

Tables des matières

Chapitre 1 Introduction.....	1
1.1 INTRODUCTION.....	2
1.2 ORGANISATION GENERALE DU MEMOIRE.....	3
Chapitre 2 Notions de base sur les systèmes de structures intelligentes	4
2.1 INTRODUCTION.....	5
2.2 SYSTÈMES DE CONTRÔLE PASSIF.....	6
2.2.1 Systèmes d'isolation à la base.....	7
2.2.2 Systèmes de dissipation d'énergie passif.....	14
2.2.3 Systèmes d'absorption d'énergie	18
2.3 SYSTÈMES DE CONTRÔLE SEMI-ACTIF	23
2.3.1 Amortisseur à masse accordée semi-actif (TMD).....	24
2.3.2 Amortisseur à liquide accordé semi-actif (TLD)	24
2.3.3 Amortisseur Magnéto-rhéologique (MRD).....	25
2.3.4 Amortisseur Electro-rhéologique (ERF)	28
2.3.5 Amortisseur à rigidité variable.....	29
2.3.6 Amortisseur à frottement variable semi-actif.....	30
2.3.7 Amortisseur hydraulique semi-actif.....	31
2.4 SYSTÈMES DE CONTRÔLE ACTIF	32
2.4.1 Amortisseur à masse active (AMD).....	34
2.4.2 Amortisseur à câbles actifs (ATS)	35
2.4.3 Amortisseur à barres actives (ABS).....	36
2.4.4 Générateur d'impulsions	37
2.5 SYSTEMES DE CONTROLE HYBRIDE	38
2.5.1 Systèmes à masse hybride	39
2.5.2 Systèmes hybrides avec isolation à la base	41
2.5.3 Systèmes hybrides amortisseur-actionneur hydraulique.....	41
2.6 CONCLUSION	42
Chapitre 3 La théorie de contrôle actif	43
3.1 INTRODUCTION.....	44

3.2 ÉQUATION DE MOUVEMENT D'UNE STRUCTURE CONTROLEE	44
3.2.1 Équation de mouvement de structure contrôlée par les tendons actifs	44
3.2.2 Équation de mouvement d'une structure contrôlée par AMD	48
3.3 REPRESENTATION D'UNE STRUCTURE CONTROLEE DANS L'ESPACE DE VARIABLES D'ETAT.....	50
3.4 CONTROLABILITE	53
3.5 LES APPROCHES DE CONTROLE	53
3.5.1 Le contrôle par anticipation	54
3.5.2 Le contrôle par rétroaction	54
3.6 LES LOIS DE CONTROLE PAR RETROACTION (FEEDBACK).....	55
3.6.1 Contrôle feedback en boucle ouverte	55
3.6.2 Contrôlé feedback en boucle fermée.....	55
3.6.3 Contrôle feedback en boucle ouverte-fermée	57
3.7 RESOLUTION DE L'EQUATION D'ETAT	57
3.8 LE CONTROLE OPTIMAL	61
3.8.1 Régulateur quadratique linéaire	62
3.9 LE DEVELOPPEMENT DES ALGORITHMES DE CONTROLE ACTIF	65
3.9.1 Algorithme de contrôle actif optimal instantané en boucle fermée	66
3.9.2 Algorithme de contrôle actif optimal généralisé.....	68
3.10 CONCLUSION	74
Chapitre 4 Simulation Numérique.....	75
4.1 INTRODUCTION.....	76
4.2 ORGANIGRAMME	76
4.3 VALIDATION DU PROGRAMME	80
4.3.1 Algorithme ROAC	80
4.3.2 Algorithme GOAC.....	86
4.3.3 Conclusion	94
4.4 ETUDE PRAMETRIQUE	94
4.4.1 Etude de l'effet de la position du tendon actif sur le déplacement	94
4.4.2 Les méthodes du choix de la position optimale du tendon	97

4.4.3 Effet des paramètres de contrôle	107
4.5 CONCLUSION	109
Conclusions et perspectives	110
BIBLIOGRAPHIE	113

Liste des figures

Fig 2.1	Développement des types de contrôle au cours du temps.....	6
Fig 2.2	Schéma de contrôle passif.....	7
Fig 2.3	Effet de l'augmentation de la période et du taux d'amortissement visqueux [17].	9
Fig 2.4	Appuis élastomère à noyau de plomb.	12
Fig 2.5	Appui de pendule à frottement.....	12
Fig 2.6	Plaques de frottement.....	13
Fig 2.7	Isolateur à boîte de ressort.	14
Fig 2.8	Diagramme force-déplacement de l'amortisseur à frottement.....	15
Fig 2.9	Amortisseurs métalliques.....	16
Fig 2.10	Diagramme force-déplacement de l'amortisseur métallique.	16
Fig 2.11	Amortisseur viscoélastique.	16
Fig 2.12	Diagramme force-déplacement d'amortisseur viscoélastique.	17
Fig 2.13	Diagramme force déplacement de l'amortisseur à fluide visqueux.	18
Fig 2.14	Schéma d'un amortisseur à masse accordée.	19
Fig 2.15	Différents types de TMDs [3].	20
Fig 2.16	Configuration d'une structure avec un système de contrôle semi-actif.....	23
Fig 2.17	Schéma d'amortisseur à masse accordée semi-actif.	24
Fig 2.18	Schéma d'un amortisseur à liquide accordé semi actif (TLCD).	25
Fig 2.19	Schéma de l'amortisseur magnéto-rhéologique.....	25
Fig 2.20	Vue en coupe longitudinale montrant le principe de fonctionnement d'un MRD....	26
Fig 2.21	Le contrôle du comportement des ERDs.	28
Fig 2.22	Schéma d'un dispositif à deux valeurs de rigidité.	29
Fig 2.23	Système SAIVS.	30
Fig 2.24	Essai de la table vibrante d'un amortisseur hydraulique semi-actif.	31
Fig 2.25	Amortisseur hydraulique.....	32
Fig 2.26	Schéma de contrôle actif.....	33
Fig 2.27	Schéma d'un amortisseur à masse actif.	34
Fig 2.28	Structure de Kyobashi Seiwa à Tokyo.....	35
Fig 2.29	Installation d'un actionneur hydraulique sur un système de barres.....	36
Fig 2.30	Essais d'un système de barre active installé sur une structure.....	36
Fig 2.31	Système générateur d'impulsion [37].	37
Fig 2.32	Schéma d'une structure avec contrôle hybride.	38
Fig 2.33	Schéma de contrôle hybride.....	38
Fig 2.34	Schéma de l'amortisseur à masse hybride.	39
Fig 2.35	Système à masse hybride installée sur le bâtiment de Sendagaya à Tokyo.....	40
Fig 2.36	Vue au-dessus du système à HMD sur le bâtiment de Sendagaya.....	40
Fig 2.37	Système hybride MRD-isolation par appuis et leur installation dans une structure.	41
Fig 2.38	Schéma d'une structure avec le contrôle hybride sous l'essai de la table vibrante.....	42

Fig 3.1	Structure contrôlée par les tendons actifs.	45
Fig 3.2	Structure contrôlée par un amortisseur à masse actif.....	49
Fig 3.3	Les pôles de matrice de système [A] dans le plan complexe.....	53
Fig 3.4	Représentation de contrôle actif par anticipation.....	54
Fig 3.5	Représentation de contrôle actif par rétroaction.	54
Fig 3.6	Représentation de contrôle à boucle ouverte.	55
Fig 3.7	Représentation de contrôle à boucle fermée.	56
Fig 3.8	Représentation de contrôle à boucle ouverte- fermée.....	57
Fig 3.9	La réponse d'un système du premier ordre [3].	64
Fig 3.10	Solution des problèmes de variation à deux extrémités fixe.....	66
Fig 3.11	Solution des problèmes de variation a deux extrémités une fixe et l'autre mobile. .	69
Fig 3.12	Organigramme de la résolution de l'équation d'état avec le contrôle actif [3].....	73
Fig 4.1	Structure à deux étages contrôlée par deux tendons actifs	81
Fig 4.2	Diagramme de l'excitation.....	81
Fig 4.3	Diagramme de l'excitation, déplacement et force de contrôle du deuxième étage pour le pas de temps 0.01s.	86
Fig 4.4	Structure contrôlée par un tendon actif.	86
Fig 4.5	Structure à 6 étages contrôlée par un tendon actif.	89
Fig 4.6	Séisme d'Elcentro, 18 Mai 1940, la composante N-S (programme).	91
Fig 4.7	Séisme d'Elcentro, 18 Mai 1940, la composante N-S [4].....	91
Fig 4.8	Variations du déplacement du 6 ^{ième} étage en fonction du temps (programme).	92
Fig 4.9	Variations du déplacement du 6 ^{ième} étage en fonction du temps [4].....	92
Fig 4.10	Variation de la force de contrôle du 1 ^{er} étage en fonction du temps (programme). 93	
Fig 4.11	Variation de la force de contrôle du 1 ^{er} étage en fonction du temps [4].....	93
Fig 4.12	Effet de la position d'un tendon sur le déplacement maximum de chaque étage. ..	96
Fig 4.13	La comparaison entre le déplacement maximum de chaque étage de la structure dans le cas du contrôle et le cas sans contrôle.	97
Fig 4.14	Spectre de réponse du séisme d'Elcentro, 18 Mai 1940 (la composante N-S).	106
Fig 4.15	Influence du rapport S/R sur le déplacement maximum du sommet et sur la force de contrôle maximale.	108
Fig 4.16	Influence du rapport Q/R sur le déplacement du sommet et sur la force de contrôle maximale.....	109

Liste des photos

Photo 2.1	Isolation à la base par les pièces de bois en Lanhijan, nord d'Iran [25].	7
Photo 2.2	Isolateur à base d'élastomère.	10
Photo 2.3	Appuis élastomère à fort amortissement installé à Tokyo.	11
Photo 2.4	Amortisseurs à frottement.	15
Photo 2.5	Amortisseur à fluide visqueux installé sur new pacific northwest baseball park.....	18
Photo 2.6	Amortisseurs à masse accordée, rectangulaire sur la citicorp (New york).	21
Photo 2.7	Amortisseurs à masse accordée, pendulaire au sommet de la tour de Taipei. ..	21
Photo 2.8	Systèmes TLDs a) millennium tower-Tokyo b) one rinconhill-San francisco .	22
Photo 2.9	Installation d'un amortisseur MR sur le musée nationale de Tokyo.....	27
Photo 2.10	Installation d'un amortisseur MR sur un pont à haubans en Croatie.	27
Photo 2.11	Amortisseur à rigidité variable installé sur le bâtiment de l'institut de Kajima.	29
Photo 2.12	Contrôle d'un hauban à l'aide d'amortisseurs hydrauliques.....	35

Liste des tableaux

Tableau 4.1	Données de la structure à deux étages [4].	82
Tableau 4.2	Données du système de contrôle d'une structure à deux étages [4].	82
Tableau 4.3	Comparaison des résultats d'une structure à deux étages contrôlée, obtenus à partir du programme avec ceux calculés manuellement [4].	83
Tableau 4.4	Comparaison des résultats pour $t_1=0.01s$.	84
Tableau 4.5	Comparaison des résultats pour $t_2=0.02s$.	84
Tableau 4.6	Résultats pour $\Delta t = 0.01s$	85
Tableau 4.7	Données de la structure étudiée [4].	87
Tableau 4.8	Données du système de contrôle d'une structure à un étage [4].	87
Tableau 4.9	Comparaison des résultats, d'une structure à un étage contrôlée obtenus à partir du programme avec ceux calculés manuellement.	87
Tableau 4.10	Comparaison des résultats pour $t_1=0.01s$.	88
Tableau 4.11	Comparaison des résultats pour $t_2=0.02s$.	88
Tableau 4.12	Comparaison des résultats pour $t_3=0.03s$.	88
Tableau 4.13	Données d'une structure à six étages [4].	89
Tableau 4.14	Données du système de contrôle d'une structure à six étages [4].	90
Tableau 4.15	Résultats obtenus à partir programme d'une structure à six étages.	90
Tableau 4.16	Données de la structure à huit étages [4].	95
Tableau 4.17	Données du système de contrôle, à un tendon, d'une structure à huit étages.	95
Tableau 4.18	Effet de la position d'un tendon et le cas sans contrôle sur le déplacement maximum de chaque étage.	96
Tableau 4.19	Les valeurs de $\{\gamma\}_i$ du tendon installé au $i^{ième}$ étage	99
Tableau 4.20	Les vecteurs propres de tous les étages de la structure	100
Tableau 4.21	Les différents modes de la structure à huit étages	102
Tableau 4.22	L'indice de contrôlabilité pour les huit étages de la structure	107

ABRÉVIATIONS

AMD	: active mass damper (amortisseur à masse active) ;
ATS	: active tendon systems (amortisseur à câbles actifs) ;
ABS	: active brace systems (amortisseur à barres actives) ;
GOAC	: generalized optimal active control (algorithme de contrôle optimal généralisé) ;
HDABC	: hybrid damper actuator bracing control;
HMD	: hybrid mass damper (amortisseur à masse hybride) ;
IOAC	: instantaneous optimal active control (algorithme de contrôle optimal instantané) ;
ROAC	: Riccati optimal active control (algorithme de contrôle optimal de Riccati) ;
TLD	: tuned liquid damper (amortisseur à liquide accordé) ;
TMD	: tuned mass damper (amortisseur à masse accordée).

TERMES EN LETTRES GRECQUES

α	: coefficient d'amortissement de Rayleigh dans $[C] = \alpha [M] + \beta [K]$;
β	: coefficient d'amortissement de Rayleigh dans $[C] = \alpha [M] + \beta [K]$;
τ	: variable d'intégration ;
$\{\delta\}$: vecteur de passage entre l'excitation externe et ddl considérés (nx1) ;
$[\Phi]$: matrice modale du système ;
$[\gamma]$: matrice de localisation des forces de contrôle (nxr) ;
$[\bar{\gamma}]$: matrice de localisation des forces de contrôle (nxn) ;
$[\Lambda]$: matrice diagonale égale à $[T]^{-1}[Ac][T]$;
μ_j	: partie réelle de la valeur propre de la matrice du système $[A]$;
ν_j	: partie imaginaire de la $j^{\text{ième}}$ valeur propre de la matrice du système $[A]$;
w_i	: pulsation propre du $i^{\text{ième}}$ mode de la structure ;
ξ_i	: coefficient d'amortissement du $i^{\text{ième}}$ mode de la structure ;
$\{\lambda\}$: vecteur multiplicateur de Lagrange.

LETTRES LATINES

[A]	: matrice de système ;
[A _c]	: matrice de système en boucle fermée ;
[Bu]	: matrice de position des forces de contrôle ;
[Br]	: matrice de position de l'excitation ;
[C]	: matrice d'amortissement ;
E	: module de Young ;
F(t)	: fonction augmentée ;
<i>f</i> (t)	: fonction de la variable d'état ;
<i>g</i>	: l'accélération de pesanteur ;
[G]	: matrice de gain de contrôle feedback ;
H	: Hamiltonian ;
[I]	: matrice d'identité ;
J	: indice de performance ;
<i>j</i>	: nombre imaginaire $\sqrt{-1}$;
[K]	: matrice de rigidité ;
LF	: fonction de Lagrange ;
<i>m_i</i>	: coefficient de masse du <i>i</i> ^{ème} plancher ;
[M]	: matrice de masse ;
<i>n</i>	: nombre d'étage ;
[P]	: matrice de Riccati ;
[Q]	: matrice de pondération dans l'indice de performance ou matrice de pondération d'état ;
<i>r</i>	: nombre des actionnaires ;
[R]	: matrice de pondération dans l'indice de performance ou matrice de pondération de contrôle ;
[S]	: matrice de pondération dans l'indice de performance ;
<i>t</i>	: variable de temps ;
[T]	: matrice des vecteurs propres de la matrice [A] ;
{ <i>u</i> (t)}	: la force de contrôle ;
{ <i>ū</i> (t)}	: vecteur des force de contrôle ;
<i>x</i> (t)	: vecteur des déplacements des planchers ;
<i>ẋ</i> (t)	: vecteur des vitesses des planchers ;
<i>ẍ_g</i> (t)	: l'accélération du sol ;
{ <i>Z</i> (t)}	: variable d'état.

Chapitre 1 Introduction

1.1 INTRODUCTION

Une structure est un système qui supporte et/ou transmet des charges. Elle est construite pour exécuter et accomplir des fonctions sans provoquer des dommages irréparables pendant sa vie de service.

Les scientifiques et les chercheurs se sont de plus en plus intéressés à la sécurité des structures et leur protection contre les dommages.

Les idées les plus courantes sont l'agrandissement des sections et l'utilisation des matériaux de construction de haute résistance, mais ces derniers sont chers et n'offrent pas une garantie contre les excitations. L'inefficacité des conceptions traditionnelles de résistance aux vibrations a mené à l'application de la technologie innovante.

Dans notre mémoire on présente une méthode de protection des structures contre les excitations c'est le contrôle des structures. Les structures contrôlées (structures intelligentes) sont des structures adaptatives en ce sens qu'elles sont sensibles (dotées de capteurs) mais aussi réactives à leur environnement (dotées d'actionneurs). Les capteurs et les actionneurs sont reliés entre eux par une boucle de commande régulée selon une loi de contrôle. L'ensemble forme ainsi une structure capable de surveiller son environnement et de s'autocontrôler de manière à s'adapter à toutes modifications des grandeurs détectées.

Les techniques de contrôle des structures permettent la suppression des vibrations et le contrôle de la déformation des structures, pour cette raison elles ont obtenues une grande importance ces dernières années. On distingue quatre techniques de contrôle : passif, actif, semi-actif et hybride.

La modélisation d'une structure (de type poteaux-poutres) par des dispositifs de contrôle actif sous une excitation sismique est présentée. Cette dernière est basée sur la théorie de contrôle optimal, qui sera développée d'une manière explicite.

1.2 ORGANISATION GENERALE DU MEMOIRE

Ce mémoire comporte deux parties : la première est liée à une analyse bibliographique et la seconde est consacrée à une étude numérique. Le mémoire contient quatre chapitres.

Après le chapitre introductif, le deuxième chapitre consiste en une étude bibliographique qui présente essentiellement les notions de base sur les systèmes de contrôle des structures. Ces derniers seront présentés avec des schémas explicatifs de leurs mécanismes et des exemples réels pour chaque type.

Le troisième chapitre présente une étude théorique du contrôle des structures. On commence par l'étude de mouvement de structure contrôlée. Puis, on montre les différentes approches de contrôle. Enfin, on présente le contrôle optimal et le développement de leurs algorithmes.

L'étude numérique fera l'objet du quatrième chapitre. D'abord, on présente l'organigramme général du programme réalisé sous MATLAB et qui prend en compte les deux algorithmes de contrôle celui de Recatti (ROAC) est celui généralisé (GOAC).

Ensuite, à partir d'exemples tirés de la littérature on a essayé de valider d'abord notre programme et ensuite on a mené une étude paramétrique pour mettre en évidence l'effet de certains paramètres importants sur le contrôle des structures de type poteaux – poutres.

Le mémoire est clôturé par une conclusion générale et quelques recommandations sur les travaux à mener dans le futur dans ce domaine.

Chapitre 2 Notions de base sur les systèmes de structures intelligentes

2.1 INTRODUCTION

La philosophie des systèmes de structure intelligente n'est pas très récente, car en 1958 Kobori a proposé une des principales idées du contrôle de la réponse d'une structure sous une excitation sismique. Après, les deux chercheurs Kobori et Minai ont proposés et discutés le contrôle actif de la réponse structurale dans leurs documents [4]. D'autre part aux États-Unis, Yao [48] a présenté son idée du contrôle actif des structures en 1972 en introduisant la terminologie de « contrôle des structures » dans le domaine du génie civil.

En 1978, Mark Balas [23] a travaillé sur le contrôle feedback appliqué sur les structures piézoélectriques flexibles. Et en 1988 d'autres études ont été élaborées par Chung, L. et al, [4] dans le but de développer des applications expérimentales de contrôle actif sur les structures sous les charges séismiques.

On peut citer d'autres recherches sur le contrôle structural qui ont été faites en 1990 par Soong.T.T [35] et dans la même année Suhardjo et al, [43] ont présentés l'application de contrôle Feedforward et Feedback dans l'étude des structures sous l'excitation séismique.

En 1992, Culshaw B [6] a discuté la situation des structures intelligentes entre la théorie et la réalité et dans la même année Gandhi et Thompson [12] ont étudié l'intégration des matériaux intelligents dans la production des capteurs, d'actionneurs et des unités de contrôle qui forment un système de contrôle de la réponse de la structure.

La modélisation des systèmes de contrôle est classée en deux grandes familles: le contrôle Feedforward et le contrôle Feedback sujet de notre étude. Yang et Lee, en 1993 [47] ont étudié l'optimisation du gain de feedback dans le design des systèmes de contrôle structural et dans la même année Spencer et al [42] ont présenté la stratégie du contrôle « Feedback Acceleration » utilisée dans la protection sismique.

D'autres recherches sur le contrôle structural ont été faites par Fujino et al.(1996) [10], Housner et al. (1997) [19], Spencer Jr. et al (1997) [39] qui ont présentés la technique feedback dans le contrôle des structures.

Puis en 1999 Brennan M.J., et al, [2] ont réalisés des expériences sur différents types d'actionneurs. Un état de l'étude sur les structures intelligentes a été présenté par Inderjit Chopra, en 2002 [20].

Les systèmes de contrôle sont développés selon le besoin, le développement des techniques et le développement des outils informatiques. L'apparition du contrôle passif a été suivie par l'apparition du contrôle actif, mais les inconvénients de ces systèmes tels que la capacité limitée des systèmes passifs et le grand besoin d'énergie des systèmes actifs ont poussé les chercheurs à développer d'autres systèmes tels que les systèmes semi-actifs et les systèmes hybrides. La figure (2.1) montre le développement des types de contrôle au cours du temps.

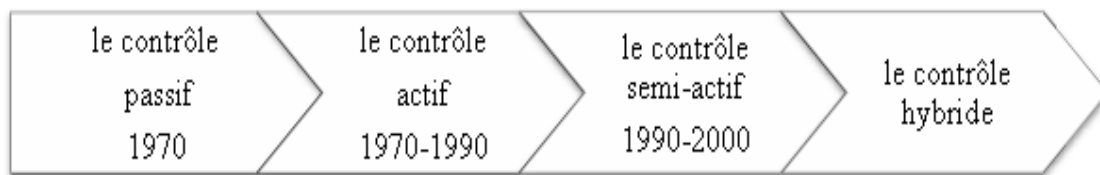


Fig 2.1 Développement des types de contrôle au cours du temps.

2.2 SYSTÈMES DE CONTRÔLE PASSIF

Dans certain cas, pour rendre les structures plus résistantes et plus fiables, on ajoute des dispositifs extérieurs. Ceux-ci peuvent aussi permettre d'écarter la fréquence de vibration de la structure de celle de l'excitation. Ce phénomène d'introduction, le plus souvent, de rigidité et/ou d'amortissement extérieur est appelé contrôle.

Les techniques passives de contrôle des vibrations structurales utilisent l'incorporation ou l'ajout de matériaux ou systèmes, possédant les propriétés d'amortissement, combinés à la structure de telle manière que les vibrations de cette dernière soient amorties passivement, c'est à dire, sans aucune intervention extérieure supplémentaire et sans apport d'énergie de l'extérieure. La figure (2.2) présente un schéma descriptif de cette technique.

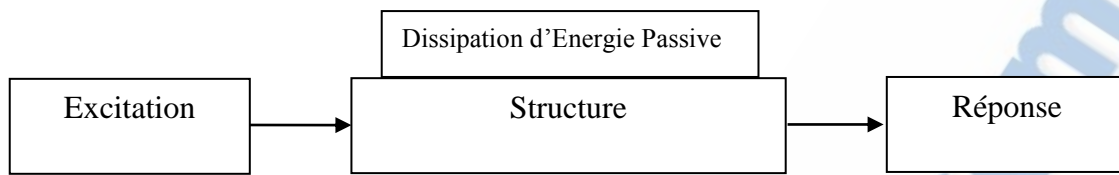


Fig 2.2 Schéma de contrôle passif.

Les systèmes passifs ont trois principaux avantages: le premier est le prix bas, le deuxième est l'atténuation passive, c'est-à-dire, sans apport d'énergie de l'extérieure et sans aucune intervention extérieure supplémentaire, et le troisième est son fonctionnement même pendant un séisme majeur. Principalement, il existe trois types des systèmes passifs : l'isolation sismique, la dissipation d'énergie et l'absorption d'énergie.

2.2.1 Systèmes d'isolation à la base

L'isolation sismique est une technique passive d'amortissement des vibrations structurales, leur concept est simple et remonte même au début du 20^{ème} siècle. L'utilisation des pièces de bois pour séparer la structure du sol dans le but de réduire les vibrations structurales, est parmi les anciennes méthodes d'isolation à la base. La photo (2.1) présente l'utilisation de cette technique d'isolation dans une maison en Iran [25].



Photo 2.1 Isolation à la base par les pièces de bois en Lanhijan, nord d'Iran [25].

En 1891, après le séisme de Naroobi, un japonais, Kawai a proposé une structure isolée à la base par des couches de bois qui ont été placées dans les deux directions longitudinale et transversale.

La première application d'isolateurs en caoutchouc « Rubber Isolation System » dans le but de la protection sismique de structure a été réalisée en 1969 dans une école primaire à Skopje. Les progrès faits dans la technologie des appuis de caoutchouc laminé en 1970, ont permis d'attirer l'attention sur l'isolation sismique comme une réalité pratique [24].

Actuellement quelques milliers de bâtiments et de ponts à travers le monde sont munis de systèmes d'isolation sismique. Ces systèmes consistent à mettre, entre les fondations et la superstructure, des dispositifs qui ont une déformabilité horizontale très importante et une rigidité verticale très élevée. Ces dispositifs permettent à découpler le mouvement du sol de la structure dans le but de réduire les forces transmises à cette dernière. L'isolateur capte les déformations (inélastiques) et filtre les accélérations (grandes fréquences) de sorte que la superstructure isolée se déplace essentiellement selon un mode rigide dû aux faibles accélérations et presque pas de déformations. Par conséquent, les forces d'inertie transmises aux éléments de fondations sont limitées et demeurent en deçà de la capacité élastique de tels éléments. Ce comportement se traduit par la limitation des dommages subis par la superstructure et les éléments de fondation et par la préservation de la fonctionnalité de la structure après le séisme [28].

L'isolation à la base repose sur le principe que si la période de vibration est augmentée suffisamment pour s'éloigner de la période d'excitation prédominante du tremblement de terre, les accélérations transmises à la structure (et par conséquent les forces d'inertie) sont considérablement réduites. En revanche, l'augmentation de la période engendre des déplacements plus importants concentrés au niveau de l'isolateur. Dès lors l'incorporation aux unités d'isolation ou l'usage d'un dispositif parallèle et externe d'un dispositif de dissipation d'énergie est requise afin de contrôler les déplacements et réaliser un compromis satisfaisant entre la réduction de la force et l'accroissement du déplacement.

La figure (2.3) présente, de façon idéalisée, l'effet de l'accroissement de la période et de l'amortissement sur les forces et déplacements sismiques.

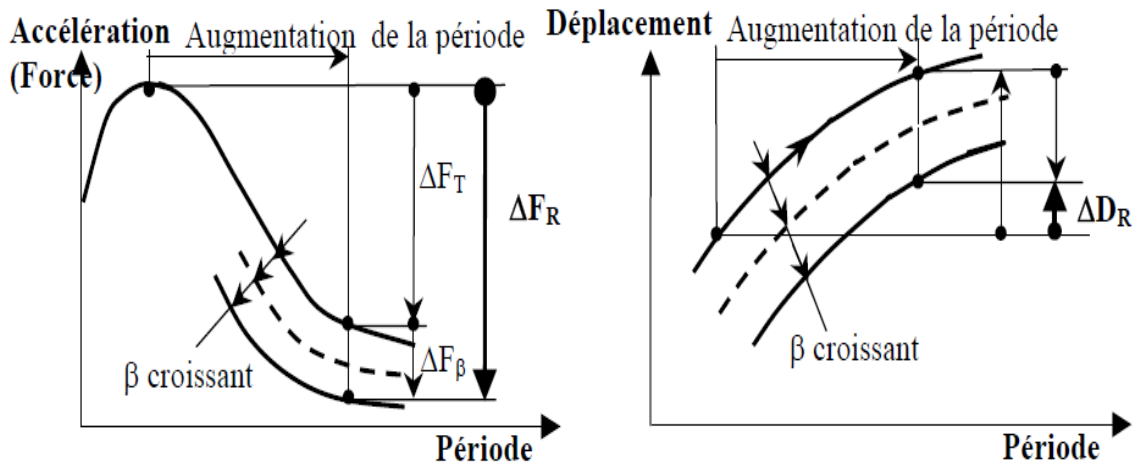


Fig 2.3 Effet de l'augmentation de la période et du taux d'amortissement visqueux [17].

Les systèmes d'isolation sismique sont largement utilisés dans le monde dont l'application a été plus ou moins répandue. Néanmoins, on peut grossièrement les regrouper comme suit :

a/ Isolation par appuis d'élastomère

Il existe trois types d'isolateurs en élastomère : l'élastomère fretté, l'élastomère fretté avec noyau de plomb et l'élastomère fretté à amortissement élevé. Tous les trois peuvent prendre une forme rectangulaire ou circulaire dans le plan, et sont composés de couches successives d'élastomère et de plaques minces en acier appelées « frettes ». Les quatre types d'élastomères les plus utilisés sont le caoutchouc naturel, le néoprène (polychloroprène), le butyle (polyisobutylène) et le nitrile (butadiène-acrylonitrile). L'élastomère détermine l'amplitude de la rigidité élastique aux forces latérales, les frettes quant à elles, en segmentant l'élastomère, offrent une meilleure résistance à la charge verticale.

En effet, lorsque l'élastomère est comprimé verticalement, en supposant que c'est un matériau incompressible, il aura tendance à prendre de l'expansion sur les côtés libres mais les frettes en acier sont alors sollicitées en tension et retiennent cette expansion latérale de l'élastomère. De cette façon, l'écrasement de l'élastomère est diminué et la charge verticale qu'il peut supporter est augmentée [8].

i/Appuis d'élastomères simple à amortissement faible « Low Damping Rubber Bearings »

Les appuis élastomères simples (LDRB) sont des dispositifs situés entre le support, où on fixe les appuis, et la structure (photo 2.2). Ils ressemblent à des ressorts rigides dans la direction verticale et flexible dans les directions horizontales.

En ne considérant que son premier mode, la structure sur appuis se comporte vis-à-vis du séisme horizontal comme un oscillateur à 1 degré de liberté à basse fréquence qui est égale approximativement à celle des appuis. La gamme de fréquences conseillée se situe entre 0.33Hz et 1Hz. Le choix de la fréquence d'isolation résulte d'un compromis entre l'accélération maximale admissible (tenue des structures isolées) et le déplacement maximal admissible (tenue des appuis et déplacements différentiels des structures isolées par rapport aux structures avoisinantes). Il faut aussi éviter d'exciter de manière excessive les structures internes à basses fréquences (longues lignes de tuyauteries, vagues de ballotement « sloshing » des piscines etc.) [30].

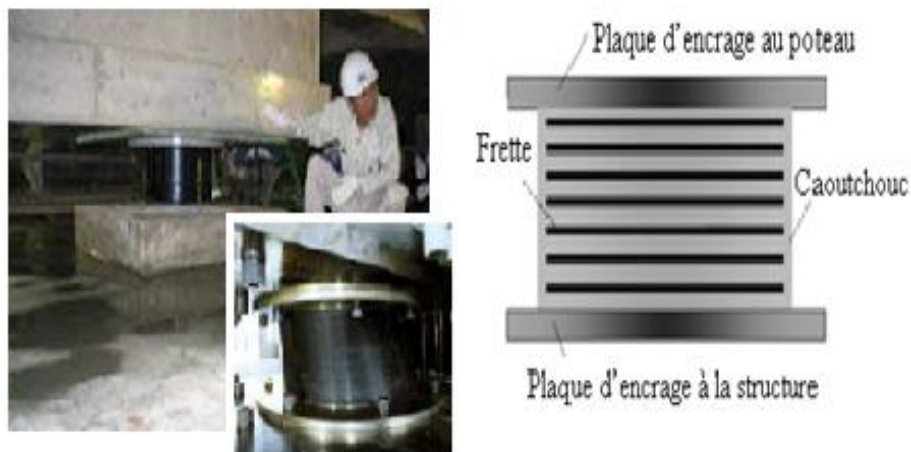


Photo 2.2 Isolateur à base d'élastomère.

ii/Appuis d'élastomère à fort amortissement « High damping rubber bearings »

Les améliorations faites dans la technologie du caoutchouc ont permis la production des appuis élastomères à fort amortissement (HDRB). Ils sont obtenus par l'ajout d'additifs de type résine ou huile au matériau élastomère (photo 2.3).

Les isolateurs avec élastomère fretté ont été développés pour la première fois en Angleterre en 1982 [24]. Les isolateurs avec élastomère fretté à amortissement élevé ont à la fois la capacité d'augmenter la période naturelle de la structure et de dissiper l'énergie de façon à limiter le déplacement. Ces appareils peuvent donc résister à des déformations en cisaillement très grandes, beaucoup plus élevées que les élastomères simples.

L'élastomère à amortissement élevé a un comportement non-linéaire sous les forces latérales, ce comportement non-linéaire est obtenu par l'ajout de composants chimiques qui changent les propriétés du matériau [8].

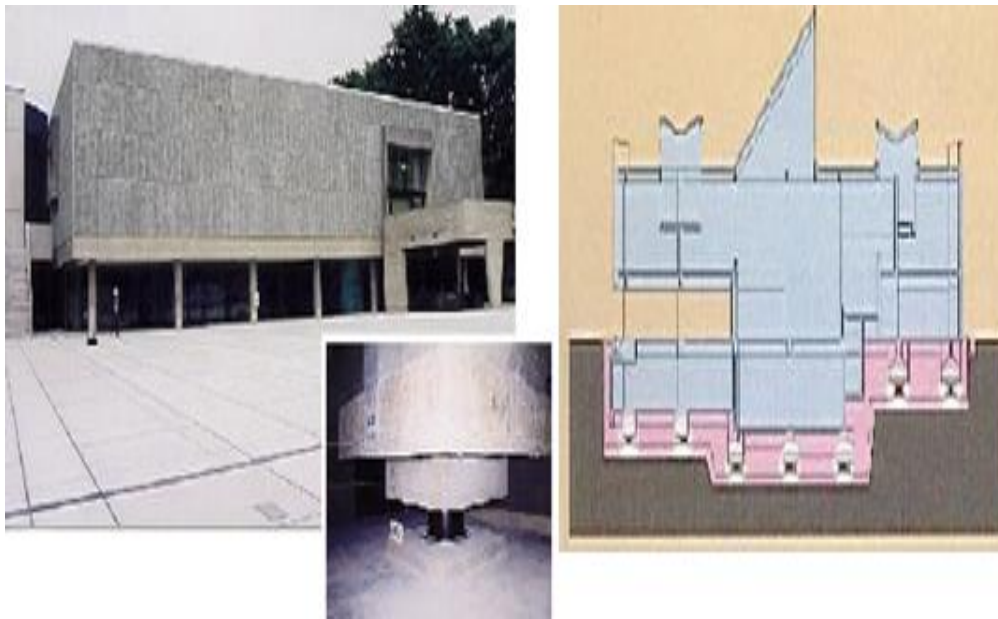


Photo 2.3 Appuis élastomère à fort amortissement installé à Tokyo.

iii/Appuis élastomères avec plots en plomb « Lead plug Rubber Bearings »

Ces appuis sont des appuis (LPRB) auxquels un plot central ou plusieurs plots répartis sont ajoutés (fig 2.4). Les déformations plastiques de ces plots (comportement plastique du plomb) permettent une dissipation d'énergie lors d'un séisme important. Pour une faible sollicitation, ces appuis LPRB sont plus rigides que les LDRB puisqu'on reste alors dans le domaine élastique du plomb. Les valeurs d'amortissement associées à de tels systèmes sont plus élevées que celles des appuis HDRB [30].

