

SOMMAIRE

<i>1-INTRODUCTION</i>	<i>1</i>
<i>2-MATERIEL ET METHODES</i>	<i>2</i>
2.1-Site d'étude et système d'élevage	2
2.2-Les données	3
2.2.1-Origine des données démographiques	3
2.2.2-Origine des données climatiques	5
2.3-Analyse LTRE	5
<i>3-RESULTATS</i>	<i>8</i>
3.1-Description des variables environnementales	8
3.2-Relation entre la productivité et les variables environnementales	8
3.2.1-Le $\lambda_{\max,t}$	8
3.2.2-La fertilité	8
3.2.3-La mortalité	14
3.3-Analyse LTRE	14
<i>4-DISCUSSION-CONCLUSION</i>	<i>19</i>
<i>BIBLIOGRAPHIE</i>	<i>22</i>
<i>ANNEXE</i>	<i>25</i>

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Localisation du site de N'Diagne (Sénégal).

Figure 2 : Evolution de la pluviométrie et de la biomasse herbacée annuelles pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Figure 3 : Relation entre la biomasse herbacée et la pluviométrie annuelles pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

Figure 4 : Evolution du taux de productivité ($\lambda_{\max,t}$) pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Figure 5 : Relation entre le $\lambda_{\max,t}$ et la biomasse herbacée annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

Figure 6 : Relation entre le $\lambda_{\max,t}$ et la pluviométrie annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Figure 7 : Relation entre la fertilité annuelle par quinzaine et la biomasse herbacée annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

Figure 8 : Relation entre la fertilité annuelle par quinzaine et la pluviométrie annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Figure 9 : Exploitation, importation et exploitation nette saisonnières par quinzaine des femelles de la classe d'âge 6-12mois pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Figure 10 : Exploitation, importation et exploitation nette saisonnières par quinzaine des femelles de plus de 1an pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Figure 11 : Relation entre la mortalité annuelle par quinzaine et la biomasse herbacée annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

Figure 12 : Relation entre la mortalité annuelle par quinzaine et la pluviométrie annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Figures 13a, 13b, 13c : Relation entre la mortalité saisonnière par quinzaine de la classe d'âge 0-3 mois et la biomasse herbacée annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

Figures 14a, 14b, 14c : Relation entre la mortalité saisonnière par quinzaine de la classe d'âge 0-3 mois et la pluviométrie annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Hauteur d'eau (mm), biomasse herbacée (kg matière sèche / ha), fertilité annuelle par quinzaine des femelles de plus de 1an et taux de productivité ($\lambda_{\max,t}$) pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 2 : Fertilité, exploitation, importation, exploitation nette par quinzaine pour les classes d'âge 6-12 mois et 1an et plus pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 3 : Exploitation nette saisonnière par quinzaine des femelles de la communauté rurale de N'Diagne pour les classes d'âge 0-6mois, 6-12 mois et plus de 1an entre 1984 et 1995.

Tableau 4 : Mortalité annuelle par quinzaine par classes d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 5 : Mortalité par quinzaine saisonnière et par classe d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 6 : $\Delta\lambda = \lambda_{\max,t} - \lambda_{\max,ref}$ et contributions de la mortalité et de la fécondité au $\Delta\lambda$ pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

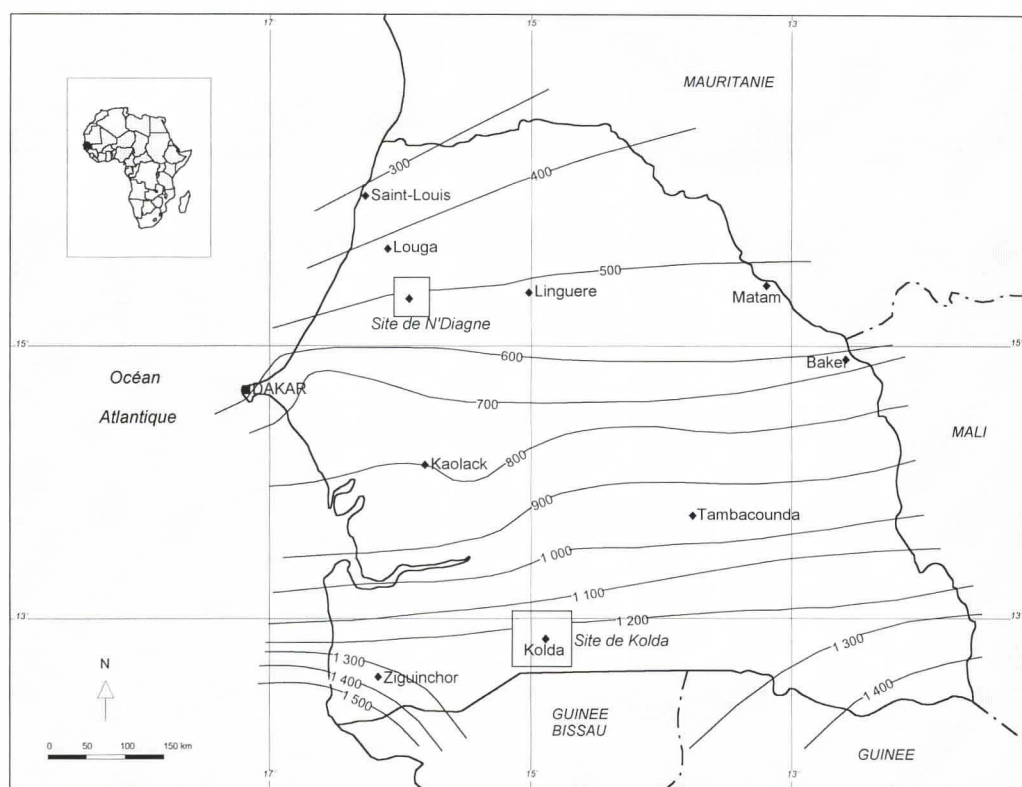
Tableau 7 : Contributions de la fécondité au $\Delta\lambda$ par saison pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 8 : Contributions de la mortalité au $\Delta\lambda$ par classe d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 9 : Contributions de la mortalité par saison et par classes d'âge aux variations du taux de productivité pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 10 : Coefficients de variation inter-annuelle (CV), élasticités (e) et contributions (Contrib) aux variations du taux de productivité de la fécondité par classe d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 11 : Coefficients de variation inter-annuelle (CV), élasticités (e) et contributions (Contrib) aux variations du taux de productivité de la mortalité par classe d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.



Source : Atlas jeune Afrique, Sénégal, 1980

Figure 1 : Localisation du site de N'Diagne (Sénégal)

1-INTRODUCTION

L'Afrique de l'ouest renferme un grand nombre de biotopes. Aux forêts denses humides de la Côte d'Ivoire s'oppose le plus grand désert chaud du monde : le Sahara. Ce désert présente des étés torrides, des contrastes thermiques (annuels et journaliers) accentués, une sécheresse extrême de l'air et une grande irrégularité des pluies qui y sont rares. Les frontières du Sahara connaissent cependant la pluie, en automne au nord et en été pour la région sud. Ces pluies permettent les cultures. Néanmoins, ces 30 dernières années, la pluviométrie moyenne a chuté de 40 % et la durée des pluies s'est réduite. L'élevage des petits ruminants, et notamment des ovins, s'est alors fortement développé dans la région nord du Sénégal (région sahélienne) pour suppléer à la forte baisse des rendements céréaliers. L'élevage a par conséquent pris une place grandissante (Faugère *et al.*, 1989).

Dans les systèmes d'élevage, les ovins ont un rôle social important. Ils sont exploités lors de fêtes religieuses telle que la Tabaski ou représentent des dons ou des dotes lors des mariages. Outre cet important rôle social, les ovins ont surtout un rôle de capital-épargne pour les éleveurs (Faugère *et al.*, 1990; Moulin, 1993; Bennison *et al.*, 1997). Ils sont fortement exploités lors des périodes de soudure alimentaire pendant lesquelles les éleveurs ont besoin de liquidité pour acheter des denrées alimentaires (Moulin, 1993; Tillard *et al.*, 1997). Ces petits ruminants présentent de bonnes qualités d'adaptation aux contraintes environnementales par leur rusticité et leur prolificité (Buldgen *et al.*, 1992). Ils se caractérisent notamment par une résistance à certaines maladies et une grande capacité d'ingestion, permettant l'utilisation de peu de ressources. En contre partie, ils sont souvent peu productifs (Benton *et al.*, 1995). Malgré leurs bonnes qualités d'adaptation au milieu, ces animaux restent soumis aux variations inter et intra-annuelles de l'environnement (Faugère *et al.*, 1989). Le climat influe non seulement sur l'état physique des animaux mais également sur la mortalité des juvéniles, sensibles à la qualité de la lactation (Cossins et Upton, 1988). Dans la région nord du Sénégal, la reproduction suit le cycle des saisons. Les fécondations ont lieu en saison des pluies, alors que le disponible alimentaire est le plus important, et le pic de mise bas a lieu en saison sèche froide (CIRAD-IEMVT, 1991; Clément *et al.*, 1997). L'exploitation et l'importation d'animaux dépendent, quant à elles, de facteurs sociaux économiques (date de la Tabaski,...), climatiques (période de soudure,...) ou pathologiques (CIRAD IEMVT, 1991; Faugère *et al.*, 1997; Moulin, 1993; Clément *et al.*, 1997).

En milieu tropical, les contraintes de l'élevage extensif sont la malnutrition, la gestion du cheptel, la reproduction et le manque de structures de commercialisation (Upton, 1985; Wilson, 1983). Au Sahel, la contrainte principale de l'élevage est l'alimentation (Faugère *et al.*, 1989). Le disponible alimentaire est fortement lié à la biomasse herbacée produite pour une année. La productivité d'une population de petits ruminants, liée à la quantité de fourrage dont ils disposent, est donc positivement liée à la production en biomasse herbacée du site sur lequel les animaux pâturent. La quantité de biomasse herbacée produite sur l'ensemble d'une année dépend de la qualité de la saison des pluies; une forte pluviométrie avec des pluies très espacées dans le temps n'étant pas propice à la pousse de la végétation (Barral *et al.*, 1983, Boudet, 1984).

Les précipitations ayant fortement chuté depuis 30 ans, et la durée de la saison des pluies s'étant réduite, il nous a semblé pertinent d'étudier les conséquences de ce phénomène sur l'élevage en zone sahélienne. Pour cela, nous avons essayé d'analyser les variations interannuelles de la productivité d'une population d'ovins de la communauté rurale de N'Diagne, au nord du Sénégal, en relation avec les variations interannuelles de l'environnement. La productivité peut être définie comme une synthèse des paramètres démographiques naturels : fécondité et mortalité. Les variations environnementales peuvent avoir un impact sur l'un ou l'autre de ces paramètres. Nous avons donc cherché à déterminer

lequel de ces deux paramètres est le plus important pour la productivité. Ainsi, nous saurons à quel paramètre démographique la productivité est la plus sensible, et si les performances zootechniques des petits ruminants peuvent être prédites à partir des conditions environnementales.

L'étude a été réalisée à partir de données récoltées dans le cadre du programme Production et Pathologie des petits Ruminants mené conjointement par l'ISRA et le CIRAD-IEMVT de 1983 à 1997. Ces données ont permis, lors d'une étude réalisée précédemment (Lesnoff, 2000), l'estimation des paramètres démographiques à partir de modèles linéaires généralisés et le calcul des taux de productivité annuel de la population par un modèle matriciel périodique de Leslie (Leslie, 1945; Skellam, 1967; Caswell, 1989b).

En premier lieu, nous avons étudié la relation entre le taux de productivité annuel, la fertilité ou la mortalité et les variables environnementales. Dans l'étude qui a été faite par Lesnoff sur le même jeu de données entre 1992 et 1994 (Lesnoff, 2000), l'exploitation des femelles s'accompagne toujours d'une chute des fertilités. Il semble que les éleveurs effectuent une sélection des femelles qu'ils importent ou exploitent. Ces femelles semblent avoir un potentiel reproductif supérieure à celui des femelles restant dans les troupeaux. Ainsi, l'exploitation de ces femelles tendrait à faire chuter la fécondité apparente alors que leur importation tendrait à la faire augmenter. Nous avons donc étudié la relation entre la fertilité et l'exploitation pour mettre en évidence une éventuelle interférence de l'exploitation sélective des femelles par les éleveurs.

Dans le second point, nous avons déterminé les parts respectives des paramètres démographiques naturels dans les variations de la productivité. Ces paramètres pouvant tous deux être influencés par l'environnement, il est utile de savoir quel est le plus important pour la productivité. Ainsi, nous saurons à quel paramètre la productivité est la plus sensible, et donc à travers quel paramètre les variations environnementales peuvent avoir un effet sur la productivité. Cette étude a été réalisée à partir de deux analyses LTRE (*life table respons experiments*), l'une déterministe et l'autre stochastique (Caswell, 1989 a et b). L'analyse LTRE est interprétée comme une décomposition des variations interannuelles de la productivité de la population.

