V.2	Dérivées des coefficients aérodynamiques latéraux.....	172
V.2.1	Dérivées de stabilité.....	172
V.2.2	Dérivées de contrôle.....	177
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		181

LISTE DES TABLEAUX

		Page
Tableau 1.1	Algorithmes d'estimation utilisés	18
Tableau 2.1	Dynamique des essais en vol	30
Tableau 2.2	Coordonnées des points du maillage (m, x_{cg}).....	48
Tableau 3.1	Entrées et sorties des boîtes noires en fonction du type d'essai en vol.....	54
Tableau 3.2	Paramètres estimés pour chaque type d'essai en vol longitudinal	56
Tableau 3.3	Paramètres estimés pour chaque type d'essai en vol latéral.....	56
Tableau 4.1	Coefficients dimensionnant (Etkin, 2000, sect. 5.13 ; Hopkin, 1970, sect. 11).....	69
Tableau 4.2	Résumé de l'estimation par la méthode des moindres carrés	82
Tableau 4.3	Paramètres aérodynamiques estimés par la méthode des moindres carrés	83
Tableau 4.4	Valeurs initiales des paramètres pour la méthode OE	87
Tableau 4.5	Paramètres estimés par la méthode OE.....	88
Tableau 5.1	Critères de validation (<i>Airplane Simulator Qualification</i> , 1991)	91
Tableau 5.2	Identification des boîtes noires	94
Tableau 5.3	Source d'estimation des paramètres longitudinaux des boîtes noires.....	97
Tableau 5.4	Source d'estimation des paramètres des boîtes noires pour la dynamique de vol en mouvement latéral	99
Tableau 5.5	Identification des modèles « boîtes grises »	104
Tableau 5.6	Paramètres longitudinaux estimés en fonction du type d'essai en vol.....	107
Tableau 5.7	Paramètres latéraux estimés en fonction du type d'essai en vol.....	112

Tableau 5.8	Essais en vol de validation par rapport au nombre total d'essais en vol.....	117
Tableau 5.9	Essais en vol de validation en-dehors de l'enveloppe convexe	122
Tableau 5.10	Validation des boîtes noires	123
Tableau 5.11	Validation des boîtes grises	123

LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1.1	Relations entre système et modèles	6
Figure 1.2	Processus d'identification d'un système.....	8
Figure 1.3	Schéma de l'identification d'un système	10
Figure 1.4	Schéma de la procédure d'identification d'un modèle à haute-fidélité	20
Figure 1.5	Entrées et sorties d'un aéronef.....	21
Figure 2.1	Simulateur de vol SimFinity™ présent au LARCASE.....	29
Figure 2.2	Essai en vol manuel du mode d'oscillation d'incidence (ID 107).....	32
Figure 2.3	Essai en vol automatique du mode d'oscillation d'incidence (ID 1356).....	33
Figure 2.4	Diversité des essais en vol a) automatiques et b) manuels	33
Figure 2.5	Excitation du mode phugoïde (ID 306)	34
Figure 2.6	Oscillations du mode phugoïde (ID 306).....	35
Figure 2.7	Correction de la déviation latérale pour des essais manuels (ID 306).....	37
Figure 2.8	Correction de la déviation latérale pour des essais automatiques (ID 573).....	37
Figure 2.9	Essai en vol de réponse en roulis (ID 932)	38
Figure 2.10	Excitation manuelle du mode de réponse en roulis (ID 932).....	39
Figure 2.11	Excitation automatique du mode de réponse en roulis	40
Figure 2.12	Schéma de l'oscillation du mode du roulis hollandais.....	41
Figure 2.13	Mesures de l'oscillation du mode du roulis hollandais (ID 1199).....	42
Figure 2.14	Mouvement décrit par le bout des ailes (ID 1199)	43

Figure 2.15	Essai en vol du roulis hollandais (ID 1199).....	44
Figure 2.16	Schéma de la divergence en spirale	45
Figure 2.17	Mode spirale stable (ID 745)	46
Figure 2.18	Mode spirale instable (ID 805)	47
Figure 2.19	Mode spirale neutre (ID 880).....	47
Figure 2.20	Plans a) (m, x_{cg}) et b) (h, V) des essais en vol communs	49
Figure 2.21	Plans a) (m, x_{cg}) et b) (h, V) des essais en vol visés	50
Figure 2.22	Plans a) (m, x_{cg}) et b) (h, V) des essais en vol réalisés	51
Figure 2.23	Plan (α, M) des essais en vol réalisés.....	52
Figure 3.1	Mesures de l'essai en vol d'oscillation d'incidence (ID 1356).....	58
Figure 3.2	Simulation du modèle identifié avec la méthode PE	60
Figure 3.3	Erreur du modèle identifié avec la méthode PE.....	61
Figure 4.1	Décomposition du modèle de l'avion	64
Figure 4.2	Plan (m, x_{cg}) des mesures d'inertie.....	66
Figure 4.3	Variation de z_{cg} en régime de vol normal	66
Figure 4.4	Identification de l'essai en vol ID 932 en utilisant le a) modèle simplifié et le b) modèle latéral complet.....	75
Figure 4.5	Ellipse du roulis hollandais.....	75
Figure 4.6	Évolution du ratio de l'ellipse de roulis hollandais	76
Figure 4.7	Schéma de l'analyse d'un essai en vol spirale divergent.....	79
Figure 4.8	Mesures de l'essai en vol d'oscillation d'incidence (ID 1356).....	80
Figure 4.9	Modèle identifié avec la méthode des moindres carrés	84
Figure 4.10	Comparaison entre les modèles identifiés par LS et OE.....	89
Figure 5.1	Organigramme de programmation de la phase d'identification	93

Figure 5.2	Identification d'une boîte noire pour les essais du mode d'oscillation d'incidence.....	94
Figure 5.3	Identification d'une boîte noire pour les essais du mode phugoïde.....	95
Figure 5.4	Identification d'une boîte noire pour les essais du mode de réponse en roulis.....	95
Figure 5.5	Identification d'une boîte noire pour les essais du mode de roulis hollandais.....	96
Figure 5.6	Variation de z_w en fonction de α et M	97
Figure 5.7	Variation de m_w en fonction de α et M	98
Figure 5.8	Variation de m_{δ_e} en fonction de α et M	98
Figure 5.9	Variation de l_v en fonction de α et M	99
Figure 5.10	Variation de n_v en fonction de α et M	100
Figure 5.11	Variation de l_{δ_e} en fonction de α et M	100
Figure 5.12	Variation de n_{δ_e} en fonction de α et M	101
Figure 5.13	Inertie selon l'axe longitudinal.....	102
Figure 5.14	Inertie selon l'axe latéral.....	102
Figure 5.15	Inertie selon l'axe vertical.....	103
Figure 5.16	Inertie selon l'axe longitudinal et vertical.....	103
Figure 5.17	Identification d'une boîte grise pour les essais du mode d'oscillation d'incidence.....	105
Figure 5.18	Identification d'une boîte grise pour les essais du mode phugoïde.....	105
Figure 5.19	Identification d'une boîte grise pour les essais du mode de réponse en roulis.....	106
Figure 5.20	Identification d'une boîte grise pour les essais du mode de roulis hollandais.....	106
Figure 5.21	Variation de Z_u en fonction de α et M	108

Figure 5.22	Variation de Z_w en fonction de α et M	109
Figure 5.23	Variation de Z_q en fonction de α et M	109
Figure 5.24	Variation de M_w en fonction de α et M	110
Figure 5.25	Variation de $M_{\dot{w}}$ en fonction de α et M	110
Figure 5.26	Variation de M_{δ_e} en fonction de α et M	111
Figure 5.27	Variation de L_v en fonction de α et M	113
Figure 5.28	Variation de N_v en fonction de α et M	113
Figure 5.29	Variation de L_{δ_a} en fonction de α et M	114
Figure 5.30	Variation de N_{δ_e} en fonction de α et M	114
Figure 5.31	Organigramme de programmation de la phase de validation	116
Figure 5.32	Plan a) (x_{cg} , m) et b) (V , h) de tous les types des essais en vol de validation.....	118
Figure 5.33	Plan (α , M) des essais en vol de validation et d'identification	119
Figure 5.34	Plan (α , M) des essais en vol des modes a) d'oscillation d'incidence, b) phugoïde, c) de réponse en roulis et d) du roulis hollandais pour une boîte noire.....	120
Figure 5.35	Plan (α , M) des essais en vol des modes a) d'oscillation d'incidence, b) phugoïde, c) de réponse en roulis et d) du roulis hollandais pour une boîte grise	121
Figure 5.36	Simulation d'un modèle pour validation.....	122
Figure 5.37	Méthode de réalisation des essais d'oscillation d'incidence.....	124
Figure 5.38	Excitation a) manuelle (ID 107) et b) automatique (ID 1356) de deux essais du mode d'oscillation d'incidence.....	125
Figure 5.39	Parties de la gouverne de direction du Cessna Citation X.....	127
Figure 5.40	Mesures de la déflexion de la partie inférieure de la gouverne de direction (ID 934).....	128

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AGARD	Advisory Group for Aerospace Research and Development
ARX	AutoRegressive with eXternal input
CGAL	Computational Geometry Algorithms Library
DdL	Degré de Liberté
FAA	Federal Aviation Administration
FCI	Fondation Canadienne pour l'Innovation
GN	Gauss-Newton
ID	Identifiant
ISA	International Standard Atmosphere
LARCASE	Laboratoire de Recherche en Commande Active, Avionique et AéroServoÉlasticité
LS	Least Square
MAC	Mean Aerodynamic Chord
MDEIE	Ministère du Développement Économique, de l'Innovation et de l'Exportation
MESRST	Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche, de la Science et de la Technologie
MIMO	Multiple Inputs Multiple Outputs
ML	Maximum Likelihood
N4SID	Numerical Subspace State Space System Identification
NA	Non Applicable
ODE	Ordinary Differential Equation
OE	Output Error
PE	Prediction Error

XX

PFD	Primary Flight Display
POM	Proof Of Match
RTO	Research and Technology Organisation

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

a	Vitesse du son
c	Corde de l'aile
\bar{c}	Corde moyenne aérodynamique de l'aile
C_l, C_m, C_n	Coefficient adimensionné du moment aérodynamique de roulis, tangage et de lacet
C_X, C_Y, C_Z	Coefficient adimensionné de force aérodynamique longitudinale, latérale et verticale
E	Opérateur de décalage
F_x, F_y, F_z	Force longitudinale, latérale et verticale
g	Accélération gravitationnelle
I	Inertie
L, M, N	Coefficient du moment aérodynamique de roulis, tangage et lacet
m	Masse
M	Nombre de Mach ($M = V/a$)
M_x, M_y, M_z	Moment de roulis, tangage et lacet
p, q, r	Vitesse angulaire de roulis, tangage et lacet
Q	Pression dynamique ($Q = 1/2 \rho V^2$)
S	Surface de l'aile
s	Variable de Laplace
u	Vecteur d'entrée
u, v, w	Composante longitudinale, latérale et verticale de la vitesse air V
V	Vitesse air
x	Vecteur d'état
X, Y, Z	Coefficient de force aérodynamique longitudinale, latérale et verticale

XXII

x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}	Position longitudinale, latérale et verticale du centre de gravité
y	Vecteur de sortie
z	Vecteur des observations
α	Angle d'incidence
β	Angle de dérapage
$\delta_a, \delta_e, \delta_r$	Déflexion des ailerons, de la gouverne de profondeur et de la gouverne de direction
Θ	Vecteur des paramètres
ρ	Masse volumique de l'air
ϕ, θ, ψ	Angle de roulis, tangage et lacet

Indices

0	Valeur initiale
a	Aérodynamique
c	Surface de contrôle, calibré
d	Perturbation atmosphérique
dr	Roulis hollandais (« Dutch roll »)
g	Gravité
m	Mesuré
p	Propulsion
ph	Phugoïde
rr	Réponse en roulis (« roll response »)
sp	Oscillation d'incidence (« short period »)
x	Axe longitudinal de l'avion
y	Axe latéral de l'avion

z Axe vertical de l'avion

Exposants

*** Adimensionné

t Transposée matricielle

Accents

^ Estimation

Unités de mesure

deg Degré d'angle ($rad = \pi/180 \times deg$)

ft Pied ($m = 0,3048 \times ft$)

g Facteur de charge ($m/s^2 = 9,80665 \times g$)

knot Nœud ($m/s = 0,5144 \times knot$)

lb Livre ($kg = 0,45359234 \times lb$)

INTRODUCTION

Les avionneurs préfèrent l'amélioration continue de leurs avions plutôt que le lancement de nouveaux programmes (Cameron, 2014). En conséquence, les aéronefs sont en service pendant des périodes de plus en plus longues.

Un exemple extrême est le B-52, bombardier stratégique de l'armée américaine, qui est entré en service en 1955 et qui sera retiré du service vers 2040 (espéré) (« Boeing B-52 Stratofortress », 2014). Dans le domaine civil, l'Airbus A320 est rentré en service en 1988 (« Airbus A320 », 2014) et en date du 30 novembre 2013, 3.324 Airbus A320 étaient en opération (« November 2013 - Airbus Orders & Deliveries », 2014). Comme l'Airbus A320 est un des avions le plus vendu au monde, nous pourrions croire qu'il s'agit de vieux avions encore en service. Cependant Airbus produit encore des Airbus A320 et compte même augmenter la cadence de production (Norris, 2014a). La même chose peut être dite sur le principal concurrent de l'Airbus A320, le Boeing B737 (« Orders and Deliveries », 2014).

Malgré le fait que les aéronefs sont d'une conception ancienne, sans refonte profonde de leurs structures, les opérateurs veulent sans cesse obtenir de meilleures performances, moins de consommation et plus d'outils à la navigation et au pilotage. Comment l'industrie peut-elle répondre à ces besoins sans le développement et la certification de nouveaux aéronefs ? Les solutions courantes sont (Norris, 2013b ; Norris, 2013a) :

- 1) Intégrer des moteurs plus performants ;
- 2) Améliorer les commandes de vol (nouvelles lois de contrôle, nouveaux contrôleurs) ;
- 3) Améliorer l'aérodynamisme (ailettes).

Ces solutions sont incorporées à de nouvelles versions des avions, comme l'Airbus A320 Neo, le Boeing B737 MAX, le Boeing B747-8 et le Bombardier Learjet 60 XR.

En parallèle, les simulateurs de vols professionnels de ces mêmes aéronefs doivent être de plus en plus précis et couvrir de plus en plus de configurations possibles afin d'adapter la formation des pilotes aux risques des récents accidents aériens (Croft, 2013b ; Croft, 2013a ; « Rapport final - Accident survenu le 1er juin 2009 à l'Airbus A330-203 immatriculé F-GZCP exploité par Air France vol AF 447 Rio de Janeiro - Paris », 2012).

Un des avantages de l'amélioration continue des avions est de disposer de beaucoup de données mesurées en opération et lors d'essais en vol. Ces données, grâce aux progrès évidents de l'informatique depuis la conception de ces avions, permettent de développer des modèles de plus en plus précis. De meilleurs modèles des avions permettent alors, par exemple, de synthétiser de meilleurs contrôleurs permettant de répondre aux besoins exprimés par les opérateurs (améliorer les commandes de vol) et de développer des simulateurs de vol plus précis.

Il y a donc des besoins de la part de l'industrie pour (Jategaonkar et al., 2004 ; Morelli et Klein, 2005) :

- 1) L'automatisation de l'identification de modèles d'avions à partir d'essais en vol ;
- 2) L'automatisation de la mise à jour de modèles d'avions à partir d'essais en vol.

Les outils de calcul dédiés à l'identification d'essais en vol comme SIDPAC (Morelli, 2002) et CIFER (Tischler, 2006, chap. 4) sont très complets, mais ont une architecture monolithique contenant solveurs d'ODE (« Ordinary Differential Equation »), algorithmes d'optimisation et des outils de gestion de bases de données. Ils sont difficilement extensibles et ne peuvent pas profiter des dernières avancées en calcul numérique comme les algorithmes génétiques, réseaux de neurones), implémentées dans d'autres outils (Patrón, Owono, et al., 2013 ; Patrón, Botez, et al., 2013 ; Boely et Botez, 2010 ; Boely et al., 2011). Nous avons atteint le point où développer de nouveaux outils plus modulaires est intéressant.

Cette étude a pour but de développer des outils d'identification d'essais en vol afin d'obtenir le modèle du Cessna Citation X. Les essais en vol de Cessna Citation X ont été effectués sur un simulateur professionnel SimFinity™ construit par CAE Inc. disposant d'une dynamique de vol de niveau D.

Pour l'identification du modèle du Cessna Citation X, deux voies ont été explorées : l'identification d'une « boîte noire » et l'identification d'une « boîte grise ». L'organisation de ce mémoire reprend cette organisation. Les boîtes noires seront expliquées au sein du Chapitre 3 et les boîtes grises dans le Chapitre 4. Au sein de chacun de ces chapitres, les différentes structures de modèles étudiées seront abordées, ainsi que des exemples d'identification du modèle du Cessna Citation X.

Les résultats obtenus pour les boîtes noires et les boîtes grises, ainsi que leurs validations et nos analyses, seront présentés au sein du Chapitre 5. Nous concluons ensuite sur cette étude et donnerons nos recommandations pour les études futures.

Au cours de la discussion sur l'étude effectuée, des exemples seront donnés à partir de mesures d'essais en vol afin d'illustrer les concepts abordés. Pour des raisons de traçabilité, l'identifiant (ID) de l'essai en vol ayant servi à l'exemple sera toujours précisé. Le lecteur souhaitant plus d'informations sur l'essai en vol pourra se reporter à l'Annexe III, Tableau-A III-1, qui donne la configuration de l'aéronef pour chaque essai en vol apparaissant dans ce mémoire.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Nani gigantum humeris insidentes. (Bernard de Chartres, XIIème siècle)

Nous sommes tous des nains sur des épaules de géants. Ce chapitre présente les travaux des géants sur lesquels notre étude s'appuie.

Nous présenterons tout d'abord les méthodes d'identification des systèmes en général, des algorithmes d'estimation puis de leurs applications à l'aéronautique. Comme un aéronef est un système complexe, un système de systèmes, nous avons préféré dédier une section entière à l'identification des systèmes appliquée à l'aéronautique. Pour finir, nous nous rapprochons un peu plus encore du système en abordant la modélisation de la dynamique d'un aéronef à partir du principe fondamental de la dynamique. Cette dernière partie sera le point de départ pour la modélisation d'une boîte grise au Chapitre 4.

Ce chapitre permet d'introduire au fur et à mesure de la discussion les notations et les hypothèses utilisées au cours de l'étude de l'identification du modèle du Cessna Citation X.

1.1 Identification des systèmes

Depuis le début de ce mémoire, nous parlons de systèmes, de modèles et de l'identification. Le moment est venu de définir ces termes.

« A system is a collection of items that form a circumscribed sector of reality that is the focus of study » (Bosch, 1994, sect. 2.1). Mais il ne faut cependant pas confondre le système avec un de ses possibles modèles, car « a model is the way we want to describe the salient features of the system under study » (Bosch, 1994, sect. 2.1). Comme le montre la Figure 1.1, il est

possible à partir du même système d'obtenir différents modèles en fonction du point de vue du modélisateur.

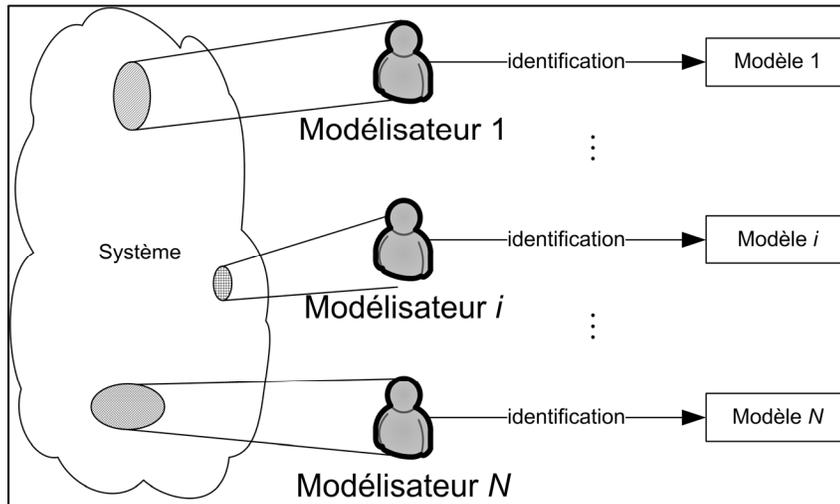


Figure 1.1 – Relations entre système et modèles

L'identification quant à elle est le processus qui nous permet d'obtenir un modèle à partir de l'observation d'un système. Il est possible d'identifier un modèle (Bosch, 1994, chap. 1 ; Jategaonkar, 2006, chap. 1) :

- Uniquement à partir de l'observation d'un système ;
 - On parle alors de boîte noire ou de modèle comportemental ;
- Uniquement à partir des lois de la physique ;
 - On parle alors de boîte blanche ou de modèle phénoménologique.

Il existe également le compromis entre les deux : la boîte grise.

Une boîte noire est typiquement plus simple à obtenir qu'une boîte blanche car aucune information a priori n'est nécessaire. Cependant les paramètres d'une boîte noire n'ont généralement pas de sens physique, à l'instar d'une matrice de poids d'un réseau de neurones (Boely et Botez, 2010 ; Boely et al., 2011). Comme ils n'ont pas de sens physique, l'interpolation des paramètres est plus complexe. En conséquence, le domaine de validité

d'une boîte noire est plus restreint que celui d'une boîte blanche (Jategaonkar, 2006, sect. 1.II).

Nous appelons « blanche », « grise » ou « noire » la teinte d'un modèle s'il est respectivement une boîte blanche, une boîte grise ou une boîte noire. Cette appellation, teinte, est propre à cette étude et permet d'éviter la confusion entre la teinte d'un modèle et sa catégorie.

Les modèles peuvent être classées dans deux catégories (Åström et Eykhoff, 1971 ; Ljung, 2010 ; Bosch, 1994 ; Ljung, 1999) :

- les modèles non paramétriques ;
- les modèles paramétriques.

On entend par « modèles non paramétriques » les modèles n'ayant pas de forme prédéterminée comme les réponses impulsionnelles et les fonctions de transfert. A contrario, les « modèles paramétriques » ont une forme prédéterminée, telle que les modèles sous forme de représentation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, \theta) \\ y &= g(x, u, \theta) \end{aligned} \tag{1.1}$$

Avec x le vecteur d'état, u le vecteur d'entrée, y le vecteur de sortie et θ le vecteur des paramètres que nous souhaitons estimer.

Le choix entre les différentes teintes et catégories de modèles se fait bien évidemment en fonction du but de l'identification et des besoins du client.

Dans notre étude de la modélisation du Cessna Citation X, les clients du modèle identifié veulent simuler la dynamique de vol du Cessna Citation X (Vincent et al., 2012 ; Boughari et

Botez, 2012). Comme les modèles paramétriques sont typiquement utilisés pour la simulation et le contrôle des systèmes (Bosch, 1994, chap. 5), c'est cette catégorie de modèle qui a été considérée. Aucun choix n'a été arrêté sur la teinte du modèle.

Indépendamment du modèle choisi, le processus d'identification est un processus itératif, comme le montre la Figure 1.2.

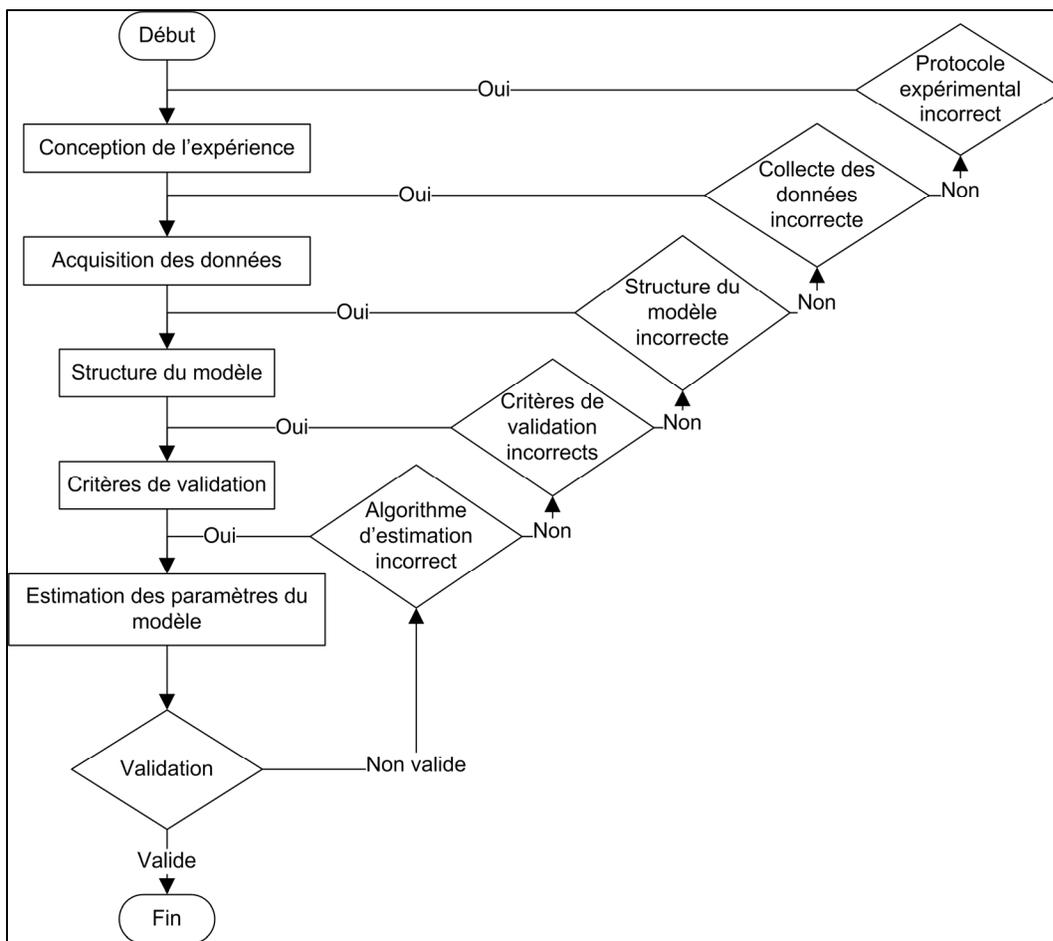


Figure 1.2 – Processus d'identification d'un système

Le modélisateur doit tout d'abord concevoir des expériences pour observer les fonctionnalités du système qu'il souhaite modéliser. Un choix à faire est alors la structure du modèle à identifier. La structure du modèle définit la relation entre les paramètres et le modèle. Ce choix est fait, comme pour la teinte et la catégorie du modèle, en fonction du but du modéli-

sateur, des besoins de ses clients mais également en fonction des limitations des algorithmes d'estimation. Ceux-ci, en effet, supposent une structure de modèle en particulier. Dans notre étude, nous utilisons comme structures de modèle des représentations d'état linéaires et ARX (« AutoRegressive with eXternal input »). Celles-ci sont suffisantes pour l'étude de la dynamique de vol d'un avion autour d'un point d'équilibre (Cook, 2007 ; Nelson, 1998 ; Klein, 1989).

Une fois un modèle identifié, il est nécessaire de procéder à sa validation. Si le modèle est valide, il est bien évidemment conservé. S'il n'est pas valide, il faudra revenir sur une ou plusieurs des étapes qui ont été effectuées précédemment. Le modèle identifié peut ne pas être valide à cause d'une expérience mal exécutée ou de mauvaises mesures. La structure du modèle peut elle aussi être mal adaptée, ou les critères de validation irréalisables.

Toute connaissance, et pas seulement mathématique, du modélisateur à propos du système permet de faciliter le processus d'identification. Par exemple, connaître les ordres de grandeur des fonctionnalités du système permet de définir des critères de validation atteignables et connaître le comportement général du système permet de choisir les données à acquérir.

Comme il est facile d'identifier un modèle qui décrit fidèlement les données d'estimation, c'est-à-dire les mesures d'une expérience, la vraie validation du modèle identifié est effectuée sur un autre ensemble de données : les données de validation (Ljung, 2010). Sans cette précaution, le modélisateur risque de faire du sur ajustement du modèle au détriment de sa capacité de généralisation.

Le problème du sur ajustement d'un modèle peut être contré au cours du processus d'identification du modèle par l'application du principe de parcimonie. Le principe de parcimonie peut-être énoncé comme l'utilisation du minimum de causes élémentaires pour expliquer un phénomène (« Parcimonie », 2014). Dans le cas de l'identification des systèmes, les causes élémentaires sont les paramètres ou les suppositions du modèle que nous souhaitons identifier (Jategaonkar, 2006, chap. 1).

1.2 Algorithmes d'estimation

Comme illustré au sein de la Figure 1.3, les algorithmes d'estimation sont alimentés par l'erreur ε entre les mesures et les sorties du modèle et ajustent les paramètres Θ d'un modèle mathématique afin que le modèle identifié soit le plus précis possible. Comme la notion du « plus précis possible » est subjective, les paramètres estimés $\hat{\Theta}$ du modèle sont obtenus en minimisant une fonction de coût $J(\Theta)$ (Bosch, 1994, chap. 5).

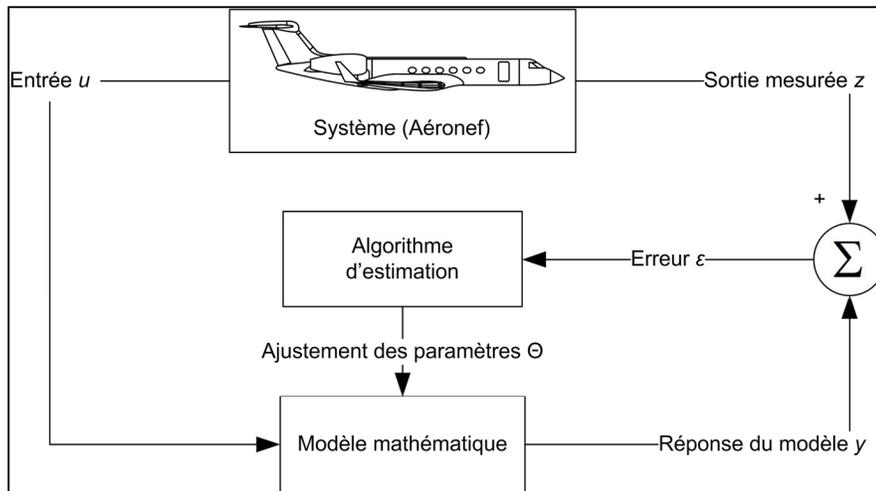


Figure 1.3 – Schéma de l'identification d'un système

Dans cette étude, nous avons choisi d'utiliser des algorithmes d'estimation couramment employés en identification de modèles d'avions à partir d'essais en vol (Beaulieu et al., 2007 ; Jesus-Mota et al., 2009 ; Jategaonkar et al., 2004 ; Morelli et Klein, 2005) :

- La méthode des sous-espaces (N4SID) ;
- La méthode de l'erreur de prédiction (PE) ;
- La méthode des moindres carrés (LS) ;
- La méthode de l'erreur de sortie (OE).

Utiliser des algorithmes d'estimation courants nous permet de nous consacrer davantage à l'automatisation de leur utilisation sur un grand nombre d'essais en vol plutôt qu'à leur im-

plémentation. Nous nous sommes restreints aux algorithmes d'estimation de paramètres de modèles paramétriques, car c'est la catégorie de modèles que nous considérons. Des méthodes d'estimation de paramètres de modèles non paramétriques peuvent être trouvées dans les références (Bosch, 1994, chap. 4 ; Ljung, 1999, chap. ii.6).

Dans les sections suivantes, nous allons présenter les algorithmes d'estimation N4SID, PE, LS et OE. Nous expliquerons la méthode N4SID davantage, car elle n'utilise pas de fonction de coût $J(\Theta)$ comme les méthodes PE, LS et OE.

1.2.1 Méthode des sous-espaces (N4SID)

La méthode des sous-espaces (N4SID) (Ljung, 1999, sect. 10.6 ; Van Overschee et De Moor, 1994) permet d'estimer directement les paramètres d'un modèle sous la forme d'une représentation d'état linéaire :

$$\begin{aligned}x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) \\y(t) &= Cx(t) + Du(t) \\z(t) &= y(t) + \varepsilon(t)\end{aligned}\tag{1.2}$$

Avec ε l'erreur et A , B , C et D les matrices dont nous souhaitons estimer les éléments. Cette représentation d'état peut être exprimée dans une autre base de l'espace des variables d'état $\tilde{x}(t) = T^{-1}x(t)$. L'équation (1.2) devient dans cette nouvelle base :

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t+1) &= T^{-1}AT\tilde{x}(t) + T^{-1}Bu(t) \\y(t) &= CT\tilde{x}(t) + Du(t) \\z(t) &= y(t) + \varepsilon(t)\end{aligned}\tag{1.3}$$

Nous remarquons qu'entre le modèle défini par l'équation (1.2) et celui défini par l'équation (1.3) nous avons toujours le même vecteur d'entrée u et de sortie y .

1.2.1.1 Estimation de O

La première étape de la méthode N4SID est l'estimation de la matrice d'observabilité O du modèle défini par l'équation (1.2) :

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Avec n le nombre de variables d'état du modèle. D'après l'équation (1.2) nous trouvons que :

$$\begin{aligned} z(t+k) &= Cx(t+k) + Du(t+k) + \varepsilon(t+k) \\ z(t+k) &= CAx(t+k-1) + CBu(t+k-1) + Du(t+k) + \varepsilon(t+k) \\ z(t+k) &= CA^k x(t) + \sum_{i=1}^k CA^{k-i} Bu(t+i-1) + Du(t+k) + \varepsilon(t+k) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Nous définissons alors 3 nouvelles variables, Z , U et V telles que :

$$Z(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ z(t+1) \\ \vdots \\ z(t+n-1) \end{bmatrix}, U(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \vdots \\ u(t+n-1) \end{bmatrix}, V(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \varepsilon(t+1) \\ \vdots \\ \varepsilon(t+n-1) \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Nous obtenons alors à partir des équations (1.5) et (1.6) :

$$Z(t) = Ox(t) + SU(t) + V(t) \quad (1.7)$$

Avec :

$$S = \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ CB & D & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ CA^{n-2}B & CA^{n-3}B & \cdots & CB & D \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Pour obtenir l'estimation de O nous multiplions l'équation (1.7) par $\Pi_{U^t}^\perp$, une matrice orthogonale à U , afin de supprimer le terme en U :

$$Z(t)\Pi_{U^t}^\perp = O x(t)\Pi_{U^t}^\perp + V(t)\Pi_{U^t}^\perp \quad (1.9)$$

En multipliant ensuite l'équation (1.9) par la transposée de la matrice Φ des variables instrumentales et en normalisant par N , le nombre d'échantillons, nous obtenons :

$$\frac{1}{N} Z(t)\Pi_{U^t}^\perp \Phi^t = \frac{1}{N} O x(t)\Pi_{U^t}^\perp \Phi^t \quad (1.10)$$

Dans la nouvelle base de l'espace des variables d'état $\tilde{x} = T^{-1}x$, la matrice d'observabilité \tilde{O} peut être exprimée en fonction de O comme :

$$\tilde{O} = OT \quad (1.11)$$

Avec T une matrice inversible quelconque de dimensions $n \times n$. Nous pouvons donc à partir de l'équation (1.10) estimer la matrice d'observabilité \tilde{O} dans une base quelconque de l'espace des variables d'état :

$$\tilde{O} = \frac{1}{N} Z(t)\Pi_{U^t}^\perp \Phi^t \quad (1.12)$$

Dans le cas de la méthode N4SID, une matrice de poids W est ajoutée à l'équation (1.12) :

$$\tilde{O} = \frac{1}{N} Z(t) \Pi_{\tilde{U}^t}^\perp \Phi^t W \quad (1.13)$$

Avec $W = \left(\frac{1}{N} \Phi \Pi_{\tilde{U}^t}^\perp \Phi^t \right)^{-1} \Phi$.

1.2.1.2 Estimation de C et A

Nous réécrivons l'équation (1.4) de façon à faire ressortir les matrices A et C du modèle :

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ \vdots \\ CA^{n-2} \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} C \\ (O_{i,j})_{1 \leq i \leq p(n-1), 1 \leq j \leq n} A \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Avec p le nombre de variables de sortie du modèle. Nous en déduisons qu'il est possible d'obtenir des estimations de C et de A à partir des éléments de O si ces derniers sont connus :

$$\begin{aligned} \hat{C} &= (O_{i,j})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n} \\ (O_{i,j})_{1 \leq i \leq p(n-1), 1 \leq j \leq n} \hat{A} &= (O_{i,j})_{p+1 \leq i \leq pn, 1 \leq j \leq n} \end{aligned} \quad (1.15)$$

1.2.1.3 Estimation de B et D

En introduisant l'opérateur de décalage E tel que $Ex(t) = x(t+1)$, nous pouvons réécrire l'équation (1.2) comme :

$$\begin{aligned} x(t) &= (EI - A)^{-1} x_0 \delta(t) + (EI - A)^{-1} Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \\ z(t) &= y(t) + \varepsilon \end{aligned} \quad (1.16)$$

Avec $\delta(t)$ la fonction de Dirac représentant une impulsion unitaire à $t = 0$. Pour simplifier l'équation (1.16), nous considérons que $x_0 = 0$. Nous en déduisons alors l'expression de $y(t)$ pour A et C donnés :

$$y(t|B, D) = \hat{C}(EI - \hat{A})^{-1}Bu(t) + Du(t) \quad (1.17)$$

B et D peuvent être ensuite estimés grâce à la méthode des moindres carrés. Cette méthode est détaillée dans la section 1.2.3 et est non itérative.

1.2.2 Méthode de l'erreur de prédiction (PE)

La méthode de l'erreur de prédiction (PE) permet d'estimer les paramètres d'un modèle non linéaire qui minimisent la somme des erreurs au carré (Bosch, 1994, chap. 5 ; Ljung, 1999, chap. ii.7) :

$$J(\Theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(i|i-1) \quad (1.18)$$

Avec $\varepsilon(i|i-1) = z(i) - y(i|i-1)$, l'erreur de prédiction entre les sorties du modèle et les sorties mesurées connaissant Θ . L'estimation $\hat{\Theta}$ des paramètres minimisant l'erreur au carré est alors obtenue itérativement avec un algorithme d'optimisation. Dans notre étude, la méthode de Gauss-Newton (GN) fut utilisée (Jategaonkar, 2006, chap. 4).

Comme l'estimation des paramètres Θ est itérative à l'aide d'un algorithme d'optimisation, le choix des valeurs initiales des paramètres Θ_0 peut accélérer la convergence vers un minimum local. En l'absence des valeurs de Θ_0 , nous les estimons avec la méthode N4SID.

1.2.3 Méthode des moindres carrés (LS)

La méthode des moindres carrés (LS) est un cas particulier de la méthode PE où nous n'avons pas d'horizon de prédiction et où le modèle est un modèle ARX linéaire par rapport aux paramètres Θ :

$$\begin{aligned} z(i) &= \Theta_1 x_1(i) + \Theta_2 x_2(i) + \dots + \Theta_n x_n(i) + \varepsilon(i) \quad i \in \llbracket 1, N \rrbracket \\ \Theta &= [\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_n]^t \\ X &= [x_1, x_2, \dots, x_n] \end{aligned} \quad (1.19)$$

Où z est appelée la variable indépendante, Θ le vecteur des paramètres à estimer, X les mesures des variables dépendantes et ε l'erreur. Comme le modèle est linéaire par rapport aux paramètres Θ , l'équation (1.19) peut être réécrite en utilisant la notation matricielle :

$$z = X\Theta + \varepsilon \quad (1.20)$$

En remarquant que $\varepsilon = z - X\Theta$, la fonction de coût de la méthode PE définie par l'équation (1.18) devient quadratique en fonction de Θ . L'estimation $\hat{\Theta}$ des paramètres minimisant l'erreur au carré admet donc une solution directe (Raol et al., 2004, chap. 2) :

$$\hat{\Theta} = (X^t X)^{-1} X^t z \quad (1.21)$$

1.2.4 Méthode de l'erreur de sortie (OE)

La méthode de l'erreur de sortie (OE) appartient aux méthodes d'estimation du maximum de vraisemblance (ML) qui permettent d'estimer les paramètres de modèles non linéaires qui maximisent la vraisemblance du modèle versus les mesures. En d'autres mots, les méthodes ML estiment les paramètres Θ pour lesquels la densité de la probabilité conditionnelle de l'observation z sachant Θ est maximale :

$$\hat{\Theta} = \max[p(z|\Theta)] \quad (1.22)$$

Où $\hat{\Theta}$ est l'estimation des paramètres du maximum de vraisemblance.

La méthode OE est le cas particulier où nous ne considérons que l'erreur s'appliquant aux mesures ε . Dans ce cas, il peut être démontré (Jategaonkar, 2006, chap. 4 ; Klein, 1989) que maximiser la vraisemblance est équivalent à minimiser la fonction logarithmique négative de vraisemblance (« negative log-likelihood function ») suivante :

$$J(\Theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon^t(i) R^{-1} \varepsilon(i) + \frac{N}{2} \ln(|R|) \quad (1.23)$$

Où R est la matrice de covariance de l'erreur ε et N le nombre d'échantillons.

La fonction de coût définie par l'équation (1.23) doit être minimisée itérativement par un algorithme d'optimisation. Dans notre étude, comme pour la méthode PE, nous avons choisi d'utiliser la méthode de Gauss-Newton (GN) (Jategaonkar, 2006, chap. 4).

Comme pour la méthode PE, il est important de choisir correctement les valeurs initiales des paramètres Θ_0 pour faciliter la minimisation de $J(\Theta)$. En l'absence de valeurs initiales Θ_0 , nous les estimons à l'aide de la méthode LS.

1.2.5 Résumé

Dans les sections précédentes, nous avons décrit les algorithmes d'estimation qui ont été utilisés au cours de l'identification du modèle global du Cessna Citation X. Le Tableau 1.1 résume leurs principales caractéristiques.

Tableau 1.1 – Algorithmes d'estimation utilisés

Algorithme	Structure du modèle	Fonction de coût	Estimation des paramètres
LS	$y = X\theta$ $z = y + \varepsilon$	$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(i)$	Directe ($\hat{\theta} = (X^t X)^{-1} X^t z$)
N4SID	$\dot{x} = Ax + Bu$ $y = Cx + Du$ $z = y + \varepsilon$	NA	Directe
OE	$\dot{x} = f(x, u, \theta)$ $y = g(x, u, \theta)$ $z = y + \varepsilon$	$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon^t(i) R^{-1} \varepsilon(i) + \frac{N}{2} \ln(R)$	Itérative (GN), θ_0 est obtenu avec la méthode LS
PE	$\dot{x} = f(x, u, \theta)$ $y = g(x, u, \theta)$ $z = y + \varepsilon$	$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(i i-1)$	Itérative (GN), θ_0 est obtenu avec la méthode N4SID

1.3 Identification des systèmes appliquée à l'aéronautique

Comme évoqué au sein de la section 1.1, le modèle identifié dépend du point de vue du modélisateur. En aéronautique, et plus précisément dans l'étude du vol atmosphérique d'un avion, deux points de vue existent (Jategaonkar, 2006, sect. 1.II) :

- Le point de vue du modélisateur s'intéressant aux performances (Murrieta-Mendoza et al., 2014 ; Rodriguez et Botez, 2012 ; Rodriguez et Botez, 2013) ;
- Le point de vue du modélisateur s'intéressant à la stabilité et au contrôle (Jesus-Mota et al., 2009 ; Boely et al., 2011 ; Hamel et al., 2013 ; Kouba et al., 2009).

L'étude des performances s'intéresse à l'estimation de paramètres décrivant la capacité de l'avion à remplir une mission. Il s'agit donc d'une étude sur un intervalle de temps relativement grand, la mission d'un avion commercial pouvant être de plusieurs heures. Les

paramètres estimés sont typiquement la distance franchissable, la consommation de carburant et le plafond opérationnel. Les essais en vol de certification appartiennent majoritairement à ce domaine.

L'étude de la stabilité et du contrôle est en revanche sur un intervalle de temps court, comparativement à l'étude des performances. Les essais en vol dans ce cas visent à étudier la réponse de l'avion à des perturbations comme une rafale de vent ou le mouvement d'une surface de contrôle comme la gouverne de profondeur. Les essais en vol pour la conception d'un simulateur de vol appartiennent en majorité à ce domaine.

Les essais en vol dans chacun de ces domaines d'étude (performances, stabilité et contrôle) sont décrits dans plusieurs ouvrages traitant de l'étude du vol atmosphérique (Ojha, 1995 ; Cook, 2007) et plus précisément des essais en vol (Kimberlin, 2003 ; McCormick et Schetz, 2011). La contribution dans le domaine de l'identification des systèmes appliquée à l'aéronautique de l'ancien « Advisory Group for Aerospace Research and Development » (AGARD), maintenant devenu le « Research and Technology Organisation » (RTO), mérite d'être soulignée pour les rapports AGARD-AG-300 qui ont été publiés et qui détaillent les techniques de réalisation des essais en vol et leur identification (Lawford et Nippres, 1983 ; Stoliker, 1995).

Les autorités de certification fournissent également les documents pour la certification des avions (*Flight Test Guide for Certification of Part 23 Airplanes*, 2011 ; *Flight Test Guide For Certification Of Transport Category Airplanes*, 2012) et des simulateurs (*Airplane Simulator Qualification*, 1991) contenant les lignes directrices sur la conception des expériences à réaliser.

Dans notre étude, comme nous souhaitons simuler le Cessna Citation X, nous nous intéressons donc aux essais en vol concernant la stabilité et le contrôle de l'avion.

Comme un avion est un système soumis à de nombreux éléments extérieurs, il est raisonnable de répartir l'effort d'identification entre un « modèle primaire » et des « modèles secondaires » permettant de représenter l'aéronef plus fidèlement dans certaines situations (Jategaonkar, 2006, sect. 12.VIII ; Norris, 2014b).

Le schéma de la procédure d'identification du modèle du Cessna Citation X est présenté au sein de la Figure 1.4. Le modèle primaire est le modèle du Cessna Citation X dans le régime de vol normal, c'est-à-dire en configuration lisse (pas de volets, trains d'atterrissage rentrés, etc.), en croisière et avec tous ses systèmes (moteurs, actionneurs, gouvernes) en fonctionnement. L'influence des bords de bord d'attaque, du décrochage, des volets se greffent au modèle primaire.

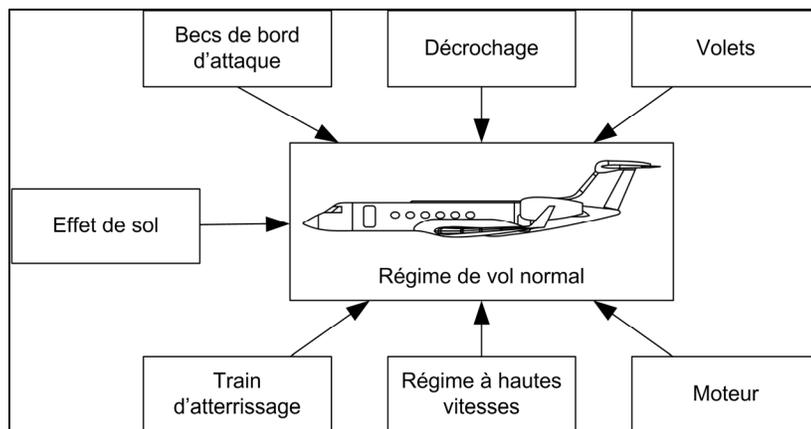


Figure 1.4 – Schéma de la procédure d'identification d'un modèle à haute-fidélité

Les modèles représentés au sein de la Figure 1.4 ne sont pas exhaustifs. Pour un simulateur de haute-fidélité il est également nécessaire d'augmenter le modèle primaire pour tenir compte des dysfonctionnements comme une panne moteur (Jategaonkar, 2006, sect. 12.IV).

Comme notre étude est la première réalisée au LARCASE sur l'identification du modèle du Cessna Citation X, nous identifions le modèle primaire : le modèle du régime de vol normal.

1.4 Modèle mathématique d'un avion

Un avion est un système complexe à plusieurs entrées et plusieurs sorties (MIMO). Les entrées et les sorties de la dynamique d'un avion sont représentées au sein de la Figure 1.5. Celle-ci est classiquement décomposée entre la dynamique longitudinale et la dynamique latérale.

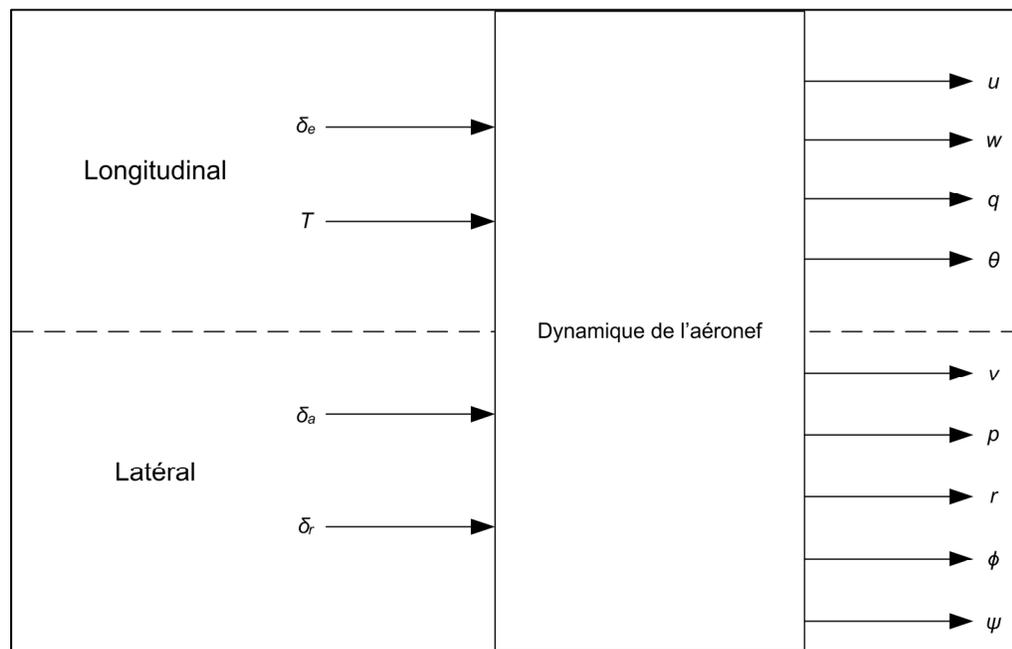


Figure 1.5 – Entrées et sorties d'un aéronef

Afin de modéliser les relations entre les sorties et les entrées de l'aéronef, nous considérons comme modèle de départ celui d'un corps rigide à 6 degrés de liberté (trois translations et trois rotations) de masse m et d'inertie I . En appliquant le principe fondamental de la dynamique, nous obtenons alors (Cook, 2007, chap. 4) :

$$\begin{aligned}
m(\dot{u} - rv + qw) &= F_x \\
m(\dot{v} - pw + ru) &= F_y \\
m(\dot{w} - qu + pv) &= F_z \\
I_x \dot{p} - (I_y - I_z)qr - I_{xz}(pq + \dot{r}) &= M_x \\
I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr + I_{xz}(p^2 - r^2) &= M_y \\
I_z \dot{r} - (I_x - I_y)pq + I_{xz}(qr - \dot{p}) &= M_z
\end{aligned} \tag{1.24}$$

Où F_x , F_y et F_z sont respectivement la force longitudinale, latérale et verticale, M_x , M_y et M_z sont respectivement le moment de roulis, tangage et de lacet s'appliquant à l'aéronef.

D'autre part, nous avons également les équations cinématiques suivantes (Cook, 2007, chap. 2) :

$$\begin{aligned}
\dot{\phi} &= p + (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \tan(\theta) \\
\dot{\theta} &= q \cos(\phi) - r \sin(\phi) \\
\dot{\psi} &= \frac{\sin(\phi) q + \cos(\phi) r}{\cos(\theta)}
\end{aligned} \tag{1.25}$$

Afin de modéliser les différentes contributions de l'environnement extérieur à l'aéronef, on décompose les forces F et les moments M s'appliquant à l'aéronef en fonction de leur cause :

- Effet aérodynamique (indice a) ;
- Effet gravitationnel (indice g) ;
- Mouvement des surfaces de contrôle (indice c) ;
- Propulsion (indice p) ;
- Perturbation atmosphérique (indice d).

En tenant compte de cette décomposition des forces et des moments, l'équation (1.24) devient alors :

$$\begin{aligned}
m(\dot{u} - rv + qw) &= F_{x_a} + F_{x_g} + F_{x_c} + F_{x_p} + F_{x_d} \\
m(\dot{v} - pw + ru) &= F_{y_a} + F_{y_g} + F_{y_c} + F_{y_p} + F_{y_d} \\
m(\dot{w} - qu + pv) &= F_{z_a} + F_{z_g} + F_{z_c} + F_{z_p} + F_{z_d} \\
I_x \dot{p} - (I_y - I_z)qr - I_{xz}(pq + \dot{r}) &= M_{x_a} + M_{x_g} + M_{x_c} + M_{x_p} + M_{x_d} \\
I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr + I_{xz}(p^2 - r^2) &= M_{y_a} + M_{y_g} + M_{y_c} + M_{y_p} + M_{y_d} \\
I_z \dot{r} - (I_x - I_y)pq + I_{xz}(qr - \dot{p}) &= M_{z_a} + M_{z_g} + M_{z_c} + M_{z_p} + M_{z_d}
\end{aligned} \tag{1.26}$$

Dans notre étude, nous considérons que l'aéronef vole dans une atmosphère stable. Nous pouvons donc écrire :

$$F_{x_d} = F_{y_d} = F_{z_d} = M_{x_d} = M_{y_d} = M_{z_d} = 0 \tag{1.27}$$

De plus, en projetant le poids de l'avion dans le repère tournant lié à l'avion, nous avons :

$$\begin{aligned}
F_{x_g} &= -mg \sin(\theta) \\
F_{y_g} &= mg \cos(\theta) \sin(\phi) \\
F_{z_g} &= mg \cos(\theta) \cos(\phi) \\
M_{x_g} &= M_{y_g} = M_{z_g} = 0
\end{aligned} \tag{1.28}$$

En supposant que la poussée fournie par les moteurs agit selon l'axe longitudinal de l'avion, nous avons d'autre part :

$$\begin{aligned}
F_{x_p} &= T \\
F_{y_p} &= F_{z_p} = M_{x_p} = M_{y_p} = M_{z_p} = 0
\end{aligned} \tag{1.29}$$

Après la substitution des équations (1.27), (1.28) et (1.29) dans l'équation (1.26), nous obtenons alors :

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= rv - qw - g \sin(\theta) + \frac{F_{x_a} + F_{x_c}}{m} + \frac{T}{m} \\
\dot{v} &= -ru + pw + g \cos(\theta) \sin(\phi) + \frac{F_{y_a} + F_{y_c}}{m} \\
\dot{w} &= qu - pv + g \cos(\theta) \cos(\phi) + \frac{F_{z_a} + F_{z_c}}{m} \\
\dot{p} &= \frac{I_y - I_z}{I_x} qr + \frac{I_{xz}}{I_x} (pq + \dot{r}) + \frac{M_{x_a} + M_{x_c}}{I_x} \\
\dot{q} &= \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{I_{xz}}{I_y} (r^2 - p^2) + \frac{M_{y_a} + M_{y_c}}{I_y} \\
\dot{r} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} pq + \frac{I_{xz}}{I_z} (\dot{p} - qr) + \frac{M_{z_a} + M_{z_c}}{I_z}
\end{aligned} \tag{1.30}$$

Pour faciliter la notation des équations généralisées du mouvement d'un avion, on introduit couramment des coefficients de forces et de moments aérodynamiques au lieu des forces et des moments. Les coefficients de forces et de moments aérodynamiques sont homogènes à des accélérations et sont définis de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
X &= \frac{F_{x_a} + F_{x_c}}{m} \\
Y &= \frac{F_{y_a} + F_{y_c}}{m} \\
Z &= \frac{F_{z_a} + F_{z_c}}{m} \\
L &= \frac{M_{x_a} + M_{x_c}}{I_x} \\
M &= \frac{M_{y_a} + M_{y_c}}{I_y} \\
N &= \frac{M_{z_a} + M_{z_c}}{I_z}
\end{aligned} \tag{1.31}$$

Les coefficients de forces et de moments aérodynamiques peuvent être adimensionnés afin de pouvoir les comparer à des valeurs d'autres avions et à des mesures effectuées en soufflerie

sur des modèles réduits. Dans cette étude, nous considérons l'adimensionnement suivant (Nelson, 1998, sect. 1.6 ; Hopkin, 1970, sect. 11 ; Etkin, 2000, chap. 5) :

$$\begin{aligned}
 C_x &= \frac{m}{QS} X \\
 C_y &= \frac{m}{QS} Y \\
 C_z &= \frac{m}{QS} Z \\
 C_l &= \frac{I_x}{Q S b} L \\
 C_m &= \frac{I_y}{Q S \bar{c}} M \\
 C_n &= \frac{I_z}{Q S b} N
 \end{aligned}
 \tag{1.32}$$

Avec $Q = \frac{1}{2} \rho V^2$ la pression dynamique, S la surface de l'aile, b l'envergure de l'aile et \bar{c} la corde moyenne aérodynamique de l'aile (« Mean Aerodynamic Chord », MAC).