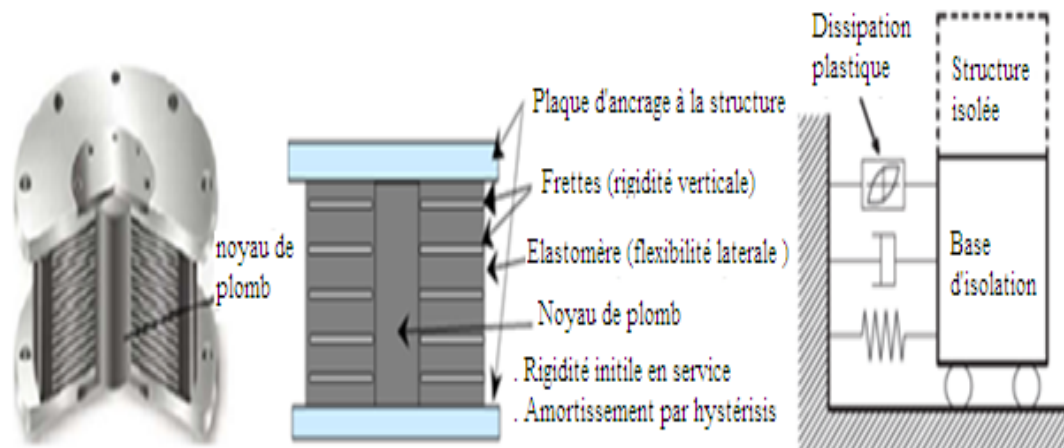


Fig 2.4 Appuis élastomère à noyau de plomb.

b/Isolation par frottement pur

La première utilisation du mécanisme de frottement pour la dissipation d'énergie due aux excitations sismiques est en Iran, où se trouvent des couches de sable (interface de glissement) entre le sol et les murs des structures [25].

L'interface de glissement permet de dissiper l'énergie sismique par frottement. À titre d'exemple, le système de pendule à frottement (fig 2.5) est un système qui utilise une interface de glissement sous forme de cuvette (portion d'une sphère) qui confère à la structure un mouvement global similaire à un pendule. Le rayon de courbure et le coefficient de frottement de l'interface sont les caractéristiques clés qui contrôlent la période d'isolation et la quantité d'énergie dissipée du système [28].

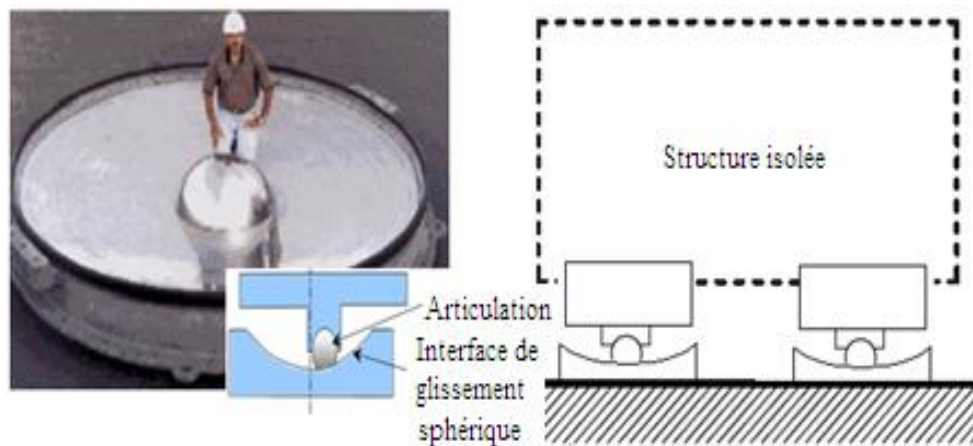


Fig 2.5 Appui de pendule à frottement.

c/ Plaque de frottement

La structure à isoler est posée sur des appuis à frottement (fig 2.6). Tant que l'excitation horizontale reste inférieure à la force du frottement statique, les sollicitations sismiques transmises à la structure sont identiques à celles qui auraient été transmises sans isolation. Dans le cas contraire, il y a du glissement entre la structure et le support. La réalisation des appuis à frottement se fait avec des matériaux à faible coefficient de frottement [30].

L'avantage primordial de ce système est sa simplicité et donc son coût relativement bas. En cas de séisme de forte amplitude, il y a dissipation d'énergie par frottement au niveau des plaques. En revanche, il n'y a pas d'isolation sous une faible excitation sismique.

L'inconvénient primordial du système à plaques de frottement (pure friction slinding joint) est la difficulté de définir le déplacement de la structure pendant et après qu'elle soit soumise à une excitation sismique. Un déplacement résiduel trop grand après un séisme peut être pénalisant, voir inacceptable. Ce majeur défaut fait que, en pratique, ce type d'isolation n'est pas utilisé seul mais toujours en combinaison avec d'autres techniques.

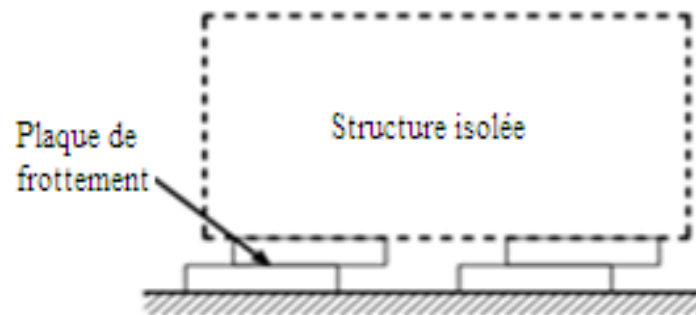


Fig 2.6 Plaques de frottement.

d/ Isolation par boîte à ressort

Ces isolateurs sont des ressorts métalliques dont les rigidités verticales et horizontales peuvent être réglées (fig 2.7). Ils sont souvent combinés avec des dispositifs d'amortissement visqueux. L'avantage de tels systèmes par rapport aux appuis élastomères est la meilleure maîtrise de leur rigidité et, surtout, la possibilité d'isoler les structures dans la direction verticale. Néanmoins, à cause des problèmes de flambement des ressorts, la fréquence d'isolation est supérieure à 1 Hz ce qui limite leur capacité filtrante. Cet inconvénient en

combinaison avec leur coût élevé fait que l'application du système pour l'isolation sismique n'est pas très répandue [30].

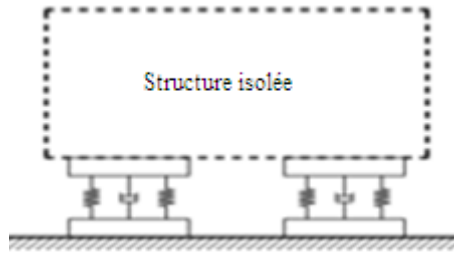


Fig 2.7 Isolateur à boîte de ressort.

2.2.2 Systèmes de dissipation d'énergie passif

La dissipation d'énergie est une technique de protection sismique des structures; elle est regroupée avec les techniques d'amortissements passifs, c'est-à-dire, les vibrations structurales dues à l'excitation sont amorties sans aucune intervention extérieure supplémentaire.

Les systèmes de dissipation d'énergie passifs sont très efficaces dans le but de la réduction des pulsations et l'augmentation d'amortissement de la structure vibrante. La réalisation de cette technique se fait par l'ajout des matériaux ou des systèmes qui possèdent la capacité de dissiper l'énergie, soit par la transmission d'énergie cinétique en une énergie thermique, soit par la conversion d'énergie en un autre mode de vibration.

a/ Amortisseur à frottement

Les systèmes d'amortissement à frottement sont d'excellents mécanismes pour la dissipation d'énergie cinétique. Cette technologie est récemment utilisée dans le domaine du génie civil. Une variété d'amortisseurs de frottement est proposée et développée. La différence entre ces dispositifs est surtout dans les matériaux et dans le degré de complexité de leur mécanisme de réalisation [15].

Il existe plusieurs types d'amortisseurs à frottement tel que les amortisseurs à frottement de Pall et les amortisseurs à frottement par rotation. La photo 2.4 montre ces deux types.

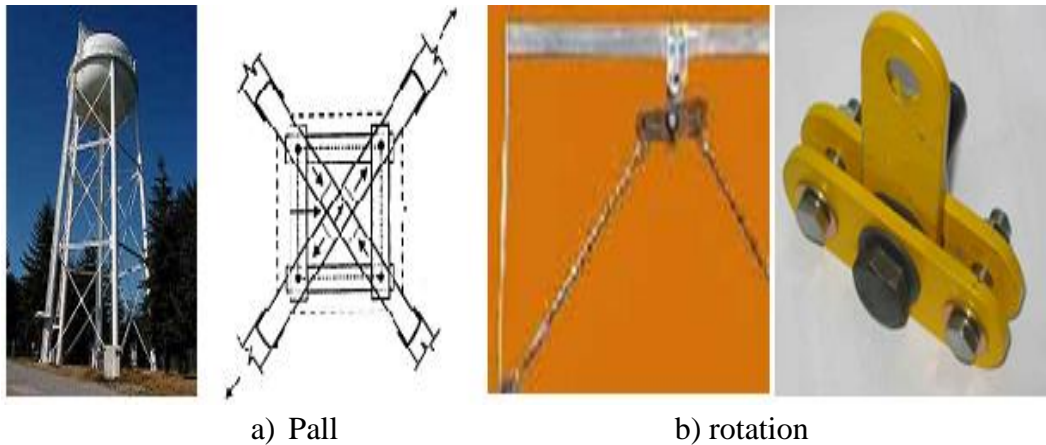


Photo 2.4 Amortisseurs à frottement.

L'inconvénient principal des amortisseurs à frottement est la transmission des accélérations des modes supérieurs à la structure et la production des forces qui ne sont pas en opposition de phase avec les forces élastiques. L'amortisseur à frottement est un amortisseur qui dépend du déplacement (fig 2.8), telle que « P » présente la force et « L » présente le déplacement.

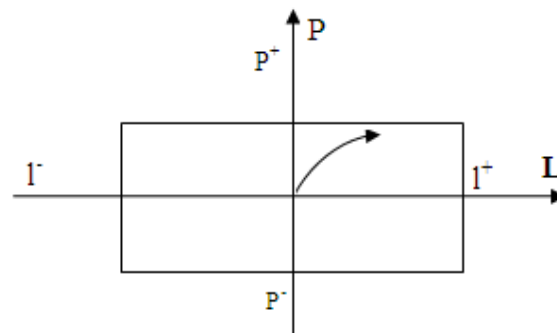


Fig 2.8 Diagramme force-déplacement de l'amortisseur à frottement.

b/ Amortisseur métallique

Des systèmes d'amortissement métalliques (fig 2.9) peuvent, également, être utilisés comme dispositifs de dissipation d'énergie passifs. Le concept de cette technique [19] a été proposé par les chercheurs Kelly et al. en 1972 et Skinner et al. en 1975. L'idée d'utiliser les amortisseurs métalliques est fondée sur la déformation inélastique des métaux, comme les plaques minces d'acier doux.

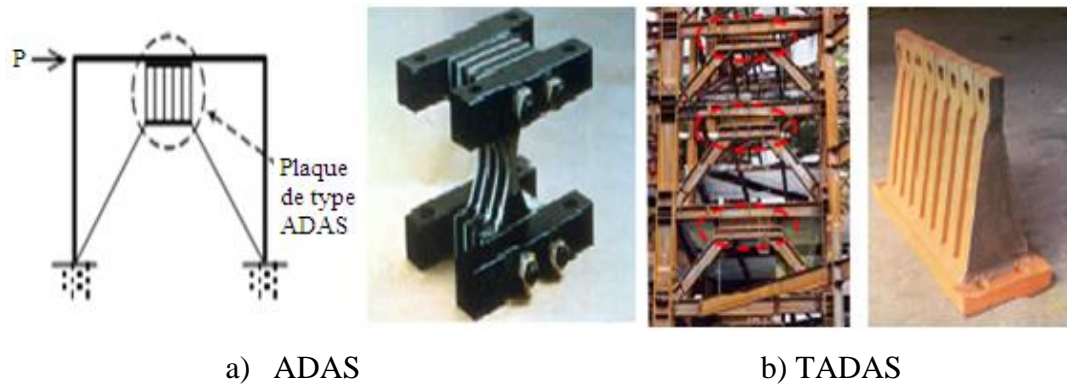


Fig 2.9 Amortisseurs métalliques.

L'amortisseur métallique est un amortisseur qui dépend du déplacement (fig 2.10), telle que « P » présente la force et « L » présente le déplacement.

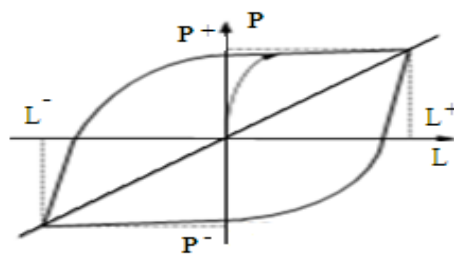


Fig 2.10 Diagramme force-déplacement de l'amortisseur métallique.

c/ Amortisseur viscoélastique

L'utilisation des amortisseurs viscoélastiques (VED) dans le domaine du génie civil comme amortisseurs de vibration due aux excitations indésirables date de 1969, quand presque 10.000 VED ont été installés sur World Trade Center à New York [19]. La figure (2.11) montre un type d'amortisseur viscoélastique.

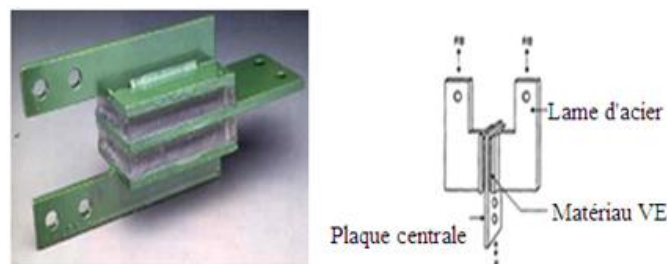


Fig 2.11 Amortisseur viscoélastique.

Les caractéristiques d'un amortisseur viscoélastique sont, le stockage et la dissipation d'énergie dans tous les niveaux de déformation, la liaison au comportement visqueux de matériau et le comportement élastique.

Le comportement linéaire des amortisseurs VE offre à ces derniers la possibilité d'absorber l'énergie soit pour les grandes excitations, comme le séisme, ou pour les petites excitations comme le vent. Les amortisseurs VE, ont un inconvénient, leur fonctionnement dépend de la fréquence et de la température, cependant dans l'étape de design on ne peut pas introduire ces derniers [19].

L'amortisseur viscoélastique est un amortisseur qui dépend de la vitesse (fig 2.12), telle que « P » présente la force et « L » présente le déplacement.

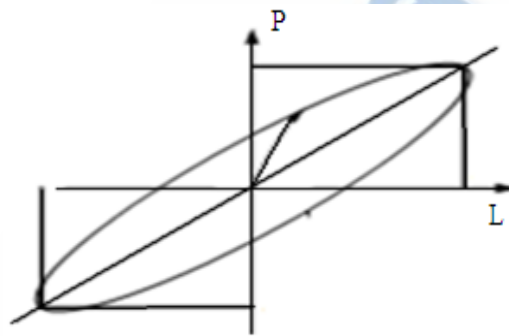


Fig 2.12 Diagramme force-déplacement d'amortisseur viscoélastique.

d/ Amortisseur à fluide visqueux

Les amortisseurs à fluide visqueux sont largement utilisés dans l'industrie militaire et aérospatiale. Néanmoins ils sont employés maintenant dans le domaine de génie civil comme des amortisseurs de vibration due aux excitations indésirables [15].

Les amortisseurs à fluide visqueux (photo 2.5) dissipent de grandes quantités d'énergie lorsqu'ils sont soumis à des déplacements variant rapidement en fonction du temps et auxquels ils opposent une résistance modérée. Le principe général de fonctionnement consiste à contraindre sous l'action dynamique le fluide à passer alternativement d'une chambre à l'autre, entraînant ainsi une perte de charge qui se convertit en chaleur. Il n'y a pas de résistance appréciable aux déplacements de faible vitesse [16].



Photo 2.5 Amortisseur à fluide visqueux installé sur new pacific northwest baseball park.

La figure (2.13) montre que l'amortisseur à fluide visqueux dépend de la vitesse, telle que « P » présente la force et « L » présente le déplacement.

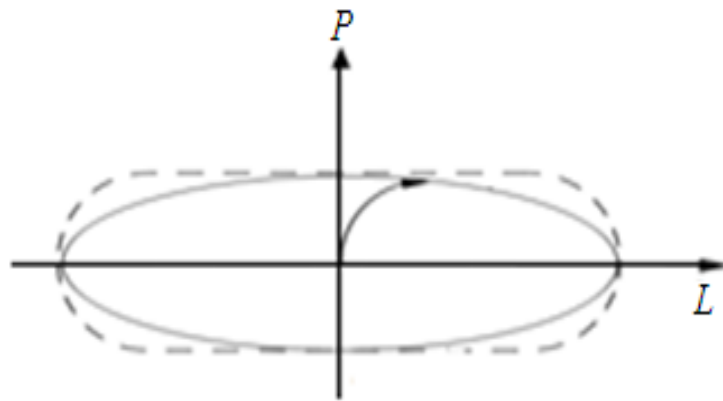


Fig 2.13 Diagramme force-déplacement de l'amortisseur à fluide visqueux.

2.2.3 Systèmes d'absorption d'énergie

L'idée de cette technique passive est basée sur l'utilisation de structures auxiliaires attachées à la structure primaire pour absorber l'énergie qui résulte de la réponse de la structure quand elle est sous l'effet d'une excitation extérieure. Il existe deux catégories; les amortisseurs à masse accordée et les amortisseurs à liquide accordée.

a/ Amortisseur à masse accordée

Les appareils d'amortissement de vibrations mécaniques les plus utilisés dans la pratique sont les amortisseurs à masse accordée (TMDs) et leur concept a été étudié pour la première fois par Frahm en 1909. Ils sont couramment utilisés dans différents champs d'application en génie civil, par exemple, l'amortissement des vibrations des bâtiments, des ouvrages souples tels que les passerelles, les ponts suspendus, les ponts à Haubans...[28].

La performance de TMD est très liée au réglage de leurs paramètres. Cependant, une déviation légère dans la fréquence de réglage de sa valeur optimale peut mener à une détérioration de la performance du contrôle. En particulier, l'efficacité du TMD varie beaucoup lorsque la structure évolue ainsi que le type de chargement [26].

Un amortisseur à masse accordée est un dispositif installé sur des structures de génie civil permettant la réduction des oscillations provoquées par le séisme (ou d'autres causes). C'est un oscillateur (masse m , un ressort k et un amortisseur c) accordé et amorti, généralement dissimulé au sommet de la structure, et couplé au mouvement de cette dernière, de telle manière qu'idéalement il oscille en opposition de phase avec elle et récupère ainsi de l'énergie (fig 2.14).

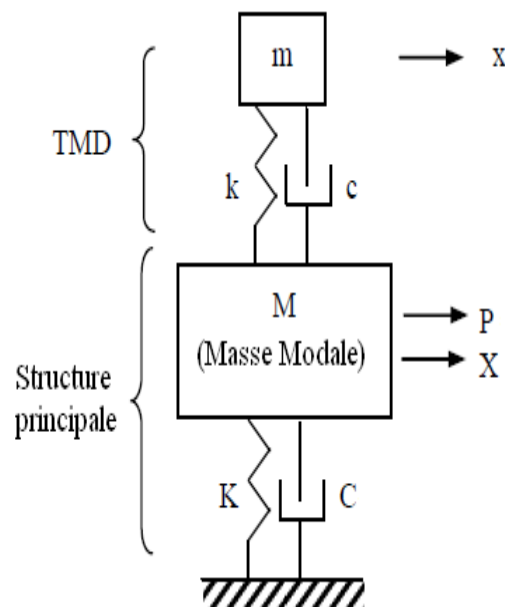


Fig 2.14 Schéma d'un amortisseur à masse accordée.

Plusieurs formes d'implémentation de ce type TMD ont été étudiées et réalisées. La figure (2.15) représente certaines formes.

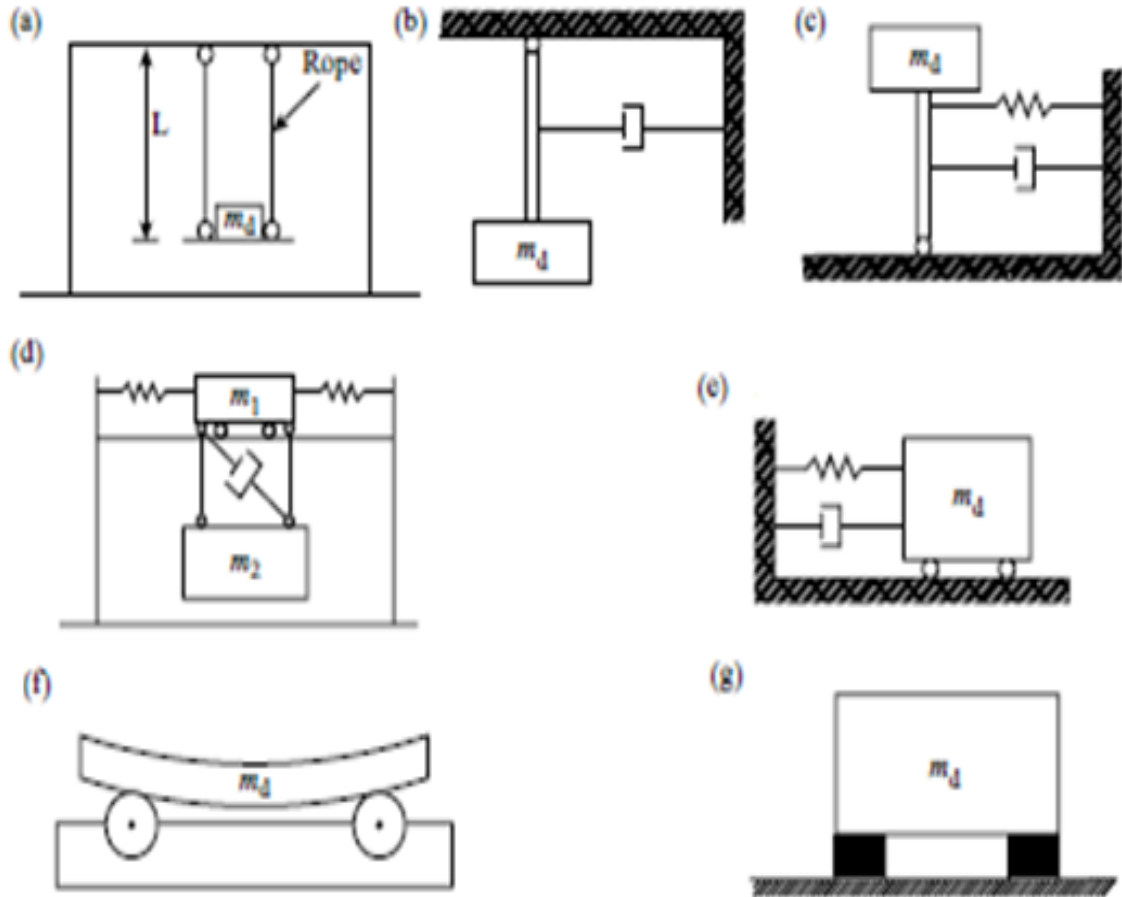


Fig 2.15 Différents types de TMDs [3].

a) Pendule simple, (b) Pendule avec amortisseur (c) Pendule inversé avec amortisseur et ressort, (d) Amortisseur avec deux masses, (e) masse glissant avec amortisseur et ressort, (f) masse balancée avec des appuis roulés et (g) masse sur appui en caoutchouc.

La première forme proposée est celle composée par une masse attachée à la structure principale par un ressort et un amortisseur tel que le bloc de béton qui a été installé au sommet du bâtiment Citicorp Center à New York dans les années 1970 et qui se déplace sur une surface lisse lubrifiée avec de l'huile (photo 2.6).

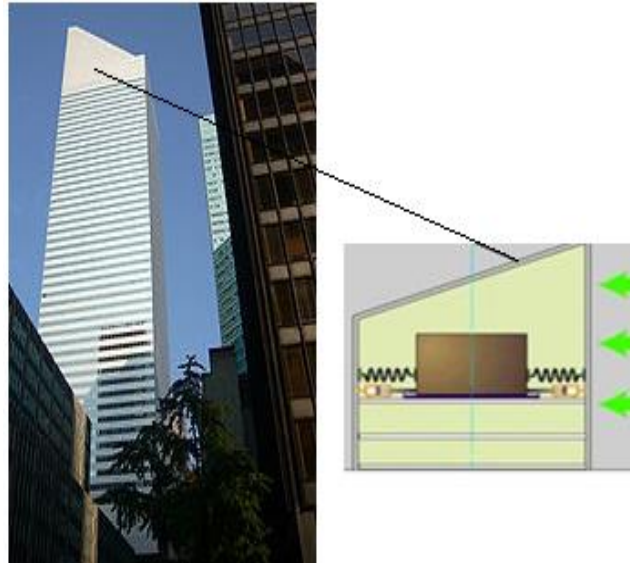


Photo 2.6 Amortisseurs à masse accordée, rectangulaire sur la citicorp (New york).

La deuxième forme proposée est l'amortisseur à masse accordée pendulaire, l'utilisation la plus connue de ce type d'amortisseur est l'installation d'un pendule de 800 tonnes dans un bâtiment de 508 m de hauteur (Taipei 101) pour stabiliser la tour en présence d'un chargement externe d'origine séisme ou vent (photo 2.7).

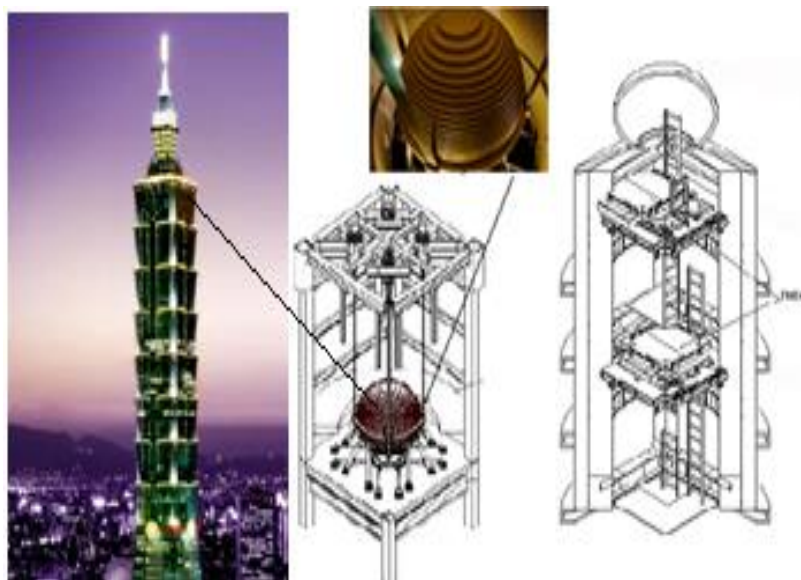


Photo 2.7 Amortisseurs à masse accordée, pendulaire au sommet de la tour de Taipei.

b/ Amortisseur à liquide accordée

Les amortisseurs à liquide accordé (TLDs) sont largement utilisés dans l'industrie des bateaux et récemment sont mis en application pour réduire les vibrations de structures. Les TLD sont des amortisseurs à masse accordée mais dont la masse vibrante est un fluide. Donc le contrôle vibratoire de ce fluide se fait par la disposition d'une paroi avec une fenêtre dans le bac (réservoir) où il réside. L'ouverture ou la fermeture de cette fenêtre contrôle la vibration de la masse liquide. Le concept de dissipation d'énergie cinétique par TLD est identique à celui de TMD [36].

La photo (2.8 a) présente le gratte-ciel, Millennium Tower à Tokyo, qui a été lancé en 1989. Ce dernier a une grande résistance aux séismes car dans leur fondations se trouvent des bassins d'eau en forme 'U' (des systèmes de TLDs). La photo (2.8 b) présente le gratte-ciel, One Rincon Hill à San Francisco.



Photo 2.8 Systèmes TLDs a) millennium tower-Tokyo b) one rinconhill-San francisco [6].



2.3 SYSTÈMES DE CONTRÔLE SEMI-ACTIF

Afin de dépasser les limites du contrôle passif, différentes techniques ont été proposées. Une de ces méthodes est le contrôle semi-actif; elle consiste à changer, en temps réel, les caractéristiques des dispositifs passifs de dissipation d'énergie [31]. Ce changement ne nécessite qu'une source minimale d'énergie comme une batterie. Cela est critique lors d'un séisme quand la source d'énergie principale tombe en panne. La fiabilité des systèmes de contrôle semi-actif est aussi un avantage par rapport aux systèmes de contrôle actif est qu'ils peuvent fonctionner comme des systèmes passifs dans les situations extrêmes.

La figure (2.16) montre la configuration d'une structure avec un système de contrôle semi-actif.

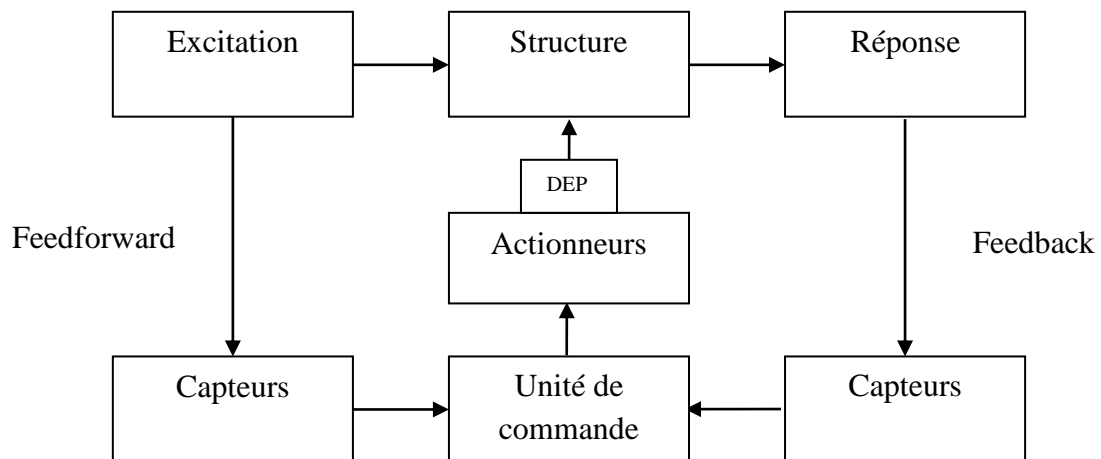


Fig 2.16 Configuration d'une structure avec un système de contrôle semi-actif.

Le contrôle semi-actif est une alternative novatrice au contrôle passif. Il est conçu pour réduire les vibrations d'un seul mode de la structure. Dans le cas d'une excitation large bande, l'amortissement obtenu peut s'avérer faible [18]. La stratégie semi-active a besoin de la définition d'une loi de contrôle, dont les performances dépendent du choix des critères adoptés [7].

Le premier dispositif semi-actif à avoir été mis en place est l'amortisseur hydraulique. Aujourd'hui, il existe différents types de dispositifs (CSA) proposés pour contrôler les structures en génie civil.

2.3.1 Amortisseur à masse accordée semi-actif (TMD)

Dans la littérature on trouve plusieurs types d'adaptation des TMDs dans le domaine du génie civil puisque ces derniers restent les amortisseurs préférés pour les structures. On trouve des TMDs à rigidité variable, à amortissement variable ou les deux à la fois. La variation de ces paramètres peut être effectuée par plusieurs moyens: l'association à un autre actionneur dont le rôle est de modifier en temps réel les paramètres voulus [7].

En 1983, Hrovat et al. ont proposés un amortisseur à masse accordée semi-actif, tel qu'il est illustré dans la figure (2.17). Ce système est installé au sommet de la structure, il se compose d'un TMD passif et un actionneur qu'il a le rôle d'un générateur de force [4].

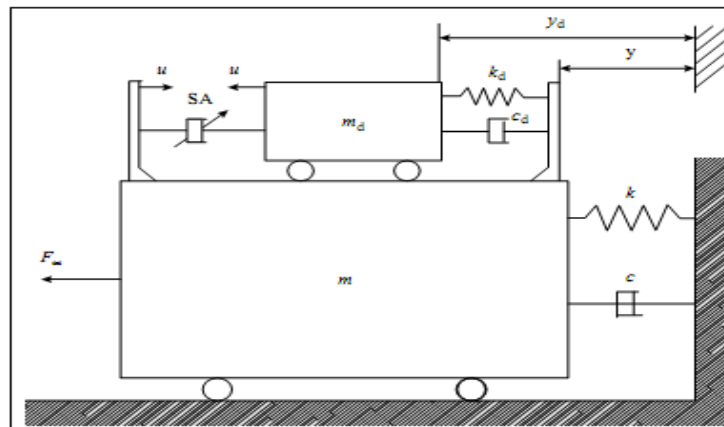


Fig 2.17 Schéma d'amortisseur à masse accordée semi-actif.

2.3.2 Amortisseur à liquide accordé semi-actif (TLD)

Les « Tuned Liquid Dampers » (TLDs) sont des amortisseurs à masse accordée mais dont la masse vibrante est un fluide. Donc le contrôle de la vibration de ce fluide se fait par la disposition d'une paroi avec une fenêtre dans le bac où il réside. L'ouverture ou la fermeture de cette fenêtre contrôle la vibration de la masse liquide.

L'amortisseur liquide accordé de colonne est un type de TLD semi-actif; il est basé sur l'écoulement de liquide dans des colonnes de forme U (fig 2.18). Quand on dit semi-actif cela signifie que l'on change un des paramètres de l'amortisseur [7].

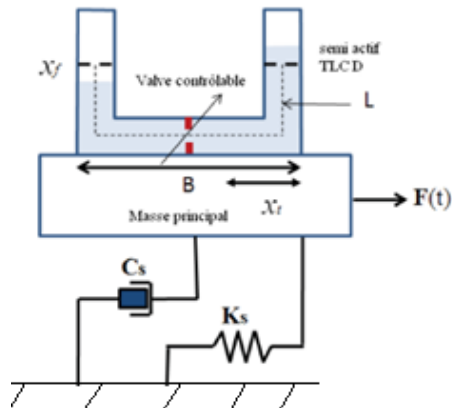


Fig 2.18 Schéma d'un amortisseur à liquide accordé semi actif (TLCD).

2.3.3 Amortisseur Magnéto-rhéologique (MRD)

L'amortisseur magnéto-rhéologique (MRD) est un dispositif semi-actif, qui compte sur le comportement du fluide magnéto-rhéologique (fig 2.19). Il peut être propulsé par une simple pile, en plus il offre une meilleure fiabilité avec un coût modeste et sa performance n'est pas très sensible aux impuretés du fluide.

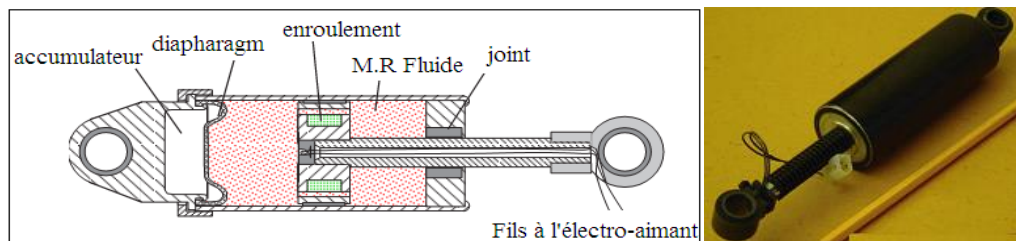


Fig 2.19 Schéma de l'amortisseur magnéto-rhéologique.

Le fluide rhéologique a été découvert pendant les années quarante par Winslow 1949. Le fluide magnéto-rhéologique (MRF) est une huile silicone contenant des particules ferromagnétiques de taille micrométrique qui, sous l'action d'un champ magnétique, subissent des interactions dipôles et forment des structures agrégées. Le fluide a ainsi la capacité de changer de comportement: il aura un comportement viscoplastique. Donc l'application d'un MRF dans un amortisseur permet de contrôler en temps réel la viscosité de l'amortisseur à travers un champ magnétique; comme le montre la figure (2.20).