2-MATERIEL ET METHODES

2.1-Site d'étude et système d'élevage

La communauté rurale de N'Diagne se trouve dans la région nord du Sénégal (Figure 1), en zone sahélienne. Cette région est caractérisée par l'alternance d'une courte saison des pluies (3 à 4 mois) et d'une longue saison sèche (8 à 9 mois) (CIRAD-IEMVT, 1991). L'année se découpe de la manière suivante : saison des pluies ou hivernage de juillet à septembre, post-hivernage en octobre, saison sèche "fraîche" de novembre à février, saison sèche chaude de mars à mai et pré-hivernage en juin (Faugère *et al.*, 1989). La pluviométrie moyenne de la région sur l'ensemble de la période d'étude (1984 à 1995) est de 300mm d'eau cumulés par an. Elle présente de fortes variations interannuelles avec des valeurs minimale et maximale de 173.6 et 447.7mm entre 1984 et 1995. Le relief dunaire de la région est atténué, couvert d'une strate herbacée composée de graminées annuelles, et d'une strate ligneuse essentiellement composée d'acacias dont les feuilles et gousses procurent un fourrage apprécié des animaux (CIRAD IEMVT, 1991). Dans les zones les plus pâturées, la strate herbacée disparaît presque totalement en saison sèche (Clément *et al.*, 1997). L'alimentation est la contrainte principale

de l'élevage en milieu sahélien et de nombreux éleveurs complètent leurs animaux au moins durant la saison sèche (fanes d'arachide, tourteaux) pour assurer la subsistance du troupeau (Moulin, 1993).

A N'Diagne, l'ethnie Wolof est majoritaire. Les Wolof possèdent des petits troupeaux familiaux (15 ovins environ), généralement strictement monospécifiques. L'élevage est de type traditionnel et extensif. D'octobre à mars, les troupeaux de concession d'un même village, définis comme l'ensemble des animaux passant la nuit dans la même concession (Moulin *et al.*, 1994), sont regroupés en troupeaux villageois et exploitent les résidus de culture (Tillard *et al.*, 1997). A partir d'avril, les animaux sont laissés en divagation sur les parcelles non cultivées et les parcours naturels. Les ovins exploités par l'ethnie Wolof sont de race Peul-Peul, Touabir et métis Peul-Touabir (Walaré) (CIRAD-IEMVT, 1991). Ils sont de grand format, les femelles atteignant environ 30 kg à l'âge adulte.

Les troupeaux sont essentiellement constitués de femelles (70 à 75 % de l'effectif) dont la carrière peut être longue (au delà de 9 ans) (Clément *et al.*, 1997, CIRAD-IEMVT, 1991). Dans la zone de Louga, environ 25% des femelles ont plus de quatre ans et près de 10% ont plus de 6 ans (CIRAD-IEMVT, 1991). La régularité des pyramides des âges des femelles rend compte d'une gestion équilibrée de celles-ci. Les mâles sont quant à eux exploités très jeunes (seuls 15% des béliers ont plus de 1an). Les animaux font en effet l'objet d'une importante spéculation lors de fêtes religieuses telles que la Tabaski. Ils sont également fortement exploités pour leur viande, ou pour des besoins en liquidités nécessaires à l'achat d'autres denrées alimentaires, lors des périodes de soudure alimentaire (CIRAD-IEMVT, 1991; Moulin, 1993; Tillard *et al.*, 1997). Le taux d'exploitation est de 35% environ en zone sahélienne, il est surtout caractérisé par la vente des animaux (75% de l'exploitation des troupeaux de Louga) (Tillard *et al.*, 1997).

Pour la communauté rurale de N'Diagne, l'âge moyen à la première mise bas est de 17 mois et il n'y a en général qu'une mise bas par an. On observe un pic de naissances en saison sèche : 75% des naissances ont lieu de novembre à mars (CIRAD-IEMVT, 1991; Clément *et al.*, 1997). Ces mises bas correspondent à des fécondations au cours de la saison des pluies lorsque le couvert herbacée offre de meilleures conditions d'alimentation. Le sevrage a lieu vers 5 ou 6 mois. La faible fécondité des ovins de N'Diagne (97% contre 128% au centre du Sénégal et 140% au sud) est compensée par une forte survie (13% à N'Diagne contre 18 et 27% au centre et au sud du Sénégal) malgré des contraintes environnementales importantes (CIRAD-IEMVT, 1991).

2.2-Les données

2.2.1-Origine des données démographiques

Dans le cadre du programme Pathologie et Productivité des petits Ruminants en milieu traditionnel, mené conjointement par l'ISRA et le CIRAD-IEMVT entre 1983 et 1997, 10 villages et 119 troupeaux ont été suivis dans la communauté rurale de N'Diagne (Moulin, 1993). Les suivis ont été effectués dans un rayon de 10 à 20 kms autour des villes pour la facilité d'accès aux troupeaux et selon l'acceptation du suivi par les éleveurs. L'enquête s'articulait autour d'un suivi démographique des troupeaux (naissances, acquisition, mortalité (cause, âge), vente, échange, abattage, rythme de reproduction, type de mise bas, prolificité...) qui a permis la récolte de nombreuses données fiables. Pour notre étude, seules les données concernant les troupeaux présents en 1984 et les troupeaux n'ayant pas présenté d'arrêt de suivi entre 1985 et 1995 ont été utilisées. Ces données ont notamment permis lors d'un travail précédent (Lesnoff, 2000), l'estimation de paramètres démographiques naturels :

fécondité et mortalité. Lors de cette étude, la fertilité a été estimée par un modèle linéaire généralisé avec une fonction de lien logistique. La mortalité a été estimée par un modèle non paramétrique pour données groupées : modèle linéaire généralisé avec lien *log-log complémentaire* (Prentice & Gloecker, 1978; Bartlett, 1978). Les paramètres ont été ajustés par le facteur année. Lors de l'étude effectuée par Lesnoff sur les données de 1992 à 1995 (Lesnoff, 2000), la prolificité n'a pas montré d'action dans les variations interannuelles de la productivité. Seule la relation entre la fertilité et les variables environnementales a donc été étudiée dans notre étude.

Les paramètres démographiques naturels de la population d'ovins de la communauté rurale de N'Diagne, estimés à partir des modèles décrits précédemment, ont été définis comme suit :

- La mortalité est la probabilité de mort naturelle pour un animal présent dans le troupeau.
- La probabilité de mise bas est la probabilité de mettre bas au moins un produit né vivant pour une femelle présente dans le troupeau. Dans cette étude, la probabilité de mettre bas est également appelée "fertilité" bien qu'elle ne corresponde pas au sens zootechnique conventionnel.
- La prolificité est le nombre moyen de produits nés vivants par mise bas pour une femelle présente dans la population.
- la fécondité est le nombre moyen de produits nés vivants par femelle présente dans la population. Elle correspond au produit de la fertilité par la prolificité.

Dans notre étude, nous avons réalisé des regroupements par saisons et selon différentes classes d'âge afin de pouvoir suivre l'évolution inter et intra-annuelle des paramètres démographiques en fonction des paramètres environnementaux. Des moyennes arithmétiques ont été effectuées pour avoir des fertilité et mortalité moyennes par quinzaine. C'est à partir de ces paramètres moyens qu'ont été calculés les taux de productivité annuel de la population (Lesnoff, 2000).

La productivité désigne une mesure du potentiel productif biologique. Il existe donc différentes mesures possibles de celle-ci. Elle peut être mesurée, par exemple, par le rapport entre les quantités produites (numériques, pondérales, financières...) et les moyens de productions mis en œuvre (Lesnoff, 2000). Elle peut également être définie comme le rapport entre ce qui entre dans la population et ce qui en sort (Bosman et al., 1997). Nous avons retenu comme indice de productivité une synthèse des paramètres démographiques naturels (fécondité et mortalité). Il peut être mesuré par un modèle matriciel de Leslie (Leslie, 1945). Dans ce cas, le taux de productivité annuel est le taux d'accroissement annuel de la population ou taux de multiplication. Il est donné par la valeur propre dominante de la matrice de projection annuelle A_t de la population et est nommé λ_t . La population d'ovins de N'Diagne est soumise à l'exploitation et l'importation d'animaux. Dans notre étude, nous considérons un taux de productivité maximal de la population : $\lambda_{\max,t}$. Il est défini comme le taux de multiplication qu'aurait la population en absence d'importation et d'exploitation d'animaux dans les troupeaux pour une année t .

Les estimations des paramètres démographiques et les calculs du taux de productivité maximal annuel de la population ($\lambda_{\max,t}$) ont été effectués au cours de l'étude réalisée par Lesnoff (Lesnoff, 2000) et ont été repris ici. Ce taux de productivité a été calculé à partir d'un modèle matriciel périodique dans lequel l'année est discrétisée en périodes appelées phases (Skellam, 1967; Caswell, 1989). Dans notre étude, l'année correspond à l'exercice agricole allant du mois de juillet d'une année au mois de juin de l'année suivante et est discrétisée en 24 quinzaines. Le vecteur d'état de la population, dont les composantes représentent l'effectif de la population par classe d'âge et par phase, est donné en début de quinzaine $k + 1$ par :

$$x(k+1) = B_k \dots B_1 x(1)$$

où B_k est une matrice de Leslie contenant les paramètres démographiques de la quinzaine k et $x(1)$ est le vecteur d'état de la population au début de la première quinzaine de l'année. A la fin de l'année, le vecteur d'état de la population est :

$$\begin{aligned} x(25) &= B_{24} \dots B_1 x(1) \\ &= Ax(1) \end{aligned}$$

A est la matrice de projection annuelle de la population. Le détail du modèle matriciel périodique utilisé pour le calcul du taux de productivité annuelle est décrit en annexe.

Un tel modèle a l'avantage de limiter les risques d'interférences entre les paramètres (Lesnoff, 2000). De plus, le cycle de reproduction des ovins étant inférieur à un an, il permet de prendre en compte les distributions intra-annuelles des événements démographiques qui interagissent dans la population.

2.2.2-Origine des données climatiques

De nombreuses études effectuées au Sahel ont montré que l'indice NDVI (*normalized difference vegetation index*) est l'indice le mieux corrélé avec la biomasse herbacée (Tucker et al., 1983; Ickowicz, 1995). Calculé par télédétection, cet indice prend en compte la variabilité intra-annuelle des précipitations. Ceci n'est pas le cas pour les relations linéaires entre la biomasse herbacée et la pluviométrie totale annuelle (Barral *et al.*, 1983, Boudet, 1984). La pluviométrie totale annuelle est donc un indicateur de biomasse herbacée de qualité moindre. Cependant, l'indice NDVI n'étant pas connu pour les années 1984 à 1988, nous avons effectué deux études parallèles de la relation entre les paramètres démographiques naturels et les deux variables environnementales : la pluviométrie annuelle totale et la biomasse herbacée annuelle calculée à partir de l'indice NDVI.

Les données sur le temps météorologique entre 1984 et 1995 ont été fournies par la Météorologie nationale du Sénégal (Lancelot et al., 1998).

2.3-Analyse LTRE

Dans notre étude, l'analyse LTRE (*life table respons experiment*) a été appliquée pour décomposer les variations interannuelles du taux de productivité ($\lambda_{\max,t}$) de la population d'ovins de N'Diagne entre 1984 et 1995. Elle a permis de quantifier directement l'importance respective des différents paramètres pour la productivité, en quantifiant les contributions de ces paramètres aux variations interannuelles du taux de productivité.

