

# SOMMAIRE

Introduction	
CHAPITRE 1 : CINTREUSE HYDRAULIQUE.....	2
1.1 DESCRIPTION DES CINTREUSES .....	3
1.1.1 Définition :.....	3
1.1.2 Type de cintrage : .....	3
1.1.3 Type de cintreuse :.....	5
1.1.4 Les parties principales d'une cintreuse :.....	6
1.2 LA CONCEPTION ASSISTEE PAR ORDINATEUR : .....	6
1.2.1 Présentation de SolidWorks : .....	6
1.2.1.1. <i>Définition</i> : .....	6
1.2.1.2. Principe de fonctionnement : .....	7
Pièce : .....	8
Mise en plan : .....	9
1.2.1.3. Schéma générale : .....	9
1.2.2. FluidSIM: .....	11
1.2.2.1. <i>Définition</i> : .....	11
1.2.2.2. Principe de fonctionnement : .....	11
1.2.2.3. Schéma générale : .....	12
1.3 METHODE DE CINTRAGE.....	14
1.3.1. Généralité : .....	14
1.3.2. Calcul cintrage à froid : .....	14
1.3.2.1. Tableau pour cintrage des tubes :.....	14
1.3.2.2. Cote a : .....	14
1.3.3. Calcul de la longueur développée d'un tube cintré : .....	15
1.3.3.1. Exemple d'application : .....	15
1.3.3.2. Mise en position par rapport au galet cintreur .....	16
1.3.3.3. Mise en position par rapport au galet cintreur avec le cote a :.....	16
1.3.4. Calcul longueur développée Fibre Neutre pour cintrage :.....	17
1.3.4.1. Mode opératoire : .....	17
1.3.4.2. Exemple : .....	18

1.3.5. Calcul du recul cintrage à froid: .....	18
1.3.5.1. Mode opératoire : .....	18
1.3.5.2. Entre - Axe désiré: .....	19
Exemple : pour du tube 26 x 34. ....	19
CHAPITRE 2 : ELASTICITE.....	21
2.1 DEFORMATION ELASTIQUE : .....	22
2.1.1. Définition : .....	22
2.1.2. Module d'élasticité : .....	22
2.1.2.1. Le module de YOUNG : .....	22
2.1.2.3. Le module d'élasticité isostatique : .....	24
2.1.3. Limite d'élasticité : .....	26
2.1.3.1. Déformation plastique : .....	26
2.1.3.2. Tenseur de déformation : .....	26
2.2 RELATION FORCE-DEFROMATION : .....	29
2.2.1. Généralité : .....	29
2.2.2. Constante d'élasticité : .....	31
2.2.3. Moment d'inertie de la section : .....	31
2.2.4. Flexion : .....	32
2.2.4.1. Définition : .....	32
2.2.4.2. Formule de moment des forces $\tau$ : .....	32
2.2.5. Torsion : .....	33
2.2.5.1. Définition : .....	33
2.2.5.2. Torsion uniforme d'un tube cylindrique : .....	33
2.2.5.3. Caractérisation du cisaillement maximum : .....	35
CHAPITRE 3 : REALISATION ET MISE EN ŒUVRE .....	42
3.1. REALISATION D'UN CINTRAGE NON COPLANAIRE.....	43
3.1.1. Vérin : .....	43
3.1.1.1. Types de vérin : .....	43
3.1.1.2. Caractéristiques : .....	43
3.1.1.3. Représentation graphique sous SolidWorks : .....	45
3.1.2. Galets : .....	50
3.1.2.1. Galets formeurs ou sabots ou coudes concentriques : .....	50

3.1.2. Galets d'appuis : .....	51
3.1.3. Flasques : .....	51
3.1.3.1. Flasques supérieurs et flasques inférieurs : .....	51
3.1.4. Tables: .....	51
3.2. REALISATION PAR FLUIDSIM .....	52
3.2.1. Schéma manuel : .....	52
3.2.1. Schéma électrique : .....	54
3.3. GRAFCET .....	57
CONCLUSION .....	58