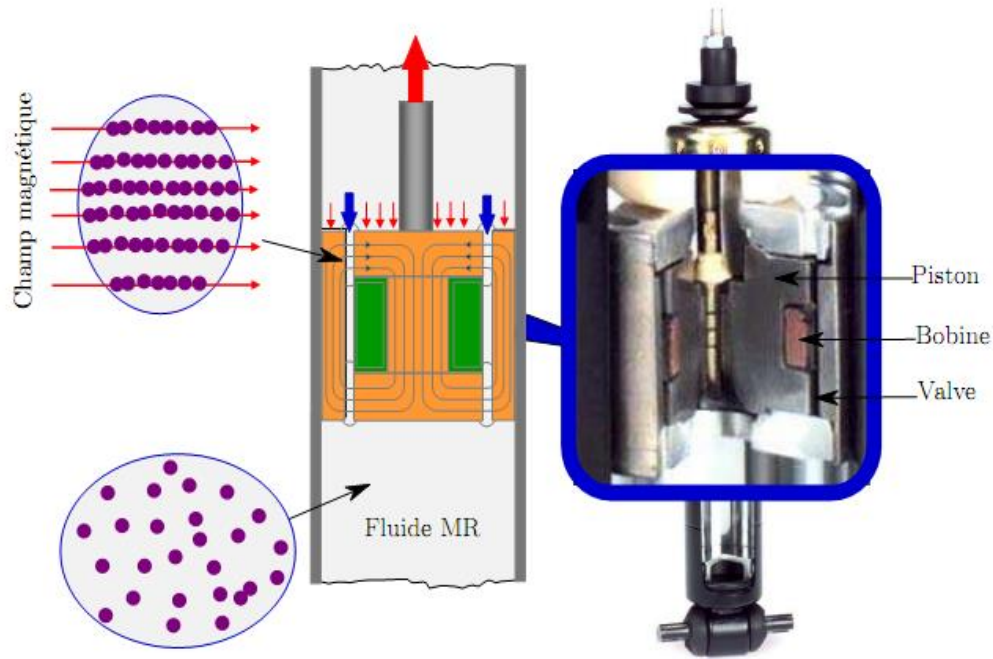


Fig 2.20 Vue en coupe longitudinale montrant le principe de fonctionnement d'un MRD.

Les MRDs présentent beaucoup d'avantages, ils ont une constitution mécanique simple, une faible consommation énergétique, une grande capacité de force d'action et la rapidité de réponse du fluide, qui permet d'obtenir des bandes passantes plus élevées.

Les applications de ce type d'amortisseur dans le domaine de structure sont nombreuses et sont encore un sujet de recherche. Le génie civil est jusqu'à présent un des domaines qui a bénéficié le plus de la technologie MR. Aujourd'hui, un des défis principaux dans la technologie structurale est de développer des concepts de construction innovateurs pour protéger mieux les grandes structures et bâtiments civils et leurs occupants contre les risques naturels tels que les vents forts et les tremblements de terre. Pour cela des systèmes d'isolement, plus précisément, des amortisseurs MR sont placés entre les pièces ou dans les fondations d'une structure. Ces amortisseurs fonctionnent en absorbant ou reflétant une partie de l'énergie mécanique [34].

Un exemple typique de ces amortisseurs est représenté par la figure suivante, il a été installé sur Nihon-Kagaku-Miraikan, le musée national de Tokyo (photo 2.9), il se compose de deux MRD pesant chacun 30 tons [29].



Photo 2.9 Installation d'un amortisseur MR sur le musée nationale de Tokyo.

Les amortisseurs MR ont, aussi, été récemment employés dans un autre type d'ouvrage: les ponts à haubans. Les câbles sont connectés au pont via des amortisseurs MR qui assurent la stabilité en cas de vents et tempêtes. La photo 2.10 suivante montre l'exemple d'un pont entièrement équipé par ce système de suspension. Les résultats préliminaires indiquent que les oscillations de câbles ont été réduites par un facteur de dix, des valeurs d'amplitudes de 2 m avant l'installation des amortisseurs à juste 20 cm après [34].



Photo 2.10 Installation d'un amortisseur MR sur un pont à haubans en Croatie.

2.3.4 Amortisseur Electro-rhéologique (ERF)

Les fluides électro-rhéologiques (ERF) sont composés de fines particules solides en suspensions dans un liquide diélectrique isolant. Leur comportement rhéologique est fortement influencé par le champ électrique appliqué qui produit un alignement des particules et la formation de chaînes. On a pu ainsi observer une très forte augmentation de la viscosité apparente. Le changement de viscosité est rapide et réversible sous l'influence d'un champ électrique. Les applications potentielles sont nombreuses, surtout dans le domaine de contrôle des vibrations. Le contrôle semi-actif des vibrations de structures en utilisant les fluides ER a suscité un grand intérêt pour les chercheurs car il combine les avantages des systèmes passifs avec les avantages du contrôle actif. Introduit judicieusement dans une structure, le fluide ER peut jouer un rôle d'amortisseur. Son amortissement peut varier selon le champ électrique appliqué [44].

Les applications potentielles des fluides ERs sont nombreuses, ils peuvent être employés pour le contrôle et l'atténuation de vibrations due à l'effet sismique [45]. La figure 2.21 présente une application d'un amortisseur électro-rhéologique.

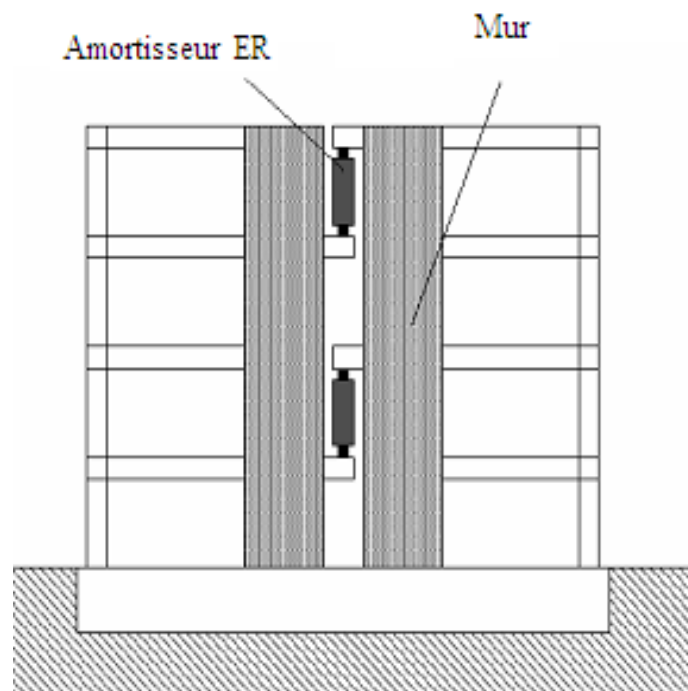


Fig 2.21 Le contrôle du comportement des ERDs.

2.3.5 Amortisseur à rigidité variable

L'idée d'introduire un amortisseur à rigidité variable (AVS) a été proposée pour la première fois par Kobori et autres en (1993). La photo (2.11) montre un système d'amortissement installé sur la structure de l'institut de recherche technique de Kajima [40].

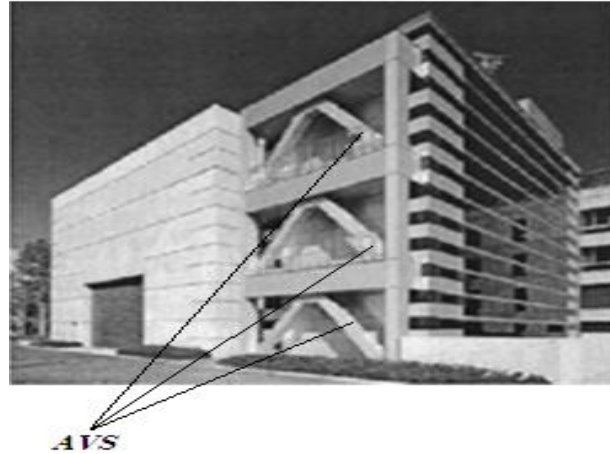


Photo 2.11 Amortisseur à rigidité variable installé sur le bâtiment de l'institut de Kajima.

On ne trouve pas encore beaucoup de dispositifs dont la rigidité peut être ajustée en temps réel. La figure (2.22) représente un tel dispositif connecté à un oscillateur composé d'un ressort et d'une masse. Le dispositif est un cylindre ayant deux chambres à gaz en contact avec le piston. La connexion entre les deux chambres est contrôlée par une valve. La rigidité du dispositif n'a que deux valeurs dépendant de l'état d'ouverture ou de fermeture de la valve. Afin de surmonter l'inconvénient de la discontinuité de la rigidité, un système à rigidité variable (SAIVS) a été développé et s'est montré efficace dans le changement continu de la rigidité en temps réel [30].

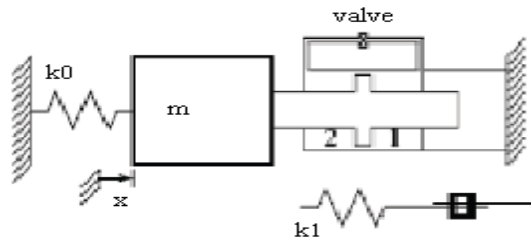


Fig 2.22 Schéma d'un dispositif à deux valeurs de rigidité.

La figure (2.23) présente le principe du système SAIVS. On remarque que l'effet de rigidité est créé grâce à quatre ressorts installés sur quatre côtés d'un losange dont l'angle θ (contrôlable au moyen d'un vérin), peut être changé impliquant un changement de la rigidité effective K_e du système de même structure [40].

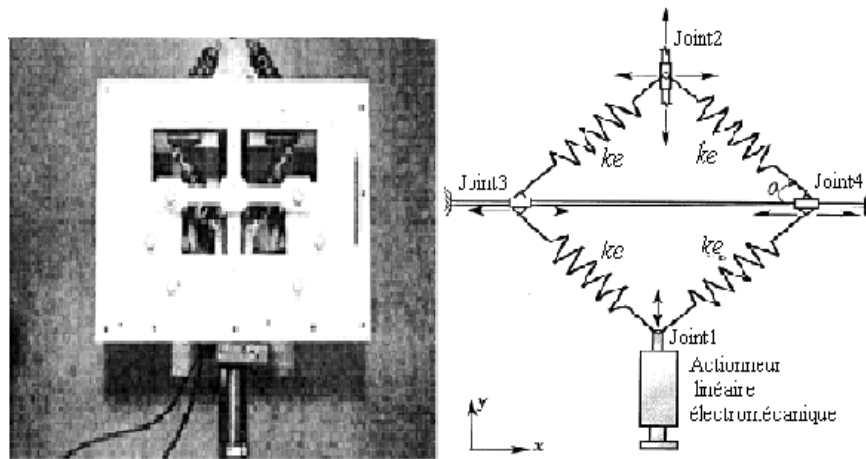


Fig 2.23 Système SAIVS.

2.3.6 Amortisseur à frottement variable semi-actif

Ce dispositif à frottement variable a été proposé pour améliorer les caractéristiques de dissipation de l'énergie des amortisseurs à frottement passif et d'élargir les domaines d'application dans lesquels ils peuvent être utilisés avec succès. Une étude faite en 1996 a proposée des lois de contrôle qui maximise la dissipation d'énergie instantanément, pour les amortisseurs à frottement [9].

Une étude de l'efficacité de ce type d'amortisseur dans le domaine de la protection sismique par l'introduction de deux types d'algorithme de régulation quadratique linéaire (LQR) et LQR généralisée, a été faite par Fahim et Bijin en 1998 [32].

Une autre méthode de contrôle de vibration structurale avec l'amortissement à frottement, a été proposée par Nishitani et al, en 1999 [27], tel que l'algorithme de contrôle présente seulement le niveau de glissement dans l'amortisseur à frottement pendant la réponse du premier mode. Plus précisément, le facteur de ductilité cible constante par rapport à la première réponse modale doit être maintenu en contrôlant le niveau qui glisse au sein de chaque cycle d'hystérésis.

2.3.7 Amortisseur hydraulique semi-actif

L'amortisseur hydraulique est un mécanisme de contrôle semi-actif basé sur la variation de section de la vanne d'orifice pour ajuster le flux dans l'amortisseur (fig 2.24). Il a la capacité d'ajuster l'amortissement et la rigidité.

Dans le domaine du génie civil, l'efficacité des amortisseurs hydrauliques semi-actifs pour réduire la réponse de bâtiments soumis aux charges sismiques a été démontrée, à partir des résultats numériques et expérimentaux sur des modèles réduits. Une des études expérimentales a été faite par Ming-Hsiang Shih et al, en 2004 [33].



Fig 2.24 Essai de la table vibrante d'un amortisseur hydraulique semi-actif.

Une des applications d'amortisseur hydraulique, aux Etats-Unis, est le système qui a été installé sur un pont de d'autoroute I-35 [38]. La figure (2.25) montre un amortisseur hydraulique semi-actif installé sur le bâtiment de Kajima Shizuoka qui a été construit en 1998 au Japon [29].

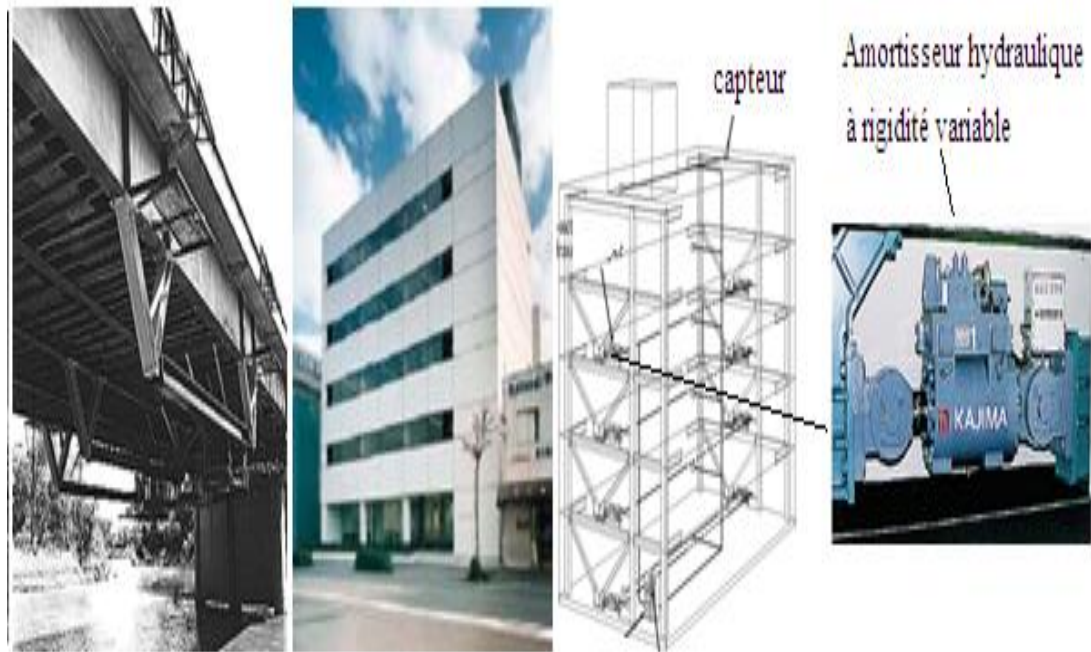


Fig 2.25 Amortisseur hydraulique.

a) installé sur le pont d'autoroute I-35 b) installé sur la structure de Kajima Shizuoka.

2.4 SYSTÈMES DE CONTRÔLE ACTIF

Les systèmes actifs fournissent une réponse adaptée à chaque contrainte appliquée et permettent d'adapter leur comportement en fonction des changements de leur environnement [19].

Le principe est le suivant (fig 2.26) : les structures à isoler sont munies de systèmes de capteurs qui mesurent les vibrations de la structure et/ou les excitations appliquées; les informations sont ensuite interprétées par des algorithmes de contrôle qui déterminent la réponse la plus adaptée en vue d'une application à la structure qui doit être isolée. Cette réponse, qui doit être appliquée à la structure, est réalisée à l'aide d'actionneurs et nécessite donc l'apport d'énergie extérieure pour ce système de retour. Ce dernier point, avec la complexité et le coût de telles solutions peut constituer un inconvénient important en fonction des cas par rapport aux systèmes passifs [7].

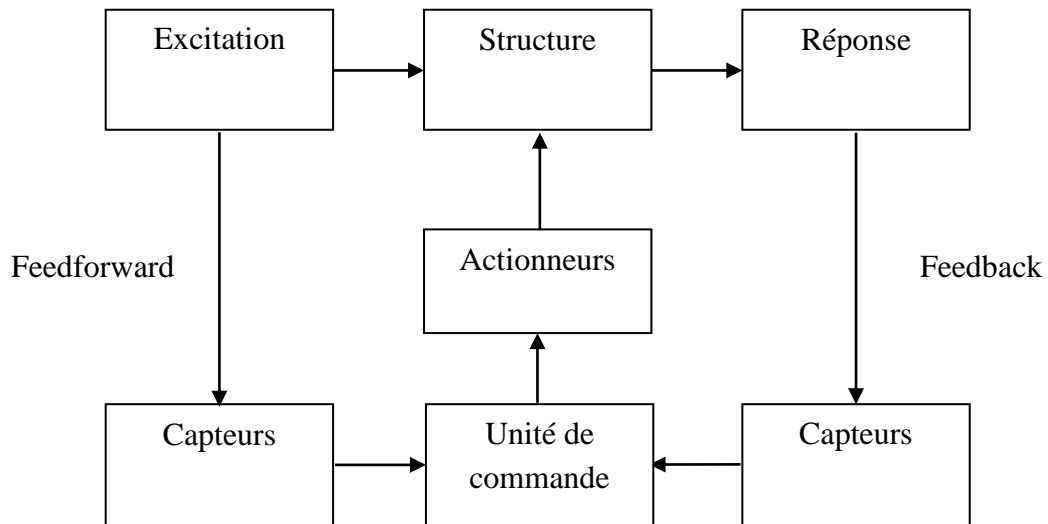


Fig 2.26 Schéma de contrôle actif.

L'efficacité du contrôle actif dépend du [28]:

- Placement optimal des capteurs: en vue d'une discrétisation modale du déplacement d'une structure, le positionnement des capteurs est primordial pour le contrôle de la structure et l'estimation de l'état du modèle.
- Choix d'une loi de contrôle efficace: si le comportement du système n'est pas satisfaisant, l'objectif du contrôle est d'agir sur le système à travers des forces appliquées sur la structure pour obtenir le comportement désiré de la réponse de cette dernière. Le problème de contrôle consiste donc à définir une loi de contrôle robuste afin que les réponses de sorties du système soient celles désirées.
- Placement optimal des actionneurs: comme les actions de contrôle sont localisées au niveau des actionneurs, c'est-à-dire que le contrôle agit sur la structure par l'intermédiaire des actionneurs, et donc évidemment l'efficacité de contrôle dépend de la position de ces derniers. Pour un contrôle actif, l'optimisation du positionnement des actionneurs consiste à minimiser l'énergie qu'il faut fournir pour stabiliser le système.

2.4.1 Amortisseur à masse active (AMD)

Les amortisseurs à masse active (AMDs) ont été largement explorés pour amortir la réponse des structures. Ces amortisseurs sont plus efficaces que les TMDs. Cependant, ils nécessitent une source d'énergie externe très importante pour leurs fonctionnements. Dans les systèmes AMD la force est générée intégralement par un actionneur (hydraulique ou électrique) qui relie la masse mobile au reste de la structure (fig 2.27).

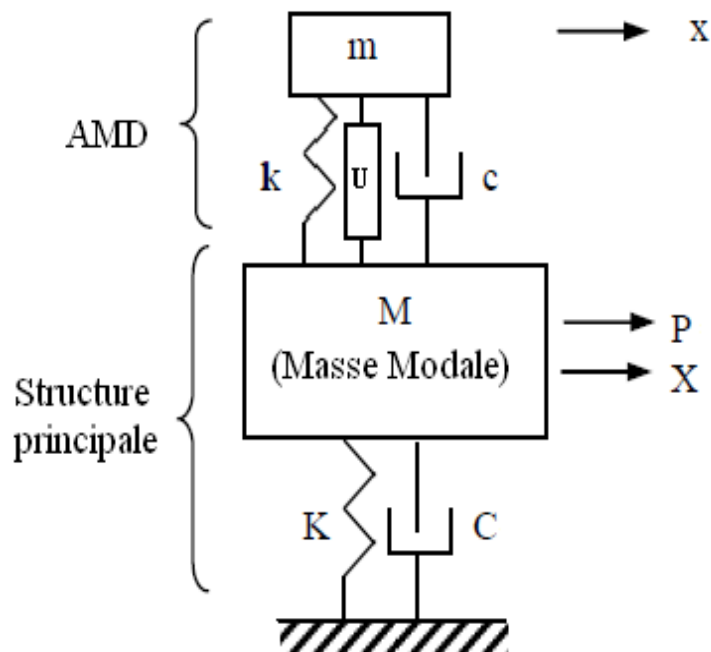


Fig 2.27 Schéma d'un amortisseur à masse actif.

Le bâtiment de Kyobashi Seiwa a été construit en 1989, la première application d'un amortisseur à masse active, est composé de 11 étages avec une surface totale de 423 m². Le système de contrôle se compose de deux AMDs, telle qu'il est représenté dans la figure (2.28), où l'AMD primaire est employé pour le mouvement transversal et il pèse 4 tonnes, alors que l'AMD secondaire pèse 1 tonne et est utilisé pour réduire le mouvement de torsion. Le rôle du système actif est de réduire la vibration et par conséquent augmenter le confort dans la structure.

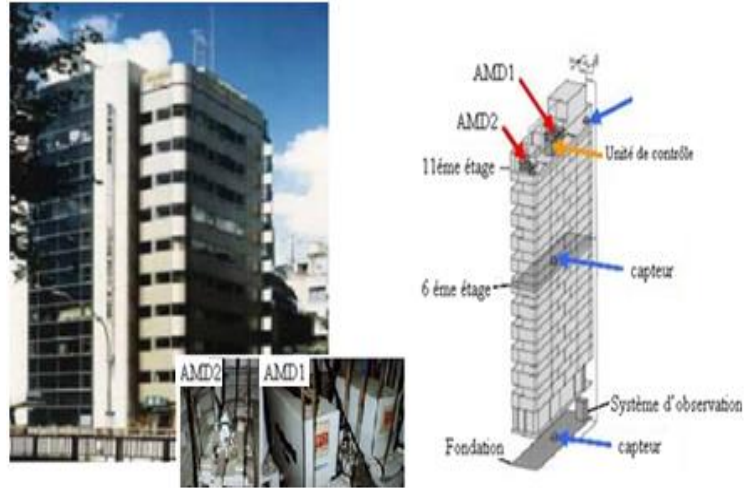


Fig 2.28 Structure de Kyobashi Seiwa à Tokyo.

2.4.2 Amortisseur à câbles actifs (ATS)

Le contrôle actif qui utilise les câbles est un des mécanismes les plus étudiés. Ce système est généralement constitué de câbles reliés à la structure et la tension sera contrôlée par servomécanisme électro-hydraulique. Une des raisons qui favorise l'utilisation de cette technique est que, les câbles utilisés peuvent être les éléments de la structure elle-même. Le contrôle actif de câbles a été étudié analytiquement connecté à plusieurs types de structure et une des premières expériences a été réalisée par Roord en 1980 [36]. Les applications dans le monde de ce type d'amortissement sont multiples, on peut citer deux exemples (Photo 2.12).

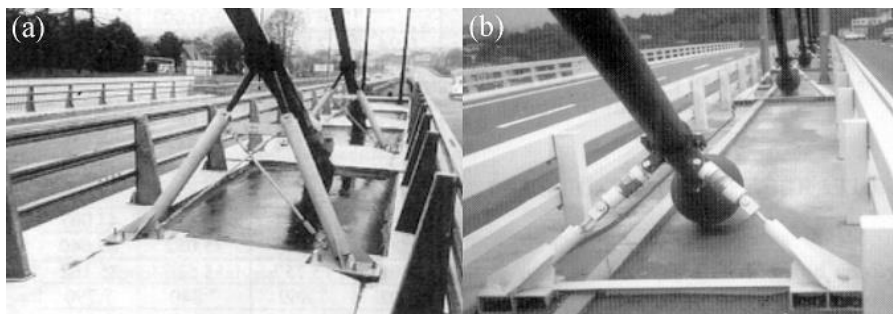


Photo 2.12 Contrôle d'un hauban à l'aide d'amortisseurs hydrauliques.

(a) Pont de l'Iroise (France) (b) Pont d'Aratsu (Japon).

2.4.3 Amortisseur à barres actives (ABS)

Le contrôle qui utilise les barres actives est un autre type de mécanisme pour le contrôle actif. Ce système utilise les barres de la structure pour installer le dispositif de contrôle actif. La force de contrôle est générée par un actionneur servomécanisme électro-hydraulique.

La figure (2.29) montre un système d'amortissement actif à barres avec un actionneur hydraulique monté sur les barres, ce système est constitué d'une servovalve, d'un actionneur hydraulique, d'une source d'énergie et d'un capteur qui fonctionne avec un algorithme de contrôle [4].

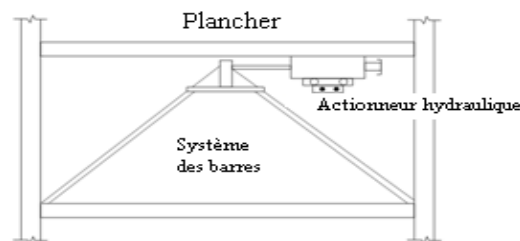


Fig 2.29 Installation d'un actionneur hydraulique sur un système de barres.

Une étude expérimentale a été réalisée, en juin 1993, au laboratoire (SDC/EEL) à Notre-Dame, dans le but de la vérification de la stratégie de contrôle Feedback Accélération pour les structures sous l'effet de séisme. Cette étude est une application d'un système ABS sur le premier étage d'une structure à trois étages (fig 2.30).

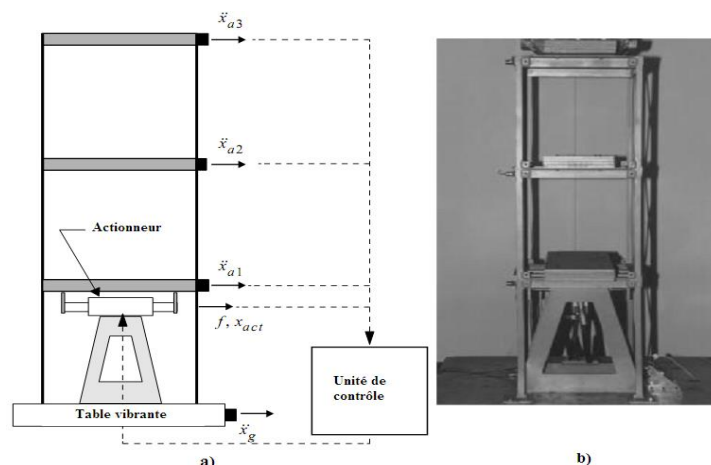


Fig 2.30 Essais d'un système de barre active installé sur une structure.

2.4.4 Générateur d'impulsions

Le système générateur d'impulsions est un contrôle du type actif qui a la capacité d'amortir les vibrations indésirables dans les structures. Ce système utilise des mécanismes pneumatiques, air comprimée, pour produire la force de contrôle actif différemment des vérins hydrauliques qui utilisent un fluide à haute pression. Quand une vitesse relative importante est détectée à n'importe quel endroit de la structure, l'actionneur pneumatique est déclenché à cet endroit, et une force de contrôle face à la vitesse est appliquée à la structure [4].

Ces systèmes fut actuellement l'objet de plusieurs recherches expérimentales au laboratoire en passant par les modèles réduits. Un des exemples, présenté en figure (2.31), a été testé en modèle réduit de 6 étages avec un excitateur électrodynamique, un capteur et des actionneurs pneumatiques placés au sommet [37].

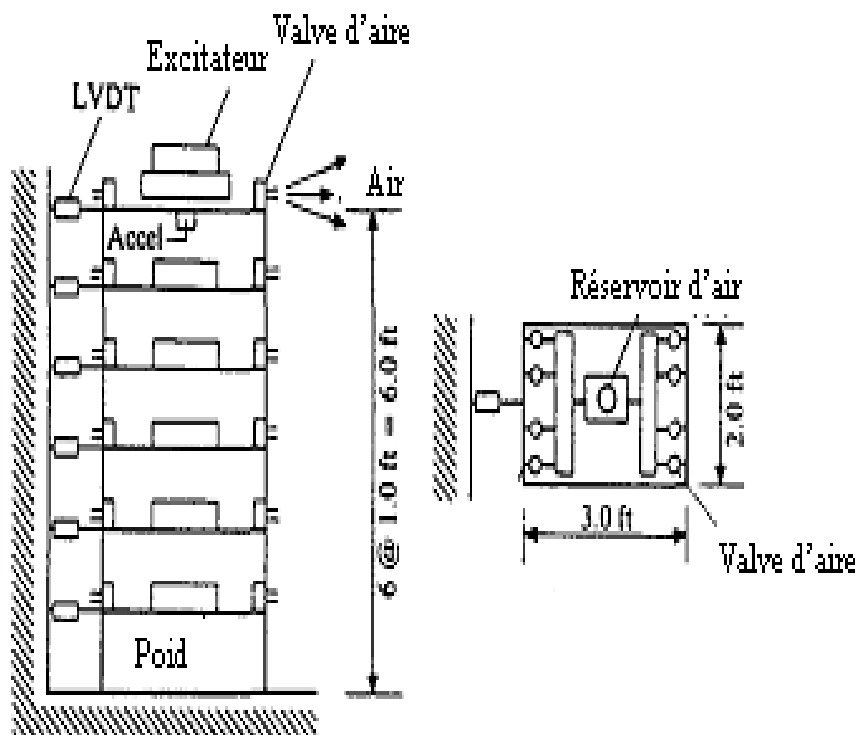


Fig 2.31 Système générateur d'impulsion [37].

2.5 SYSTEMES DE CONTROLE HYBRIDE

Le contrôle hybride est le contrôle qui combine deux ou plusieurs types de contrôle, telle que le contrôle passif, le contrôle actif et le contrôle semi actif dans le but de bénéficier des avantages de ces derniers (fig 2.32).

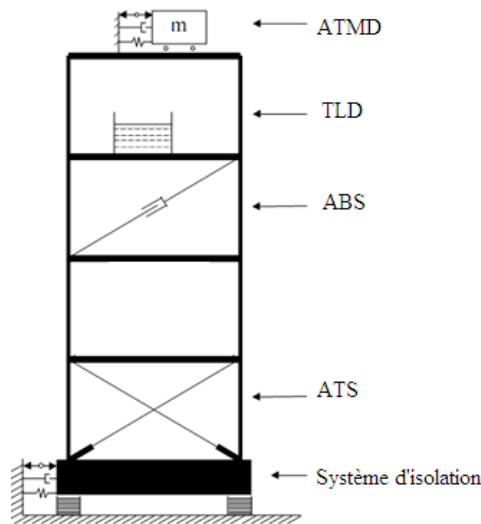


Fig 2.32 Schéma d'une structure avec contrôle hybride.

Le fonctionnement de contrôle hybride est représenté sur la figure (2.33).

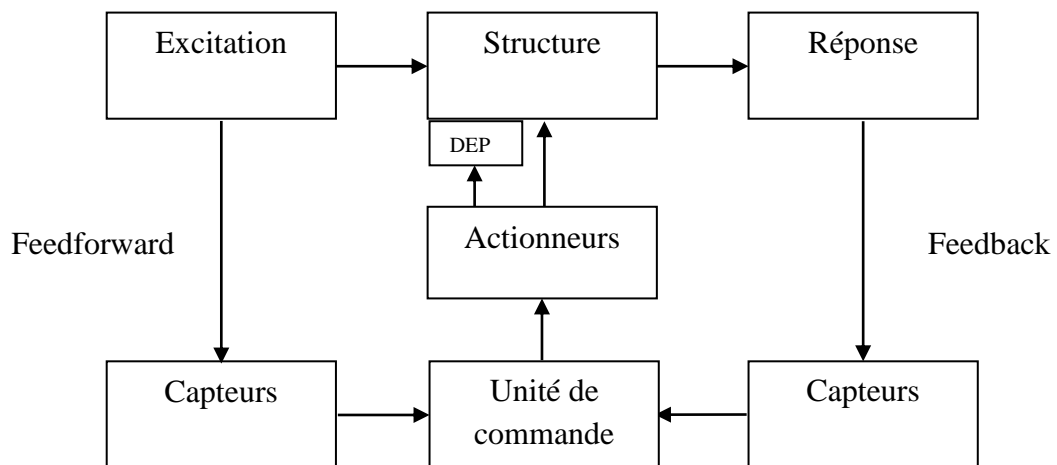


Fig 2.33 Schéma de contrôle hybride.

Un grand nombre d'études sur le contrôle hybride touche le domaine de la protection sismique. Les principaux types de ce système sont les amortisseurs à masse active, les systèmes hybrides à base de systèmes d'isolation et les systèmes hybrides amortisseurs à fluide–actionneur hydraulique.

2.5.1 Systèmes à masse hybride

Les systèmes HMD se composent d'un système passif amorti et un amortisseur à masse accordée (fig 2.34). L'amortisseur fournit la majeure partie de la force de contrôle grâce à son mouvement d'oscillation naturelle et l'actionneur permet d'augmenter l'efficacité et d'adapter le système en cas de changements dans la dynamique de la structure. Le HMD est plus fiable et plus économique (en termes d'énergie à fournir), que les AMD. Ces systèmes sont surtout destinés à améliorer le confort des occupants par grand vent, ou lors de séismes modérés.

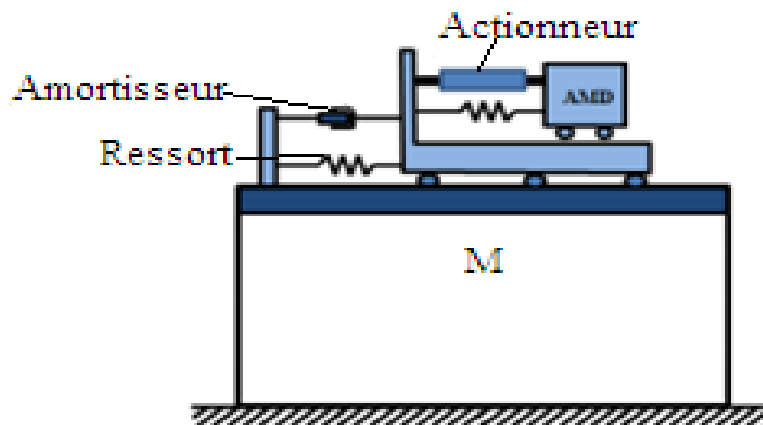


Fig 2.34 Schéma de l'amortisseur à masse hybride.

Un amortisseur à masse hybride est installé au sommet du bâtiment de Sendagaya à Tokyo en 1991 (fig 2.35). Le HMD a été installé au 11^{ème} étage et il se compose de deux masses pour contrôler les mouvements de la structure, le mouvement transversal et le mouvement de torsion, alors que les vérins hydrauliques offrent les capacités du contrôle actif.

La figure (2.36) montre la vue supérieure du système de contrôle des réservoirs employés en tant que blocs de masse. Les masses sont soutenues par des appuis en caoutchouc pour réduire l'énergie de contrôle consommée dans l'amortisseur [41].