L'analyse LTRE a été introduite par Caswell en écologie (Caswell, 1989 a et b, 1996; Horvitz *et al.*, 1997). Elle peut être déterministe ou stochastique. L'analyse déterministe suppose que le facteur de variation (qui est l'année dans notre étude) est un facteur de variation fixe, alors que l'analyse stochastique considère le facteur de variation comme un facteur aléatoire. L'analyse LTRE est définie comme suit pour notre étude : considérons pour chaque année t une matrice de projection A_t . A chacune de ces matrices est associé un taux de multiplication annuel asymptotique maximal $\lambda_{\max,t}$, qu'atteindrait la population si les conditions environnementales t étaient constantes sous l'hypothèse d'absence d'exploitation et

d'importation d'animaux dans les troupeaux. L'ensemble des paramètres démographiques : fécondité et mortalité naturelle pour l'environnement t , est défini sous la forme $\theta_t = \{\theta_{t,j}\}$ où j représente un sexe, une phase et une classe d'âge donnés. On fixe alors, une matrice de référence appelée A_{ref} pour laquelle par exemple (et c'est ce qui a été retenu pour cette étude) chaque paramètre $\theta_{ref,t}$ représente la moyenne arithmétique des paramètres $\theta_{t,j}$, sur les différents environnements t . A cette matrice A_{ref} est associé un taux de multiplication maximal moyen $\lambda_{max,ref}$. L'analyse LTRE déterministe consiste à décomposer les variations ($\lambda_{max,t} - \lambda_{max,ref}$) en fonction des variations ($\theta_{t,j} - \theta_{ref,j}$). L'effet de l'environnement t sur le taux de multiplication annuel maximal de la population est approché par un développement en série de Taylor d'ordre 1 :

$$\lambda_{max,t} - \lambda_{max,ref} \approx \sum_j (\theta_{t,j} - \theta_{ref,j}) \left(\frac{\partial \lambda_{max}}{\partial \theta_{t,j}} \right)_{\left[\frac{\theta_{ref,j} + \theta_{t,j}}{2} \right]}$$

Le terme $\partial \lambda_{max} / \partial \theta_{t,j}$ représente la sensibilité du taux de productivité maximal (λ_{max}) au paramètre $\theta_{t,j}$ et le terme $(\theta_{t,j} - \theta_{ref,j}) (\partial \lambda_{max} / \partial \theta_{t,j})$ représente la contribution du paramètre $\theta_{t,j}$ à l'effet $\lambda_{max,t} - \lambda_{max,ref}$.

La contribution du paramètre $\theta_{t,j}$ à l'effet $\lambda_{max,t} - \lambda_{max,ref}$ dépend donc à la fois de la variation du paramètre par rapport au paramètre de référence, et de la sensibilité du taux de productivité maximal à celui-ci. Ainsi, une forte variation d'un paramètre, associée à une faible sensibilité du taux de productivité à celui-ci, pourra engendrer une faible contribution. Inversement, une faible variation d'un paramètre auquel le taux de productivité est très sensible pourra engendrer une forte contribution.

L'analyse LTRE stochastique décrit, quant à elle, la variance du paramètre $\lambda_{max,t}$ sur les différents environnements t , en fonction des variances des paramètres démographiques sur ces environnements (Caswell, 1989 a et b, Braut et Caswell, 1993; Tuljapurkar et Caswell, 1997, Horvitz *et al.*, 1997; Gaillard *et al.*, 2000). Sous l'hypothèse que les covariances entre les paramètres soient nulles, on peut effectuer l'approximation suivante :

$$\text{var}(\lambda_{max,t}) \approx \left(\frac{\partial \lambda_{max,ref}}{\partial \theta_{j,ref}} \right)^2 \cdot \text{var}(\theta_{j,t}) \cdot \left(\frac{\partial \lambda_{max,ref}}{\partial \theta_{j,ref}} \right)^2 \approx \sum_{j,t} \left(\frac{\partial \lambda_{max,ref}}{\partial \theta_{j,ref}} \right)^2 \cdot \text{var}(\theta_{j,t})$$

Comme :

$$\left(\frac{\partial \lambda_{max,ref} / \lambda_{max,ref}}{\partial \theta_{j,ref} / \theta_{j,ref}} \right)^2 \cdot \frac{\text{var}(\theta_{j,t})}{\theta_{j,t}^2} = \frac{1}{\lambda_{max,ref}^2} \cdot \left(\frac{\partial \lambda_{max,ref}}{\partial \theta_{j,ref}} \right)^2 \cdot \text{var}(\theta_{j,t})$$

Alors :

$$\text{var}(\lambda_{max,t}) \cong \sum_{j,t} \left(\frac{\partial \lambda_{max,ref} / \lambda_{max,ref}}{\partial \theta_{j,ref} / \theta_{j,ref}} \right)^2 \cdot \frac{\text{var}(\theta_{j,t})}{\theta_{j,t}^2}$$

Le terme $(\partial \lambda_{max,ref} / \lambda_{max,ref}) / (\partial \theta_{j,t} / \theta_{j,t})$ représente l'élasticité de $\lambda_{max,t}$ au paramètre $\theta_{j,t}$ alors que le terme $\text{var}(\theta_{j,t}) / \theta_{j,t}^2$ représente le carré du coefficient de variation du paramètre $\theta_{j,t}$.

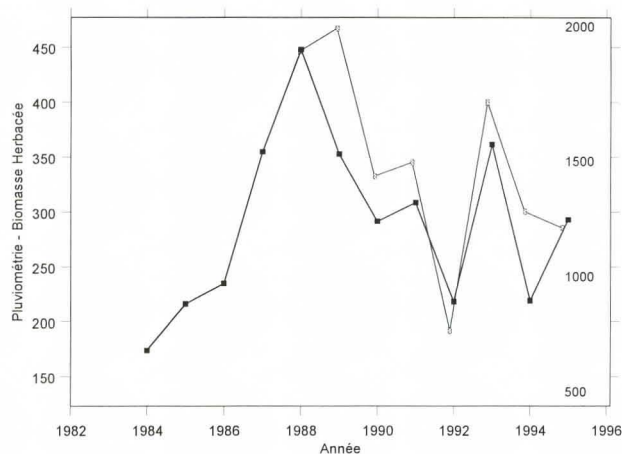


Figure 2 : Evolution de la pluviométrie et de la biomasse herbacée annuelles pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

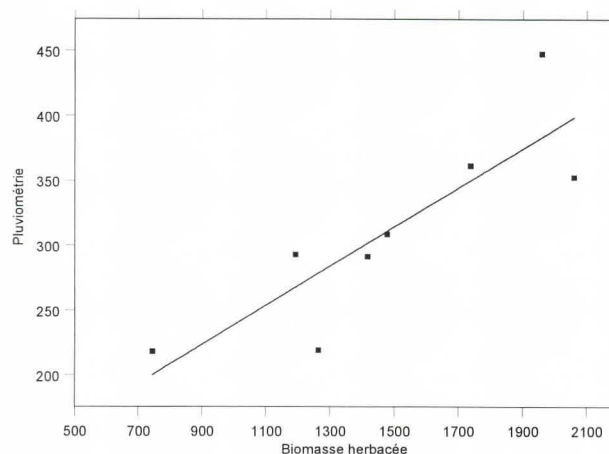


Figure 3 : Relation entre la biomasse herbacée et la pluviométrie annuelles pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

Tableau 1: Hauteur d'eau (mm), biomasse herbacée (kg matière sèche / ha), fertilité annuelle par quinzaine des femelles de plus de 1an et taux de productivité ($\lambda_{\max,t}$) pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Année	Hauteur d'eau	NDVI	Fertilité	$\lambda_{\max,t}$
1984	173.6	-	0.0370	1.259
1985	216.1	-	0.0381	1.295
1986	234.7	-	0.0381	1.385
1987	354.8	-	0.0343	1.268
1988	447.7	1960	0.0390	1.274
1989	352.7	2061	0.0375	1.289
1990	291.3	1418	0.0427	1.348
1991	308.5	1479	0.0394	1.287
1992	218.2	745	0.0374	1.295
1993	361.5	1738	0.0417	1.336
1994	219	1264	0.0380	1.218
1995	292.8	1193	0.0406	1.291

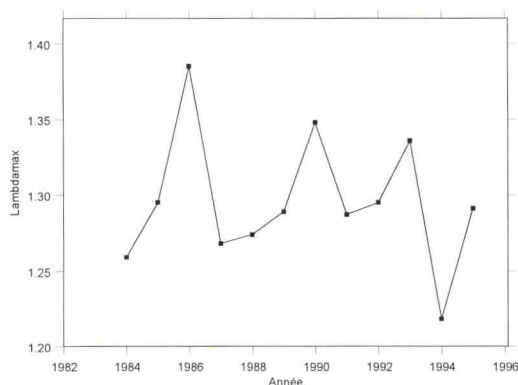


Figure 4 : Evolution du taux de productivité ($\lambda_{\max,t}$) pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Les approximations décrites précédemment sont additives. Il est donc possible de calculer les élasticités et les coefficients de variation, donc les contributions des paramètres, par classe d'âge, par saison, ou selon d'autres regroupements.

3-RESULTATS

3.1-Description des variables environnementales

Dans les années 60, la zone de Louga bénéficiait en moyenne de 450mm de pluies par an. Cette moyenne a chuté de 40% pour atteindre 266mm entre 1968 et 1986 (Faugère *et al.*, 1989). Pour notre période d'étude, la pluviométrie moyenne a été environ de 300mm (tableau 1) mais l'année 1984 a été particulièrement sèche et les récoltes furent quasiment nulles. Cette année correspond à la fin d'une période de sécheresse (1980-1983). Les niveaux de pluies des années 1987, 1989 et 1993 ont été plus élevés, comparables aux moyennes de la période 1931-1961. L'année 1988 rejoint quant à elle les moyennes des années 60 avec une pluviométrie de 447.7mm sur l'année (Faugère *et al.*, 1989). Tout comme la pluviométrie, la quantité de biomasse herbacée produite est élevée pour les années 1988, 1989 et 1993 et faible en 1992.

La pluviométrie (mm) et la biomasse herbacée (kg de matière sèche/Ha) montrent d'importantes variations interannuelles sur l'ensemble de la période d'étude (figure 2). Ces variations s'effectuent en parallèle pour les deux indices. Il existe une forte relation positive entre la pluviométrie et la biomasse herbacée (figure 3). Les deux études du taux de productivité de la population en fonction de la biomasse herbacée annuelle ou de la pluviométrie totale annuelle sont donc valides.

3.2-Relation entre la productivité et les variables environnementales

3.2.1-Le $\lambda_{\max,t}$

Le $\lambda_{\max,t}$ est très variable sur l'ensemble de notre période d'étude (Figure 4). Il est compris entre 1.218 et 1.385 (tableau 1). De telles valeurs du taux de multiplication ont déjà été obtenues pour des mammifères sauvages et notamment pour différentes classes d'âge de la population de chevreuils de la réserve nationale de Trois-Fontaines (Gaillard *et al.*, 1992).

Les figures 5 et 6 ne montrent pas de relation entre le $\lambda_{\max,t}$, synthèse des paramètres démographiques naturels, et les variables environnementales. En effet, les années de plus fortes pluviométrie et biomasse herbacée (1988 et 1989) présentent une productivité faible ($\lambda_{\max,t} = 1.274$ et $\lambda_{\max,t} = 1.289$) alors que des années de pluviométrie et biomasse herbacée moyennes (1986 et 1994) présentent des valeurs extrêmes de productivité ($\lambda_{\max,t} = 1.385$ et $\lambda_{\max,t} = 1.218$). L'hypothèse selon laquelle la productivité des ovins pour une année serait positivement liée à la quantité de biomasse herbacée produite cette année n'est donc pas vérifiée pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

3.2.2-La fertilité

La fertilité des femelles de moins de 1 an étant très faible, nous nous sommes intéressés, dans ce paragraphe, uniquement à la fertilité des femelles de plus de 1an.