En utilisant les coefficients des forces et des moments aérodynamiques (1.31), les équations généralisées du mouvement (1.30) complétées par les équations cinématiques (1.25) nous donnent les équations d'état de l'avion rigide à 6 degrés de liberté :

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= rv - qw - g \sin(\theta) + X + \frac{T}{m} \\
\dot{v} &= -ru + pw + g \cos(\theta) \sin(\phi) + Y \\
\dot{w} &= qu - pv + g \cos(\theta) \cos(\phi) + Z \\
\dot{p} &= \frac{I_y - I_z}{I_x} qr + \frac{I_{xz}}{I_x} (pq + \dot{r}) + L \\
\dot{q} &= \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{I_{xz}}{I_y} (r^2 - p^2) + M \\
\dot{r} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} pq + \frac{I_{xz}}{I_z} (\dot{p} - qr) + N \\
\dot{\phi} &= p + (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \tan(\theta) \\
\dot{\theta} &= q \cos(\phi) - r \sin(\phi) \\
\dot{\psi} &= \frac{\sin(\phi) q + \cos(\phi) r}{\cos(\theta)}
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Cependant les variables mesurées en vol peuvent être différentes des variables d'état, nous complétons alors au besoin les équations d'état avec les équations d'observation suivantes :

$$\begin{aligned}
V &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\
\beta &= \sin^{-1} \left(\frac{v}{V} \right) \\
\alpha &= \tan^{-1} \left(\frac{w}{u} \right) \\
a_x &= \dot{u} + qw - rv + g \sin(\theta) \\
a_y &= \dot{v} + ru - pw - g \cos(\theta) \sin(\phi) \\
a_z &= \dot{w} + pv - qu - g \cos(\theta) \cos(\phi)
\end{aligned} \tag{1.34}$$

Nous obtenons alors une représentation d'état complète de la forme :

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= f(x, u) \\
y &= g(x, u)
\end{aligned} \tag{1.35}$$

Avec $x = [u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi]^t$ les variables d'état, $u = [\delta_a, \delta_e, \delta_r]^t$ les variables d'entrée et y les variables de sortie intéressant le modélisateur.

CHAPITRE 2

RÉALISATION DES ESSAIS EN VOL

2.1 Matériel expérimental

L'ensemble des essais en vol a été réalisé avec un simulateur professionnel SimFinity™ conçu et fabriqué par CAE Inc. (Figure 2.1) et qui dispose d'une dynamique de vol de niveau D. Le niveau D est le plus haut niveau de fidélité décerné par les autorités de certification (*Airplane Simulator Qualification*, 1991).

Ce simulateur, appelé « simulateur de recherche d'aéronef », a été obtenu par le professeur Mme Ruxandra Botez dans le cadre d'une demande de subvention. 40% de son coût a été payé par le MDEIE (Ministère du Développement Économique, de l'Innovation et de l'Exportation), 40% par la FCI (Fondation Canadienne pour l'Innovation) et CAE Inc. a octroyé un rabais de 20%. En 2012 le MDEIE a été remplacé par le Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche, de la Science et de la Technologie (MESRST).



Figure 2.1 – Simulateur de vol SimFinity™
présent au LARCASE

2.2 Protocole expérimental

Il existe deux grandes catégories d'essais en vol : les essais en vol pour l'évaluation de la performance (Jategaonkar, 2006, sect. 2.II.A ; Kimberlin, 2003, part. 1) et les essais en vol pour l'identification du modèle de l'avion (Jategaonkar, 2006, sect. 2.II.B ; Kimberlin, 2003, part. 2). La première catégorie est utilisée principalement par les modélisateurs s'intéressant à l'étude des performances et la seconde par ceux s'intéressant à la stabilité et au contrôle de l'avion.

Pour l'identification du modèle du Cessna Citation X, nous allons considérer les essais en vol de la seconde catégorie. Les essais en vol réalisés sont de 5 types différents :

- Les essais en vol d'oscillation d'incidence (« short period ») ;
- Les essais en vol phugoïde (« phugoid ») ;
- Les essais en vol de réponse en roulis (« roll response ») ;
- Les essais en vol de spirale (« spiral ») ;
- Les essais en vol du roulis hollandais (« Dutch roll »).

Les noms des types des essais en vol (oscillation d'incidence, phugoïde, réponse en roulis, etc.) viennent du nom du mode de l'avion dont ils excitent la dynamique. La dynamique de l'avion (longitudinale ou latérale) à laquelle appartient chaque type d'essai en vol est donnée au sein du Tableau 2.1.

Tableau 2.1 – Dynamique des essais en vol

Dynamique	Type des essais en vol
Longitudinale	Oscillation d'incidence, phugoïde
Latérale	Réponse en roulis, roulis hollandais, spirale

Comme nos essais en vol sont réalisés sur un simulateur de recherche, nous pouvons choisir précisément les caractéristiques de l'atmosphère. Dans notre étude l'atmosphère est l'ISA (« International Standard Atmosphere ») (Diston, 2009, chap. 6) et sans vent.

Nous allons maintenant donner les caractéristiques ainsi que des exemples de chaque type d'essai en vol.

2.2.1 Essais en vol d'oscillation d'incidence

Le mode d'oscillation d'incidence est une oscillation rapide en tangage due à une excitation de la gouverne de profondeur δ_e . L'ordre de grandeur de la fréquence de l'oscillation est de 1 rad/s (Cook, 2007, sect. 6.2.1).

Dans notre étude, l'excitation appliquée est différente selon le cas où l'essai en vol a été effectué de façon automatique ou manuelle. Dans le cas où l'essai a été effectué manuellement, l'excitation consiste en deux échelons réalisés l'un derrière l'autre (Figure 2.2), tandis que dans le cas automatique celle-ci est une impulsion (Figure 2.3). Dans les deux cas, les résultats obtenus montrent que l'avion se comporte comme un système du second ordre avec un comportement oscillatoire en tangage θ .

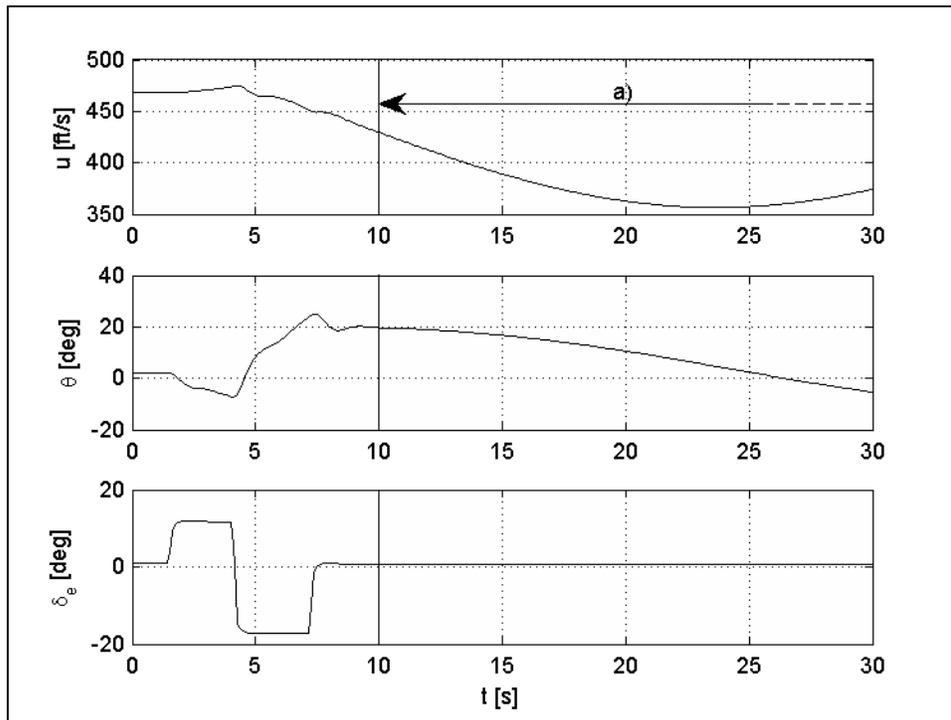


Figure 2.2 – Essai en vol manuel du mode d'oscillation d'incidence (ID 107)

L'avantage d'une excitation à deux échelons (Figure 2.2) est qu'elle est plus facile à réaliser : il suffit de pousser et tirer le manche d'une butée à une autre. C'est pourquoi cette excitation a été utilisée pour les essais en vol manuels. Néanmoins, ce type d'excitation a le désavantage d'exciter également le mode phugoïde, plus lent et très peu amorti, qui vient influencer les mesures. L'effet du mode phugoïde est surtout visible sur la vitesse longitudinale u , le début de l'oscillation pouvant être visualisé sur l'essai effectué manuellement à partir de $t = 10$ [s] (Figure 2.2a).

L'impulsion a comme défaut d'être difficile à réaliser manuellement, c'est pourquoi elle est réalisée automatiquement par l'injection des signaux de commande.

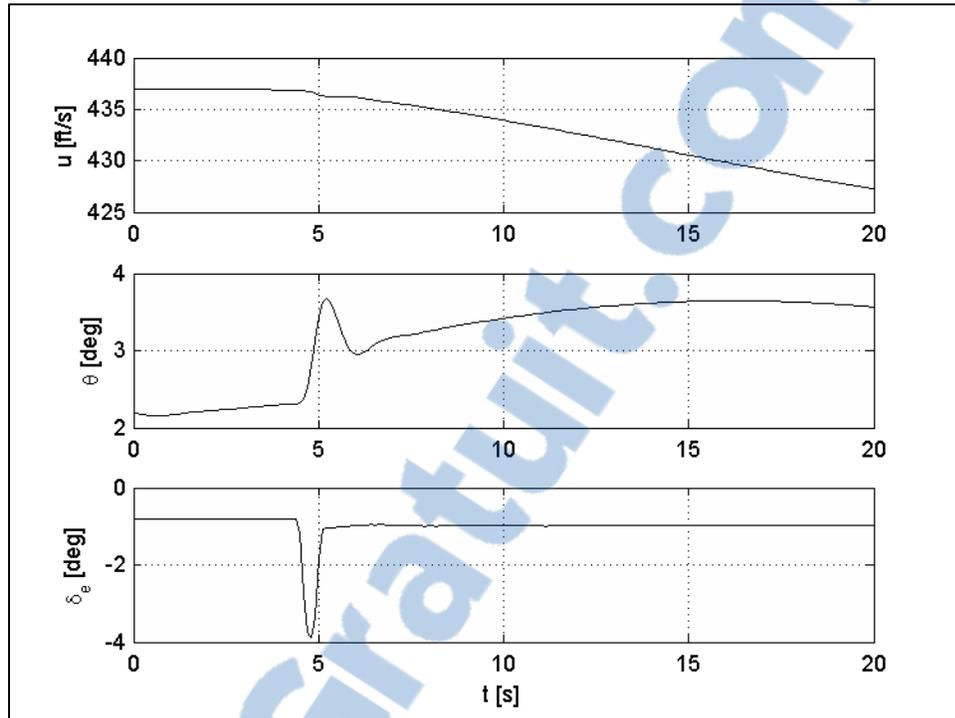


Figure 2.3 – Essai en vol automatique du mode d'oscillation d'incidence (ID 1356)

La Figure 2.4 montre les excitations réalisées pour tous les essais en vol d'oscillation d'incidences de notre étude. Nous remarquons qu'à cause de l'automatisme, les excitations des essais en vol réalisés automatiquement manquent de diversité.

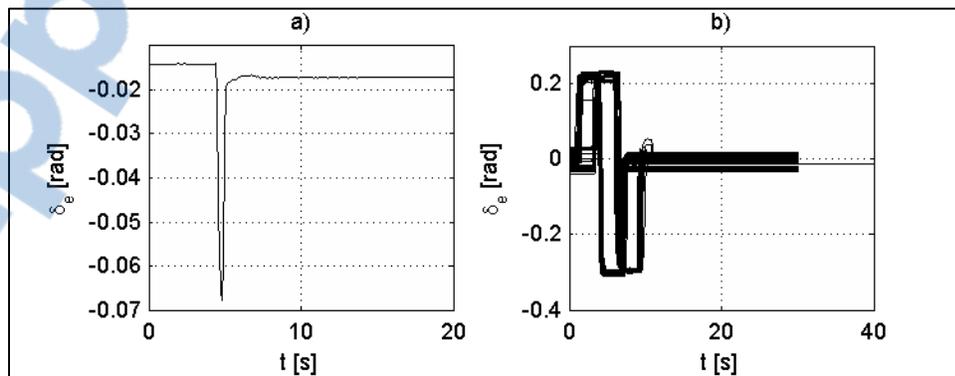


Figure 2.4 – Diversité des essais en vol a) automatiques et b) manuels

2.2.2 Essais en vol phugoïde

Le mode phugoïde est un mode à constante de temps très grande et c'est un mode très peu amorti en vitesse longitudinale u , angle de tangage θ et altitude h . La fréquence de ce mode est de l'ordre de 0,1 rad/s (Cook, 2007, sect. 6.2.2).

Une méthode possible pour l'excitation du mode phugoïde (Cook, 2007, sect. 6.6 ; Kimberlin, 2003, sect. 23.3) est d'appliquer une petite perturbation en vitesse longitudinale à l'avion en conditions d'équilibre (autrement dit compensé, ou « trimé »). Ceci est réalisé en appliquant comme montré au sein de la Figure 2.5 un échelon de faible amplitude sur la gouverne de profondeur δ_e , faisant voler l'avion vers le haut ou vers le bas en fonction du signe de l'échelon. En conséquence, si l'avion reste dans sa configuration d'équilibre, alors la vitesse longitudinale de l'avion diminuera ou augmentera, respectivement.

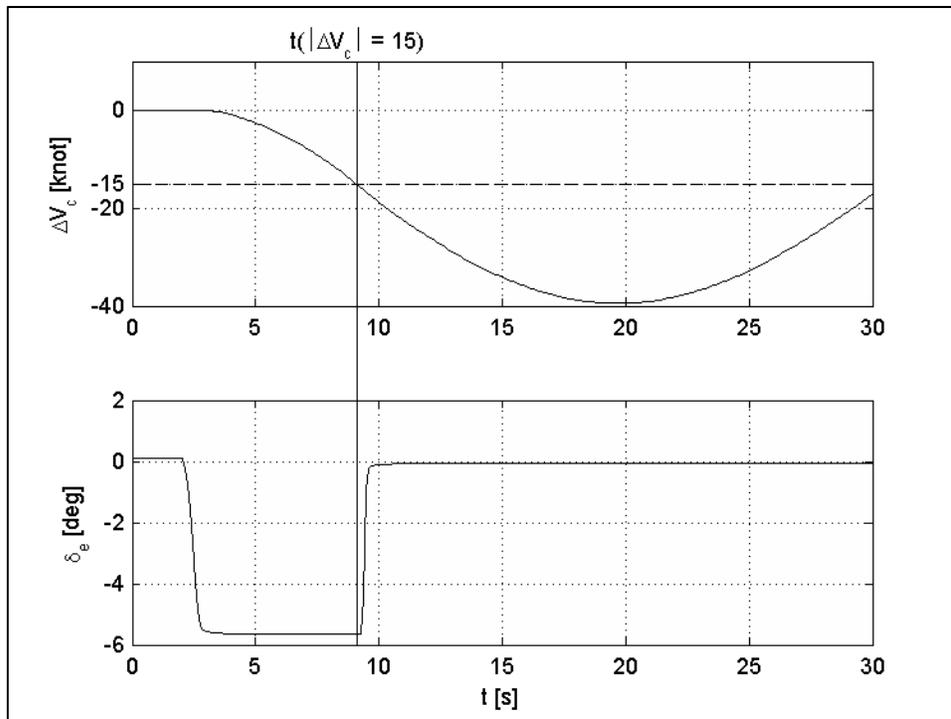


Figure 2.5 – Excitation du mode phugoïde (ID 306)

Lorsque la variation par rapport à l'état d'équilibre de la vitesse de l'air calibrée $|V_c|$ atteint 10 à 15 nœuds (Kimberlin, 2003, sect. 23.3), la gouverne de profondeur est alors remise telle que dans les conditions d'équilibre (autrement dit, le pilote d'essai relâche les commandes).

Nous utilisons ici un critère sur la vitesse de l'air calibrée V_c car ce critère est directement observable, à une erreur instrumentale près, par le pilote sur les instruments de bord. La vitesse air calibrée V_c est égale à la vitesse vraie V uniquement en atmosphère ISA (« International Standard Atmosphere ») et au niveau de la mer (Ojha, 1995, sect. 6.3.1).

La durée d'acquisition du mode phugoïde doit permettre d'observer au moins trois périodes complètes afin que les données puissent être utilisées pour la validation par « Proof-Of-Match » (POM) (*Airplane Simulator Qualification*, 1991, sect. 2.c.9). D'après les essais en vol réalisés sur le simulateur, cette durée d'acquisition correspondrait à environ 300 secondes pour le Cessna Citation X.

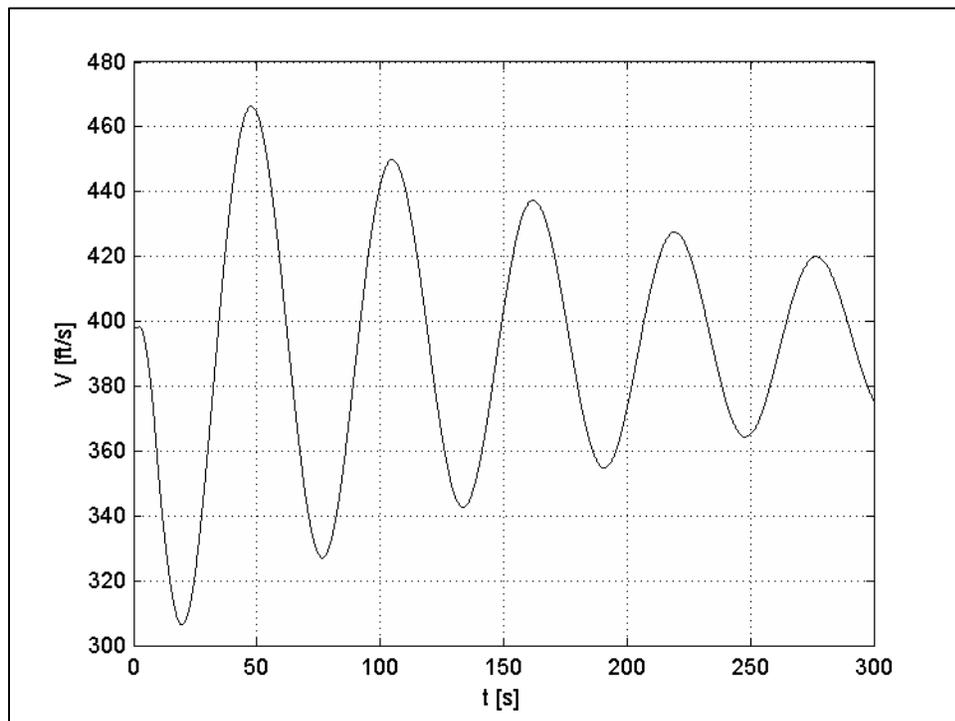


Figure 2.6 – Oscillations du mode phugoïde (ID 306)

Idéalement, au cours de l'essai en vol, aucune action ne devrait être réalisée sur les commandes afin d'observer le comportement naturel de l'avion. Si cela est tout à fait possible pour les essais ayant de courtes durées d'acquisition, tels que les essais d'oscillation d'incidence, cela est difficilement réalisable pendant les essais du mode phugoïde.

En effet, la longue durée d'acquisition des essais en vol du mode phugoïde met en exergue les défauts de l'équilibrage de l'avion dus à la précision de la commande des gouvernes et à la dissymétrie de la poussée fournie par les moteurs. Ces défauts s'additionnent peu à peu, et modifient l'attitude de l'avion. Il a par exemple été constaté que si l'avion était laissé à lui-même au cours d'un essai du mode phugoïde, il pouvait dévier de son cap initial au point de faire un tour complet et de rentrer en mode spirale (descente rapide de l'avion selon une spirale, nous en parlerons davantage dans la section 2.2.5).

Ce comportement n'est évidemment pas acceptable, aussi bien vis-à-vis de la qualité des données collectées que pour la sûreté des essais en vols réels. Il est donc admis que le pilote d'essai *doit* entreprendre la correction du comportement latéral de l'avion au cours de l'essai en vol du mode phugoïde. En pratique, cela se traduit par des actions du pilote d'essai sur les commandes des compensateurs des ailerons afin de corriger l'angle de roulis (Figure 2.7). Cette action correctrice est également implémentée au sein des scripts CTS utilisés pour les essais en vols automatiques grâce à des correcteurs PID implémentés par CAE Inc. (Figure 2.8).

En pratique, pour un essai en vol phugoïde, nous acceptons un angle de roulis ϕ de *maximum* 5 degrés.

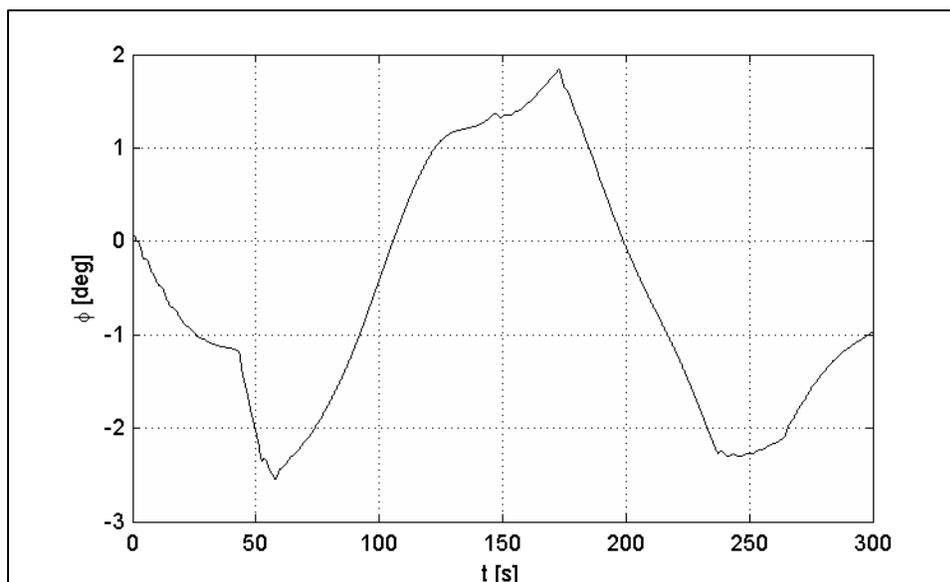


Figure 2.7 – Correction de la déviation latérale pour des essais manuels (ID 306)

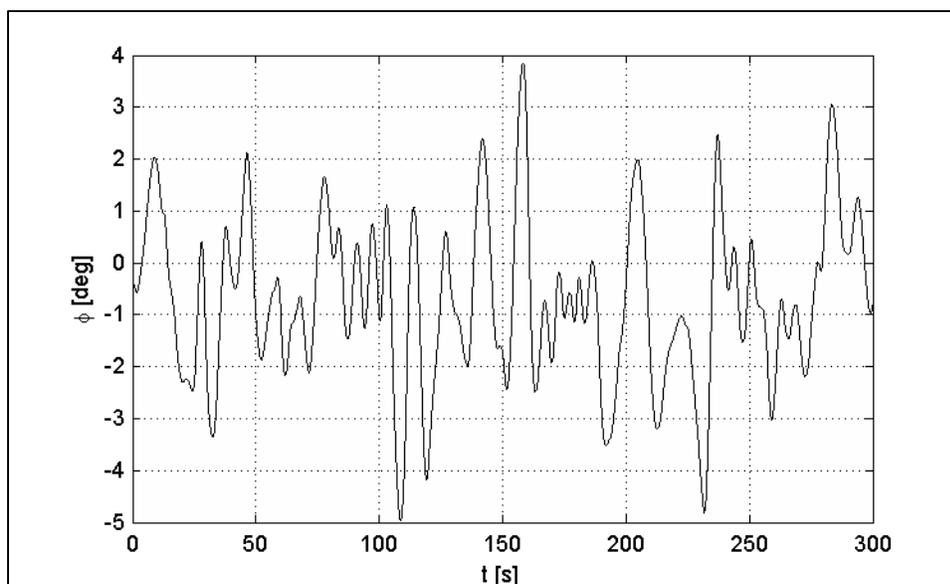


Figure 2.8 – Correction de la déviation latérale pour des essais automatiques (ID 573)

2.2.3 Essais en vol de réponse en roulis

Le mode de réponse en roulis est un mode non oscillant habituellement assez découplé du mode spirale et du mode de roulis hollandais (Cook, 2007, sect. 7.2.1).

La méthode utilisée pour l'excitation de ce mode consiste dans l'application d'un échelon sur les ailerons et en l'utilisation de la gouverne de direction pour corriger le mouvement de lacet induit par la mise en virage de l'avion (Cook, 2007, sect. 7.6 ; « Airplane Flying Handbook », 2004, 3-7). Lorsque le mouvement de lacet induit est corrigé, le virage est dit « coordonné ». Les autres commandes sont conservées aux valeurs de l'état d'équilibre de l'avion.

Un exemple d'essai en vol de réponse en roulis est donné au sein de la Figure 2.9. L'amplitude de l'échelon doit être choisie pour que l'avion ne tourne pas trop vite selon l'axe de roulis et s'écarte trop du régime de vol normal. La durée d'acquisition est de typiquement 20 secondes.

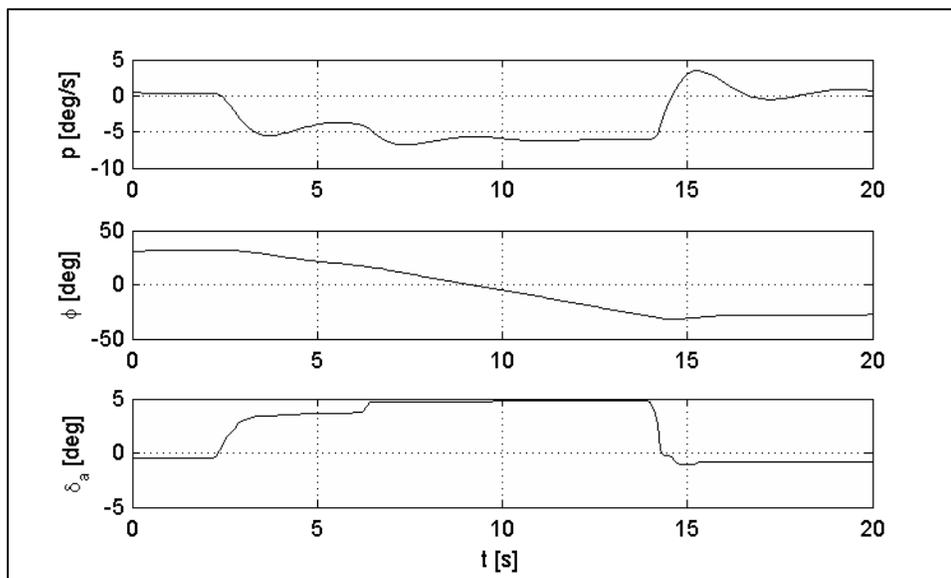


Figure 2.9 – Essai en vol de réponse en roulis (ID 932)

L'ensemble des essais a été réalisé de façon manuelle, car le correcteur PID des essais automatiques permettant de réaliser un virage coordonné n'était pas assez robuste pour travailler dans l'ensemble de l'enveloppe de vol du Cessna Citation X. La Figure 2.10 et la Figure 2.11 sont des mesures de la commande des ailerons δ_a et de la gouverne de direction δ_r pour des essais en vol respectivement manuel et automatique tous les deux effectués au même point d'équilibre de l'avion.

Notez que l'essai en vol de la Figure 2.11 n'a pas d'identifiant (ID) car celui-ci est un essai en vol préliminaire et ne fait pas partie de la base de données d'essais en vol.

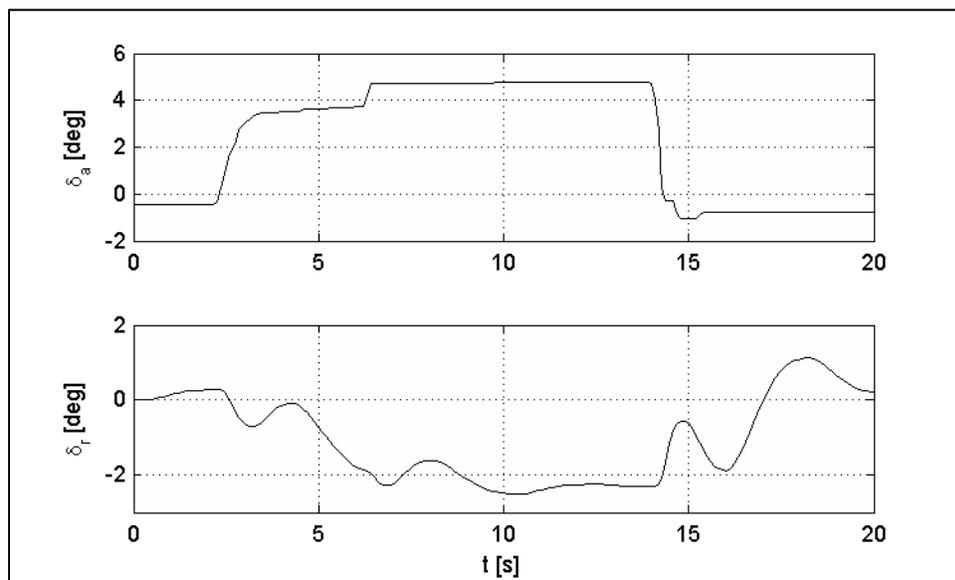


Figure 2.10 – Excitation manuelle du mode de réponse en roulis (ID 932)

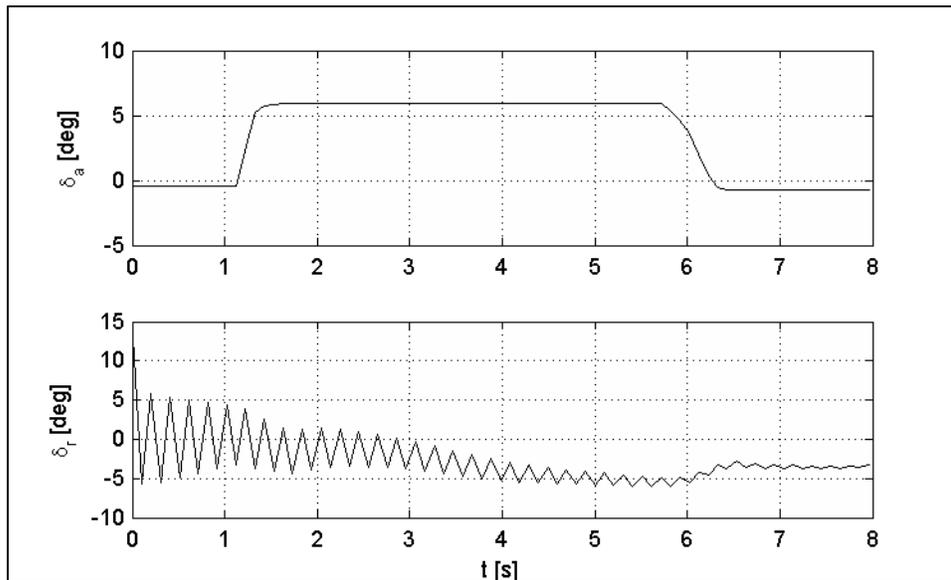


Figure 2.11 – Excitation automatique du mode de réponse en roulis

Lors de l'excitation manuelle du mode de réponse en roulis, l'angle de la gouverne de direction ne dépasse pas 3 degrés en valeur absolue. En utilisant une excitation automatique par injection de signaux, l'essai en vol est perturbé avec des oscillations d'une amplitude allant jusqu'à 10 degrés sur l'angle de la gouverne de direction. Cette oscillation est due au correcteur PID permettant de réaliser un virage coordonné en braquant la gouverne de direction et elle, l'oscillation, gêne ensuite l'identification du modèle de l'avion.

2.2.4 Essais en vol du roulis hollandais

Le roulis hollandais est une oscillation amortie en lacet, couplée avec le roulis et (dans une moindre mesure) le dérapage (Cook, 2007, sect. 7.2.3 ; Nelson, 1998, sect. 5.4). Sa fréquence d'oscillation est du même ordre de grandeur que le mode d'oscillation d'incidence.

Les avions, et notamment le Cessna Citation X (*Cessna Citation X Maintenance Training Manual*, vol. 1, part. 27), sont couramment équipés d'un amortisseur de lacet (« yaw damper ») afin d'atténuer l'oscillation du mode du roulis hollandais (Yechout et al., 2003, sect. 9.1.4.1). Cette atténuation doit être désactivée lors des essais en vol du roulis hollandais afin de pouvoir en observer la dynamique et pour obtenir un modèle aérodynamique conforme

aux exigences des autorités de certification (*Airplane Simulator Qualification*, 1991, sect. 2.d.7).

L'amortisseur de lacet peut être désactivé dans un avion à partir du tableau des disjoncteurs présent dans le poste de pilotage. Or, le tableau des disjoncteurs n'est pas accessible au pilote sur le simulateur de recherche SimFinity™ présent au LARCASE. L'amortisseur de lacet fut donc désactivé pour les essais en vol à l'aide de l'interface de programmation du simulateur.

Le mouvement décrit par l'avion lorsqu'il rentre dans le mode du roulis hollandais est complexe mais peut être représenté comme un échange entre l'angle de roulis ϕ et l'angle de lacet ψ de l'avion. Un cycle complet d'oscillation du mode du roulis hollandais est donné au sein de la Figure 2.12.

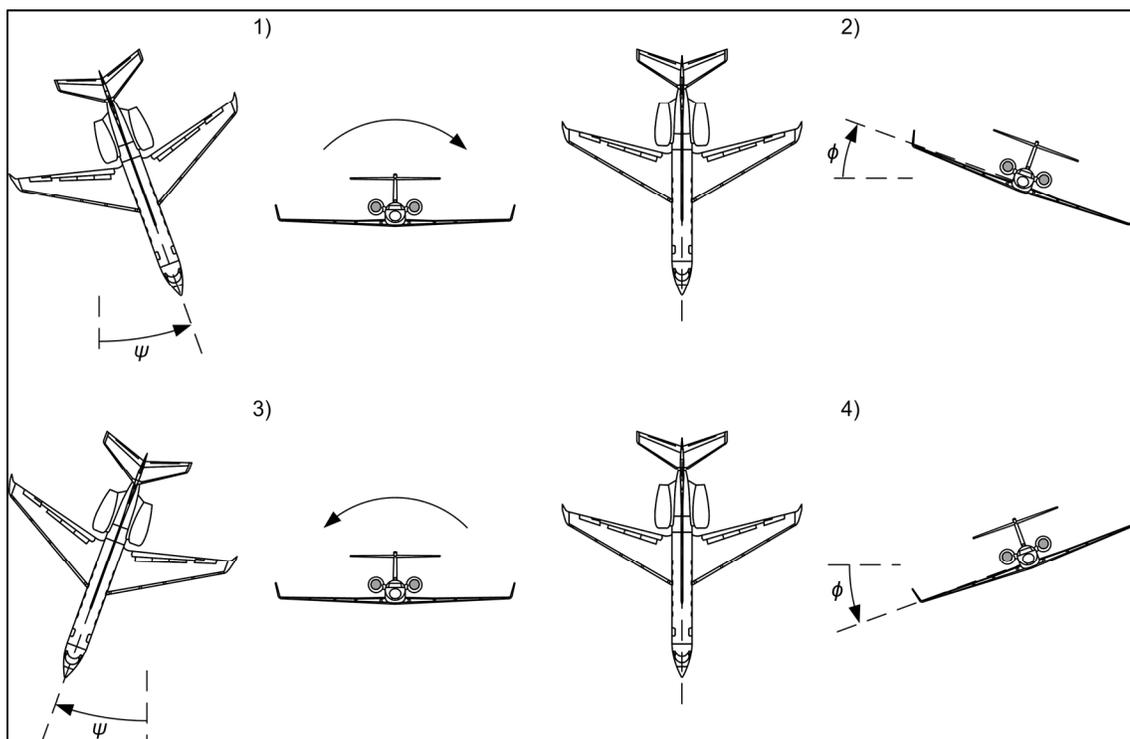


Figure 2.12 – Schéma de l'oscillation du mode du roulis hollandais

À cause de cet échange, nous remarquons que lors de l'oscillation du mode du roulis hollandais l'angle de lacet ψ maximal est atteint lorsque l'angle de roulis ϕ est nul. De même, la valeur maximale de ϕ est atteinte lorsque ψ est nul. Un exemple de cet échange tiré des mesures d'un essai en vol de notre étude est donné au sein de la Figure 2.13. Dans cet exemple, l'oscillation du mode du roulis hollandais apparaît à partir de $t = 10$ [s].

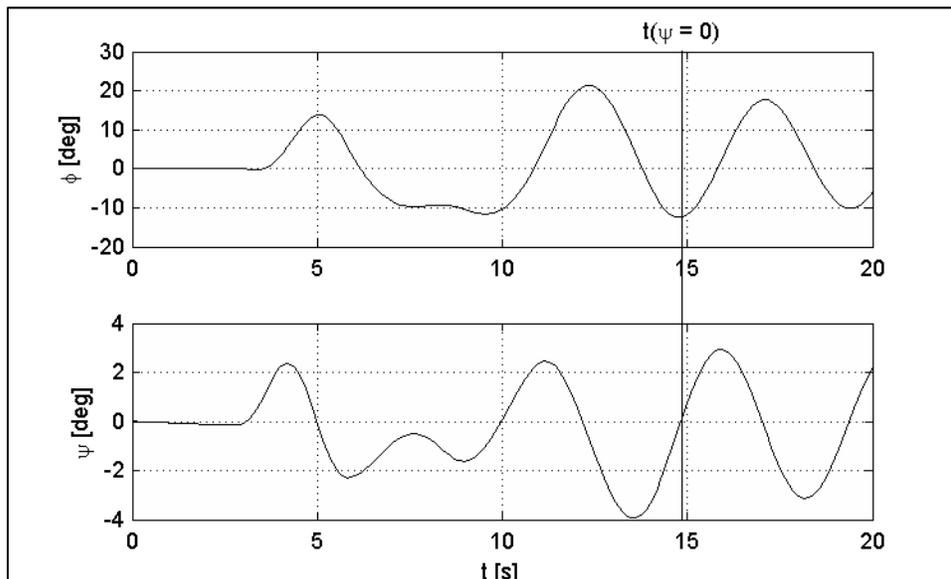


Figure 2.13 – Mesures de l'oscillation du mode du roulis hollandais (ID 1199)

En traçant pour le même essai en vol l'angle de roulis versus l'angle de lacet pour $t > 10$ [s], nous pouvons voir que l'aile de l'avion décrit, si nous sommes à la place du pilote, une ellipse à chaque cycle d'oscillation du mode de roulis hollandais (Figure 2.14).

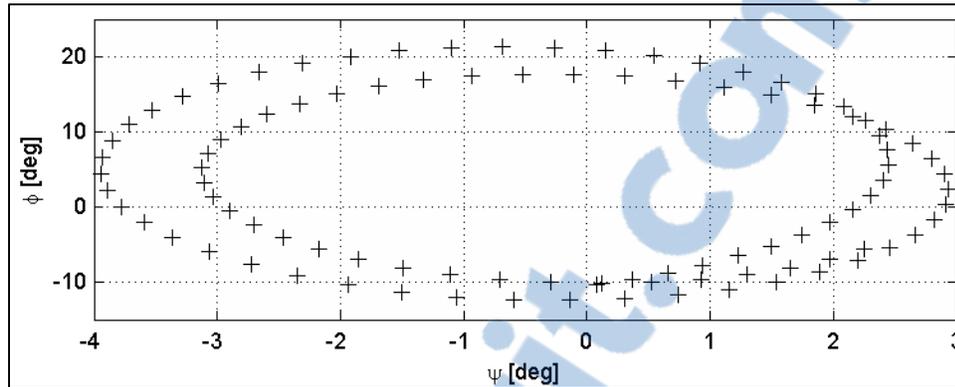


Figure 2.14 – Mouvement décrit par le bout des ailes (ID 1199)

Idéalement, le mode de roulis hollandais peut être excité en appliquant deux échelons sur la gouverne de direction δ_r à une fréquence correspondant à celle du mode tout en conservant les autres commandes de l'avion dans l'état d'équilibre. La fréquence du mode de roulis hollandais étant dans la bande passante de l'être humain, en pratique le pilote applique des double échelons de façon cyclique, ajustant la fréquence jusqu'à exciter le mode du roulis hollandais comme dans la Figure 2.15.

C'est une manœuvre qui demande de l'entraînement et qui demande plus d'actions de la part du pilote d'essai que, par exemple, les essais d'oscillation d'incidence ou phugoïde. Des essais automatiques furent donc réalisés en utilisant l'interface de programmation du simulateur de recherche.

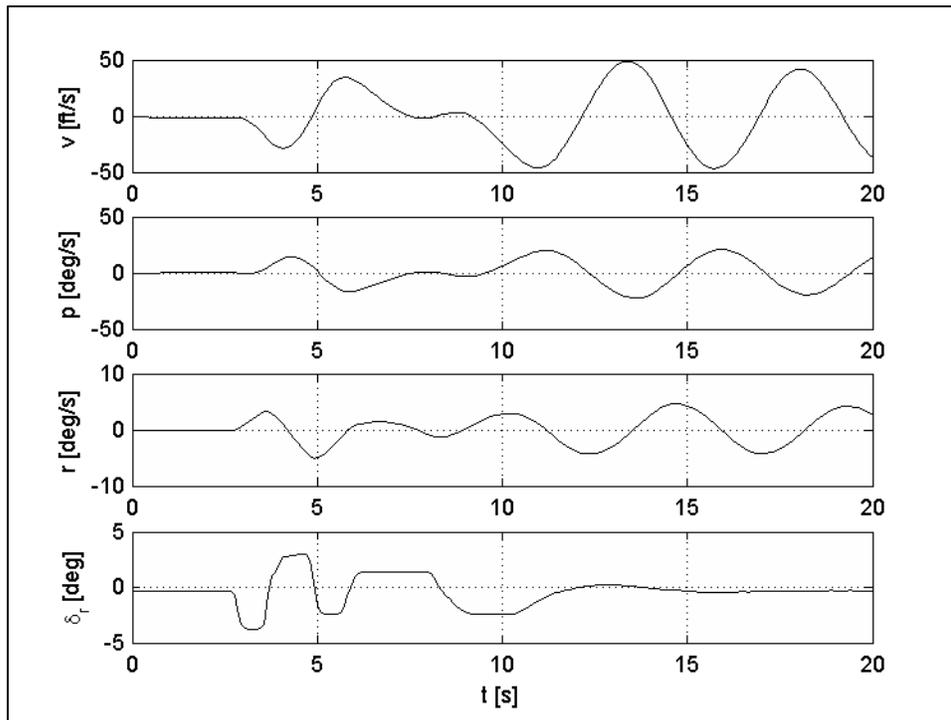


Figure 2.15 – Essai en vol du roulis hollandais (ID 1199)

Pour être utilisés lors d’une validation par POM, les essais en vol du roulis hollandais doivent contenir au moins 6 cycles de l’oscillation (*Airplane Simulator Qualification*, 1991, sect. 2.c.7). Cependant, lors de l’excitation du Cessna Citation X nous n’avons jamais observé plus de 3 cycles de l’oscillation avant que celle-ci soit totalement amortie.

2.2.5 Essais en vol spirale

Le mode spirale est un mode non oscillant, lent et généralement couplé avec les mouvements de roulis, lacet et le dérapage. Les caractéristiques du mode sont très sensibles à la stabilité latérale de l’avion (Cook, 2007, sect. 7.2.2). Un schéma du comportement de l’avion lorsqu’il rentre en mode spirale, aussi appelé divergence en spirale, est donné au sein de la Figure 2.16.

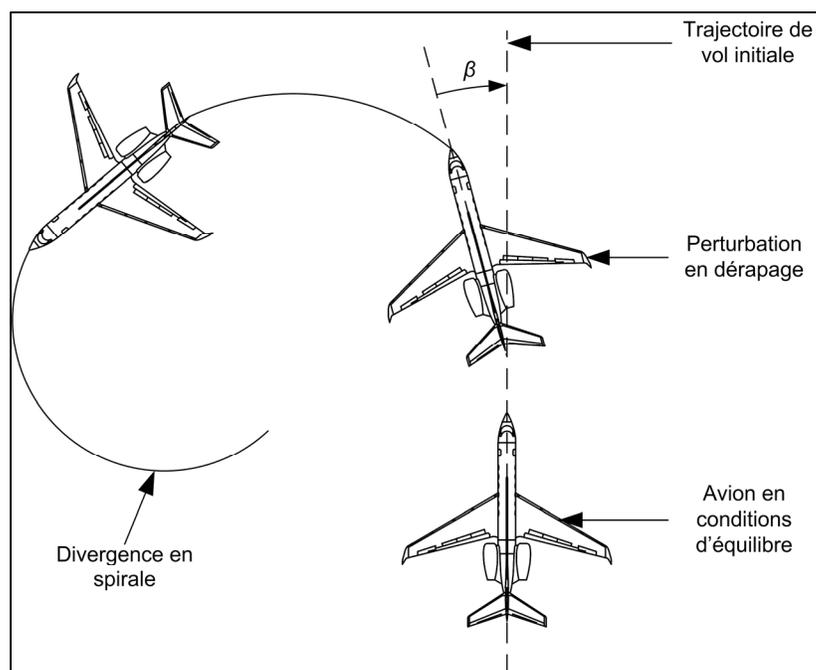


Figure 2.16 – Schéma de la divergence en spirale

Le mode spirale est excité par une perturbation en dérapage. Cependant lors des essais en vol nous n'avons pas de contrôle direct sur ce paramètre pour exciter l'avion selon ce mode. Plusieurs méthodes existent donc pour contourner ce problème.

Une première méthode est d'appliquer un échelon de faible amplitude sur la gouverne de direction δ_r , les autres commandes restant à leur état d'équilibre (Cook, 2007, sect. 7.6 ; Kimberlin, 2003, sect. 29.4). L'avion commence alors à tourner selon son axe longitudinal à cause du roulis induit par l'action sur la gouverne de direction. Lorsque l'angle de roulis atteint 20 degrés, la gouverne de direction est doucement remise à son état initial et l'avion est laissé ainsi.

Une autre méthode consiste à réaliser un virage coordonné à 20 degrés d'angle de roulis ϕ puis de relâcher l'action sur les commandes pour observer la tendance de l'appareil (*Flying Qualities Textbook*, 1986, vol. 2, sect. 8.8.6.1).

Les deux méthodes citées furent testées manuellement afin de déterminer laquelle met davantage en évidence le mode spirale et est la plus facile à reproduire. À l'issue de ces essais, nous avons décidé d'utiliser la seconde méthode.

Comme indiqué précédemment, le mode spirale est très sensible à la stabilité latérale de l'avion. Si le mode spirale est stable (Figure 2.17), l'avion va lentement rejoindre l'état d'équilibre.

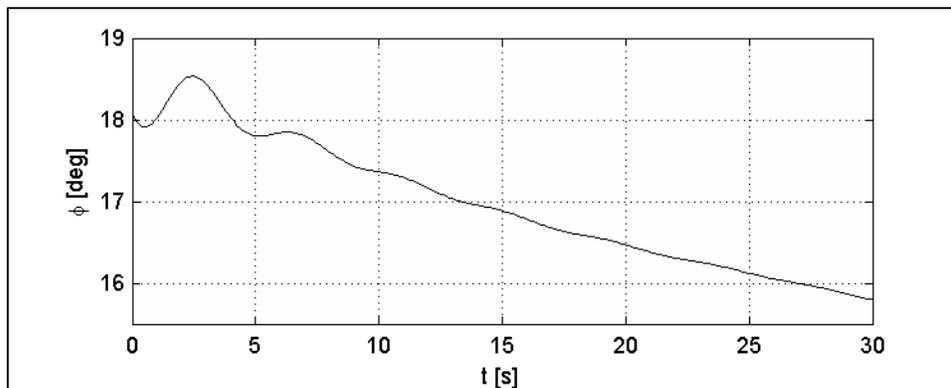


Figure 2.17 – Mode spirale stable (ID 745)

Si en revanche il est instable (Figure 2.18), il divergera en roulis et entamera un virage engagé pouvant devenir dangereux dans le cas d'un essai en vol réel si il n'est pas corrigé par le pilote. L'essai en vol sera donc écourté pour sauvegarder l'appareil et son équipage. Heureusement, sur un simulateur de recherche les conséquences sont moins dramatiques ; il est donc possible d'observer ce phénomène.

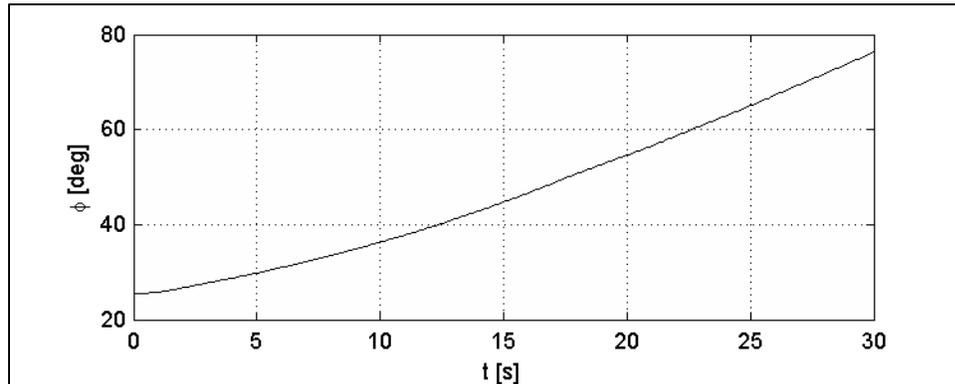


Figure 2.18 – Mode spirale instable (ID 805)

Il est également possible que le mode soit neutre (Figure 2.19), dans ce cas l'avion conserve le même angle de roulis pendant la durée de l'essai.

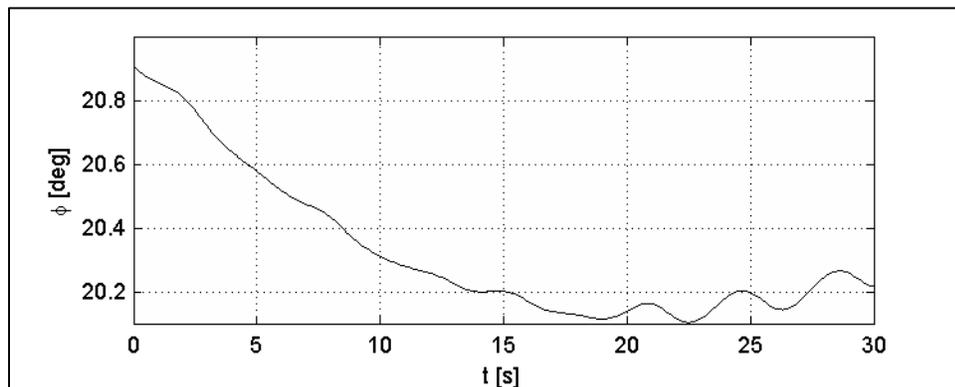


Figure 2.19 – Mode spirale neutre (ID 880)

Comme le mode spirale a une grande constante de temps par rapport aux autres modes latéraux de l'avion (« réponse en roulis » et « roulis hollandais »), il est difficile dans les mesures de l'essai en vol de séparer ses effets des autres modes de l'avion (*Flying Qualities Textbook*, 1986, vol. 2, sect. 8.8.6). Ce type d'essai en vol est utile pour vérifier globalement si un problème de stabilité latérale existe plutôt que pour déterminer des paramètres aérodynamiques précis de l'avion.

Le mode spirale est donc relativement peu intéressant pour l'étude de la modélisation du Cessna Citation X. En conséquence, les essais en vol de type « spirale » ne seront pas utilisés dans notre étude.

2.3 Planification des essais en vol

Afin d'identifier un modèle global du Cessna Citation X, les essais en vol décrits dans la section 2.2 doivent être réalisés à différents points de vol afin de couvrir l'enveloppe de vol du Cessna Citation X (Jategaonkar, 2006, sect. 12.VIII).

Comme un avion est un solide se déplaçant dans une masse d'air, un point de vol peut-être exprimé par rapport à la masse d'air environnante comme un point (α, M) où α est l'angle d'incidence de l'avion et M le nombre de Mach. Cependant, du point de vue du pilote, il est difficile d'équilibrer un avion à un angle d'incidence et un nombre de Mach donnés. Pour la réalisation des essais en vol, nous avons donc considéré qu'un point de vol était un point (altitude, vitesse calibrée, masse, position longitudinale du centre de gravité).

Un pilote peut facilement pour une masse m de l'avion et une position longitudinale du centre de gravité x_{cg} donnés équilibrer l'avion à une altitude h et une vitesse calibrée V_c . L'altitude et la vitesse calibrée sont directement observables à partir des instruments primaires de pilotage, respectivement l'altimètre et l'anémomètre. La vitesse calibrée V_c peut ensuite être corrigée pour obtenir la vitesse vraie V (Ojha, 1995, sect. 6.3).