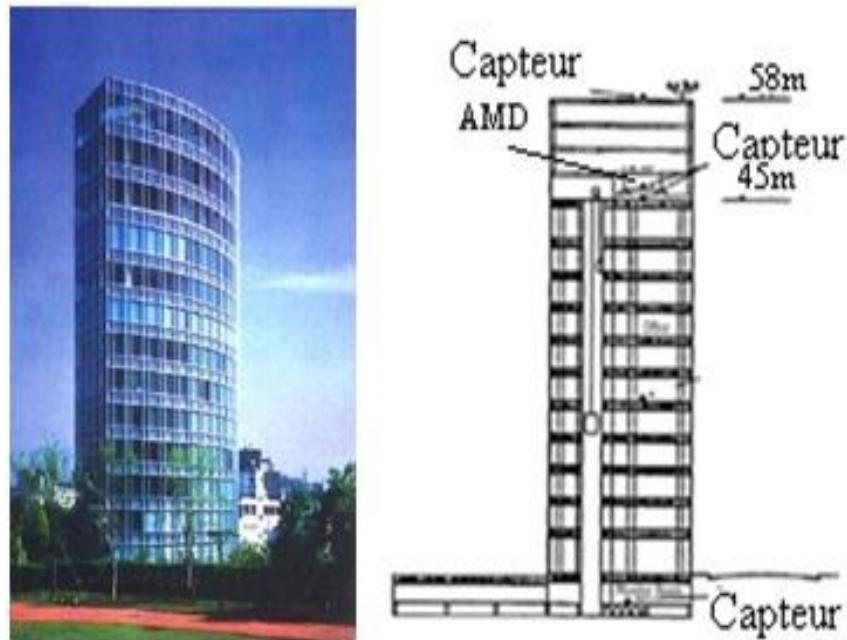


Fig 2.35 Système à masse hybride installée sur le bâtiment de Sendagaya à Tokyo.

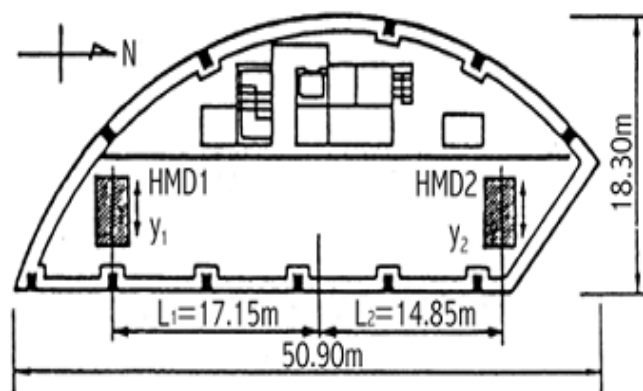


Fig 2.36 Vue au-dessus du système à HMD sur le bâtiment de Sendagaya.

2.5.2 Systèmes hybrides avec isolation à la base

Le système hybride à base d'isolation combine un système à base d'isolation passif avec un système à câbles actifs. Le système actif est installé sur la superstructure et le système passif est installé entre la fondation et la superstructure. Des études théoriques ont été réalisées pour les systèmes à base isolation-actionneur, y compris les systèmes non linéaires [4].

Les chercheurs ont aussi proposé un autre type de système à base d'isolement hybride utilisant les amortisseurs à fluide MR sur la superstructure. Ce système (fig 2.37), appelé, un système intelligent, utilise le fluide contrôlable MR pour s'adapter au changement des excitations sismiques [49].

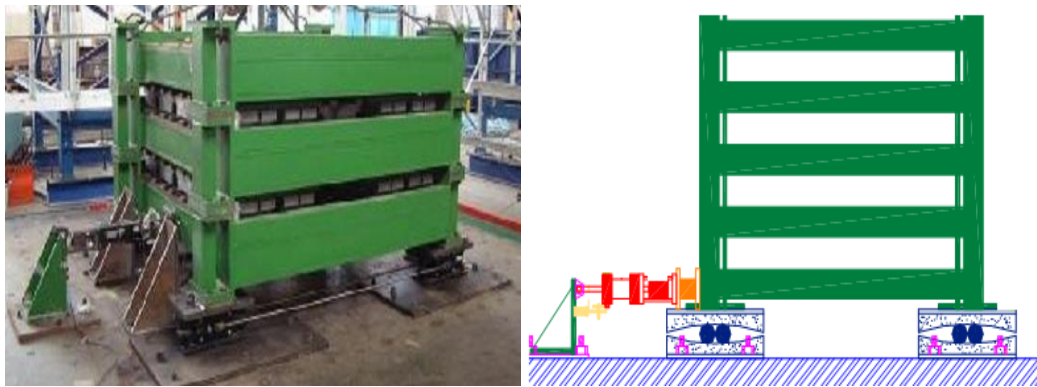


Fig 2.37 Système hybride MRD-isolation par appuis et leur installation dans une structure.

2.5.3 Systèmes hybrides amortisseur-actionneur hydraulique

Dans le début des années 1990, Cheng et ses collègues ont commencés l'élaboration d'un système hybride amortisseur-actionneur installé sur les barres de contreventement, comme montré en figure (2.38). Le système est composé d'un dispositif passif, amortisseurs à fluide visqueux, et d'un dispositif actif, actionneurs hydrauliques. Mais on peut utiliser d'autres systèmes passifs tels que TMD et LMD au lieu d'amortisseur à fluide visqueux. Lyan –yang lu a réalisé une étude expérimentale sur cet amortisseur en 2002 [21].

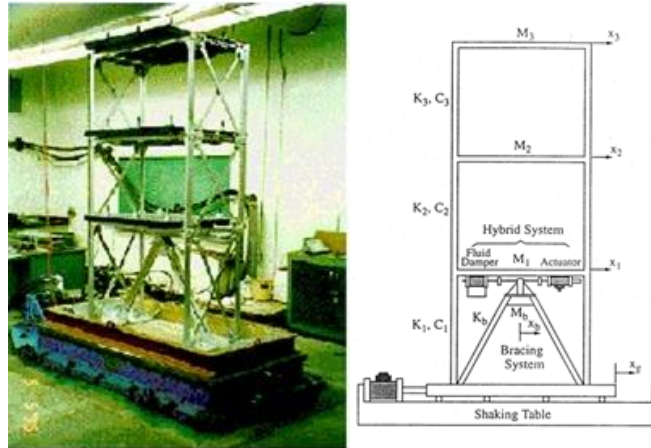


Fig 2.38 Schéma d'une structure avec le contrôle hybride sous l'essai de la table vibrante.

2.6 CONCLUSION

Ce chapitre est une synthèse et un état de l'art sur les systèmes des structures intelligentes (auto-contrôlable) qui constituent actuellement un domaine d'intérêt très intéressant. Les quatre types de contrôle sont utilisés dans le but de protéger la structure contre les effets de l'excitation sismique.

Le contrôle des structures soit passif, semi actif, actif ou hybride offre des avantages et des inconvénients selon le coût, la complexité de concept, la durabilité etc

Le choix de mécanisme adéquat revient au besoin du constructeur, à la maîtrise du concept, au coût et à la disponibilité de l'énergie etc Dans la suite du mémoire on choisit l'étude du contrôle actif des structures, ce choix peut être justifié par leur robustesse et aussi par l'existence de toutes les composantes d'un système de structure intelligente (capteur, transmetteurs des données, l'unité de contrôle, transmetteurs des décisions, actionneur).



Chapitre 3 La théorie de contrôle actif

3.1 INTRODUCTION

Ce chapitre a pour but de présenter l'étude d'une structure contrôlée par des dispositifs de contrôle actif, tel que les tendons actifs et l'amortisseur à masse active, sous une excitation sismique. L'étude nécessite la connaissance de quelques notions de base et la théorie générale de contrôle optimal qui est appliquée au cas pratique du contrôle optimal quadratique des vibrations des structures.

Les algorithmes de contrôle classiques sont souvent utilisés pour déterminer l'indice de performance, le gain du contrôle feedback et la force de contrôle à partir de la réponse de la structure.

Dans notre cas nous présentons différents types d'algorithmes tels que l'algorithme classique de contrôle actif optimal de Riccati, l'algorithme de contrôle actif optimal instantané et l'algorithme de contrôle actif optimal généralisé. Les détails de calcul des différentes étapes seront présentés dans la suite de ce chapitre.

3.2 ÉQUATION DE MOUVEMENT D'UNE STRUCTURE CONTROLEE

3.2.1 Équation de mouvement d'une structure contrôlée par des tendons actifs

Considérons le cas d'une structure poteau-poutre à 'n' étages équipée de 'r' actionneur, tel que $r \leq n$ placés au niveau des étages (toutes ou certaines) (fig 3.1)

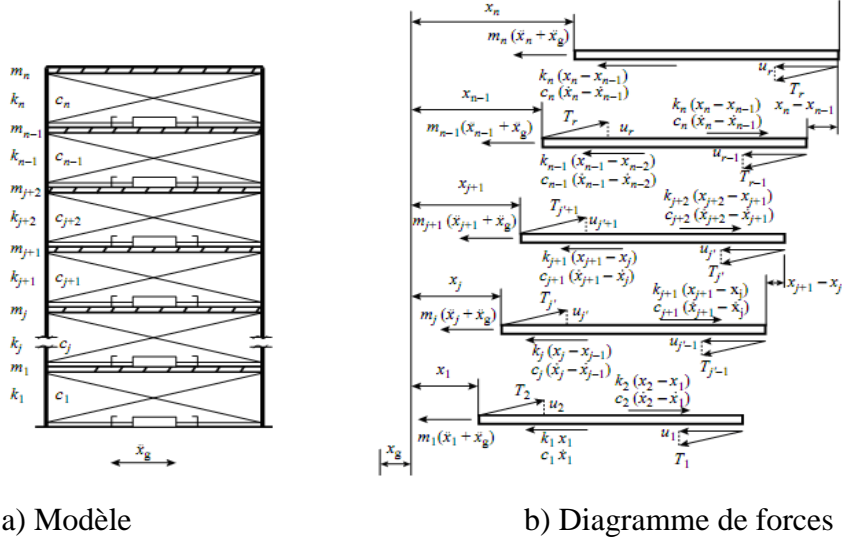


Fig 3.1 Structure contrôlée par les tendons actifs.

Les équations de mouvement de ce système intelligent soumis à des excitations sismiques, accélération du sol, s'écrivent

$$m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_g) + c_1\dot{x}_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1x_1 - k_2(x_2 - x_1) = -u_1 + u_2$$

...

$$m_i(\ddot{x}_i + \ddot{x}_g) + c_i(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) - c_{i+1}(\dot{x}_{i+1} - \dot{x}_i) + k_i(x_i - x_{i-1}) - k_{i+1}(x_{i+1} - x_i) = -u_j + u_{j+1}$$

$$m_{i+1}(\ddot{x}_{i+1} + \ddot{x}_g) + c_{i+1}(\dot{x}_{i+1} - \dot{x}_i) - c_{i+2}(\dot{x}_{i+2} - \dot{x}_{i+1}) + k_{i+1}(x_{i+1} - x_i) - k_{i+2}(x_{i+2} - x_{i+1}) = -u_{j+1} + u_{j+2}$$

...

$$m_{n-1}(\ddot{x}_{n-1} + \ddot{x}_g) + c_{n-1}(\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_{n-2}) - c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) + k_{n-1}(x_{n-1} - x_{n-2}) - k_n(x_n - x_{n-1}) = -u_{r-1} + u_r$$

$$m_n(\ddot{x}_n + \ddot{x}_g) + c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) + k_n(x_n - x_{n-1}) = -u_r \quad (3.1a)$$

où m_i , c_i et k_i ($i=1,2, \dots, n$) sont respectivement les coefficients de masse, d'amortissement et de rigidité, du $i^{\text{ème}}$ plancher; u_j ($j=1,2, \dots, r$) représente la composante horizontale de la force de contrôle générée par le $j^{\text{ème}}$ actionneur; \ddot{x}_g est l'accélération absolue du sol et x_i est le déplacement relatif du $i^{\text{ème}}$ plancher défini par

$$x_i = \Delta_i - x_g \quad (i = 1,2, \dots, n) \quad (3.1b)$$

Où x_g et Δ_i sont les déplacements absolus du sol et du $i^{\text{ème}}$ plancher respectivement.

On peut réécrire les équations (3.1) comme suit

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) &= -u_1 + u_2 - m_1 \ddot{x}_g \\
\ldots \\
m_i \ddot{x}_i + c_i (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) - c_{i+1} (\dot{x}_{i+1} - \dot{x}_i) + k_i (x_i - x_{i-1}) - k_{i+1} (x_{i+1} - x_i) \\
&= -u_i + u_{i+1} - m_i \ddot{x}_g \\
m_{i+1} \ddot{x}_{i+1} + c_{i+1} (\dot{x}_{i+1} - \dot{x}_i) - c_{i+2} (\dot{x}_{i+2} - \dot{x}_{i+1}) + k_{i+1} (x_{i+1} - x_i) - k_{i+2} (x_{i+2} - x_{i+1}) \\
&= -u_{i+1} + u_{i+2} - m_{i+1} \ddot{x}_g \\
\ldots \\
m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} + c_{n-1} (\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_{n-2}) - c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) + k_{n-1} (x_{n-1} - x_{n-2}) - k_n (x_n - x_{n-1}) \\
&= -u_{n-1} + u_n - m_{n-1} \ddot{x}_g \\
m_n \ddot{x}_n + c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) - k_n (x_n - x_{n-1}) &= -u_n - m_n \ddot{x}_g
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Soit sous forme matricielle

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [\gamma]\{u(t)\} + \{\delta\}\ddot{x}_g(t) \tag{3.3}$$

où

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & m_i & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & m_{n-1} \\ & & & & & & m_n \end{bmatrix} \tag{3.4a}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 & & & & \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & -c_3 & & & \\ & & \dots & & & \\ & & -c_i & (c_i + c_{i+1}) & -c_{i+1} & \\ & & & & \dots & \\ & & & & -c_{n-1} & (c_{n-1} + c_n) & -c_n \\ & & & & & -c_n & c_n \end{bmatrix} \tag{3.4b}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & & & \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & & \\ & & \ddots & & \\ & -k_i & (k_i + k_{i+1}) & -k_{i+1} & \\ & & & \ddots & \\ & & & -k_{n-1} & (k_{n-1} + k_n) & -k_n \\ & & & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (3.4c)$$

$$\{\delta\} = [-m_1, -m_2, \dots, -m_i, \dots, -m_n]^T \quad (3.4d)$$

$$\{x(t)\} = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_i(t), \dots, x_n(t)]^T \quad (3.4e)$$

$$\{u(t)\} = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_j(t), \dots, u_r(t)]^T \quad (3.4f)$$

[M] matrice de masse de la structure de dimension $n \times n$;

[C] matrice d'amortissement de la structure de dimension $n \times n$;

[K] matrice de rigidité de la structure de dimension $n \times n$;

$\{x(t)\}$ vecteur des déplacements des planchers de dimension $n \times 1$;

$\{u(t)\}$ vecteur des forces de contrôle des tendons actifs de dimension $r \times 1$;

$\ddot{x}_g(t)$ accélération du sol ;

$[\gamma]$ matrice de passage entre les variables de contrôle et les degrés de liberté considérés, matrice de localisation des forces de contrôle des tendon actifs, de dimension $n \times r$;

$\{\delta\}$ vecteur de passage entre l'excitation externe et les degrés de liberté considérés, de dimension $n \times 1$.

Dans le cas où chaque étage est contrôlé avec un tendon actif, $[\bar{\gamma}]$ la matrice de passage entre les variables de contrôle et les degrés de liberté considérés, de dimension $n \times n$, s'écrit

$$[\bar{\gamma}] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & & \\ & -1 & 1 & & & \\ & & -1 & 1 & & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & \ddots & -1 & 1 \\ & & & & & -1 & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (3.5)$$

et $\bar{u}(t)$ le vecteur des forces de contrôle des tendons actifs, de dimension $nx1$, est défini par

$$\{\bar{u}(t)\} = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_j(t), \dots, u_n(t)]^T \quad (3.6)$$

Si la structure à « n » étage est contrôlée uniquement par « r » actionneurs, tel que $r < n$, le vecteur de la force de contrôle $u(t)$ sera de dimension $rx1$, telle que la relation entre $\bar{u}(t)$ et $u(t)$ est définie par

$$\begin{aligned} \{\bar{u}(t)\}_{nx1} &= \{u_1(t), u_2(t), \dots, 0, \dots, u_i(t), \dots, 0, \dots, u_{r-1}(t), u_r(t)\}^t \\ \{\bar{u}(t)\}_{nx1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & 0 \\ & & & \dots & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & 1 \\ 0 & 0 & 0 & & & 1 \end{bmatrix}_{n \times r} \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_{r-1}(t) \\ u_r(t) \end{Bmatrix}_{r \times 1} \\ &= [\theta]_{n \times r} \{u(t)\}_{r \times 1} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Par conséquent la relation entre $\gamma(t)$ et $\bar{\gamma}(t)$ est définie par

$$[\gamma(t)]_{n \times r} = \{\bar{\gamma}(t)\}_{n \times n} [\theta]_{n \times r} \quad (3.8)$$

S'il y a un seul tendon actif sur la structure, $\{u(t)\}$ devient un scalaire et la matrice de localisation $[\gamma]$ devient un vecteur de $(nx1)$.

3.2.2 Équation de mouvement d'une structure contrôlée par AMD

Considérons le cas d'une structure à n étages, où le système de contrôle est représenté par un amortisseur à masse active, situé au sommet de la structure, qui gère le mouvement de cette dernière sous une excitation sismique (fig 3.2).

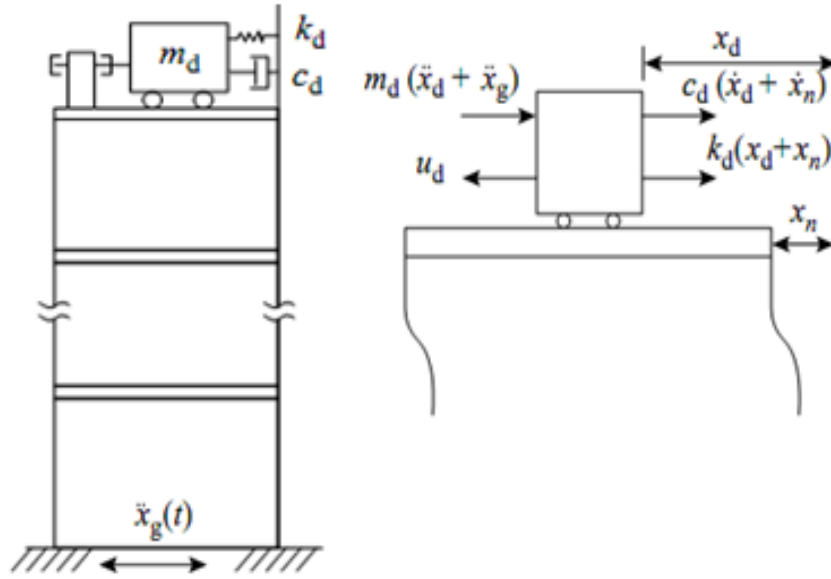


Fig 3.2 Structure contrôlée par un amortisseur à masse actif.

L'équation d'équilibre de cette structure est la même que l'équation (3.3), sauf que les composantes et les dimensions de leur matrices et leur vecteurs sont changés et ceci dû à l'équation de mouvement du système AMD qui s'ajoute au mouvement de la structure. Dans ce cas l'équation (3.3) s'écrira

$$m_d \ddot{x}_d + c_d (\dot{x}_d - \dot{x}_n) + k_d (x_d - x_n) = u_d - m_d \ddot{x}_g \quad (3.9a)$$

Les matrices $[M]$, $[C]$ et $[K]$, de dimensions $(n+1) \times (n+1)$, sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité de toute la structure, y compris le système AMD.

$\{x(t)\}$ est le vecteur de déplacement des planchers de dimension $(n+1) \times 1$;

$u(t)$ est la force de contrôle, de dimension 1×1 (scalaire);

$\{\gamma\}$ est le vecteur de passage entre les variables de contrôle et les degrés de liberté considérés, de dimension $(n+1) \times 1$;

$\{\delta\}$ est le vecteur de passage entre l'excitation externe et les degrés de liberté considérés, de dimension $(n+1) \times 1$.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & m_i & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & m_n \\ & & & & & & m_d \end{bmatrix} \quad (3.9b)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 & & & & \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & -c_3 & & & \\ & & \dots & & & \\ & & -c_i & (c_i + c_{i+1}) & -c_{i+1} & \\ & & & & \dots & \\ & & & & -c_{n-1} & (c_{n-1} + c_n) & -c_n \\ & & & & & -c_n & c_n \\ & & & & & & -c_d & c_d \end{bmatrix} \quad (3.9c)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & & & & \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & & & \\ & & \dots & & & \\ & & -k_i & (k_i + k_{i+1}) & -k_{i+1} & \\ & & & & \dots & \\ & & & & -k_{n-1} & (k_{n-1} + k_n) & -k_n \\ & & & & & -k_n & k_n \\ & & & & & & -k_d & k_d \end{bmatrix} \quad (3.9d)$$

$$\{\gamma\} = [0, 0, \dots, 0, -1, 1]^T \quad (3.9e)$$

$$\{\delta\} = [-m_1, -m_2, \dots, -m_{n-1}, -m_n, -m_d]^T \quad (3.9f)$$

3.3 REPRESENTATION D'UNE STRUCTURE CONTROLEE DANS L'ESPACE DE VARIABLES D'ETAT

L'équation (3. 3) peut s'écrire sous la forme [4] :

$$\{\ddot{x}(t)\} = -[M]^{-1}[C]\{\dot{x}(t)\} - [M]^{-1}[K]\{x(t)\} + [M]^{-1}[\gamma]\{u(t)\} + [M]^{-1}\{\delta\}\ddot{x}_g(t) \quad (3.10)$$

on note que

$$\{\dot{x}(t)\} = [I]\{\dot{x}(t)\} \quad (3.11)$$

On peut obtenir l'équation suivante

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{x}(t)\} \\ \{\ddot{x}(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1}[\gamma] \end{bmatrix} \{u(t)\} + \begin{bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1}\{\delta\} \end{bmatrix} \ddot{x}_g(t) \quad (3.12)$$

On pose la variable d'état

$$\{Z(t)\} = \begin{Bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

La façon la plus simple d'écrire l'équilibre d'une structure contrôlée sous une excitation sismique est d'utiliser la variable d'état $\{Z\}$. Dans ce cas l'équation (3.12) s'écrira

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A]\{Z(t)\} + [B_u]\{u(t)\} + [B_r]\ddot{x}_g(t) \quad (3.14)$$

$[A]$ est la matrice du système appelée « Plant Matrix », $[B_u]$ est la matrice de position des forces de contrôle dans l'espace d'état et $[B_r]$ est la matrice de position de l'excitation. Soit

$$\{\dot{Z}(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{x}(t)\} \\ \{\ddot{x}(t)\} \end{Bmatrix}_{2nx1} \quad (3.15a)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}_{2nx2n} \quad (3.15b)$$

$$[B_u] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1} & [\gamma] \end{bmatrix}_{2n \times r} \quad (3.15c)$$

$$[B_r] = \begin{bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1} & \{\delta\} \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (3.15d)$$

Les conditions initiales correspondantes à l'équation d'état sont

$$\{Z(0)\} = \{0\}, \quad \{u(0)\} = \{0\} \text{ et } \ddot{x}_g(0) = 0 \quad (3.16)$$

On peut remarquer que l'équation de mouvement, l'équation (3.3), est une équation différentielle du second ordre de dimension « n », tandis que l'équation d'état, l'équation (3.14), est une équation différentielle du premier ordre de dimension (2n).

La transformation de l'équation de mouvement du second au premier ordre offre une simplification dans la procédure de résolution mais offre aussi un nombre double des équations ou des inconnues.

Le système décrit par l'équation (3.3) serait stable si tous les coefficients d'amortissement sont positifs et instable s'il existe au moins un coefficient d'amortissement négatif. La réponse de la structure est inversement proportionnelle aux valeurs des coefficients d'amortissement.

On peut conclure à partir de l'équation (3.14), qui décrit la structure contrôlée, que la $i^{\text{ème}}$ valeur propre, de la matrice de système [A], p_i ($i=1,2,\dots, n$) est définie comme suit

$$p_i = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}, \quad j=\sqrt{-1} \quad (3.17)$$

Où ξ_i et ω_i sont respectivement le coefficient d'amortissement et la pulsation propre du $i^{\text{ème}}$ mode de la structure intelligente.

Dans la théorie générale de contrôle les valeurs propres de la matrice du système [A] sont appelés « Pôles de système ».

La stabilité de la structure est déterminée à partir de la position des pôles dans le plan complexe, telle qu'il est montré dans la figure (3.3). Les valeurs d'abscisse et d'ordonnée qui sont présentées dans cette dernière sont respectivement les valeurs de la partie réelle et de la partie imaginaire d'un nombre complexe. Si le pôle est situé dans le côté gauche leur coefficient d'amortissement sera positif.

On dit que le système est stable si tous les pôles du système se situent dans le côté gauche et instable s'il existe au moins un pôle qui se situe dans le côté droit. Si la $i^{\text{ème}}$ paire du pôle complexe, p_i , se déplace à gauche on aura un grand coefficient d'amortissement et une petite réponse pour le mode « i ».

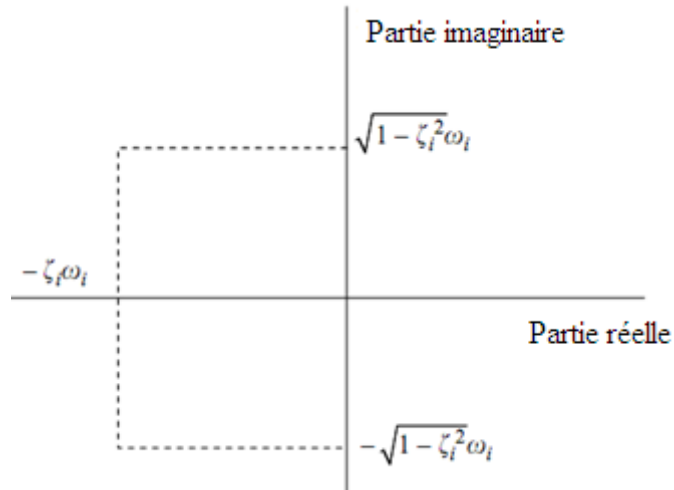


Fig 3.3 Les pôles de matrice de système [A] dans le plan complexe.

3.4 CONTROLABILITE

La notion de contrôlabilité introduite dans les années soixante par Kalman est fondamentale en contrôle moderne, elle conditionne la réussite de tout dispositif de contrôle actif [6].

La Contrôlabilité permet de mesurer la capacité de toutes les variables d'état avec un actionneur. On appelle un système complètement contrôlable si l'état peut être transféré d'un état initial quelconque à n'importe quel autre état, dans un intervalle de temps fini, à travers une action de contrôle U .

L'entrée U va influencer ou contrôler la variation de chaque variable d'état x_i . Alors on a deux cas si le U va influencer x_i ce système est dit contrôlable et si U ne va pas influencer x_i le système est dite non-contrôlable.

3.5 LES APPROCHES DE CONTROLE

La construction d'un système de contrôle actif se fait à l'aide des techniques de contrôle. Les deux principales techniques existantes sont radicalement différentes, la première est appelée la méthode de contrôle par anticipation et la deuxième est appelée la méthode de contrôle par rétroaction [5].

3.5.1 Le contrôle par anticipation

Le contrôle par anticipation (Feedforward), breveté en 1936, est une approche qui consiste à identifier la perturbation qui crée les vibrations pour l'annuler en lui superposant une excitation « inverse ». Elle est très utile pour le contrôle de vibration des structures, mais elle est surtout développée en acoustique. La figure (3.4) représente le principe de cette technique.

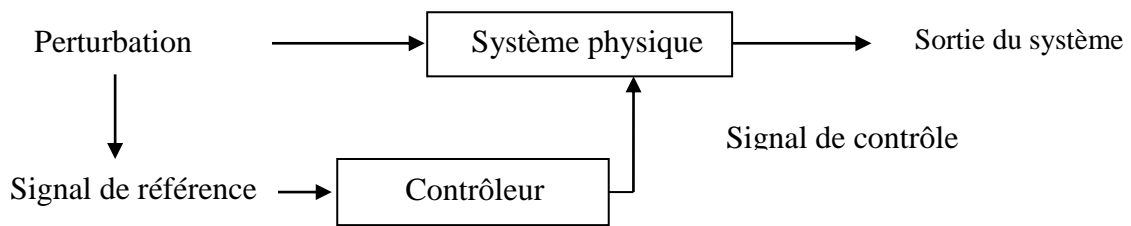


Fig 3.4 Représentation de contrôle actif par anticipation.

3.5.2 Le contrôle par rétroaction

L'équilibre de l'équation (3.14) montre qu'on a $(2n)$ équations pour $(2n+r)$ inconnus ($\{Z(t)\}$ de $(2n \times 1)$ et $\{u(t)\}$ de $(r \times 1)$). Par conséquent la résolution de cette équation nécessite ' r ' équations supplémentaires appelés lois de contrôle par rétroaction (Feedback) et sont obtenues à partir des algorithmes de contrôle. La figure (3.5) montre un exemple de contrôle actif par rétroaction.

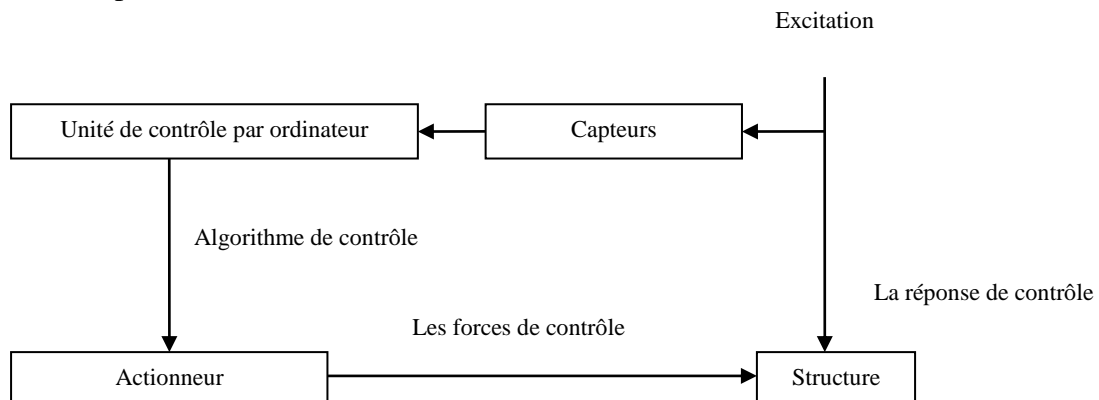


Fig 3.5 Représentation de contrôle actif par rétroaction.

3.6 LES LOIS DE CONTROLE PAR RETROACTION (FEEDBACK)

Les systèmes de type feedback constituent la méthode la plus utilisée. Cela tient à la simplicité du principe. Il y a trois schémas pour lequel la loi de contrôle feedback peut être implémentée.

3.6.1 Contrôle feedback en boucle ouverte

Le dispositif est représenté en figure (3.6) sous sa forme simple.

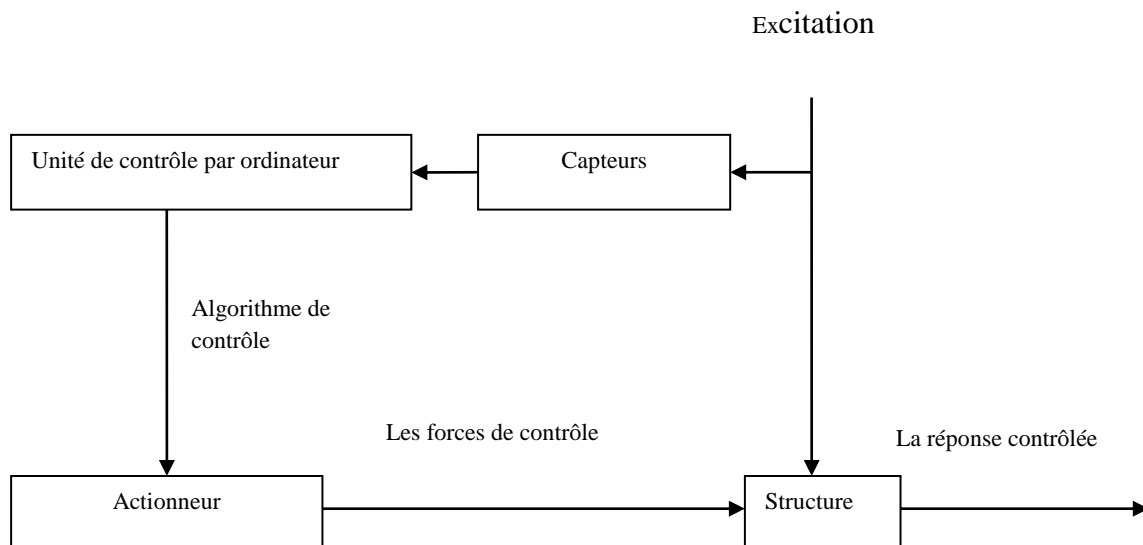


Fig 3.6 Représentation de contrôle à boucle ouverte.

Dans ce système, la force de contrôle est déterminée par une rétroaction de l'excitation extérieure, tel que le mouvement sismique. Dans ce cas, la loi de contrôle exige seulement une information sur l'excitation.

3.6.2 Contrôlé feedback en boucle fermée

Le système de contrôle feedback en boucle fermée est le plus répandu actuellement. Il peut être schématisé par la figure (3.7).

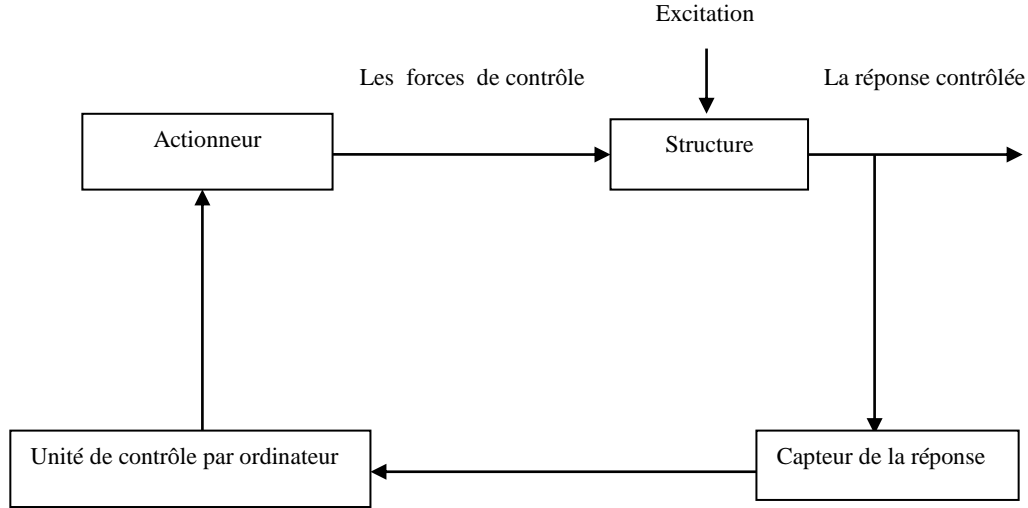


Fig 3.7 Représentation de contrôle à boucle fermée.

Dans ce système, la force de contrôle est déterminée par une rétroaction de la réponse de la structure exprimée par les variables d'état (déplacements et vitesses). Dans ce cas, on aura besoin de l'information de la réponse de la structure.

En utilisant le système de contrôle feedback en boucle fermée la loi de feedback peut être exprimée comme suit

$$\{u(t)\}_{rx1} = -[G]_{rx2n}\{Z(t)\}_{2nx1} \quad (3.18)$$

Le point clé dans la résolution de l'équation (3.14) est la détermination de la matrice $[G]$, la matrice de gain de contrôle feedback. Après la détermination de $[G]$, le système en boucle fermée sera :

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A_c]\{Z(t)\} + \{B_T\}\ddot{x}_g(t) \quad (3.19)$$

$[A_c]$ est la matrice (Plant Matrix) de système en boucle fermée, elle est définie par :

$$[A_c] = [A] - [B_U][G] \quad (3.20)$$

3.6.3 Contrôle feedback en boucle ouverte-fermée

Le contrôle feedback en boucle ouverte-fermée est une combinaison entre les lois de contrôle feedback en boucle ouverte et celles en boucle fermée fig (3.8).