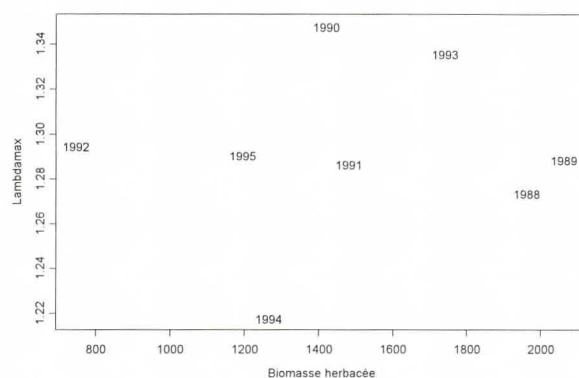


Figure 5 : Relation entre le $\lambda_{\max,t}$ et la biomasse herbacée annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

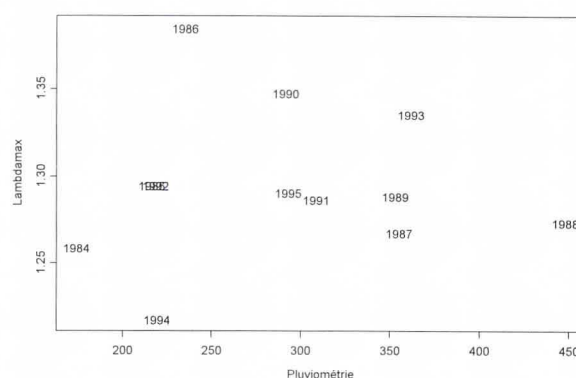


Figure 6 : Relation entre le $\lambda_{\max,t}$ et la pluviométrie annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

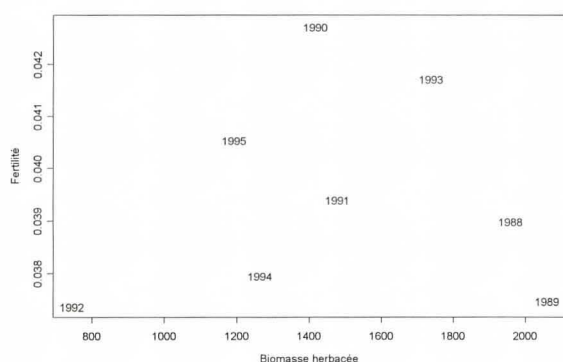


Figure 7 : Relation entre la fertilité annuelle par quinzaine et la biomasse herbacée annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

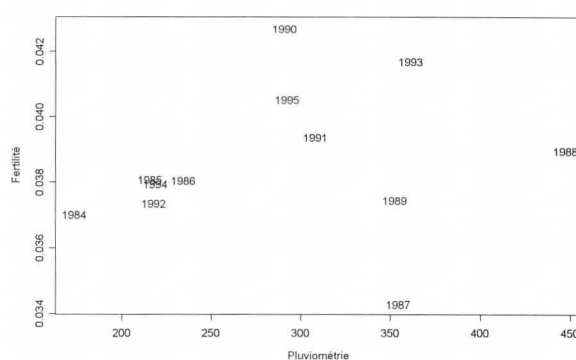


Figure 8 : Relation entre la fertilité annuelle par quinzaine et la pluviométrie annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 2 : Fertilité, exploitation, importation, exploitation nette par quinzaine pour les classes d'âge 6-12 mois et 1an et plus pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Année	Fertilité	Exploitation	Importation	Exploitation nette
6-12 mois				
1984	0.0123	0.0451	0.0200	0.0251
1985	0.0082	0.0339	0.0133	0.0206
1986	0.0076	0.0261	0.0073	0.0189
1987	0.0085	0.0326	0.0134	0.0192
1988	0.0079	0.0492	0.0124	0.0368
1989	0.0071	0.0350	0.0140	0.0211
1990	0.0079	0.0340	0.0157	0.0183
1991	0.0074	0.0344	0.0103	0.0242
1992	0.0082	0.0507	0.0057	0.0450
1993	0.0095	0.0400	0.0170	0.0231
1994	0.0075	0.0419	0.0118	0.0301
1995	0.0078	0.0382	0.0085	0.0297
>1an				
1984	0.0370	0.0187	0.0127	0.0060
1985	0.0381	0.0140	0.0103	0.0038
1986	0.0381	0.0108	0.0061	0.0047
1987	0.0343	0.0135	0.0091	0.0044
1988	0.0390	0.0205	0.0108	0.0096
1989	0.0375	0.0145	0.0092	0.0052
1990	0.0427	0.0140	0.0100	0.0040
1991	0.0394	0.0142	0.0075	0.0067
1992	0.0374	0.0210	0.0040	0.0170
1993	0.0417	0.0166	0.0122	0.0044
1994	0.0380	0.0173	0.0087	0.0086
1995	0.0406	0.0158	0.0067	0.0091

Tableau 3 : Exploitation nette saisonnière par quinzaine des femelles de la communauté rurale de N'Diagne pour les classes d'âge 0-6mois, 6-12 mois et plus de 1an entre 1984 et 1995.

Année	0-6 mois			6-12 mois			>1an		
	SP	SSF	SSC	SP	SSF	SSC	SP	SSF	SSC
1984	-0.0008	0.0057	0.0061	0.0196	0.0300	0.0255	0.0011	0.0069	0.0100
1985	0.0013	-0.0024	0.0056	0.0331	0.0023	0.0262	0.0054	-0.0040	0.0100
1986	0.0091	-0.0021	0.0017	0.0432	0.0046	0.0089	0.0145	-0.0032	0.0028
1987	0.0087	-0.0031	0.0042	0.0377	0.0033	0.0166	0.0102	-0.0038	0.0067
1988	0.0122	-0.0021	0.0060	0.0629	0.0169	0.0306	0.0207	-0.0029	0.0111
1989	0.0050	0.0008	0.0036	0.0260	0.0164	0.0208	0.0078	0.0003	0.0075
1990	0.0045	0.0013	0.0035	0.0288	0.0117	0.0144	0.0075	-0.0015	0.0061
1991	0.0027	0.0059	0.0038	0.0249	0.0271	0.0206	0.0050	0.0069	0.0073
1992	0.0100	0.0123	0.0136	0.0403	0.0450	0.0498	0.0148	0.0164	0.0200
1993	0.0041	0.0005	-0.0015	0.0349	0.0118	0.0277	0.0089	-0.0011	0.0055
1994	0.0103	0.0013	0.0057	0.0439	0.0187	0.0225	0.0150	0.0009	0.0099
1995	0.0064	0.0018	0.0117	0.0316	0.0149	0.0427	0.0095	0.0011	0.0167

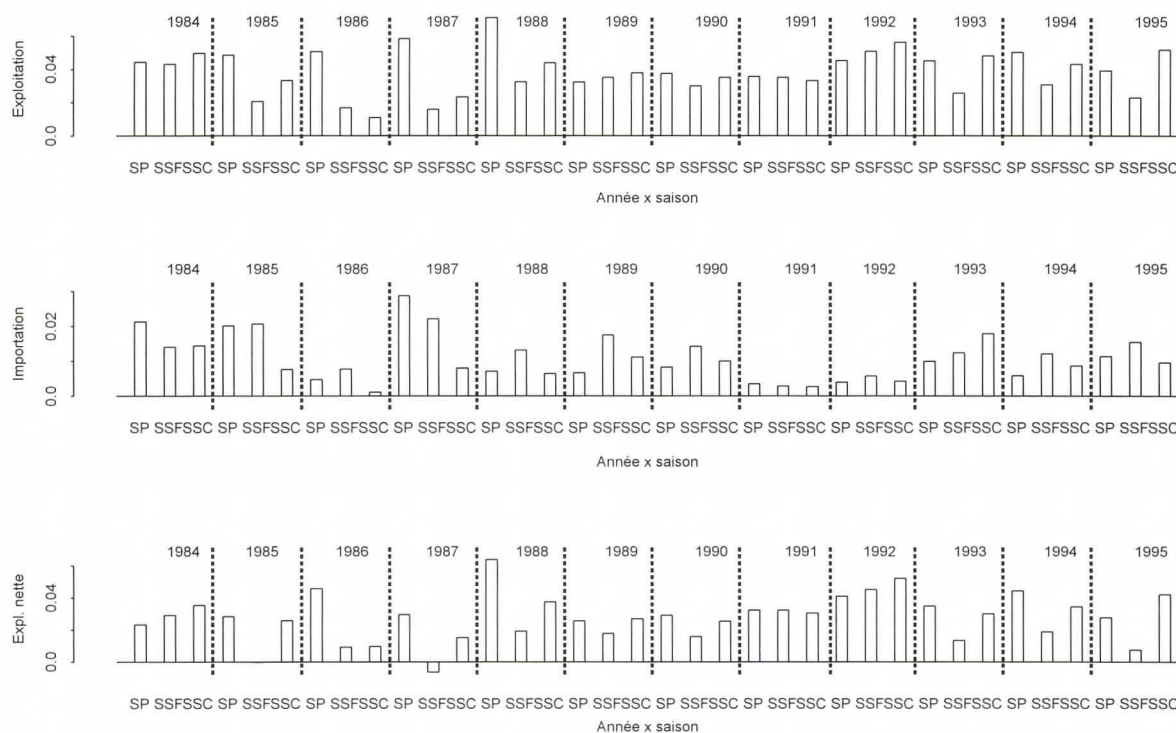


Figure 9 : Exploitation, importation et exploitation nette saisonnières par quinzaine des femelles de la classe d'âge 6-12mois pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

La fertilité des femelles de plus de 1 an ne montre aucune relation avec la biomasse herbacée ou la pluviométrie (figures 7 et 8). Un grand nombre d'années (1987, 1988, 1989, et dans une moindre mesure 1991 et 1994 pour la biomasse herbacée) montrent une fertilité très faible par rapport à la quantité de biomasse herbacée produite ou la pluviométrie de ces années. L'année 1987 présente la plus faible fertilité malgré une pluviométrie nettement supérieure à la moyenne (tableau 1). Quant à l'année 1989, elle présente une fertilité moyenne malgré la plus forte production en biomasse herbacée de la période d'étude.

La fertilité d'une année n'est donc pas positivement liée aux conditions environnementales de cette année pour la population d'ovins de la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

L'étude effectuée sur le jeu de données de 1992 à 1995 a montré que les augmentations de l'exploitation ont toujours été accompagnées d'une chute des fertilités (Lesnoff, 2000). L'hypothèse d'une gestion sélective des femelles par les éleveurs a été retenue comme une explication possible de ce phénomène. Nous avons vérifié si cette hypothèse pouvait également être retenue pour notre période d'étude.

Sous l'hypothèse d'une gestion sélective du troupeau par les éleveurs, l'exploitation nette pour une année t des femelles de plus de 1 an, qui auraient mis bas cette même année, a un effet sur la fertilité de la population pour l'année t . Par contre, les mises bas touchant essentiellement des femelles de plus de 1 an, on peut supposer que l'exploitation des femelles de 6 à 12 mois pour une année t aura, quant à elle, un effet sur la fertilité de l'année $t+1$.

La fécondation ayant lieu en saison des pluies et le pic de mise bas se situant en saison sèche froide, l'exploitation et l'importation sélectives des femelles durant ces saisons peuvent jouer un rôle important sur la fertilité du troupeau. Nous avons donc effectué l'étude de la relation entre la fertilité et l'exploitation nette pour les femelles de la classe d'âge 6-12 mois et les femelles de plus de 1 an, aux niveaux annuel et saisonnier.

Cinq années présentent une fertilité faible pour une pluviométrie ou une biomasse herbacée élevée. Parmi elles, seules 1987 et 1989 présentent une exploitation nette (exploitation – importation) des femelles moyenne. Les années 1988 et 1994 présentent les seconde et troisième plus fortes exploitation nette des femelles de plus de 6 mois (tableau 2). Ces femelles ont été particulièrement exploitées en saison des pluies (figures 9 et 10). L'exploitation de la classe d'âge 6-12 mois est également importante pour ces deux années (tableau 3).

L'année 1991 présente une exploitation nette annuelle moyenne (tableau 2). Cependant, l'exploitation des femelles de plus de 6 mois en saison sèche froide fut la plus forte de la période d'étude (tableau 3). Enfin, l'année 1992, qui présente la plus forte exploitation nette, se caractérise également par une faible fertilité.

Par contre, une faible exploitation nette annuelle ou saisonnière des femelles de 6 à 12 mois ou de plus de 1 an ne semble pas avoir d'effet positif sur la fertilité. En effet, les années 1984, 1985, 1986, 1987 et 1990 présentent une fertilité moyenne voire faible pour 1987 malgré une faible exploitation nette saisonnière ou annuelle (tableaux 2 et 3).