Les coordonnées des points du maillage (m, x_{cg}) qui a été choisi pour la planification des essais en vol sont données au sein du Tableau 2.2.

Tableau 2.2 – Coordonnées des points du maillage (m, x_{cg})

m [klb]	24	24	28,944	28,944	29,944	30,944	30,944	30	30
x_{cg}/\bar{c} [%]	26	34	25,9	27,9	26,9	25,9	27,9	17	25

Pour chacun de ces 9 points de centrage (m, x_{cg}) , nous réalisons 21 essais en vol au sein du plan (h, V_c) tels que $h = 10.000 [ft]$ à $h = 45.000 [ft]$ en prenant un pas $\Delta h = 5.000 [ft]$ et :

$$V_c = \begin{cases} \{160; 200\} [knot] & \text{si } h \leq 20.000 [ft] \\ \{160; 200; 240\} [knot] & \text{si } h > 20.000 [ft] \end{cases} \quad (2.1)$$

Ce maillage donne alors $9 \times 21 = 189$ points d'équilibres (h, V_c, m, x_{cg}) en commun à tous les types d'essais en vol. Ces points d'équilibres en commun sont représentés au sein de la Figure 2.20.

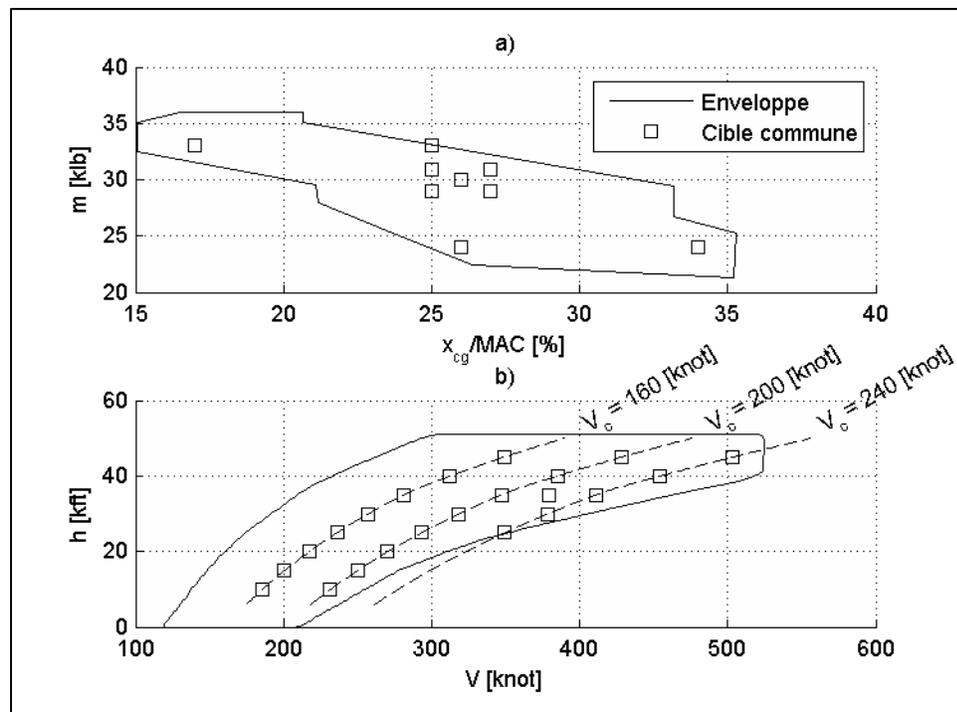


Figure 2.20 – Plans a) (m, x_{cg}) et b) (h, V) des essais en vol communs

En plus des points de ce maillage, 94 essais en vol supplémentaires ont été réalisés selon les besoins des modélisateurs comme le point de vol à $V_c = 220 [knot]$ et $h = 35.000 [ft]$.

Les enveloppes des valeurs admissibles de (m, x_{cg}) et (h, V) sont des approximations obtenues à partir du livret du pilote du Cessna Citation X (« Airplane Flight Manual Citation X », 2009). En suivant ces approximations, les essais en vol à $V_c = 240$ [knot] n'ont été effectués qu'à une altitude $h > 20.000$ [ft] afin de ne pas sortir de l'enveloppe de vol.

Le plan de tous les essais en vol tel qu'ils ont été visés par les pilotes d'essai est donné au sein de la Figure 2.21. À cause des approximations de l'enveloppe de vol, certains points de vols apparaissent en-dehors de l'enveloppe de vol comme au sein de la Figure 2.22b. Cependant, d'après les indications du PFD (« Primary Flight Display ») présent dans le poste de pilotage, ces essais en vol ont été réalisés au sein du régime de vol normal du Cessna Citation X. Le PFD affiche au pilote, parmi d'autres informations, la limite basse et la limite haute de la vitesse.

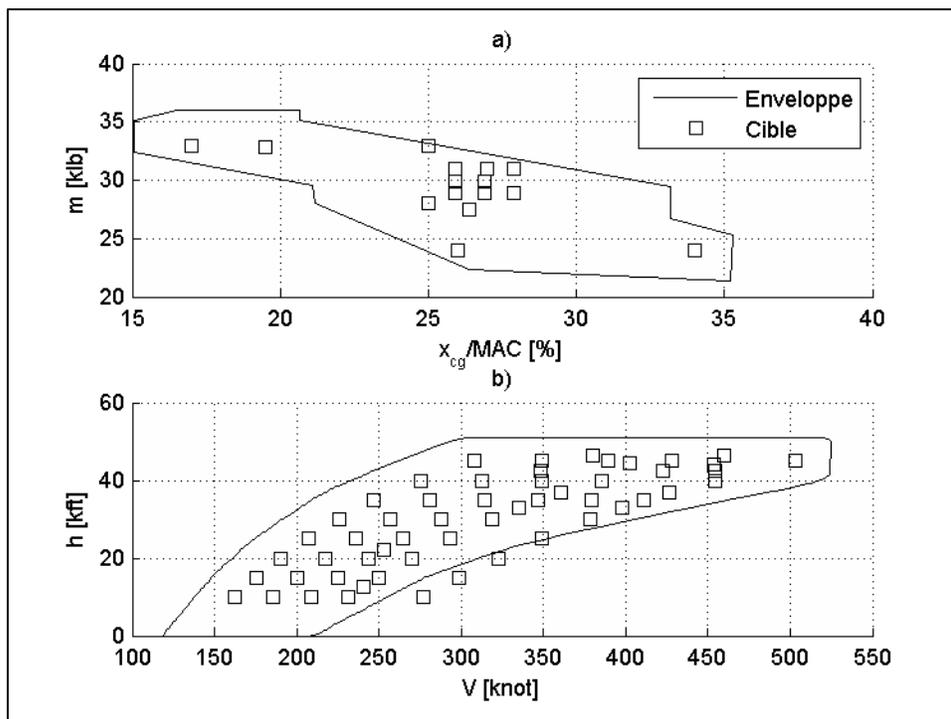
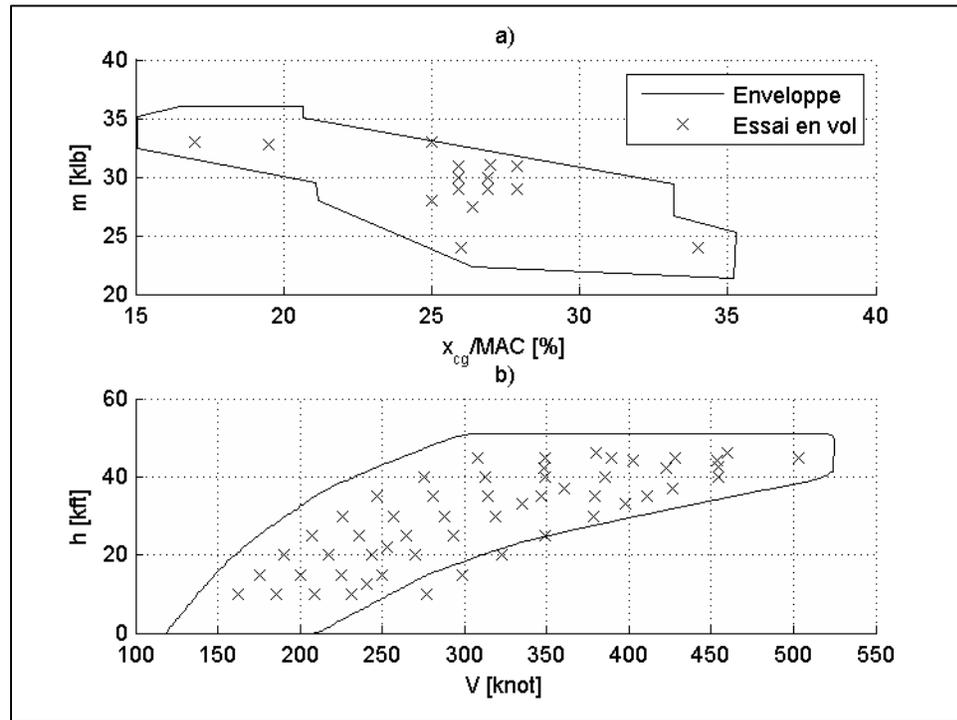


Figure 2.21 – Plans a) (m, x_{cg}) et b) (h, V) des essais en vol visés

Le plan des essais en vol qui a finalement été réalisé est donné au sein de la Figure 2.22. Celui-ci est similaire au plan des essais en vol visés de la Figure 2.21, malgré l'erreur introduite

par les pilotes d'essai lors de l'équilibrage manuel de l'avion. Nous couvrons donc bien la partie de l'enveloppe que nous souhaitons lors de la planification des essais en vol.



Les plans (m, x_{cg}) et (h, V) des essais en vols réalisés peuvent ensuite être synthétisés en un plan (α, M) à partir des mesures de α et de M de chacun de ces essais en vol lorsque l'avion est en équilibre. Nous prenons comme valeur à l'état d'équilibre d'une variable la moyenne des n premiers échantillons de la mesure de la variable au cours du temps (Jategaonkar, 2006, sect. 3.VII) :

$$a_0 \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a(k) \quad (2.2)$$

Dans notre étude, nous avons pris arbitrairement $n = 5$.

Le plan (α, M) des essais en vol obtenu ainsi est donné dans la Figure 2.23. Nos essais en vol couvrent une grande plage de valeurs de l'angle d'incidence α et du nombre de Mach M .

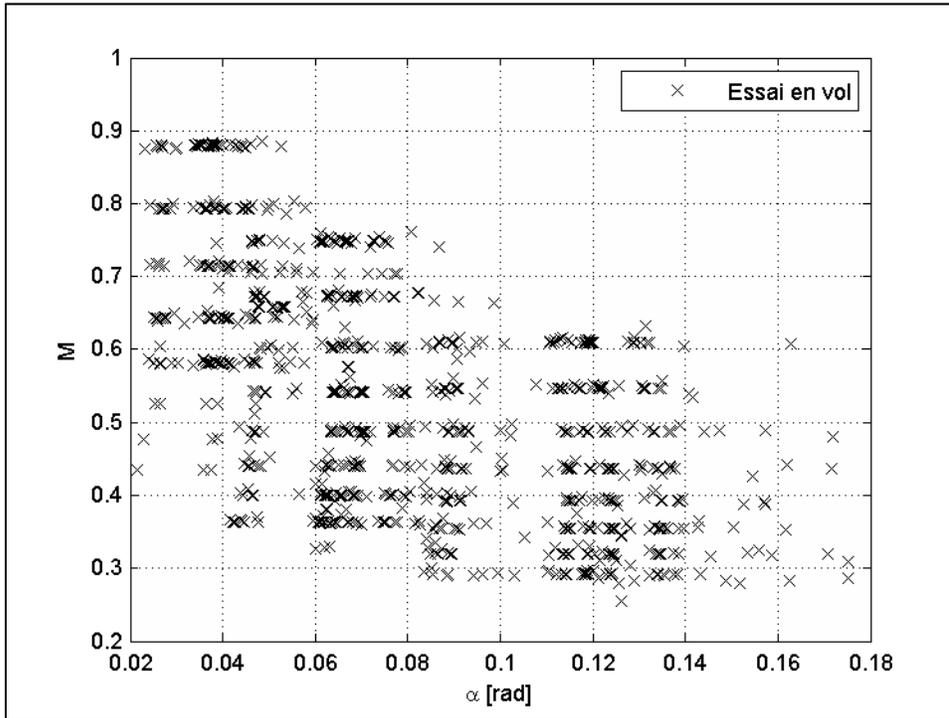


Figure 2.23 – Plan (α, M) des essais en vol réalisés

CHAPITRE 3

BOÎTE NOIRE

Un modèle dit « boîte noire » est un modèle d'un système identifié totalement à partir de mesures de la dynamique de phénomènes physiques (Bosch, 1994). En d'autres termes, le modélisateur n'a pas d'informations sur la structure du modèle.

Comme la connaissance du modélisateur du système étudié est importante afin de choisir correctement les entrées et les sorties décrivant la dynamique du système, nous pensons qu'il est impossible de n'avoir aucun a priori sur la structure du modèle. Nous disons plutôt qu'une boîte noire est un modèle identifié en utilisant peu d'informations préliminaires.

3.1 Modèles linéaires locaux

Une méthode simple d'identification d'une boîte noire est de considérer qu'à chaque point de vol il est possible de linéariser le modèle complet, quel qu'il soit, de l'aéronef autour de ses valeurs d'équilibre. En considérant les entrées u , les variables d'état x et les mesures z , nous posons alors la structure suivante de modèle :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \\ z &= y + \varepsilon \end{aligned} \tag{3.1}$$

Nous remarquons que cette structure de modèle correspond à une représentation d'état linéaire. C'est ce que nous appelons ici un modèle linéaire local, c'est-à-dire un modèle linéarisé valide seulement autour d'un point d'équilibre de l'aéronef (Hamel et al., 2013).

À partir de la structure du modèle local, le but du modélisateur est de choisir parmi les mesures à sa disposition les entrées et les sorties du modèle, puis d'estimer les matrices A , B , C

et D de façon à ce que l'erreur ε entre la mesure z et les sorties du modèle local y soit acceptable. Ce qu'est une erreur acceptable est évidemment subjectif et dépend de l'essai en vol étudié. Cependant les autorités de certifications fournissent des lignes directrices, notamment dans le contexte de la validation des simulateurs de vol (*Airplane Simulator Qualification*, 1991).

Dans notre étude, pour faciliter l'identification, nous considérons une représentation d'état sous sa forme canonique. La représentation d'état définie par l'équation (3.1) devient alors :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Ix \\ z &= y + \varepsilon \end{aligned} \tag{3.2}$$

Avec I la matrice identité. Le problème d'identification du modèle linéaire local du Cessna Citation X ne comporte ainsi que l'estimation des matrices A et B .

En observant le comportement de l'aéronef en fonction de l'excitation de ses différents modes, nous pouvons en déduire les entrées u et les sorties y de chaque type d'essais en vol. Dans notre étude nous avons considéré les entrées et les sorties telles que montré dans le Tableau 3.1 et dans la littérature (Cook, 2007 ; Nelson, 1998).

Tableau 3.1 – Entrées et sorties des boîtes noires en fonction du type d'essai en vol

Type d'essais en vol	Entrées	Sorties
Oscillation d'incidence	δ_e	$[u, w, q, \theta]^t$
Phugoïde	δ_e	$[u, w, q, \theta]^t$
Réponse en roulis	δ_a	$[v, p, r, \phi]^t$
Roulis hollandais	δ_r	$[v, p, r, \phi]^t$
Spirale	\emptyset	$[v, p, r, \phi]^t$

Comme les essais en vol du mode spirale sont principalement la mesure de la réponse de l'avion aux conditions initiales, nous ne considérons aucune entrées pour la boîte noire de ce type d'essais en vol.

À chaque point de vol, un modèle linéaire local pour chaque type d'essai en vol est identifié à partir des mesures des essais en vol. En les combinant, nous pouvons ensuite en déduire le modèle de la dynamique longitudinale du Cessna Citation X :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q & x_\theta \\ z_u & z_w & z_q & z_\theta \\ m_u & m_w & m_q & m_\theta \\ k_u & k_w & k_q & k_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\delta_e} \\ z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ k_{\delta_e} \end{bmatrix} \delta_e \quad (3.3)$$

Et le modèle de la dynamique latérale :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r & y_\phi \\ l_v & l_p & l_r & l_\phi \\ n_v & n_p & n_r & n_\phi \\ k_v & k_p & k_r & k_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{\delta_a} & y_{\delta_r} \\ l_{\delta_a} & l_{\delta_r} \\ n_{\delta_a} & n_{\delta_r} \\ k_{\delta_a} & k_{\delta_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Cependant, lors de la combinaison des modèles de chaque type d'essai en vol il y a ambiguïté sur le moyen de choisir les valeurs des paramètres car certains sont estimés à partir de plusieurs type d'essais en vol. Si nous prenons par exemple le cas des essais de la dynamique longitudinale, nous aurons deux estimations des matrices du paramètre z_w à chaque point de vol (une estimation pour l'essai en vol d'oscillation d'incidence et une autre estimation pour l'essai en vol phugoïde). Quelle estimation choisir ? Il y a plusieurs réponses possibles :

- 1) Prendre la moyenne ou la médiane des valeurs estimées (consolidation) ;
- 2) Choisir certains coefficients pour chaque essai en vol (sélection) ;
- 3) Combiner les essais en vol en un seul pseudo essai en vol et estimer les coefficients à partir de ce dernier (concaténation).

Dans notre étude nous avons considéré la solution 2. Les paramètres sélectionnés en fonction du type d'essai en vol sont donnés au sein du Tableau 3.2 pour les essais en vol longitudinaux et au sein du Tableau 3.3 pour les essais en vol latéraux.

Tableau 3.2 – Paramètres estimés pour chaque type d'essai en vol longitudinal

Type d'essai en vol	Oscillation d'incidence	Phugoïde
Paramètres estimés	$z_w, z_q, z_\theta, z_{\delta_e}$ $m_w, m_q, m_\theta, m_{\delta_e}$ $k_w, k_q, k_\theta, k_{\delta_e}$	$x_u, x_w, x_q, x_\theta, x_{\delta_e}$ z_u m_u k_u

Tableau 3.3 – Paramètres estimés pour chaque type d'essai en vol latéral

Type d'essai en vol	Réponse en roulis	Roulis hollandais	Spirale
Paramètres estimés	$y_p, y_\phi, y_{\delta_a}$ $l_p, l_\phi, l_{\delta_a}$ $n_p, n_\phi, n_{\delta_a}$ $k_p, k_\phi, k_{\delta_a}$	y_v, y_r, y_{δ_r} l_v, l_r, l_{δ_r} n_v, n_r, n_{δ_r} k_v, k_r, k_{δ_r}	\emptyset

Si les essais en vol de type spirale permettent d'estimer les paramètres y_r et y_ϕ , nous n'avons sélectionné aucun paramètre estimé à partir de ce type d'essai en vol car y_r et y_ϕ sont déjà estimés par les essais de type roulis hollandais et réponse en roulis (respectivement). Les essais en vol de type « spirale » ne seront donc pas utilisés pour l'identification du modèle de teinte noire du Cessna Citation X.

En ajoutant l'origine de l'estimation des paramètres, le modèle longitudinal défini par l'équation (3.3) devient :

Les origines des estimations des paramètres ont été retirées de l'équation (3.7) pour plus de lisibilité, mais il s'agit bien des mêmes qu'au sein des équations (3.5) et (3.6).

3.2 Exemple

Nous considérons l'essai en vol d'oscillation d'incidence ID 1356 dont les mesures de la dynamique sont données au sein de la Figure 3.1.

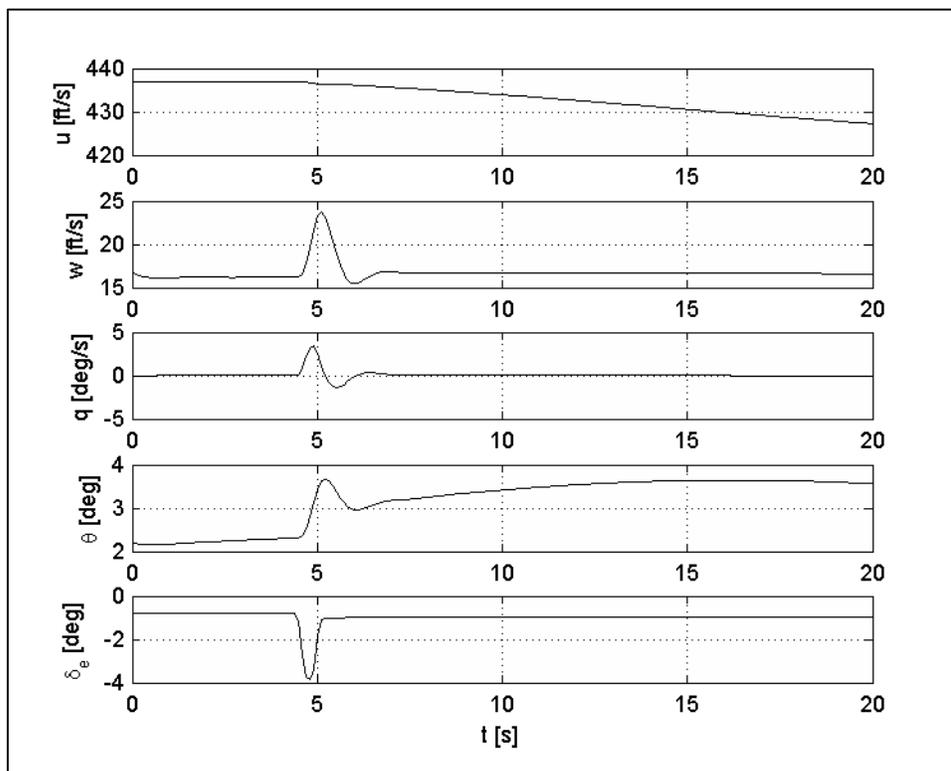


Figure 3.1 – Mesures de l'essai en vol d'oscillation d'incidence (ID 1356)

D'après le Tableau 3.1, l'équation d'état du modèle linéaire local que nous souhaitons identifier est définie comme :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q & x_\theta \\ z_u & z_w & z_q & z_\theta \\ m_u & m_w & m_q & m_\theta \\ k_u & k_w & k_q & k_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\delta_e} \\ z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ k_{\delta_e} \end{bmatrix} \delta_e \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix}$$

Avec $x_u, x_w, x_q, x_\theta, x_{\delta_e}, z_u, z_w, z_q, z_\theta, z_{\delta_e}, m_u, m_w, m_q, m_\theta, m_{\delta_e}, k_u, k_w, k_q, k_\theta$ et k_{δ_e} les paramètres que nous souhaitons estimer (20 paramètres au total).

Pour un essai en vol d'oscillation d'incidence, les critères de validation sont « $\pm 1.5^\circ$ pitch angle or $\pm 2^\circ/\text{sec}$ pitch rate, $\pm 0.10g$ acceleration » (*Airplane Simulator Qualification*, 1991, sect. 2.c.11). Cependant, l'accélération verticale a_z n'est pas disponible en sortie du modèle que nous identifions. Nous choisissons donc de remplacer le critère de $\pm 0,10 g$ par un critère de $\pm 2,5 \text{ ft/s}$ sur la vitesse verticale w .

Notez qu'il serait possible d'ajouter au problème d'identification l'estimation des 5 paramètres supplémentaires de l'équation d'observation de $a_z(u, w, q, \theta, \delta_e)$.

En utilisant la méthode PE pour estimer les paramètres du modèle défini par l'équation (3.7), nous obtenons de très bons résultats de simulation comme le montre la Figure 3.2.

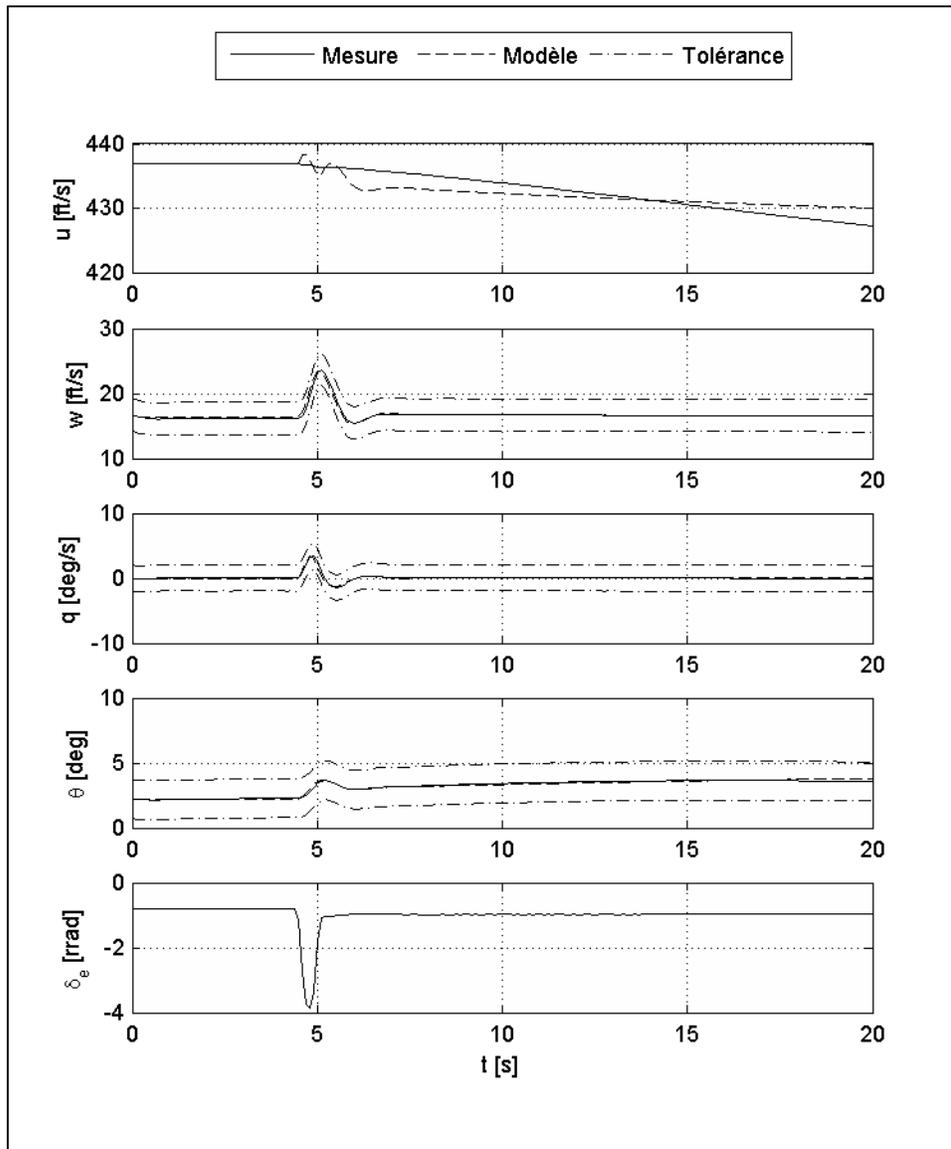


Figure 3.2 – Simulation du modèle identifié avec la méthode PE

L'erreur entre le modèle et les mesures de l'essai en vol est donnée au sein de la Figure 3.3 et est bien inférieure aux critères que nous nous sommes fixés. ε_a est l'erreur entre les sorties du modèle identifié et les mesures de la variable a :

$$\varepsilon_a = a - \hat{a} \quad (3.9)$$

Où a est la mesure de la variable et \hat{a} son estimation obtenue en simulant le modèle identifié.

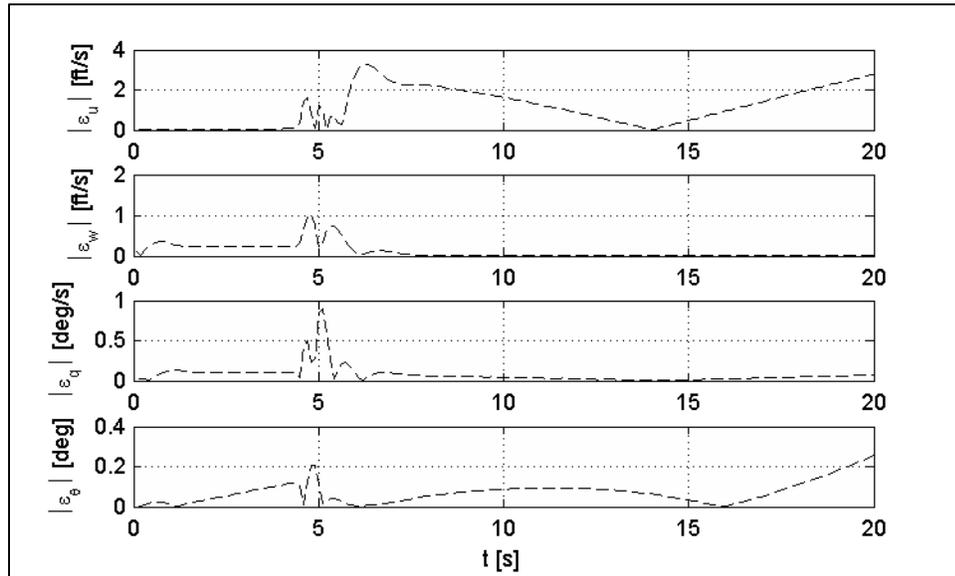


Figure 3.3 – Erreur du modèle identifié avec la méthode PE

En choisissant parmi les mesures disponibles les entrées et les sorties d'une représentation d'état, la méthode PE nous permet donc d'estimer précisément les valeurs des paramètres décrivant la dynamique d'un avion.

CHAPITRE 4

BOÎTE GRISE

Un modèle de type boîte grise est obtenu en partie à partir des équations fondamentales de la physique et de mesures de la dynamique du système. Dans notre étude, nous avons considéré les équations généralisées du mouvement d'un avion rigide comme base pour l'identification d'une boîte grise du Cessna Citation X.

4.1 Modèle de l'avion

Nous reprenons les équations généralisées du mouvement de (1.33) et (1.34) élaborées dans la section 1.4 que nous rappelons ci-dessous :

$$\begin{aligned}\dot{u} &= rv - qw - g \sin(\theta) + X + \frac{T}{m} \\ \dot{v} &= -ru + pw + g \cos(\theta) \sin(\phi) + Y \\ \dot{w} &= qu - pv + g \cos(\theta) \cos(\phi) + Z \\ \dot{p} &= \frac{I_y - I_z}{I_x} qr + \frac{I_{xz}}{I_x} (pq + \dot{r}) + L \\ \dot{q} &= \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{I_{xz}}{I_y} (r^2 - p^2) + M \\ \dot{r} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} pq + \frac{I_{xz}}{I_z} (\dot{p} - qr) + N \\ \dot{\phi} &= p + (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \tan(\theta) \\ \dot{\theta} &= q \cos(\phi) - r \sin(\phi) \\ \dot{\psi} &= \frac{\sin(\phi)q + \cos(\phi)r}{\cos(\theta)}\end{aligned}\tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}
 V &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\
 \beta &= \sin^{-1}\left(\frac{v}{V}\right) \\
 \alpha &= \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right) \\
 a_x &= \dot{u} + qw - rv + g \sin(\theta) \\
 a_y &= \dot{v} + ru - pw - g \cos(\theta) \sin(\phi) \\
 a_z &= \dot{w} + pv - qu - g \cos(\theta) \cos(\phi)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Où X, Y, Z et L, M, N sont des fonctions inconnues des variables d'état $x = [u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi]^t$ et des variables d'entrée $u = [\delta_a, \delta_e, \delta_r]^t$. En séparant ce qui appartient à l'aérodynamique et à la dynamique de l'avion, nous obtenons deux sous-modèles comme illustré au sein de la Figure 4.1 :

- Le sous-modèle de la dynamique de l'avion ;
- Le sous-modèle aérodynamique.

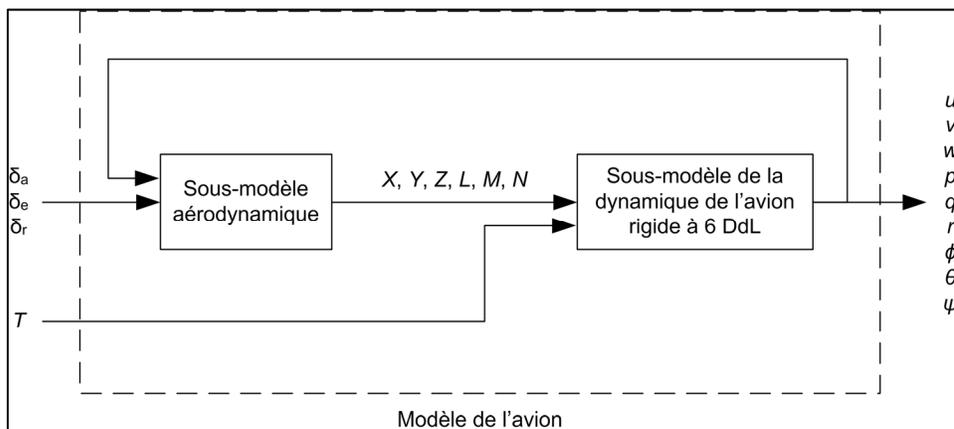


Figure 4.1 – Décomposition du modèle de l'avion

Pour identifier le modèle du Cessna Citation X, il faut donc identifier chacun de ses sous-modèles.

4.1.1 Sous-modèle de la dynamique de l'avion

Pour le calcul des accélérations, il nous est nécessaire de connaître la masse m et la matrice d'inertie I du Cessna Citation X. Dans le cas d'un avion réel, si la masse est mesurable au cours des essais en vol à partir de la masse initiale de l'avion et le carburant consommé, ce n'est pas le cas de la matrice d'inertie I . Nous devons donc identifier le modèle de l'inertie I .

L'inertie change avec la position du centre de gravité (x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}) et la masse totale de l'avion m , nous pouvons donc identifier un modèle $I(x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}, m)$ sous forme de tables. Comme le Cessna Citation X est symétrique selon le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) , nous pouvons simplifier le modèle du moment d'inertie de la façon suivante :

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Avec :

$$\begin{aligned} I_x &= I_x(z_{cg}, m) \\ I_a &= I_a(x_{cg}, z_{cg}, m) \quad a \in \{y, z, xz\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

47 mesures d'inertie furent donc effectuées au sein de l'enveloppe de centrage du Cessna Citation X, alors que l'avion était en croisière, en extrayant directement les paramètres du simulateur de recherche. Dans le cas d'un avion réel, comme l'inertie n'est pas directement mesurable en vol, ces mesures pourraient être effectuées au sol par la méthode du pendule (Tondji Chendjou et Botez, 2014a ; Tondji Chendjou et Botez, 2014b ; Nelson, 1998, chap. 4 ; Green, 1927 ; Gobbi et al., 2011).

Le plan (m, x_{cg}) des mesures de l'inertie effectuées est donné au sein de la Figure 4.2.

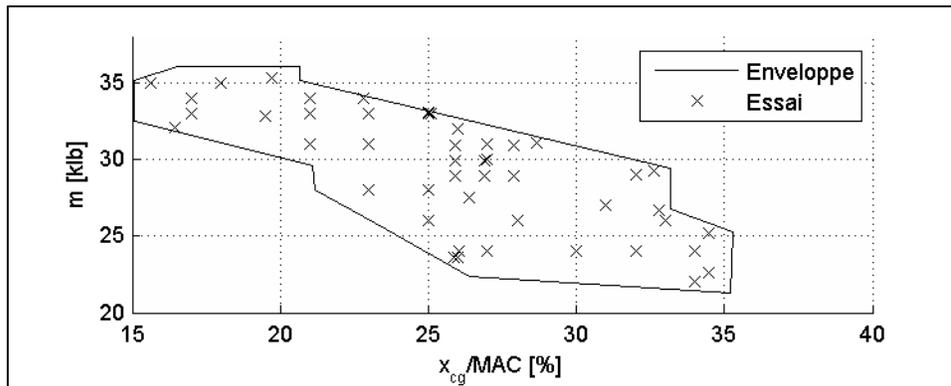


Figure 4.2 – Plan (m, x_{cg}) des mesures d'inertie

L'évolution de z_{cg} en fonction de la k ème mesure est donnée au sein de la Figure 4.3.

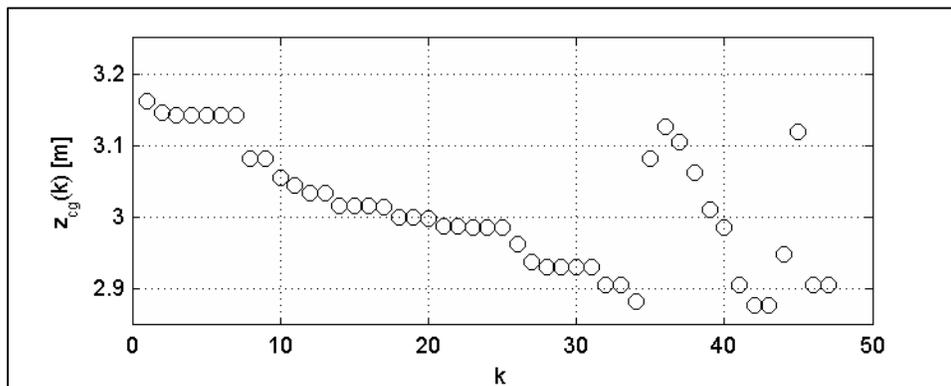


Figure 4.3 – Variation de z_{cg} en régime de vol normal

Nous remarquons que z_{cg} varie peu (entre 2,88 et 3,20 mètres) en fonction du point de centrage (entre 0 et 47).

L'écart type $\sigma_{z_{cg}}$ de l'échantillon est défini comme :

$$\sigma_{z_{cg}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (z_{cg}(k) - \bar{z}_{cg})^2} \quad (4.5)$$

Où $N = 47$ est le nombre d'échantillons et \bar{z}_{cg} la moyenne :

$$\bar{z}_{cg} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_{cg}(k) \quad (4.6)$$

À partir des équations (4.5) et (4.6), nous obtenons $\bar{z}_{cg} = 3,01 [m]$ et $\sigma_{z_{cg}} = 8,5 [cm]$. Nous avons donc décidé de négliger dans notre étude l'influence de z_{cg} sur l'inertie. Le modèle du moment d'inertie (4.4) peut donc être simplifié :

$$\begin{aligned} I_x &= I_x(m) \\ I_a &= I_a(x_{cg}, m) \quad a \in \{y, z, xz\} \end{aligned} \quad (4.7)$$

4.1.2 Sous-modèle aérodynamique

Nous voulons modéliser les coefficients des forces aérodynamiques X , Y et Z ainsi que les coefficients des moments aérodynamiques L , M et N . A priori, nous pouvons écrire (Klein, 1989, sect. 4) :

$$\begin{aligned} A &= A(u, w, q, \delta_e) \quad A \in \{X, Z, M\} \\ A &= A(v, p, r, \delta_a, \delta_r) \quad A \in \{Y, L, N\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Une structure du modèle des coefficients des forces et des moments aérodynamiques peut être obtenue en effectuant un développement de Taylor. Dans l'étude de la dynamique en régime de vol normal d'un avion, un développement de Taylor à l'ordre 2 est considéré comme suffisant (Cook, 2007 ; Nelson, 1998 ; Hopkin, 1970). Nous obtenons ainsi autour d'un point d'équilibre (α_0, M_0) :

$$\begin{aligned}
A &= A_0 + \Delta A \quad \forall A \\
\Delta A &= \frac{\partial A}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial A}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial A}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial A}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \varepsilon \quad A \in \{X, Z, M\} \\
\Delta A &= \frac{\partial A}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial A}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial A}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial A}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a + \frac{\partial A}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \varepsilon \quad A \in \{Y, L, N\}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Pour alléger la notation, nous introduisons A_i qui est la dérivée du coefficient A par rapport à la variable i et exprimons les quantités par rapport à l'état d'équilibre. Les dérivées par rapport aux variables d'état sont appelées les dérivées de stabilité tandis que les dérivées par rapport aux variables d'entrée sont appelées les dérivées de contrôle. Avec cette nouvelle notation, l'équation (4.9) devient alors :

$$\begin{aligned}
A &= A_u u + A_w w + A_q q + A_{\delta_e} \delta_e + \varepsilon \quad A \in \{X, Z, M\} \\
A &= A_v v + A_p p + A_r r + A_{\delta_a} \delta_a + A_{\delta_r} \delta_r + \varepsilon \quad A \in \{Y, L, N\}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Avec $A_u, A_v, A_w, A_p, A_q, A_r$ les dérivées de stabilité et $A_{\delta_a}, A_{\delta_e}, A_{\delta_r}$ les dérivées de contrôle. Des dérivées de stabilité et de contrôle peuvent être ajoutées et supprimées des modèles des coefficients aérodynamiques en fonction des particularités de l'avion étudié. Dans notre étude du Cessna Citation X, nous avons ajouté la dérivée de stabilité supplémentaire $M_{\dot{w}}$ et supposé que :

$$\begin{aligned}
X_q &= X_{\delta_e} = M_u = 0 \\
Y_{\delta_a} &= 0
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Les suppositions sur X_q, X_{δ_e} et M_u viennent de nos identifications préliminaires des essais en vol phugoïde. Y_{δ_a} est souvent négligé dans la littérature car, dans les limites de validité de l'hypothèse des petites variations, la déflexion des ailerons ne provoque pas de force latérale (Nelson, 1998, sect. 3.5 ; Etkin, 2000, sect. 10.5).

Comme les coefficients des forces et des moments aérodynamiques au Chapitre 1 avec l'équation (1.32), les dérivées de stabilité et de contrôle peuvent être adimensionnés. Nous obtenons alors le sous-modèle aérodynamique suivant :

$$\begin{aligned} C_a &= C_{a_u} u^* + C_{a_w} w^* + C_{a_q} q^* + C_{a_{\delta_e}} \delta_e + \varepsilon \quad a \in \{X, Z, m\} \\ C_a &= C_{a_v} v^* + C_{a_p} p^* + C_{a_r} r^* + C_{a_{\delta_a}} \delta_a + C_{a_{\delta_r}} \delta_r + \varepsilon \quad a \in \{Y, l, n\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Avec u^* , v^* , w^* , p^* , q^* et r^* les valeurs adimensionnées de u , v , w , p , q et r . Lors de l'adimensionnement des variables de la dynamique de vol, il faut considérer deux cas :

- Le cas général, dans lequel la vitesse vraie V de l'avion varie de façon significative ;
- Le cas des petites variations, dans lequel V varie peu.

Les coefficients dimensionnant pour ces deux cas sont donnés au sein du Tableau 4.1. Dans celui-ci \bar{c} est la corde moyenne aérodynamique et b l'envergure de l'aile.

Tableau 4.1 – Coefficients dimensionnant (Etkin, 2000, sect. 5.13 ; Hopkin, 1970, sect. 11)

Quantité dimensionnée	Coefficient dimensionnant		Quantité adimensionnée
	Cas général	Cas des petites perturbations	
$\frac{d}{dt}$	$\frac{2V}{\bar{c}}$	$\frac{2V_0}{\bar{c}}$	$\frac{d}{dt^*}$
p, r	$\frac{2V}{b}$	$\frac{2V_0}{b}$	p^*, r^*
q	$\frac{2V}{\bar{c}}$	$\frac{2V_0}{\bar{c}}$	q^*
u	V_0	V_0	u^*
v, w	V	V_0	v^*, w^*

Comme les essais en vol ont été conçus pour mettre en évidence des modes de l'avion, nous pouvons simplifier le modèle de l'avion à identifier en tenant compte de sa dynamique particulière pour chaque mode. Ces modèles simplifiés sont appelés « modèles réduits ».

4.2 Modèles réduits longitudinaux

Nous considérons que toutes les variables appartenant à la dynamique latérale ne varient pas :

$$p = r = v = 0 \quad (4.13)$$

Les équations de la dynamique longitudinale sont alors :

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -qw - g \sin(\theta) + X + \frac{T}{m} \\ \dot{w} &= qu + g \cos(\theta) + Z \\ \dot{q} &= M \\ \dot{\theta} &= q \end{aligned} \quad (4.14)$$

Avec $x = [u, w, q, \theta]^t$ le vecteur des variables d'état.

En linéarisant autour d'un point d'équilibre $x_0 = [u_0, 0, 0, \theta_0]^t$ correspondant à un avion en vol longitudinal équilibré nous obtenons alors un modèle sous forme de représentation d'état linéaire dont l'équation d'état est :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q & x_\theta \\ z_u & z_w & z_q & z_\theta \\ m_u & m_w & m_q & m_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\delta_e} \\ z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.15)$$

Avec a_i , $a \in \{x, z, m\}$ sont les dérivées *concises* longitudinales de stabilité pour $i \in \{u, v, w, q, \theta\}$ et de contrôle pour $i = \delta_e$. Les dérivées concises de stabilité et de contrôle

permettent d'alléger la notation des équations du mouvement d'un avion. Leurs valeurs en fonction des dérivées de stabilité et de contrôle dimensionnelles sont données en Annexe II, Tableau-A II-1.

4.2.1 Modèle réduit d'oscillation d'incidence

L'oscillation d'incidence influence la vitesse angulaire de tangage q et l'incidence α , conservant la vitesse longitudinale de l'avion u presque constante. Nous pouvons donc simplifier l'équation d'état du mouvement longitudinal de l'avion (4.15) en considérant que $u = 0$:

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_w & z_q & z_\theta \\ m_w & m_q & m_\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.16)$$

Comme lors des essais en vol d'oscillation d'incidence l'avion est initialement en croisière, nous avons $\theta_0 \approx 0$. D'après les expressions de z_θ et m_θ présentes en Annexe II dans le Tableau-A II-1, nous en déduisons que :

$$\begin{aligned} z_\theta &\approx 0 \\ m_\theta &\approx 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Avec toutes ces simplifications, nous obtenons l'équation d'état du modèle réduit d'oscillation d'incidence :

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_w & z_q & 0 \\ m_w & m_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.18)$$

4.2.2 Modèle réduit phugoïde

Lors de l'oscillation du mode phugoïde, la vitesse verticale w et la vitesse de tangage q varient peu. Nous pouvons donc considérer que :

$$\dot{w} = \dot{q} = 0 \quad (4.19)$$

Comme l'avion est initialement en croisière au début de nos essais en vol du mode phugoïde, nous avons $\theta_0 \approx 0$. D'après les expressions de z_θ et m_θ données en Annexe II dans le Tableau-A II-1, nous en déduisons que :

$$\begin{aligned} z_\theta &\approx 0 \\ m_\theta &\approx 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

De plus, pour un avion nous avons couramment $x_q \ll \{x_u, x_w, x_{\delta_e}\}$ (Cook, 2007, sect. 6.3.2 ; Nelson, 1998, sect. 4.4). On prendra donc $x_q = 0$.

Avec ces simplifications, l'équation d'état linéarisée du mouvement longitudinal (4.15) de l'avion devient alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & 0 & x_\theta \\ z_u & z_w & z_q & 0 \\ m_u & m_w & m_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\delta_e} \\ z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.21)$$

En réarrangeant l'équation (4.21) afin de supprimer w et q nous obtenons alors l'équation d'état du modèle réduit phugoïde :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u - x_w \frac{m_q z_u - m_u z_q}{m_q z_w - m_w z_q} & x_\theta \\ -\frac{m_u z_w - m_w z_u}{m_q z_w - m_w z_q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\delta_e} - x_w \frac{m_q z_{\delta_e} - z_q m_{\delta_e}}{m_q z_w - m_w z_q} \\ \frac{m_w z_{\delta_e} - z_w m_{\delta_e}}{m_q z_w - m_w z_q} \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.22)$$

4.3 Modèles réduits latéraux

Nous considérons cette fois que l'avion a une dynamique purement latérale, c'est-à-dire que $u = w = q = \theta = 0$. Les équations non linéaires du mouvement (1.33) deviennent donc :

$$\begin{aligned}
\dot{v} &= g \sin(\phi) + Y \\
\dot{p} &= \frac{I_{xz}}{I_x} \dot{r} + L \\
\dot{r} &= \frac{I_{xz}}{I_z} \dot{p} + N \\
\dot{\phi} &= p \\
\dot{\psi} &= \cos(\phi) r
\end{aligned} \tag{4.23}$$

En linéarisant autour d'un point d'équilibre $x_0 = [v_0, 0, 0, 0, \psi_0]$, nous obtenons alors l'équation d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r & y_\phi & y_\psi \\ l_v & l_p & l_r & l_\phi & l_\psi \\ n_v & n_p & n_r & n_\phi & n_\psi \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{\delta_a} & y_{\delta_r} \\ l_{\delta_a} & l_{\delta_r} \\ n_{\delta_a} & n_{\delta_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

Avec a_i , $a \in \{y, l, n\}$ sont les dérivées *concises* latérales de stabilité pour $i \in \{v, p, r, \phi, \psi\}$ et de contrôle pour $i \in \{\delta_a, \delta_r\}$. Les dérivées concises de stabilité et de contrôle permettent d'alléger la notation des équations du mouvement d'un avion. Leurs valeurs en fonction des dérivées de stabilité et de contrôle dimensionnelles sont données en Annexe II, Tableau-A II-2.

4.3.1 Modèle réduit de réponse en roulis

Dans les références traitant de la dynamique de vol des avions, le modèle réduit de réponse en roulis est obtenu en considérant que (Cook, 2007, sect. 7.3.1) :

$$v = r = \psi = 0 \tag{4.25}$$

Nous ne considérons pas ici que $\delta_r = 0$ car le virage effectué lors des essais de réponse en roulis est un virage coordonné, c'est-à-dire que le pilote a utilisé la gouverne de direction afin de contrer le mouvement de lacet induit par la mise en virage de l'avion.

Avec les simplifications de l'éq. (4.25), nous obtenons à partir de l'éq. (4.24) le modèle réduit de réponse en roulis :

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_p & l_\phi \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{\delta_a} & l_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Ce modèle réduit donnera cependant de mauvais résultats lors de la première itération du processus d'identification d'un système (Figure 1.3) avec seulement 6,42% des essais en vol de réponse en roulis qui étaient correctement identifiés. Nous sommes donc revenus sur les simplifications de l'équation (4.25) et avons considéré le modèle latéral complet :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r & y_\phi & y_\psi \\ l_v & l_p & l_r & l_\phi & l_\psi \\ n_v & n_p & n_r & n_\phi & n_\psi \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{\delta_a} & y_{\delta_r} \\ l_{\delta_a} & l_{\delta_r} \\ n_{\delta_a} & n_{\delta_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Avec ce modèle, davantage d'essais de réponse en roulis sont identifiés correctement, comme par exemple l'essai en vol ID 932 dont les résultats sont donnés au sein de la Figure 4.4.

4.3.2 Modèle réduit du roulis hollandais

Pour obtenir le modèle réduit du roulis hollandais, on suppose couramment (Cook, 2007, sect. 7.3.3 ; Cook, 2007, sect. 5.4.3) que le mouvement de l'oscillation de roulis hollandais est plus grand en lacet qu'en roulis. Le mouvement de roulis peut alors être négligé :

$$\dot{p} = p = \dot{\phi} = \phi = 0 \quad (4.28)$$

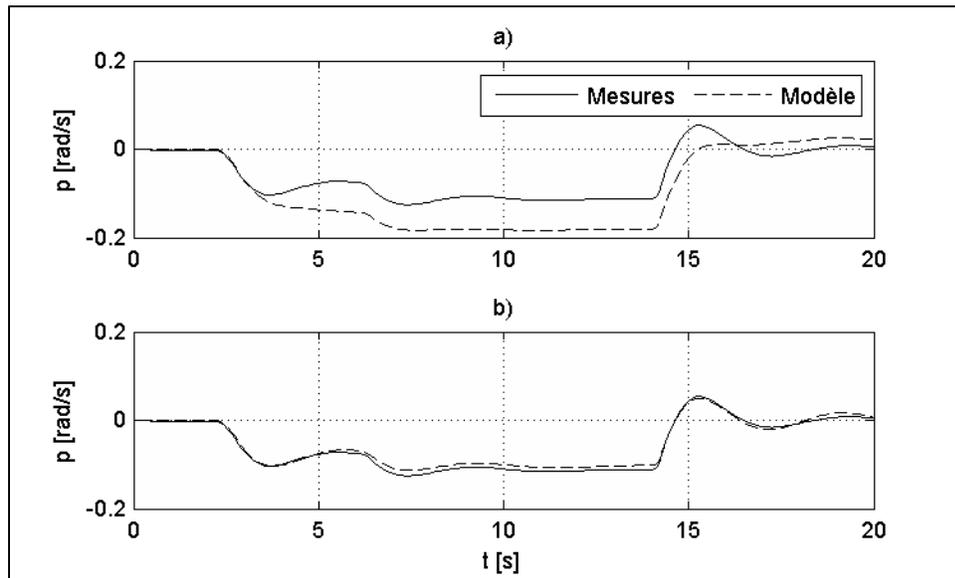


Figure 4.4 – Identification de l’essai en vol ID 932 en utilisant le a) modèle simplifié et le b) modèle latéral complet

Il a été montré au sein de la section 2.2.4 que pendant l’oscillation du mode du roulis hollandais le mouvement des ailes, lorsque nous sommes assis à la place du pilote, décrit une ellipse similaire à celle schématisée dans la Figure 4.5.

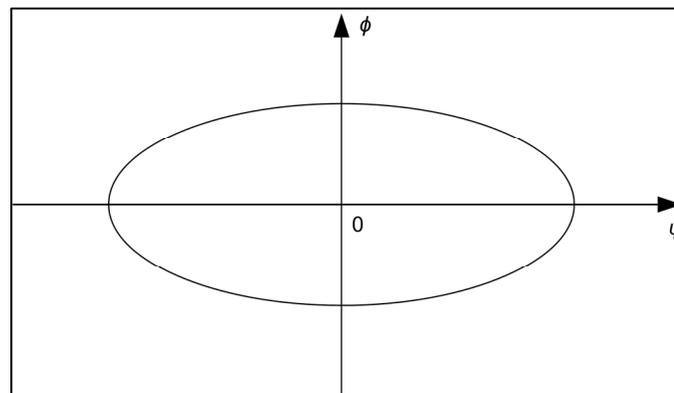


Figure 4.5 – Ellipse du roulis hollandais

La Figure 4.6 montre la valeur du ratio $\max(\phi) / \max(\psi)$ pour chaque essai en vol du roulis hollandais de notre étude.