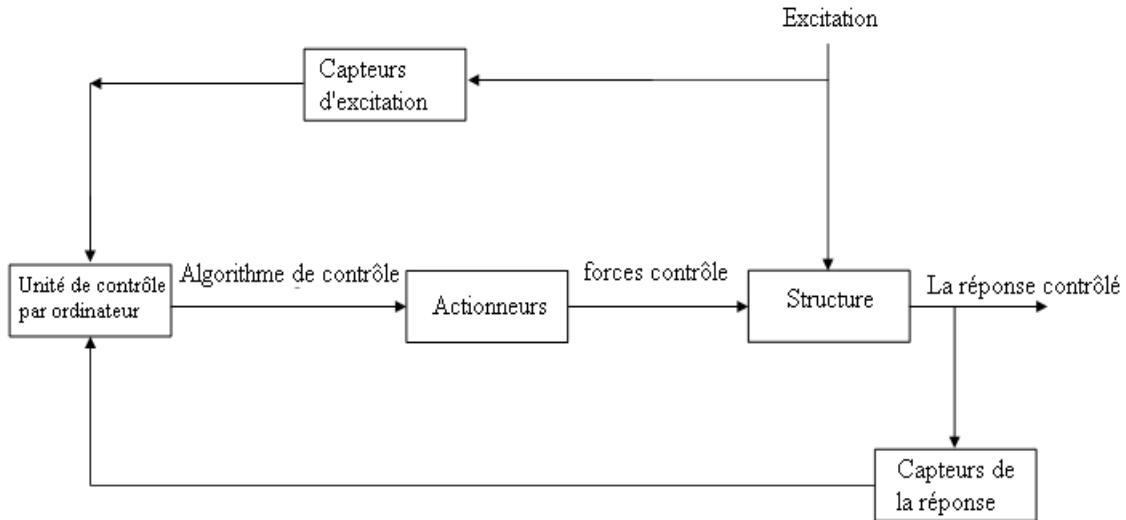


Fig 3.8 Représentation de contrôle à boucle ouverte- fermée.

Ce système nécessite l'information sur l'excitation et sur la réponse de la structure.

3.7 RESOLUTION DEL'EQUATION D'ETAT

L'équation d'état peut être résolue en utilisant la procédure pas à pas de temps. En supposant que la force de contrôle optimal $\{u(t)\}$ a été obtenue par une loi de contrôle feedback et que l'excitation sismique \ddot{x}_g a été mesurée jusqu'à « t », la réponse structurale $\{Z(t)\}$ peut être alors obtenue analytiquement [3].

Le vecteur d'état peut être exprimé, en fonction de la matrice de transformation modale $[T]$ de la matrice de système $[A]$, comme suit

$$\{Z(t)\} = [T]\{\psi(t)\} \quad (3.21)$$

Avec $[T]$ est une matrice, d'ordre $(2n \times 2n)$, construite à partir des vecteurs propres de la matrice $[A]$.

$$[T] = [\{\alpha_1\}, \{\beta_1\}; \{\alpha_2\}, \{\beta_2\}; \dots; \{\alpha_j\}, \{\beta_j\}; \dots; \{\alpha_n\}, \{\beta_n\}] \quad (3.22)$$

$\{\alpha_j\}$ et $\{\beta_j\}$ sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire du $j^{\text{ième}}$ vecteur propre de la matrice du système $[A]$.

Assemblant les équations (3.21) et (3.14), on obtient

$$[T]\{\dot{\psi}(t)\} = [A][T]\{\psi(t)\} + [B_u]\{u(t)\} + \{B_r\}\ddot{x}_g(t) \quad (3.23)$$

En multipliant l'équation (3.23) par la matrice $[T]^{-1}$, on aura

$$\{\dot{\psi}(t)\} = [\phi]\{\psi(t)\} + \{\Gamma(t)\} \quad (3.24)$$

$[\phi]$ la matrice modale du système, définie par

$$[\phi] = [T]^{-1}[A][T] \quad (3.25)$$

$\{\Gamma(t)\}$ le vecteur, qui contient des termes de la force de contrôle et de l'excitation sismique, défini par

$$\{\Gamma(t)\} = [T]^{-1}[B_u]\{u(t)\} + [T]^{-1}\{B_r\}\ddot{x}_g(t) \quad (3.26)$$

L'avantage de l'équation (3.24) par rapport à l'équation d'état (3.14) est que la matrice modale du système, est une matrice découplée :

$$[\phi] = \begin{bmatrix} [\phi]_1 & & & & & \\ & [\phi]_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & [\phi]_j & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & [\phi]_n \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Où chaque sous-matrice $[\phi]_j$, de l'ordre (2x2), est définie par

$$[\phi]_j = \begin{bmatrix} \mu_j & v_j \\ -v_j & \mu_j \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.28)$$

$\{\mu_j\}$ et $\{\nu_j\}$ sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire du $j^{\text{ème}}$ valeur propre de la matrice du système $[A]$. Les conditions initiales à l'instant $t=0$, sont

$$\{\psi(0)\} = \{0\}, \quad \{U(0)\} = \{0\}, \quad \ddot{x}_g(0) = 0 \quad (3.29)$$

La solution de l'équation (3.24) peut être obtenue par la résolution de l'intégrale suivante :

$$\{\psi(t)\} = \int_0^T \exp([\phi](t - \tau)) \{\Gamma(\tau)\} d\tau \quad (3.30)$$

Où τ est la variable d'intégration et $\exp([\phi](t - \tau))$ est une matrice exponentielle ($2n \times 2n$). La résolution numérique de l'intégrale (3.30) peut être faite en utilisant la méthode trapézoïdale ou la technique d'intégration numérique, en utilisant les conditions initiales. Soit, avec $t = m * \Delta t$, on aura :

$$\begin{aligned} \{\psi(t)\} = \frac{\Delta t}{2} \{ & \exp([\phi](t - 0 \cdot \Delta t)) \Gamma(0 \cdot \Delta t) + 2 \exp([\phi](t - \Delta t)) \Gamma(\Delta t) \\ & + 2 \exp([\phi](t - 2\Delta t)) \Gamma(2\Delta t) + \dots \\ & + 2 \exp([\phi](t - (m-1)\Delta t)) \Gamma((m-1)\Delta t) \\ & + \exp([\phi](t - (m)\Delta t)) \Gamma((m)\Delta t) \} \end{aligned} \quad (3.31a)$$

A partir des équations (3.26) et (3.29) on obtient

$$\Gamma(0) = [T]^{-1} [B_u] \{u(0)\} + [T]^{-1} [B_r] \ddot{x}_g(0) = 0 \quad (3.31b)$$

Ainsi l'équation (3.31a) devient, avec $t = m * \Delta t$.

$$\begin{aligned} \{\psi(t)\} &= \frac{\Delta t}{2} \left\{ 0 + \sum_{l=1}^{m-1} \exp([\phi][t - l\Delta t]) \{\Gamma(l\Delta t)\} + \exp([\phi][t - m\Delta t]) \{\Gamma(m\Delta t)\} \right\} \\ &= \sum_{l=1}^{m-1} \exp([\phi][m\Delta t - l\Delta t]) \{\Gamma(l\Delta t)\} \Delta t + \exp([\phi].0) \{\Gamma(t)\} \frac{\Delta t}{2} \\ &= \sum_{l=1}^{m-1} \exp([\phi](m-l)\Delta t) \{\Gamma(l\Delta t)\} \Delta t + \{\Gamma(t)\} \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Δt est l'incrément de temps.

Pour simplifier l'équation (3.32) on définit

$$\{\Lambda(t - \Delta t)\} = \sum_{l=1}^{m-1} \exp([\phi](m-l)\Delta t) \{\Gamma(l\Delta t)\} \Delta t \quad (3.33)$$

Alors, on peut réécrire l'équation (3.32) comme suit

$$\{\psi(t)\} = \{\Lambda(t - \Delta t)\} + \{\Gamma(t)\} \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \quad (3.34)$$

Le terme $\{\Lambda(t - \Delta t)\}$ peut être exprimé en récurrence par

$$\{\Lambda(t - \Delta t)\} = \exp([\phi]\Delta t) (\{\Lambda(t - 2\Delta t)\} + \{\Gamma(t - \Delta t)\}\Delta t) \quad (3.35)$$

Considérant les deux équations (3.34) et (3.21), le vecteur d'état peut s'écrire comme suit

$$\{Z(t)\} = [T] \left(\{\Lambda(t - \Delta t)\} + \{\Gamma(t)\} \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \right) \quad (3.36)$$

Le terme $\exp([\phi]\Delta t)$, dans l'équation (3.35), peut être calculé en tenant compte de l'équation (3.27) comme suit

$$\begin{aligned} \exp([\phi]\Delta t) &= \exp \left(\begin{bmatrix} [\phi]_1 & & \\ & [\phi]_2 & \\ & & \ddots \\ & & & [\phi]_n \end{bmatrix} \Delta t \right) \\ &= \exp \left(\begin{bmatrix} \exp[\phi]_1 \Delta t & & \\ & \exp[\phi]_2 \Delta t & \\ & & \ddots \\ & & & \exp[\phi]_n \Delta t \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Et à partir de l'équation (3.28), on obtient

$$\exp([\phi]_j \Delta t) = \exp \left(\begin{bmatrix} \mu_j & v_j \\ -v_j & \mu_j \end{bmatrix} \Delta t \right) = e^{\mu_j \Delta t} \begin{bmatrix} \cos v_j \Delta t & \sin v_j \Delta t \\ -\sin v_j \Delta t & \cos v_j \Delta t \end{bmatrix}, \quad j=1,2,\dots,n \quad (3.38)$$

Si $\Delta t = 0$, l'équation (3.38), devient

$$\begin{aligned} \exp([\phi]_j \Delta t) \Big|_{\Delta t=0} &= e^{\mu_j \Delta t} \begin{bmatrix} \cos v_j \Delta t & \sin v_j \Delta t \\ -\sin v_j \Delta t & \cos v_j \Delta t \end{bmatrix} \Big|_{\Delta t=0} \\ &= e^0 \begin{bmatrix} \cos 0 & \sin 0 \\ -\sin 0 & \cos 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [I] \end{aligned} \quad (3.39)$$

Après l'obtention $\exp([\phi]\Delta t)$, dans l'équation (3.35), à partir des équations (3.37), (3.38) et (3.39), on aura la réponse du système.

La force de contrôle $u(t)$ doit être connue pour la résolution de l'équation (3.14). Dans le système de contrôle optimal en boucle fermée, la force de contrôle optimal $u(t)$ est ajustée seulement par le feedback du vecteur d'état $\{Z(t)\}$ et la réponse du système à chaque instant « t » à partir des capteurs placés sur la structure.

La détermination de la force par une rétroaction de la réponse de la structure exprimée par les variables d'état est appelée l'algorithme de contrôle.

3.8 LE CONTROLE OPTIMAL

Dans le but de l'optimisation d'un système de contrôle, la loi de contrôle choisie doit maximiser la réduction de la réponse structurelle tout en minimisant la force ou l'énergie de contrôle [6].

Dans cette situation un indice de performance est utilisé pour trouver un compromis entre réduire la réponse et minimiser la force de contrôle. Le problème de l'optimisation consiste à déterminer la force de contrôle $\{u(t)\}$ durant tout l'intervalle de temps de l'excitation sismique en minimisant un indice quadratique standard, J , en satisfaisant l'équation d'état [6], donné par :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\}) dt \quad (3.40)$$

L'indice 'J' représente une balance pondérée entre la réponse structurelle et la force de contrôle. Lorsque les éléments de la matrice $[Q]$ sont grands la réponse du système est réduite ça dépend de l'augmentation de la force de contrôle. Lorsque les éléments de la matrice $[R]$ sont grands, la force de contrôle est petite mais la réponse du système peut ne pas être réduite suffisamment.

3.8.1 Régulateur quadratique linéaire

La méthode Régulateur quadratique linéaire (LQR), est très utilisée pour le contrôle actif des systèmes soumis à une excitation et est fondée sur un modèle d'état de la structure.

Le but de contrôle optimal est de minimiser le coût énergétique par rapport à la réponse de la structure, donc le problème consiste à trouver une force de contrôle $\{u\}$ de façon à ce que la valeur de la fonction coût, définie dans l'équation (3.40), J , soit minimale [1].

Q est une matrice carrée semi définie positive, dénommée la matrice de pondération, et le terme $\frac{1}{2}\dot{x}^T Q \dot{x}$ peut être interprété comme une mesure de l'énergie vibratoire du système. Par conséquent, le choix de cette matrice détermine la performance de l'amortissement des vibrations du système, ainsi que l'évolution de ce dernier.

R est une matrice carrée symétrique définie positive, dénommée la matrice de pondération, et le terme $\frac{1}{2}u^T R u$ peut être interprété comme une mesure de l'énergie de contrôle.

En appliquant la théorie de contrôle optimal définie précédemment, ou $\{\lambda\}_{2nx1}$ est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange, le Hamiltonian s'écrit

$$H = \frac{1}{2}\{z(t)\}^T [Q]\{z(t)\} + \frac{1}{2}\{u(t)\}^T [R]\{u(t)\} + \{\lambda(t)\}^T ([A]\{z(t)\} + [B_u]\{u(t)\} - \{\dot{z}(t)\}) \quad (3.41)$$

Les conditions d'Euler, représentant les conditions nécessaires d'optimalité, s'écrivent

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial \{z(t)\}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \{\dot{z}(t)\}} \right) = \{0\} \\ \frac{\partial H}{\partial \{u(t)\}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \{\dot{u}(t)\}} \right) = \{0\} \\ \frac{\partial H}{\partial \{\lambda(t)\}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \{\dot{\lambda}(t)\}} \right) = \{0\} \end{cases} \quad (3.42)$$

En assemblant les équations (3.41) et les deux premières équations de (3.42), on obtient

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial \{z(t)\}} \left[\frac{1}{2} [Z(t)]^T [Q] \{Z(t)\} + \{\lambda(t)\}^T [A] \{Z(t)\} \right] - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (-\{\lambda(t)\}^T \{\dot{Z}(t)\})}{\partial \{\dot{Z}(t)\}} \right] \right) = \{0\} \\ \left(\frac{\partial}{\partial \{u(t)\}} \left[\frac{1}{2} [u(t)]^T [R] \{u(t)\} + \{\lambda(t)\}^T [B_u] \{u(t)\} \right] \right) = \{0\} \end{cases} \quad (3.43)$$

Sachant que $\frac{\partial H}{\partial \{\dot{u}(t)\}} = 0$

Après des simplifications les équations précédentes deviennent

$$\begin{cases} [Q]\{z(t)\} + [A]^T\{\lambda(t)\} + \{\dot{\lambda}(t)\} = \{0\} \\ [R]\{u(t)\} + [B_u]^T\{\lambda(t)\} = \{0\} \end{cases} \quad (3.44)$$

a/ Algorithme de contrôle optimal actif de Riccati en boucle fermée (ROAC)

De la deuxième équation (3.44), on peut tirer

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T\{\lambda(t)\} \quad (3.45)$$

Comme il n'y a pas de contrôle à l'instant $t=t_f$, alors la force de contrôle sera nulle et par conséquent

$$\{\lambda(t_f)\} = \{0\}, \text{ (Condition de transversalité)} \quad (3.46)$$

La première équation de (3.44) définit la relation entre $\{\lambda(t)\}$ et $\{Z(t)\}$. On suppose que cette dernière est proportionnelle, soit :

$$\{\lambda(t)\} = [P(t)]\{Z(t)\} \quad (3.47)$$

Cherchons à déterminer la matrice $[P]$. En combinant les équations (3.44) avec (3.47) on obtient

$$[Q]\{Z(t)\} + [A]^T[P(t)]\{z(t)\} + [\dot{P}(t)]\{Z(t)\} + [P(t)]\{\dot{Z}(t)\} = 0 \quad (3.48)$$

Après des calculs et des simplifications, on obtient

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A]\{Z(t)\} + [B_u]\{u(t)\} \quad (3.49)$$

La comparaison entre les deux équations (3.14) et (3.49) montre que l'excitation sismique n'est pas prise en compte dans les calculs de la force de contrôle. C'est la première lacune de l'algorithme optimal de Riccati.

En combinant les équations (3.45) et (3.47), on obtient

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T[P(t)]\{Z(t)\} \quad (3.50)$$

Substituant l'équation (3.50) et (3.49), on aura

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A]\{Z(t)\} - [B_u][R]^{-1}[B_u]^T[P(t)]\{Z(t)\} \quad (3.51)$$

et aussi en combinant les équations (3.51) et (3.48), on obtient

$$([Q] + [A]^T[P(t)] + [\dot{P}(t)] + [P(t)][A] - [P(t)][B_u][R]^{-1}[B_u]^T[P(t)])\{Z(t)\} = \{0\} \quad (3.52)$$

La solution de l'équation (3.52) est non linéaire pour $p(t)$; cette dernière peut être résolue par plusieurs méthodes numériques par exemple la méthode de Runge-Kutta. Si le temps final $t_f \rightarrow \infty$, on peut facilement montrer que la solution de l'équation (3.52) tend rapidement vers un état stationnaire et donc ne dépendra plus de temps (fig 3.9).

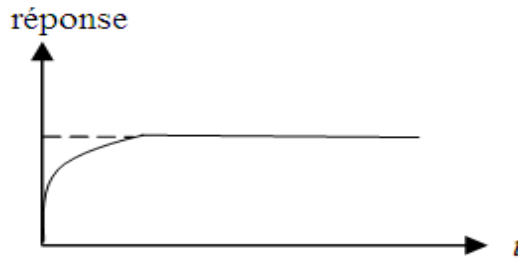


Fig 3.9 La réponse d'un système du premier ordre [3].

Pour une structure stable, la matrice de Riccati $P(t)$ reste constante durant l'excitation sismique et tend rapidement vers zéro autour de t_f alors $p(t)$ devient indépendant du temps et on peut poser $[\dot{P}(t)] = 0$ et $[P(t)] = [P]$. Par conséquent l'équation (3.52), appelé « Algébric Riccati Equation (ARE) », devient

$$[P][A] + [A]^T[P] - [P][B_u][R]^{-1}[B_u]^T[P] + [Q] = 0 \quad (3.53)$$

La loi de contrôle définie précédemment dans l'équation (3.50) peut être écrite comme suit

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T[P]\{Z(t)\} = -[G]\{Z(t)\} \quad (3.54)$$

Où la matrice de gain de contrôle $[G]$, est indépendante du temps, définit par

$$[G] = [R]^{-1}[B_u]^T[P] \quad (3.55)$$

Cette équation est appelée l'équation du problème de contrôle optimale.

3.9 LE DEVELOPPEMENT DES ALGORITHMES DE CONTROLE ACTIF

La précédente partie présente l'algorithme Recatti (ROAC) qui permet de décrire et de minimiser l'indice de performance, durant tout l'intervalle de temps de l'excitation sismique, pour le calcul de la force de contrôle selon l'équation (3.40). Cette minimisation est un problème variationnel entre les deux valeurs fixes « t_0 » et « t_f ». La solution de ce problème se fait à travers la comparaison entre un ensemble de fonction dont le but de trouver une fonction extrémale (fig 3.10). La fonction extrémale correspond à la valeur minimale de l'indice de performance J .

Néanmoins, il n'existe aucune garantie que cette extrémale est optimale à tout instant « t_i » ou à tout intervalle de temps $[t_{i-1}, t_i]$. En outre, le terme d'excitation sismique est ignoré dans le calcul de la matrice de Riccati $[P]$ et à cause de cette négligence, la valeur minimale de la performance est toujours zéro. En d'autres termes, le cas le plus optimal sans considération d'excitation extérieure est le système sans réponse. Cette notion s'oppose au but initial du contrôle actif.

Les inconvénients de Recatti (ROAC) conduisent au développement d'un nouvel algorithme de contrôle optimal, tel que discuté dans la section suivante

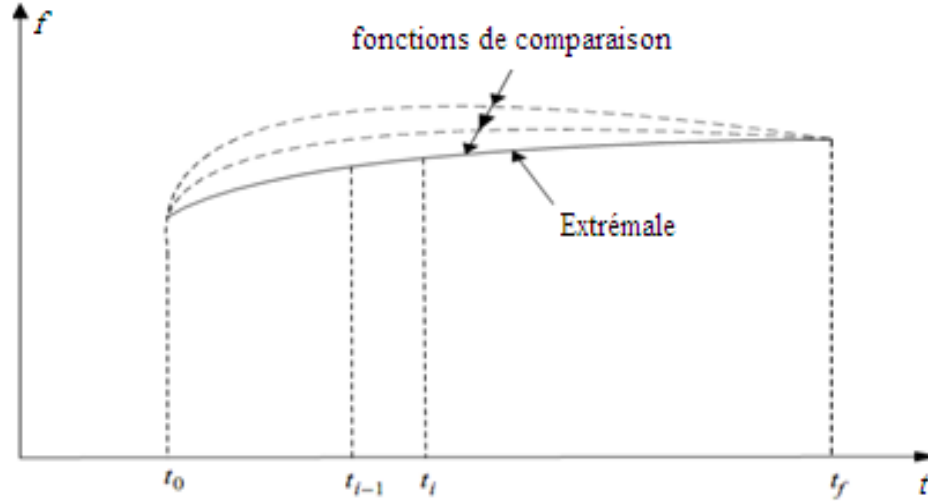


Fig 3.10 Solution des problèmes de variation à deux extrémités fixe.

3.9.1 Algorithme de contrôle actif optimal instantané en boucle fermée

L'algorithme de contrôle actif optimal instantané (IOAC) est basé sur la minimisation de l'indice de performance $J_p(t)$, pour trouver la force de contrôle $u(t)$. L'indice $J_p(t)$ dépend du temps au contraire de l'indice de performance J de l'algorithme Recatti (ROAC) qui est constant au cours de temps, il est défini par

$$J_p(t) = \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \quad (3.56)$$

Où $\{Z(t)\}$ et $\{u(t)\}$ sont définies dans les équations (3.13) et (3.4 f), respectivement. L'indice de performance $J_p(t)$ est minimisé à chaque instant « t » de l'intervalle de l'excitation sismique $[t_0, t_f]$. Rappelons que la force de contrôle optimal $\{u(t)\}$ satisfait l'équation d'état.

En passant par certaines transformations

$$J_p(t) = \left\{ [T] \left(\{ \Lambda(t - \Delta t) \} + \{ \Gamma(t) \} \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \right) \right\}^T [Q] \times \left\{ [T] \left(\{ \Lambda(t - \Delta t) \} + \{ \Gamma(t) \} \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \right) \right\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \quad (3.57)$$

ce qui donne :

$$J_p(t) = \left\{ \left(\{ \Lambda(t - \Delta t)^T \} + \{ \Gamma(t) \}^T \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \right) [T]^T [Q] [T] \times \left\{ \left(\{ \Lambda(t - \Delta t) \} \{ \Gamma(t) \} \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \right) \right\} + \{ u(t) \}^T [R] \{ u(t) \} \right\} \quad (3.58)$$

La fonction de Lagrange est définie par :

$$LF = \{ Z(t) \}^T [Q] \{ Z(t) \} + \{ U(t) \}^T [R] \{ U(t) \} + \{ \lambda(t) \}^T \left(\{ Z(t) \} - [T] \{ \Lambda(t - \Delta t) \} - ([B_u] \{ u(t) \} + [B_r] \ddot{x}_g(t)) \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \right) \quad (3.59)$$

Les conditions d'optimalité, s'écrivent

$$\begin{cases} \frac{\partial LF}{\partial \{ Z(t) \}} = \{ 0 \} \Rightarrow 2 \{ Q \} \{ Z(t) \} + \{ \lambda(t) \} = \{ 0 \} \\ \frac{\partial LF}{\partial \{ u(t) \}} = \{ 0 \} \Rightarrow 2 \{ R \} \{ u(t) \} + [B_u]^T \{ \lambda(t) \} \left(\frac{\Delta t}{2} \right) = \{ 0 \} \\ \frac{\partial LF}{\partial \{ \lambda(t) \}} = \{ 0 \} \Rightarrow \{ Z(t) \} - [T] \{ \Lambda(t - \Delta t) \} - ([B_u] \{ u(t) \} + [B_r] \ddot{x}_g(t)) \{ \Gamma(t) \} \left(\frac{\Delta t}{2} \right) = \{ 0 \} \end{cases} \quad (3.60)$$

ce qui donne la force de contrôle

$$\{ u(t) \} = -[G] \{ Z(t) \} \quad (3.61)$$

avec

$$[G] = \left(\frac{\Delta t}{2} \right) [R]^{-1} [B_u]^T [Q] \quad (3.62)$$

D'où nous tirons

$$\{ u(t) \} = - \left(\frac{\Delta t}{2} \right) [R]^{-1} [B_u]^T [Q] \{ Z(t) \} \quad (3.63)$$

L'équation (3.63) montre que la force de contrôle actif est proportionnelle à Δt , ce qui rend la matrice de gain $[G]$ très sensible à l'intervalle de temps utilisé dans le calcul de la réponse.

Pour une structure soumise à une certaine force sismique, utilisant des intervalles de temps différents peut conduire à des forces de contrôle et des réponses structurelles variées. Ce type de résultat non uniforme est évidemment irrationnel, un inconvénient de l'algorithme IOAC.

Le deuxième inconvénient est lié au rapport Q/R. En effet, en se basant sur la définition de l'indice de performance de IOAC (et aussi de Riccati), la valeur minimale de la courbe de variation de l'indice de performance en fonction du rapport Q/R est toujours nulle, ce qui correspond au cas sans contrôle actif, ce qui est contraire à l'objectif de contrôle.

3.9.2 Algorithme de contrôle actif optimal généralisé

Dans le but d'éviter les inconvénients des algorithmes de Riccati (ROAC) et instantané (IOAC), les chercheurs ont développés une technique appelée l'algorithme de contrôle actif optimal généralisé (GOAC) pour déterminer la résistance des structures aux excitations sismiques. Cette section présente les détails de l'algorithme généralisé GOAC [2].

a/ Indice de performance généralisé de l'algorithme GOAC

Afin d'obtenir une solution optimale pour le vecteur d'état $\{Z(t)\}$ et le vecteur de la force de contrôle $\{u(t)\}$, un indice de performance est défini et minimisé. D'après la définition de l'indice de performance quadratique standard J, l'équation (3.40), il est bien évident que le contrôle optimale standard est basé sur le problème d'optimisation d'extrémité fixe de l'intégrant J.

Cependant, cette optimisation peut ne pas être le cas physique dans le domaine du temps discret pour les contrôleurs numériques. Si on divise l'intervalle $[t_0, t_f]$ en « n » segments, l'indice de performance J dans l'équation sera intégré étape par étape dans le domaine temporel discret. Dans ce cas l'équation (3.40) s'écrit.

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} (\{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\}) dt \quad (3.64)$$

avec conditions initiales:

$$\begin{cases} \{Z(t_0)\} = \{Z(t_f)\} = \{0\} \\ \{U(t_0)\} = \{U(t_f)\} = \{0\} \end{cases} \quad (3.65)$$

À chaque étape « i », la valeur initiale du vecteur d'état, $\{Z(t_{i-1})\}$, est défini par l'étape précédente, mais leur valeur finale, $\{Z(t_i)\}$, est inconnue. Pour chaque intervalle de temps $[t_{i-1}, t_i]$ tel que $(i = 1, 2, \dots, n)$, au moins une des deux valeurs limites est indéfinie. L'équation (3.64) montre que la minimisation de J est liée au problème extrémité libre (free-end) tel qu'il est représenté dans la figure (3.11).

D'après cette figure on remarque que, le problème de minimisation de J est lié à l'extrémité libre (free-end), il y a plusieurs ensembles de fonctions à comparer où correspondent différentes valeurs extrémité (end-point).

En utilisant les équations d'Euler, on peut déterminer des séries, chacune se réfère à l'optimum d'une seule extrémité au temps $t = t_i$.

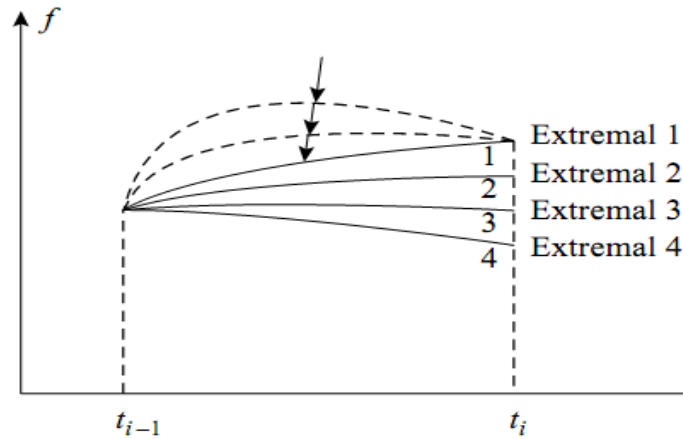


Fig 3.11 Solution des problèmes de variation à deux extrémités une fixe et l'autre mobile.

Afin de trouver la fonction optimale entre ces extrémals, les conditions de transversalité à $t = t_f$ doivent être employées. En introduisant le vecteur $\{Z(t_i)\}$, qui est inconnu et doit être minimisé, dans l'équation de l'indice de performance il faut ajouter une fonction de $\{Z(t_i)\}$. On aura, en se basant sur l'intervalle de temps $[t_{i-1}, t_i]$.

$$\begin{aligned}
 J_i &= g(Z\{t_t\}) + \frac{1}{2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} (\{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\}) dt \\
 &= g(Z\{t_i\}) + \frac{1}{2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \bar{f}(t) dt
 \end{aligned} \tag{3.66}$$

Où $g(\{Z(t_i)\})$ désigne la fonction qui optimise les conditions limites à chaque extrémité t_i ; elle peut être choisie sous la forme :

$$g(\{Z(t_i)\}) = \frac{1}{2} \{Z(t_i)\}^T [S] \{Z(t_i)\} \quad (3.67)$$

$[Q]$ et $[S]$ sont des matrices carrées semi définie positive, de dimensions $2n \times 2n$, et $[R]$ est une matrice carrée définie positive, de dimension $(r \times r)$.

$$\bar{f}(t) = \{Z(t)\}^T [S] \{Q(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \quad (3.68)$$

Ainsi, la résolution de ce problème exige que la minimisation de l'indice de performance généralisé qui donne la force de contrôle, doit vérifier en même temps les équations d'Euler et les conditions de transversalité à l'extrémité t_i .

b/ Détermination de la matrice de gain du feedback et de la force de contrôle

En construisant un vecteur de multiplicateurs $\{\lambda(t)\}$, vecteur de l'ordre $(2n \times 1)$, et en tenant compte de l'excitation sismique, une fonction augmentée est formée comme suit :

$$\begin{aligned} F(t) &= \bar{f}(t) + \{\lambda(t)\}^T \{f(t)\} \\ &= \{Z(t)\}^T [Q] \{Z(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} + \{\lambda(t)\}^T ([A] \{Z(t)\} + [B_u] \{u(t)\} + [B_r] \ddot{x}_g(t) - \{\dot{Z}(t)\}) \end{aligned} \quad (3.69)$$

La fonction f est exprimée en fonction de la variable d'état :

$$f(t) = [A] \{Z(t)\} + [B_u] \{u(t)\} + [B_r] \ddot{x}_g(t) - \{\dot{Z}(t)\} \quad (3.70)$$

Les équations d'Euler, s'écrivent

$$\begin{cases} \frac{\partial F(t)}{\partial \{Z(t)\}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F(t)}{\partial \{\dot{Z}(t)\}} \right) = \{0\} \\ \frac{\partial F(t)}{\partial \{u(t)\}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F(t)}{\partial \{\dot{u}(t)\}} \right) = \{0\} \end{cases} \quad (3.71)$$

En substituant l'équation (3.69) et (3.71), et après calcul, on aura :

$$\begin{cases} [Q]\{Z(t)\} + [A]^T\{\lambda(t)\} + \{\dot{\lambda}(t)\} = \{0\} \\ [R]\{u(t)\} + [B_u]^T\{\lambda(t)\} = \{0\} \end{cases} \quad (3.72)$$

Les conditions aux limites du système, définies par l'équation d'état, sont

$$\{\Omega\} = \begin{Bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (t_{i-1} - t_0) - \sum_{k=1}^{i-1} \Delta t_k \\ \{Z(t_{i-1})\} - \{Z_{i-1}\} \\ (t_i - t_a - \sum_{k=1}^i \Delta t_k) \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (3.73)$$

On a $\sum_{k=1}^n \Delta t_k = t_f - t_0$ où Δt_k ($k=1,2,\dots, n$) est l'incrément de temps pour le $k^{\text{ième}}$ segment de l'intervalle $[t_0, t_f]$. Les segments de temps peuvent avoir différentes valeurs d'incrément de temps.

En introduisant un multiplicateur $\{\mu\}$, telle que $\{\mu\}^T = [\mu_1, \{\mu_2\}^T, \mu_3]$ et en formant une fonction augmentée.

$$G = g(\{Z(t_i)\}) + \{\mu\}^T \{\Omega\} \quad (3.74)$$

La condition de transversalité s'écrit

$$dG - \left[\left\{ \frac{\partial F(t)}{\partial \{Z(t)\}} \right\}^T \{ \dot{Z}(t) \} - F(t) \right] dt \Big|_{t_{i-1}}^{t_1} + \left\{ \frac{\partial F(t)}{\partial \{ \dot{Z}(t) \}} \right\}^T d\{Z(t)\} \Big|_{t_{i-1}}^{t_1} = 0 \quad (3.75)$$

La fonction G est exprimée en fonction de t_{i-1} , t_i , $\{Z(t_i)\}$ et $\{Z(t_{i-1})\}$. Après le développement de calcul de (3.75), on aura avec

$$dG = \frac{\partial G}{\partial t_{i-1}} dt_{i-1} + \frac{\partial G}{\partial t_i} dt_i + \frac{\partial G}{\partial \{Z(t_{i-1})\}} d\{Z(t_{i-1})\} + \frac{\partial G}{\partial \{Z(t_i)\}} d\{Z(t_i)\} \quad (3.76)$$

Après des calculs et des simplifications on aura

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial t_{i-1}} + \left\{ \frac{\partial F(t)}{\partial \{Z(t)\}} \right\}^T \{Z(t)\} \cdot F(t) \Big|_{t=t_{i-1}} = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial t_1} + \left\{ \frac{\partial F(t)}{\partial \{Z(t)\}} \right\}^T \{\dot{Z}(t)\} + F(t) \Big|_{t=t_1} = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial t_{i-1}} + \left\{ \frac{\partial F(t)}{\partial \{Z(t)\}} \right\}^T \{Z(t)\} \cdot \left\{ \frac{\partial F(t)}{\partial \{Z(t)\}} \right\} \Big|_{t=t_{i-1}} = \{0\} \\ \frac{\partial G}{\partial \{Z(t_1)\}} + \left\{ \frac{\partial F(t)}{\partial \{Z(t)\}} \right\} \Big|_{t=t_1} = \{0\} \end{cases} \quad (3.77)$$

En remplaçant les équations (3.70) et (3.76) dans (3.77), on obtient

$$\begin{aligned} G = & \frac{1}{2} \{Z(t_i)\}^T [S] \{Z(t_i)\} + \mu_1 [(t_{i-1} - t_0) - \sum_{k=1}^{i-1} \Delta t_k] + \{\mu_2\}^T [\{Z(t_{i-1})\} - \{Z_{i-1}\}] + \\ & \mu_3 [(t_i - t_0) - \sum_{k=1}^i \Delta t_k] \end{aligned} \quad (3.78)$$

D'où nous tirons

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial t_{i-1}} = \mu_1 \\ \frac{\partial G}{\partial t_1} = \mu_3 \\ \frac{\partial G}{\partial \{Z(t_{i-1})\}} = \{\mu_2\} \\ \frac{\partial G}{\partial \{Z(t_1)\}} = [S] \{Z(t_i)\} \end{cases} \quad (3.79)$$

De l'équation (3.69), on obtient

$$\frac{\partial F(t)}{\partial \{\dot{Z}(t)\}} = \frac{\partial (-\{\lambda(t)\}^T \{\dot{Z}(t)\})}{\partial \{\dot{Z}(t)\}} = -\{\lambda(t)\} \quad (3.80)$$

En substituant l'équation (3.80) et la 4^{ième} équation de (3.79) dans la 4^{ième} équation de (3.77), on obtient

$$[S] \{Z(t_i)\} - \{\lambda(t_t)\} = \{0\} \quad (3.81)$$

Représentant la condition de transversalité du problème de minimisation à extrémité libre. Cette condition peut être généralisée par

$$\{\lambda(t)\} = [S] \{Z(t)\} \quad (3.82)$$

La force de contrôle dans ce cas est définie par l'équation

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T\{\lambda(t)\} \quad (3.83)$$

En substituant l'équation (3.82) dans l'équation (3.83), on obtient

$$\{u(t)\} = -[R]^{-1}[B_u]^T[S]\{Z(t)\} = -[G]\{Z(t)\} \quad (3.84)$$

Où G est la matrice de gain de feedback, définie par

$$[G] = [R]^{-1}[B_u]^T[S] \quad (3.85)$$

La matrice $[G]$, est invariante par rapport à « t » et valable à chaque extrémité t_i . Puisque cette matrice n'est pas en fonction de t_i et Δt_i , alors Δt_i peut être modifié arbitrairement en accord avec la gamme de précision au cours du processus de calcul. Ce changement n'affectera pas l'efficacité du contrôle.