Les années 1988, 1991 et 1994 présentent à la fois une faible fertilité et un taux d'exploitation nette annuel ou saisonnier élevé. Une gestion sélective des femelles par les éleveurs pourrait expliquer la faible fertilité de ces années. De même, la forte exploitation nette des femelles de 6 à 12 mois en 1988 pourrait expliquer la faible fertilité observée en 1989. L'hypothèse selon laquelle, la gestion sélective des troupeaux par les éleveurs influencerait sur la fertilité de la population, reste donc valable pour la population d'ovins de la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

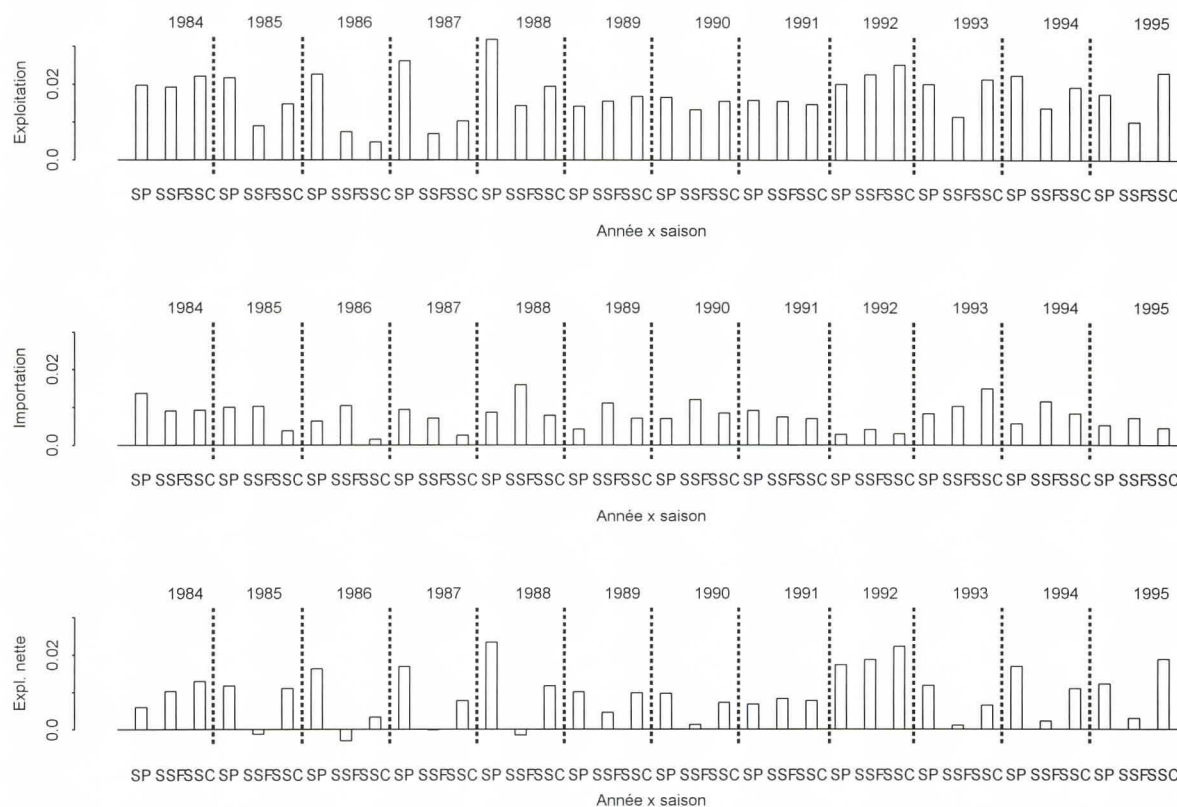


Figure 10 : Exploitation, importation et exploitation nette saisonnières par quinzaine des femelles de plus de 1an pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

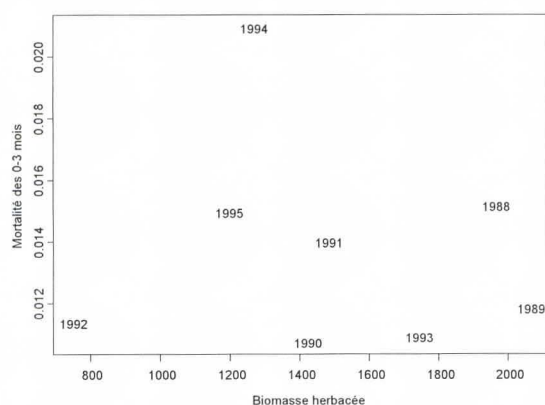


Figure 11 : Relation entre la mortalité annuelle par quinzaine et la biomasse herbacée annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

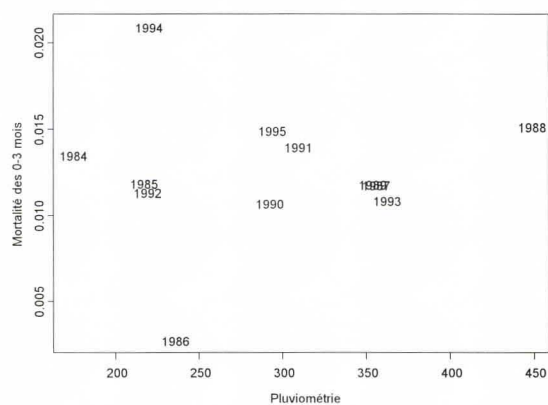


Figure 12 : Relation entre la mortalité annuelle par quinzaine et la pluviométrie annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

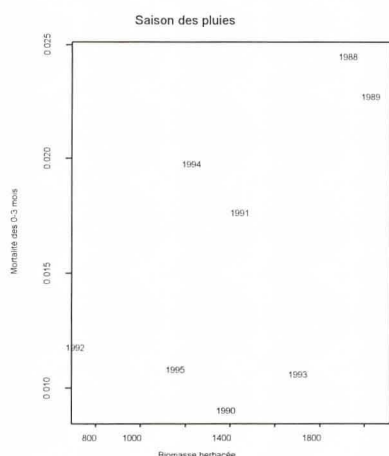


Figure 13a

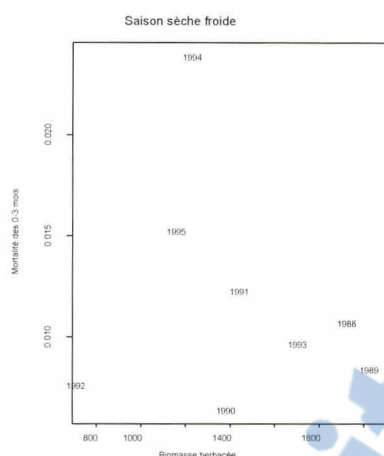


Figure 13b

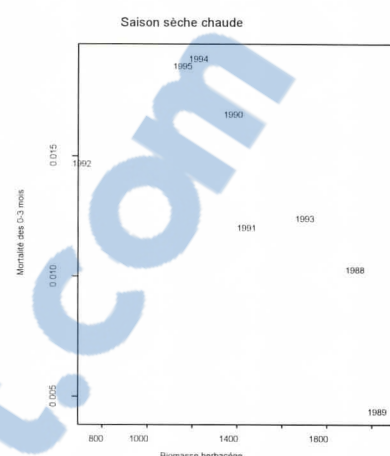


Figure 13c

Figures 13a, 13b, 13c : Relation entre la mortalité saisonnière par quinzaine de la classe d'âge 0-3 mois et la biomasse herbacée annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1988 et 1995.

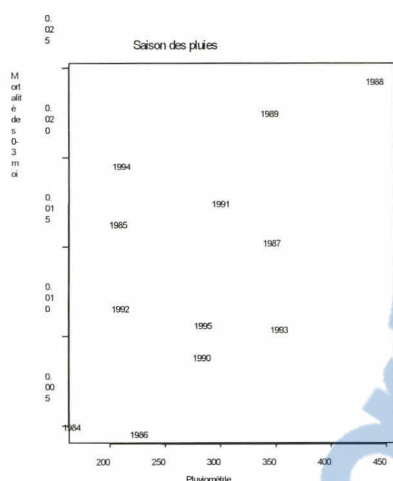


Figure 14a

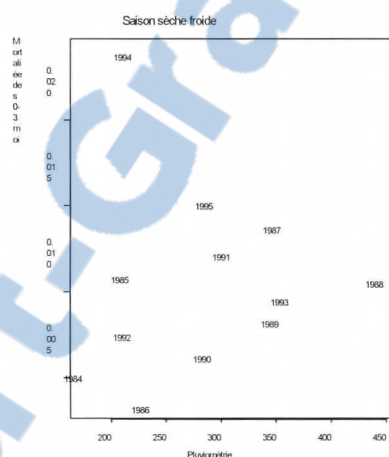


Figure 14b

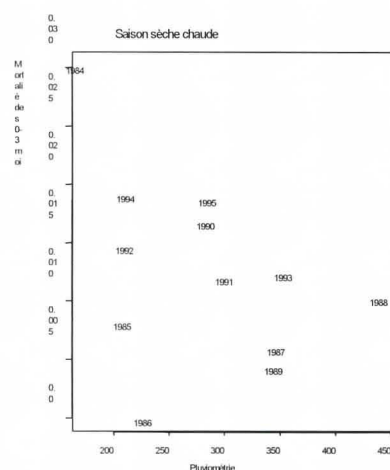


Figure 14c

Figures 14a, 14b, 14c : Relation entre la mortalité saisonnière par quinzaine de la classe d'âge 0-3 mois et la pluviométrie annuelle pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Tableau 4 : Mortalité annuelle par quinzaine par classes d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Année	0-3 mois	3-6 mois	6-12 mois	> 1an
1984	0.0135	0.0064	0.0019	0.0026
1985	0.0119	0.0047	0.0028	0.0025
1986	0.0027	0.0010	0.0008	0.0006
1987	0.0178	0.0046	0.0028	0.0025
1988	0.0152	0.0061	0.0039	0.0034
1989	0.0118	0.0046	0.0033	0.0027
1990	0.0107	0.0047	0.0020	0.0022
1991	0.0140	0.0057	0.0032	0.0029
1992	0.0114	0.0048	0.0023	0.0024
1993	0.0109	0.0045	0.0022	0.0022
1994	0.0209	0.0085	0.0043	0.0042
1995	0.0150	0.0063	0.0027	0.0029

3.2.3-La mortalité

Le modèle utilisé pour l'estimation des paramètres est additif pour les variables "année" et "classe d'âge". Il n'y a donc pas d'interactions entre ces variables. Nous obtenons exactement la même structure graphique quelque soit la classe d'âge considérée. L'étude de la mortalité ne sera donc représentée que pour la classe d'âge 0-3 mois.

Pour l'ensemble de notre période d'étude, il n'y a pas de relation entre la mortalité annuelle et la biomasse herbacée (figure 11). Par contre, au niveau saisonnier, la mortalité semble diminuer avec une augmentation de la quantité de biomasse herbacée en saison sèche froide. Cette relation s'accroît pour la période de soudure (SSC) (figures 13a, 13b et 13c). Aucune relation n'est observée entre la mortalité annuelle ou saisonnière par classe d'âge et la pluviométrie (figures 12, 14a, 14b et 14c).

La pathologie peut à la fois augmenter la mortalité et diminuer la productivité des petits ruminants (Wilson, 1988; Tillard *et al.*, 1997). Ainsi, les années présentant une forte mortalité provoquée par une pathologie peuvent également présenter une fertilité amoindrie par cette pathologie. La pathologie peut avoir un effet très néfaste sur la fertilité si elle apparaît en saison des pluies, période à laquelle s'effectue la fécondation. Les femelles alors affaiblies ne sont pas réceptives pour la fécondation. Le but de ce paragraphe est de voir si les années de forte mortalité présentent également une faible fertilité qui pourrait être causée par une pathologie.

D'après la bibliographie (Faugère *et al.*, 1989), une grande part de la mortalité en saison des pluies 1987 résulte d'une pullulation de tiques due à une forte pluviométrie de juillet à octobre. On peut donc supposer que la faible fertilité de cette année malgré de bonnes conditions environnementales (tableau 1) soit en partie due au développement de la pathologie en saison de reproduction. La même hypothèse peut être retenue pour l'année 1988 où l'importance des ectoparasites dans la mortalité est encore élevée (Merlin *et al.*, 1989).

Nous n'avons pas d'indication sur la pathologie des années 1989, 1991 et 1994 mais ces années présentent effectivement quelques-unes des plus fortes mortalités annuelles et en saison des pluies (tableaux 4 et 5). Si ces fortes mortalités sont dues au développement d'une pathologie, il se peut alors que la pathologie ait contribué à faire chuter la fertilité de ces années.

Pour la communauté rurale de N'Diagne, outre la gestion sélective des femelles par les éleveurs, la pathologie apparaît comme une cause possible de la faible fertilité de certaines années présentant pourtant une biomasse herbacée et une pluviométrie importantes.

3.3-Analyse LTRE

- Analyse LTRE déterministe

La somme des contributions des paramètres naturels est très proche de la différence $\lambda_{\max,t} - \lambda_{\max,\text{ref}}$, notre analyse LTRE déterministe est donc une bonne approximation de la différence $\lambda_{\max,t} - \lambda_{\max,\text{ref}}$ (tableau 6).

Les variations de productivité les plus importantes ont été observées pour les années 1986 et 1994 ($\lambda_{\max,t} - \lambda_{\max,\text{ref}} = 0.0891$ et -0.0785 , tableau 6). Pour ces années la contribution de la mortalité a été nettement supérieure à celle de la fécondité puisqu'elle représente 94% des contributions totales (0.0951 et -0.0739).