## Liste des abréviations

*CAO : Conception Assistée par Ordinateur*

*K: coefficient de cintrage*

*D : diamètre extérieur des tubes*

*e : épaisseur du tube*

*R : rayon moyen de cintrage*

*DAC: Design Augmented by Computer*

*IBM: International Business Machines Corporation*

*CAD: computer aided design*

*CFAO : Conception et fabrication Assistée par Ordinateur*

*2D : Dessin à deux dimensions*

*3D : Dessin à trois dimensions*

*psi: pound per square inch*

## **Listedes tableaux**

Tableau 1 : Liste des composantes principales de la cintreuse. ....	9
Tableau 2 : Cintrage des tubes. ....	14
Tableau 3 : Valeur des axes. ....	17
Tableau 4 : Valeur pour les modes opératoires. ....	19
Tableau 5 : Liste des cotes par défaut. ....	20

## Listes des figures

**Aucune entrée de table d'illustration n'a été trouvée.**

Figure 1 : Cintrage par enroulement. ....	3
Figure 2 : Cintrage par poussée.....	4
Figure 3 : Cintrage par roulage. ....	4
Figure 4 : Cintrage par emboutissage.....	4
Figure 5 : Parties principales d'une cintreuse. ....	6
Figure 6 : Démarrage de SolidWorks 2013.....	7
Figure 7 : Exemple d'assemblage. ....	8
Figure 8 : Exemple de mise en plan. ....	9
Figure 9 : Cintreuse Hydraulique sous SolidWorks.....	10
Figure 10 : Circuit des puissances sous FluidSIM. ....	12
Figure 11 : Circuit électrique sous FluidSIM.....	13
Figure 12 : Tube cintré de 33.7 ep 32. ....	15
Figure 13 : Mise en position par rapport au galet cintreur.....	16
Figure 14 : Mise en position par rapport au galet cintreur ave le cote a. ....	16
Figure 15 : Exemple de calcul de cintrage. ....	18
Figure 16 : Entre – Axe désiré. ....	19
Figure 17 : Cote désirée. ....	20
Figure 18 : Module de YOUNG.....	22
Figure 19 : Module de rigidité. ....	24
Figure 20 : Relation traction-compression. ....	30
Figure 21: dans la région AB le régime est linéaire et le module de Young E correspond à 1/pente de la droite. ....	30
Figure 22 : Constante d'élasticité.....	31
Figure 23 : Flexion. ....	32
Figure 24 : Torsion.....	33
Figure 25 : Torsion uniforme d'un tube cylindrique.....	33

## INTRODUCTION

L'utilisation de l'ordinateur dans les procédés de fabrication, de conception, de simulation et d'analyse numérique en mécanique, ne cesse de se développer et de se généraliser d'année en année dans la recherche industrielle privée ou publique (Constructeurs automobile, aéronautique, spatial...) améliorant ainsi la productivité des industriels et la vie de tous les consommateurs. En effet l'avenir est à l'outil numérique et à la réalité virtuelle.

La solution d'analyse par éléments finis optimise le prototypage virtuel et la simulation numérique pour l'entreprise en utilisant les hypothèses de la mécanique de la rupture en élasticité et de la dynamique. Ainsi elle simule et améliore les performances des composants, des matériaux et des produits sujets à de fortes exigences opérationnelles (sécurité, endommagement...).

La simulation et l'analyse numérique ont un impact direct sur la qualité et le temps de mise sur le marché des produits; de plus, elles accroissent les performances des solutions de gestion du cycle de vie du produit. Elles sont apparues, dans le but de minimiser le coût d'une étude avec un nombre d'essais optimisés. La difficulté est de créer un modèle C.A.O se rapprochant au maximum de la réalité (matériaux, conditions aux limites...).