Si on remplace la matrice $[S]$ dans l'équation (3.85) par la matrice $[P]$ on obtient la même matrice de gain de l'algorithme de Riccati (ROAC) définie par l'équation (3.55). Donc l'algorithme de Riccati (ROAC) est un cas particulier de l'algorithme généralisé (GOAC).

Après l'obtention de la matrice de gain de feedback $[G]$, l'équation d'état peut être résolue en utilisant l'organigramme représenté dans la figure (3.12).

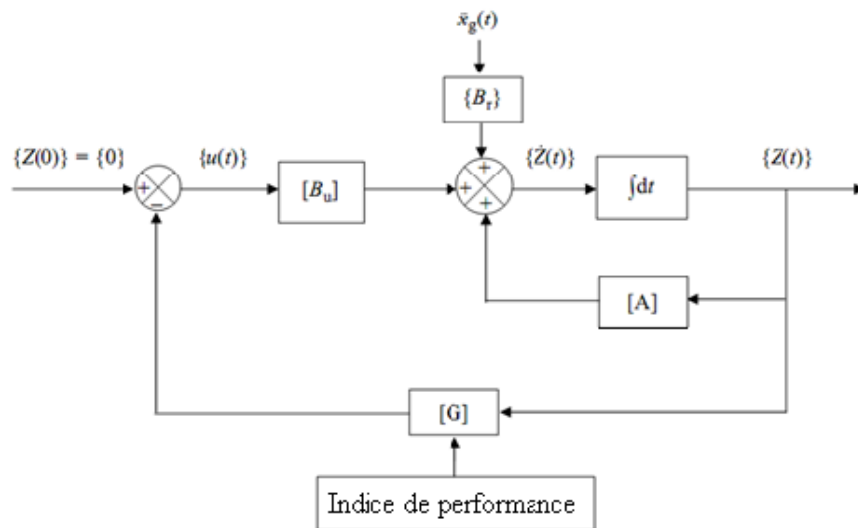


Fig 3.12 Organigramme de la résolution de l'équation d'état avec le contrôle actif [3].

3.10 CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté la théorie de contrôle actif en passant par plusieurs points. D'abord, nous nous sommes intéressés à la présentation de l'équation de mouvement d'une structure contrôlée par des tendons actifs et par des amortisseurs à masse active.

Ensuite, nous nous sommes intéressés à la présentation de ces équations dans l'espace de variables d'état.

De plus, nous avons étudié le contrôle optimal en choisissant la méthode de régulateur quadratique linéaire (LQR) qui nous a permis ensuite de présenter notre algorithme de contrôle celui de Riccati. Les inconvénients de ce dernier nous a poussé à modifier son développement pour introduire l'algorithme instantané IOAC qui reste plus ou moins acceptable, sauf que ce dernier est sensible au choix du pas de temps Δt .

Enfin nous avons présenté l'algorithme de contrôle optimal généralisé (GOAC) dans le but de rattraper les inconvénients des deux algorithmes cités précédemment. L'algorithme GOAC nous permet de contrôler la structure soumise à une excitation par le calcul du gain de contrôle conduisant à la détermination du déplacement structural puis la force nécessaire fournie par le dispositif de control pour l'équilibre de la structure.

Chapitre 4 Simulation Numérique

4.1 INTRODUCTION

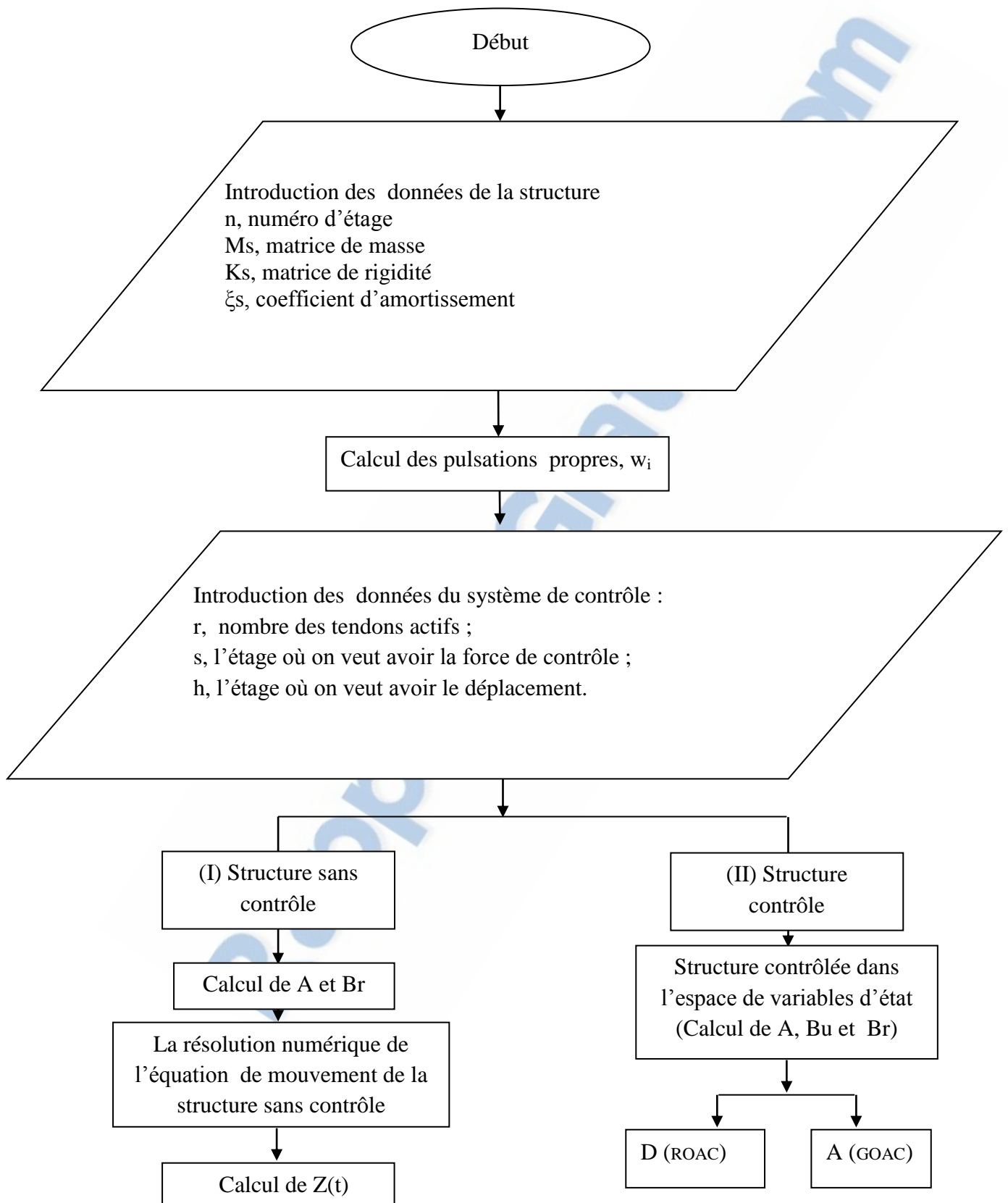
Après le développement théorique présenté dans les chapitres précédents, un programme numérique a été établi pour calculer la réponse dynamique ainsi que la force de contrôle d'une structure à poteaux-poutres et à contrôle actif soumise à des excitations sismiques.

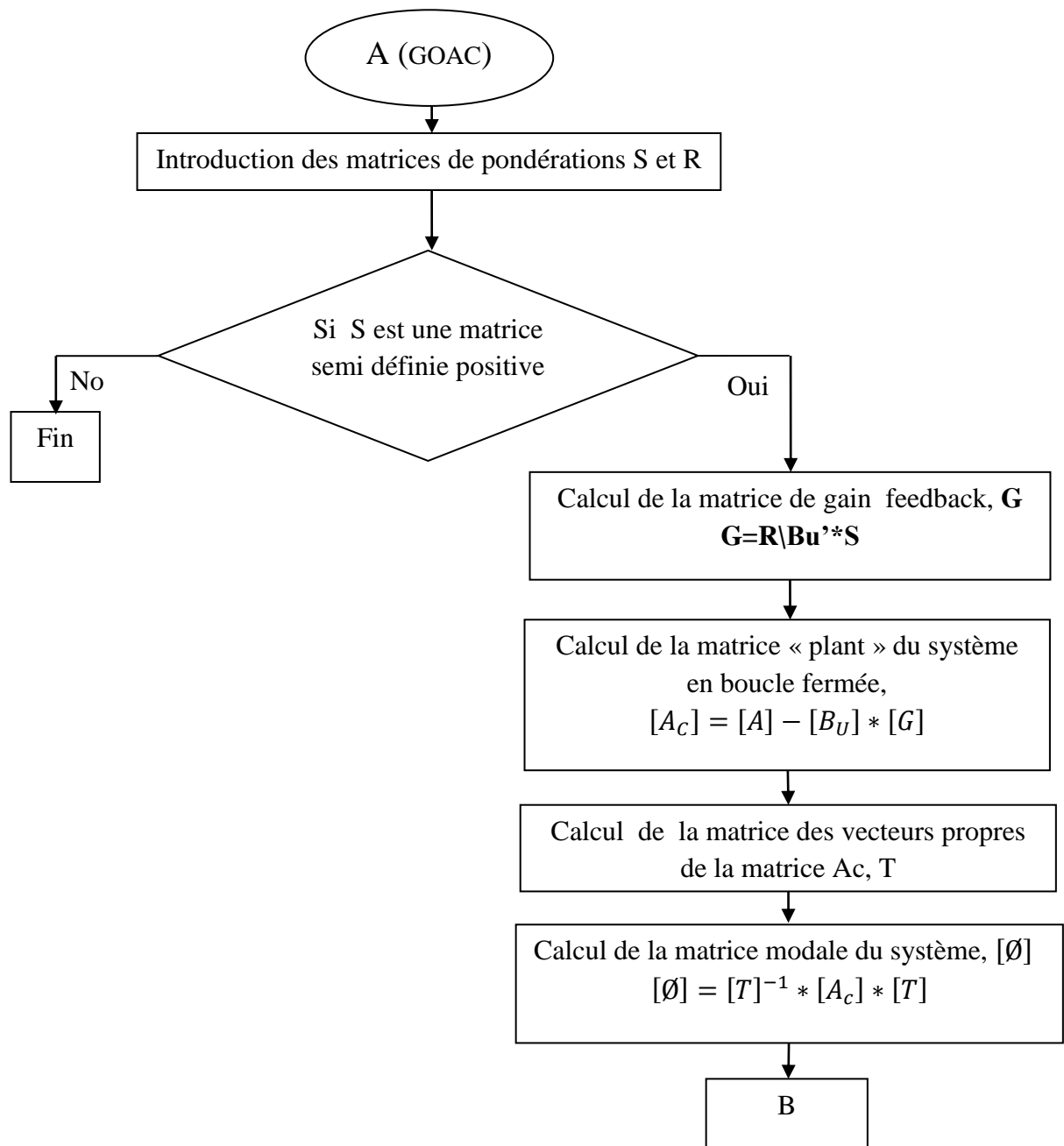
Le programme réalisé sous MATLAB prend en considération les deux algorithmes de calcul ROAC et GOAC.

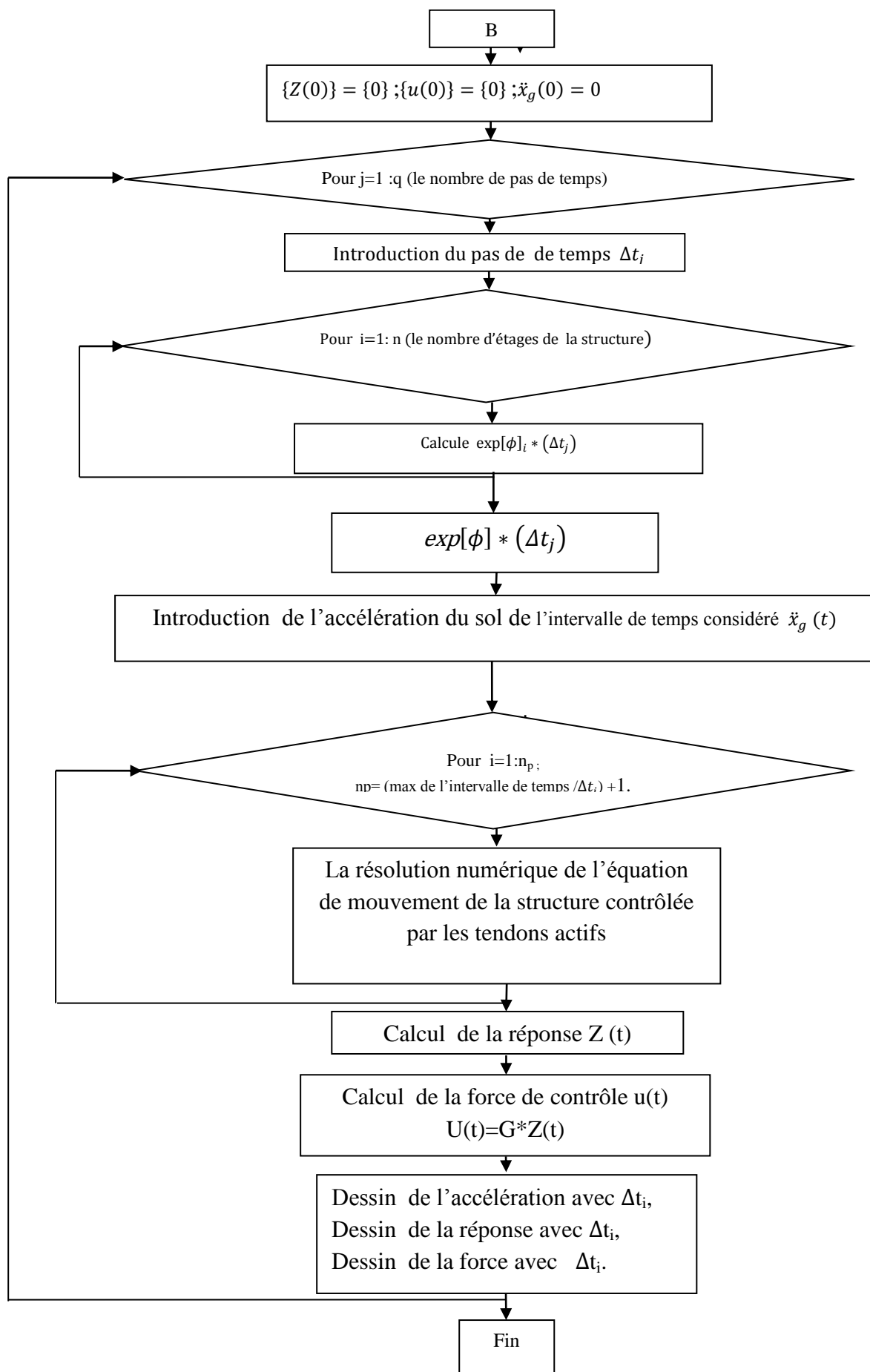
Le programme une fois développé est d'abord validé par des exemples simples trouvés dans la littérature puis une étude paramétrique a été faite sur l'effet de certains paramètres importants sur la réponse sismique et la force de contrôle; entre autres le problème du choix de la position du tendon, du choix de la matrice S, Q et celui de la matrice R.

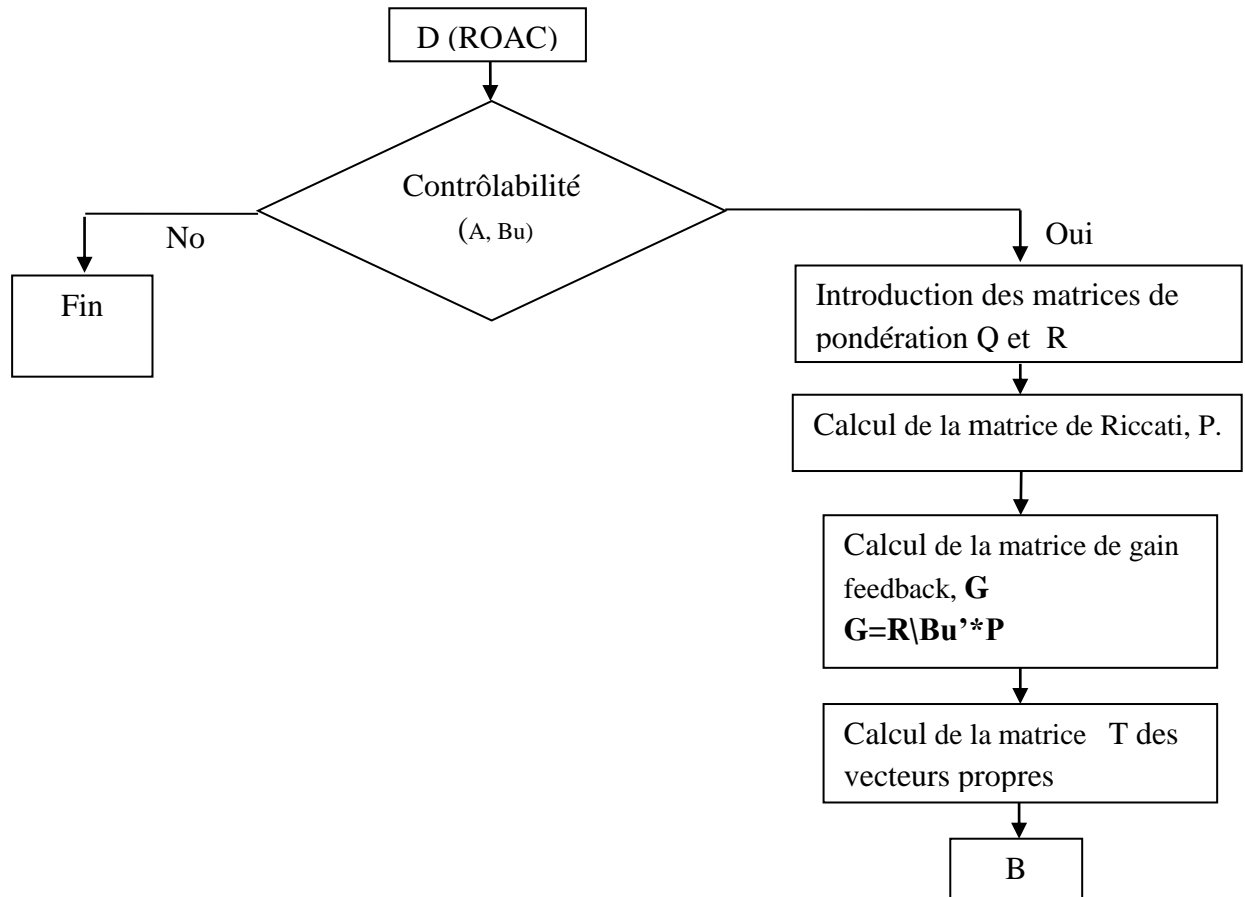
4.2 ORGANIGRAMME

La première étape d'un programme est l'établissement d'un organigramme, ce dernier offre une explication sur le mode de fonctionnement du programme qui est réalisé de telle manière à prendre en considération les deux algorithmes de contrôle ROAC et GOAC.









4.3 VALIDATION DU PROGRAMME

Dans cette première étape, on va traiter des exemples simples trouvés dans la littérature par le programme élaboré, et ceci pour les deux algorithmes considérés.

4.3.1 Algorithme ROAC

Afin de valider le programme utilisant l'algorithme ROAC pour le calcul de la réponse de la structure et de la force de contrôle, un exemple simple d'une structure poteaux-poutres à 02 étages a été choisi.

La simplicité de l'exemple est considérée du fait qu'il a été traité manuellement en détail (pas à pas).

Les données de la structure et celles du système de contrôle sont présentées respectivement dans les tableaux (4.1) et (4.2) tandis que la figure (4.1) montre la structure avec la présence d'un tendon par étage ainsi que le diagramme des forces. La variation de l'excitation du sol en fonction du temps est donnée en figure (4.2).

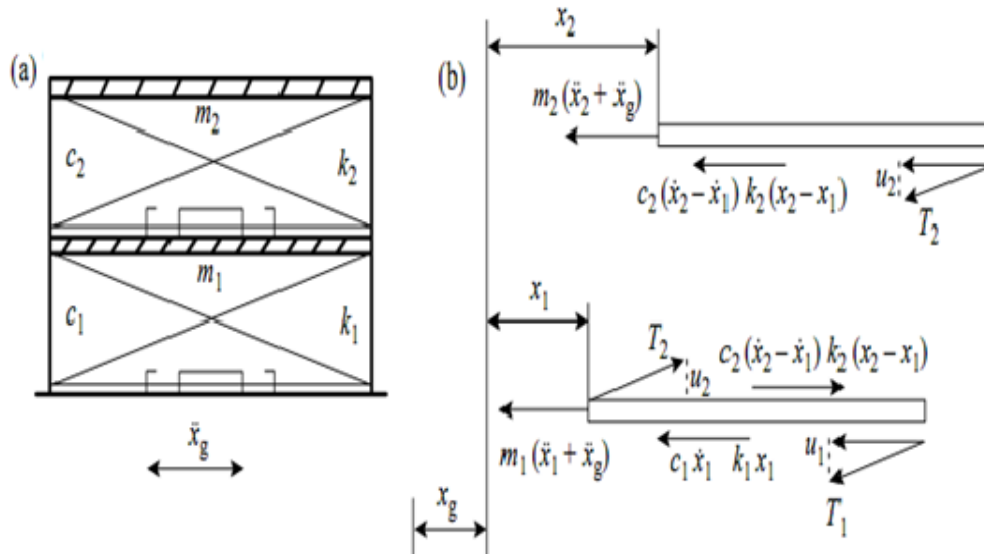


Fig 4.1 Structure à deux étages contrôlée par deux tendons actifs
a) Modèle b) Diagramme de force.

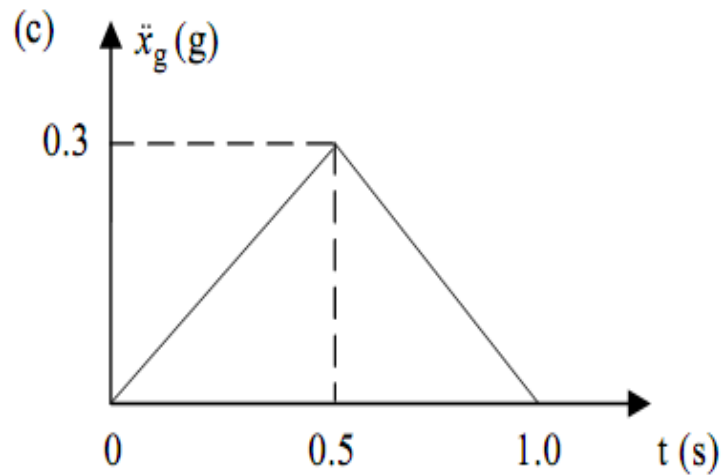


Fig 4.2 Diagramme de l'excitation.

Tableau 4.1 Données de la structure à deux étages [4].

Le nombre d'étage	2	
La masse (k-s ² /in) de l'étage	0.136	0.066
La rigidité (k/in) de l'étage	30.70	44.30
Les coefficients d'amortissement	0.01	0.01
Le pas de temps (s) (Δt)	0.01	
L'excitation sismique	$\ddot{x}_g(t)$ (voir la figure)	

Tableau 4.2 Données du système de contrôle d'une structure à deux étages [4].

Le nombre de tendons actifs	2
L'étage où on veut visualiser la force de contrôle	2
L'étage où on veut visualiser le déplacement du plancher	2
La matrice R	$\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$
La matrice Q	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Les tableaux suivants (4.3), (4.4) et (4.5) présentent la comparaison des résultats obtenus par le programme et ceux calculés manuellement.

Tableau 4.3 Comparaison des résultats d'une structure à deux étages contrôlée, obtenus à partir du programme avec ceux calculés manuellement [4].

	Calcul manuel		Programme	
Les pulsations propres w (rad/s)	11.829	32.905	11.8295	32.9051
$[\gamma]$	$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	
$[\delta]$	$\begin{bmatrix} -0.136 \\ -0.066 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -0.1360 \\ -0.0660 \end{bmatrix}$	
$[A]$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -551.475 & 325.738 & -0.421 & 0.146 \\ 671.234 & -671.234 & 0.300 & -0.474 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -551.4706 & 325.7353 & -0.4206 & 0.1456 \\ 671.2121 & -671.2121 & 0.3001 & -0.4741 \end{bmatrix}$	
$[Bu]$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -7.353 & 7.353 \\ 0 & -15.152 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -7.3529 & 7.3529 \\ 0 & -15.1515 \end{bmatrix}$	
$\{Br\}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$	
$[P]$ (matrice symétrique)	$\begin{bmatrix} 5.068 & -2.176 & 1.368 \times 10^{-2} & 1.168 \times 10^{-2} \\ & 3.962 & -1.078 \times 10^{-2} & -4.958 \times 10^{-3} \\ & & 1.304 \times 10^{-2} & 4.241 \times 10^{-3} \\ & & & 8.271 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 5.0680 & -2.1764 & 0.0137 & 0.0117 \\ -2.1764 & 3.9615 & -0.0108 & -0.0050 \\ & & 0.0130 & 0.0042 \\ & & & 0.0083 \end{bmatrix}$	
$[G]$	$\begin{bmatrix} -10.06 & 7.93 & -9.59 & -3.12 \\ -7.64 & -0.42 & 3.16 & -9.41 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -10.0562 & 7.9299 & -9.5868 & -3.1187 \\ -7.6406 & -0.4170 & 3.1603 & -9.4139 \end{bmatrix}$	

Les conditions initiales à $t=0s$:

$$\ddot{x}_g(0) = 0, \{u(0)\} = \{0\} \text{ et } \{Z(0)\} = \{0\}.$$

Tableau 4.4 Comparaison des résultats pour $t_1=0.01s$.

	Calcul manuel	Programme
$\{\Lambda(t_1 - \Delta t)\}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$
$\{\Gamma(t_1)\}$	$\begin{Bmatrix} -2.662 \\ 2.649 \times 10^{-2} \\ 0.344 \\ -3.383 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -2.6625 \\ 2.66e-002 \\ 0.3441 \\ -3.44e-003 \end{Bmatrix}$
$\{\Psi(t_1)\}$	$\begin{Bmatrix} -1.331 \times 10^{-2} \\ 1.325 \times 10^{-4} \\ 1.720 \times 10^{-3} \\ -1.692 \times 10^{-5} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.33e-002 \\ 1.33e-004 \\ 1.72e-003 \\ -1.72e-005 \end{Bmatrix}$
$\{Z(t_1)\}$	$\begin{Bmatrix} -4.404 \times 10^{-9} \\ -5.188 \times 10^{-9} \\ -1.159 \times 10^{-2} \\ -1.159 \times 10^{-2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 3.18e-022 \\ -1.16e-002 \\ -1.16e-002 \end{Bmatrix}$
$\{u(t_1)\}$ (kips)	$\begin{Bmatrix} -0.1473 \\ -0.0724 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -0.1473 \\ -0.0725 \end{Bmatrix}$

Tableau 4.5 Comparaison des résultats pour $t_2=0.02s$.

	Calcul manuel	Programme
$\{\Lambda(t_2 - \Delta t)\}$	$\begin{Bmatrix} -2.637 \times 10^{-2} \\ 3.401 \times 10^{-3} \\ 3.233 \times 10^{-3} \\ -1.140 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -2.63e-002 \\ 3.40e-003 \\ 3.23e-003 \\ -1.14e-003 \end{Bmatrix}$
$\{\Gamma(t_2)\}$	$\begin{Bmatrix} -4.454 \\ 0.044 \\ 0.915 \\ -0.009 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -4.4541 \\ 0.0445 \\ 0.9156 \\ -0.0092 \end{Bmatrix}$
$\{\Psi(t_2)\}$	$\begin{Bmatrix} -4.864 \times 10^{-2} \\ 0.362 \times 10^{-2} \\ 0.781 \times 10^{-2} \\ -0.118 \times 10^{-2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -4.86e-002 \\ 0.362e-002 \\ 0.781e-002 \\ -0.119e-002 \end{Bmatrix}$
$\{Z(t_2)\}$	$\begin{Bmatrix} -2.230 \times 10^{-4} \\ -2.232 \times 10^{-4} \\ -4.329 \times 10^{-2} \\ -4.080 \times 10^{-2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -2.30e-004 \\ -2.31e-004 \\ -4.33e-002 \\ -4.08e-002 \end{Bmatrix}$
$\{u(t_2)\}$ (kips)	$\begin{Bmatrix} -0.543 \\ -0.249 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -0.5423 \\ -0.2491 \end{Bmatrix}$

Pour ne pas alourdir les calculs, l'exemple a été arrêté, manuellement, à deux points. On remarque clairement la concordance des résultats. Ceci dit, on a profité de la présence de ces données pour continuer le calcul des réponses et de la force de contrôle numériquement jusqu'à une valeur de temps de 1.0s.

Les résultats de la structure étudiée avec le pas 0.01 s sont présentés sur le tableau (4.6) et la figure (4.3)

Tableau 4.6 Résultats pour $\Delta t = 0.01s$.

Les résultats du programme		
Δt_i	Z (t)	U (t)(kips)
0	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$
0.01	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 3.18e-022 \\ -1.16e-002 \\ -1.16e-002 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -0.1473 \\ -0.0725 \end{Bmatrix}$
0.02	$\begin{Bmatrix} -2.30e-004 \\ -2.31e-004 \\ -4.33e-002 \\ -4.08e-002 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -0.5423 \\ -0.2491 \end{Bmatrix}$
0.03	$\begin{Bmatrix} -8.59e-004 \\ -8.14e-004 \\ -8.61e-002 \\ -7.43e-002 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.0591 \\ -0.4343 \end{Bmatrix}$
0.04	$\begin{Bmatrix} -1.94e-003 \\ -1.71e-003 \\ -1.29e-001 \\ -1.04e-001 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.5709 \\ -0.5883 \end{Bmatrix}$
0.05	$\begin{Bmatrix} -3.43e-003 \\ -2.89e-003 \\ -1.67e-001 \\ -1.33e-001 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -2.0235 \\ -0.7556 \end{Bmatrix}$
0.06	$\begin{Bmatrix} -5.24e-003 \\ -4.37e-003 \\ -1.98e-001 \\ -1.63e-001 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -2.4279 \\ -0.9515 \end{Bmatrix}$
0.07	$\begin{Bmatrix} -7.35e-003 \\ -6.14e-003 \\ -2.29e-001 \\ -1.91e-001 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -2.8198 \\ -1.1318 \end{Bmatrix}$
0.08	$\begin{Bmatrix} -9.78e-003 \\ -8.16e-003 \\ -2.62e-001 \\ -2.16e-001 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -3.2155 \\ -1.2839 \end{Bmatrix}$
0.09	$\begin{Bmatrix} -1.25e-002 \\ -1.04e-002 \\ -2.93e-001 \\ -2.42e-001 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -3.6057 \\ -1.4507 \end{Bmatrix}$
0.10	$\begin{Bmatrix} -1.56e-002 \\ -1.30e-002 \\ -3.22e-001 \\ -2.70e-001 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -3.9815 \\ -1.6491 \end{Bmatrix}$

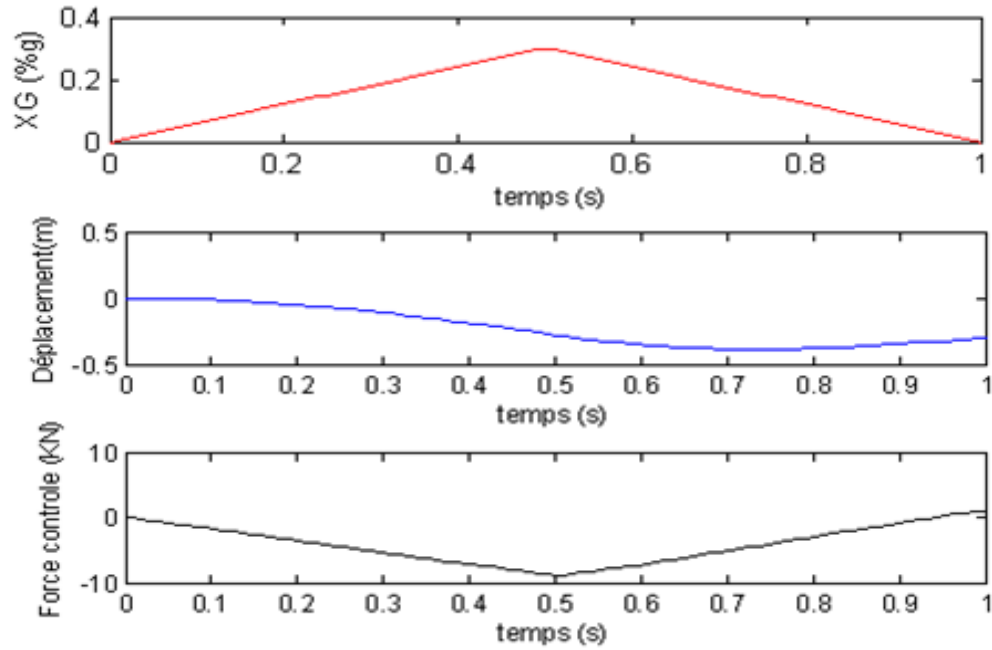


Fig 4.3 Diagramme de l'excitation, déplacement et force de contrôle du deuxième étage pour le pas de temps 0.01s.

4.3.2 Algorithme GOAC

Afin de valider l'algorithme GOAC, deux structures poteaux-poutres simples tirées de la référence [4], ont été traitées numériquement par notre programme.

a/ Premier exemple

La structure choisie (fig 4.4) est à un étage contrôlée par un tendon actif soumise à une excitation du sol de type sinusoïdale $\ddot{x}_g(t)=0.25g \sin [(20\pi/3) t]$. Les données de la structure et du système de contrôle sont présentées respectivement dans les tableaux (4.7) et (4.8).

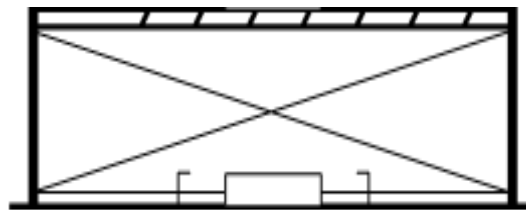


Fig 4.4 Structure contrôlée par un tendon actif.

Tableau 4.7 Données de la structure étudiée [4].

Le nombre d'étage	1
La masse (tons)	345.6
La rigidité (KN/m)	3.404×10^5
L'amortissement (KN-s/m)	734.3
Le coefficient d'amortissement	0.034
Le pas de temps (s)	0.01

Tableau 4.8 Données du système de contrôle d'une structure à un étage [4].

Le nombre des tendons actifs	1
L'étage où on veut placer le tendon	1
L'étage où on veut visualiser la force de contrôle	1
L'étage où on veut visualiser le déplacement du plancher	1
La matrice R	0.001
La matrice S	$\begin{bmatrix} 7000 & 0 \\ 0 & 7000 \end{bmatrix}$

Tableau 4.9 Comparaison des résultats, d'une structure à un étage contrôlée obtenus à partir du programme avec ceux calculés manuellement.