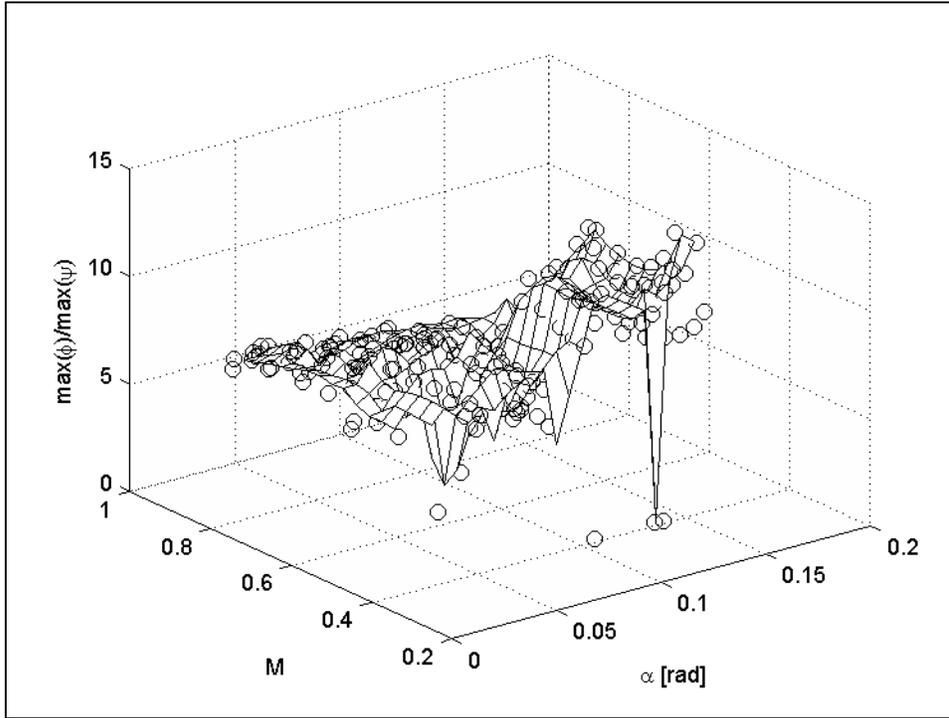


Figure 4.6 – Évolution du ratio de l'ellipse de roulis hollandais

Avec une moyenne de 8,64 et un écart type de 2,32, le mouvement de roulis de l'avion n'est pas négligeable. La simplification apportée par l'équation (4.28) ne peut donc être utilisée dans notre étude de la modélisation du Cessna Citation X.

Comme l'excitation d'un essai en vol du roulis hollandais est réalisée sur la gouverne de direction δ_r uniquement, nous avons cependant la simplification :

$$\delta_a = 0 \quad (4.29)$$

Les équations linéarisées du mouvement latéral de l'avion (4.24) deviennent donc :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r & y_\phi & y_\psi \\ l_v & l_p & l_r & l_\phi & l_\psi \\ n_v & n_p & n_r & n_\phi & n_\psi \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{\delta_r} \\ l_{\delta_r} \\ n_{\delta_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (4.30)$$

L'équation (4.30) est l'équation d'état du modèle réduit du roulis hollandais.

4.3.3 Modèle réduit spirale

Le mode spirale est lent comparé aux autres modes latéraux. À l'échelle de temps de ce mode, nous pouvons donc considérer que v , p et r ne varient pas :

$$\dot{v} = \dot{p} = \dot{r} = 0 \quad (4.31)$$

D'autre part, lors d'un essai en vol spirale, aucune excitation n'est donnée à l'avion et seule la réponse aux conditions initiales est mesurée. Nous avons donc :

$$\delta_a = \delta_r = 0 \quad (4.32)$$

Les équations linéarisées du mouvement latéral de l'avion deviennent donc :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r & y_\phi & y_\psi \\ l_v & l_p & l_r & l_\phi & l_\psi \\ n_v & n_p & n_r & n_\phi & n_\psi \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

En réarrangeant l'équation d'état (4.33) afin de supprimer v et r du vecteur d'état, nous obtenons alors l'équation d'état linéaire du modèle réduit spirale :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v \frac{l_p n_r - l_r n_p}{l_r n_v - l_v n_r} + y_p + y_r \frac{l_v n_p - l_p n_v}{l_r n_v - l_v n_r} & y_\phi \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Comme $\{y_v, y_p\} \ll y_r$ (Cook, 2007, sect. 7.3.2), l'équation d'état (4.34) peut être simplifiée davantage :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} y_r \frac{l_v n_p - l_p n_v}{l_r n_v - l_v n_r} & y_\phi \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} \\
\Rightarrow \dot{\phi} + \frac{y_\phi (l_r n_v - l_v n_r)}{y_r (l_v n_p - l_p n_v)} \phi &= 0
\end{aligned} \tag{4.35}$$

L'équation (4.35) est l'équation d'état du modèle réduit du mode spirale de la dynamique de l'avion. En appliquant la transformée de Laplace à l'équation (4.35), nous trouvons que :

$$\begin{aligned}
s\phi(s) - \phi_0 + \frac{y_\phi (l_r n_v - l_v n_r)}{y_r (l_v n_p - l_p n_v)} \phi(s) &= 0 \\
\Rightarrow \phi(s) \left(s + \frac{y_\phi (l_r n_v - l_v n_r)}{y_r (l_v n_p - l_p n_v)} \right) &= \phi_0 \\
\Rightarrow \phi(s) = \frac{\phi_0}{s + \frac{y_\phi (l_r n_v - l_v n_r)}{y_r (l_v n_p - l_p n_v)}} & \\
\Rightarrow \phi(s) = \frac{\phi_0 \frac{y_r (l_v n_p - l_p n_v)}{y_\phi (l_r n_v - l_v n_r)}}{\frac{y_r (l_v n_p - l_p n_v)}{y_\phi (l_r n_v - l_v n_r)} s + 1} & \\
\Rightarrow \phi(s) = \frac{K}{\tau s + 1} &
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Où $\tau = \frac{y_r (l_v n_p - l_p n_v)}{y_\phi (l_r n_v - l_v n_r)}$ est la constante de temps et $K = \phi_0 \frac{y_r (l_v n_p - l_p n_v)}{y_\phi (l_r n_v - l_v n_r)}$ est le gain en régime permanent du mode spirale.

Dans le cas d'un essai en vol spirale où le mode spirale est divergent (Figure 4.7) nous pouvons mesurer t_2 , le temps de la double amplitude.

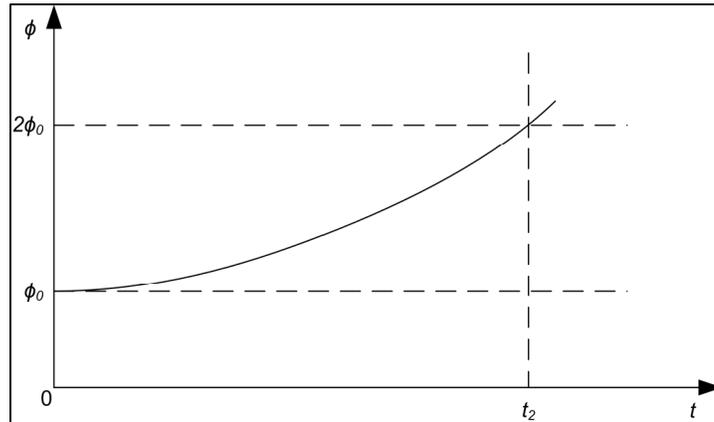


Figure 4.7 – Schéma de l'analyse d'un essai en vol spirale divergent

Pour un essai en vol spirale où le mode spirale est convergent, on mesurera $t_{1/2}$, le temps de la demi-amplitude. Sachant que :

$$t_2 = -\frac{\ln(2)}{\tau} \quad (4.37)$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\tau}$$

Nous obtenons alors une estimation de la valeur de τ à partir de l'évolution de ϕ au cours du temps.

Cependant, comme le montre l'équation (4.36), τ dépend non linéairement de 10 paramètres malgré nos simplifications. Il est donc difficile d'exploiter les essais de type « spirale » pour l'identification du modèle d'un avion. C'est pourquoi, comme avec l'approche « boîte noire », nous ne considérons pas les essais en vol spirale lors de l'identification du modèle du Cessna Citation X.

4.4 Exemple

Soit l'essai en vol d'oscillation d'incidence ID 1356 dont l'enregistrement est donné au sein de la Figure 4.8. Cet essai en vol a été effectué autour du point d'équilibre ($\alpha_0 = 2,15 [deg] ; M_0 = 0,43$).

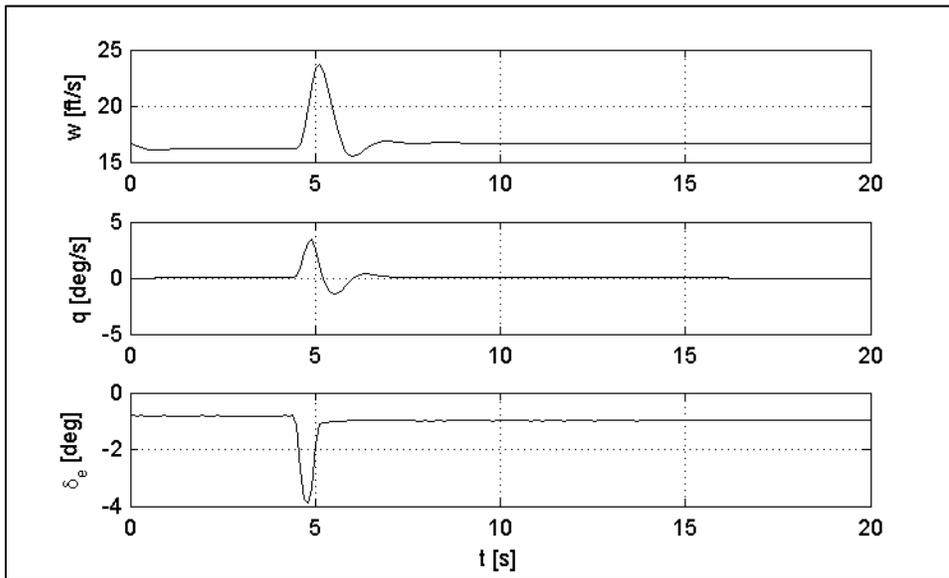


Figure 4.8 – Mesures de l'essai en vol d'oscillation d'incidence (ID 1356)

En négligeant l'influence Z_q de la vitesse angulaire de tangage q sur Z et l'influence M_w de la dérivée par rapport au temps de w sur M , l'équation d'état du modèle réduit d'oscillation d'incidence défini par l'équation (4.18) devient :

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_w & u_0 & 0 \\ M_w & M_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.38)$$

Les critères de validation pour la dynamique d'oscillation d'incidence sont « $\pm 1.5^\circ$ pitch angle or $\pm 2^\circ/\text{sec}$ pitch rate, $\pm 0.10g$ acceleration » (*Airplane Simulator Qualification*, 1991, sect. 2.c.11). Sachant que $a_z = \dot{w} - u_0 q$, nous choisissons comme équation d'observation :

$$\begin{bmatrix} \theta \\ q \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ Z_w & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_{\delta_e} \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.39)$$

La combinaison de l'équation d'état (4.38) et de l'équation d'observation (4.39) forme le modèle de l'avion que nous souhaitons identifier. Les paramètres à estimer sont :

$$\Theta = [Z_w, Z_{\delta_e}, M_w, M_q, M_{\delta_e}]^t \quad (4.40)$$

Comme le sous-modèle aérodynamique est linéaire par rapport aux paramètres Θ , nous pouvons utiliser la méthode des moindres carrés pour obtenir l'estimation des paramètres $\hat{\Theta}$ en considérant la variable dépendante Z :

$$\begin{aligned} Z &= Z_0 + Z_w w + Z_{\delta_e} \delta_e + \varepsilon \\ X &= [1, w, \delta_e] \\ \Theta &= [Z_0, Z_w, Z_{\delta_e}]^t \\ \hat{\Theta} &= (X^t X)^{-1} X^t Z \end{aligned} \quad (4.41)$$

Et la variable indépendante M :

$$\begin{aligned} M &= M_0 + M_w w + M_q q + M_{\delta_e} \delta_e + \varepsilon \\ X &= [1, w, q, \delta_e] \\ \Theta &= [M_0, M_w, M_q, M_{\delta_e}]^t \\ \hat{\Theta} &= (X^t X)^{-1} X^t M \end{aligned} \quad (4.42)$$

Où M_0 est la valeur à l'état d'équilibre du coefficient de moment de tangage.

Z et M n'étant pas directement mesurables lors d'un essai en vol, leurs valeurs doivent être reconstruites à partir d'autres mesures. Après la manipulation des équations du mouvement généralisées (1.33), nous obtenons :

$$\begin{aligned} Z &= \dot{w} + pv - qu - g \cos(\theta) \cos(\phi) \\ M &= \dot{q} - \frac{I_z - I_x}{I_y} pr - \frac{I_{xz}}{I_y} (r^2 - p^2) \end{aligned} \quad (4.43)$$

D'après les équations d'observation (1.34), nous avons d'autre part :

$$a_z = \dot{w} + pv - qu - g \cos(\theta) \cos(\phi) \quad (4.44)$$

En combinant les équations (4.43) et (4.44), nous obtenons alors les équations de Z et M à partir des mesures de la dynamique de l'avion et des valeurs de l'inertie :

$$\begin{aligned} Z &= a_z \\ M &= \dot{q} - \frac{I_z - I_x}{I_y} pr - \frac{I_{xz}}{I_y} (r^2 - p^2) \end{aligned} \quad (4.45)$$

Nous considérons ici que nous connaissons la matrice d'inertie I du Cessna Citation X au point de vol où l'essai en vol ID 1356 a été effectué. Le résumé de l'estimation à effectuer est donné au sein du Tableau 4.2.

Tableau 4.2 – Résumé de l'estimation par la méthode des moindres carrés

Variable dépendante	Variation indépendantes	Paramètres
Z	$[1, w, \delta_e]$	$[Z_0, Z_w, Z_{\delta_e}]^t$
M	$[1, w, q, \delta_e]$	$[M_0, M_w, M_q, M_{\delta_e}]^t$

En appliquant la méthode d'estimation des moindres carrés, nous obtenons les estimations des paramètres présentées au sein du Tableau 4.3. D'après les valeurs de l'écart type des paramètres estimés, ceux-ci semblent plausibles.

Tableau 4.3 – Paramètres aérodynamiques estimés par la méthode des moindres carrés

Paramètre	Estimation	Écart type
Z_0	-3,30 m/s ²	$8,02 \times 10^{-3}$ m/s ²
Z_w	-1,35 1/s	$1,57 \times 10^{-3}$ 1/s
Z_{δ_e}	-12,0 m/s ²	0,431 m/s ²
M_0	0,414 rad/s ²	$2,42 \times 10^{-4}$ rad/s ²
M_w	-0,104 rad/m/s	$4,72 \times 10^{-5}$ rad/m/s
M_q	-2,15 1/s	$2,93 \times 10^{-2}$ 1/s
M_{δ_e}	-6,80 1/s	$1,30 \times 10^{-2}$ 1/s ²

En injectant les valeurs des paramètres estimés $\hat{\Theta}$ dans le modèle de l'avion donné par les équations (4.38) et (4.39), nous pouvons simuler notre modèle pour les mêmes entrées que celles de l'essai en vol. D'après les résultats de simulation donnés dans la Figure 4.9, nous voyons que notre modèle identifié est proche des mesures et reste dans les tolérances que nous nous sommes imposées.

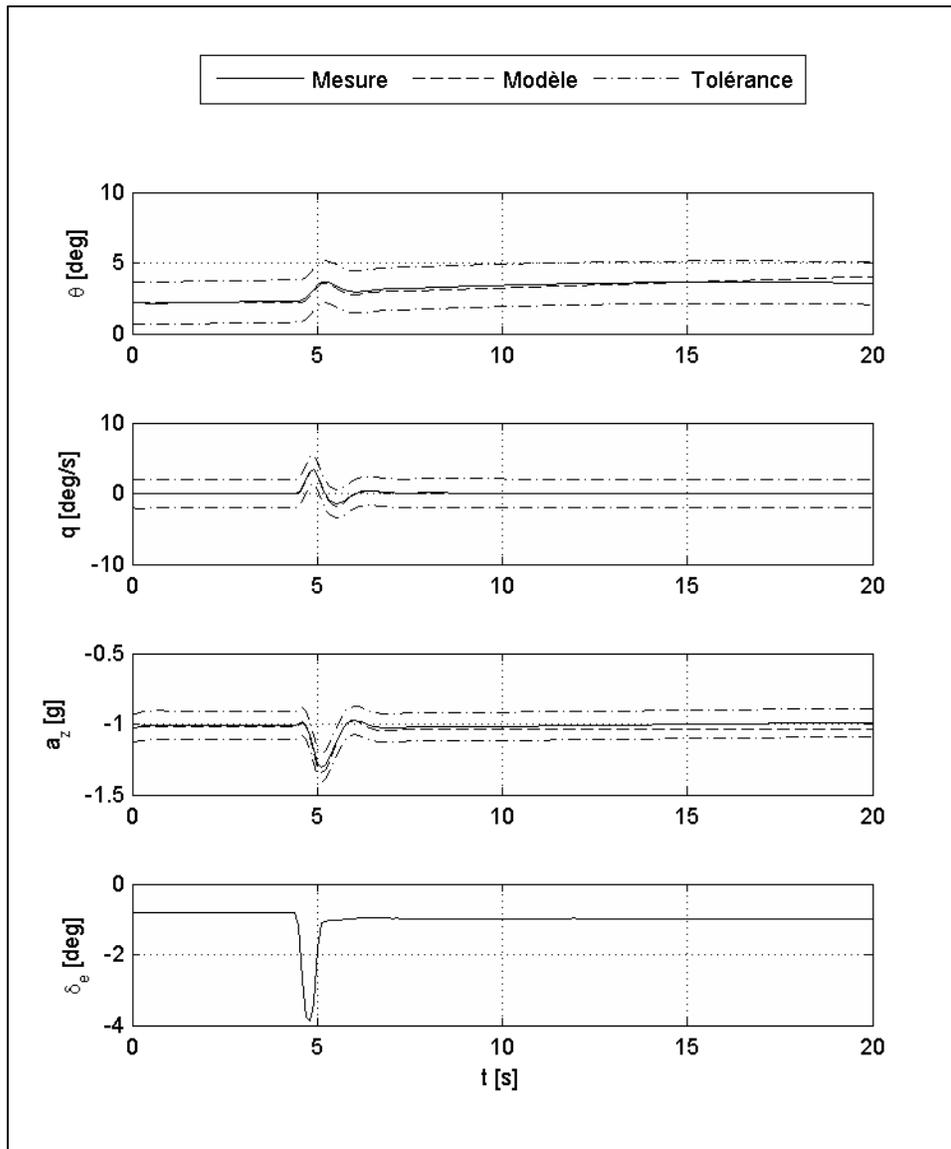


Figure 4.9 – Modèle identifié avec la méthode des moindres carrés

Même si le modèle identifié est satisfaisant, nous allons revenir dans la suite de cet exemple sur notre hypothèse selon laquelle les paramètres Z_q et M_w sont négligeables pour illustrer l'utilisation de la méthode du maximum de vraisemblance.

Pour $Z_q \neq 0$ et $M_w \neq 0$, le modèle réduit d'oscillation d'incidence défini par l'équation (4.18) devient :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_w & u_0 + Z_q & 0 \\ M_w + M_{\dot{w}}Z_w & M_q + M_{\dot{w}}(u_0 + Z_q) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \end{aligned} \quad (4.46)$$

Auquel nous ajoutons l'équation d'observation :

$$\begin{bmatrix} \theta \\ q \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ Z_w & Z_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_{\delta_e} \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.47)$$

Les paramètres à estimer sont dorénavant :

$$\Theta = [Z_w, Z_q, Z_{\delta_e}, M_w, M_{\dot{w}}, M_q, M_{\delta_e}]^t \quad (4.48)$$

Nous pourrions utiliser directement les équations (4.46) et (4.48) comme équations d'état et d'observation pour la méthode du maximum de vraisemblance, mais nous préférons ajouter des paramètres supplémentaires b_{x_a} , $a \in \{\dot{w}, \dot{q}, \dot{\theta}\}$, et b_{y_a} , $a \in \{\theta, q, a_z\}$. Ces paramètres supplémentaires, appelés termes de biais, servent à contourner la difficulté de l'estimation des biais constants dus aux instruments de mesure et l'estimation des conditions initiales (Jategaonkar, 2006, sect. 3.IV.B).

Avec les termes de biais, les équations d'état (4.18) deviennent :

$$\begin{aligned} \dot{w} &= Z_w w + (u_0 + Z_q)q + Z_{\delta_e} \delta_e + b_{x_w} \\ \dot{q} &= (M_w + M_{\dot{w}}Z_w)w + (M_q + M_{\dot{w}}(u_0 + Z_q))q + (M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e})\delta_e \\ &+ b_{x_q} \\ \dot{\theta} &= q + b_{x_\theta} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Et les équations d'observation (4.39) :

$$\begin{aligned}
 \theta_m &= \theta + b_{y_\theta} \\
 q_m &= q + b_{y_q} \\
 a_{z_m} &= Z_w w + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e + b_{y_{a_z}}
 \end{aligned}
 \tag{4.50}$$

Où l'indice m dénote que les variables θ_m , q_m et a_{z_m} correspondent aux variables *mesurées* plutôt que leur variation autour de l'état d'équilibre (respectivement θ , q et a_z). Le vecteur des paramètres à estimer change également pour incorporer les termes de biais :

$$\Theta = \left[Z_w, Z_q, Z_{\delta_e}, M_w, M_{\dot{w}}, M_q, M_{\delta_e}, b_{x_w}, b_{x_{\dot{q}}}, b_{x_\theta}, b_{y_\theta}, b_{y_q}, b_{y_{a_z}} \right]^t
 \tag{4.51}$$

Comme la méthode du maximum de vraisemblance est une méthode itérative, il est nécessaire de choisir les valeurs initiales Θ_0 des paramètres adéquatement afin de faciliter l'optimisation de la vraisemblance du modèle versus les mesures.

Dans cet exemple, nous utilisons comme valeurs initiales les paramètres estimés grâce à la méthode des moindres carrés et les valeurs initiales des variables. Comme Z_q et $M_{\dot{w}}$ n'ont pas été estimés par la méthode LS, leurs valeurs initiales sont prises comme nulles.

Les valeurs initiales Θ_0 des paramètres sont données au sein du Tableau 4.4.

Tableau 4.4 – Valeurs initiales des paramètres pour la méthode OE

Paramètre	Valeur initiale
Z_w	-1,35 1/s
Z_q	0 m/s
Z_{δ_e}	-12,0 m/s ²
M_w	-0,104 1/m/s
$M_{\dot{w}}$	0 1/m
M_q	-2,15 1/s
M_{δ_e}	-6,80 1/s ²
$b_{x\dot{w}}$	-3,30 m/s ²
$b_{x\dot{q}}$	0,414 rad/s ²
$b_{x\dot{\theta}}$	0 rad/s
$b_{y\theta}$	$3,80 \times 10^{-2}$ rad
b_{yq}	$-1,17 \times 10^{-2}$ rad/s
$b_{y\dot{a}_z}$	-10,0 m/s ²

Comme le montre le Tableau 4.5, La méthode OE nous retourne des estimations des paramètres très proches de celles obtenues avec la méthode LS. Cependant, d'après l'écart type, les paramètres estimés avec la méthode OE semblent plus plausibles.

Tableau 4.5 – Paramètres estimés par la méthode OE

Paramètre	Estimation	Écart type
Z_w	-1,35 1/s	$2,80 \times 10^{-5}$ 1/s
Z_q	$-2,60 \times 10^{-5}$ m/s	$3,49 \times 10^{-5}$ m/s
Z_{δ_e}	-12,0 m/s ²	$1,50 \times 10^{-2}$ m/s ²
M_w	-0,104 1/m/s	$2,19 \times 10^{-6}$ 1/m/s
$M_{\dot{w}}$	$-7,37 \times 10^{-5}$ 1/m	$4,78 \times 10^{-8}$ 1/m
M_q	-2,15 1/s	$5,79 \times 10^{-5}$ 1/s
M_{δ_e}	-6,80 1/s ²	$1,02 \times 10^{-4}$ 1/s ²
$b_{x\dot{w}}$	-3,30 m/s ²	$9,24 \times 10^{-4}$ m/s ²
$b_{x\dot{q}}$	0,414 rad/s ²	$6,07 \times 10^{-6}$ rad/s ²
$b_{x\dot{\theta}}$	-0,0621 rad/s	$9,12 \times 10^{-7}$ rad/s
$b_{y\theta}$	$-2,31 \times 10^{-2}$ rad	$7,27 \times 10^{-4}$ rad
b_{yq}	$-5,73 \times 10^{-3}$ rad/s	$9,97 \times 10^{-4}$ rad/s
$b_{y\alpha_z}$	-5,02 m/s ²	$2,02 \times 10^{-2}$ m/s ²

En comparant l'erreur du modèle linéaire dont nous avons estimé les paramètres avec la méthode LS et l'erreur du modèle non linéaire dont nous avons estimé les paramètres avec la méthode OE (Figure 4.10), nous constatons qu'en complexifiant notre modèle nous n'avons pas gagné en précision, car les deux courbes sont superposées. Les dérivées de stabilité Z_q et $M_{\dot{w}}$ pourraient donc être négligées.

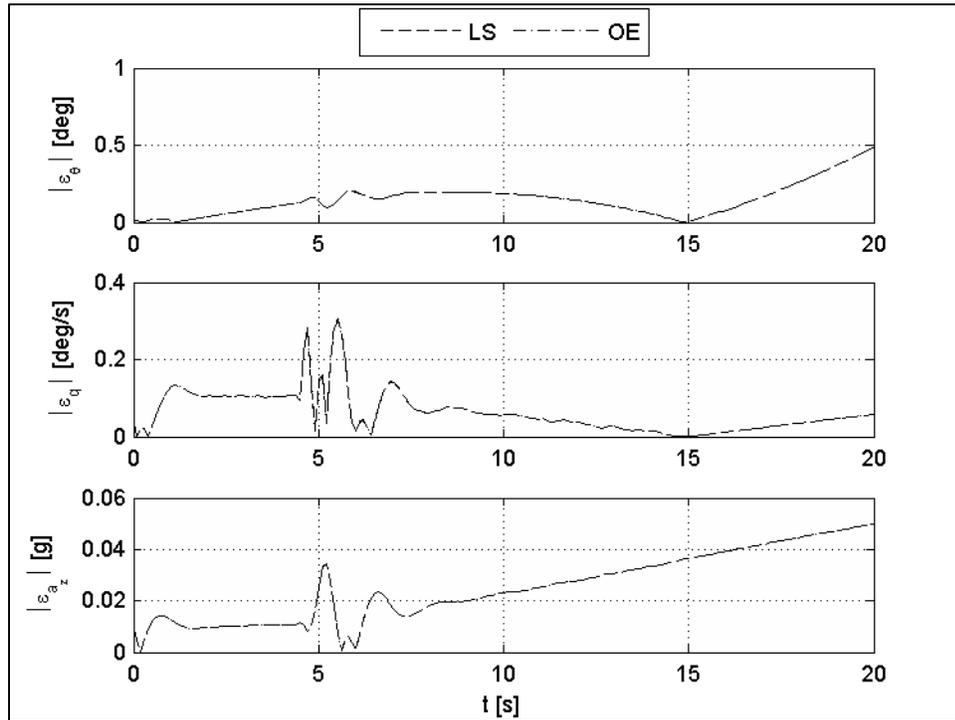


Figure 4.10 – Comparaison entre les modèles identifiés par LS et OE

CHAPITRE 5

RÉSULTATS

5.1 Critères

Avant d'obtenir les résultats d'identification et de validation du modèle du Cessna Citation X, nous devons tout d'abord choisir les critères permettant de juger qu'un modèle est bien identifié et qu'il est valide. Nous choisissons les critères de niveau D de la certification d'un simulateur de vol. Ceux-ci sont résumés au sein du Tableau 5.1 avec les numéros des sections correspondantes dans le guide de la FAA pour la qualification des simulateurs d'avion (*Airplane Simulator Qualification*, 1991).

Tableau 5.1 – Critères de validation (*Airplane Simulator Qualification*, 1991)

Type	Section	Tolérances
Oscillation d'incidence	2.c.11	$\pm 1,5^\circ$ d'angle de tangage θ ou $\pm 2^\circ/\text{s}$ de vitesse angulaire de tangage q , $\pm 0,10$ g d'accélération verticale a_z
Phugoïde	2.c.10	$\pm 10\%$ de la période, $\pm 10\%$ du temps à la demi ou double amplitude ou $\pm 0,02$ du facteur d'amortissement
Réponse en roulis	2.d.2	$\pm 10\%$ ou $\pm 2^\circ/\text{s}$ de la vitesse angulaire de roulis p
Roulis hollandais	2.d.7	$\pm 0,5$ s ou $\pm 10\%$ de la période, $\pm 10\%$ du temps à la demi ou double amplitude ou $\pm 0,02$ du facteur d'amortissement. $\pm 20\%$ ou ± 1 s de différence de temps entre les pics de roulis et de dérapage

Le sous-modèle de la dynamique donné par l'équation (4.7) n'est en revanche pas validé car il est issu directement de la collecte des paramètres par l'intermédiaire de l'interface de programmation du simulateur de recherche.

En utilisant ces critères, nous allons maintenant aborder tour à tour les résultats d'identification et la validation du modèle du Cessna Citation X.

5.2 Identification

Pour identifier le modèle du Cessna Citation X, nous procédons comme au sein de l'exemple dans la section 3.2 pour l'identification d'une boîte noire et de l'exemple dans la section 4.4 pour une boîte grise mais sur chaque essai en vol de notre base de données. Pour des raisons de confidentialité des données du Cessna Citation X, les estimations des paramètres de l'avion ont été normalisées. La normalisation qui a été effectuée n'altère cependant pas l'allure des résultats.

Le processus d'identification de tous les essais en vol d'un *même* type est donné au sein de la Figure 5.1. N est le nombre d'essais en vol d'un type donné (p. ex. d'oscillation d'incidence) et j le compteur du nombre d'essais bien identifiés.

Pour chaque essai en vol, nous identifions le modèle f de ce type d'essai en vol (p. ex. le modèle réduit d'oscillation d'incidence) à partir des mesures des sorties z et des entrées u . Ce modèle identifié est ensuite simulé et ses sorties y comparées aux mesures z pour obtenir l'erreur ε et s'assurer que l'identification effectuée est correcte.

Lorsque tous les essais en vol du même type ont été identifiés, nous avons obtenu les estimations des paramètres à différents points d'équilibre (α_0, M_0) et le ratio j/N que nous appelons le « succès en identification ». Le processus est alors répété pour les autres types d'essais en vol.

Les critères pour chaque type d'essai en vol sont résumés au sein du Tableau 5.1.

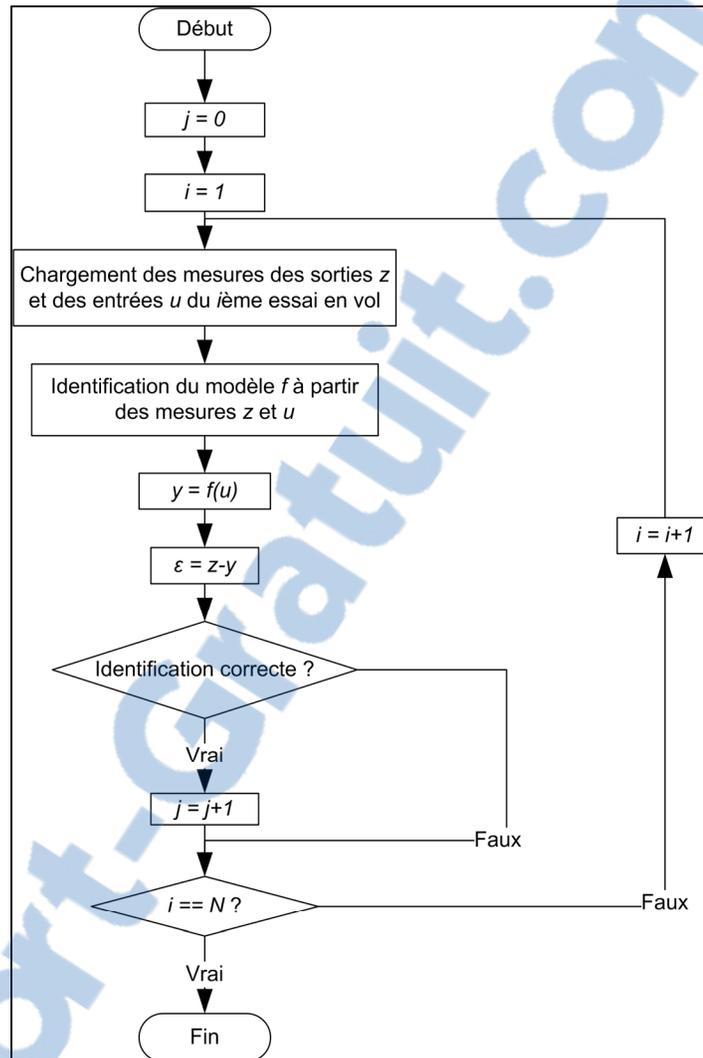


Figure 5.1 – Organigramme de programmation de la phase d'identification

5.2.1 Boîte noire

Pour l'identification des modèles linéaires locaux nous utilisons la méthode N4SID (section 1.2.1) pour obtenir les valeurs initiales des paramètres puis la méthode PE (section 1.2.2). Avec ces deux méthodes, nous obtenons les résultats montrant les succès en identification donnés au sein du Tableau 5.2.

Tableau 5.2 – Identification des boîtes noires

Type	Nombre d'essais en vol	Succès en identification
Oscillation d'incidence	214	65,9%
Phugoïde	220	91,4%
Réponse en roulis	187	67,4%
Roulis hollandais	188	74,9%

La variation du nombre de Mach M avec l'angle d'attaque α des essais en vol bien et mal identifiés (« Succès » et « Échec ») sont donnés au sein de la Figure 5.2, Figure 5.3, Figure 5.4 et Figure 5.5 pour les essais en vol de type « oscillation d'incidence », « phugoïde », « réponse en roulis » et « roulis hollandais ». Ces figures permettent de déterminer si les modèles dont l'identification a échoué ne sont pas concentrés dans des régimes de vol en particulier, par exemple aux grands angles d'incidence (α) ou à forte vitesse (M).

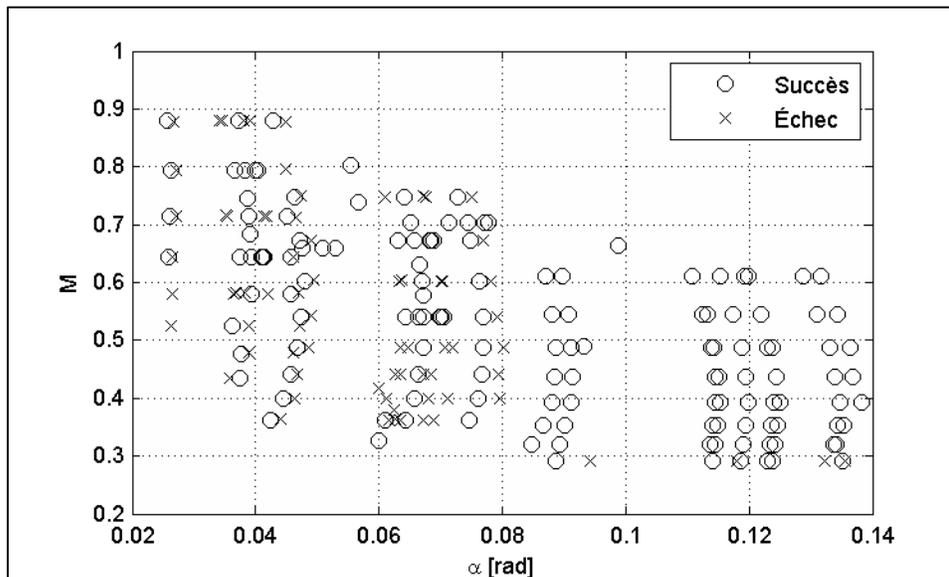


Figure 5.2 – Identification d'une boîte noire pour les essais du mode d'oscillation d'incidence

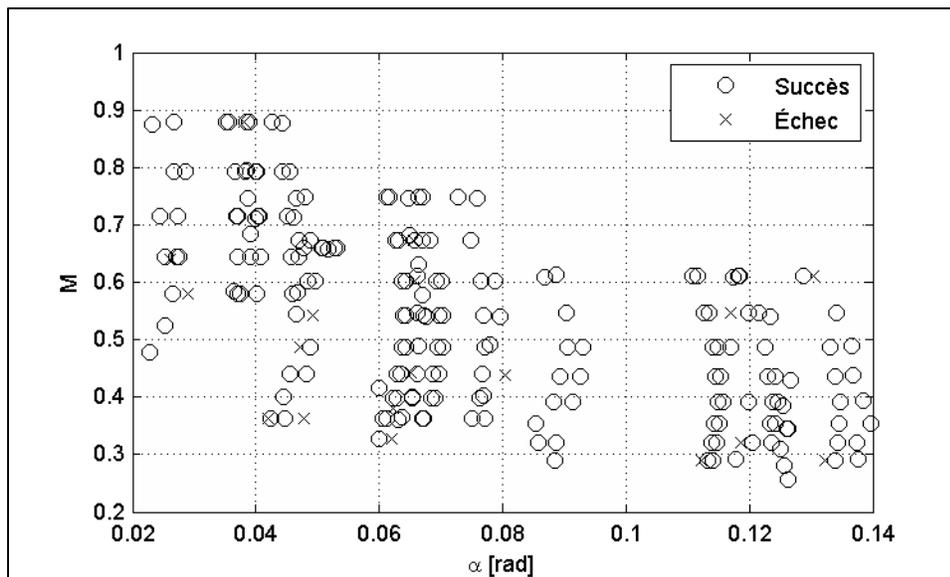


Figure 5.3 – Identification d'une boîte noire pour les essais du mode phugoïde

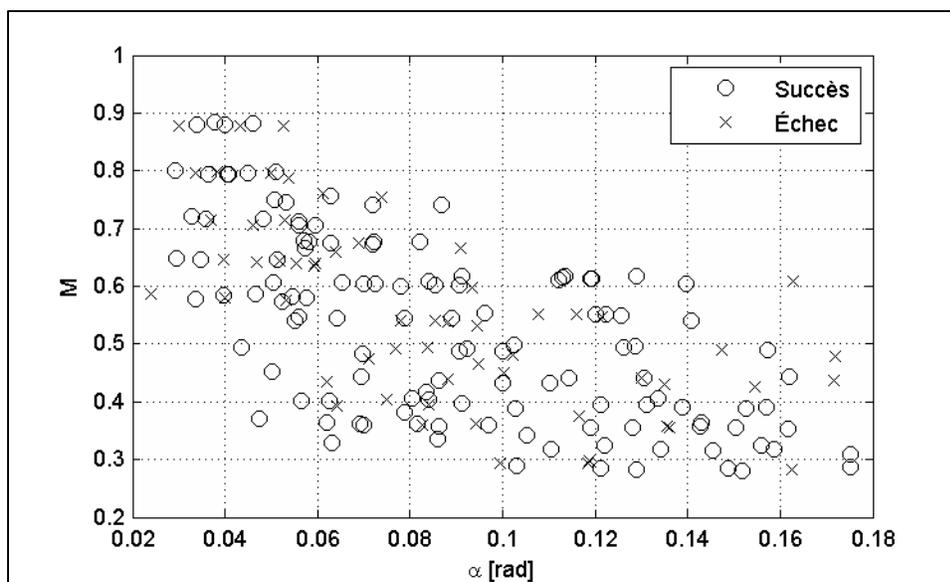


Figure 5.4 – Identification d'une boîte noire pour les essais du mode de réponse en roulis

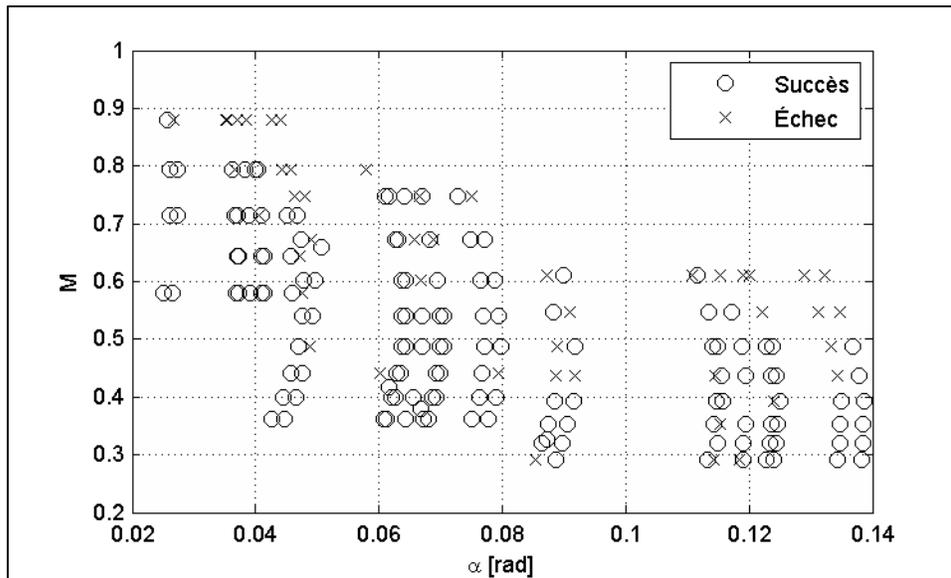


Figure 5.5 – Identification d’une boîte noire pour les essais du mode de roulis hollandais

Nous constatons que les essais en vol dont l’identification a échouée ne sont pas tous concentrés dans une zone du plan (α, M) .

Nous présentons ensuite les estimations de quelques paramètres longitudinaux et latéraux en fonction de l’angle d’incidence α et du nombre de Mach M . Les estimations de tous les autres paramètres sont présentées en Annexe IV, section IV.1 pour les paramètres longitudinaux et section IV.2 pour les paramètres latéraux.

5.2.1.1 Paramètres longitudinaux

Les paramètres longitudinaux sont estimés à partir des essais en vol d’oscillation d’incidence et des essais en vol phugoïde d’après la sélection faite en section 3.1 dans le Tableau 3.2 que nous rappelons ici au sein du Tableau 5.3.

Tableau 5.3 – Source d'estimation des paramètres longitudinaux des boîtes noires

Type d'essai en vol	Oscillation d'incidence	Phugoïde
Paramètres estimés	$z_w, z_q, z_\theta, z_{\delta_e}$	$x_u, x_w, x_q, x_\theta, x_{\delta_e}$
	$m_w, m_q, m_\theta, m_{\delta_e}$	z_u
	$k_w, k_q, k_\theta, k_{\delta_e}$	m_u
		k_u

Les variations de z_w , m_w et m_{δ_e} en fonction de α et M sont présentées au sein de la Figure 5.6, Figure 5.7 et Figure 5.8.

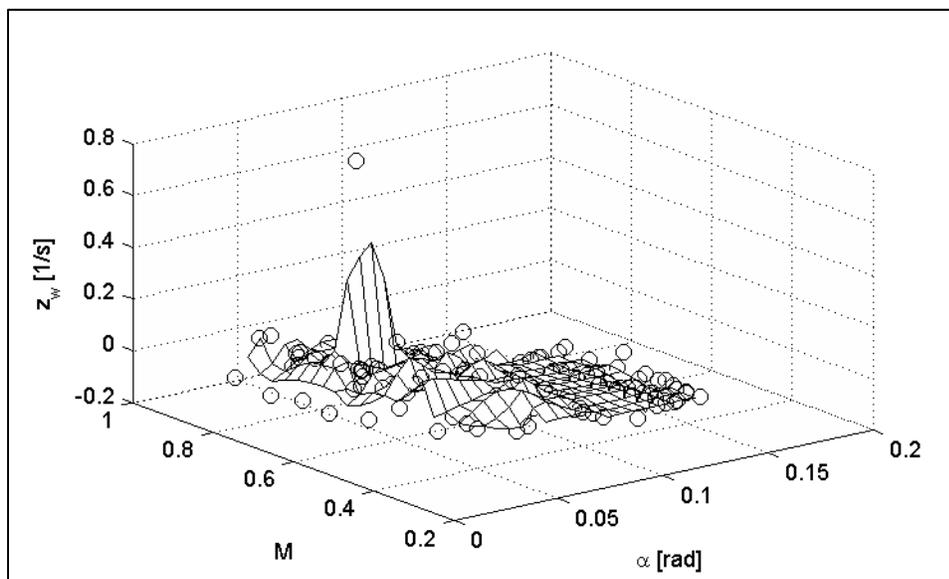


Figure 5.6 – Variation de z_w en fonction de α et M

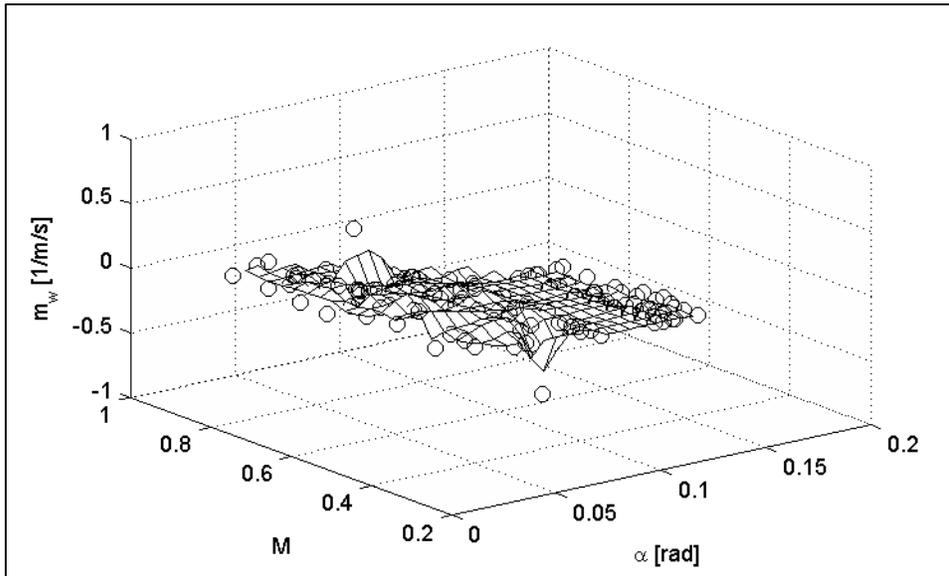


Figure 5.7 – Variation de m_w en fonction de α et M

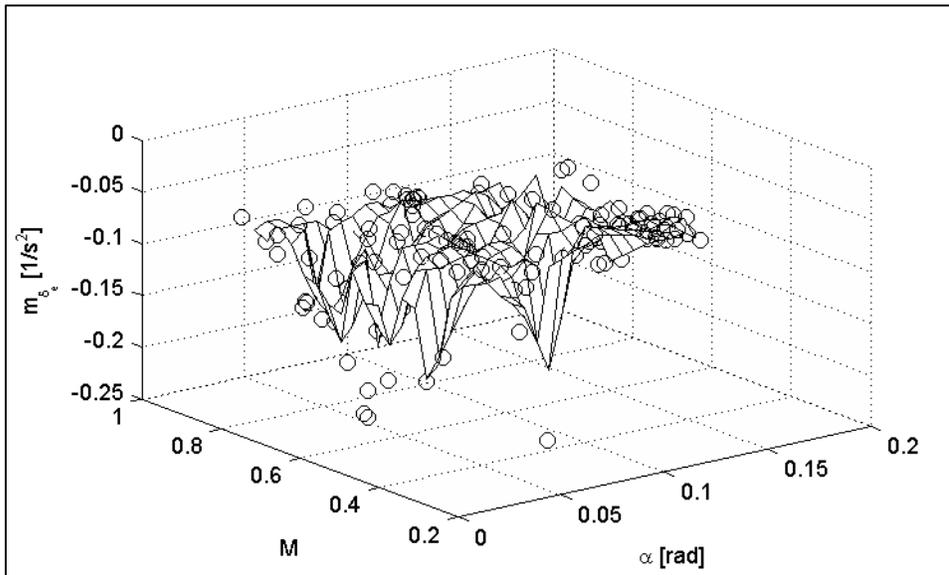


Figure 5.8 – Variation de m_{δ_e} en fonction de α et M

5.2.1.2 Paramètres latéraux

Les paramètres latéraux sont estimés à partir des essais en vol de réponse en roulis et du roulis hollandais. Les essais en vol de type « spirale » ne sont pas exploités car ils ne permettent pas d'estimer des paramètres qui ne puissent être estimés à partir des autres essais en vol.

La sélection des paramètres en fonction du type d'essai en vol a été faite dans la section 3.1 au sein du Tableau 3.3. Nous le rappelons ici au sein du Tableau 5.4.

Tableau 5.4 – Source d'estimation des paramètres des boîtes noires pour la dynamique de vol en mouvement latéral

Type d'essai en vol	Réponse en roulis	Roulis hollandais
Paramètres estimés	$\gamma_p, \gamma_\phi, \gamma_{\delta_a}$	$\gamma_v, \gamma_r, \gamma_{\delta_r}$
	$l_p, l_\phi, l_{\delta_a}$	l_v, l_r, l_{δ_r}
	$n_p, n_\phi, n_{\delta_a}$	n_v, n_r, n_{δ_r}
	$k_p, k_\phi, k_{\delta_a}$	k_v, k_r, k_{δ_r}

Les variations de l_v , n_v , l_{δ_a} et n_{δ_r} sont données en fonction de α et M au sein de la Figure 5.9, Figure 5.10, Figure 5.11 et Figure 5.12.

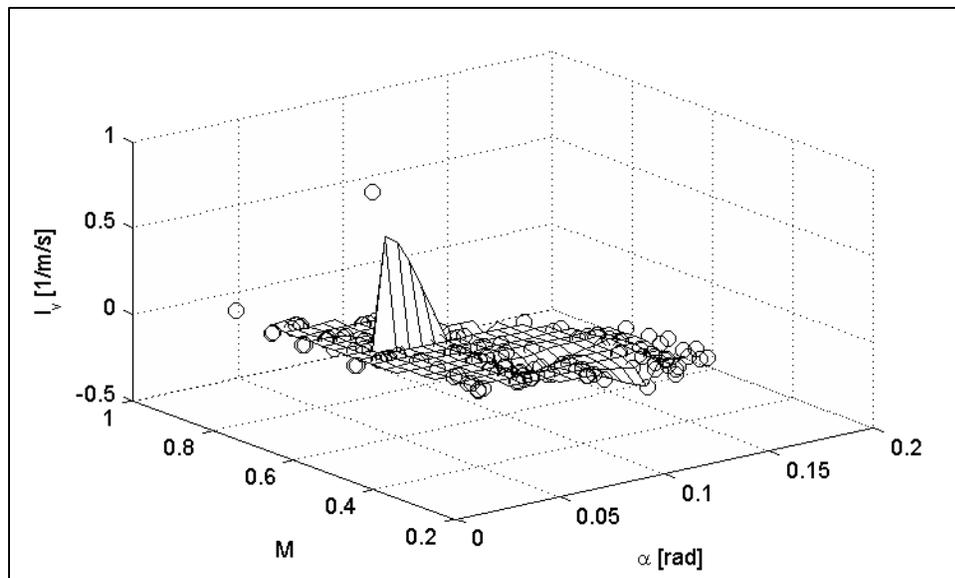
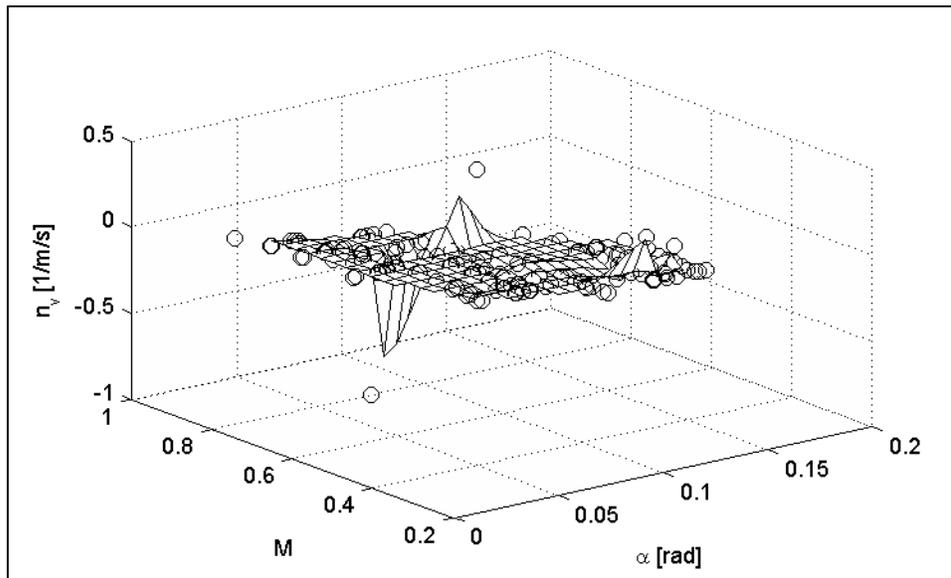
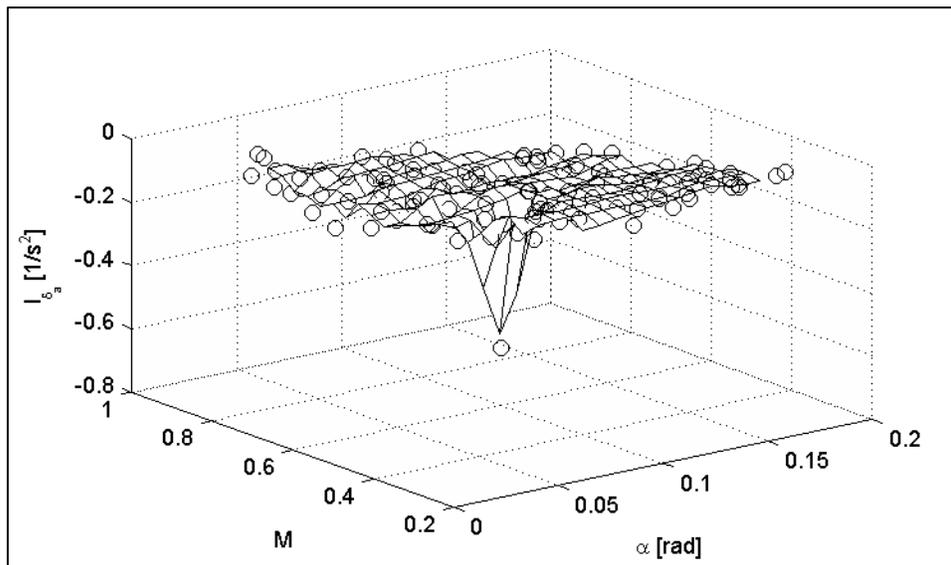


Figure 5.9 – Variation de l_v en fonction de α et M

Figure 5.10 – Variation de n_v en fonction de α et M Figure 5.11 – Variation de I_{δ_a} en fonction de α et M

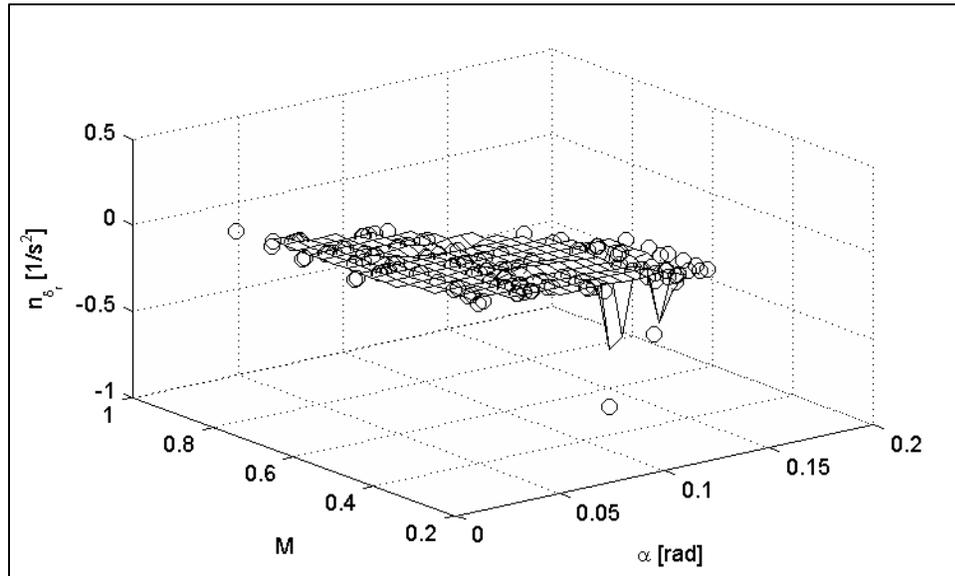


Figure 5.12 – Variation de n_{δ_r} en fonction de α et M

5.2.2 Boîte grise

La modélisation du Cessna Citation X avec une approche « boîte grise » est décomposée entre deux sous-modèles représentant la dynamique (section 4.1.1) et l'aérodynamique (section 4.1.2) de l'avion. Nous allons aborder les résultats de ces deux sous-modèles tour à tour.