Tableau 5 : Mortalité par quinzaine saisonnière et par classe d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Année	0-3 mois			3-6 mois			6-12 mois			plus de 1 an		
	SP	SSF	SSC	SP	SSF	SSC	SP	SSF	SSC	SP	SSF	SSC
1984	0.0052	0.0052	0.0302	0.0019	0.0018	0.0154	0.0019	0.0008	0.0029	0.0014	0.0008	0.0057
1985	0.0165	0.0110	0.0082	0.0062	0.0038	0.0042	0.0060	0.0017	0.0008	0.0044	0.0017	0.0015
1986	0.0048	0.0034	2 e-12	0.0018	0.0012	1 e-12	0.0017	0.0005	1.9 e-13	0.0013	0.0005	3.7 e-13
1987	0.0155	0.0139	0.0061	0.0058	0.0048	0.0031	0.0056	0.0022	0.0006	0.0041	0.0021	0.0011
1988	0.0245	0.0107	0.0103	0.0092	0.0037	0.0052	0.0089	0.0017	0.0010	0.0065	0.0016	0.0019
1989	0.0227	0.0084	0.0044	0.0086	0.0029	0.0022	0.0083	0.0013	0.0004	0.0061	0.0013	0.0008
1990	0.0091	0.0064	0.0168	0.0034	0.0022	0.0085	0.0033	0.0010	0.0016	0.0024	0.0010	0.0031
1991	0.0177	0.0123	0.0121	0.0067	0.0042	0.0061	0.0064	0.0019	0.0011	0.0047	0.0019	0.0023
1992	0.0118	0.0076	0.0147	0.0044	0.0026	0.0075	0.0043	0.0012	0.0014	0.0031	0.0017	0.0028
1993	0.0106	0.0097	0.0125	0.0040	0.0033	0.0063	0.0039	0.0015	0.0012	0.0028	0.0015	0.0023
1994	0.0198	0.0239	0.0191	0.0075	0.0082	0.0097	0.0072	0.0038	0.0018	0.0053	0.0037	0.0036
1995	0.0108	0.0153	0.0188	0.0041	0.0052	0.0096	0.0039	0.0024	0.0018	0.0029	0.0023	0.0035

Tableau 6 : $\Delta\lambda = \lambda_{\max,t} - \lambda_{\max,ref}$ et contributions de la mortalité et de la fécondité au $\Delta\lambda$ pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Année	$\lambda_{\max,t}$	$\Delta\lambda$ $= \lambda_{\max,t} - \lambda_{ref}$	Approximation LTRE	Contribution mortalité	Contribution fécondité
1984	1.259	-0.0375	-0.0374	-0.0161	-0.0213
1985	1.295	-0.0010	-0.0010	0.0060	-0.0070
1986	1.385	0.0891	0.0891	0.0951	-0.0061
1987	1.268	-0.0278	-0.0278	0.0079	-0.0357
1988	1.274	-0.0222	-0.0222	-0.0277	0.0055
1989	1.289	-0.0075	-0.0075	0.0028	-0.0102
1990	1.348	0.0521	0.0521	0.0165	0.0356
1991	1.287	-0.0088	-0.0088	-0.0144	0.0055
1992	1.295	-0.0013	-0.0013	0.0097	-0.0111
1993	1.336	0.0397	0.0397	0.0157	0.0240
1994	1.218	-0.0785	-0.0785	-0.0739	-0.0046
1995	1.291	-0.0056	-0.0056	-0.0211	0.0155

Tableau 7 : Contributions de la fécondité au $\Delta\lambda$ par saison pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Année	SP	SSF	SSC
1984	-0.0432	-0.0123	0.0324
1985	-0.0286	0.0337	-0.0128
1986	0.0098	-0.0067	-0.0087
1987	0.0085	-0.0535	0.0097
1988	0.0161	-0.0062	-0.0044
1989	0.0096	-0.0229	0.0038
1990	0.0274	0.0155	-0.0075
1991	-0.0084	0.0205	-0.0066
1992	0.0004	-0.0010	-0.0107
1993	-0.0043	0.0156	0.0120
1994	0.0049	-0.0057	-0.0035
1995	0.0051	0.0153	-0.0049

Tableau 8 : Contributions de la mortalité au $\Delta\lambda$ par classe d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Année	0-3 mois	3-6 mois	6-12 mois	1 an et plus
1984	-0.0124	-0.0065	0.0060	-0.0032
1985	0.0032	0.0023	-0.0015	0.0020
1986	0.0222	0.0104	0.0090	0.0536
1987	0.0018	0.0029	-0.0011	0.0043
1988	-0.0013	-0.0005	-0.0068	-0.0191
1989	0.0061	0.0036	-0.0048	-0.0021
1990	0.0032	-0.0010	0.0042	0.0100
1991	-0.0024	-0.0004	-0.0027	-0.0089
1992	0.0023	-0.0004	0.0021	0.0058
1993	0.0024	0.0010	0.0026	0.0096
1994	-0.0212	-0.0058	-0.0067	-0.0402
1995	-0.0094	-0.0036	0.0009	-0.0091

Sur les 12 années de l'étude, deux années (1985 et 1992) présentent un taux de productivité ($\lambda_{\max,t}$) proche de celui de référence. La faible contribution de la mortalité a contrebalancé la faible fécondité de ces années. L'année 1992 présente ainsi une productivité moyenne malgré de mauvaises conditions environnementales. A l'opposé, les années 1988 et 1989 présentent des productivités faibles ($\lambda_{\max,t} = 1.274$ et $\lambda_{\max,t} = 1.289$) malgré de très bonnes conditions environnementales. Les contributions les plus importantes ont respectivement été celle de la mortalité pour 1988 (-0.0277, 83%) et celle de la fécondité pour 1989 (-0.0102, 78.5%).

Les années 1990 et 1993 présentent, comme 1986, des taux de productivité élevés ($\lambda_{\max,t} - \lambda_{\max,\text{ref}} = 0.0521$ et $\lambda_{\max,t} - \lambda_{\max,\text{ref}} = 0.0397$). Les contributions de la fécondité et de la mortalité sont de même signe pour ces années avec une prédominance de la fécondité (68 et 60%). En 1990, la fécondité fut la plus forte de l'ensemble de la période d'étude, et la mortalité fut moyenne voire faible en saison des pluies.

Enfin, l'année 1984 présente une faible productivité liée à la fois à une faible fécondité et une forte mortalité (contributions respectives : -0.0213 et -0.0161).

Les contributions de la fécondité des femelles de 6-12 mois sont négligeables. On ne considère donc que les contributions de la fécondité des femelles de plus de 1an. Elles sont plus importantes en saison sèche froide, saison où se situe le pic de mises bas (tableau 7). Pour la mortalité, la classe d'âge "plus de 1an" puis la classe d'âge 0-3 mois présentent les contributions les plus importantes à la variation du taux de productivité (tableau 8). La saison des pluies est particulièrement importante pour les animaux de plus de 1an, alors que c'est la saison sèche qui importe pour les jeunes de 0 à 3 mois (tableau 9).

La mortalité et la fécondité peuvent avoir des contributions conjointes positives ou négatives aux variations de la productivité (1984 ou 1993 par exemple) ou des contributions antagonistes (de signes opposés, 1992 ou 1995 par exemple). Les nombreux mécanismes, pouvant générer la variabilité environnementale dans nos paramètres démographiques, semblent expliquer ces antagonismes. Ainsi, certaines années favorables à la fécondité peuvent être défavorables à la mortalité et inversement.

Sur l'ensemble de notre période d'étude, la mortalité semble avoir un effet plus important que la fécondité sur les variations du taux de productivité. Les contributions positive et négative maximales de la mortalité sont beaucoup plus élevées que celles de la fécondité. Elles sont de 0.0951 et de -0.0739 pour la mortalité contre 0.0356 et -0.0357 pour la fécondité (tableau 6).

- Analyse LTRE stochastique

La contribution totale de la mortalité (somme des contributions de chaque classe d'âge) à la variance du taux de productivité maximal ($\lambda_{\max,t}$) est nettement supérieure à celle de la fécondité (2.63 e-4 contre 1.6 e-4, tableaux 10 et 11). La mortalité joue donc un rôle plus important que la fécondité dans la productivité de la population.

Les animaux de plus de 2 ans représentent la plus grande part de la contribution de la mortalité à la variation du taux de productivité (69.6% de la contribution de la mortalité ou 43.2% de la contribution des paramètres démographiques naturels à la variation de la productivité, tableau 11). La contribution de la mortalité de la classe d'âge 0-3 mois est également importante (20.7% de la contribution totale de la mortalité). La contribution de la fécondité des femelles de plus de 2ans est la plus importante, elle représente 92% de la contribution totale de la fécondité à la variation du $\lambda_{\max,t}$ (tableau 10). Nous retrouvons ici les résultats de l'analyse LTRE déterministe.

Tableau 9 : Contributions de la mortalité par saison et par classes d'âge aux variations du taux de productivité pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Année	0-3 mois			3-6 mois			6-12 mois			plus de 1 an		
	SP	SSF	SSC	SP	SSF	SSC	SP	SSF	SSC	SP	SSF	SSC
1984	0.0018	0.0050	-0.0192	0.0023	0.0003	-0.0091	0.0054	0.0014	-0.0008	0.0197	0.0070	-0.0299
1985	-0.0005	-0.0004	0.0041	-0.0005	0	0.0028	-0.0017	-0.0001	0.0002	-0.0054	-0.0004	0.0078
1986	0.0026	0.0089	0.0107	0.0018	0.0007	0.0079	0.0066	0.0016	0.0008	0.0214	0.0097	0.0225
1987	-0.0004	-0.0034	0.0056	-0.0003	-0.0003	0.0035	-0.0009	-0.0007	0.0004	-0.0031	-0.0042	0.0116
1988	-0.0033	-0.0001	0.0020	-0.0019	0	0.0014	-0.0070	0	0.0002	-0.0232	-0.0001	0.0042
1989	-0.0027	0.0027	0.0061	-0.0015	0.0002	0.0048	-0.0058	0.0004	0.0006	-0.0194	0.0029	0.0144
1990	0.0017	0.0050	-0.0035	0.0010	0.0005	-0.0024	0.0035	0.0009	-0.0003	0.0113	0.0056	-0.0069
1991	-0.0010	-0.0019	0.0006	-0.0007	-0.0002	0.0004	-0.0024	-0.0004	0	-0.0080	-0.0021	0.0012
1992	0.0006	0.0033	-0.0017	0.0004	0.0003	-0.0011	0.0015	0.0007	-0.0001	0.0051	0.0040	-0.0033
1993	0.0011	0.0011	0.0003	0.0007	0.0001	0.0002	0.0023	0.0002	0	0.0078	0.0013	0.0006
1994	-0.0016	-0.0146	-0.0050	-0.0010	-0.0013	-0.0035	-0.0037	-0.0026	-0.0004	-0.0125	-0.0170	-0.0107
1995	0.0009	-0.0055	-0.0048	0.0006	-0.0005	-0.0037	0.0022	-0.0009	-0.0004	0.0072	-0.0060	-0.0104

Tableau 10 : Coefficients de variation inter-annuelle (CV), élasticités (e) et contributions (Contrib) aux variations du taux de productivité de la fécondité par classe d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Fécondité				
	CV	e	Contrib	%
9-12 mois	0.168	0.0043	5.24 e-7	0.33
12-24 mois	0.055	0.0630	1.21 e-5	7.58
24 et +	0.066	0.1821	1.47 e-4	92.09

total : 1.6 e-4

Tableau 11 : Coefficients de variation inter-annuelle (CV), élasticités (e) et contributions (Contrib) aux variations du taux de productivité de la mortalité par classe d'âge pour la communauté rurale de N'Diagne entre 1984 et 1995.

Mortalité				
	CV	e	Contrib	%
0-3 mois	0.334	0.0221	5.44 e-5	20.7
3-6 mois	0.341	0.0103	6.96 e-6	2.7
6-12 mois	0.356	0.0105	8.03 e-6	3.1
12-24 mois	0.33	0.0129	1.03 e-5	3.9
24 et +	0.325	0.0533	1.83 e-4	69.6

total : 2.63 e-4

Les calculs de coefficients de variation montrent que la fécondité des jeunes femelles (9 à 12 mois) est plus variable que celle des femelles de plus de 1 an (tableau 10).

La survie des jeunes de moins de 6 mois est également très variable, alors que la survie des animaux de 6 à 12 mois est, quant à elle, la plus stable.

L'élasticité du taux de productivité ($\lambda_{\max,t}$) à la fécondité des femelles de moins de 1 an est la plus faible (0.0043, tableau 10) alors qu'elle est la plus élevée pour les femelles de plus de 1 an (0.1821, tableau 10). Ceci explique la faible contribution de la fécondité des femelles de moins de 1 an malgré l'importante variation la caractérisant et, à l'opposé, l'importante contribution de celle des femelles de plus de 1 an.

L'élasticité du taux $\lambda_{\max,t}$ à la mortalité des animaux de plus de 2 ans et des animaux de 0-3 mois sont importantes (0.0533 et 0.0221, tableau 11).

Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus pour les populations de grands herbivores sauvages (Gaillard *et al.*, 2000). En effet, pour ces populations, la survie adulte présente une faible variation inter-annuelle et la plus forte élasticité alors que la survie juvénile et la fécondité des jeunes femelles sont fortement variables mais présentent une faible élasticité. Cependant, pour la plupart des populations de grands herbivores, les coefficients de variation associés au stade juvénile sont très élevés et compensent largement les faibles élasticités qui leur sont associées. Pour ces populations, le stade juvénile est le stade le plus important pour la productivité de la population.