	Calcul manuel	Programme
[C]	[734.3]	[734.3]
[A]	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -984.954 & -2.125 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1.0000e + 000 \\ -9.8495e + 002 & -2.1341e + 000 \end{bmatrix}$
[Bu]	$[0 \quad -2.894 \times 10^{-3}]^T$	$[0 \quad -2.8935e - 003]^T$
{Br}	$[0 \quad -1]^T$	$[0 \quad -1]^T$
[G]	[0 20258]	[0 20255]

Tableau 4.10 Comparaison des résultats pour $t_1=0.01s$.

	Calcul manuel	Programme
$\{\Lambda(t_1 - \Delta t)\}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$
$\{\Gamma(t_1)\}$	$\begin{Bmatrix} -0.510 \\ 1.953 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -0.5099 \\ 1.9576 \end{Bmatrix}$
$\{\psi(t_1)\}$	$\begin{Bmatrix} -2.550 \times 10^{-3} \\ 9.765 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -0.0076 \\ 0.0338 \end{Bmatrix}$
$\{Z(t_1)\}$	$\begin{Bmatrix} -3.761 \times 10^{-5} \\ -7.601 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -3.76e - 005 \\ -7.60e - 003 \end{Bmatrix}$
$\{u(t_1)\}$	51.658	51.6392

Tableau 4.11 Comparaison des résultats pour $t_2=0.02s$.

	Calcul manuel	Programme
$\{\Lambda(t_2 - \Delta t)\}$	$\begin{Bmatrix} -2.611 \times 10^{-3} \\ 1.467 \times 10^{-2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -2.61e - 003 \\ 1.47e - 002 \end{Bmatrix}$
$\{\Gamma(t_2)\}$	$\begin{Bmatrix} -0.998 \\ 3.822 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -0.9975 \\ 3.8297 \end{Bmatrix}$
$\{\psi(t_2)\}$	$\begin{Bmatrix} -7.601 \times 10^{-3} \\ 3.378 \times 10^{-2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -0.0076 \\ 0.0338 \end{Bmatrix}$
$\{Z(t_2)\}$	$\begin{Bmatrix} -3.761 \times 10^{-5} \\ -7.601 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -3.76e - 005 \\ -7.60e - 003 \end{Bmatrix}$
$\{u(t_2)\}$	153.98	153.8844

Tableau 4.12 Comparaison des résultats pour $t_3=0.03s$.

	Calcul manuel	Programme
$\{\Lambda(t_3 - \Delta t)\}$	$\begin{Bmatrix} -0.6172 \times 10^{-2} \\ 3.965 \times 10^{-2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -6.17e - 003 \\ 3.97e - 002 \end{Bmatrix}$
$\{\Gamma(t_3)\}$	$\begin{Bmatrix} -1.442 \\ 5.523 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.4415 \\ 5.5342 \end{Bmatrix}$
$\{\psi(t_3)\}$	$\begin{Bmatrix} -1.338 \times 10^{-2} \\ 6.727 \times 10^{-2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.34e - 002 \\ 6.74e - 002 \end{Bmatrix}$
$\{Z(t_3)\}$	$\begin{Bmatrix} -1.289 \times 10^{-4} \\ -1.338 \times 10^{-2} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.29e - 004 \\ -1.34e - 002 \end{Bmatrix}$
$\{u(t_3)\}$	271.05	270.9277

b/ Deuxième exemple

Dans cet exemple, une structure poteaux-poutres à six étages a été choisie. Elle est contrôlée par un seul tendon placé au premier étage et soumise à l'excitation du séisme d'Elcentro du 18 mai 1940 (Composante N-S) donnée en figure (4.4).

Les données de la structure et du système de contrôle sont présentées respectivement dans les tableaux (4.13) et (4.14). Le rapport S/R dans cet exemple est égale à la valeur 6.000.000 [4].

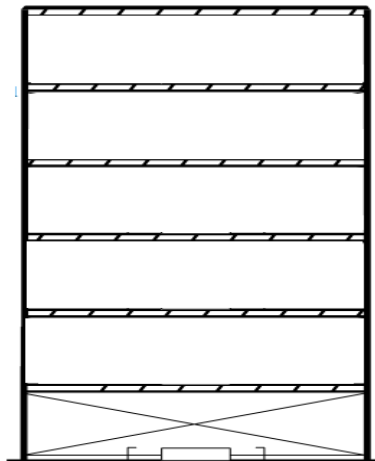


Fig 4.5 Structure à 6 étages contrôlée par un tendon actif.

Tableau 4.13 Données d'une structure à six étages [4].

Le nombre d'étage	6					
La Masse (t)	109.78	109.62	109.24	108.86	108.48	107.03
La rigidité (KN/m)	351284	225167	169665	124242	87872	59532
Les coefficients d'amortissement	0.02			0.02		
Le 1 ^{er} pas de temps (s)	0.0025					
Le 2 ^{ième} pas de temps (s)	0.01					

Tableau 4.14 Données du système de contrôle d'une structure à six étages [4].

Le nombre de tendons actifs	1
L'étage où on veut placer le tendon	1
L'étage où on veut visualiser la force de contrôle	1
L'étage où on veut visualiser le déplacement du plancher	6
La matrice R	1
La matrice S	$\begin{bmatrix} [0]_{6 \times 6} & [0]_{6 \times 6} \\ [6000000]_{6 \times 6} & [0]_{6 \times 6} \end{bmatrix}$

Les résultats obtenus par le programme et ceux de la référence [4] pour le calcul préliminaire sont résumés dans le tableau (4.15).

La figure (4.6) représente le séisme d'Elcentro, tandis que les variations des déplacements de la structure au sommet et la force de contrôle au premier étage en fonction du temps sont représentées respectivement sur les figures ((4.7); (4.8)) et ((4.9); (4.10)).

Tableau 4.15 Résultats obtenus à partir programme d'une structure à six étages.

Les pulsations propres w (rad/s) [programme]	9.7856	24.0475	37.4038	49.5662	63.4443	82.7751
Les pulsations propres w (rad/s) [4]	9.79	24.05	37.40	49.56	63.44	83.76
[A]	$\begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1} & [K] & -[M]^{-1} & [C] \end{bmatrix}_{12 \times 12}$					
[Bu]	[0 0 0 0 0 0 -0.0091 0 0 0 0 0] ^T					
{Br}	[0 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 -1] ^T					
[G]	1.0e+004 *[-5.4655 -5.4655 -5.4655 -5.4655 -5.4655 -5.4655 0 0 0 0 0 0]					

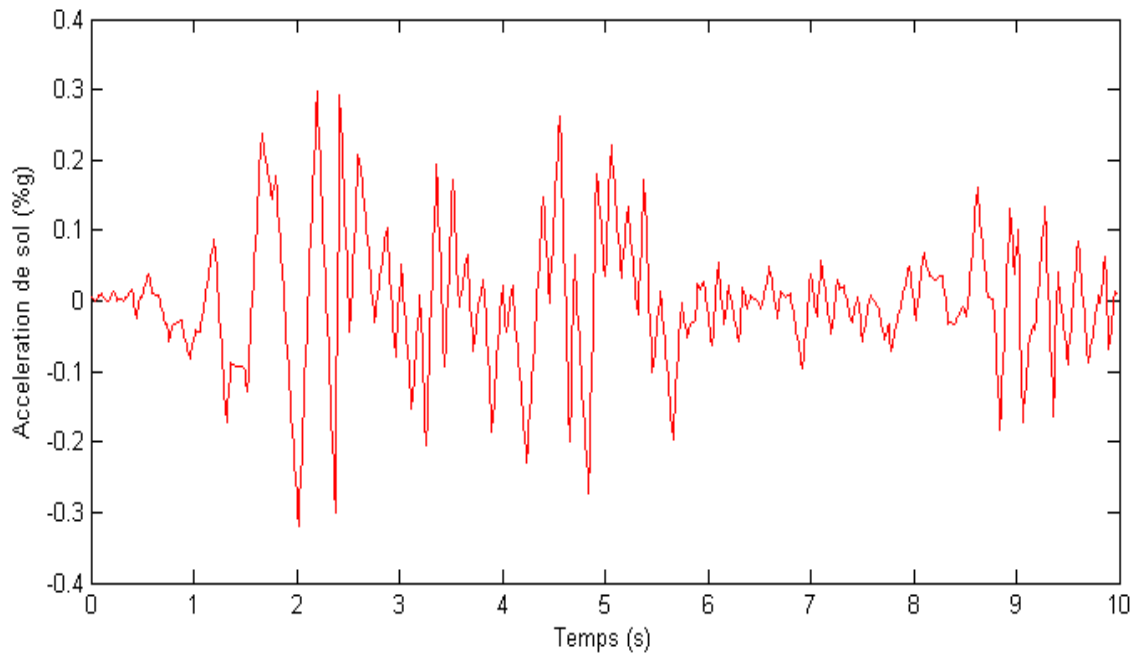


Fig 4.6 Séisme d'Elcentro, 18 Mai 1940, la composante N-S (programme).

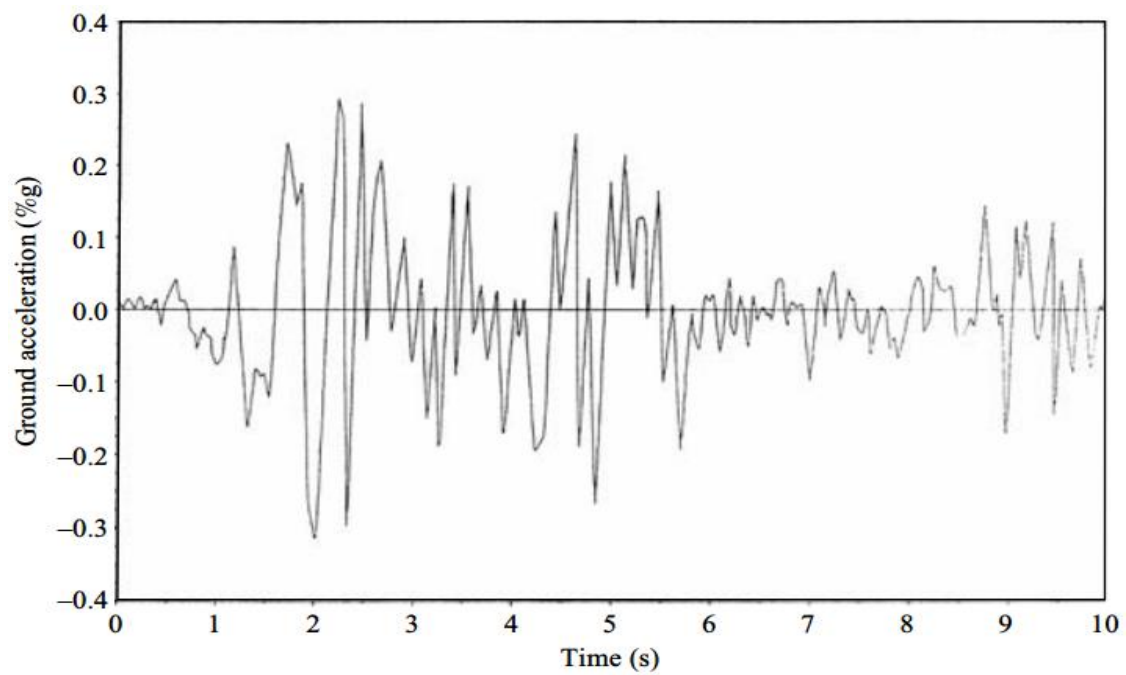


Fig 4.7 Séisme d'Elcentro, 18 Mai 1940, la composante N-S [4].

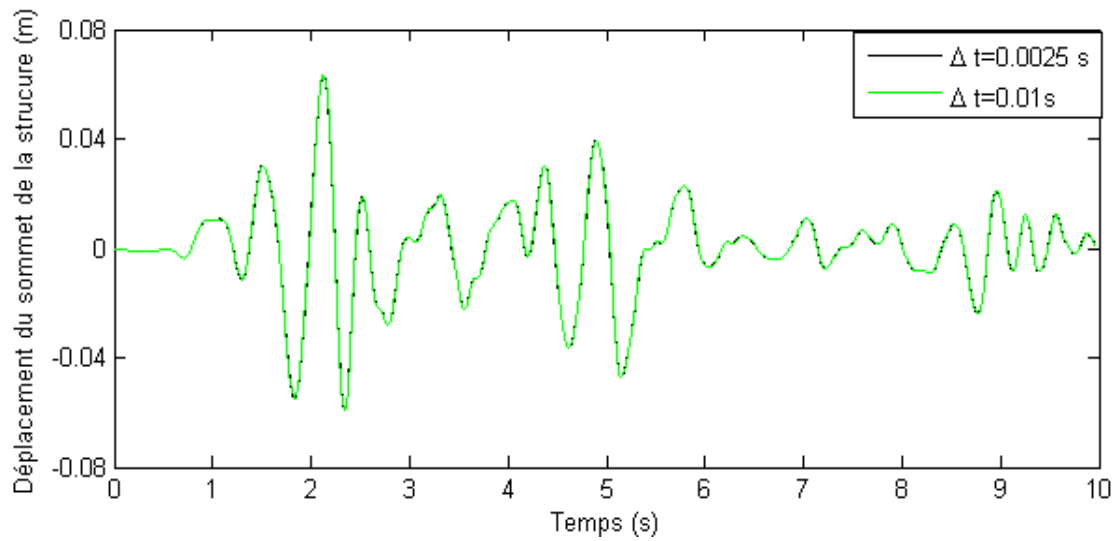


Fig 4.8 Variations du déplacement du 6^{ième} étage en fonction du temps (programme).

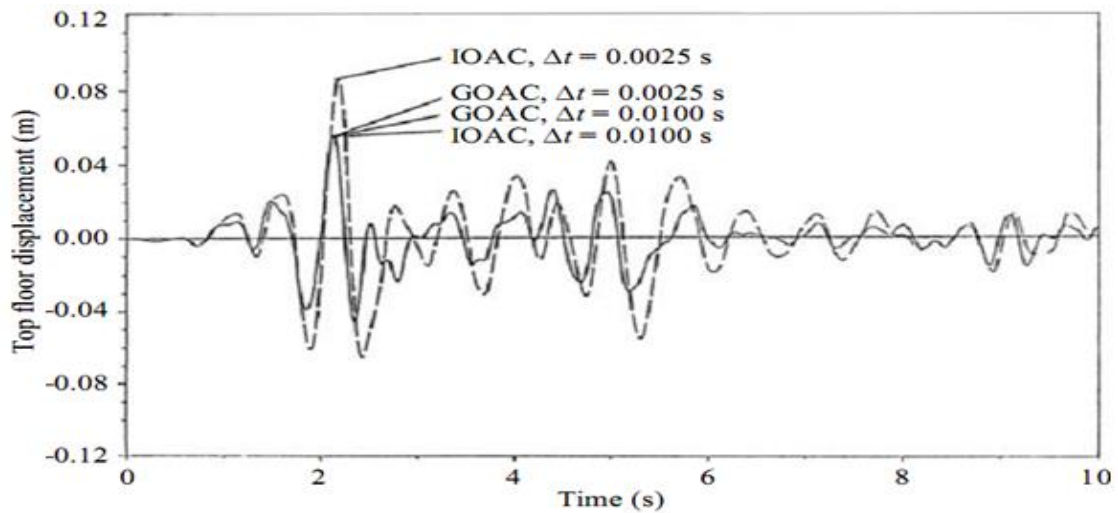


Fig 4.9 Variations du déplacement du 6^{ième} étage en fonction du temps [4].

D'après les résultats obtenus en figure (4.8), notre première remarque est que les valeurs pour $\Delta t = 0.01\text{s}$ sont complètement confondues avec celles de $\Delta t = 0.0025\text{s}$.

Dans le cas (GOAC) le choix de (Δt) n'influe pas sur la réponse dynamique de la structure.

Aussi, au vu des deux figures (4.8) et (4.9) pour l'algorithme GOAC, on remarque qu'il y a une grande concordance entre les déplacements obtenus par le programme et ceux de la référence [4].

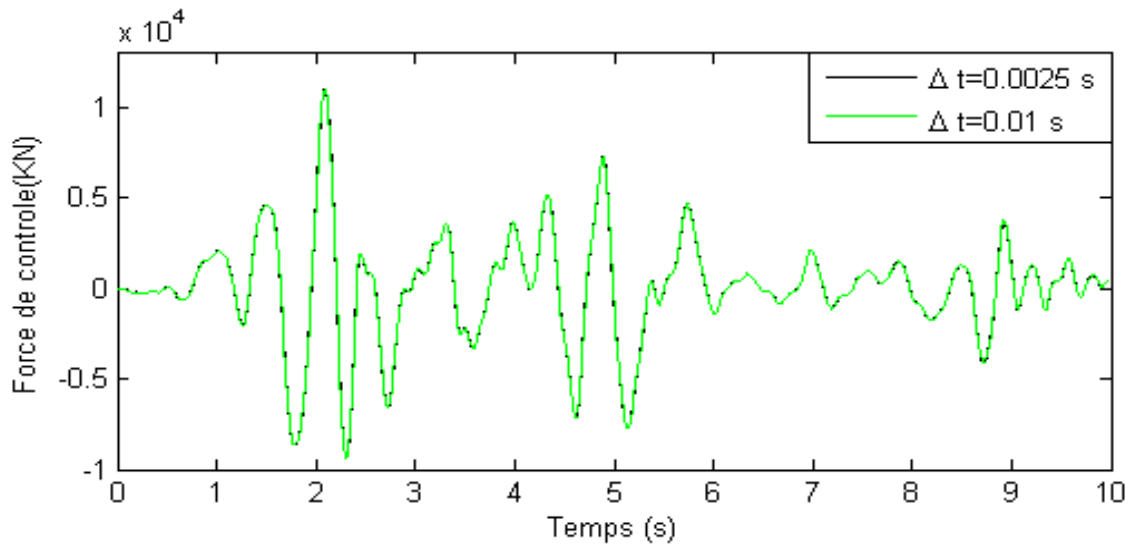


Fig 4.10 Variation de la force de contrôle du 1^{er} étage en fonction du temps (programme).

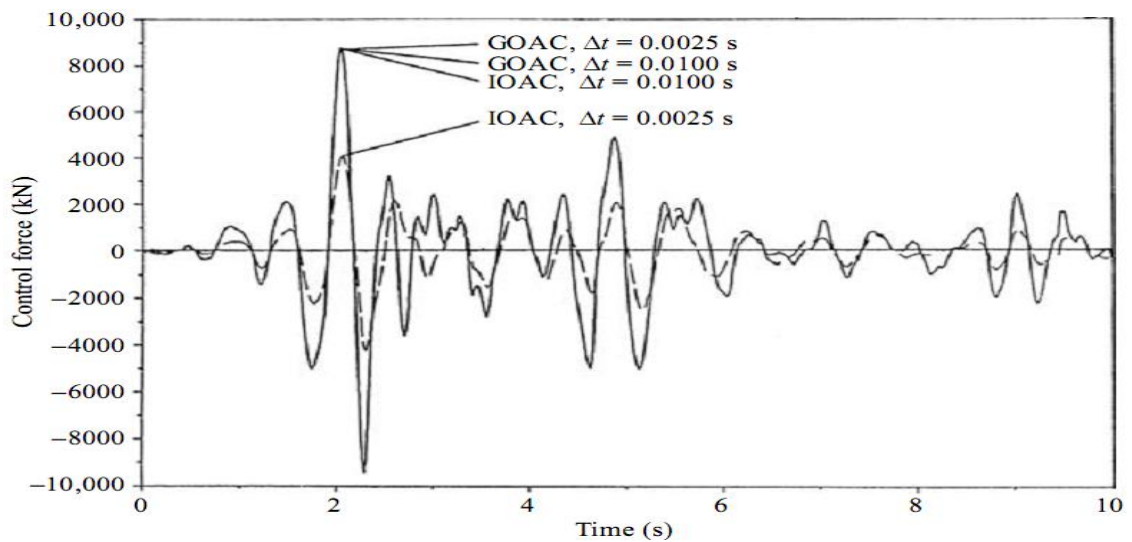


Fig 4.11 Variation de la force de contrôle du 1^{er} étage en fonction du temps [4].

Les résultats pour $\Delta t=0.01s$ sont complètement confondus avec les résultats de $\Delta t=0.0025s$ et cela d'après la figure (4.11).

Le choix de (Δt) n'influe pas sur les valeurs de la force de contrôle dans le cas de l'algorithme (GOAC).

Aussi, au vu des deux figures (4.10) et (4.11) pour l'algorithme GOAC, on remarque qu'il y a une grande concordance entre les forces de contrôle obtenues par le programme et celles de la référence [4].

4.3.3 Conclusion

D'après cette comparaison, on peut conclure que :

- La détermination de la force de contrôle $U(t)$ durant tout l'intervalle de temps de l'excitation sismique dépend de la matrice de gain de Feedback G et du vecteur d'état $Z(t)$;
- Pour l'algorithme (ROAC) on a remarqué que les résultats obtenus dans les exemples traités par le programme sont en concordance avec ceux de la référence [4] ;
- Les résultats obtenus dans les exemples traités par le programme sont en concordance avec ceux de la référence [4] pour l'algorithme (GOAC);
- Dans le cas (GOAC) le choix de (Δt) n'influe pas sur la réponse dynamique de la structure et sur la force de contrôle.

4.4 ETUDE PARAMETRIQUE

Après avoir validé notre programme, on a jugé utile de faire varier certains paramètres clés afin de montrer leur influence sur la contrôlabilité des structures poteaux-poutres.

On va s'intéresser au problème de la position du tendon actif et son influence sur le déplacement structural.

On va montrer ensuite comment déterminer de façon optimale cette position en passant par des méthodes telles que la méthode de contrôlabilité modale, de l'indice de performance et de l'indice de contrôlabilité.

On termine notre étude paramétrique par montrer l'influence de la variation des paramètres du contrôle qui sont les matrices $[R]$ et $[S]$ pour l'algorithme GOAC et les matrices $[R]$ et $[Q]$ pour l'algorithme ROAC .

4.4.1 Etude de l'effet de la position du tendon actif sur le déplacement

On étudie dans cette partie l'influence de la position des tendons actifs sur le déplacement de la structure sous contrôle, cette dernière est soumise à l'excitation $\ddot{x}_g(t)$.

a/ Exemple d'une structure à huit étages

Dans cet exemple, une structure poteaux-poutres à huit étages a été choisie, elle est contrôlée par un seul tendon et sous une excitation $\ddot{x}_g(t)$.

Les données de la structure et du système de contrôle sont présentées respectivement dans les tableaux (4.16) et (4.17) [4].

Les résultats obtenus pour les déplacements de chaque étage et ceci pour les différentes positions du tendon actif sont présentés dans le tableau (4.18) et la figure (4.12) suivants. On ajoute le cas de la structure sans contrôle pour le besoin de comparaison (fig 4.13).

Tableau 4.16 Données de la structure à huit étages [4].

Le nombre d'étage	8							
La masse de l'étage (k-s ² /in)	2	2	2	2	2	2	2	2
La rigidité de l'étage (k/in)	1026.3	937.4	790.6	684.1	538.5	1026.3	1026.3	1026.3
ξ (%)	1	1	1	1	1	1	1	1
Le pas du temps Δt (s)	0.01							
L'excitation sismique	$\ddot{x}_g(t) = 0.05g (0.2 \sin 3.5t + \sin 9t + 3 \sin 15t)$							

Tableau 4.17 Données du système de contrôle, à un tendon, d'une structure à huit étages.

Le nombre de tendons actifs	1
La matrice R	0.15
La matrice Q	$1500 * I_{16 \times 16}$

$I_{16 \times 16}$: la matrice d'identité de dimension (16X16) ;

Tableau 4.18 Effet de la position d'un tendon et le cas sans contrôle sur le déplacement maximum de chaque étage.

		Dépl max de 1 ^{er} étage	Dépl max de 2 ^{ième} étage	Dépl max de 3 ^{ième} étage	Dépl max de 4 ^{ième} étage	Dépl max de 5 ^{ième} étage	Dépl max de 6 ^{ième} étage	Dépl max de 7 ^{ième} étage	Dépl max de 8 ^{ième} étage
L'étage où se trouve le tendon actif	1	0.0042	0.0119	0.0197	0.0236	0.0254	0.0246	0.0230	0.0233
	2	0.0081	0.0119	0.0194	0.0234	0.0249	0.0244	0.0230	0.0227
	3	0.0093	0.0177	0.0193	0.0228	0.0236	0.0236	0.0237	0.0239
	4	0.0074	0.0157	0.0231	0.0223	0.0231	0.0236	0.0238	0.0242
	5	0.0064	0.0142	0.0221	0.0264	0.0234	0.0234	0.0231	0.0235
	6	0.0067	0.0144	0.0218	0.0257	0.0251	0.0249	0.0240	0.0235
	7	0.0068	0.0144	0.0218	0.0256	0.0253	0.0251	0.0243	0.0240
	8	0.0069	0.0145	0.0219	0.0256	0.0254	0.0253	0.0247	0.0248
Structure sans contrôle		0.0067	0.0144	0.0219	0.0256	0.0257	0.0256	0.0250	0.0249

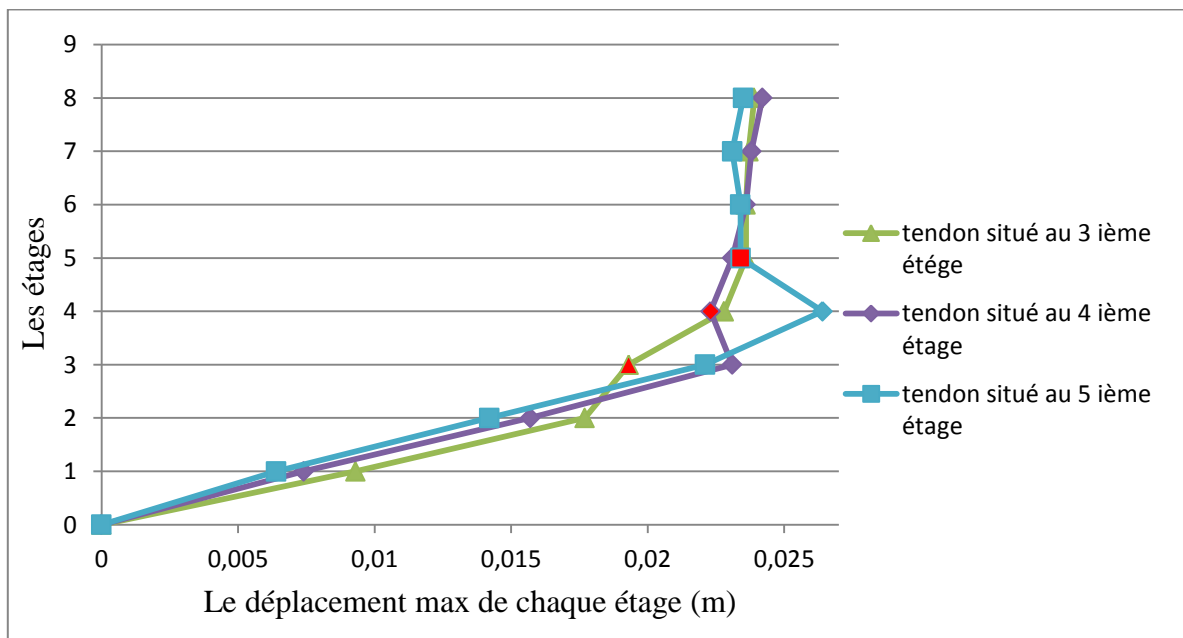


Fig 4.12 Effet de la position d'un tendon sur le déplacement maximum de chaque étage.

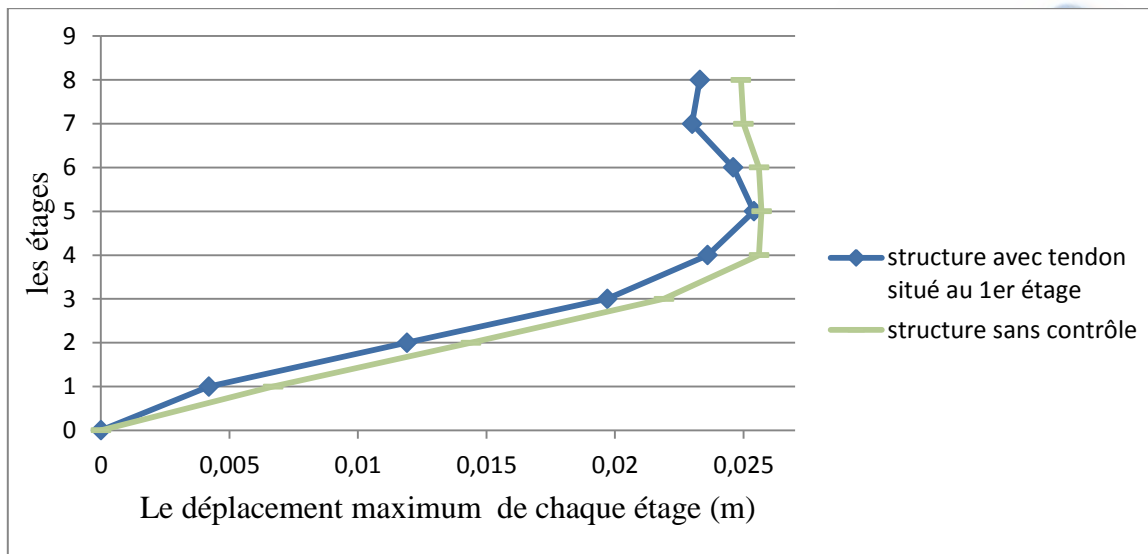


Fig 4.13 La comparaison entre le déplacement maximum de chaque étage de la structure dans le cas du contrôle et le cas sans contrôle.

D'après les résultats obtenus on observe que l'introduction d'un tendon actif dans la structure permet de réduire le déplacement. Apparemment, pour cet exemple le premier étage constitue la meilleure position du tendon puisque le déplacement maximal passe de 0.0067 dans le cas sans contrôle à 0.0042 dans le cas contrôlé.

4.4.2 Les méthodes du choix de la position optimale du tendon

Afin de déterminer de façon optimale la position du tendon actif (réduction optimale du déplacement avec moins de dépenses d'énergie), trois techniques sont proposées pour l'utilisation : la méthode la contrôlabilité modale, l'indice de performance et l'indice de contrôlabilité

a/ La contrôlabilité modale

La contrôlabilité est fondamentale en contrôle moderne, elle conditionne la réussite de toute la procédure de contrôle actif.

La notion de contrôlabilité permet de mesurer la capacité de toutes les variables d'état avec un actionneur. On appelle un système complètement contrôlable si l'état peut être transféré d'un état initial quelconque à n'importe quel autre état, dans un intervalle de temps fini, à travers une action de contrôle U [4].

Donc l'entrée U va influencer ou contrôler la variation de chaque variable d'état x_i , si :

- Oui \Rightarrow Système contrôlable (U va influencer x_i) ;
- Non \Rightarrow Système non contrôlable (U ne va influencer x_i).

Il existe une caractérisation algébrique de la contrôlabilité d'un système linéaire développée par Kalman. Le système linéaire est contrôlable si et seulement si la matrice de contrôlabilité de Kalman (C) est de rang n, on dit alors que la paire (A, B) est contrôlable.

$$\text{rang}(c) = \text{rang}[B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] = n \quad (4.1)$$

Après cette définition, la méthode de contrôlabilité modale est une des techniques qui nous permet de définir la position optimale d'un tendon actif dans la structure poteaux-poutres donnée.

On rappelle l'équation de mouvement d'une structure contrôlée par des tendons actifs sur l'excitation sismique.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [\gamma]\{u(t)\} + \{\delta\}\ddot{x}_g(t) \quad (4.2)$$

En utilisant l'analyse modale du système, on obtient

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{q(t)\} \quad (4.3)$$

En remplaçant (4.3) dans (4.2), on aura

$$[M^*]\{\ddot{q}(t)\} + [C^*]\{\dot{q}(t)\} + [K^*]\{q(t)\} = [\Phi]^T\{\gamma\}u(t) + [\Phi]^T\{\delta\}\ddot{x}_g(t) \quad (4.4)$$

Où M^* , K^* , C^* sont les matrices diagonales de masse, rigidité et d'amortissement respectivement; $[\Phi]$ est le vecteur propre.

En divisant par le terme de la masse, on aura pour chaque valeur de « i », l'équation

$$\ddot{q}_i(t) + 2\xi_i w_i \dot{q}_i(t) + w_i^2 q_i(t) = \delta_i u(t) + \delta_i \ddot{x}_g(t) \quad (4.5)$$

Avec

$$\begin{cases} \gamma_i = \{\Phi_i\}^T \{\gamma\} / M_i \\ \delta_i = \{\Phi_i\}^T \{\delta\} / M_i \\ M_i = \{\Phi_i\}^T [M] (\Phi_i) \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (4.6)$$

n est le nombre de DDL du système. La représentation de l'équation du $i^{\text{ième}}$ mode par les variables d'état est comme suit

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_i(t) \\ \ddot{q}_i(t) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -w_i^2 & -2\zeta_i w_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} q_i(t) \\ \dot{q}_i(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \gamma_i \end{Bmatrix} u(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ \delta_i \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \quad (4.7)$$

On remarque que la force de contrôle agit sur la réponse pour le $i^{\text{ième}}$ mode et que cet effet est exprimé par la valeur de " γ_i ". Si la valeur absolue de " γ_i " est grande, la force de contrôle peut contrôler facilement la réponse du $i^{\text{ième}}$ mode, alors que si cette valeur absolue est petite, l'effet de la force de contrôle est petit.

Enfin, si " γ_i " est nulle, il n'y a aucun effet de la force de contrôle sur la réponse du $i^{\text{ième}}$ mode.

Comme l'efficacité de la force de contrôle est proportionnelle à la valeur absolue de " γ_i ", ce dernier devient le paramètre important de mesure de contrôlabilité modale.

Ainsi, la position optimale du tendon actif correspond à la valeur absolue maximale de " γ_i ".

i/ Application de la contrôlabilité modale sur une structure contrôlée à huit étages

En utilisant le même exemple à huit étages précédemment, on va montrer l'utilité de la méthode de contrôlabilité modale dans la détermination de la position optimale du tendon actif.