5.2.2.1 Sous-modèle de la dynamique

Le sous-modèle de la dynamique est basé sur l'interpolation de mesures de la matrice d'inertie à différents points de vols. Ces mesures sont acquises directement via l'interface de programmation du simulateur de recherche et sont donc non entachées d'erreurs. C'est pourquoi l'identification du sous-modèle de la dynamique du Cessna Citation X est une exception au processus d'identification de la Figure 5.1. Toutes les mesures sont supposées parfaites et ont été faites au même point de vol que les essais en vol.

Les mesures de I_x , I_y , I_z et I_{xz} sont données au sein de la Figure 5.13, Figure 5.14, Figure 5.15 et Figure 5.16. Dans le cas des surfaces $I_a(x_{cg}, m)$ avec $a \in \{y, x, xz\}$, les sur-

faces interpolées linéairement à partir des mesures sont également visibles sur la Figure 5.14, la Figure 5.15 et la Figure 5.16.

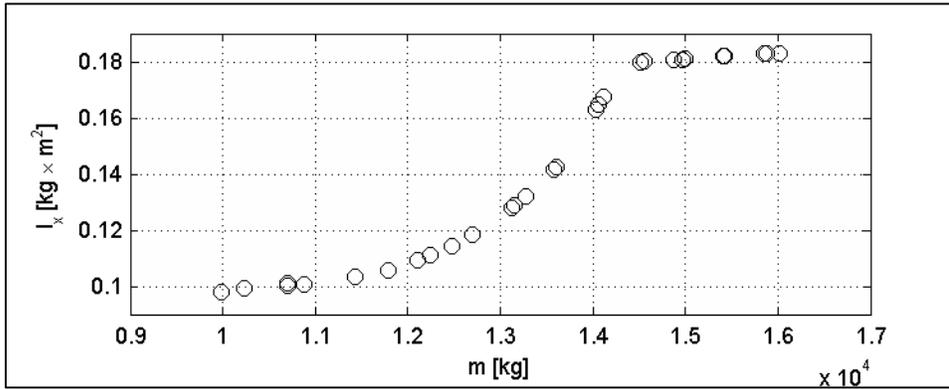


Figure 5.13 – Inertie selon l'axe longitudinal

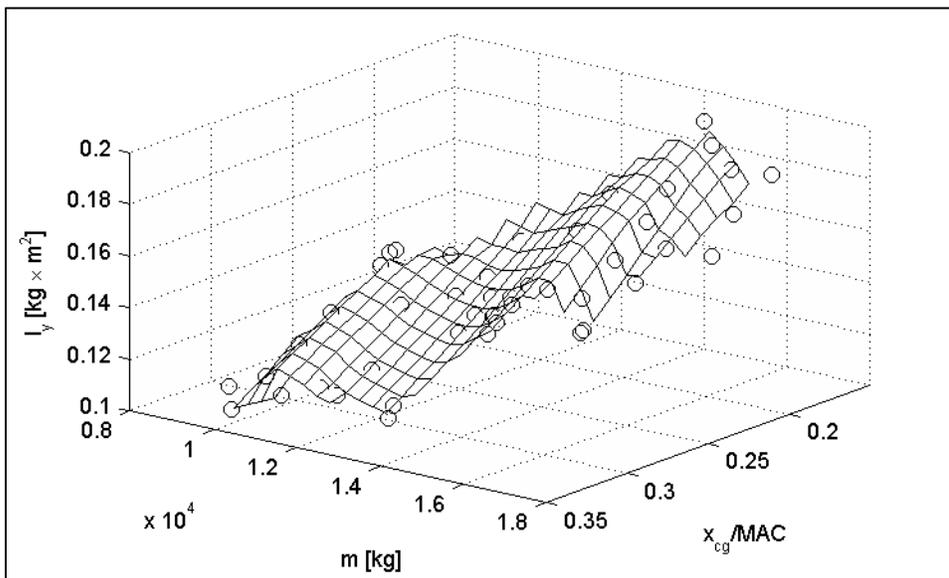


Figure 5.14 – Inertie selon l'axe latéral

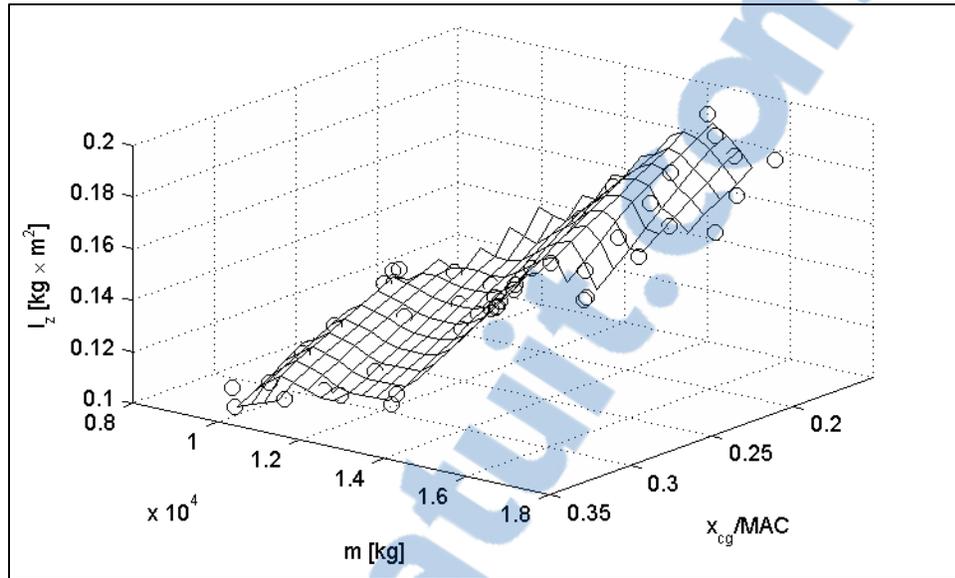


Figure 5.15 – Inertie selon l'axe vertical

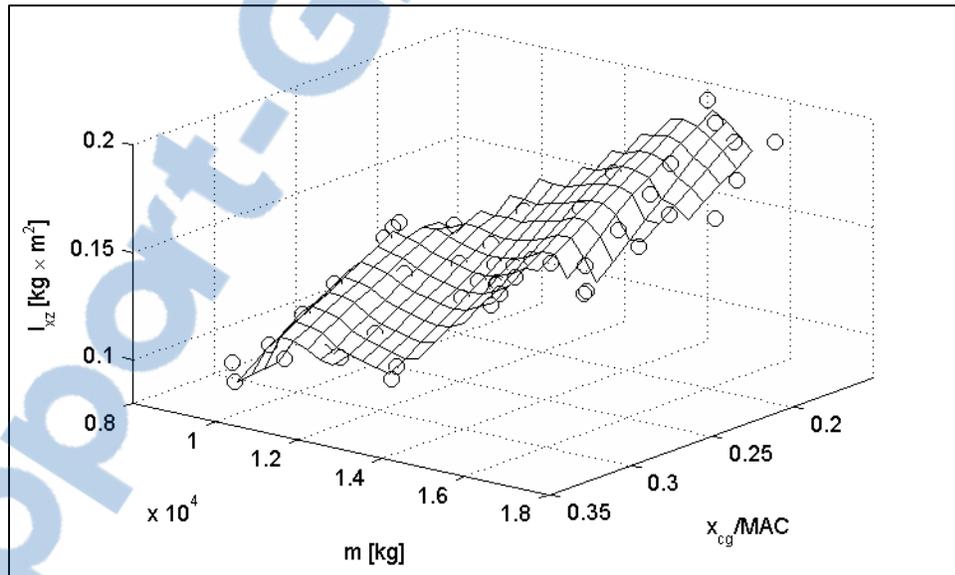


Figure 5.16 – Inertie selon l'axe longitudinal et vertical

Comme la position longitudinale du centre gravité x_{cg} et la masse de l'avion m sont mesurables au cours des essais en vol, nous pouvons interpoler les valeurs des moments d'inertie du Cessna Citation X afin de les connaître aux points de vol des essais en vol lors de l'identification du sous-modèle aérodynamique.

L'interpolation des moments d'inertie est effectuée en utilisant la bibliothèque CGAL (« Computational Geometry Algorithms Library ») (Flötotto, 2013).

5.2.2.2 Sous-modèle aérodynamique

Nous effectuons l'estimation du sous-modèle aérodynamique comme lors de l'exemple présenté au sein de la section 4.4 mais pour tous les essais en vol à notre disposition. Nous obtenons alors les estimations des dérivées aérodynamiques de stabilité et de contrôle en fonction de l'angle d'incidence α et du nombre de Mach M .

Nous utilisons comme algorithme d'estimation la méthode de l'erreur de sortie (OE, section 1.2.4) avec comme valeurs initiales des paramètres les estimations obtenues avec la méthode des moindres carrés (LS, section 1.2.3).

À chaque identification d'un sous-modèle aérodynamique à partir d'un essai en vol, le sous-modèle obtenu est simulé et ses sorties comparées aux mesures de l'essai en vol ayant servi à l'identification. En respectant les critères du Tableau 5.1, nous obtenons les succès en identification montrés dans le Tableau 5.5.

Tableau 5.5 – Identification des modèles « boîtes grises »

Type	Nombre d'essais en vol	Succès en identification
Oscillation d'incidence	214	66,4%
Phugoïde	220	76,8%
Réponse en roulis	187	60,4%
Roulis hollandais	188	92,6%

Les plans (α, M) des essais en vol avec leurs statuts d'identification (« Succès » ou « Échec ») sont montrés au sein de la Figure 5.17, Figure 5.18, Figure 5.19 et Figure 5.20 respectivement pour les essais de type « oscillation d'incidence », « phugoïde », « réponse en roulis » et « roulis hollandais ».

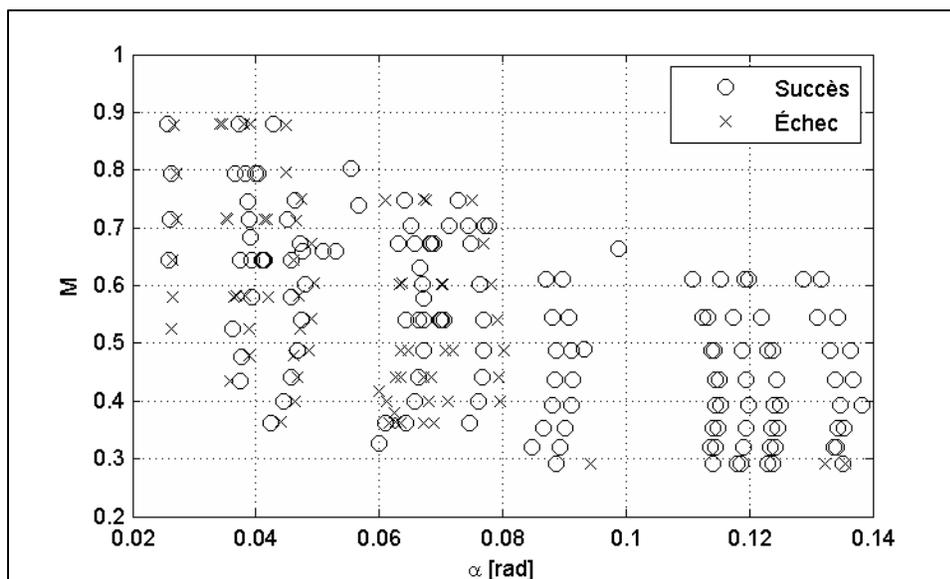


Figure 5.17 – Identification d'une boîte grise pour les essais du mode d'oscillation d'incidence

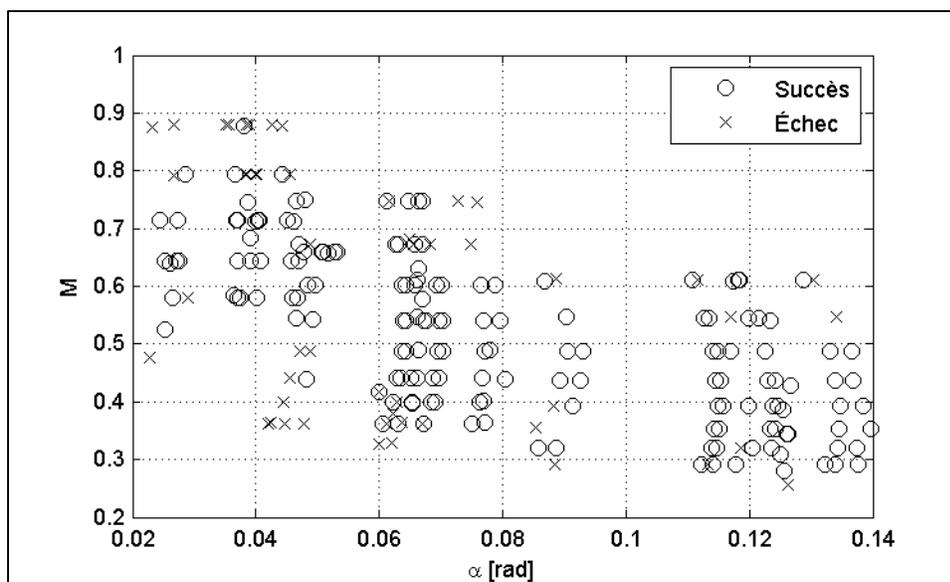


Figure 5.18 – Identification d'une boîte grise pour les essais du mode phugoïde

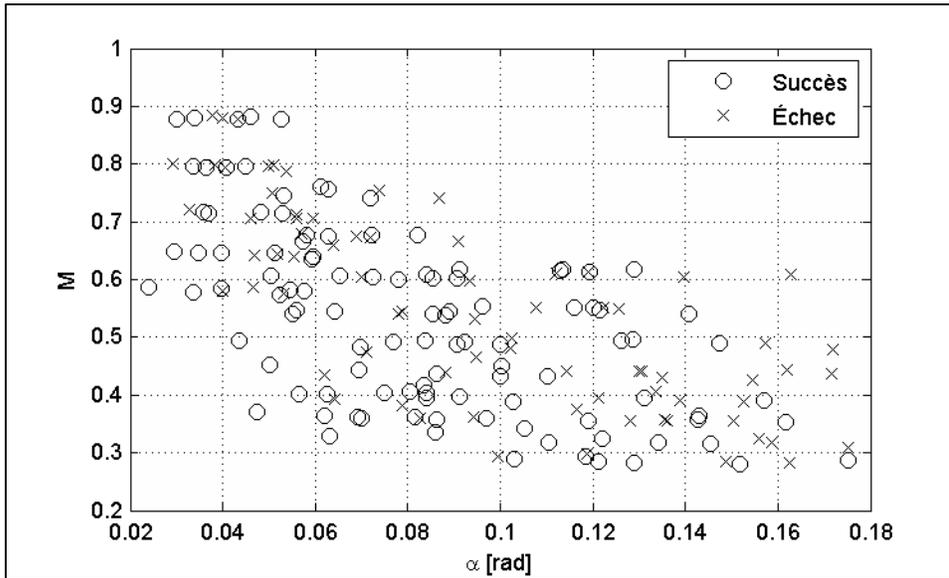


Figure 5.19 – Identification d’une boîte grise pour les essais du mode de réponse en roulis

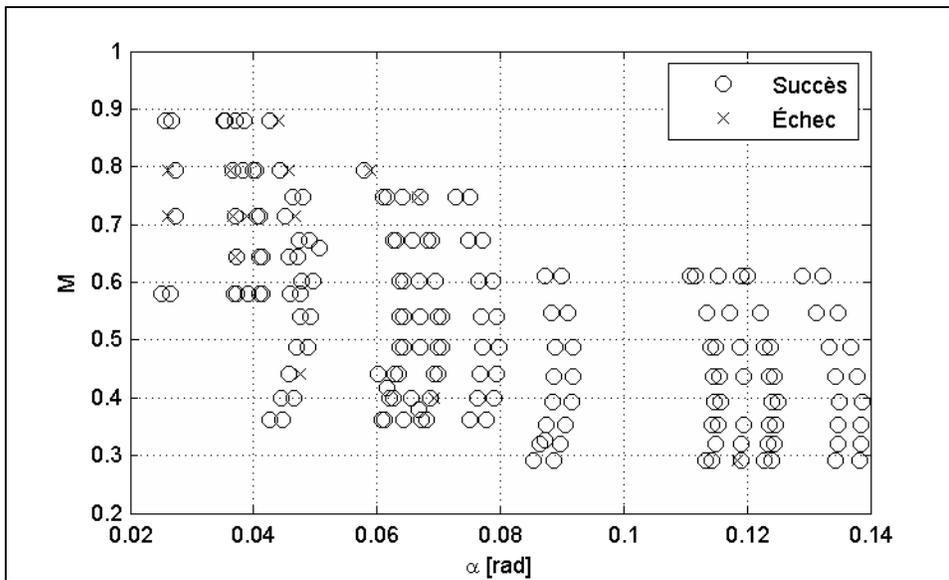


Figure 5.20 – Identification d’une boîte grise pour les essais du mode de roulis hollandais

5.2.2.2.1 Paramètres longitudinaux

Les paramètres longitudinaux du sous-modèle aérodynamique du Cessna Citation X sont les dérivées concises de stabilité et de contrôle suivantes :

- $x_u, x_w, x_q, x_\theta, x_{\delta_e}$ pour l'équation des forces selon l'axe longitudinal ;
- $m_u, m_w, m_q, m_\theta, m_{\delta_e}$ pour l'équation des moments de tangage ;
- $z_u, z_w, z_q, z_\theta, z_{\delta_e}$ pour l'équation des forces selon l'axe vertical.

En substituant les dérivées concises de stabilité et de contrôle par leurs expressions en termes de dérivées dimensionnelles (Annexe II, Tableau-A II-1), nous obtenons les dérivées aérodynamiques longitudinales de stabilité et de contrôle dimensionnelles à estimer :

- $X_u, X_w, X_q, X_{\delta_e}$;
- $Z_u, Z_w, Z_q, Z_{\delta_e}$;
- $M_u, M_w, M_{\dot{w}}, M_q, M_{\delta_e}$.

Ces dérivées aérodynamiques de stabilité et de contrôle sont obtenues lors de l'identification des essais en vol du mode phugoïde et du mode d'oscillation d'incidence selon leur répartition montrée dans le Tableau 5.6. Lors de l'identification des essais en vol de type « phugoïde » nous avons obtenu de meilleurs résultats en prenant comme simplification supplémentaire $X_q = X_{\delta_e} = M_u = 0$.

Tableau 5.6 – Paramètres longitudinaux estimés en fonction du type d'essai en vol

Type d'essai en vol	Oscillation d'incidence	Phugoïde
Paramètres estimés	Z_w, Z_q, Z_{δ_e}	$X_u, X_w, X_q = 0, X_{\delta_e} = 0$
	$M_w, M_{\dot{w}}, M_q, M_{\delta_e}$	Z_u $M_u = 0$

Les estimations des dérivées de stabilité Z_u , Z_w , Z_q , M_w et $M_{\dot{w}}$ en fonction de (α, M) sont données respectivement au sein de la Figure 5.21, Figure 5.22, Figure 5.23, Figure 5.24 et Figure 5.25. Les estimations de la dérivée de contrôle $M_{\delta_e}(\alpha, M)$ sont données quant à elles au sein de la Figure 5.26.

Les estimations des autres dérivées de stabilité et de contrôle des coefficients aérodynamiques longitudinaux sont présentes en Annexe V, section V.1.

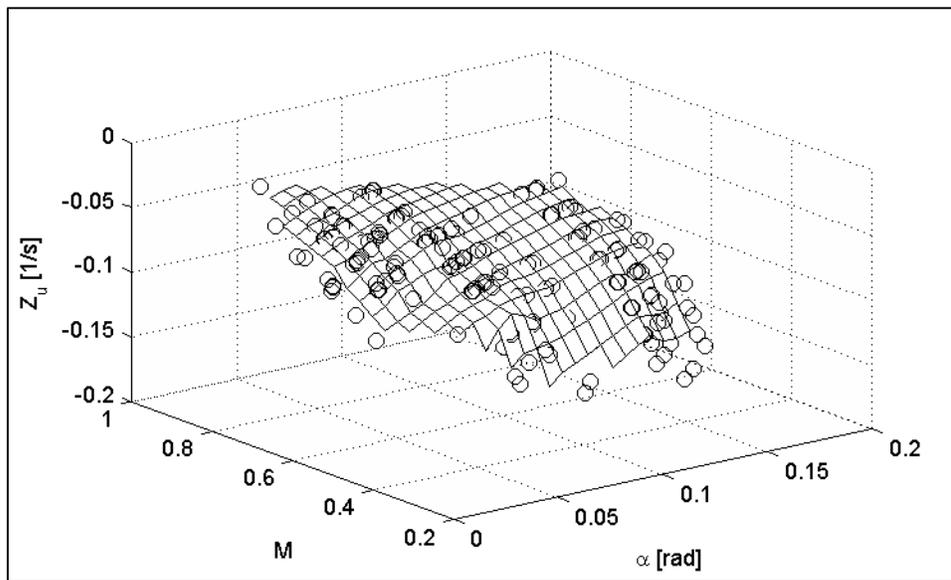
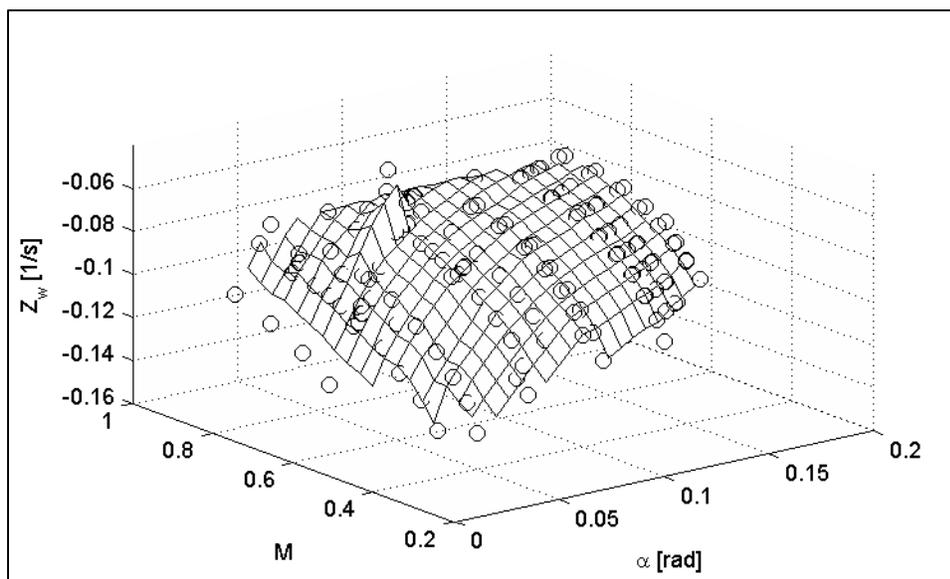
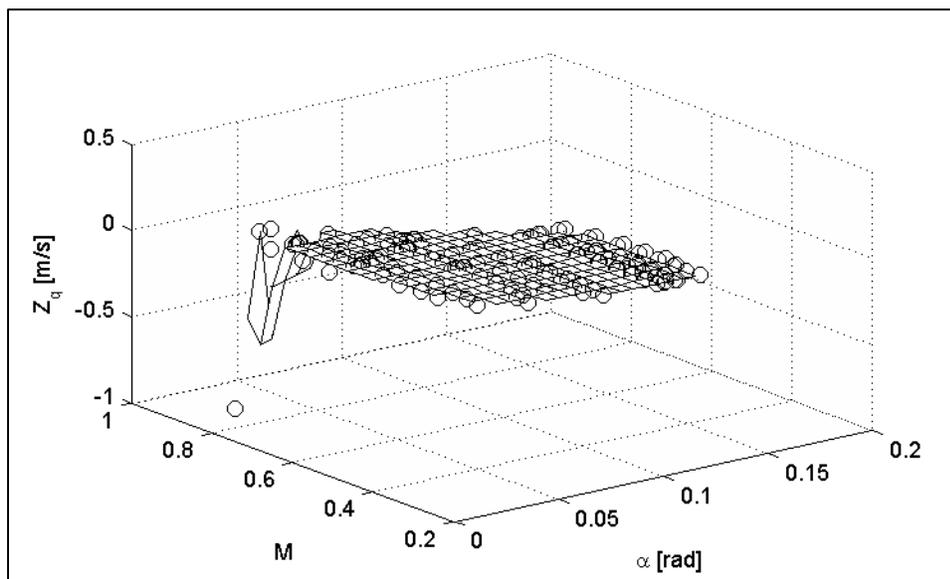
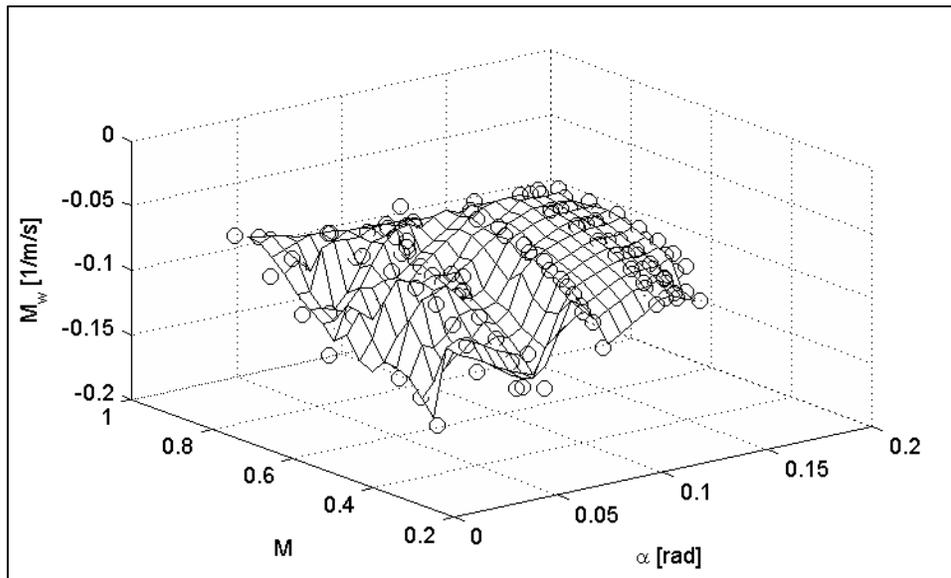
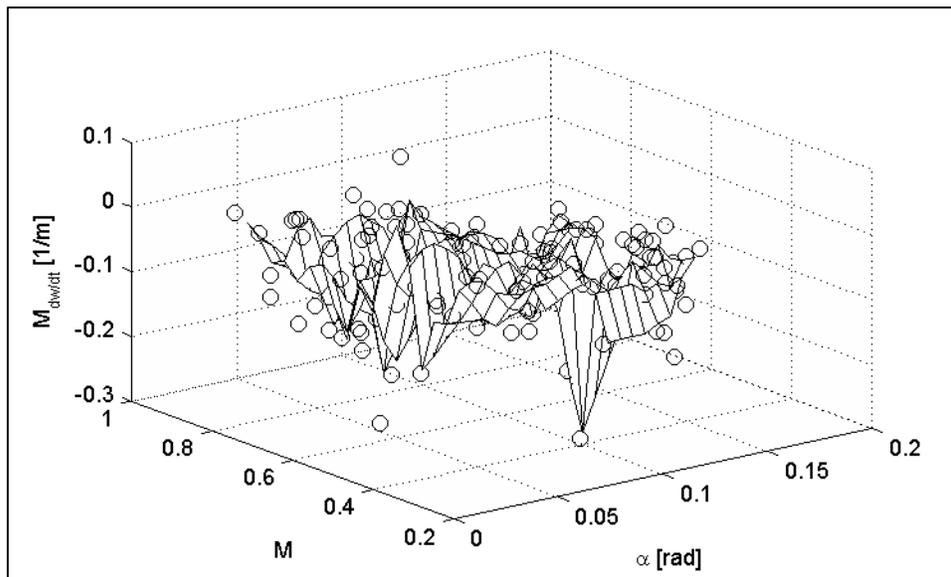


Figure 5.21 – Variation de Z_u en fonction de α et M

Figure 5.22 – Variation de Z_w en fonction de α et M Figure 5.23 – Variation de Z_q en fonction de α et M

Figure 5.24 – Variation de M_w en fonction de α et M Figure 5.25 – Variation de M_w en fonction de α et M

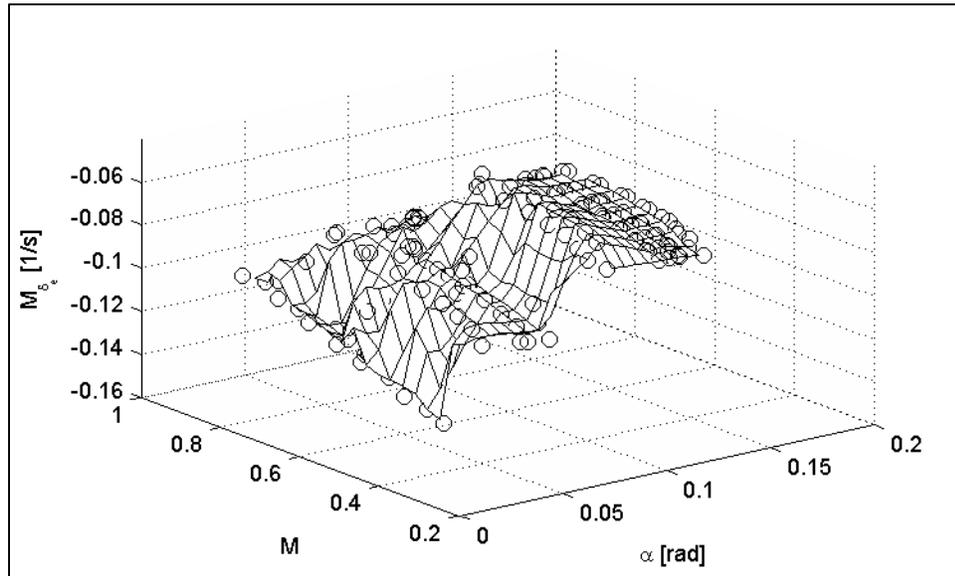


Figure 5.26 – Variation de M_{δ_e} en fonction de α et M

5.2.2.2.2 Paramètres latéraux

Les paramètres latéraux du sous-modèle aérodynamique du Cessna Citation X sont les dérivées concises de stabilité et de contrôle suivantes :

- $y_v, y_p, y_r, y_\phi, y_\psi, y_{\delta_a}, y_{\delta_r}$ pour l'équation des forces selon l'axe latéral ;
- $l_v, l_p, l_r, l_\phi, l_\psi, l_{\delta_a}, l_{\delta_r}$ pour l'équation des moments de roulis ;
- $n_v, n_p, n_r, n_\phi, n_\psi, n_{\delta_a}, n_{\delta_r}$ pour l'équation des moments de lacet.

De la même manière pour les paramètres longitudinaux dans la section 5.2.2.2.1, nous substituons les dérivées aérodynamiques concises de stabilité et de contrôle par leurs expressions en termes de dérivées aérodynamiques dimensionnelles présentes en Annexe II, Tableau-A II-2. Au final, les dérivées aérodynamiques latérales dimensionnelles de stabilité et de contrôle qui nous intéressent sont :

- $Y_v, Y_p, Y_r, Y_{\delta_a}, Y_{\delta_r}$;
- $L_v, L_p, L_r, L_{\delta_a}, L_{\delta_r}$;
- $N_v, N_p, N_r, N_{\delta_a}, N_{\delta_r}$.

Les dérivées aérodynamiques dimensionnelles de stabilité et de contrôle sont obtenues par l'identification des essais en vol de type « roulis hollandais » et « réponse en roulis » selon la répartition donnée dans le Tableau 5.7. Comme discuté au sein du Chapitre 4, section 4.1.2, nous considérons que $Y_{\delta_a} = 0$. Si nous devons estimer cette dérivée de contrôle en particulier, nous le ferions à partir des essais en vol de réponse en roulis.

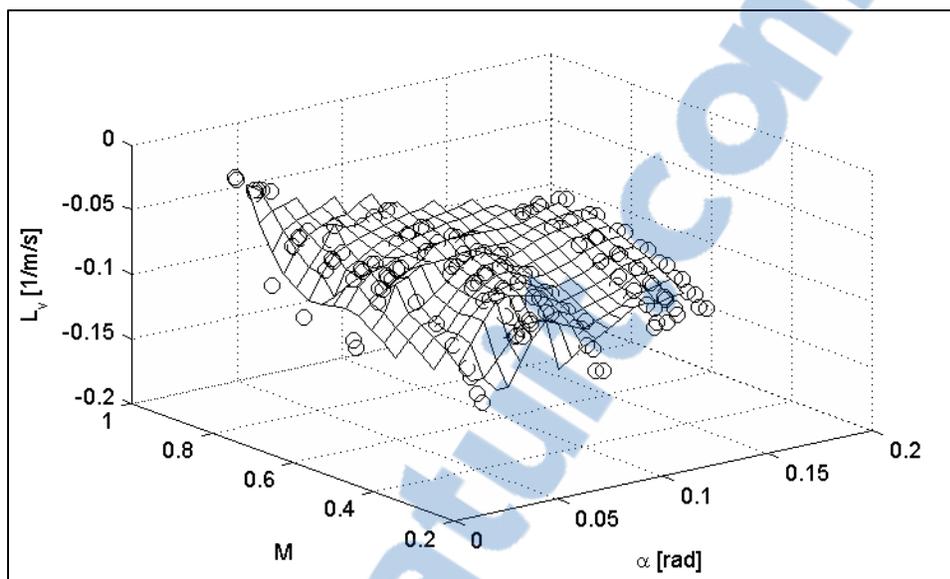
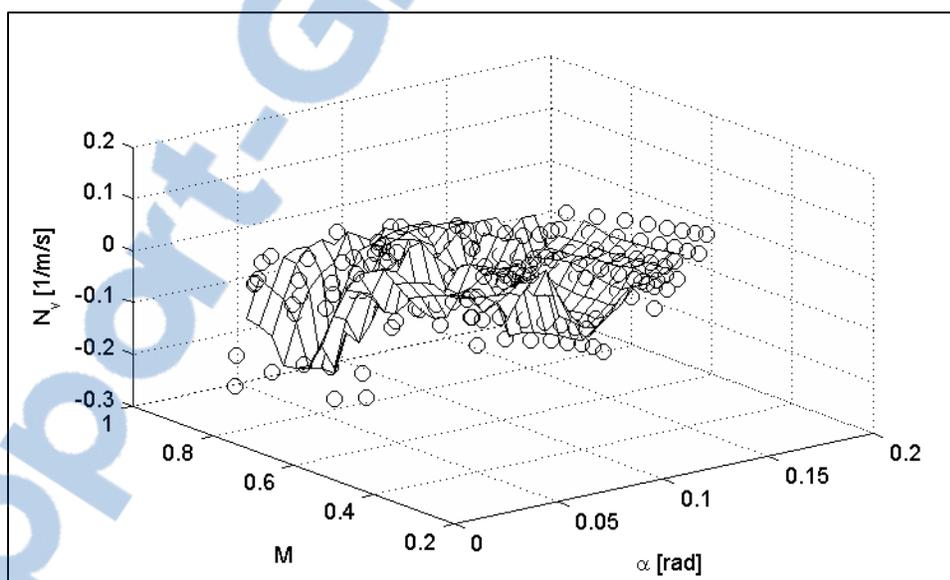
Tableau 5.7 – Paramètres latéraux estimés en fonction du type d'essai en vol

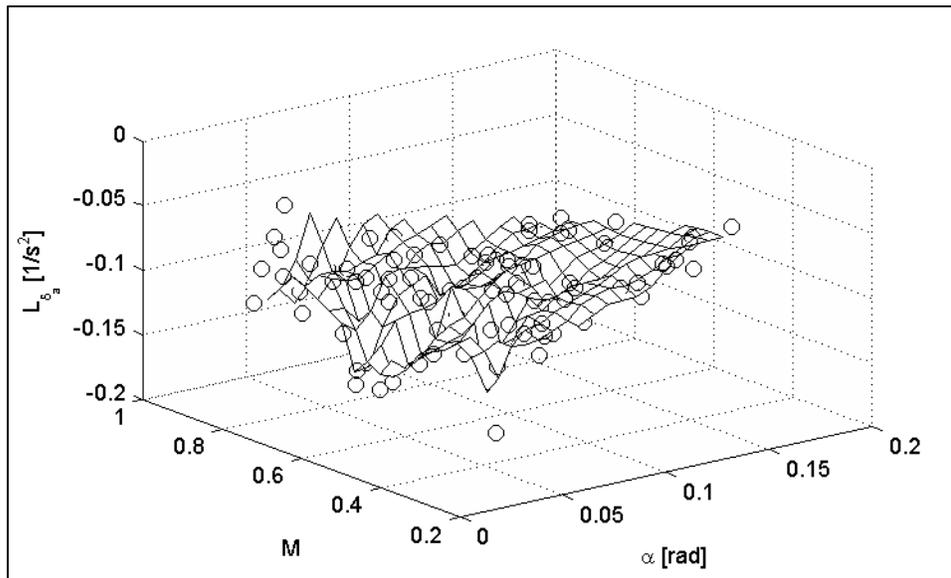
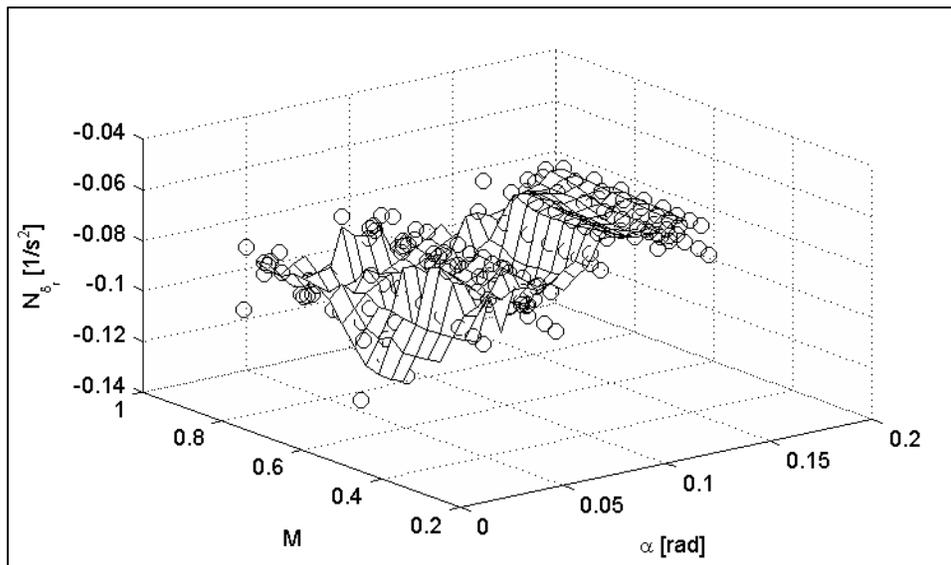
Type d'essai en vol	Réponse en roulis	Roulis hollandais	Spirale
Paramètres estimés	$Y_{\delta_a} = 0$ L_{δ_a} N_{δ_a}	$Y_v, Y_p, Y_r, Y_{\delta_r}$ $L_v, L_p, L_r, L_{\delta_r}$ $N_v, N_p, N_r, N_{\delta_r}$	\emptyset

Comme nous pouvons estimer toutes les dérivées aérodynamiques latérales de stabilité et de contrôle de notre modèle à partir des essais en vol de réponse en roulis et du roulis hollandais, nous n'utilisons pas les essais en vol spirale lors de l'identification. Nous avons également montré au sein de la section 4.3.3 que les essais en vol spirale sont difficiles à exploiter pour l'identification du modèle.

Les valeurs des dérivées de stabilité L_v, N_v et de contrôle $L_{\delta_a}, N_{\delta_r}$ sont données en fonction de α et M au sein de la Figure 5.27, Figure 5.28, Figure 5.29 et Figure 5.30.

Les valeurs des autres dérivées de stabilité et de contrôle des coefficients aérodynamiques latéraux sont présentées en Annexe V, section V.2.

Figure 5.27 – Variation de L_v en fonction de α et M Figure 5.28 – Variation de N_v en fonction de α et M

Figure 5.29 – Variation de L_{δ_a} en fonction de α et M Figure 5.30 – Variation de N_{δ_a} en fonction de α et M

5.3 Validation

Après l'identification du modèle du Cessna Citation X, sa précision est vérifiée en le comparant avec un autre ensemble d'essais en vol n'ayant pas servi à l'identification : les essais en

vol de validation. Le processus utilisé pour la validation d'un modèle d'un type d'essai en vol est donné au sein de la Figure 5.31.

Pour chacun des N essais en vol de validation nous interpolons à son point de vol (α_0, M_0) les paramètres Θ . Le point de vol (α_0, M_0) est extrait à partir des mesures de l'essai en vol de validation en prenant la moyenne des mesures de α et de M sur les 5 premiers échantillons.

Les paramètres interpolés Θ_i (où l'indice i est pour « interpolé ») sont ensuite utilisés pour obtenir y , la sortie du modèle f pour les mêmes entrées que l'essai en vol de validation. La différence ε entre les mesures des sorties z et les sorties du modèle y nous permet de savoir si le modèle f est valide à ce point vol (α_0, M_0) .

Au final, lorsque l'ensemble des essais en vol de validation a été parcouru, nous avons obtenu le ratio j/N que nous appelons « succès en validation ». Le processus de validation est alors répété pour les autres types d'essais en vol.

Les critères de validation pour la déclaration d'un succès en validation sont les mêmes que ceux du succès en identification et sont résumés, pour chaque type d'essais en vol, au sein du Tableau 5.1.

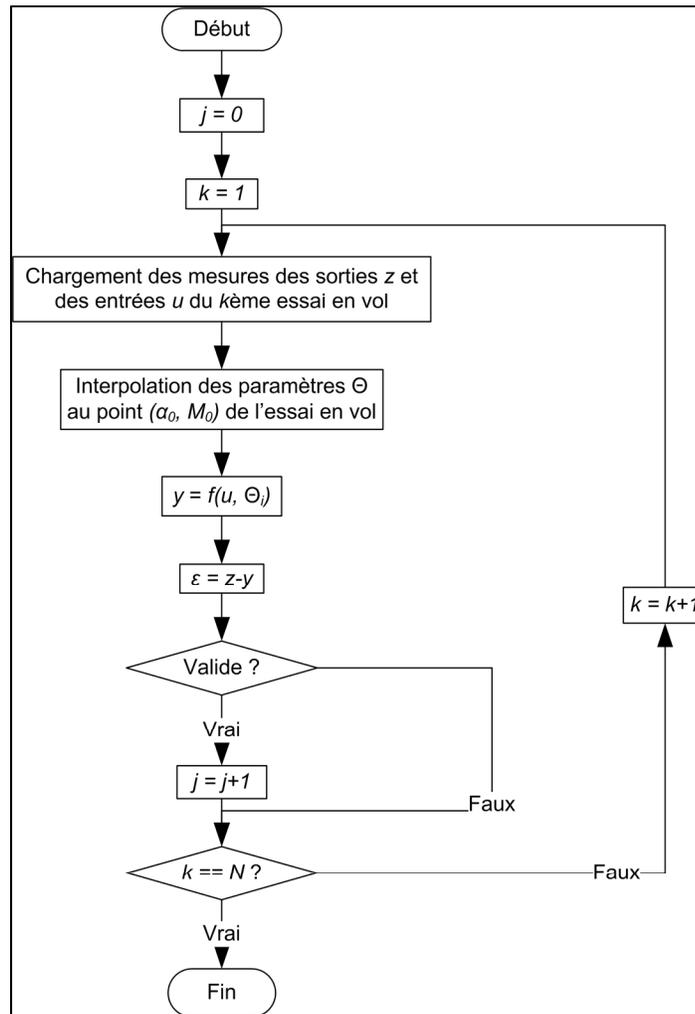


Figure 5.31 – Organigramme de programmation de la phase de validation

5.3.1 Essais en vol de validation

L'ensemble des essais en vol de validation a été construit en mélangeant aléatoirement les essais en vol de chaque type en utilisant l'algorithme de Fisher-Yates (Knuth, 1981) puis en prenant les 10 premiers de chaque type. Nous avons choisi de prendre les 10 premiers car 10 est un chiffre rond facile à communiquer aux membres de l'équipe d'identification et car 10 essais en vol de chaque type représentent environ 5% des essais en vol (Tableau 5.8).

En comptant également les essais de type « spirale », nous avons au final 50 essais en vol de validation.

Tableau 5.8 – Essais en vol de validation par rapport au nombre total d’essais en vol

Type	Nombre total N d’essais	Nombre n d’essais de validation (n/N)
Oscillation d’incidence	224	10 (4,46%)
Phugoïde	230	10 (4,35%)
Réponse en roulis	197	10 (5,08%)
Roulis hollandais	198	10 (5,05%)
Spirale	190	10 (5,26%)
Total	1039	50 (4,81%)

L’ensemble obtenu a été enregistré et utilisé pour toutes les validations de notre étude. Les boîtes noires et boîtes grises modélisant le Cessna Citation X sont donc validées en utilisant les mêmes essais en vol de validation. Les informations de tous les essais en vol de validation sont présentes en Annexe III au sein du Tableau-A III-2.

En projetant l’emplacement de tous les types des essais en vol de validation au sein de l’enveloppe de centrage (x_{cg}, m) et de vol (V, h) du Cessna Citation X, nous remarquons que ceux-ci couvrent le centre et les extrémités de l’enveloppe de centrage (Figure 5.32a) ainsi qu’une grande partie de l’enveloppe de vol (Figure 5.32b).

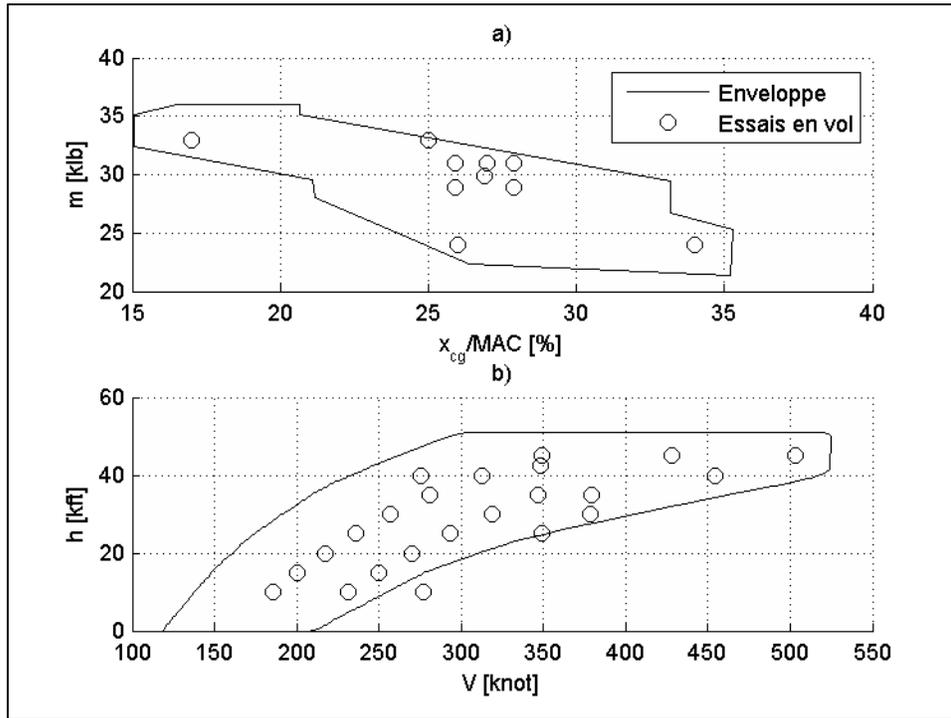


Figure 5.32 – Plan a) (x_{cg} , m) et b) (V , h) de tous les types des essais en vol de validation

En projetant dans le plan (α , M) les points de vol des mêmes essais en vol de validation que dans la Figure 5.32 nous obtenons la Figure 5.33. Celle-ci contient également les points de vol des essais en vol utilisés pour l'identification du modèle du Cessna Citation X.

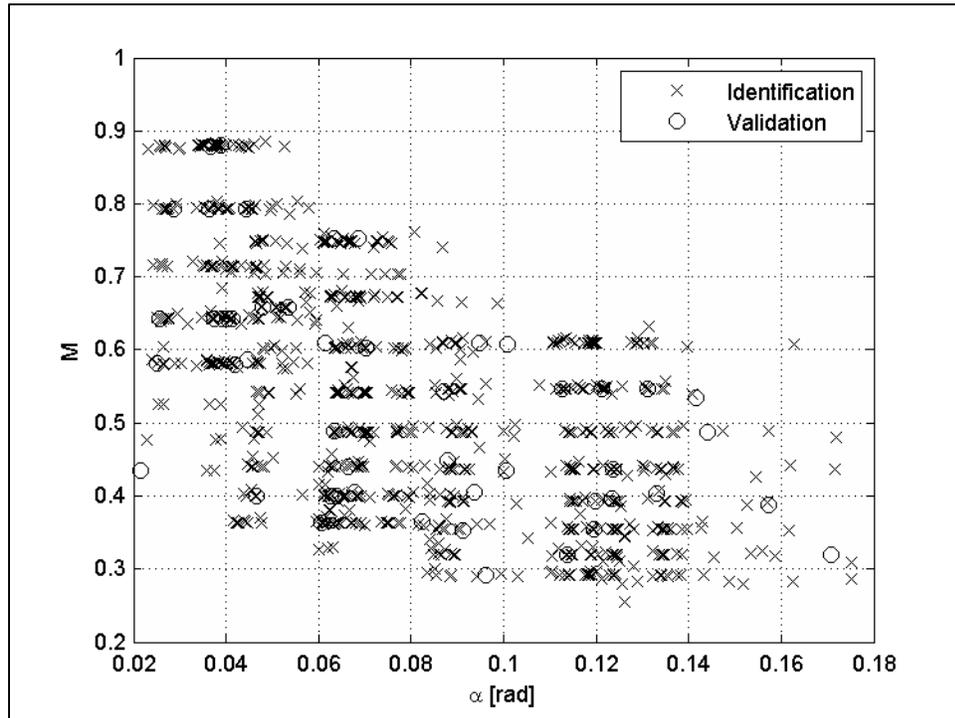


Figure 5.33 – Plan (α, M) des essais en vol de validation et d'identification

Nous voyons ainsi que les essais en vol de validation sélectionnés aléatoirement couvrent une grande partie des points de vol où nous avons réalisé des essais en vol.

5.3.2 Interpolation des paramètres

L'interpolation des paramètres aérodynamiques est effectuée en utilisant l'algorithme décrit dans la référence (Flötotto, 2013) sur les paramètres qui ont été correctement estimés lors de la phase d'identification (section 5.2).

La Figure 5.34 et la Figure 5.35 donnent respectivement pour les boîtes noires et les boîtes grises les plans (α, M) des points de vol des essais correctement identifiés et les points de vol des essais de validation. Certains points de vol d'essais de validation sont en-dehors de l'enveloppe convexe formée par les points de vol des essais correctement identifiés.