4-DISCUSSION-CONCLUSION

Le modèle matriciel périodique permet de représenter les variations inter et intra-annuelles de la productivité. Appliqué aux données de la communauté rurale de N'Diagne, il a permis une analyse graphique des relations entre la productivité et les variables environnementales : biomasse herbacée et pluviométrie. Cette analyse n'a pas montré de relation entre la productivité, ou les paramètres naturels, et les variables environnementales. La productivité annuelle des petits ruminants de la communauté rurale de N'Diagne, entre 1984 et 1995, n'est donc pas positivement liée à la pluviométrie annuelle ni à la quantité de biomasse herbacée produite annuellement.

L'étude de la fertilité en fonction de la biomasse herbacée ou de la pluviométrie ne montre pas non plus de relation. Certaines années, présentant une quantité de biomasse herbacée et une pluviométrie importantes, présentent de faibles valeurs de fertilité. L'exploitation nette de certaines de ces années est particulièrement élevée. Ainsi, l'hypothèse d'une gestion sélective des femelles du troupeau, influant sur la fertilité, demeure une cause possible de la faible fertilité de ces années, et donc de l'absence de relation entre la fertilité et les variables environnementales. Pour vérifier cette hypothèse, il faudrait réaliser une nouvelle étude avec des calculs de fertilité prenant en compte l'exploitation et l'importation des femelles, ce qui impliquerait une quantification de l'effet de l'exploitation sur la fertilité. Si l'hypothèse était vérifiée, il faudrait à l'avenir que les zootechniciens considèrent l'effet de l'exploitation et de l'importation dans les études de productivité des troupeaux de la communauté rurale de N'Diagne. Sous une telle hypothèse, la fertilité observée est une fertilité apparente et non la fertilité réelle du troupeau. Elle est inférieure à la fertilité réelle lorsque le troupeau a subi une forte exploitation. Cette fertilité reflète en quelque sorte l'exploitation des troupeaux et peut induire un biais dans le calcul du taux de productivité maximal de la population.

La mortalité annuelle ne montre pas de relation avec les variables environnementales. Les conditions environnementales peuvent en effet avoir des effets antagonistes sur la mortalité. Une bonne saison des pluies est favorable à la production de biomasse herbacée donc à la survie et à la reproduction par la présence d'un important disponible alimentaire. Cependant, une forte pluviométrie peut également être favorable au développement d'épizooties. Ces épizooties peuvent à la fois diminuer la productivité et augmenter la mortalité. Une année de bonnes conditions environnementales peut donc avoir une faible productivité et une forte mortalité provoquées par le développement de pathologies. Néanmoins, une relation entre la mortalité en saison sèche et la biomasse herbacée se dégage. La saison sèche n'est pas favorable au développement de pathologies. Pour cette saison, le principal facteur limitant pour la survie est la disponibilité en fourrage. C'est pourquoi, en cette saison, la mortalité diminue avec une augmentation de la quantité de biomasse herbacée produite sur l'année. La mortalité considérée au cours de cette étude regroupe les différentes causes possibles de mortalité et ne se limite pas à la mortalité provoquée par des problèmes de disponible alimentaire. Pour mettre en évidence une éventuelle relation entre la mortalité naturelle et les variables environnementales, telle la biomasse herbacée, il faudrait réaliser une étude à partir de la mortalité provoquée par des problèmes de sous-alimentation.

De nombreux paramètres interviennent dans le cadre de la productivité des ovins. Ils sont plus ou moins liés aux conditions environnementales. Malheureusement, le caractère imprévisible de ces conditions environnementales et de leurs conséquences (quantité de biomasse herbacée produite, développement de pathologies, longueur de la période de soudure et donc intensité de l'exploitation...) ne permet pas de prédire la productivité de la population en fonction des seules variables environnementales : biomasse herbacée et pluviométrie. Pour le faire, il

faudrait contrôler l'élevage, notamment en traitant les animaux, ce qui représenterait un coût énorme pour les éleveurs, ou en contrôlant la complémentation et l'exploitation. Le coût de la complémentation et le caractère social de l'exploitation rendraient difficile le contrôle de ces paramètres. Un autre moyen serait de prendre en compte les effets de l'exploitation, l'importation et la pathologie, ce qui représenterait des études non négligeables. Il faudrait notamment effectuer un suivi des femelles sorties du troupeau afin de mesurer leur potentiel reproducteur, et d'évaluer la perte pour le troupeau d'origine. Il faudrait également mesurer la perte de productivité provoquée par les pathologies.

L'analyse LTRE a l'avantage sur l'analyse graphique de quantifier l'effet des paramètres démographiques naturels sur les variations de la productivité de la population. Elle permet ainsi de savoir à travers quel paramètre démographique les variations de l'environnement influent sur la productivité de la population d'ovins de N'Diagne. L'analyse sur plusieurs années permet de savoir si l'un des paramètres joue un rôle prépondérant dans les variations interannuelles de la productivité, s'il contribue plus souvent que l'autre à ces variations.

Pour l'ensemble de notre période d'étude, l'analyse LTRE déterministe n'a pas montré de rôle prépondérant de l'un ou l'autre des paramètres dans les variations interannuelles de la productivité. La mortalité naturelle contribue autant de fois que la fécondité aux variations du taux de productivité maximal ($\lambda_{\max,t}$). Cependant, les contributions positive et négative maximales de la mortalité naturelle sont nettement supérieures à celles de la fécondité. La mortalité semble donc avoir potentiellement un effet plus important que la fécondité sur les variations du taux de productivité. Les contributions de la mortalité des adultes en saison des pluies, puis celles de la classe d'âge 0-3 mois en saison sèche sont les plus importantes. La fécondité la plus importante pour la productivité est celle des femelles de plus de 2 ans.

L'importance de l'effectif des adultes explique en partie les fortes contributions qui sont attribuées à la classe d'âge "plus de 1 an". Il y a effectivement un effet du nombre d'individus contenus de cette classe d'âge dans le calcul des contributions. La première année, la mortalité est très variable (Faugère *et al.*, 1989), il est donc préférable de diviser l'année en tranches d'âge de 3 mois. Après 1 an, il n'y a pas de différence entre les animaux dont l'âge diffère de 3 mois, il n'est donc pas nécessaire de diviser l'année. Dans la population d'ovins de N'Diagne, il y a beaucoup plus d'individus de plus de un an que d'individus de moins de un an. Cette classe d'âge a donc un poids plus important. On pourrait, pour réduire cet effet de l'effectif de la classe d'âge "plus de 1an", décomposer le cycle de vie en un plus grand nombre de stades d'âge. Une telle division du cycle de vie faciliterait, par ailleurs, les comparaisons avec les études effectuées sur les grands herbivores sauvages. Faugère *et al.* (1989) ont découpé le cycle de vie de la population d'ovins de la communauté rurale de N'Diagne, entre 1984 et 1987, en trois classes d'âge (0-9mois, 9mois - 4ans et 4ans et plus) pour lesquelles la mortalité est stable. Cependant, l'évolution de la mortalité avec l'âge dépend de la ou des années d'observations. Cette décomposition n'est donc valable que pour la période 1984 à 1987.

L'analyse LTRE stochastique confirme les résultats de l'analyse déterministe. La mortalité explique une plus grande part de la variance du taux de productivité ($\lambda_{\max,t}$) que la fécondité. Les adultes de plus de 2 ans ont une place prépondérante mais la part de la mortalité des juvéniles de moins de 3 mois est également importante. Elle représente 20.7% des contributions de la mortalité naturelle. Les coefficients de variation de la mortalité et de la fécondité des jeunes sont bien plus variables que ceux des adultes. Néanmoins, l'élasticité du taux de productivité maximal ($\lambda_{\max,t}$) à la mortalité et la fécondité des adultes est nettement supérieure à celles des jeunes de moins de 1 an. Ceci explique l'importance des contributions de la mortalité adulte et de la fécondité des femelles de plus de 2 ans. L'élasticité du taux de

productivité à la fécondité est supérieure à celle pour la mortalité. Cependant, la fécondité est moins variable que la mortalité. Les variations environnementales peuvent donc provoquer une forte variation de la mortalité et n'avoir que peu d'effet sur la fécondité. Ainsi, la mortalité joue un rôle prépondérant dans les variations de la productivité. C'est donc à travers la mortalité, et en particulier la mortalité des adultes en saison des pluies et des juvéniles de moins de 3 mois en saison sèche, que les fluctuations de l'environnement ont un effet sur la productivité de la population. L'étude de la variabilité environnementale dans la productivité de la population d'ovins doit donc privilégier l'effet des variations environnementales sur la mortalité.

Pour prédire la productivité d'une population d'ovins en région sahélienne, à partir des variables environnementales, il est donc intéressant d'étudier la mortalité en fonction du disponible alimentaire. En s'intéressant préférentiellement à la mortalité, on diminue le coût lié au suivi des femelles exploitées. Néanmoins, les causes de mortalité sont multiples (sous-alimentation, pathologie...). Ainsi, pour avoir une relation non biaisée entre la mortalité et les variables environnementales, il faut contrôler certains paramètres tel que la pathologie. Un tel contrôle passe par la mise en place de mesures phytosanitaires qui peuvent engendrer un coût non négligeable pour l'éleveur.

D'après notre étude, il apparaît difficile de prédire la productivité d'une population d'ovins en région sahélienne à partir des seules biomasse herbacée et pluviométrie. De nombreuses relations liant les paramètres démographiques et les variables environnementales interagissent. L'étude de la productivité doit donc se faire à partir de l'ensemble des paramètres de la population : fécondité, mortalité, exploitation, importation, pathologie...

Pour vérifier et compléter les résultats de cette étude, il serait intéressant d'étudier d'autres populations d'espèces différentes, dans différents sites en milieu sahélien. Il serait également intéressant d'étudier des animaux appartenant à des ethnies différentes pour lesquelles ces animaux n'ont pas le même rôle social. Enfin, il serait intéressant de définir la part relative des différents paramètres et de leurs interactions dans la productivité.

BIBLIOGRAPHIE

- Barral, H., Benefice, E., Boudet, G., Denis, J.P., De Wispelaere G., Diaite, I., Diaw, O.T., Dieye, K., Doutre, M.P., Meyer, J.F, Noel, J., Parent, G., Piot, J., Planchenault, D., Santoir, C., Valentin, C., Valenza, J., Vassiliades, G. 1983. Systèmes de production d'élevage au Sénégal dans la région du Ferlo. A.C.C-G.R.I.Z.A (LAT) Groupe de Recherches Interdisciplinaires en zone aride.
- Bartlett, N.R. 1978. A survival model for a wood preservative trial. *Biometrics* 34 : 673-679.
- Bennison, J.J, Barton, D., Jaitner, J. 1997. The production objectives and feeding strategies of ruminant livestock owners in the Gambia : implications for policy makers. *Agric. Syst.*, 55(3) : 425-444.
- Benton, T.G, Grant, A., Clutton-Brock, T.H. 1995. Does environmental stochasticity matter? Analysis of red deer life-histories on Rum. *Evolutionary Ecology* 9 : 559-574.
- Bosman, H.G., Moll, H.A.J., Udo, H.M.J. 1997. Measuring and interpreting the benefits of goat keeping in tropical farm systems. *Agricultural Systems* 53 : 349-372.
- Boudet, G. 1984. Manuel sur les pâturages tropicaux et les cultures fourragères (4^{ème} édition révisée). Manuels et précis d'élevage. IEMVT-ORSTOM
- Brault, S., Caswell, H. 1993. Pod-Specific demography of Killer Whales (*Orcinus orca*). *Ecology* 74 : 1444-1454.
- Buldgen, A., Dieng, A., Ducrot, D., Dumont, D., Compère, R. 1992. Productivité des élevages villageois de moutons du bassin arachidier sénégalais. *Revue Mondiale de Zootechnie* 72 : 26-33.
- Caswell, H. 1989a. Analysis of life table response experiments : I. Decomposition of effects on population growth rate. *Ecol. Model.*, 14 : 215-237.
- Caswell, H. 1989b. Matrix population models : construction, analysis and interpretation. Sunderland, Massachussets: Sinauer Associates, Inc. Publishers.
- Caswell, H. 1996. Analysis of life table response experiments : II. Alternative parameterizations for size and stage-structured models. *Ecol. Model.*, 88 : 73-82.
- CIRAD-IEMVT. 1991. Enquête par suivi individuel du cheptel. II. Exemples de résultats obtenus sur petits ruminants au Sénégal. *Fiches Techniques d'Elevage Tropical*, 4 : 1-8.
- Clément, V., Poivey, J.P., Faugère, O., Tillard, T., Lancelot, R., Gueye, A., Richard, D., Bibé, B. 1997. Etude de la variabilité des caractères de reproduction chez les petits ruminants en milieu d'élevage traditionnel au Sénégal. *Revue Elev. Méd. Pays Trop.* 50 : 235-249.
- Cossins, N.J., Upton, M. 1988. The impact of climatic variation on the Borana system. *Agricultural Systems* 27 : 117-135.