Parmi les produits apparût dans l'industrie, les cintreuses constituent un outil indispensable pour les entreprises spécialisées dans la fabrication des mobiliers nécessaires présent dans notre vie quotidienne, tels que les citernes, les tuyaux, les cuves...ect. Aujourd'hui Il est impérieux pour les industriels d'augmenter leurs capacités de production et de respecter les délais de livraison. La mise en place d'un système de production automatisé pour produire une quantité suffisante et de bonne qualité est plus que jamais nécessaire.

Le logiciel utilisé pour la conception de la cintreuse est SolidWorks. Ce logiciel de CAO, qui a fait ses preuves dans le domaine. Nous ne donnerons pas de détails quant à son principe et ses fonctions.

Notre mémoire est donc organisé comme suit :

- Le premier chapitre contient des généralités sur la cintreuse et de son aperçu général.
- Le deuxième chapitre est consacré à l'élasticité et à la déformation plastique.
- L'assemblage et la mise en plan de notre cintreuse sous CAO fait l'objet du troisième chapitre.

- Enfin notre travail s'achève par une conclusion générale.

**CHAPITRE 1 :**  
**CINTREUSE**  
**HYDRAULIQUE**



## 1.1 DESCRIPTION D'UNE CINTREUSE

### 1.1.1 Définition :

Une cintreuse est utilisée pour le cintrage, c'est à dire le pliage, la déformation des pièces métalliques pour leur donner des formes arrondies ou courbées. Il existe plusieurs types de cintreuses, soit des cintreuses de tôles ou de profilés. Le cintrage de profilés de métal permet d'obtenir par exemple des portails en fer ou des rambardes diverses. Le cintrage de la tôle s'opère pour la création de citernes et de cuves. Les cintreuses sont souvent utilisées par les professionnels d'installation techniques sanitaires et/ou de chauffage, les techniciens du froid et dans l'industrie.

Les matériaux qui composent les cintreuses sont généralement l'acier et le plastique résistant ainsi que de l'électronique pour les cintreuses professionnelles.

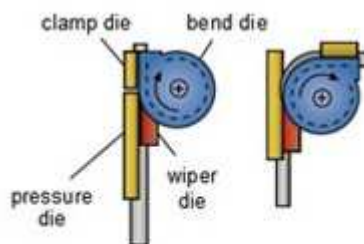
### 1.1.2 Type de cintrage :

Il existe de nombreuses méthodes pour cintrer, découvrez les ci-dessous.

Quatre différentes techniques de cintrage sont à distinguer :

- **LE CINTRAGE PAR ENROULEMENT:**

Par enroulement, le tube est serré sur la cintreuse (serrage mécanique ou hydraulique) entre le galet et le mors. Par rotation des deux outils autour de l'axe de cintrage, le tube est formé à la valeur du rayon du galet.

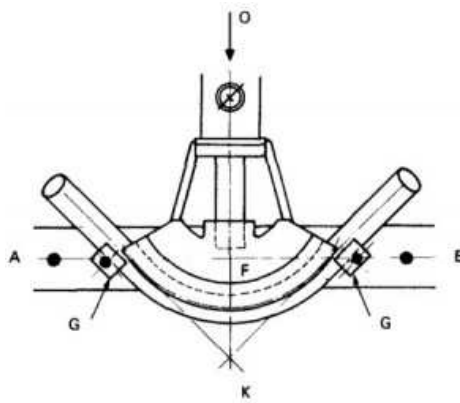


*Figure 1 : Cintrage par enroulement.*

- **CINTRAGE PAR POUSSEE :**

Le tube est maintenu par deux appuis fixes, en son centre par la pression d'une forme mobile, entraînée par un vérin hydraulique.