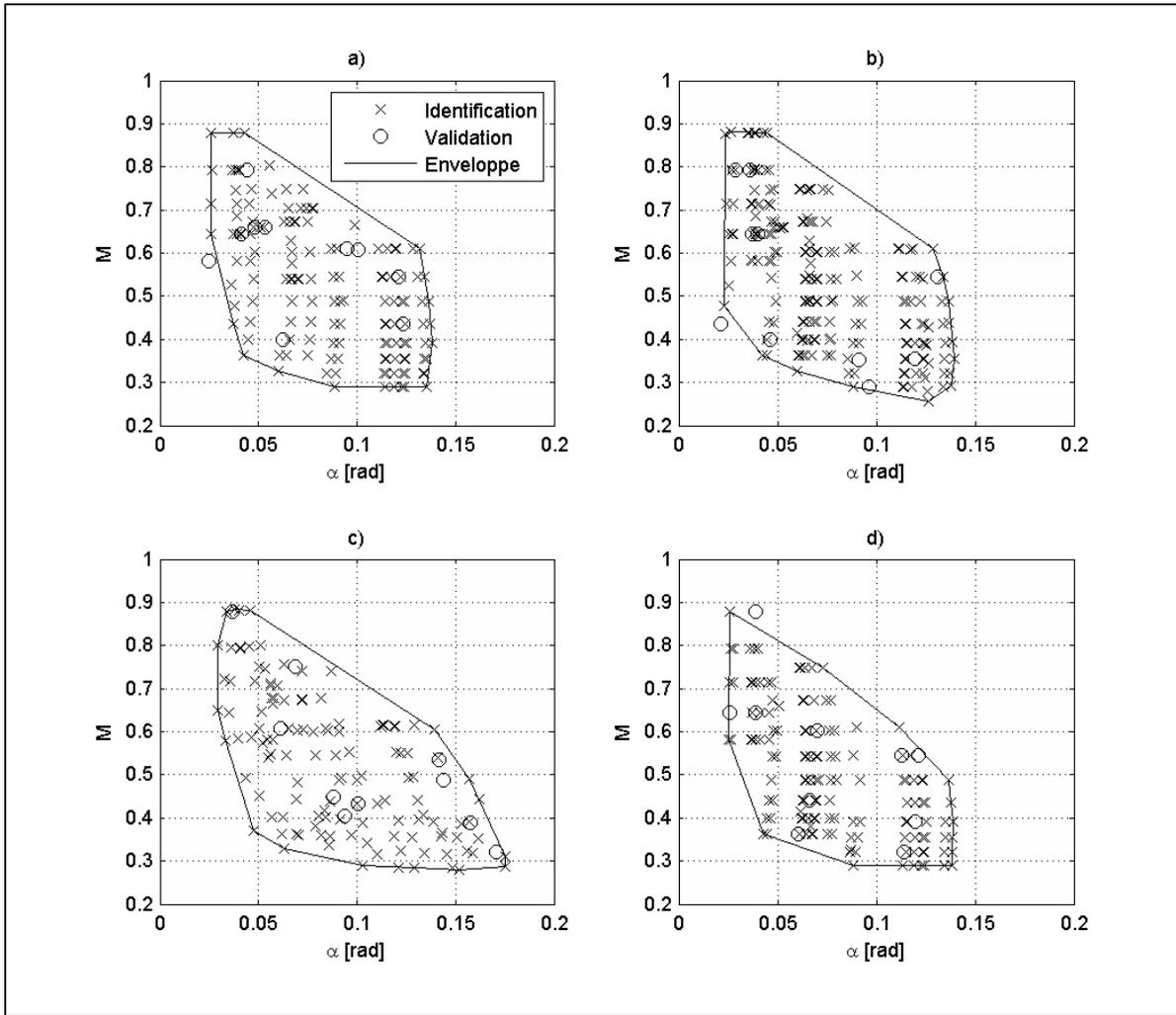


Figure 5.34 – Plan (α, M) des essais en vol des modes a) d'oscillation d'incidence, b) phugoïde, c) de réponse en roulis et d) du roulis hollandais pour une boîte noire

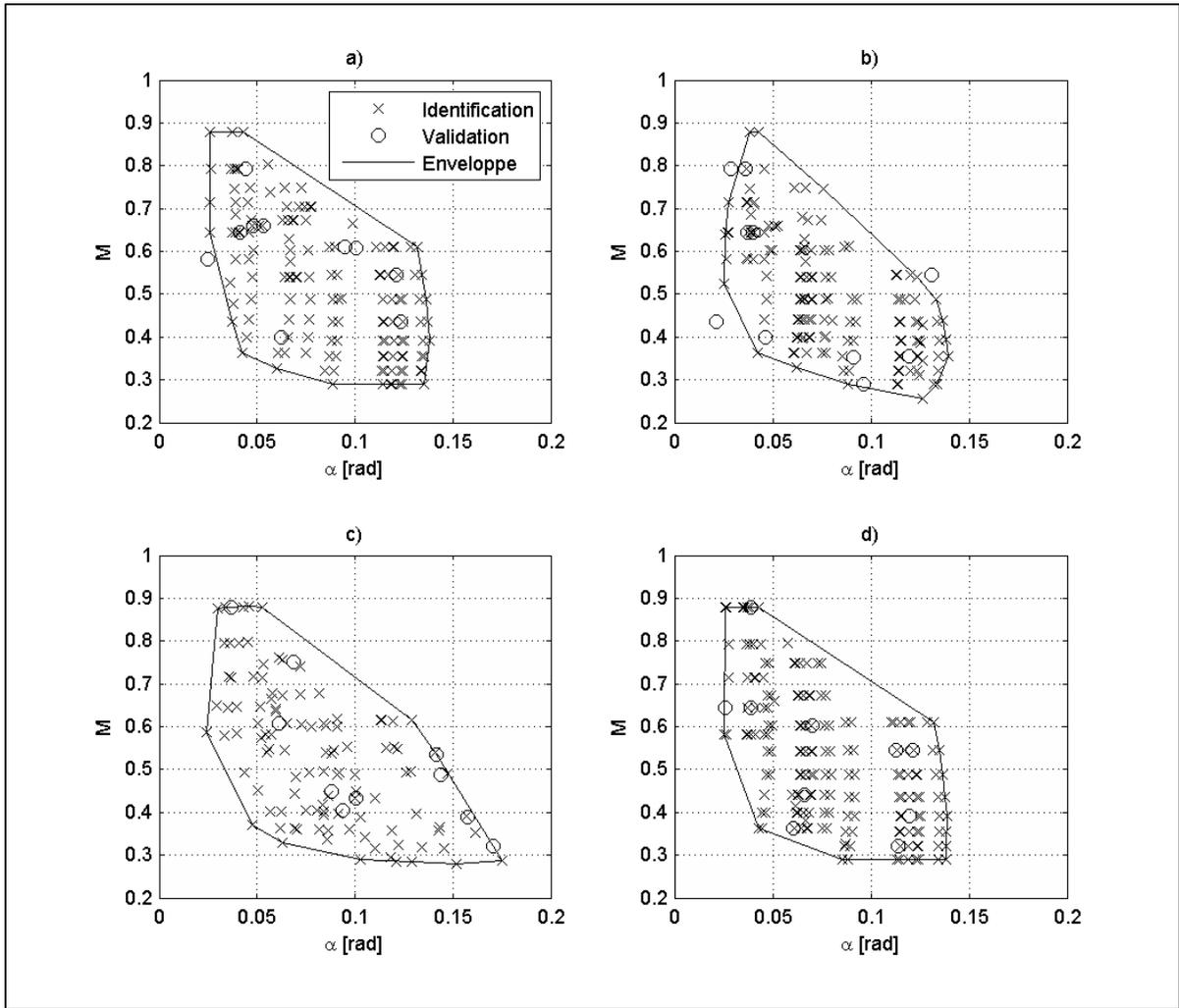


Figure 5.35 – Plan (α, M) des essais en vol des modes a) d'oscillation d'incidence, b) phugoïde, c) de réponse en roulis et d) du roulis hollandais pour une boîte grise

Lorsque le point de vol d'un essai de validation est en dehors de l'enveloppe convexe des points de vol des essais en vol correctement identifiés, nous ne faisons plus une interpolation des paramètres mais une *extrapolation*. La validation est dans ce cas considérée comme ayant échoué car nous n'utilisons qu'un algorithme d'interpolation.

Le nombre d'essais en vol de validation en-dehors de l'enveloppe convexe pour chaque teinte de modèle (« noire » ou « grise ») et chaque type d'essais en vol est donné au sein du Tableau 5.9.

Tableau 5.9 – Essais en vol de validation en-dehors de l’enveloppe convexe

Type d’essais en vol	Nombre N d’essais en vol de validation	Nombre n d’essais en vol en dehors de l’enveloppe convexe (n/N)	
		Boîte noire	Boîte grise
Oscillation d’incidence	10	1 (10%)	1 (10%)
Phugoïde	10	1(10%)	3 (30%)
Réponse en roulis	10	0 (0%)	2 (20%)
Roulis hollandais	10	1 (10%)	0 (0%)

5.3.3 Simulation et résultats

Une fois les paramètres interpolés au point de vol de l’essai en vol de validation, leurs valeurs sont injectées dans la structure du modèle du Cessna Citation X. Le modèle obtenu est ensuite simulé pour les mêmes entrées que l’essai en vol de validation afin de pouvoir comparer ses sorties aux sorties mesurées (Figure 5.36).

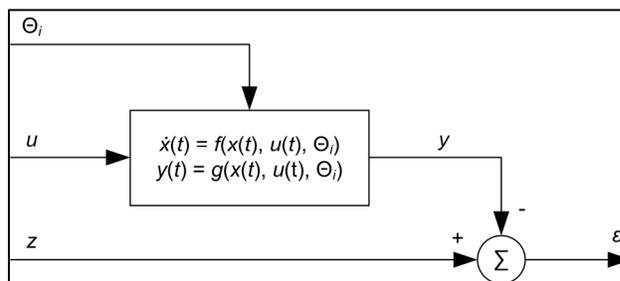


Figure 5.36 – Simulation d’un modèle pour validation

Un modèle est considéré comme valide si l’erreur ε entre ses sorties de simulation y et les mesures de l’essai en vol de validation z est acceptable. L’erreur est définie acceptable conformément aux critères donnés au sein du Tableau 5.1.

Finalement, en tenant compte de ces critères, nous obtenons les succès en validation présents dans le Tableau 5.10 et Tableau 5.11, respectivement pour les boîtes noires et les boîtes grises.

Tableau 5.10 – Validation des boîtes noires

Type	Nombre d'essais de validation	Succès en validation
Oscillation d'incidence	10	70%
Phugoïde	10	60%
Réponse en roulis	10	60%
Roulis hollandais	10	30%

Tableau 5.11 – Validation des boîtes grises

Type	Nombre d'essais de validation	Succès en validation
Oscillation d'incidence	10	70%
Phugoïde	10	70%
Réponse en roulis	10	40%
Roulis hollandais	10	60 %

5.4 Analyse des modèles

Certaines estimations des paramètres des boîtes grises et des boîtes noires peuvent être directement comparées. Ainsi, en prenant l'exemple de l'influence de la vitesse verticale w sur la force verticale Z , d'après l'expression de z_w donnée en Annexe II dans le Tableau-A II-1 nous obtenons :

$$z_w = Z_w \quad (5.1)$$

Cependant, en comparant l'estimation de z_w obtenue à partir d'une boîte noire (Figure 5.6) et celle de Z_w obtenue par une boîte grise (Figure 5.22), nous remarquons que l'estimation de Z_w décrit une surface plus continue et plus plausible.

Parmi les estimations des paramètres des boîtes grises, les valeurs de certains paramètres sont très proches de 0 (Z_q , Figure 5.23) ou ne semblent pas décrire une surface continue (M_w , Figure 5.25). Ces paramètres pourraient, peut-être, être négligés au sein du régime de vol normal du Cessna Citation X.

5.4.1 Oscillation d'incidence

Pour les essais du mode de l'oscillation d'incidence, nous remarquons que :

- La boîte noire et la boîte grise ont le même succès de validation ;
- Leur succès de validation (70%) est *supérieur* à celui d'identification (66,4%).

Comme nous nous attendons typiquement à un succès en validation *inférieur* à celui d'identification, il y a peut-être un problème lors de l'identification (choix du modèle, de l'algorithme d'estimation) ou dans le protocole expérimental des essais en vol. Le modèle et l'algorithme d'estimation étant différents lors de l'identification de la boîte noire et de la boîte grise, le problème se trouve sûrement dans le protocole expérimental, tel qu'expliqué dans les paragraphes suivants.

La Figure 5.37 représente la répartition entre les essais automatiques et manuels des essais en vol d'oscillation d'identification et de validation.

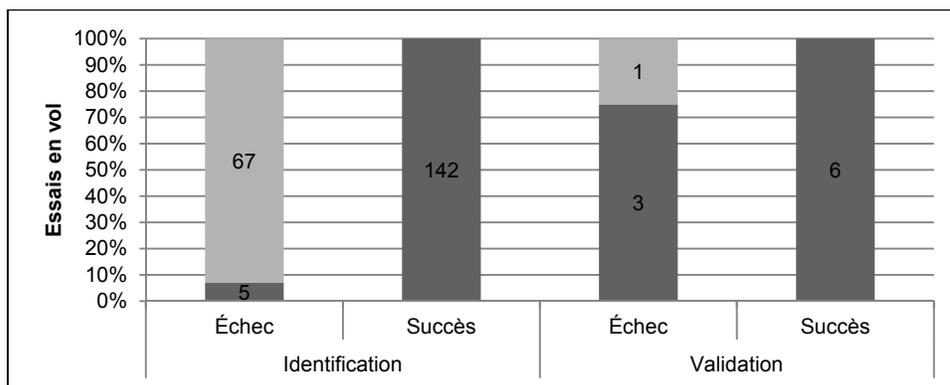


Figure 5.37 – Méthode de réalisation des essais d'oscillation d'incidence

Nous voyons ainsi que la majorité des essais en vol d'oscillation d'incidence qui n'ont pas été identifiés avec succès sont des essais manuels ($67/72 = 93\%$) et que les 142 essais identifiés avec succès sont tous des essais automatiques.

La Figure 5.38 donne l'excitation de deux essais d'oscillation d'incidence, un essai manuel et l'autre essai automatique, tous deux effectués au même point de vol.

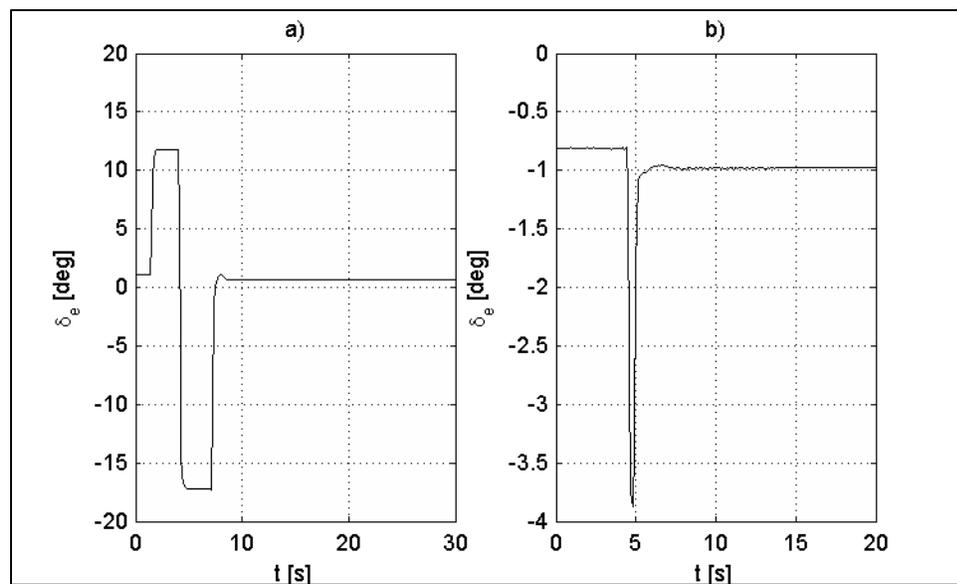


Figure 5.38 – Excitation a) manuelle (ID 107) et b) automatique (ID 1356) de deux essais du mode d'oscillation d'incidence

Si nous nous intéressons aux plages de valeurs de l'angle de la gouverne de profondeur δ_e pendant l'excitation, nous constatons que l'amplitude des deux échelons effectués manuellement est plus grande que celle de l'impulsion effectuée automatiquement. Cette amplitude des échelons réalisés manuellement fait peut-être sortir la dynamique de vol du Cessna Citation X de son domaine de linéarisation.

5.4.2 Phugoïde

La boîte noire du mode phugoïde a un succès d'identification (91,4%) supérieur à celui de la boîte grise (76,8%). Cependant, si nous regardons les succès en validation, la boîte grise donne de meilleurs résultats (70% versus 60% pour la boîte noire).

Les simplifications du modèle réduit phugoïde utilisé par la boîte grise peuvent expliquer ses moins bons résultats en identification. Comme le modèle de la boîte noire est plus complexe, un sur-ajustement est peut-être la cause de sa moins bonne performance en validation. Cela reviendrait à dire que la boîte noire pour le mode phugoïde est plus complexe que nécessaire.

5.4.3 Roulis hollandais

La boîte grise a un succès d'identification (92,6%) et de validation (60%) supérieurs à la boîte noire (74,9% en identification 30% en validation).

Si nous regardons la Figure 5.20 des points de vol (α, M) du statut des essais en vol identifiés avec une boîte grise, les essais dont l'identification a échoué ne semblent pas être concentrés dans une zone particulière.

5.4.4 Réponse en roulis

Le mode de réponse en roulis est un mode convergent simple à modéliser d'après les ouvrages traitant de la dynamique de vol (Nelson, 1998 ; Cook, 2007 ; Etkin, 2000 ; Napolitano, 2012). Cependant, nous n'obtenons de bons résultats avec la boîte grise qu'en utilisant le modèle latéral complet. Nous suspectons donc un problème dans le protocole expérimental des essais en vol de réponse en roulis.

Lors d'un essai en vol de réponse en roulis, nous réalisons un virage coordonné en utilisant les ailerons et la gouverne de direction (section 2.2.3). La gouverne de direction du Cessna Citation X est en réalité composée de deux parties, une partie supérieure et une partie infé-

rieure, comme schématisé dans la Figure 5.39. La partie inférieure a une plus grande surface que la partie supérieure. Nous appelons δ_{r_1} la déflexion de sa partie supérieure et δ_{r_2} la déflexion de sa partie inférieure.

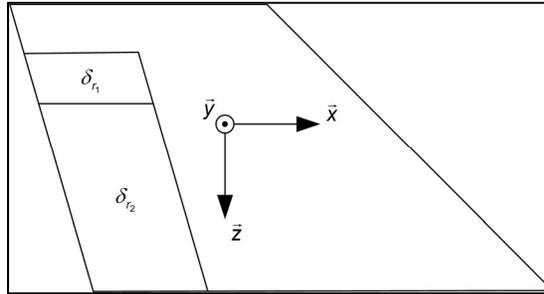


Figure 5.39 – Parties de la gouverne de direction du Cessna Citation X

D'après la documentation des commandes de vol du Cessna Citation X (*Cessna Citation X Maintenance Training Manual*, vol. 1, part. 27), δ_{r_1} est modifiée par le pilote lors de son action sur le palonnier et sert également à la réalisation automatique de virages coordonnés. δ_{r_2} en revanche n'est pas directement contrôlable par le pilote et est utilisée pour atténuer les effets du roulis hollandais.

La Figure 5.40 montre les mesures de δ_{r_2} d'un essai en vol de réponse en roulis. Nous voyons sur cette figure que la déflexion de la partie inférieure n'est pas négligeable et influence sûrement la dynamique en lacet du Cessna Citation X. Nous pensons donc que l'utilisation de δ_{r_2} devrait être désactivée lors des essais en vol de réponse en roulis afin d'améliorer l'identification de ce mode.

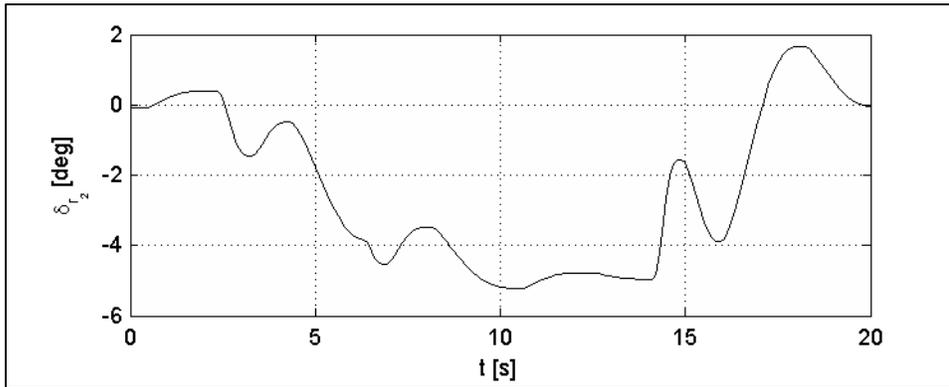


Figure 5.40 – Mesures de la déflexion de la partie inférieure de la gouverne de direction (ID 934)

CONCLUSIONS

L'objectif de cette étude était d'identifier le modèle du Cessna Citation X. Dans ce but, deux grands axes ont été explorés : les boîtes noires et les boîtes grises. Malgré des déficiences dans les protocoles expérimentaux de certains essais en vol (essais en vol d'oscillation d'incidence et de réponse en roulis), les outils développés pour l'automatisation de l'identification des essais en vol ont permis l'identification rapide de modèles de la dynamique de vol du Cessna Citation X dans son régime de vol normal. Notre expérience acquise au cours de cette étude nous permet de conclure sur l'intérêt d'avoir des boîtes noires et des boîtes grises dans le domaine de l'identification du modèle de la dynamique de vol d'un avion à partir d'essais en vol.

Les boîtes noires ont l'avantage d'être faciles à mettre en place, comme montré au sein de l'exemple en section 3.2. L'utilisateur n'a besoin que de choisir la structure du modèle, les entrées et les sorties. En fonction de la structure du modèle, le modélisateur a ensuite le choix entre plusieurs algorithmes afin d'estimer les paramètres de la boîte noire. Les résultats montrent en revanche que les boîtes noires ne sont pas facilement généralisables. Les courbes des paramètres estimés en fonction du point de vol (α, M) sont discontinues et n'ont pas de sens physique.

Les boîtes grises en revanche intègrent les connaissances du modélisateur de la dynamique du système. Ainsi les paramètres estimés ont un sens physique et peuvent être interprétés plus facilement. Par exemple, la dérivée concise de stabilité x_θ est l'accélération gravitationnelle projetée sur l'axe longitudinal de l'avion. Si l'avion devait accueillir une nouvelle gouverne de direction, le modélisateur saura qu'il n'y a pas la nécessité d'estimer à nouveau ce paramètre. De plus, les paramètres estimés à partir d'une boîte grise étant les dérivées de stabilité et de contrôle de l'avion, les estimations permettent directement d'évaluer les qualités de vol de l'avion.

En contrepartie, l'intégration dans un modèle mathématique de la connaissance du modélisateur de la dynamique d'un système est complexe. Heureusement, dans notre cas, les équations de la dynamique de vol sont bien connues depuis le début du XXème siècle (Bryan, 1911) et sont disponibles dans plusieurs ouvrages traitant de la dynamique de vol (Cook, 2007 ; Pamadi, 2004 ; Nelson, 1998). Le Cessna Citation X étant un avion avec une configuration classique, la création des boîtes grises en est facilitée.

En conclusion, nous pouvons dire que pour l'identification d'un modèle global d'un aéronef une boîte grise est à privilégier et donne de bons résultats dans notre étude. Les paramètres estimés à partir d'une boîte grise peuvent ensuite être utilisés dans des modèles plus complexes car nous connaissons leur signification physique. L'identification d'une boîte noire reste cependant utile localement et à court terme pour, par exemple, le contrôle de l'avion à un point de vol ou la modélisation d'un comportement complexe de l'avion.

RECOMMANDATIONS

Des problèmes ont été trouvés a posteriori dans les protocoles expérimentaux de certains essais en vol (essais en vol d'oscillation d'incidence en section 5.4.1 et de réponse en roulis en section 5.4.4). Afin d'obtenir un meilleur modèle en régime de vol normal du Cessna Citation X nous pensons qu'il sera nécessaire d'en réaliser des nouveaux. En profitant de l'interface de programmation du simulateur de recherche, des méthodes innovantes de réalisation d'essais en vol utilisant des excitations orthogonales des surfaces de contrôle pourraient également être étudiées (Morelli, 2012).

Au cours de cette étude, aucune mesure de la dynamique du Cessna Citation X avec un dérapage constant et non nul, c'est-à-dire avec du vent, n'a été effectuée. Il serait intéressant que des essais en vol dans ces conditions soient réalisés avec le simulateur de vol afin de pouvoir estimer les coefficients aérodynamiques de dérapage du Cessna Citation X et l'influence du dérapage sur les dérivées de stabilité et de contrôle. De même, dans cette étude seul le modèle rigide du Cessna Citation X en régime de vol normal a été étudié. D'autres modèles comme les commandes de vol, l'influence de l'effet de sol, des volets et de l'aéroélasticité pourraient l'augmenter.

Enfin, comme évoqué au sein de la section 1.3, il existe un autre point de vue pour l'identification du modèle d'un avion : celui des performances. Il serait intéressant d'étudier les performances du Cessna Citation X pour le travail sur l'optimisation de la navigation.

ANNEXE I

CONVENTIONS DE SIGNE ET NOTATIONS

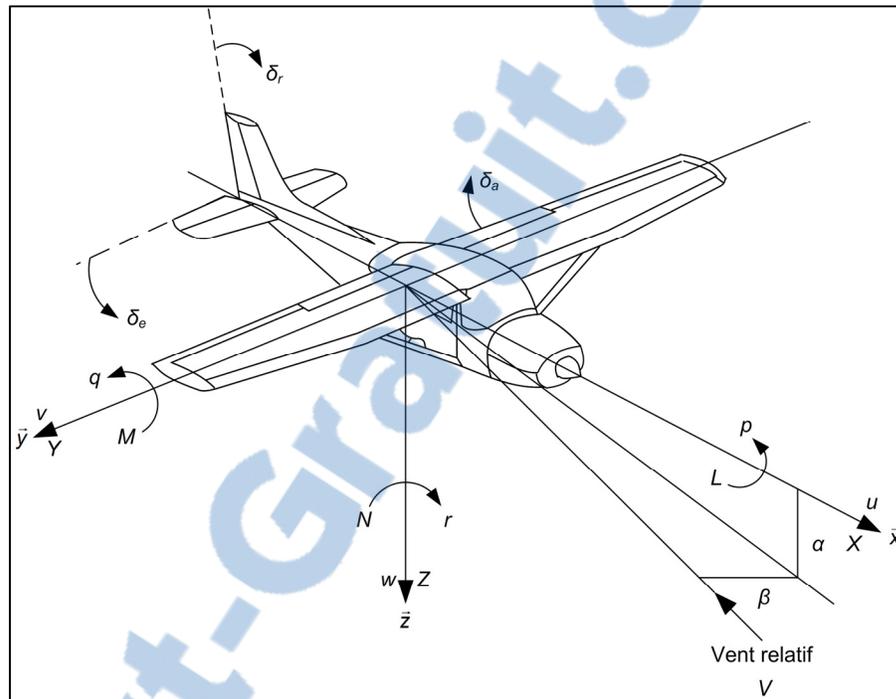


Figure-A I-1 – Conventions de signe et notations

ANNEXE II

DÉRIVÉES AÉRODYNAMIQUES CONCISES

Les dérivées aérodynamiques concises de stabilité et de contrôle permettent de simplifier la notation des équations du mouvement linéarisées. Le Tableau-A II-1 et le Tableau-A II-2 donnent les expressions des dérivées concises longitudinales et latérales en fonction des dérivées dimensionnelles utilisées au cours de notre étude de la modélisation du Cessna Citation X. Des définitions plus exhaustives des dérivées concises peuvent être trouvées dans les références (Cook, 2007 ; Hopkin, 1970).

Tableau-A II-1 – Dérivées aérodynamiques concises longitudinales

Dérivée concise	Équivalent en termes de dérivées dimensionnelles
m_{δ_e}	$M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}z_{\delta_e} = M_w + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e}$
m_q	$M_q + M_{\dot{w}}z_q = M_q + M_{\dot{w}}(u_0 + Z_q)$
m_u	$M_u + M_{\dot{w}}z_u = M_u + M_{\dot{w}}Z_u$
m_w	$M_w + M_{\dot{w}}z_w = M_w + M_{\dot{w}}Z_w$
m_θ	$M_{\dot{w}}z_\theta = -M_{\dot{w}}g \sin(\theta_0)$
x_{δ_e}	X_{δ_e}
x_q	$X_q - w_0$
x_u	X_u
x_w	X_w
x_θ	$-g \cos(\theta_0)$
z_{δ_e}	Z_{δ_e}
z_q	$u_0 + Z_q$
z_u	Z_u
z_w	Z_w
z_θ	$-g \sin(\theta_0)$

Tableau-A II-2 – Dérivées aérodynamiques concises latérales

Dérivée concise	Équivalent en termes de dérivées dimensionnelles
l_{δ_a}	$\frac{I_x I_z L_{\delta_a} + I_z I_{xz} N_{\delta_a}}{I_x I_z + I_{xz}^2}$
l_{δ_r}	$\frac{I_x I_z L_{\delta_r} + I_z I_{xz} N_{\delta_r}}{I_x I_z + I_{xz}^2}$
l_p	$\frac{I_x I_z L_p + I_{xz} I_x N_p}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
l_r	$\frac{I_x I_z L_r + I_{xz} I_x N_r}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
l_v	$\frac{I_x I_z L_v + I_{xz} I_x N_v}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
l_ψ	0
l_ϕ	0
n_{δ_a}	$\frac{I_x I_z N_{\delta_a} + I_x I_{xz} L_{\delta_a}}{I_x I_z + I_{xz}^2}$
n_{δ_r}	$\frac{I_x I_z N_{\delta_r} + I_x I_{xz} L_{\delta_r}}{I_x I_z + I_{xz}^2}$
n_p	$\frac{I_x I_z N_p + I_{xz} I_x L_p}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
n_r	$\frac{I_x I_z N_r + I_{xz} I_x L_r}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
n_v	$\frac{I_x I_z N_v + I_{xz} I_x L_v}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
n_ψ	0
n_ϕ	0
y_{δ_a}	Y_{δ_a}
y_{δ_r}	Y_{δ_r}
y_p	$Y_p + w_0$
y_r	$Y_r - u_0$

Dérivée concise	Équivalent en termes de dérivées dimensionnelles
y_v	Y_v
y_ψ	$g \sin(\theta_0)$
y_ϕ	$g \cos(\theta_0)$

ANNEXE III

INFORMATIONS SUR LES ESSAIS EN VOL

Tableau-A III-1 – Détails des essais en vol apparaissant dans le mémoire

Identifiant	Type	m [lb]	x_{cg}/\bar{c} [%]	h [ft]	V_c [knot]	Automatique
107	Oscillation d'incidence	29.944	26,9	10.000	240	Non
306	Phugoïde	24.000	34	25.000	160	Non
573	Phugoïde	29.944	26,9	30.000	200	Oui
745	Spirale	33.000	25	20.000	160	Non
805	Spirale	30.944	25,9	45.000	240	Non
880	Spirale	29.944	26,9	10.000	200	Non
932	Réponse en roulis	33.000	17	25.000	240	Non
1199	Roulis hollandais	24.000	24	35.000	240	Oui
1356	Oscillation d'incidence	29.944	26,9	10.000	240	Oui

Tableau-A III-2 – Détails des essais en vol de validation

Type	Identifiant	m [lb]	x_{cg}/\bar{c} [%]	h [ft]	V_c [knot]	Automatique
Phugoïde	288	24.000	34	10.000	240	Non
	334	24.000	26	40.000	140	Non
	381	29.944	26,9	20.000	160	Non
	401	24.000	26	15.000	200	Non
	413	24.000	26	20.000	160	Non
	559	28.944	25,9	30.000	240	Oui
	621	30.944	25,9	30.000	240	Oui

Type	Identifiant	m [lb]	x_{cg}/\bar{c} [%]	h [ft]	V_c [knot]	Automatique
	644	28.944	27,9	40.000	240	Oui
	646	30.944	27,9	10.000	160	Oui
	862	33.000	25	40.000	160	Oui
Roulis hollandais	1198	24.000	34	30.000	240	Oui
	1257	30.944	25,9	35.000	200	Oui
	1264	30.944	25,9	45.000	240	Oui
	1266	28.944	27,9	15.000	160	Oui
	1271	28.944	27,9	40.000	160	Oui
	1273	28.944	27,9	10.000	200	Oui
	1292	30.944	27,9	40.000	160	Oui
	1311	29.944	26,9	25.000	160	Oui
	1318	29.944	26,9	20.000	200	Oui
	1325	29.944	26,9	30.000	240	Oui
Réponse en roulis	1112	30.944	27,9	45.000	240	Non
	1099	30.944	27,9	15.000	160	Non
	1073	28.944	27,9	35.000	160	Non
	1061	30.944	25,9	45.000	200	Non
	1051	30.944	25,9	35.000	160	Non
	1035	28.944	25,9	20.000	200	Non
	977	24.000	34	25.000	160	Non
	951	33.000	17	40.000	160	Non
	948	33.000	17	25.000	160	Non
	939	33.000	17	20.000	200	Non
Oscillation d'incidence	1682	31.000	27	30.000	240	Oui
	544	24.000	34	25.000	240	Oui
	525	30.944	27,9	40.000	160	Oui
	523	30.944	27,9	30.000	160	Oui

Type	Identifiant	m [lb]	x_{cg}/\bar{c} [%]	h [ft]	V_c [knot]	Automatique
	490	29.944	26,9	42.300	170	Oui
	481	28.944	25,9	35.000	220	Oui
	472	30.944	25,9	35.000	220	Oui
	460	28.944	25,9	45.000	160	Oui
	451	33.000	25	40.000	240	Oui
	27	28.944	25,9	15.000	200	Oui
Spirale	928	33.000	25	25.000	240	Non
	904	30.944	27,9	25.000	160	Non
	887	29.944	26,9	45.000	200	Non
	818	28.944	27,9	25.000	200	Non
	794	30.944	25,9	15.000	200	Non
	770	28.944	25,9	15.000	200	Non
	746	33.000	25	25.000	160	Non
	702	24.000	26	30.000	200	Non
	678	33.000	17	30.000	200	Non
	674	33.000	17	10.000	200	Non

ANNEXE IV

PARAMÈTRES ESTIMÉS DES BOÎTES NOIRES

IV.1 Paramètres longitudinaux

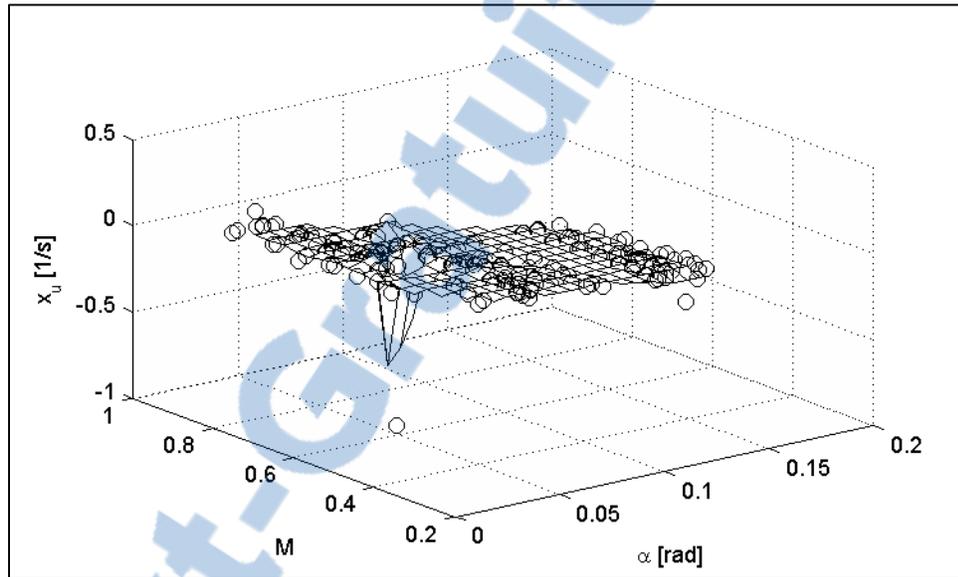
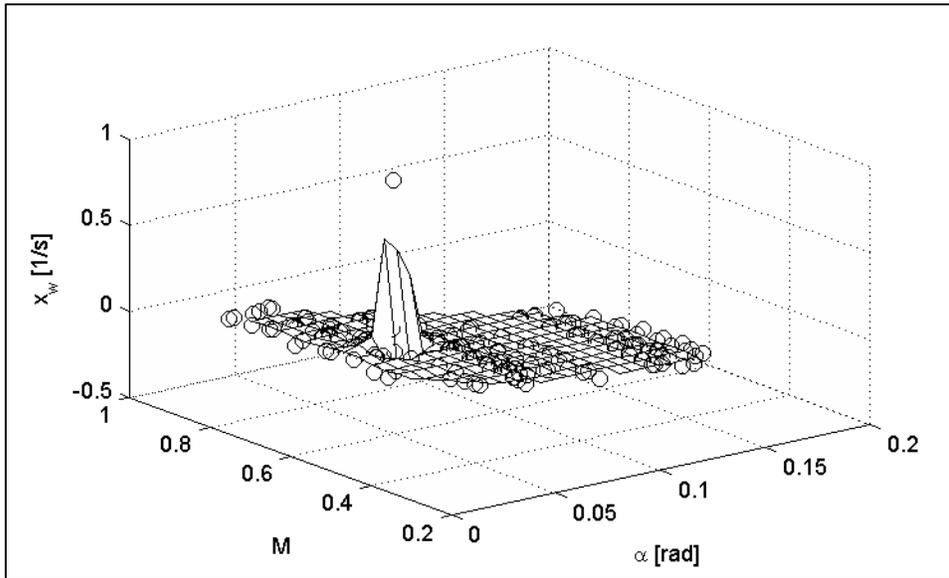
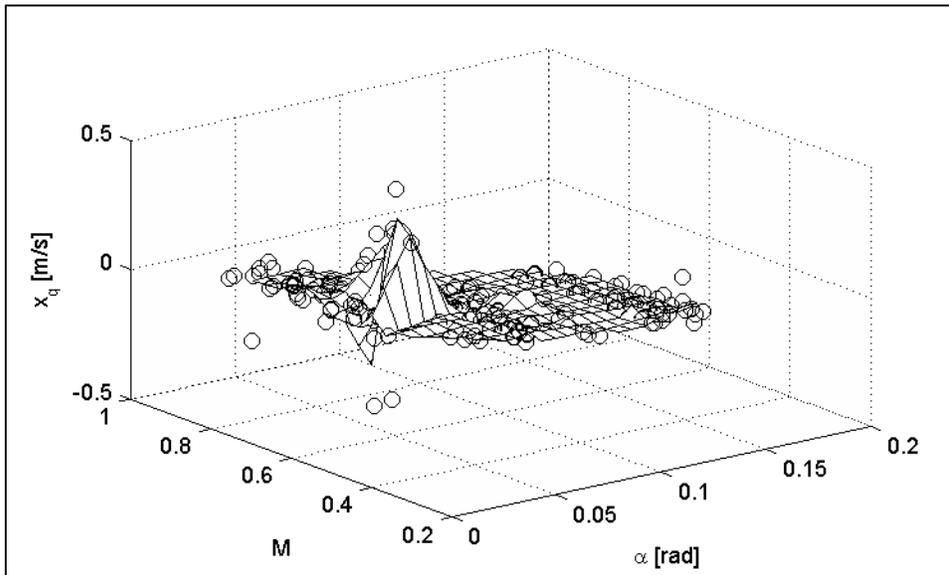
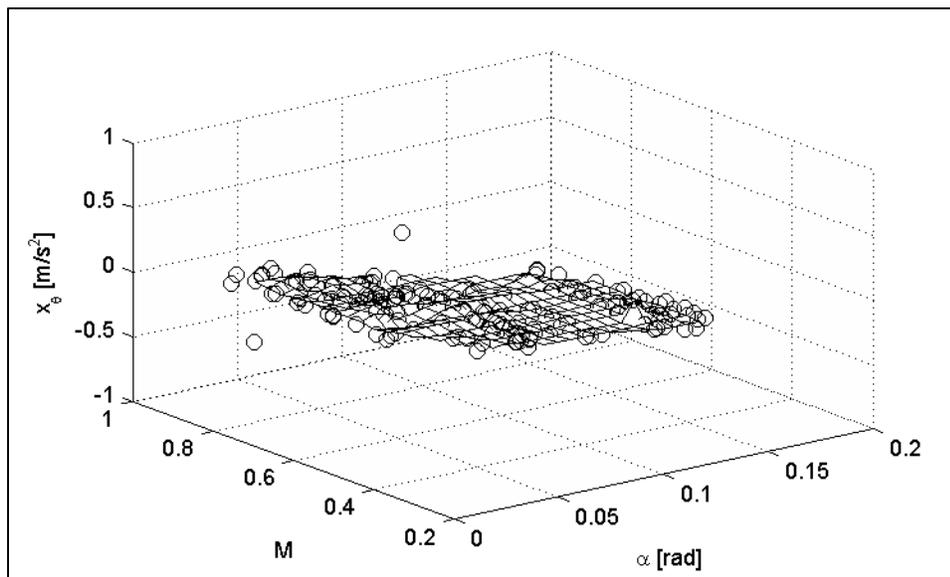
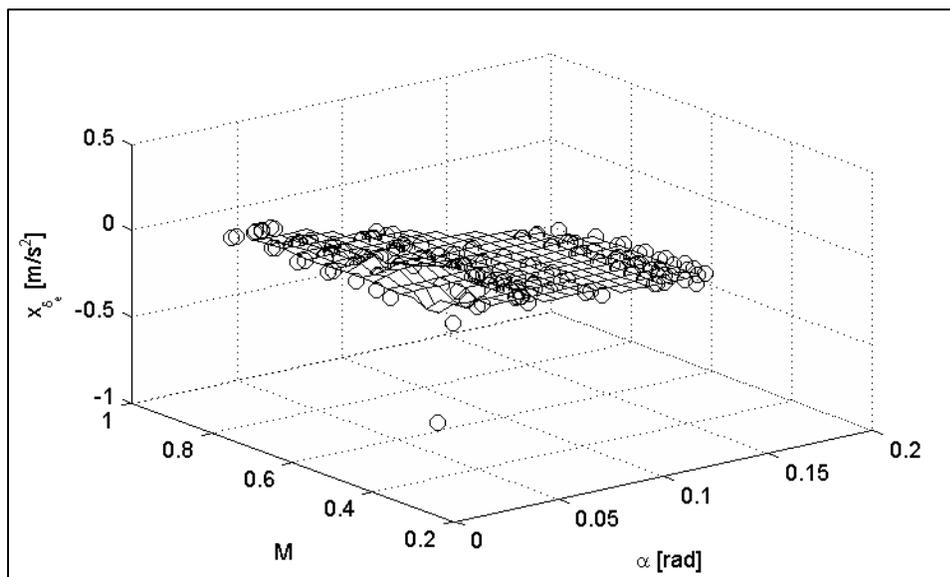
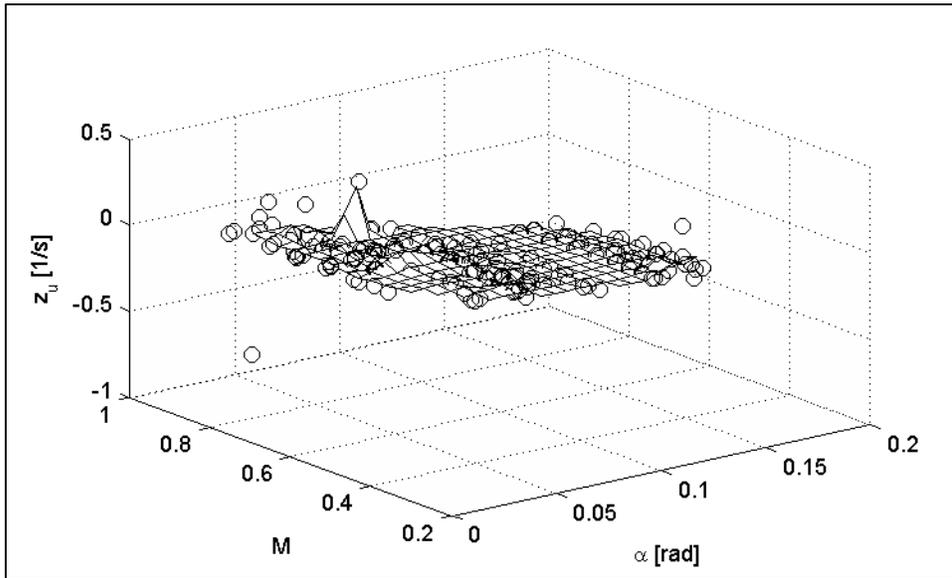
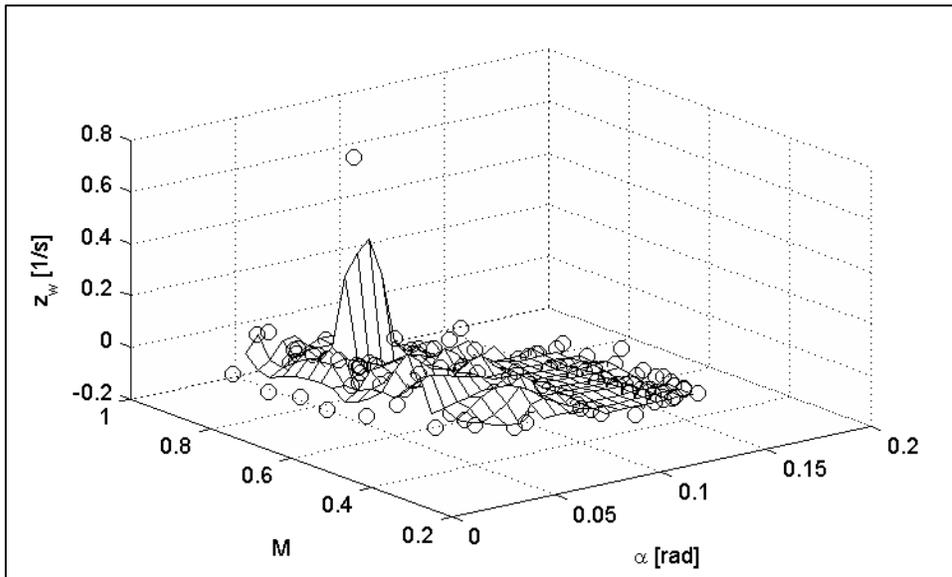
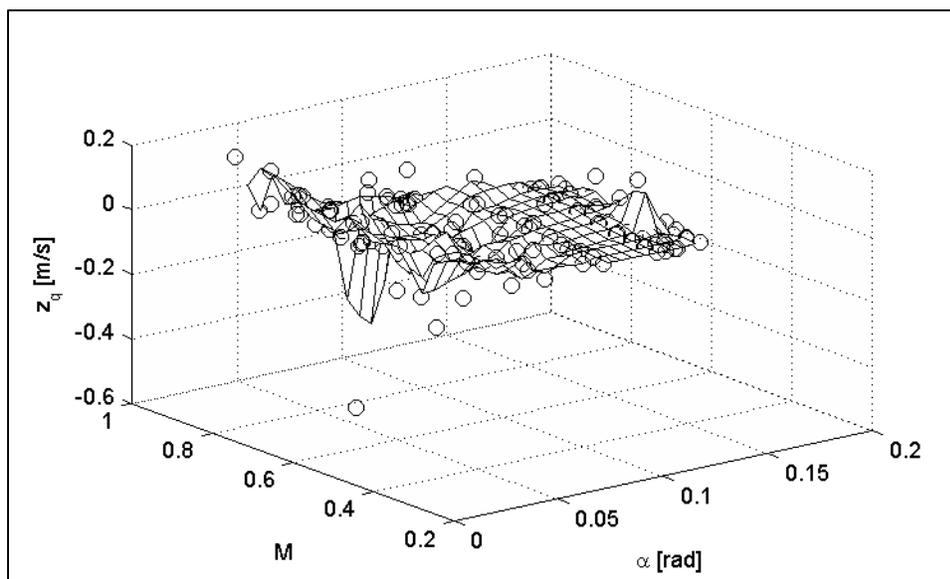
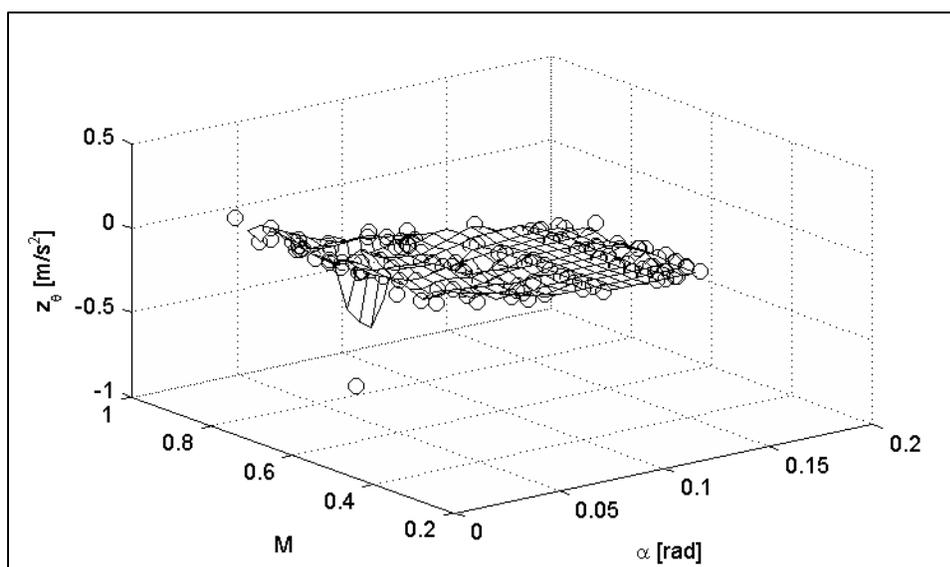


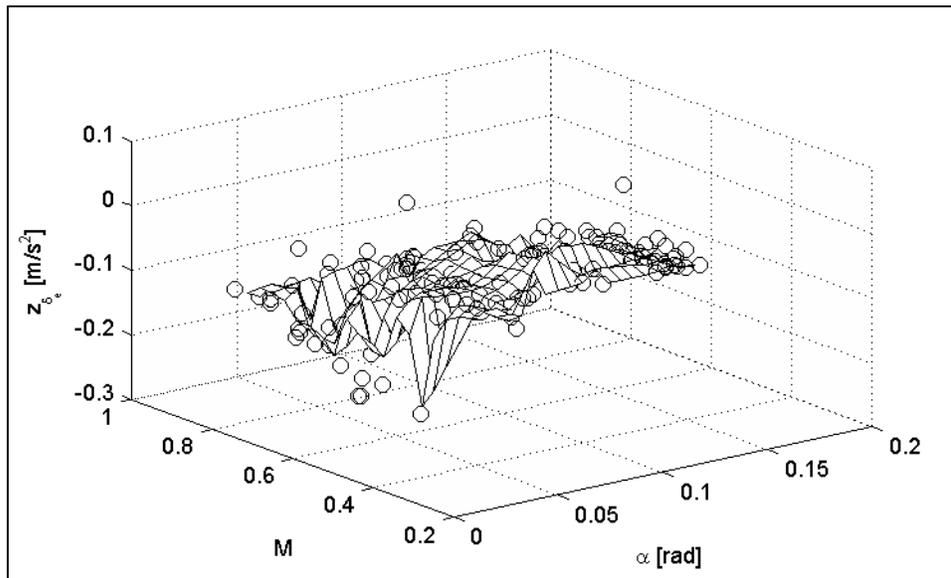
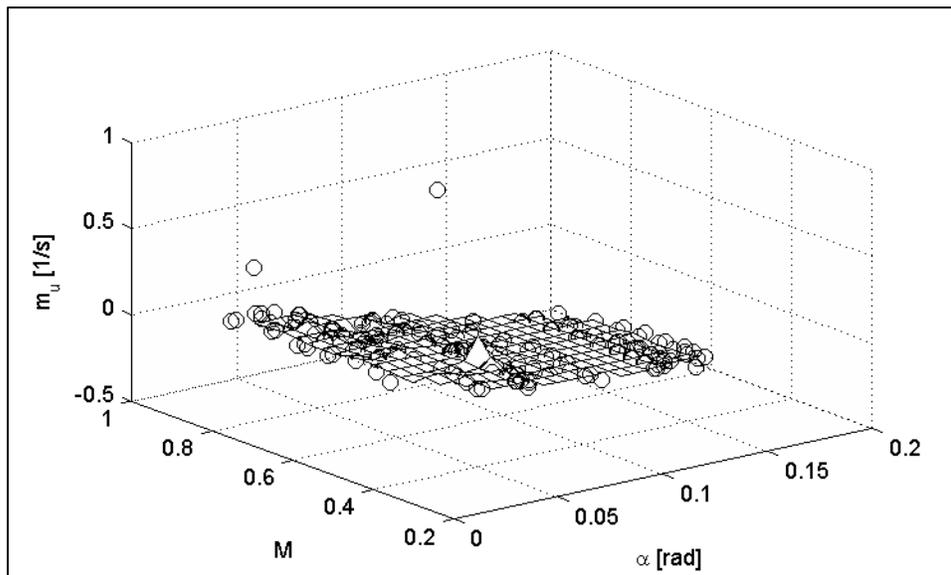
Figure-A IV-1 – Variation de x_u en fonction de α et M

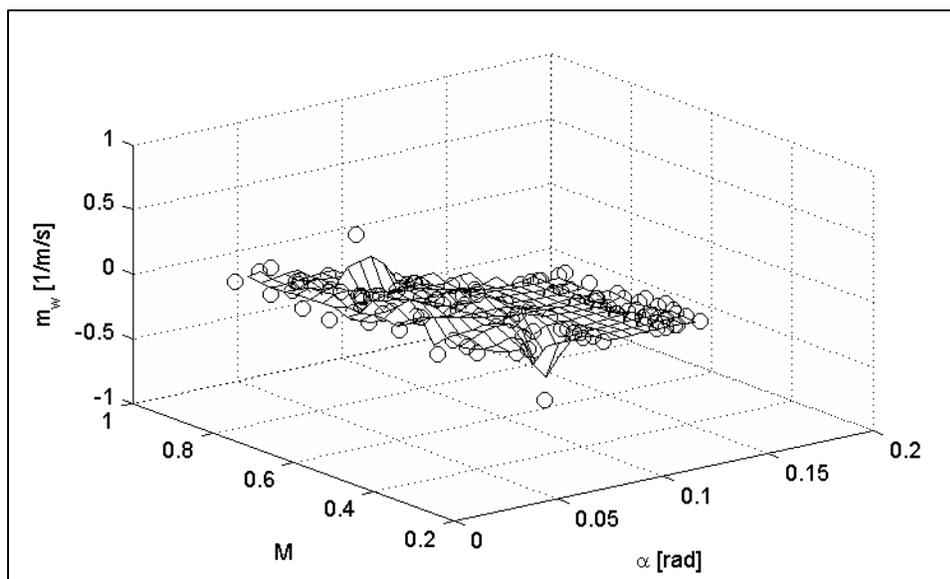
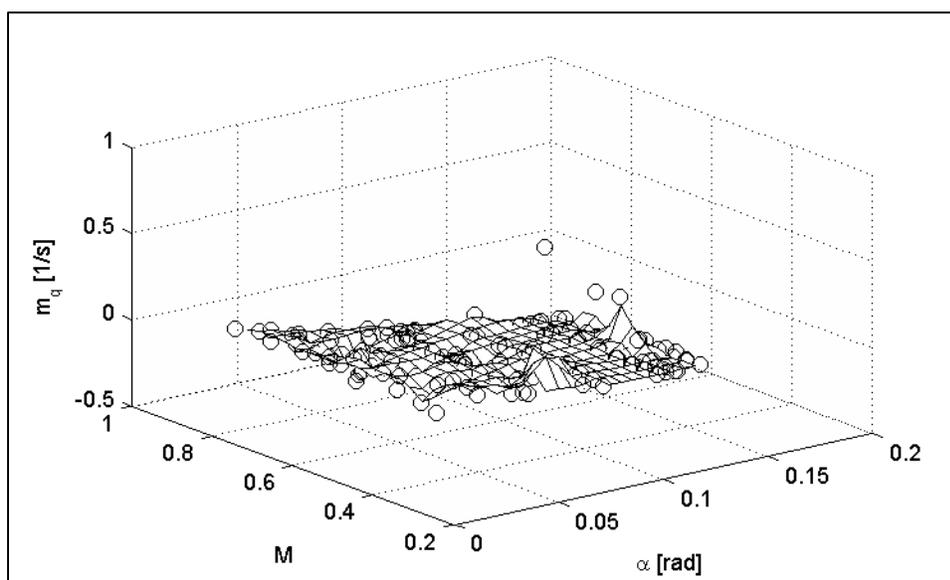
Figure-A IV-2 – Variation de x_w en fonction de α et M Figure-A IV-3 – Variation de x_q en fonction de α et M