- Faugère, O., Dockes, A.C., Perrot, C., Faugère, B. 1990. L'élevage traditionnel des petits ruminants au Sénégal. I. Pratiques de conduite et d'exploitation d'animaux chez les éleveurs de la région de Louga. *Revue Elev. Méd. Vét. Pays Trop.* 43 : 261-273.
- Faugère, O., Faugère, B., Merlin, P., Dockes, C., Perrot, C. Mai 1989. L'élevage traditionnel des petits ruminants dans la zone de Louga : référentiel technico-économique. Ref n°26/VIRO. Programme PPR. Document de travail n°2/Louga.
- Gaillard, J.M., Lebreton, J.D., Pontier, D., Landry, P. 1992. Demographic sensitivity and population management : application to roe deer (*Capreolus capreolus*). Cracovie INCB congress XVIIIth.
- Gaillard, J.M., Festa-Bianchet, M., Yoccoz, N.G., Loison, A., Toïgo, C. 2000. Temporal variation in vital rates and population dynamics of large herbivores.
- Goodman, L.A. 1968. Stochastic models for the population growth of the sexes. *Biometrika* 55 (3) : 469-487.
- Horvitz, C., Schemske, D., Caswell, H. 1997. The relative importance of life-history stages to population growth : prospective and retrospective analyses. Chap. 7 : 247-271.
- Ickowicz, A. 1995. Approche dynamique du bilan fourrager appliqué à des formations pastorales du Sahel Tchadien. Ph.D. thesis, Université de Paris XII, Val de Marne, Créteil, France.
- Karlin, S., Taylor, H.M. 1975. A first course in stochastic processes. New York : Academic Press, Inc.
- Lancelot, R., Imadine, M., Mopaté, Y., Faye, B. 1994. Amélioration de la productivité des chèvres en zone périurbaine de N'Djamena (Tchad). Choix des mesures suite à une enquête écopathologique. *Vet. Res.* 25 : 337-343.
- Lancelot, R., Faye, B., Juanès, X., Ndiagye, M., Pérochon, L. & Tillard, E., 1998. La base de données Baobab : un outil pour modéliser la production et la santé des petits ruminants dans les systèmes d'élevage traditionnels au Sénégal. *Elev. Méd. vét. Pays trop.*, **51** (2), 135-146.
- Leslie, P.H. 1945. On the use of matrices in certain population mathematics. *Biometrika*, 33 : 183-212.
- Lesnoff, M. 2000. Etude de la dynamique et de la productivité des populations domestiques tropicales par les modèles matriciels en temps discret. Les populations d'ovins au Sénégal. Thèse pour obtenir le diplôme de Doctorat, Université des Sciences et Techniques, Montpellier II.
- Merlin, P., Faugère, O., Faugère, B. 1989. La mortalité des petits ruminants dans la zone de Louga en 1988. Addenda au document de travail n°2/Louga (ref. n°26/Louga mai 1989).

- Moulin, C.H. 1993. Performances animales et pratiques d'élevage en Afrique Sahélienne : la diversité du fonctionnement des troupeaux de petits ruminants dans la communauté rurale de Ndiagne (Sénégal). Thèse d'ingénieur de l'Institut National Agronomique de Paris-Grignon. 259p.
- Moulin, C.H., Faugère, O., Faugère, B. 1994. L'élevage traditionnel des petits ruminants au Sénégal. III Pratiques de conduite et d'exploitation des animaux chez les éleveurs de la communauté rurale de Kaymor (Sine-Saloum, Sénégal). *Revue Elev. Méd. Pays Trop.* 47 : 223-234.
- Moulin, C.H. 1999. Pratiques de gestion du troupeau en élevage sahélien : cas des brebis de réforme. in : 5th International Livestock Farming Systems Symposium, 19-20 August 1999.
- Prentice, R.L., & Gloeckler, L.A. 1978. Regression analysis of grouped survival data with application to breast cancer data. *Biometrics*, 34 : 57-67.
- Skellam, J.G. 1967. Seasonal periodicity in theoretical population ecology. *Proc. 5th Berkeley Symp.*, vol. IV : 179-205.
- Tillard, E., Moulin, C.H., Faugère, O., Faugère, B. 1997. Le suivi individuel des petits ruminants au Sénégal : un mode d'étude des troupeaux en milieu villageois. *INRA productions animales* 10 : 67-78.
- Tucker, C.J., Vanpraet, C., Boerwinkel, E., Gaston, A. 1983. Satellite remote sensing of total dry matter production in the Senegalese sahel. *Remote Sens. Environ.* 13 : 461-474.
- Tuljapurkar, S., Caswell, H. 1997. Structured-population models in marine, terrestrial and freshwater systems. New-York : Chapman Hall.
- Upton, M. 1985. Models of improved productions systems for small ruminants. In : Sumbreg, J.E., Cassaday, K. (eds), *Sheeps and goats in humid west Africa*. International Livestock Center for Africa, Addis Adaba, Ethiopia.
- Wilson, R.T. 1983. Studies on teh livestock of Southern Darfur, Sudan. VIII. A comparison of productivity indices for goats and sheep. *Trop. Anim. Hlth Prod.*, 15 : 63-68.
- Wilson, R.T. 1988. Small ruminant production systems in tropical Africa. *Small Ruminant Research* 1 : 305-325.

ANNEXE

Dans cette annexe, nous présentons un exemple de modèle matriciel à pas de temps annuel, pour une population de femelles à 3 classes d'âge. Ensuite, nous présentons le modèle matriciel périodique tel qu'il est décrit dans Lesnoff (2000).

Le modèle matriciel de Leslie :

Une population de femelles composée de 3 classes d'âge ($i = 1, 2$ ou 3), est représentée par un vecteur d'état $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]'$. Chaque composante $x_i(t)$ représente l'effectif des femelles de la classe d'âge i au temps t .

Chaque classe d'âge se caractérise par une fécondité m_i et une survie s_i . Ainsi, au temps $t + 1$, les composantes du vecteur d'état de la population s'écrivent :

$$\begin{aligned}x_1(t+1) &= s_0(m_2x_2(t) + m_3x_3(t)), \\x_2(t+1) &= s_1x_1(t), \\x_3(t+1) &= s_2x_2(t) + s_3x_3(t),\end{aligned}$$

s_0 représente la survie jusqu'au temps $t + 1$ des femelles nées entre t et $t + 1$.

En environnement constant, le vecteur d'état de la population au temps $t + 1$ peut s'écrire sous la forme matriciel suivante :

$$\begin{aligned}x(t+1) &= [x_1(t+1), x_2(t+1), x_3(t+1)]' \\&= A[x_1(t), x_2(t), x_3(t)]' \\&= Ax(t)\end{aligned}$$

A est la matrice de projection annuelle ou matrice de Leslie (Leslie, 1945), elle est constante pour chaque année et a la structure suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 & s_0m_2 & s_0m_3 \\ s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & s_3 \end{bmatrix}$$

A est le produit des matrices de fécondité M et de survie S : $A = SM$,

avec :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & m_2 & m_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et :

$$S = \begin{bmatrix} s_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_2 & s_3 \end{bmatrix}$$



Après t années, le vecteur d'état de la population s'obtient à partir du vecteur initial $x(0)$:

$$x(t) = A^t x(0).$$

En environnement variable, la matrice de projection A_t change chaque année, et le vecteur d'état de la population pour l'année $t+1$ devient alors :

$$\begin{aligned} x(t+1) &= A_t x(t) \\ &= A_t \dots A_1 A_0 x(0). \end{aligned}$$

Lorsque la matrice A est primitive, elle admet une valeur propre réelle λ supérieure en module à toutes les autres valeurs propres (Karlin et Taylor, 1975; Caswell, 1989b). A cette valeur propre sont associés des vecteurs propres à droite (v) et à gauche (u) définis comme suit :

$$\begin{aligned} Av &= \lambda v, \\ u'A &= \lambda u'. \end{aligned}$$

Après un temps t suffisamment long, le modèle converge. En environnement constant, $x(t)$ converge vers une structure d'âge stable proportionnel au vecteur propre v et un taux d'accroissement égale à la valeur propre dominante λ , indépendants des conditions initiales $x(0)$. Le taux d'accroissement est aussi appelé taux de multiplication asymptotique de la population.

$$\begin{aligned} x(t + 1an) &\approx \lambda x(t) \\ v(t) &\propto x(t) \end{aligned}$$

Le modèle matriciel périodique :

Pour étudier la variabilité intra-annuelle de la productivité de la population, nous avons utilisé une extension du modèle matriciel de Leslie : le modèle matriciel périodique. Dans ce modèle le pas de temps n'est pas annuel. L'année est découpée en périodes appelées "phases". Dans cette étude, l'année est décomposée en 24 phases de 15 jours.

Soit $x_{s,i}(k)$ le nombre d'animaux de sexe s ($s = f$ pour les femelles et m pour les mâles), de classe d'âge i au début de la quinzaine k , le vecteur d'état de la population en début de phase k est :

$$x(k) = [x_{f,1}(k), \dots, x_{f,j}(k), x_{m,1}(k), \dots, x_{m,l}(k)]$$

avec j et l les nombres de classes d'âge pour les femelles et les mâles.

En début de phase $k+1$, le vecteur d'état de la population est donné par :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= B_k x(k), \\ &= B_k \dots B_1 x(1). \end{aligned}$$

où B_k est une matrice de Leslie de dimension $(J + L) \times (J + L)$. Elle contient les paramètres de fécondité et de mortalité naturelle, d'exploitation et d'importation par sexe et par classe d'âge pour la phase k . $x(1)$ représente le vecteur d'état initial de la population.

Les matrices B_k sont décomposables sous la forme :

$$B_k = (J_k - D_k - H_k + R_k) M_k \\ = S_k M_k$$

où M_k est la matrice de fertilité de dimension $(J + L + 2) \times (J + L)$, H_k et R_k les matrices d'exploitation et d'importation et $J_k - D_k = S_k$ la matrice de survie de la population de dimension $(J + L) \times (J + L + 2)$.

Pour notre étude, seules la fécondité et la mortalité sont prises en compte. Les matrices H_k et R_k sont nulles. Le modèle permet alors de calculer un taux de multiplication maximal de la population $\lambda_{\max,t}$ correspondant au taux de multiplication qu'aurait la population en absence de toute exploitation ou importation d'animaux dans le troupeau.

Les matrices B_k , M_k , S_k se décomposent sous les formes suivantes :

Matrice B_k :

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} s_{f,k0} m_{f,k1} & \dots & s_{f,k0} m_{f,kJ} & 0 & \dots & 0 \\ s_{f,k1} & 0 & 0 & & & \\ 0 & s_{f,k2} & & & & \\ & \dots & 0 & & & \\ 0 & 0 & s_{f,kJ-1} & s_{f,kJ} & 0 & \dots & 0 \\ \hline s_{m,k0} m_{m,k1} & \dots & s_{m,k0} m_{m,kJ} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & s_{m,k1} & 0 & \\ & & & 0 & s_{m,k2} & \\ & & & & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & s_{m,kL-1} & s_{m,kL} \end{array} \right]$$

Matrice M_k :

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} m_{f,k1} & & m_{f,kJ} & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & 1 & 0 & \\ \hline 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ m_{m,k1} & \dots & m_{m,kJ} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & & \\ & & & 0 & 1 & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Matrice S_k :

$$\begin{bmatrix} s_{f,k0} & 0 & \dots & & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_{f,k1} & & & 0 & & \\ & & s_{f,k2} & & & & \\ & & & \dots & 0 & & \\ \hline & & & 0 & s_{f,kJ-1} & s_{f,kJ} & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & s_{m,k0} & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & s_{m,k1} & & \\ & & & & 0 & s_{m,k2} & & \\ & & & & & & \dots & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & 0 & \dots & 0 & s_{m,kL-1} & s_{m,kL} \end{bmatrix}$$

Sur une échelle de temps annuelle, les propriétés asymptotiques du modèle périodique sont les mêmes que celles du modèle matriciel de Leslie.

Le modèle utilisé dans notre étude suppose que les mâles ne sont pas limitants pour la reproduction. Il est dit femelle-dominant (Goodman, 1968; Caswell, 1989b) car le nombre de mâles n'influe pas sur la survie des femelles. Il suppose également que l'environnement est constant et que la croissance de la population ne soit pas limitée par le nombre d'individus. Il est donc déterministe et linéaire. Enfin, il suppose que les animaux d'une même classe d'âge ont les mêmes paramètres démographiques.