Les pulsations propres de la structure, sont comme suit :

$$w = [3.7361, 11.4807, 18.7372, 24.2380, 31.2198, 34.3588, 38.9568, 42.2550];$$

Tableau 4.19 Les valeurs de $\{\gamma\}_i$ du tendon installé au $i^{\text{ième}}$ étage

$\{\gamma\}_1$	$\{\gamma\}_2$	$\{\gamma\}_3$	$\{\gamma\}_4$	$\{\gamma\}_5$	$\{\gamma\}_6$	$\{\gamma\}_7$	$\{\gamma\}_8$
$\begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{Bmatrix}$

Les modes propres $\{x\}$ sont déterminés par l'équation

$$[-w^2[M] + [K]]\{x\} = \{0\} \quad (4.8)$$

En considérant 1^{er} mode, le vecteur propre sera

$$[-(w_1)^2[M] + [K]] \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{Bmatrix}_1 = \{0\} \quad (4.9)$$

$$\{\emptyset\}_1 = \{0.1443 \quad 0.2975 \quad 0.4686 \quad 0.6472 \quad 0.8406 \quad 0.9192 \quad 0.9728 \quad 1.0000\}^T$$

Les vecteurs propres de tous les étages de la structure sont représentés dans le tableau (4.20)

Tableau 4.20 Les vecteurs propres de tous les étages de la structure

$\{\emptyset\}_1$	$\{0.1443 \quad 0.2975 \quad 0.4686 \quad 0.6472 \quad 0.8406 \quad 0.9192 \quad 0.9728 \quad 1.0000\}^T$
$\{\emptyset\}_2$	$\{0.4601 \quad 0.8344 \quad 1.0000 \quad 0.8060 \quad 0.1651 \quad 0.2137 \quad 0.5375 \quad 0.7233\}^T$
$\{\emptyset\}_3$	$\{0.6235 \quad 0.8393 \quad 0.3497 \quad -0.5751 \quad -1.0000 \quad -0.5388 \quad 0.2911 \quad 0.9218\}^T$
$\{\emptyset\}_4$	$\{-0.7031 \quad -0.7474 \quad 0.3109 \quad 1.0000 \quad -0.3066 \quad -0.6411 \quad -0.0827 \quad 0.5705\}^T$
$\{\emptyset\}_5$	$\{0.8403 \quad 0.0129 \quad -1.0000 \quad 0.6791 \quad 0.3538 \quad -0.4889 \quad -0.4030 \quad 0.4484\}^T$
$\{\emptyset\}_6$	$\{0.4388 \quad 0.1860 \quad -0.3713 \quad 0.6961 \quad -1.0000 \quad 0.4106 \quad 0.8766 \quad -0.6741\}^T$
$\{\emptyset\}_7$	$\{0.8747 \quad -1.0000 \quad 0.6163 \quad -0.2503 \quad 0.0598 \quad 0.0457 \quad -0.1036 \quad 0.0535\}^T$
$\{\emptyset\}_8$	$\{-0.0527 \quad 0.0903 \quad -0.1481 \quad 0.3494 \quad -0.6054 \quad 1.0000 \quad -0.8741 \quad 0.2933\}^T$

Le calcul de la contrôlabilité modale pour le 1^{er} mode est établi comme suit :

- Le tendon situé au 1^{er} étage

$$\delta_1^1 = \{\emptyset_1\}^T \{\gamma\}_1 \quad (4.10)$$

$$= \{0.1443 \quad 0.2975 \quad 0.4686 \quad 0.6472 \quad 0.8406 \quad 0.9192 \quad 0.9728 \quad 1.0000\}^T * \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = -0.1443.$$

- Le tendon situé au 2^{ième} étage

$$\delta_1^2 = \{\emptyset_1\}^T \{\gamma\}_2 = -0.1532$$

- Le tendon situé au 3^{ième} étage

$$\delta_1^3 = \{\emptyset_1\}^T \{\gamma\}_3 = -0.1711$$

- Le tendon situé au 4^{ième} étage

$$\delta_1^4 = \{\emptyset_1\}^T \{\gamma\}_4 = -0.1786$$

- Le tendon situé au 5^{ième} étage

$$\delta_1^5 = \{\emptyset_1\}^T \{\gamma\}_5 = -0.1934$$

- Le tendon situé au 6^{ième} étage

$$\delta_1^6 = \{\emptyset_1\}^T \{\gamma\}_6 = -0.0786$$

- Le tendon situé au 7^{ième} étage

$$\delta_1^7 = \{\emptyset_1\}^T \{\gamma\}_7 = -0.0536$$

- Le tendon situé au 8^{ième} étage

$$\delta_1^8 = \{\emptyset_1\}^T \{\gamma\}_8 = -0.0272$$

Comme $|\delta_1^5| > |\delta_1^4| > |\delta_1^3| > |\delta_1^2| > |\delta_1^1| > |\delta_1^6| > |\delta_1^7| > |\delta_1^8|$; le cinquième étage est le choix optimal pour le premier mode.

Tableau 4.21 Les différents modes de la structure à huit étages

	1 ^{ère} étage	2 ^{ème} étage	3 ^{ème} étage	4 ^{ème} étage	5 ^{ème} étage	6 ^{ème} étage	7 ^{ème} étage	8 ^{ème} étage	Le choix optimal
Pour le 1 ^{ère} mode	-0.1443	-0.1532	-0.1711	-0.1786	-0.1934	-0.0786	-0.0536	-0.0272	5 ^{ème} étage
Pour le 2 ^{ème} Mode	-0.4601	-0.3743	-0.1656	0.1940	0.6409	-0.0486	-0.3238	-0.1858	5 ^{ème} étage
Pour le 3 ^{ème} Mode	-0.6235	-0.2158	0.4896	0.9248	0.4249	-0.4612	-0.8299	-0.6307	4 ^{ème} étage
Pour le 4 ^{ème} Mode	0.7031	0.0443	-1.0583	-0.6891	1.3066	0.3345	-0.5584	-0.6532	5 ^{ème} étage
Pour le 5 ^{ème} Mode	-0.8403	0.8274	1.0129	-1.6791	0.3253	0.8427	-0.0859	-0.8514	4 ^{ème} étage
Pour le 6 ^{ème} Mode	-0.4388	0.6248	0.1853	-1.0674	1.6961	-1.4106	-0.4660	1.5507	5 ^{ème} étage
Pour le 7 ^{ème} Mode	-0.8747	1.8747	-1.6163	0.8666	-0.3101	0.0141	0.1493	-0.1571	2 ^{ème} étage
Pour le 8 ^{ème} Mode	0.0527	-0.1430	0.2384	-0.4975	0.9548	-1.6054	1.8741	-1.1674	7 ^{ème} étage

D'après les résultats précédents, on remarque que :

- Chaque mode a sa propre position optimal du tendon actif;
- Le 5^{ème} étage est le choix optimal pour la position du tendon actif dans cette structure;
- La méthode de la contrôlabilité modale est simple dans l'exécution ;
- La méthode de la contrôlabilité modale présente un inconvénient majeur, car elle est vraiment efficace dans le cas d'une structure à un seul mode prédominant et ce n'est pas le cas dans les structures intelligentes, car ces dernières peuvent avoir plusieurs modes significatifs.

b/ L'inde performance

Afin de découvrir l'inconvénient de la méthode de contrôlabilité modale, la méthode de l'indice de performance a été proposée.

L'indice de performance est une valeur scalaire qui est définie par l'intégration de l'énergie de commande ou de la réponse de la structure sismique en fonction du temps.

L'emplacement optimal du tendon dans la structure correspond à la valeur minimale de l'indice de performance J_E

$$J_E = \int_{t_0}^{t_f} \{u(t)\}^T \{u(t)\} dt \quad (4.11)$$

Où $\{u(t)\}$ est le vecteur de la force de contrôle, t_0 et t_f sont respectivement le temps initial et le temps final.

La philosophie de cette méthode est basée sur l'idée que le travail minimal résultant de la force de contrôle défini par l'équation (4.11) correspond à la position optimale du tendon.

Cependant, la minimisation de l'énergie de contrôle par l'équation (4.11) seul ne peut pas conduire à la solution optimale car la réduction de l'énergie de contrôle peut provoquer une augmentation de la réponse structurelle.

Un nouvel indice est alors défini, c'est l'indice de réponse J_R , donnée comme suit

$$J_R = \int_0^{T_0} \{Z(t)\}^T \{Z(t)\} dt \quad (4.12)$$

Cet indice est basé sur la mesure de la réduction de la réponse de la structure. Dans ce cas, l'emplacement optimal du tendon dans la structure correspond à la valeur minimale de l'indice de J_R qui est équivalent à la plus petite réponse structurelle.

Par rapport à la méthode de contrôlabilité modale, la méthode de l'indice de performance ne nécessite pas un mode dominant, mais considère la réponse de tous les modes. Mais l'inconvénient de cette dernière est la complexité des procédures de calcul.

c/ L'indice de contrôlabilité

Vu les inconvénients des deux méthodes, la contrôlabilité modal et l'indice de performance, la méthode de l'indice de contrôlabilité a été développée pour mieux déterminer la position optimale du tendon actif dans une structure contrôlée poteau-poutres.

i/ Notion de base

Le système est contrôlable s'il est possible de trouver une certaine perturbation qui permet de le rendre à son état initial (l'équilibre), quel que soit l'état de perturbation initiale $\{Z(t_0)\}$ dans l'intervalle de temps $T^* = (t_f - t_0)$. C'est ce critère qui va être utilisé dans cette méthode pour vérifier la contrôlabilité.

Sous une perturbation initial $\{Z(t_0)\}$, l'équation d'état s'écrit comme suit

$$\{\dot{Z}(t)\} = [A]\{Z(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (4.13)$$

avec

$$\begin{cases} \{Z(t)\}|_{t=t_0} = \{Z(t_0)\} \\ |u_i(t)| \leq u_{i,max}, \quad i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (4.14)$$

Où $U_{i,max}$ est la limite de saturation pour la $i^{ième}$ force de contrôle et r est le nombre des tendons actifs.

Ramener l'état de perturbation initial $\{Z(t_0)\}$ à l'état origine est le but de la procédure du contrôle.

E^* est l'énergie de contrôle qui conduit chaque condition initial $\{Z(t_0)\}$ à l'état origine dans un temps T^* .

Laskin [4] définit la région établi E^* comme un volume où chaque état de perturbation initial $\{Z(t_0)\}$ peut revenir à l'état origine dans un temps T^* , où les forces de contrôles $|u_i(t)| \leq u_{i,max}$, l'énergie total demandé pour tous les actionneurs dans l'intervalle $[t_0, t_f = T^* + t_0]$ est inférieure ou égale à T^* .

Le degré de contrôlabilité (DOC) est une valeur scalaire de la zone de récupération, où on détermine les petites dimensions de cette dernière.

ii/ Procédure de calcul de l'indice de contrôlabilité pour une structure contrôlée

La définition de la DOC montre que l'emplacement optimal de l'actionneur correspond à l'endroit où le DOC doit être maximisée, c'est le lieu optimal pour l'actionneur, dans le sens où il maximise la plus petite dimension de la zone de récupération.

Donc l'indice de contrôlabilité est le critère de la position optimale de l'actionneur dans les structures parasismiques. Ce critère est obtenu en suivant les étapes suivantes.

L'équation du mouvement d'une structure contrôlée avec des tendons actifs

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [\gamma]\{u(t)\} + \{\delta\}\ddot{x}_g(t) \quad (4.15)$$

L'équation modale, est définie par

$$\ddot{q}_i(t) + 2\xi_i w_i \dot{q}_i(t) + w_i^2 q_i(t) = \frac{\{\phi_i\}^T [\gamma]\{u(t)\} + \{\phi_i\}^T \{\delta\} \ddot{x}_g(t)}{\{\phi_i\}^T [M]\{\phi_i\}} \quad (4.16)$$

Ce critère suppose que l'emplacement optimal de l'actionneur est l'endroit où le déplacement d'une structure non contrôlée est la plus grande.

Pour un système de contrôle actif du tendon, l'indice de la contrôlabilité sera [4].

$$\rho(X) = \max \sqrt{\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{\Delta[\phi_j X]}{\Delta X} Y_j(t) \right\}^2} \quad (4.17)$$

iii/ Application de l'indice de contrôlabilité sur une structure à huit étages

En considérant toujours le même exemple à huit étages, on va essayer de monter l'efficacité de la méthode de l'indice de contrôlabilité pour la détermination de la position optimale du tendon actif sur une structure contrôlée poteaux-poutres.

Les pulsations et les vecteurs propres sont présentés dans le paragraphe (4.4.2.a.i). Ainsi la fréquence, se définit comme suit

$$f_i = \frac{w_i}{2\pi}$$

D'où nous tirons les fréquences de chaque étage de la structure

$$f_i = [0.5946, 1.8272, 2.9821, 3.8575, 4.9687, 5.4683, 6.2001, 6.7250] ;$$

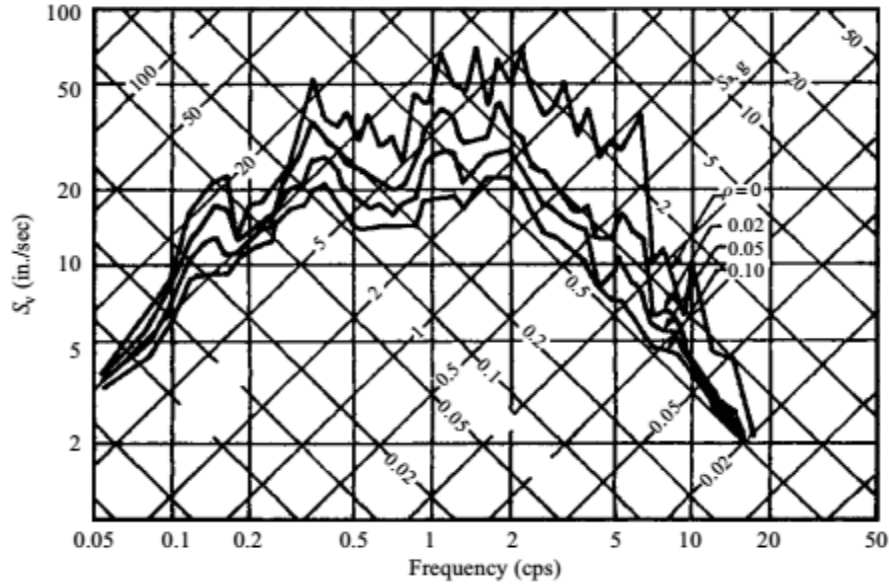


Fig 4.14 Spectre de réponse du séisme d'Elcentro, 18 Mai 1940 (la composante N-S).

En utilisant le spectre de réponse du séisme d'Elcentro, 18 Mai 1940 (la composante N-S) pour avoir les valeurs maximales de la réponse modale.

$$\begin{cases} Y_1 = 6.43 \\ Y_2 = 3.27 \\ Y_3 = 1.44 \\ Y_4 = 0.78 \\ Y_5 = 0.47 \\ Y_6 = 0.48 \\ Y_7 = 0.38 \\ Y_8 = 0.34 \end{cases}$$

En supposant que les étages de la structure ont la même hauteur et que le tendon est situé au premier étage.

$$\begin{cases} x_2 = 0.5, x_1 = 1 \\ \Delta x = x_2 - x_1 = 0.5 \\ \Delta[\phi_1(x)] = \phi_1(x_2) - \phi_1(x_1) = 1.443 - 0 = 1.443 \\ \Delta[\phi_2(x)] = \phi_2(x_2) - \phi_2(x_1) = 0.4601 - 0 = 0.4601 \\ \Delta[\phi_3(x)] = \phi_3(x_2) - \phi_3(x_1) = 0.6235 - 0 = 0.6235 \\ \Delta[\phi_4(x)] = \phi_4(x_2) - \phi_4(x_1) = -0.7031 - 0 = -0.7031 \\ \Delta[\phi_5(x)] = \phi_5(x_2) - \phi_5(x_1) = 0.8403 - 0 = 0.8403 \\ \Delta[\phi_6(x)] = \phi_6(x_2) - \phi_6(x_1) = 0.4388 - 0 = 0.4388 \\ \Delta[\phi_7(x)] = \phi_7(x_2) - \phi_7(x_1) = 0.8747 - 0 = 0.8747 \\ \Delta[\phi_8(x)] = \phi_8(x_2) - \phi_8(x_1) = -0.0527 - 0 = -0.0527 \end{cases}$$

L'indice de contrôlabilité

$$\rho_1 = \sqrt{\sum_{j=1}^8 \left\{ \frac{\Delta[\phi_j(t)]}{\Delta x} Y_j \right\}^2}$$

$$\rho_1 = \sqrt{\left[\frac{(0.1443)}{0.5} (6.43) \right]^2 + \left[\frac{(0.4601)}{0.5} (3.27) \right]^2 + \left[\frac{(0.6235)}{0.5} (1.44) \right]^2 + \left[\frac{(-0.7031)}{0.5} (0.78) \right]^2 + \dots \left[\frac{(-0.0527)}{0.5} (0.34) \right]^2}$$

$$= \sqrt{18.16988} = 4.2626.$$

Tableau 4.22 L'indice de contrôlabilité pour les huit étages de la structure

ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6	ρ_7	ρ_8
4.2626	3.6010	3.6680	4.3844	5.486	4.8876	2.968	3.071

A partir de ce tableau (4.22), on obtient

$$\rho_5 > \rho_6 > \rho_4 > \rho_1 > \rho_3 > \rho_2 > \rho_8 > \rho_7.$$

ρ_5 est la valeur maximale de l'indice de contrôlabilité, alors on peut conclure que le cinquième étage est la position optimale du tendon pour cette structure.

Donc le cinquième étage est le choix optimal pour la méthode de contrôlabilité modale et pour la méthode de l'indice de contrôlabilité.

4.4.3 Effet des paramètres de contrôle

La théorie de contrôle présentée dans le chapitre précédent montre que le point le plus sensible dans la procédure de contrôle est l'indice de performance, représenté dans l'équation (3.40), qui est la balance pondérée entre la réponse structurelle et la force de contrôle, en d'autres termes il s'agit du choix des paramètres (matrice de pondération) R et S pour l'algorithme GOAC et R et Q pour l'algorithme ROAC.

Pour accomplir cette étude on traite le même exemple qui a été traité précédemment la partie précédente, exemple de la structure à six étages contrôlée par un tendon actif situé au premier étage. Rappelons que cette structure est sous l'effet du séisme d'Elcentro, 18 Mai 1940 (la composante N-S).

D'abord on commence par l'effet du rapport S/R sur la réponse de la structure et la force de contrôle, on fixe la valeur de $R=1$ et on change la valeur de la matrice S .

Puis on passe à l'étude de l'effet du rapport Q/R sur la réponse de la structure et la force de contrôle, on fixe la valeur de $R=1$ et on change la valeur de la matrice Q .

Les résultats des variations des déplacements maximums et des forces de contrôle en fonction du rapport S/R (pour GOAC) et Q/R (pour IOAC) sont données respectivement dans les figures ((4.15) et (4.16))

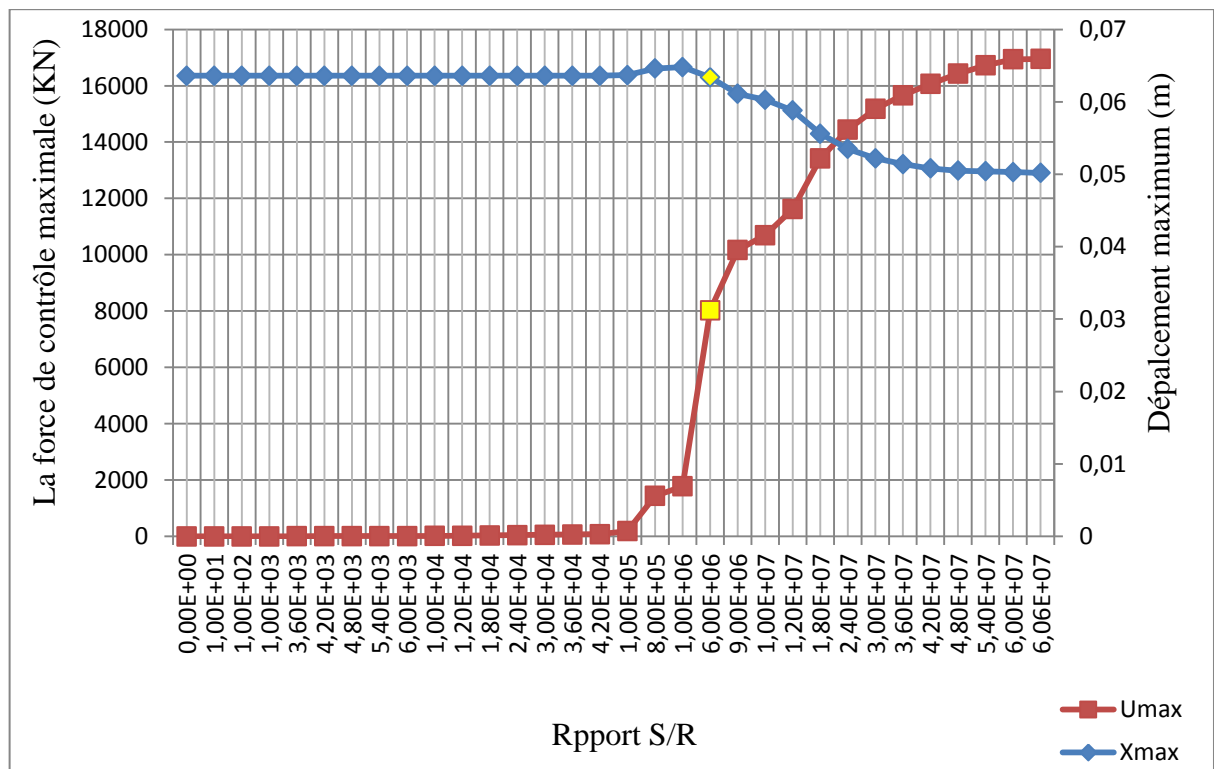


Fig 4.15 Influence du rapport S/R sur le déplacement maximum du sommet et sur la force de contrôle maximale.

D'après les graphes précédents on observe que :

- Une force de contrôle insuffisante n'agit pas sur le déplacement maximal. Ce dernier reste constant jusqu'à une valeur approximative de 8000 kN où le déplacement commence à diminuer. Ce qui correspond à un rapport $S/R=6 \cdot 10^6$. C'est la valeur utilisée dans l'exemple de la littérature.
- On conclure que le rapport S/R a une grande influence sur le contrôle des structures utilisant l'algorithme (GOAC).

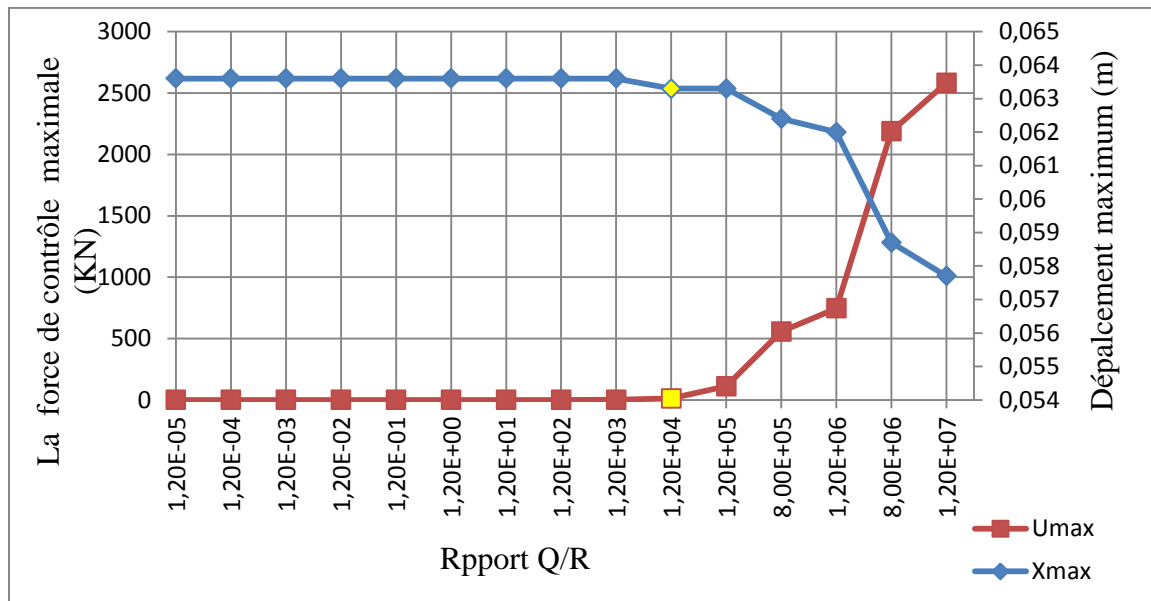


Fig 4.16 Influence du rapport Q/R sur le déplacement du sommet et sur la force de contrôle maximale.

D'après les graphes précédents on remarque que :

- La valeur de déplacement maximal au sommet de la structure reste constante tant que la force de contrôle est insuffisante pour le contrôle de la structure. On le remarque surtout pour des valeurs de $Q/R < 10^4$. Dès que ce rapport dépasse 10^4 , la force de contrôle commence à augmenter et en même temps le déplacement diminue.
- On conclut que le rapport Q/R a une grande influence sur le contrôle des structures utilisant l'algorithme (ROAC).

4.5 CONCLUSION

- L'intérêt principal de contrôle est la réduction de la réponse de la structure en appliquant une force de contrôle, cette dernière dépend du calcul de deux paramètres la matrice de gain de feedback G et la réponse de contrôle $Z(t)$;
- La force de contrôle induite par le dispositif de contrôle peut réduire la réponse de la structure sous excitation sismique, ce qui pourrait être un avantage dans la conception parasismique ;
- Le choix des rapports Q/R et S/R est primordiale dans la procédure de contrôle, car ces derniers garantissent le compromis entre la force de contrôle et la réponse structurelle ;
- L'emplacement du dispositif de contrôle, le tendon actif, dans la structure sous effet du séisme, est un point sensible dans la technique de contrôle.

Conclusions et perspectives

Le contrôle des structures est une technique qui permet à l'ingénieur de contrôler la réponse d'une structure sous une excitation sismique.

On présente dans la partie bibliographie les différents systèmes de contrôle passif, actif, semi actif et hybride avec des explications sur la procédure de fonctionnement de chacune. Le choix de mécanisme adéquat revient au besoin du constructeur, à la maîtrise du concept, au coût et à la disponibilité de l'énergie...etc.

Dans ce mémoire on étudie les systèmes de contrôle actif des structures, ces derniers fournissent une réponse adaptée à chaque contrainte appliquée et permettent d'adapter leur comportement en fonction des changements de leur environnement.

Le contrôle optimal est présenté dans le but d'expliquer le mécanisme de contrôle. Donc le choix de ce dernier doit garantir un compromis entre la réponse structurelle et la force ou l'énergie de contrôle.

D'abord on commence par le développement de l'algorithme de Riccati (ROAC) qui permet de décrire et de réduire l'indice de performance J pour le calcul de la force de contrôle. Mais cette réduction est un problème variationnel entre les deux valeurs fixes t_0 et t_f .

Puis on passe à l'algorithme de contrôle actif optimal instantané (IOAC), qui est basé sur la réduction de l'indice de performance $J_p(t)$, pour obtenir la force de contrôle $u(t)$. L'indice $J_p(t)$ dépend du temps au contraire de l'indice de performance J de l'algorithme ROAC qui est constant au cours de temps.

On introduit ensuite l'approche généralisé (GOAC) dans le but de rattraper les inconvénients des méthodes ROAC et IOAC; qui est le cas général de la méthode de Riccati, cela est observable quand on remplace la matrice de pondération $[S]$ par la matrice de Riccati $[P]$. On remarque qu'après l'utilisation de la méthode GOAC les résultats de contrôle ne seront pas sensibles à l'incrément de temps Δt .

Après cette riche étude bibliographie et ce développement théorique, un programme a été développé sous MATLAB. Ce programme permet de calculer le déplacement et les forces de contrôle de structure de type poteaux-poutres contrôlée par des tendons actifs et soumise à

des excitations sismiques. Il prend aussi en considération les deux algorithmes de contrôle celui de Ricatti ROAC est celui généralisé GOAC.

A partir des exemples traités et après avoir validé notre programme, on peut tirer certaines considérations :

- La détermination de l'équilibre entre la force de contrôle et le déplacement structural maximal constitue le problème essentiel dans la théorie de contrôle. Est-ce qu'on sacrifie le déplacement en déterminant la force ou bien l'inverse ;
- La position du tendon actif au niveau de la structure reste un paramètre important dans le contrôle. En effet la recherche de la position optimale est l'une des tâches primordiales pour la réussite du contrôle. Cette recherche peut se faire selon trois méthodes différentes, mais celle de l'indice de contrôlabilité reste la plus indiquée ;
- Le choix des algorithmes de contrôle est important vu que celui de l'instantané (IOAC) est sensible au pas de temps Δt . Dans ce cas, on recommande souvent l'algorithme généralisé (GOAC) qui a prouvé son efficacité dans le calcul des structures contrôlées ;
- En fin le choix des paramètres de contrôle tel que les matrices $[R]$, $[Q]$ et $[S]$ reste primordial. En effet, on a montré que les rapports $[Q/R]$ et $[S/R]$ ont une influence directe sur les résultats de contrôlabilité (déplacements maximum et forces de contrôle). Le choix de ces rapports conditionne la qualité des résultats ;
- On peut proposer d'autres thèmes pour la compréhension des structures intelligentes, par exemple la considération des autres types de contrôle, semi- actif et hybride ;
- Le travail exposé dans ce mémoire est une introduction du contrôle des structures poteaux-poutres. D'autres travaux peuvent être conduits dans ce domaine. On peut considérer, par exemple les autres types de contrôle, et surtout le contrôle hybride.

BIBLIOGRAPHIE

1. Akhras, G. (1997). *Smart Structures and their Applications in Civil Engeneering*. Civil Engineering Report, CE97-2, RMC, Kingston Ontario, Canada.
2. Brennan, M., Bonito, J., Elliot, S., David, A., & Pinning, t. R. (1999). *Experimental investigation of different actuator technolgies for active vibration control*. Journal of Smart Materils and Structures, Vol. 8, pp. 145-153.
3. Cheng, F., & Tian, P. (1992). *Generalized optimal active control algorithm for nonlinear seismic structures*. University of missouri-Rolla,Mo. Eearthquake Engineering, Tenth World Conference.
4. Cheng, F., Jiang, H., & Lou, K. (2007). *Smart structures, Innovative systems for seismic response control*. Taylor and Francis Group, an informa bussiness.
5. Chomette, B. (2008). *Contrôles modaux actif,semi adaptatif et semi-actif de structures intelligentes embarquées application aux cartes électroniques*. PhD thesis en Génie Mécanique , INSA lyon.
6. Culshaw, B. (1992). *Smart Structures : A concept or a reality*. J. of Systems and Control Engg., Vol. 26, No. 206, pp. 1-8.
7. Debbabi, M. (2009). *Sur le contrôle semi-actif des vibrations élastiques d'une grande structure souple*. PhD thesis, Dipartimento d'ingegneria Civile dell'Università degli studidi Roma Tor Vergata, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2006.
8. Dion, C. (Janvier 2010). *Étude Numérique et Expérimentation du Comportement Dynamique des Ponts avec Isolateurs et Amortisseurs Sismiques*. Phd thesis, département des génies civil, géologique et des mines, école polytechnique de montréal.
9. Dupont, P., Kasturi, P., & Stokes, A. (1997). *Semi-active control of friction dampers*. Journal of Sound and Vibration , 203-218.
10. Fujino, Y., Soong, T., & Spencer, B. J. (April, 1996). *Structural Control: Basic concepts and Applicatios*., Proc. ASCE Structures Congress XIV, Chicago, Illinois, pp. 1277, April, 1996.
11. Fuller, C., Elliott, S., & Nelson, P. (1996). *Active Control of Vibration*. San Diego: Academic Press.
12. Gandhi, M., & Thompson, B. (1992). *Smart materials and smart structures*. Chapman and Hall, London.
13. Garcia, E., Dosch, J., & Inman, D. (1992). *The application of smart structures to the vibration suppression problem*. Journal of intelligent Material Systems and Structures 3: 659-667.
14. Gene, F. F., David, P., & Abbas, E.-N. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Prentice Hall, Fourth editio.I.K.

15. Goel, R., & Booker, C. (2000). *Effects of supplemental viscous damping on inelastic seismic response of asymmetric systems*. REPORT No.CP/SEAM, department of civil and environmental engineering california polytechnic state university san luis obispo, ca.
16. Grigi, J., & Salmon, P. (2007). *Amortisseur parasismique 'ajustable'* . 7ème Colloque National AFPS – Ecole Centrale Paris.
17. Guizani, L. (2006). *Isolation sismique et technologies parasismiques pour les ponts*. ALG Groupe Conseil Inc.
18. Harari, S. (2009). *Contrôle modal semi-actif et actif à faible consommation énergétique par composants piézoélectriques*. Institut national des sciences appliquées de Lyon.
19. Housner, G., Bergman, L., Caughey, T., Chassiakos, A., Claus, R., Masri, S., et al. (september, 1997). *Structural control: Past, Present and Future*. Special Issue of Journal of engineering Mechanics. ASCE.
20. Inderjit, C. (2002). *Review of state of art of smart structures and Integrated systems*. AIAA Journal, Vol. 40, No. 11, pp. 2145 -2187.
21. Jiang, H., Cheng, F., & Wang, Z. (2000). *State of the art in hybrid control and issues on optimum seismic observer and devuce placement* . 12 WCEE.
22. Lu, L.-Y. (2001). *Discrete-Time Modal Control for Seismic Structures with Active Bracing System*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures .
23. Mark Balas, F. (1978). *Feedback Control of Flexible Structures*.IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-23 (4), pp. 673-679.
24. Mohammed, I. A. (September 2009). *An Innovative Isolation Device For Aseismic Design*. Phd Thesis, Technical University of Catalonia, School of Civil Engineering, Department of Applied Mathematics III.
25. Naderzadeh, A. (2009). *Application of Seismic Base Isolation Technology in Iran*. MENSIN Journal, No.63, p.40-47.
26. Nagarajaiah, S., & Sonmez, E. (JANUARY 2007). *Structures with Semiactive Variable Stiffness Single/Multiple Tuned Mass Dampers*. JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING © ASCE.
27. Nishitani, A., Nitta, Y., & Ishibashi, Y. (juin 1999). *Semi-active structural control with variable friction dampers* . Proceedings of the American control conference, San diego, california.
28. Othman, B. M. (Mai 2006). *Amortissement Semi-Actif Des Structures flexibles*. Phd thesis, Dipartimento d'ingegneria Civile dell'Università degli studi di Roma Tor Vergata, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
29. Pastia, C., George luca, S., & Chira, F. (2007). *Practical applications of semi-active control systems to civil engineering structures* .Buletinul institutului politehnic din iasi ,Tomul LIII(LVII), CONSTRUCTII.ARHITECTURA.

30. Pham, K. H. (Septembre 2010). *Vulnérabilité et Spectres de Plancher des Structures Sismiquement Isolées*. Phd thesis, de l'école polytechnique.
31. Preumont, A., & Seto, K. (2008). *Active Control of Structures*. A JohnWiley & Sons, Ltd, Publication.
32. Sadek, f., & Mohraz, b. (1998). *Variable dampers for semi-active control of flexible structures*. 6th U.S. National conference in earthquake engineering.
33. Shih, M.-H., Sung, W.-P., & Go, C. G. (2004). *Development of accumulated semi-active dampers*. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada.
34. Sleiman, H. (2010). *Systèmes de suspension semi-active à base de fluide magnétorhéologique pour l'automobile*. l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Spécialité « Génie électrique », Paris, France.
35. Soong, T. (1990). *Active Structural Control: Theory and Practice*, Longman Scientific and Technical. Essex, England.
36. Soong, T. T., & Constantinou, M. C. (1994). *Passive and active structural vibration control in civil engineering*. Springer Verlag Wien-New York.
37. Soong, T. T., Eeri, M., Masri, S. F., & Housner, G. (1991). *An overview of active structural control under seismic loads*. Earthquake spectra, Vol. 7, No.3.
38. Soong, T., & Spencer, B. (2002). *Supplemental energy dissipation: state of the art and state of the practice*. Engineering Structures 243–259.
39. Spencer Jr., B., & Sain, M. (1997). *Controlling buildings: A new frontier in feedback*. IEEE Control Systems Magazine: Special Issue on Emerging Technologies, pp. 19-35.
40. Spencer, B. F., & Nagarajaiah, S. (2003). *State of the Art of Structural Control*. Journal of structural engineering, ASCE .
41. Spencer, B., & Soong, T. (1999). *New applications and development of active, semi-active and hybrid control techniques for seismic and non-seismic vibration in the USA*. Proceedings of International Post-SMiRT Conference Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibration of Structures, Cheju, Korea.
42. Spencer, J., & al. (1993). *Acceleration feedback control strategies for seismic protection*. in Proceedings of the American Control Conference, San Francisco, California, p 1317.
43. Suhardjo, J., Spencer, J., B.F, & Sain, M. (1990). *Feedback-feedforward control of structures under seismic excitation*. Struct. Safety, 8, pp. 69-89.
44. Sun, Y., Thomas, M., & Masounave, J. *Amortissement des vibrations de torsion de rotors à l'aide de fluides électro-rhéologiques* . Département de Génie Mécanique, École de Technologie Supérieure, Montréal, Québec.
45. Symans, M., & Constantinou, M. (1999). *Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review*. Engineering Structures, 469–487.

46. wodek, K. G. (2004). *Advanced structural dynamics and active control of sstructures*. Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg.
47. Yang, S., & Lee, Y. (1993). *Optimization of non-collocated sensor actuator location and feedback gain in control systems*. Smart Materials. Structures, vol. 8, pp. 96- 102.
48. Yao, J. (1972). *Concept of Structural Control*. Journal of The Structural Division, ASCE, 98(ST7), pp 1567- 1574.
49. Yoshioka, H., Ramallo, J., & Spencer, B. F. (2002). *'Smart'' Base Isolation Strategies Employing Magnetorheological Dampers*. Journal of Engineering Mechanics.