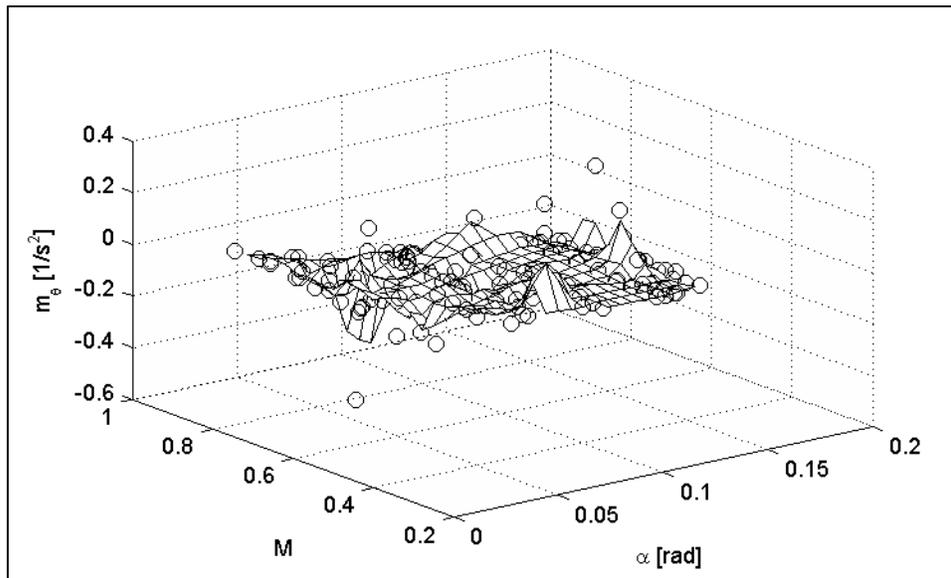
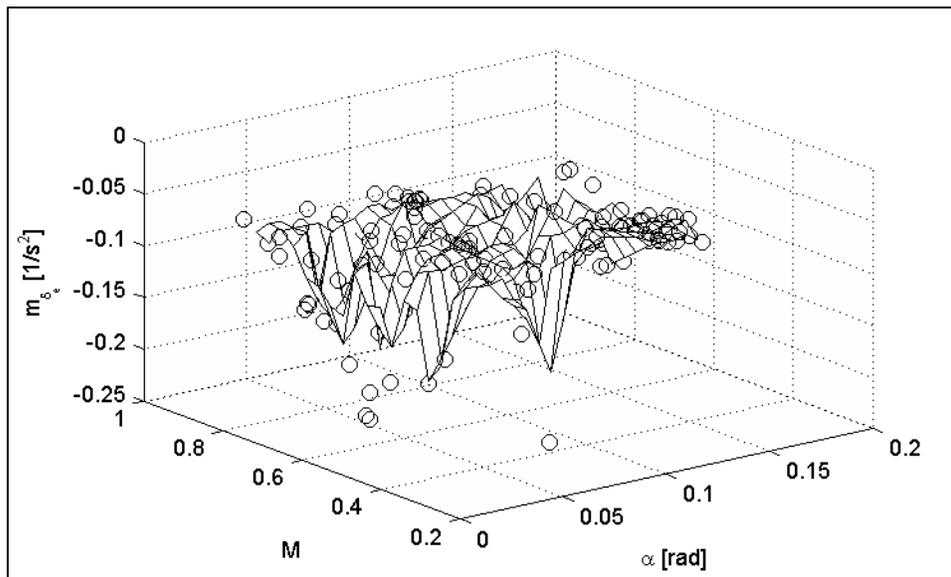
Figure-A IV-4 – Variation de x_θ en fonction de α et M Figure-A IV-5 – Variation de x_δ en fonction de α et M 

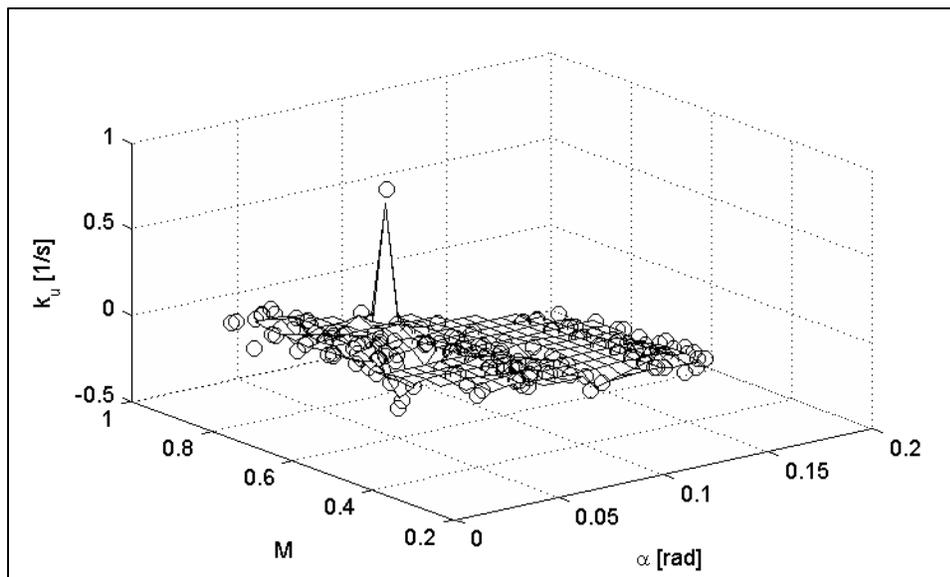
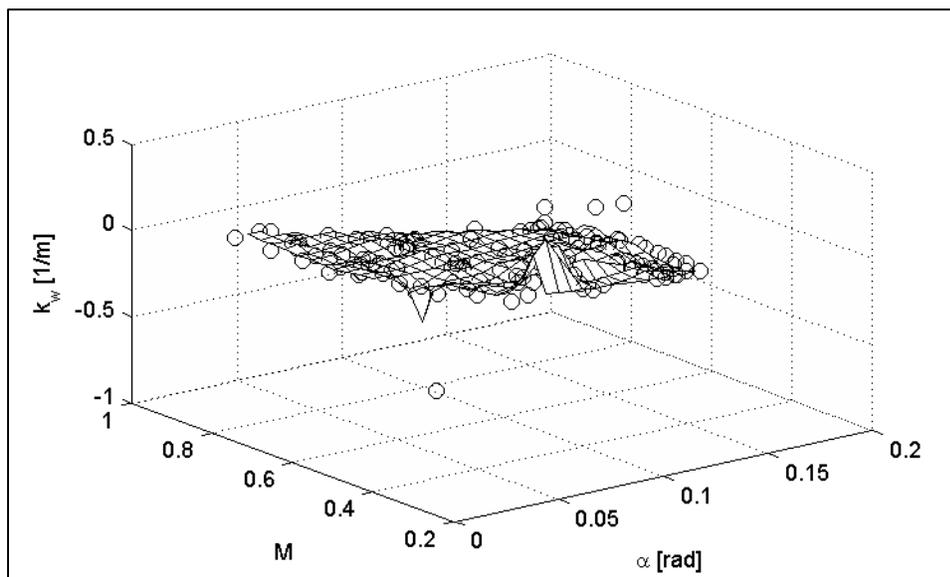
Figure-A IV-6 – Variation de z_u en fonction de α et M Figure-A IV-7 – Variation de z_w en fonction de α et M

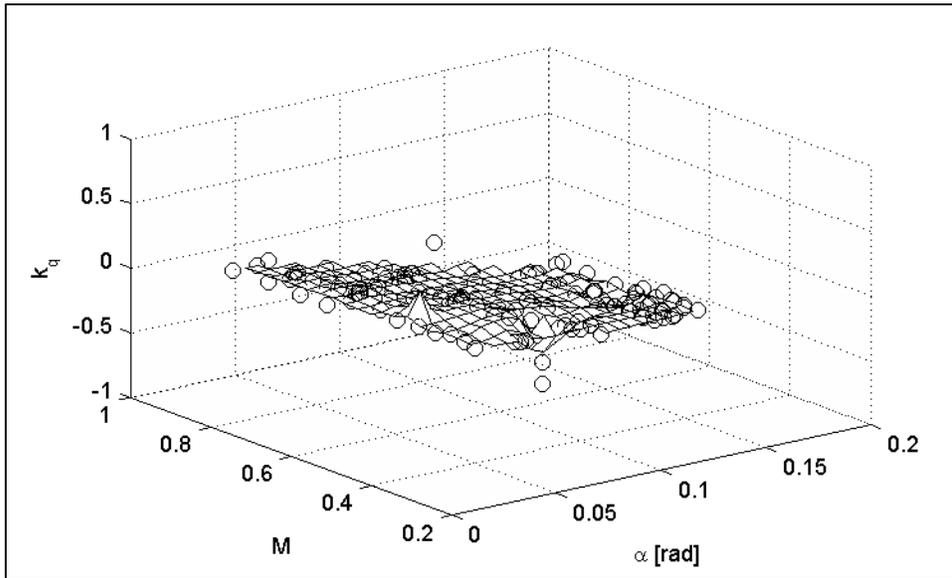
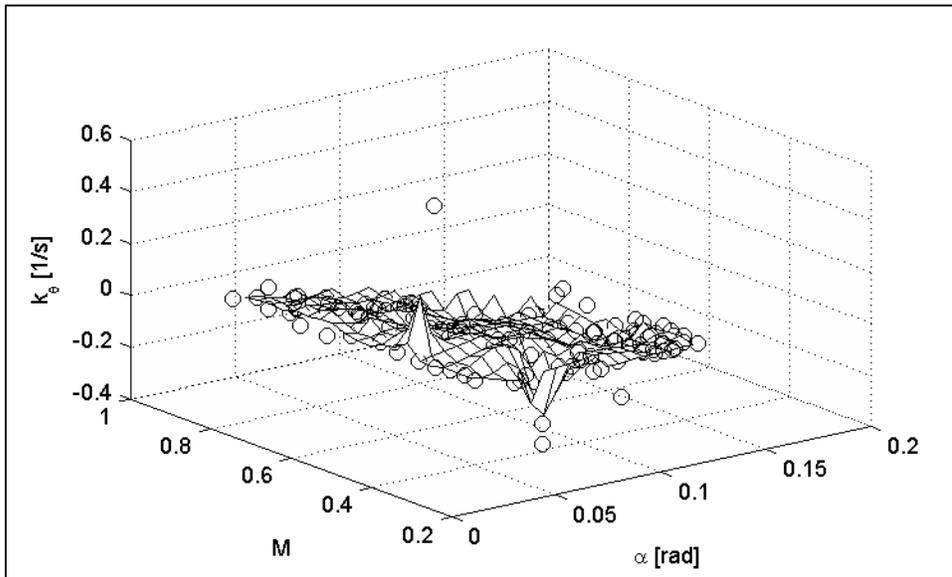
Figure-A IV-8 – Variation de z_q en fonction de α et M Figure-A IV-9 – Variation de z_θ en fonction de α et M

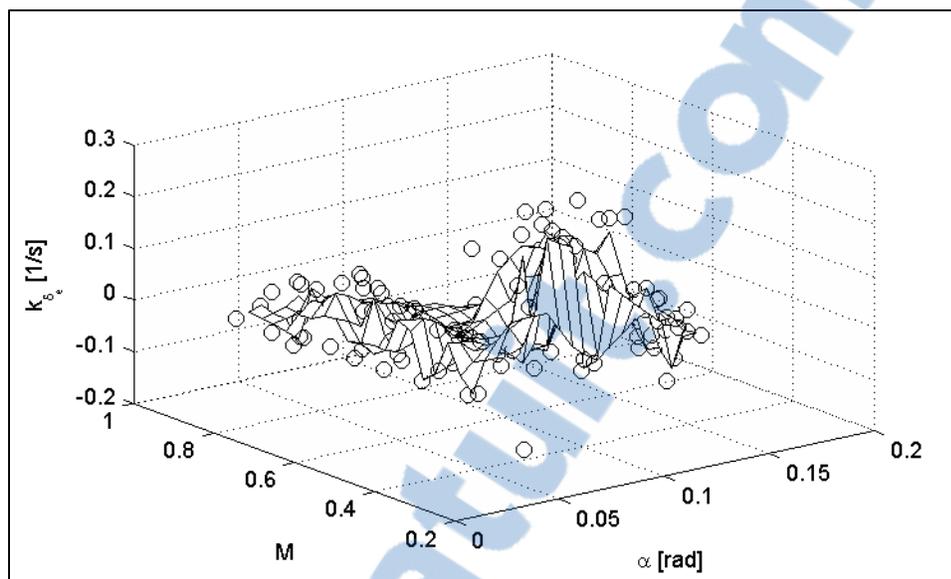
Figure-A IV-10 – Variation de z_{δ_c} en fonction de α et M Figure-A IV-11 – Variation de m_u en fonction de α et M

Figure-A IV-12 – Variation de m_w en fonction de α et M Figure-A IV-13 – Variation de m_q en fonction de α et M

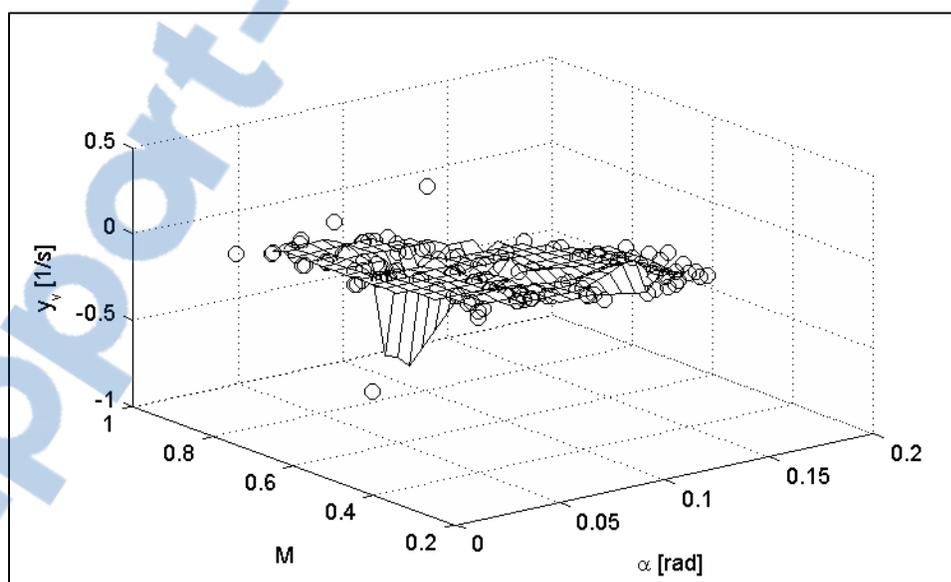
Figure-A IV-14 – Variation de m_θ en fonction de α et M Figure-A IV-15 – Variation de m_δ en fonction de α et M

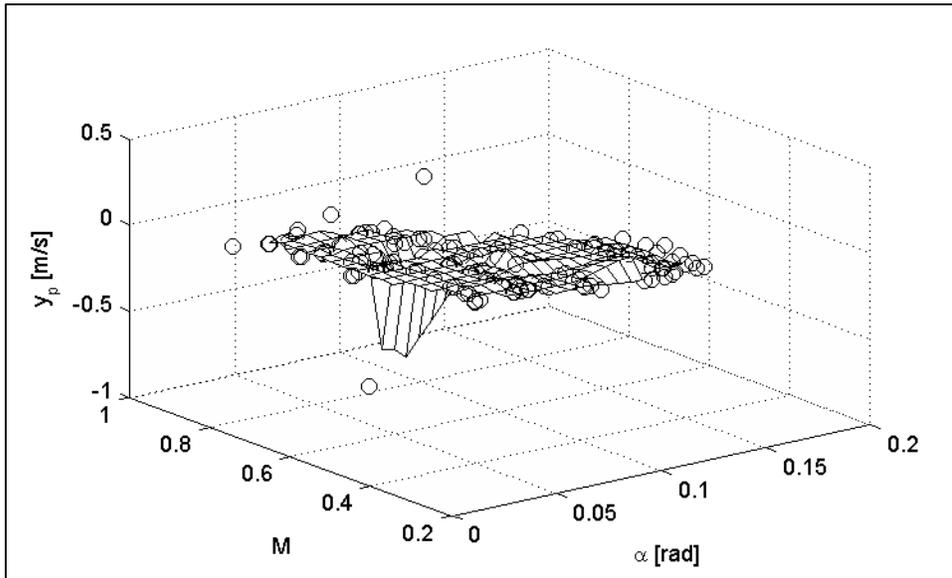
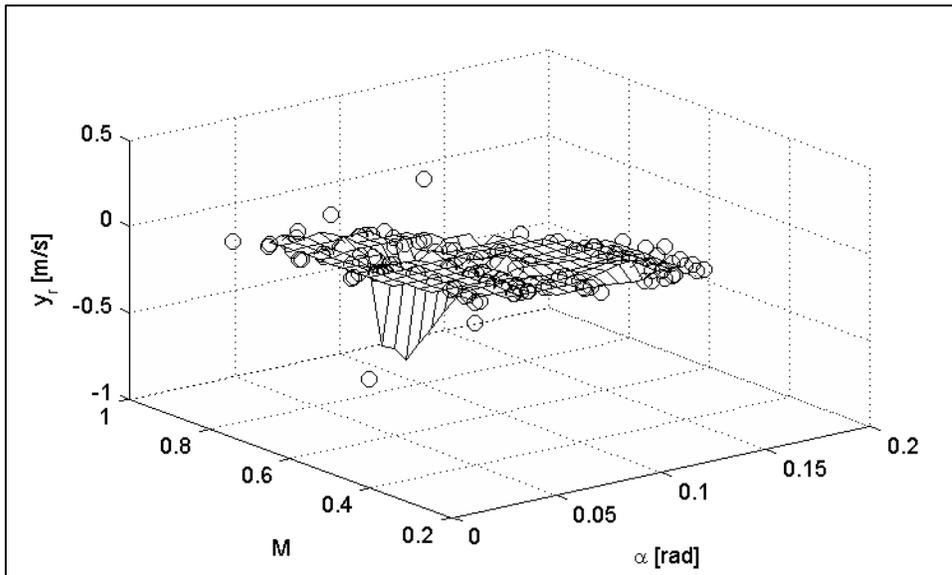
Figure-A IV-16 – Variation de k_u en fonction de α et M Figure-A IV-17 – Variation de k_w en fonction de α et M

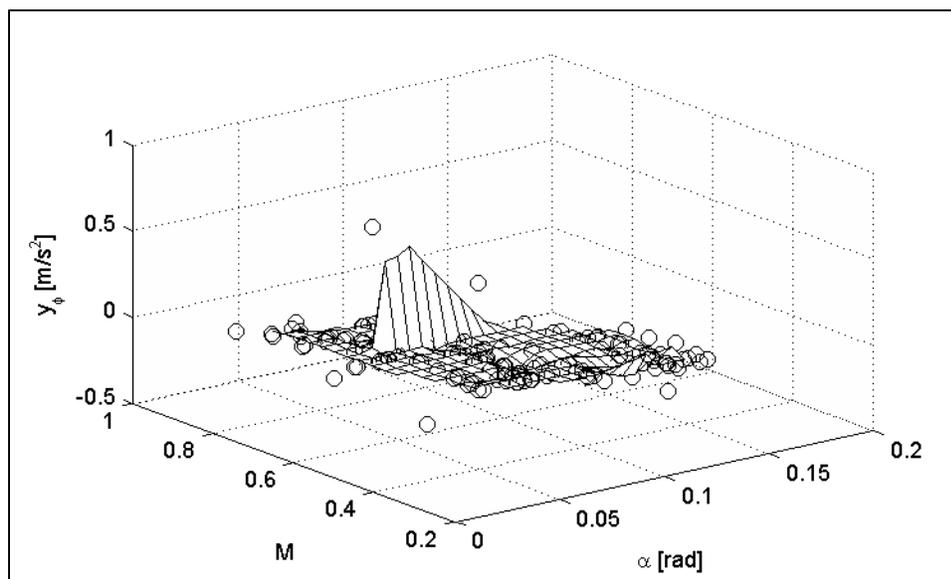
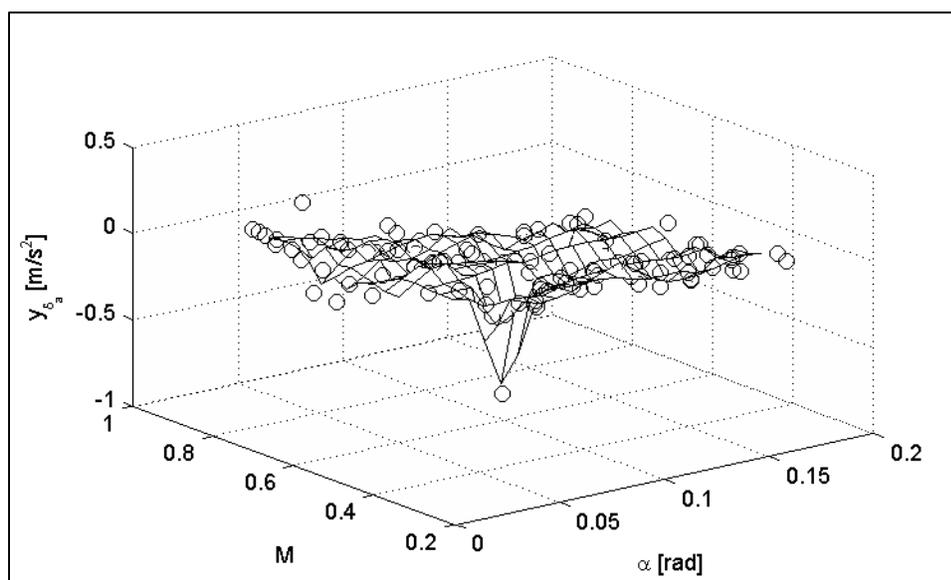
Figure-A IV-18 – Variation de k_q en fonction de α et M Figure-A IV-19 – Variation de k_θ en fonction de α et M

Figure-A IV-20 – Variation de k_{δ} en fonction de α et M

IV.2 Paramètres latéraux

Figure-A IV-21 – Variation de y_v en fonction de α et M

Figure-A IV-22 – Variation de y_p en fonction de α et M Figure-A IV-23 – Variation de y_r en fonction de α et M

Figure-A IV-24 – Variation de y_ϕ en fonction de α et M Figure-A IV-25 – Variation de y_{δ_a} en fonction de α et M

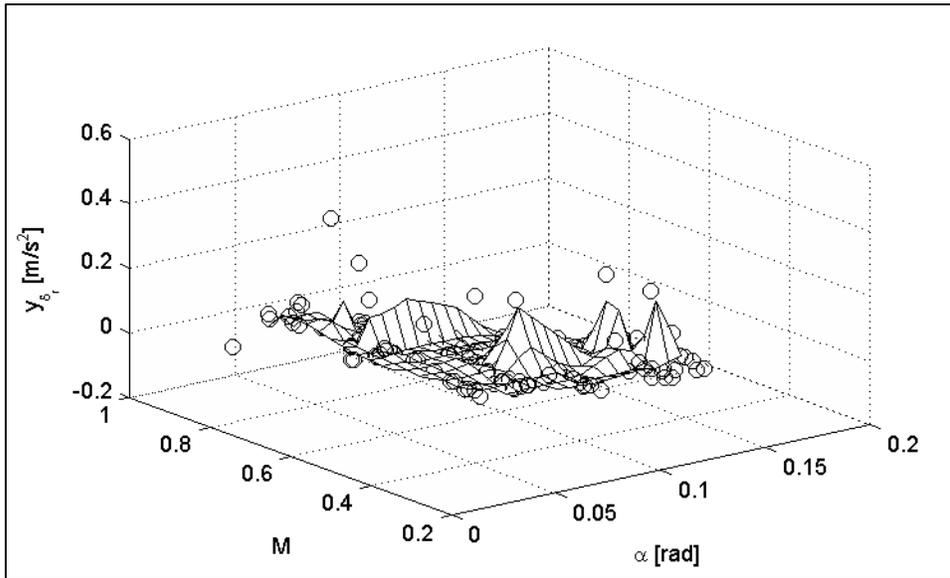


Figure-A IV-26 – Variation de y_{δ} en fonction de α et M

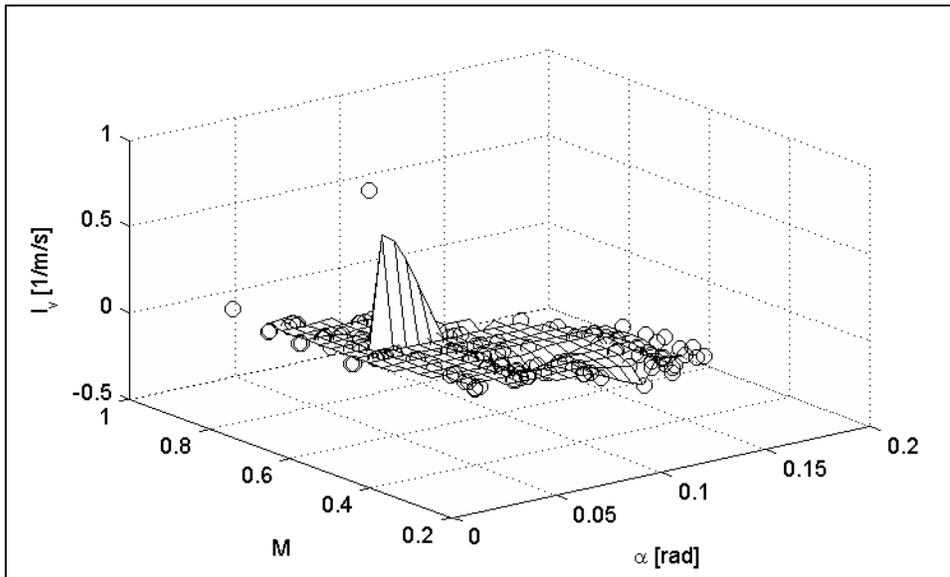
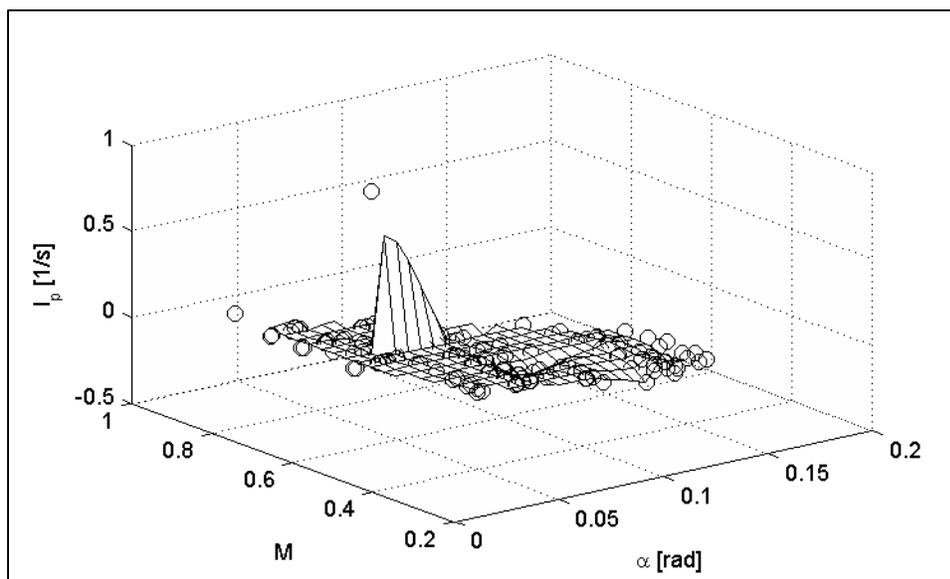
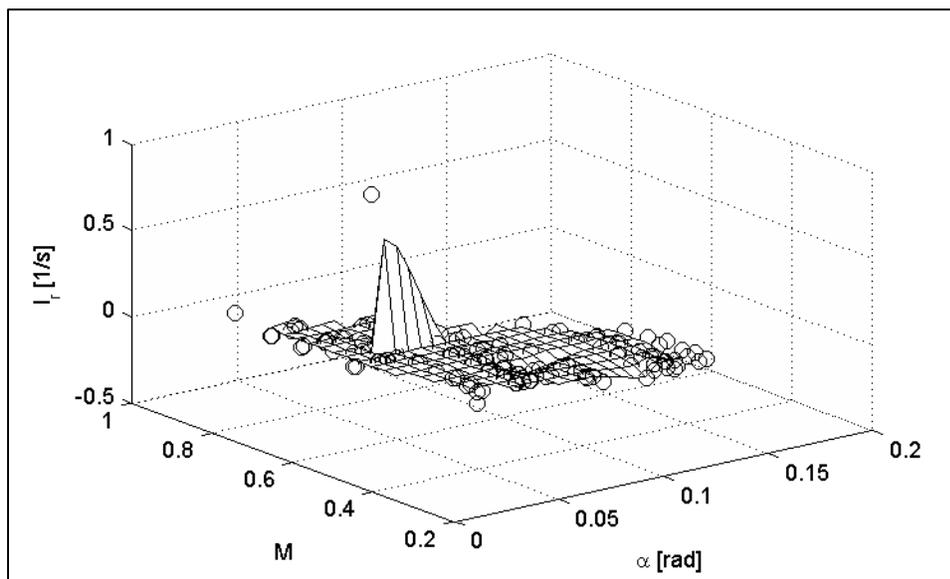
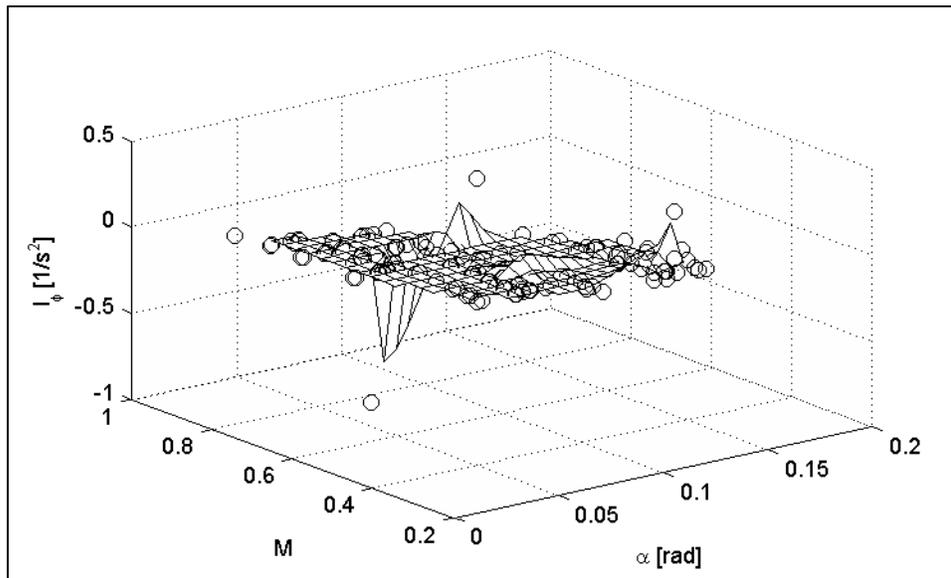
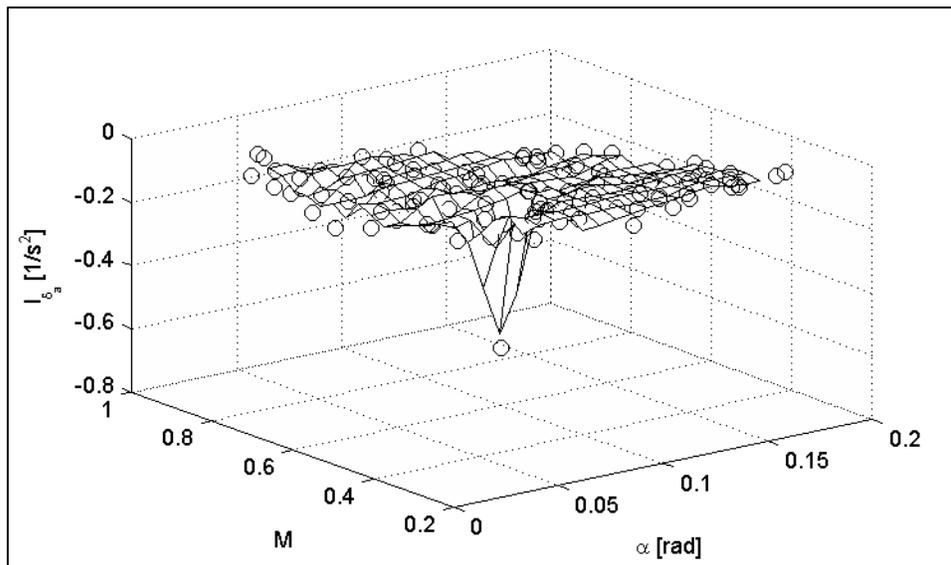
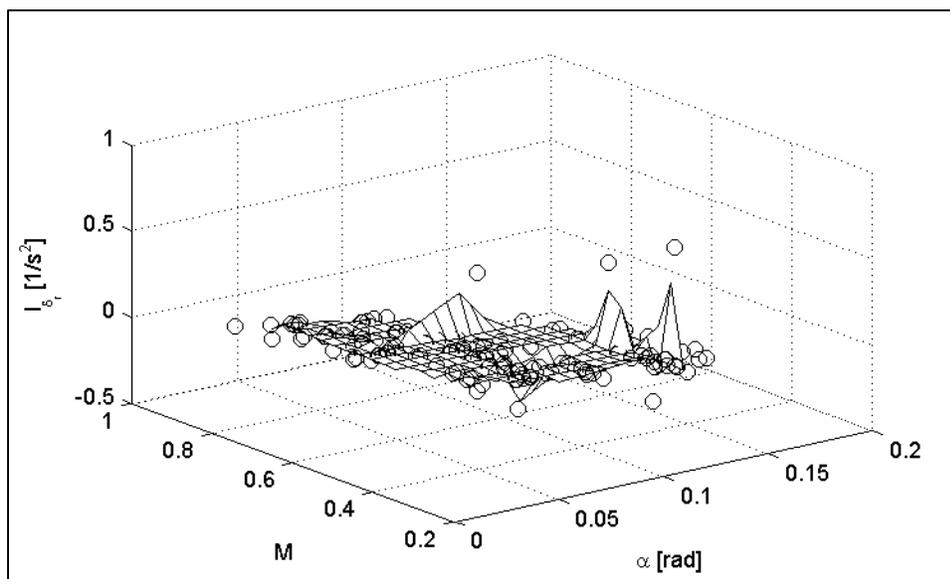
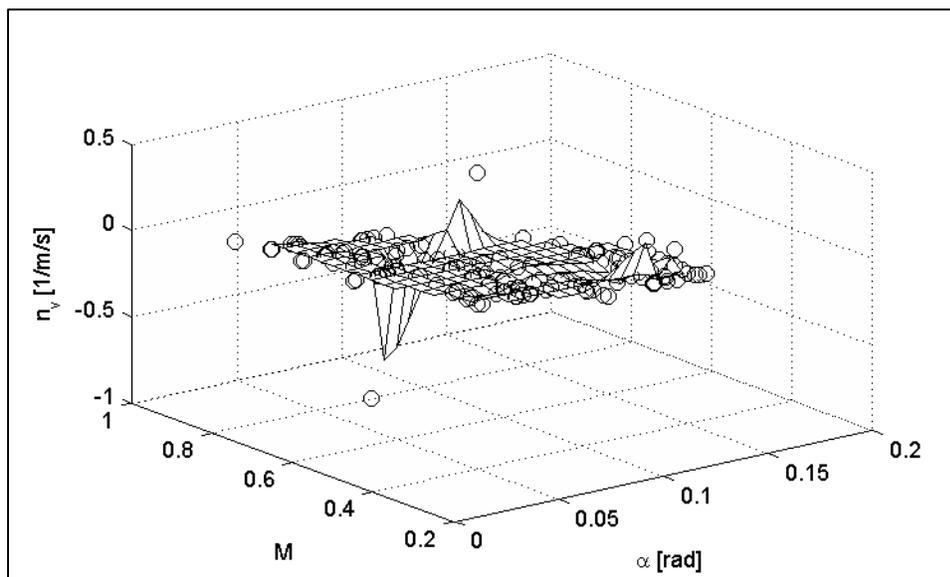
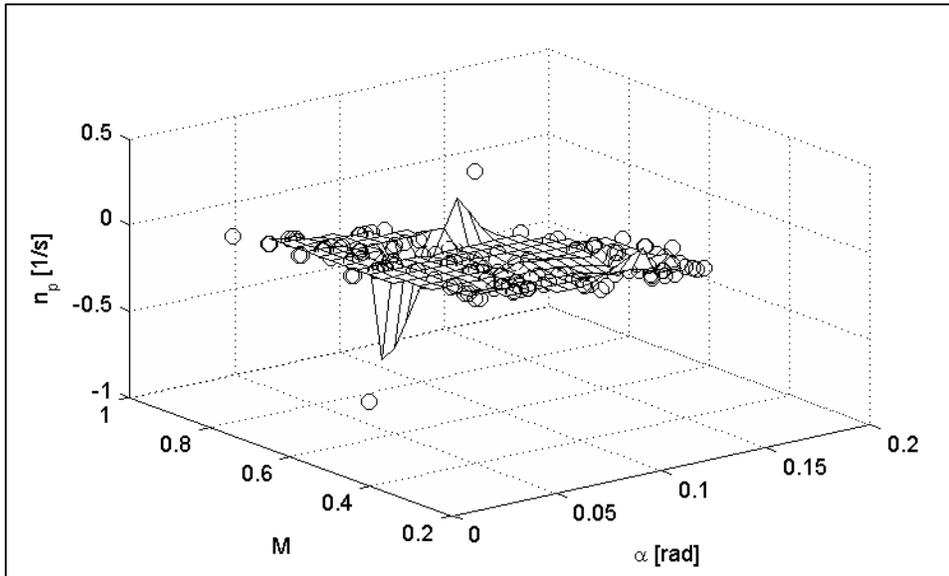
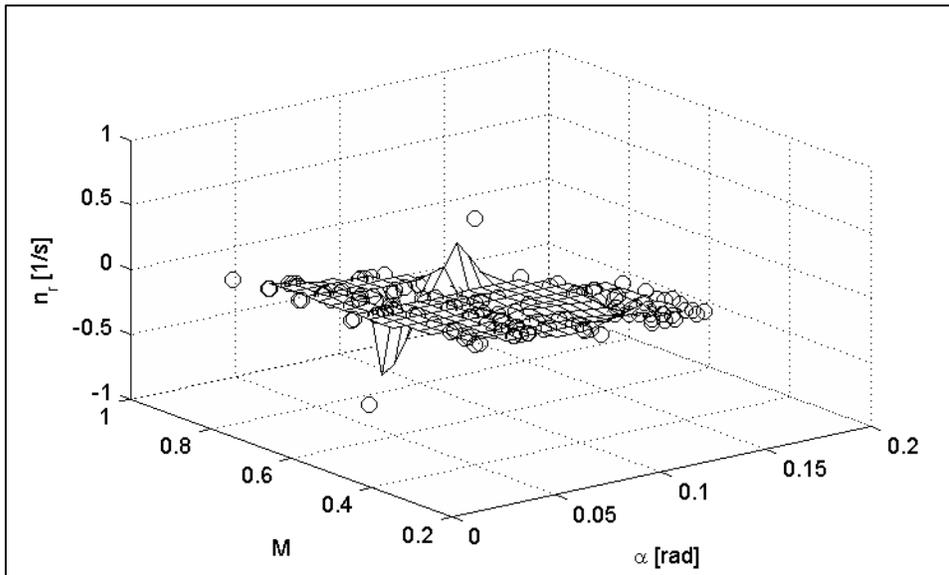


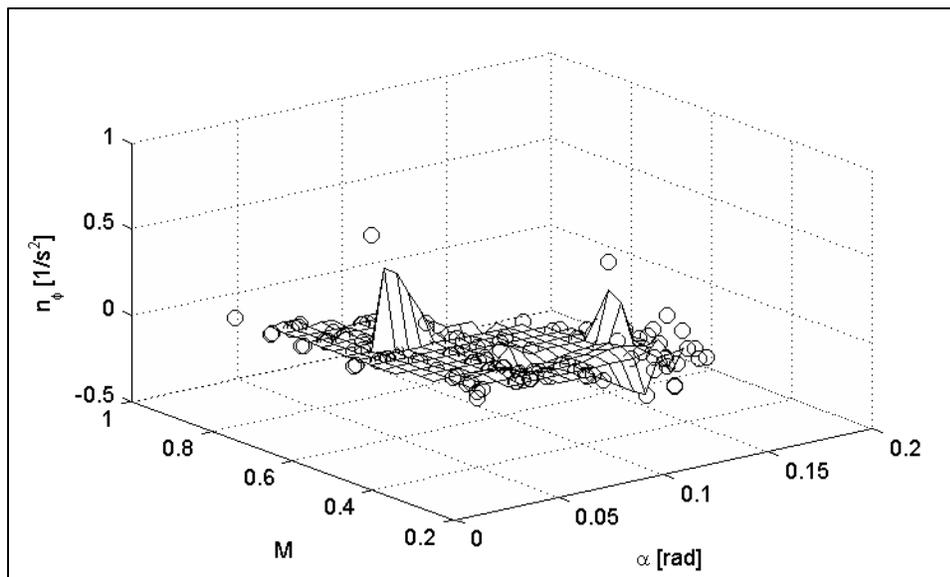
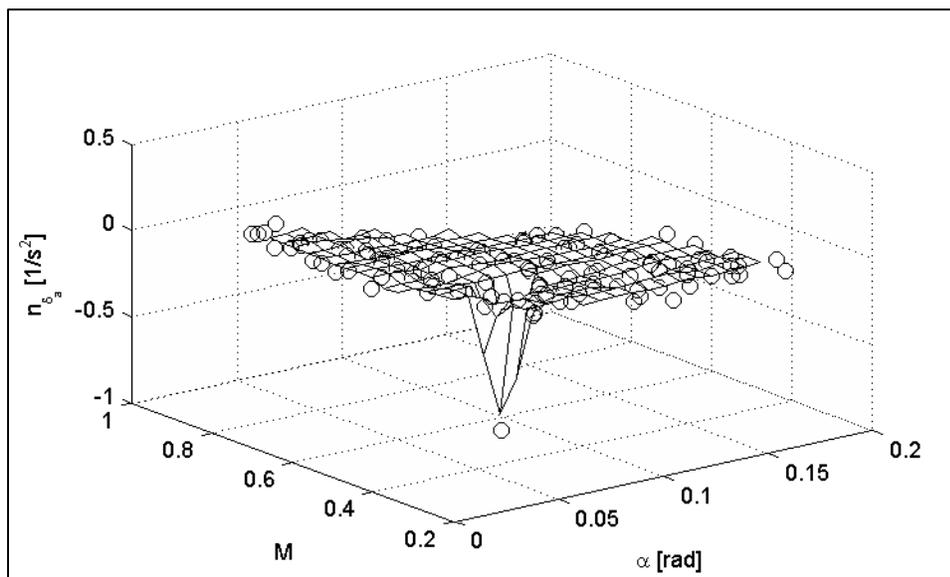
Figure-A IV-27 – Variation de l_v en fonction de α et M

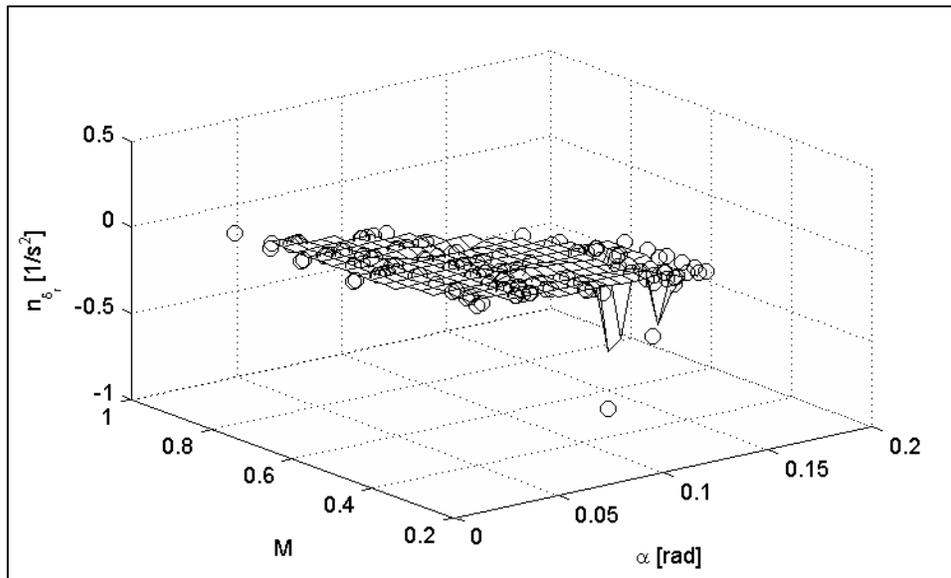
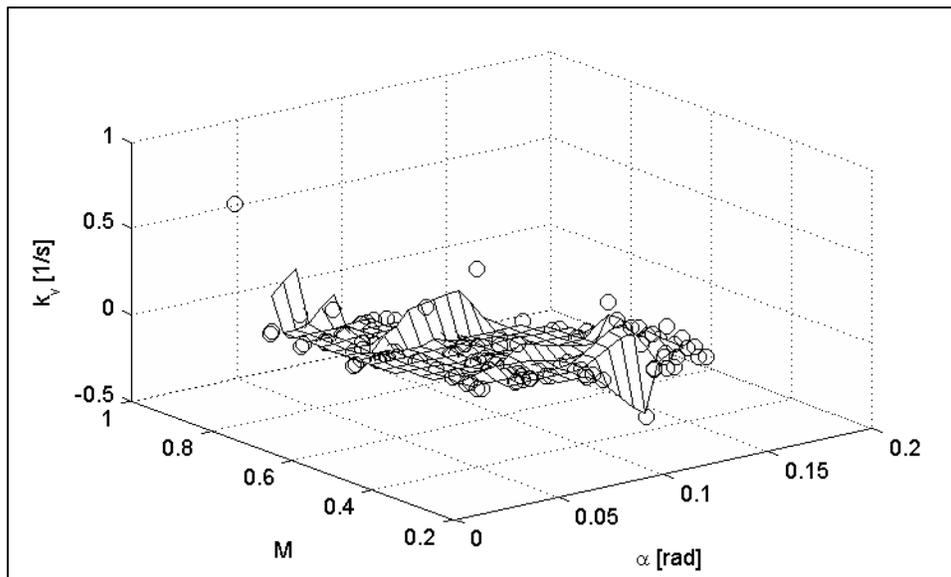
Figure-A IV-28 – Variation de l_p en fonction de α et M Figure-A IV-29 – Variation de l_r en fonction de α et M

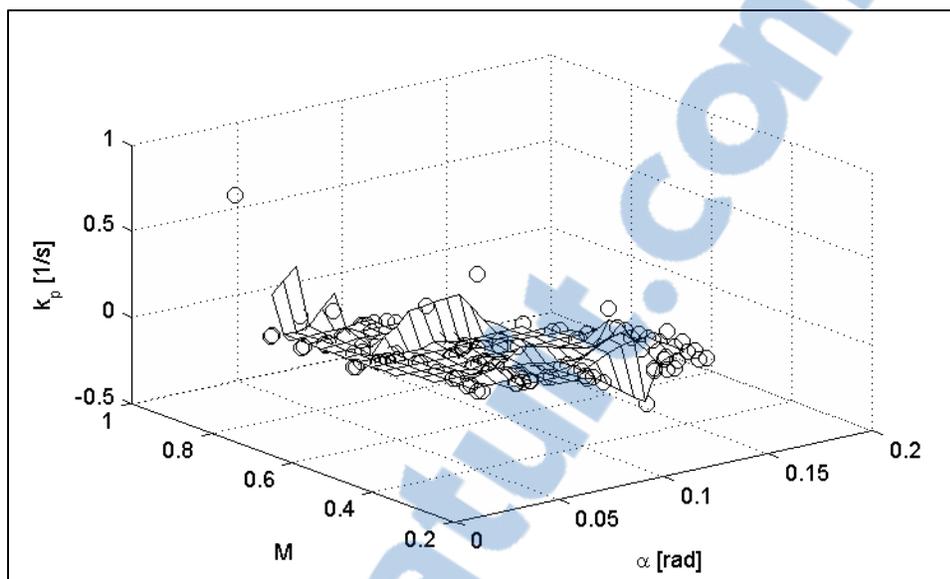
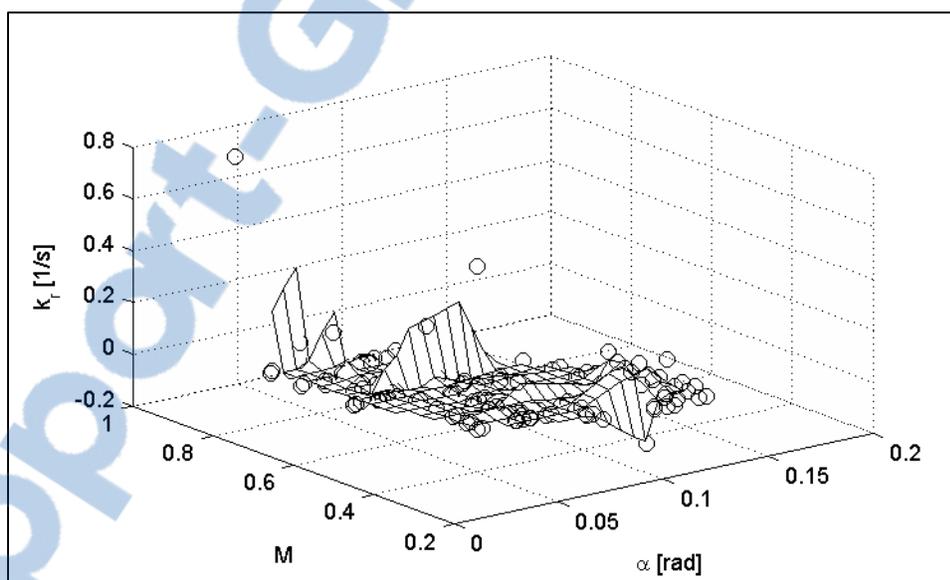
Figure-A IV-30 – Variation de l_ϕ en fonction de α et M Figure-A IV-31 – Variation de l_{δ_α} en fonction de α et M

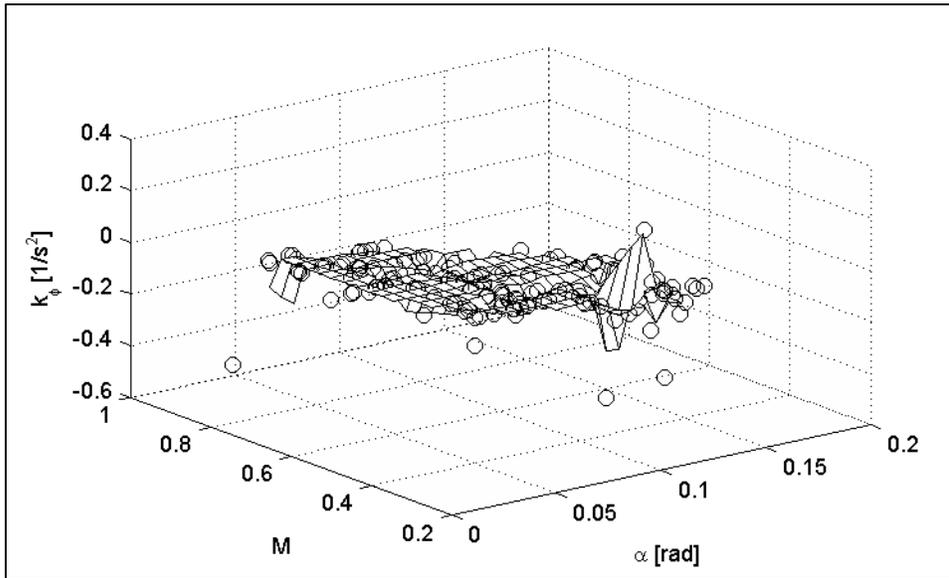
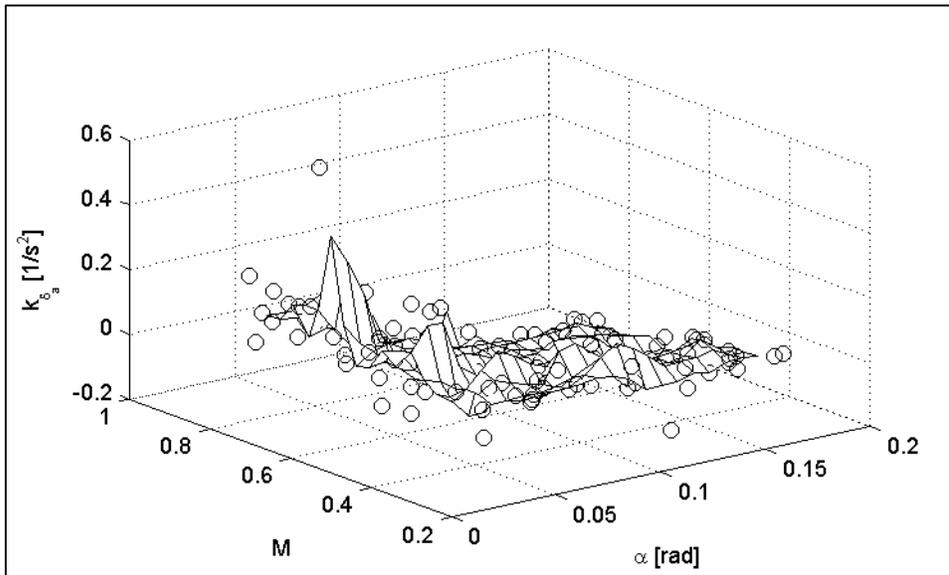
Figure-A IV-32 – Variation de l_{δ} en fonction de α et M Figure-A IV-33 – Variation de n_v en fonction de α et M

Figure-A IV-34 – Variation de n_p en fonction de α et M Figure-A IV-35 – Variation de n_r en fonction de α et M

Figure-A IV-36 – Variation de n_ϕ en fonction de α et M Figure-A IV-37 – Variation de n_{δ_a} en fonction de α et M

Figure-A IV-38 – Variation de n_{δ_t} en fonction de α et M Figure-A IV-39 – Variation de k_v en fonction de α et M

Figure-A IV-40 – Variation de k_p en fonction de α et M Figure-A IV-41 – Variation de k_r en fonction de α et M

Figure-A IV-42 – Variation de k_ϕ en fonction de α et M Figure-A IV-43 – Variation de k_{δ_ϕ} en fonction de α et M

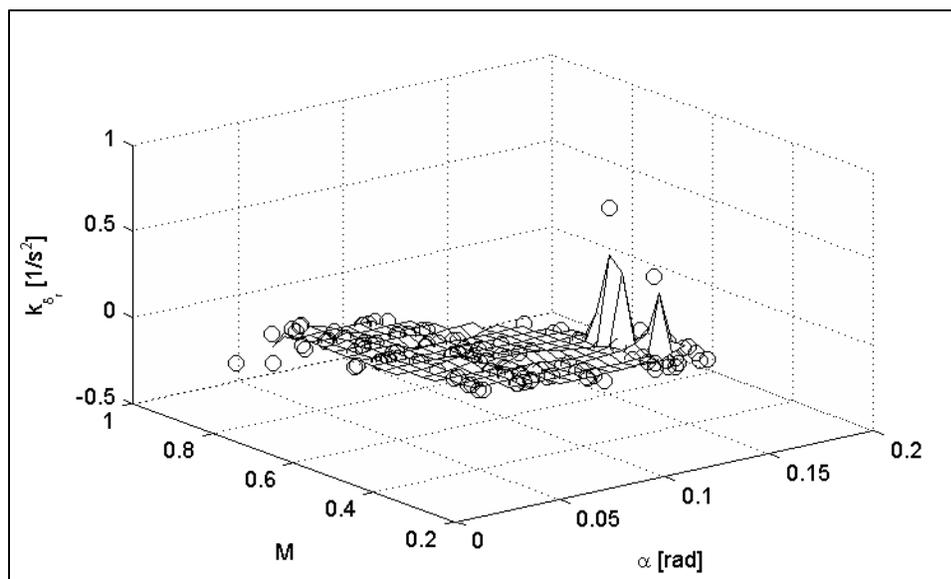


Figure-A IV-44 – Variation de k_{δ} , en fonction de α et M

ANNEXE V

PARAMÈTRES ESTIMÉS DES BOÎTES GRISES

V.1 Dérivées des coefficients aérodynamiques longitudinaux

V.1.1 Dérivées de stabilité

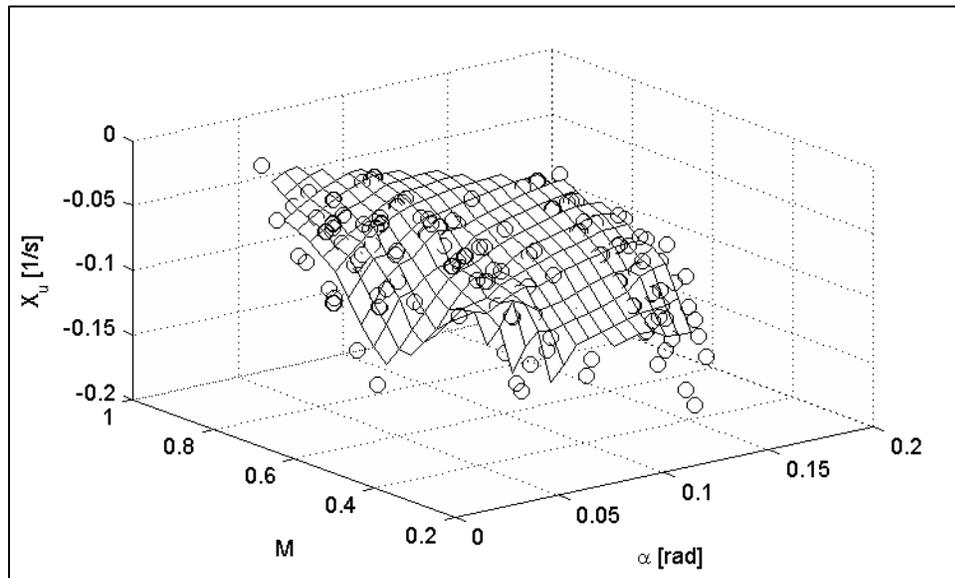
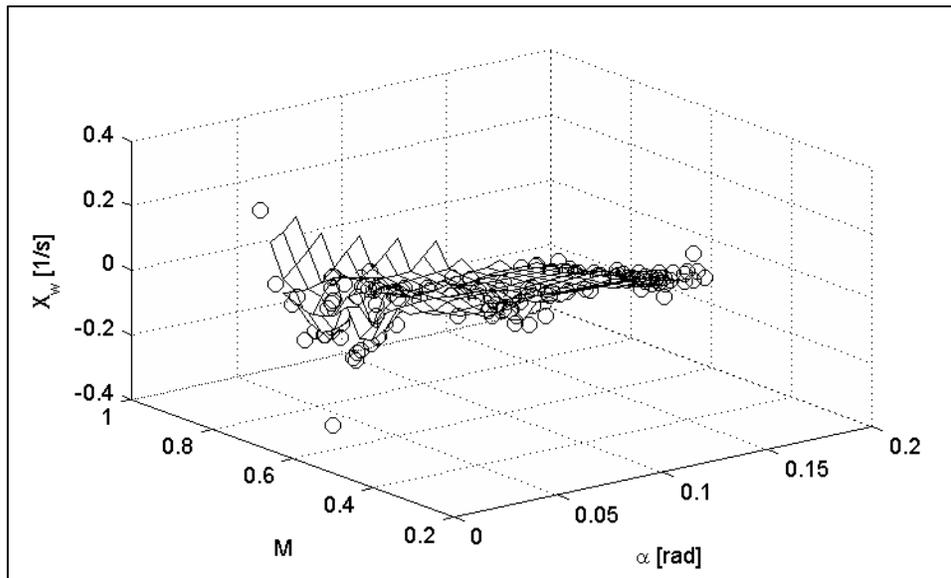
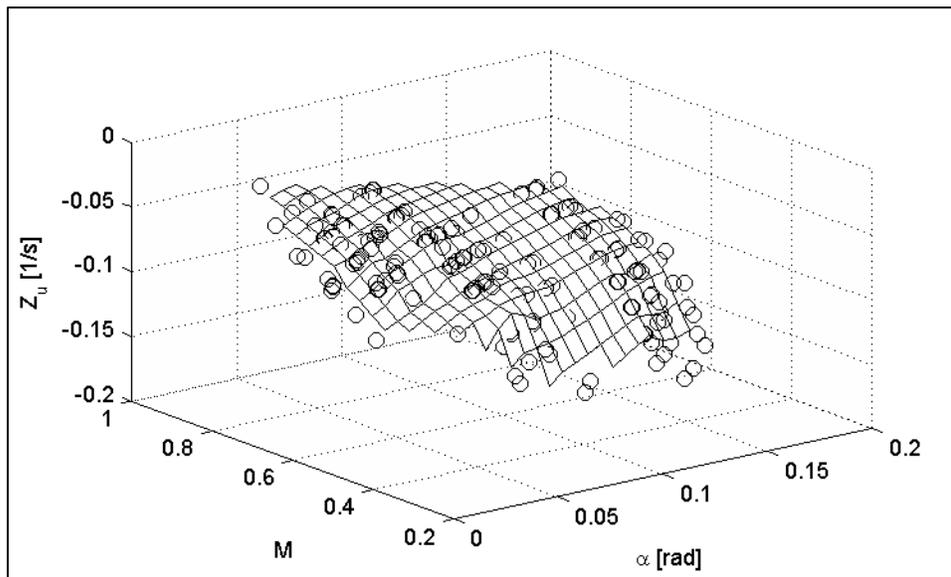
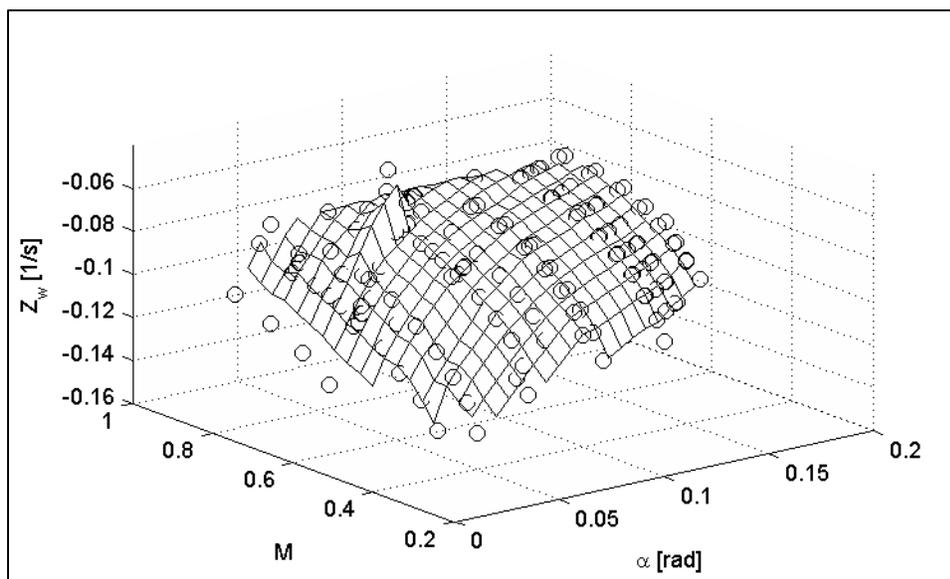
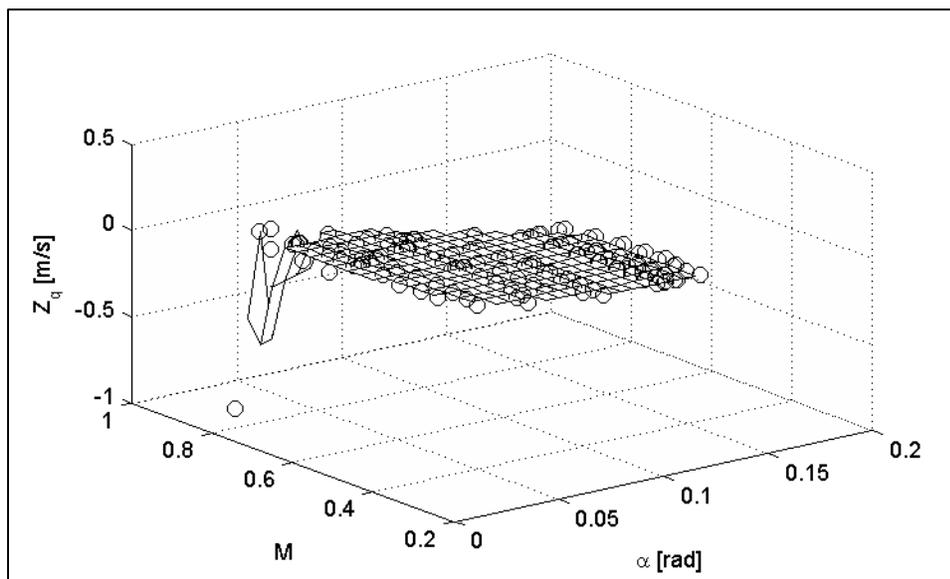
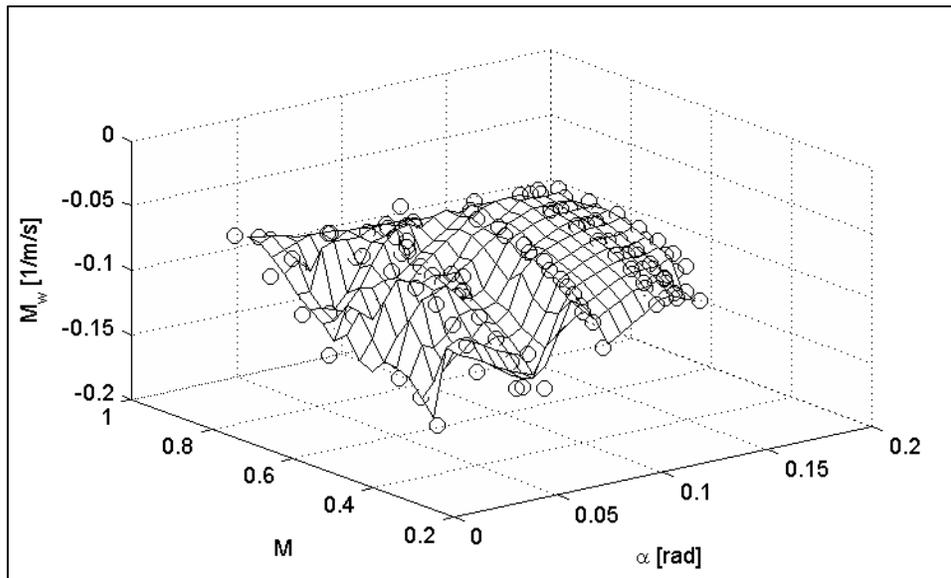
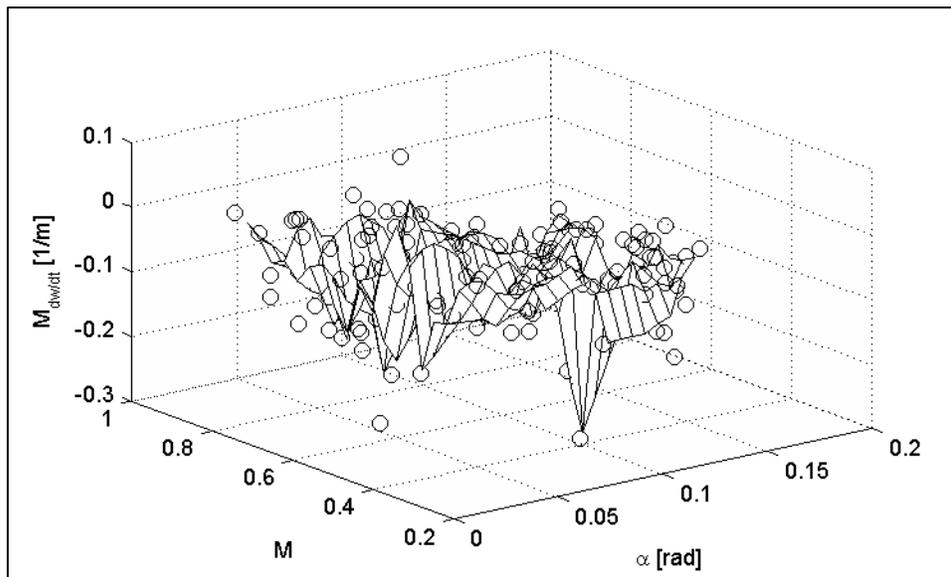
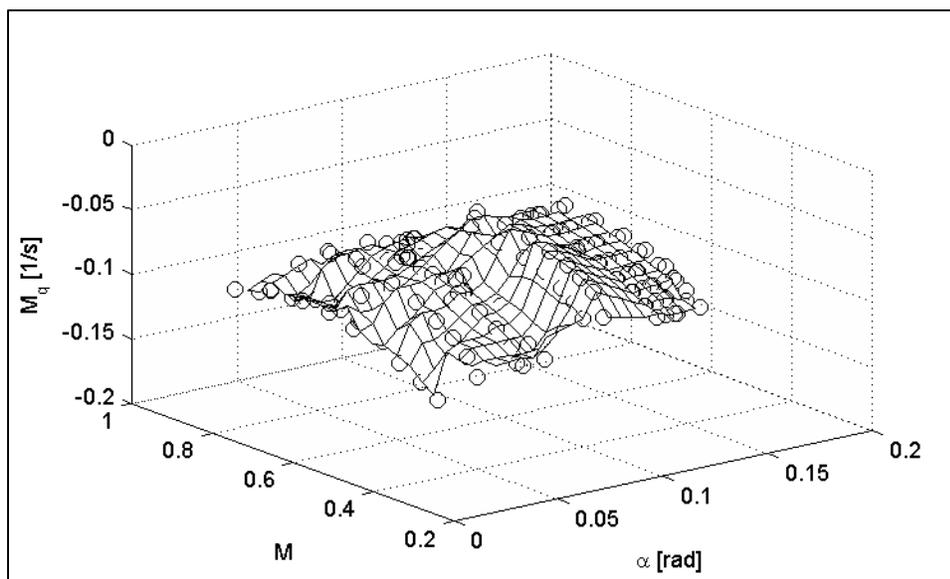


Figure-A V-1 – Variation de X_u en fonction de α et M

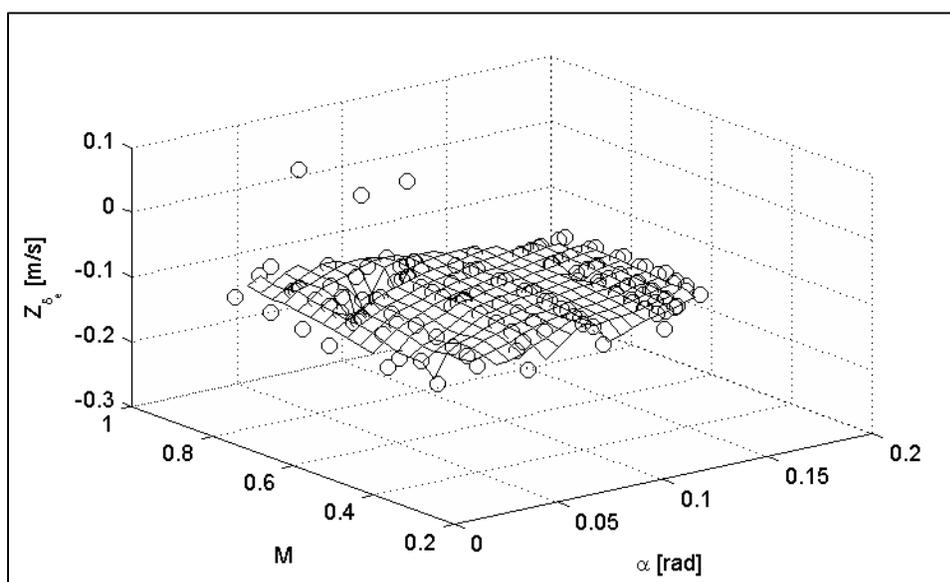
Figure-A V-2 – Variation de X_w en fonction de α et M Figure-A V-3 – Variation de Z_u en fonction de α et M

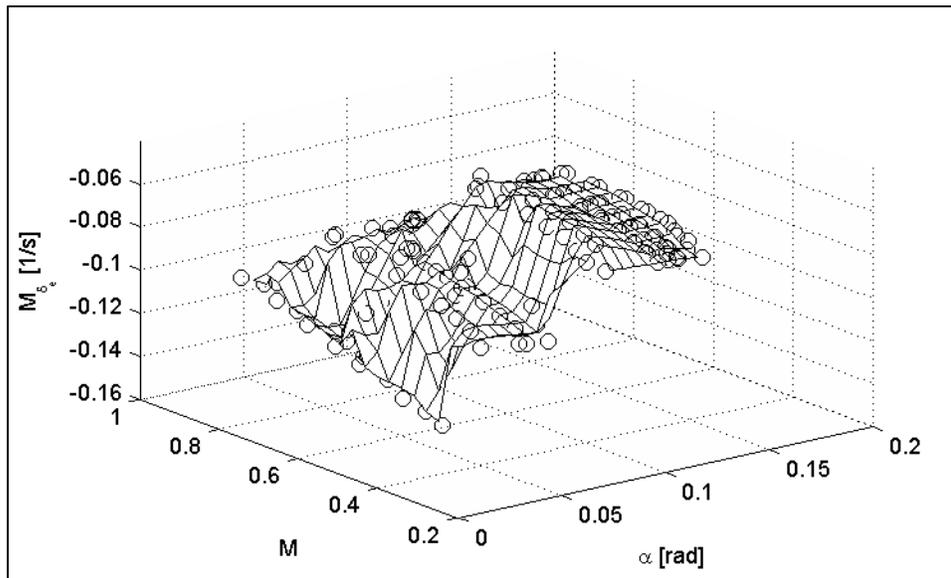
Figure-A V-4 – Variation de Z_w en fonction de α et M Figure-A V-5 – Variation de Z_q en fonction de α et M

Figure-A V-6 – Variation de M_w en fonction de α et M Figure-A V-7 – Variation de M_w en fonction de α et M

Figure-A V-8 – Variation de M_q en fonction de α et M

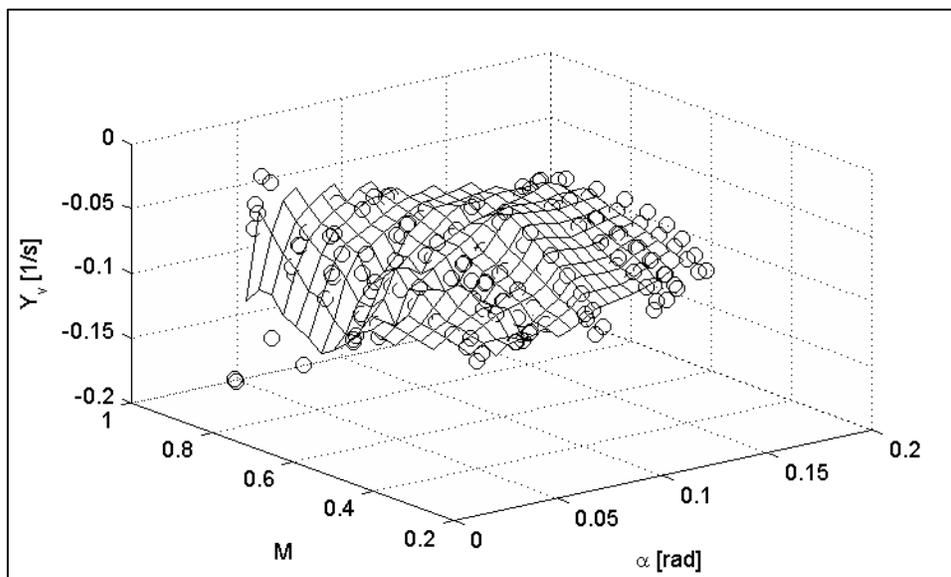
V.1.2 Dérivées de contrôle

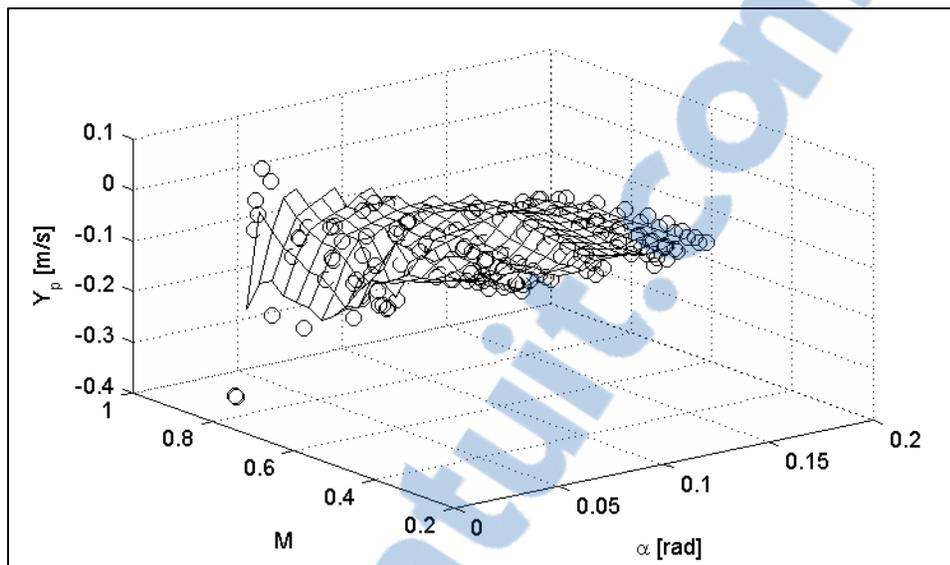
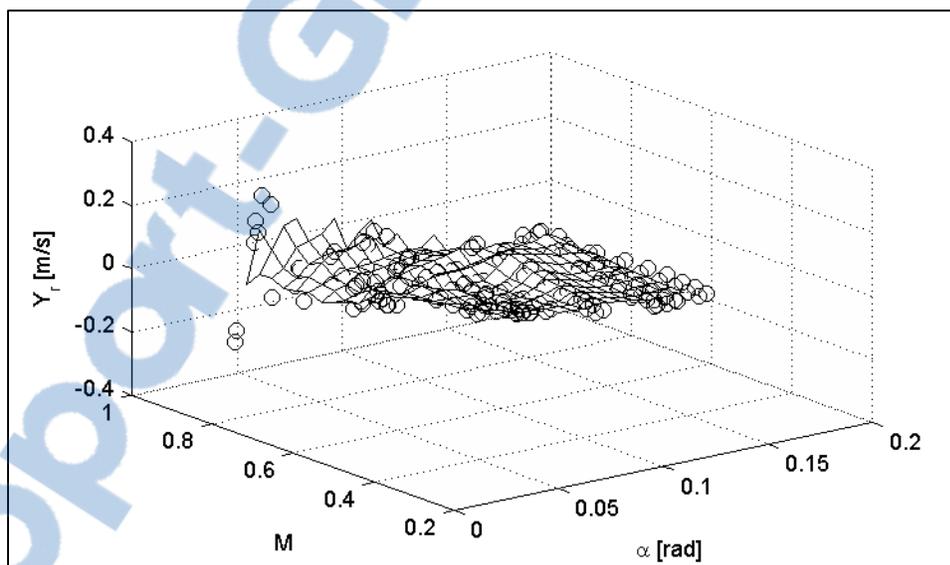
Figure-A V-9 – Variation de Z_{δ_e} en fonction de α et M

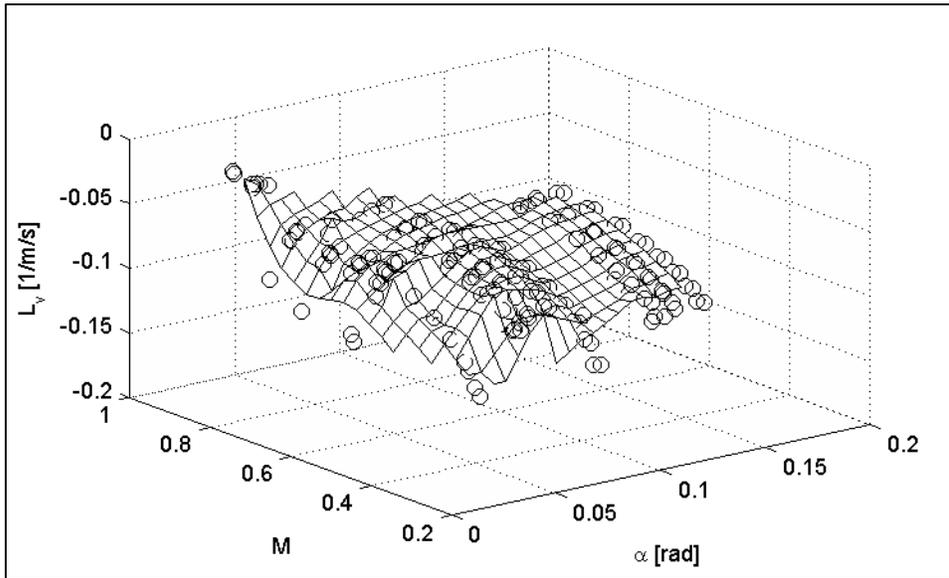
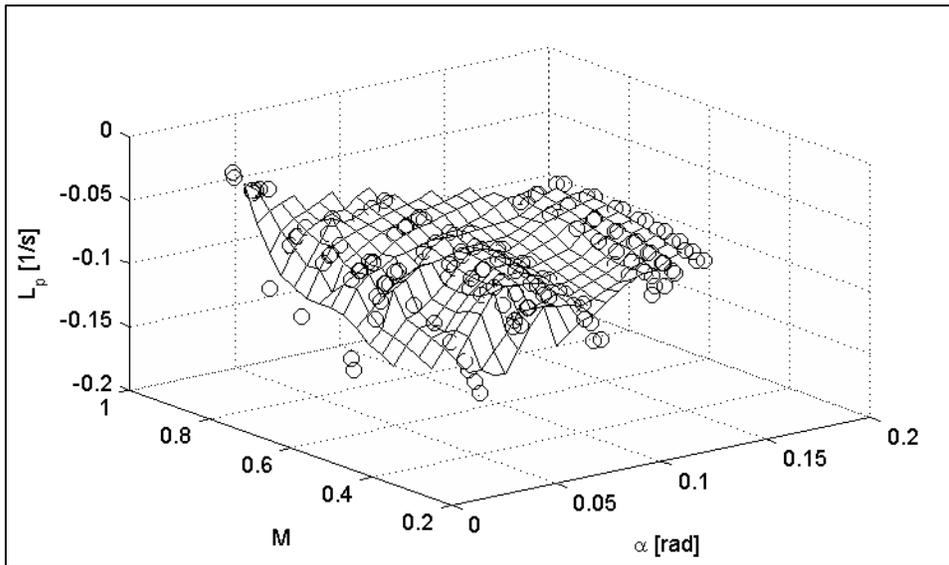
Figure-A V-10 – Variation de M_{δ_e} en fonction de α et M

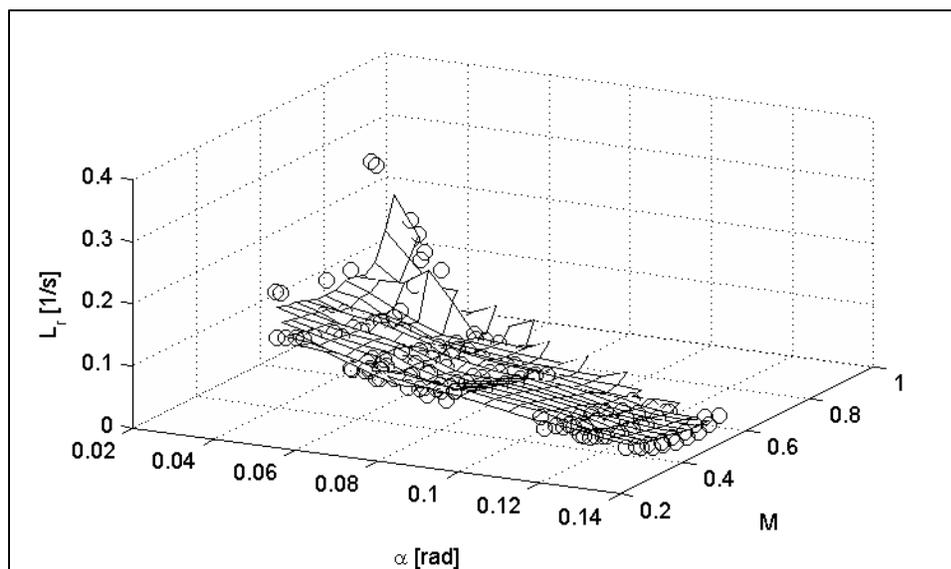
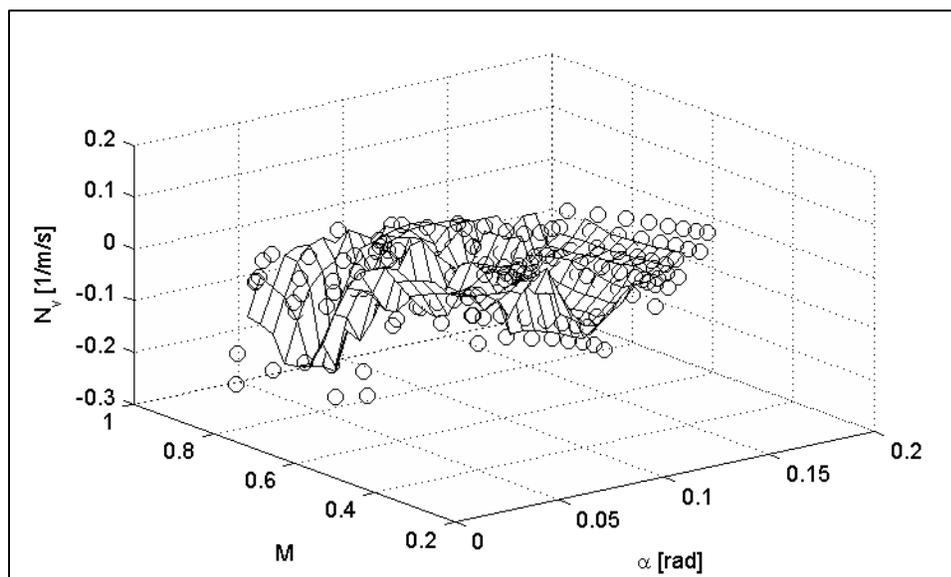
V.2 Dérivées des coefficients aérodynamiques latéraux

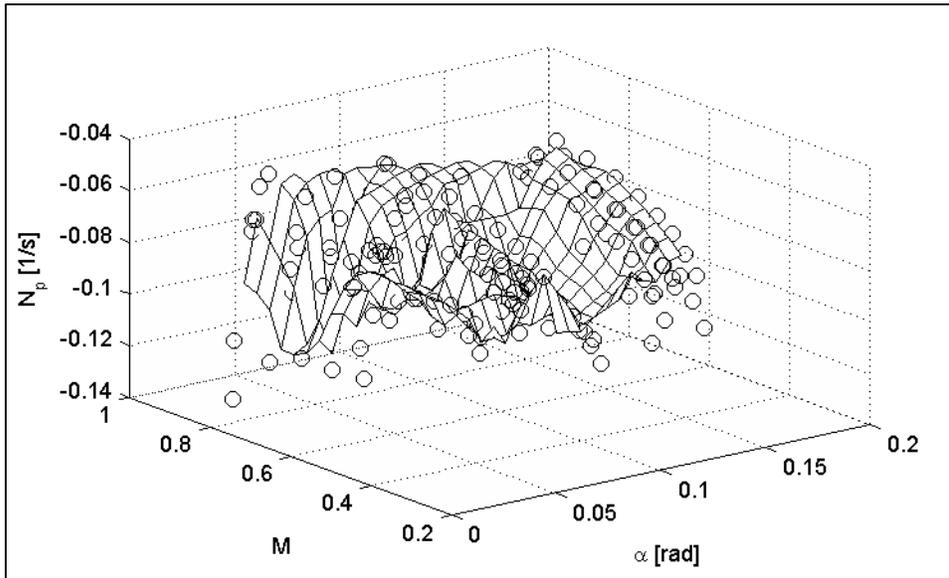
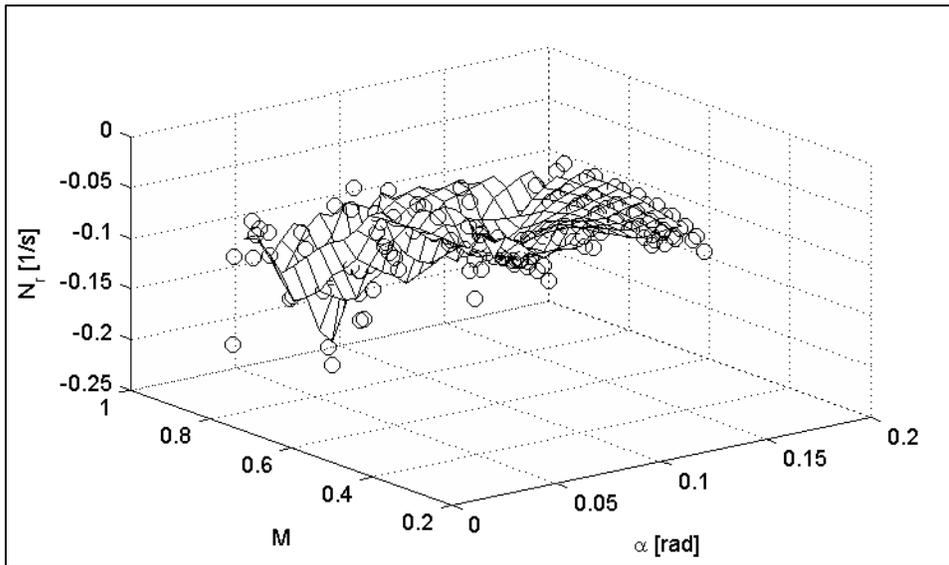
V.2.1 Dérivées de stabilité

Figure-A V-11 – Variation de Y_v en fonction de α et M

Figure-A V-12 – Variation de Y_p en fonction de α et M Figure-A V-13 – Variation de Y_r en fonction de α et M

Figure-A V-14 – Variation de L_v en fonction de α et M Figure-A V-15 – Variation de L_p en fonction de α et M

Figure-A V-16 – Variation de L_r en fonction de α et M Figure-A V-17 – Variation de N_v en fonction de α et M 

Figure-A V-18 – Variation de N_p en fonction de α et M Figure-A V-19 – Variation de N_r en fonction de α et M

V.2.2 Dérivées de contrôle

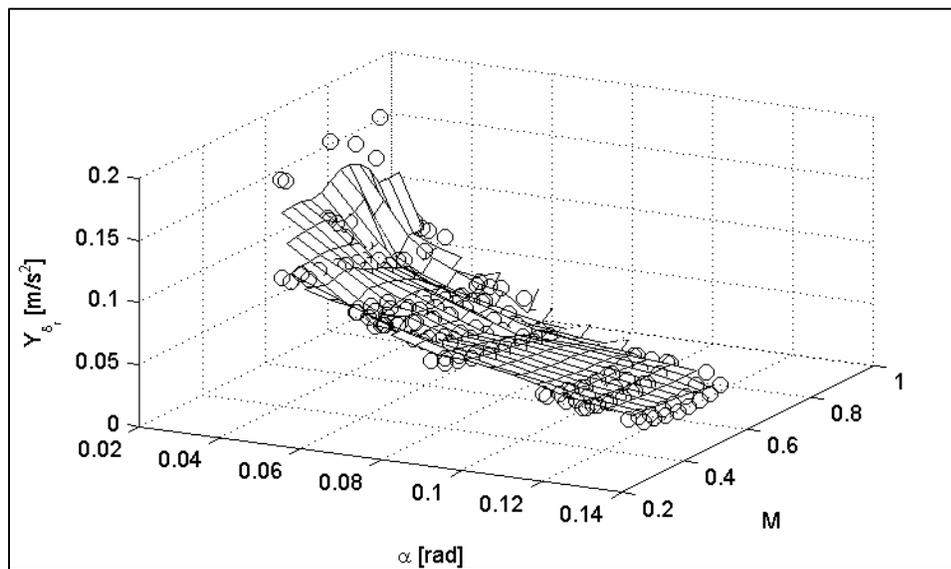


Figure-A V-20 – Variation de Y_{δ} en fonction de α et M

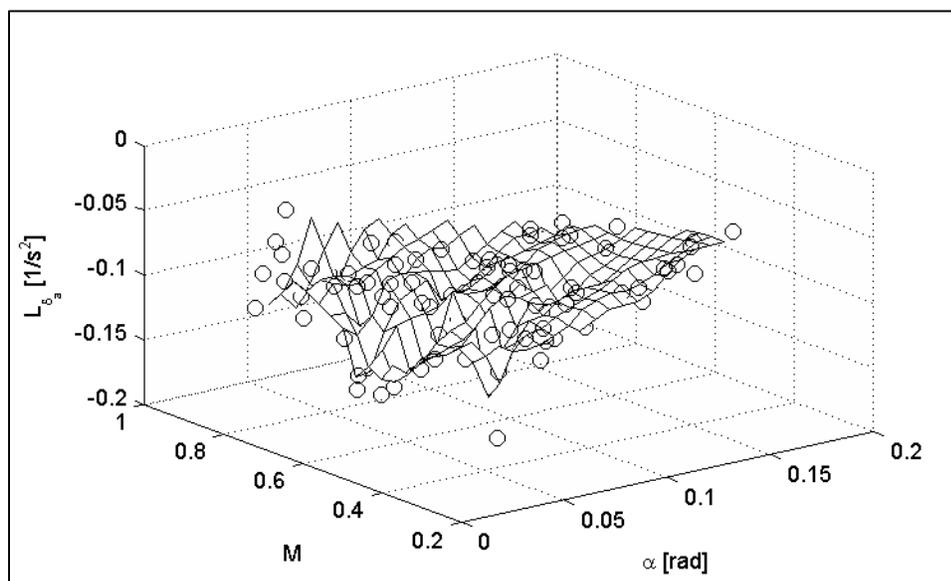


Figure-A V-21 – Variation de L_{δ} en fonction de α et M

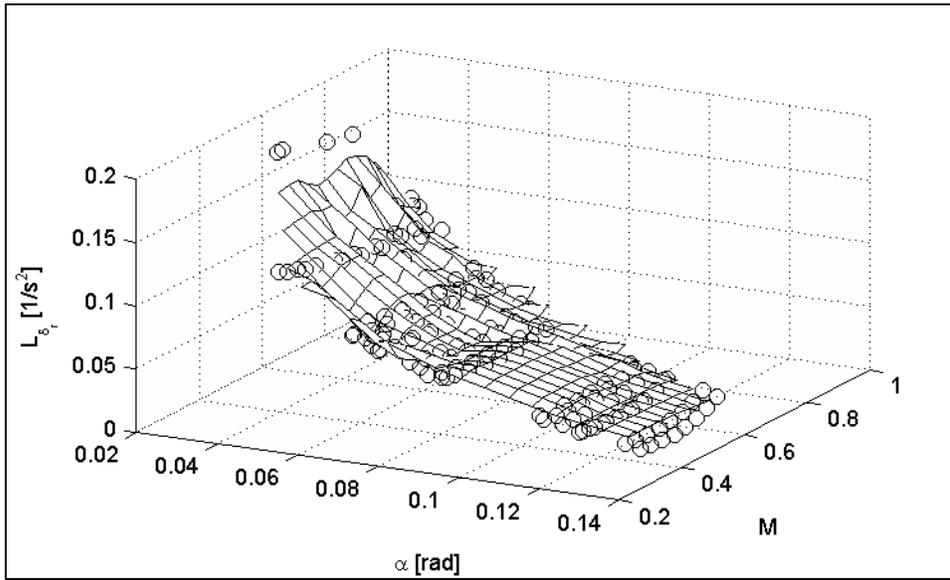


Figure-A V-22 – Variation de L_{δ} , en fonction de α et M

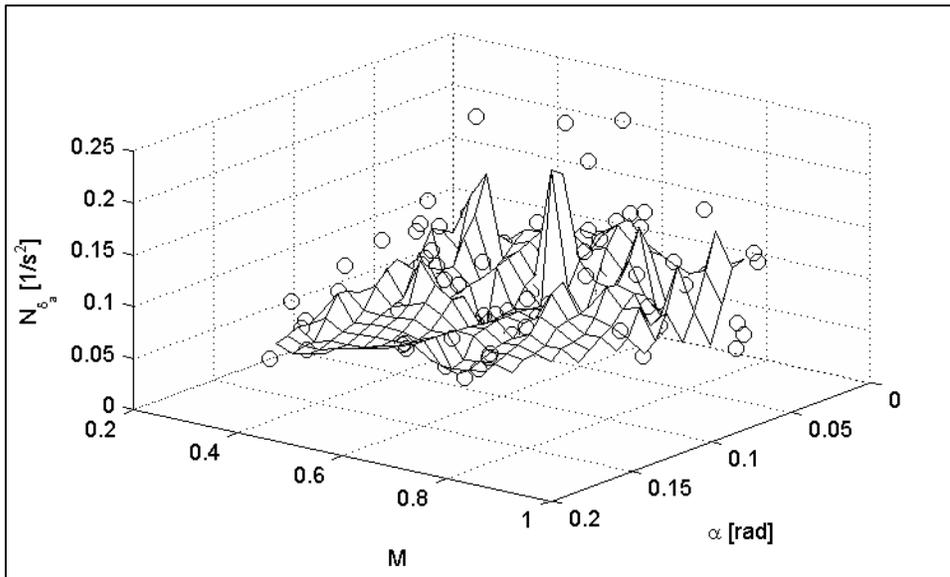


Figure-A V-23 – Variation de N_{δ} , en fonction de α et M

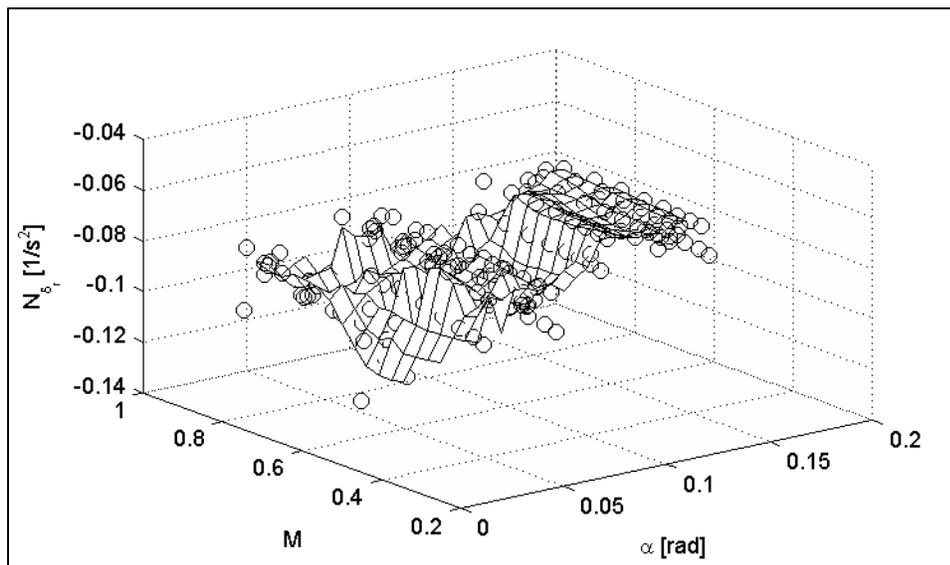


Figure-A V-24 – Variation de N_δ , en fonction de α et M

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- « Airbus A320 ». 2014. *Wikipédia, l'encyclopédie Libre*. <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Airbus_A320&oldid=100494313>.
- « Airplane Flight Manual Citation X ». 2009. Cessna.
- « Airplane Flying Handbook ». 2004. FAA-H-8083-3A. FAA. <https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aircraft/airplane_handbook/>.
- Airplane Simulator Qualification*. 1991. FAA Advisory Circular. AC 120-40B.
- Åström, K. J., et P. Eykhoff. 1971. « System identification—a survey ». *Automatica* 7 (2): 123–162.
- Beaulieu, M. N., S. De Jesus-Mota, et R. M. Botez. 2007. « Identification of Structural Surfaces' Positions on an F/A-18 Using the Subspace Identification Method from Flight Flutter Tests ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 221 (5) (mai 1): 719-731. doi:10.1243/09544100JAERO219.
- « Boeing B-52 Stratofortress ». 2014. *Wikipedia, the Free Encyclopedia*. <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Boeing_B-52_Stratofortress&oldid=591720842>.
- Boely, N., et R. M. Botez. 2010. « New Approach for the Identification and Validation of a Nonlinear F/A-18 Model by Use of Neural Networks ». *IEEE Transactions on Neural Networks* 21 (11): 1759-1765. doi:10.1109/TNN.2010.2071398.
- Boely, N., R. M. Botez, et G. Kouba. 2011. « Identification of a non-linear F/A-18 model by the use of fuzzy logic and neural network methods ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 225 (5): 559-574. doi:10.1177/2041302510392871.
- Bosch, P. P. J. van den. 1994. *Modeling, Identification, and Simulation of Dynamical Systems*. Boca Raton: CRC Press.
- Boughari, Y., et R. M. Botez. 2012. « Optimal flight control on the hawker 800 XP business aircraft ». In *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 5471-5476. doi:10.1109/IECON.2012.6388953.
- Bryan, G. H. 1911. *Stability In Aviation*. Macmillan and Co., London. <<http://dspace.wbpublibnet.gov.in:8080/jspui/handle/10689/9018>>.

- Cameron, D. 2014. « Boeing CEO Wants Incremental Innovation, Not “Moon Shots”. » *Wall Street Journal*, mai 21, sect. Business. <<http://online.wsj.com/news/articles/SB10001424052702303749904579576051459153662>>.
- Cessna Citation X Maintenance Training Manual*. Vol. 1. FlightSafety International.
- Cook, M. V. 2007. *Flight Dynamics Principles a Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control, Second Edition*. 2^e éd. Elsevier.
- Croft, J. 2013a. « Pressure Zone ». *Aviation Week & Space Technology*, septembre 9.
- Croft, J. 2013b. « Extended Envelopes ». *Aviation Week & Space Technology*, novembre 11.
- Diston, D. J. 2009. *Computational Modelling and Simulation of Aircraft and the Environment*. Chichester, UK: John Wiley & Sons.
- Etkin, B. 2000. *Dynamics of Atmospheric Flight*. Courier Dover Publications.
- Flight Test Guide for Certification of Part 23 Airplanes*. 2011. FAA Advisory Circular. AC 23-8C.
- Flight Test Guide For Certification Of Transport Category Airplanes*. 2012. FAA Advisory Circular. AC 25-7C.
- Flötotto, J. 2013. « 2D and Surface Function Interpolation ». In *CGAL User and Reference Manual*, 4.3 éd. CGAL Editorial Board. <<http://doc.cgal.org/4.3/Manual/packages.html#PkgInterpolation2Summary>>.
- Flying Qualities Textbook*. 1986. Vol. 2. Edwards: USAF Test Pilot School.
- Gobbi, M., G. Mastinu, et G. Previati. 2011. « A method for measuring the inertia properties of rigid bodies ». *Mechanical Systems and Signal Processing* 25 (1) (janvier): 305-318. doi:10.1016/j.ymssp.2010.09.004.
- Green, M. W. 1927. « Measurement of the Moments of Inertia of Full Scale Airplanes ». Technical Note NACA TN-265. Washington: NACA.
- Hamel, C., A. Sassi, R. M. Botez, et C. Dartigues. 2013. « Cessna Citation X Aircraft Global Model Identification from Flight Tests ». *SAE International Journal of Aerospace* 6 (1): 106–114. doi:10.4271/2013-01-2094.
- Hopkin, H. R. 1970. *A scheme of notation and nomenclature for aircraft dynamics and associated aerodynamics*. HM Stationery Office. <<http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/arc/rm/3562P3.pdf>>.
- Jategaonkar, R. V. 2006. *Flight Vehicle System Identification a Time Domain Methodology*. Reston, Va: American Institute of Aeronautics and Astronautics.

- Jategaonkar, R. V., D. Fischenberg, et W. Von Gruenhagen. 2004. « Aerodynamic modeling and system identification from flight data - Recent applications at DLR ». *Journal of Aircraft* 41 (4): 681-691.
- Jesus-Mota, S. De, M. N. Beaulieu, et R. M. Botez. 2009. « Identification of a MIMO state space model of an F/A-18 aircraft using a subspace method ». *Aeronautical Journal* 113 (1141): 183.
- Kaboldy. 2013. *Gulfstream G500*. Own work. <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gulfstream_G500.svg>.
- Kimberlin, R. D. 2003. *Flight Testing of Fixed-Wing Aircraft*. Reston, Va: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Klein, V. 1989. « Estimation of aircraft aerodynamic parameters from flight data ». *Progress in Aerospace Sciences* 26 (1): 1-77. doi:10.1016/0376-0421(89)90002-X.
- Knuth, D. E. 1981. *The Art of Computer Programming*. 2nd ed.. Reading, Mass: Addison-Wesley.
- Kouba, G., R. M. Botez, et N. Boely. 2009. « Identification of F/A-18 model from flight tests using the fuzzy logic method ». In *Proc. 47th AIAA Aerosp. Sci. Meeting Including New Horizons Forum Aerosp. Expo*, 1-28. <<http://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2009-1483>>.
- Lawford, J. A., et K. R. Nippres. 1983. « AGARD Flight Test Techniques Series. Volume 1. Calibration of Air-Data Systems and Flow Direction Sensors ». AGARD-AG-300-VOL-1. Neuilly-sur-Seine: AGARD. <<http://www.dtic.mil/docs/citations/ADA137367>>.
- Ljung, L. 1999. *System Identification: Theory for the User*. 2e ed.. Prentice Hall Information and System Science Series. Upper Saddle River: Prentice-Hall.
- Ljung, L. 2010. « Perspectives on system identification ». *Annual Reviews in Control* 34 (1): 1-12.
- McCormick, B. W., et Joseph A. Schetz. 2011. *Introduction to Flight Testing and Applied Aerodynamics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Morelli, E. A. 2002. « System identification programs for aircraft (SIDPAC) ». *AIAA paper* 4704: 2002.
- Morelli, E. A. 2012. « Flight Test Maneuvers for Efficient Aerodynamic Modeling ». *Journal of Aircraft* 49 (6) (novembre): 1857-1867. doi:10.2514/1.C031699.

- Morelli, E. A., et V. Klein. 2005. « Application of system identification to aircraft at NASA Langley Research Center ». *Journal of Aircraft* 42 (1): 12–25.
- Murrieta-Mendoza, A., R. M. Botez, et S. Ford. 2014. « Estimation of Fuel Consumption and Polluting Emissions Generated during the Missed Approach Procedure ». In *Modelling, Identification and Control - 2014*. Innsbruck: Acta Press. doi:10.2316/P.2014.809-040. <<http://www.actapress.com/PDFViewer.aspx?paperId=455830>>.
- Napolitano, M. R. 2012. *Aircraft Dynamics : From Modeling to Simulation*. Hoboken, NJ: JWiley.
- Nelson, R. C. 1998. *Flight Stability and Automatic Control*. 2^e éd. McGraw Hill.
- Norris, G. 2013a. « Working Winglet ». *Aviation Week & Space Technology*, décembre 2.
- Norris, G. 2013b. « Performance Push ». *Aviation Week & Space Technology*, décembre 23.
- Norris, G. 2014a. « Facing Reality ». *Aviation Week & Space Technology*, janvier 20.
- Norris, G. 2014b. « Flutter Frontier ». *Aviation Week & Space Technology*, mai 26.
- « November 2013 - Airbus Orders & Deliveries ». 2014. Consulté le janvier 21. <http://www.airbus.com/fileadmin/backstage/orders_deliveries_table/November_2013_-_Airbus_Orders_Deliveries.xls>.
- Ojha, S. K. 1995. *Flight performance of aircraft*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. <<http://www.getcited.org/pub/103275705>>.
- « Orders and Deliveries ». 2014. *The Boeing Company*. Consulté le juillet 24. <<http://active.boeing.com/commercial/orders/index.cfm?content=displaystandardreport.cfm&RequestTimeout=500&optReportType=AnnOrd&pageid=m15521>>.
- Van Overschee, P., et B. De Moor. 1994. « N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems ». *Automatica* 30 (1) (janvier): 75-93. doi:10.1016/0005-1098(94)90230-5.
- Pamadi, B. N. 2004. *Performance, Stability, Dynamics, and Control of Airplanes*. 2nd ed.. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- « Parcimonie ». 2014. *Wikipédia*. <<http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Parcimonie&oldid=89995787>>.
- Patrón, R. S. F., R. M. Botez, et D. Labour. 2013. « New altitude optimisation algorithm for the flight management system CMA-9000 improvement on the A310 and L-1011 aircraft ». *Aeronautical Journal* 117 (1194): 787–805.

- Patrón, R. S. F., A. C. O. Owono, R. M. Botez, et D. Labour. 2013. « Speed and altitude optimization on the FMS CMA-9000 for the Sukhoi Superjet 100 using genetic algorithms ». doi:10.2514/6.2013-4257. <<http://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2013-4257>>.
- Raol, J. R., G. Girija, et J. Singh. 2004. *Modelling and Parameter Estimation of Dynamic Systems*. IET Control Engineering Series 65. IET.
- « Rapport final - Accident survenu le 1er juin 2009 à l'Airbus A330-203 immatriculé F-GZCP exploité par Air France vol AF 447 Rio de Janeiro - Paris ». 2012. Rapport d'enquête. BEA.
- Rodriguez, L. F., et R. M. Botez. 2012. « Civil turbofan engines thrust generic model ». In *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 5444-5450. doi:10.1109/IECON.2012.6389521.
- Rodriguez, L. F., et R. M. Botez. 2013. « Generic New Modeling Technique for Turbofan Engine Thrust ». *Journal of Propulsion and Power* 29 (6): 1492–1495.
- Siddymcbill. 2014. *Airplane*. <<http://openclipart.org/detail/191525/airplane-by-siddymcbill-191525>>.
- Stoliker, F. N. 1995. « AGARD Flight Test Techniques Series. Volume 14. Introduction to Flight Test Engineering (Introduction à la Technique d'essais en vol) ». AGARD-AG-300-VOL-14. Neuilly-sur-Seine: AGARD. <<http://www.dtic.mil/docs/citations/ADA303918>>.
- Tischler, M. B. 2006. *Aircraft and Rotorcraft System Identification Engineering Methods with Flight-Test Examples*. Reston, Va: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Tondji Chendjou, Y. W., et R. M. Botez. 2014a. « Numerical and Experimental Measurements of the Unmanned Aerial System UAS-S4 Ehécatl ». In *Unmanned Systems Canada 2014 Annual Conference*.
- Tondji Chendjou, Y. W., et R. M. Botez. 2014b. « Numerical and Experimental Measures of the Unmanned Aerial System UAS-S4 of Hydra Technologies ». In *SAE 2014 Aerospace Systems and Technology Conference*. <<http://papers.sae.org/2014-01-2145/>>.
- Vincent, J.-B., R. M. Botez, D. Popescu, et G. Ghazi. 2012. « New methodology for a business aircraft model Hawker 800 XP stability analysis using Presagis FLsim ». In . Minneapolis: AIAA. <<http://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2012-4564>>.

Yechout, T. R., S. L. Morris, D. E. Bossert, et W. F. Hallgren. 2003. *Introduction to Aircraft Flight Mechanics Performance, Static Stability, Dynamic Stability, and Classical Feedback Control*. Reston, VA: AIAA.