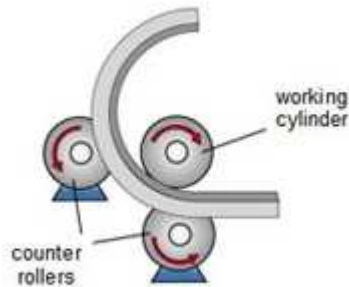
Les dernières générations de cintreuses permettent de cintrer le tube par poussée. Cette technique permet de combiner sur une même pièce des rayons courts ( $r_m < 5xD$ ) et des grands rayons ( $R_m > 5xD$ ).



*Figure 2 : Cintrage par poussée.*

- **LE CINTRAGE PAR ROULAGE :**

Comparable à celui par poussée, ce principe fait appel à des machines spécifiques dites « machines trois galets ». Ce procédé est lent mais les machines et l'outillage sont peu coûteux.



*Figure 3 : Cintrage par roulage.*

- **LE CINTRAGE PAR EMBOUTISSAGE :**

Ce procédé est utilisé sur des pièces basiques (1 à 2 cintrages). La machine utilisée est assimilable à une presse hydraulique. Le principal avantage réside dans le faible coût machine et outillage. L'aspect du cintre est moins élégant.



*Figure 4 : Cintrage par emboutissage.*

### 1.1.3 Type de cintrreuse :

#### **Il y a 3 types de cintrreuse**

##### **- Pincés à cintrer :**

Plomberie,

Instrument,

Cintrreuse triple,

Instrument haute résistance.

##### **- Cintrreuses à cliquet Pincés à manchonner Appareils à collets :**

Type à cliquet,

Standard.

##### **- Cintrreuses hydrauliques :**

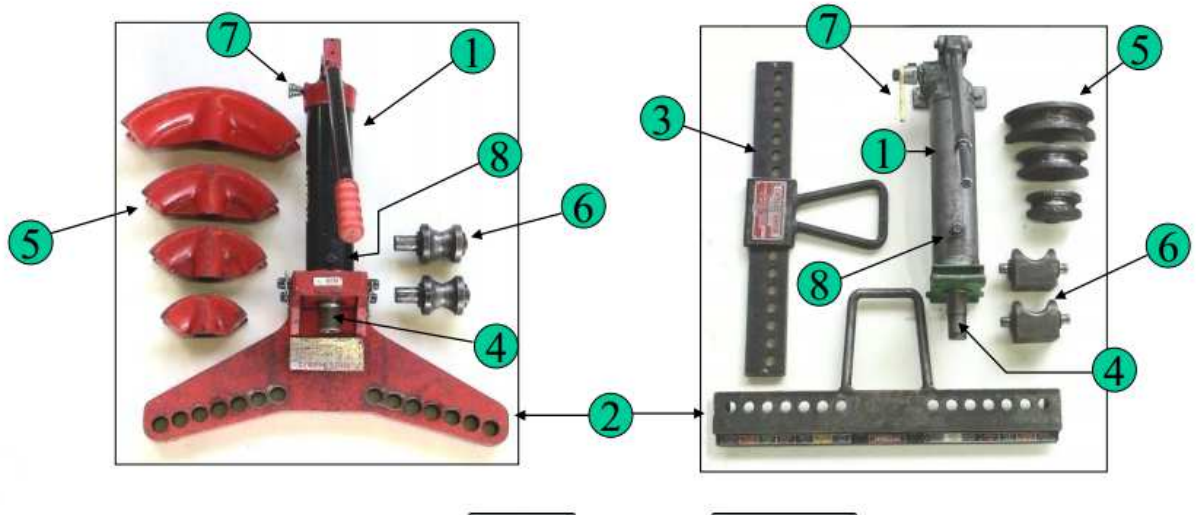
Monoflasque,

Flasque basculante,

Cintrreuses à flasque coulissante.

#### 1.1.4 Les parties principales d'une cintreuse :

- |                             |                      |                                       |
|-----------------------------|----------------------|---------------------------------------|
| ① Vérin hydraulique         | ④ Piston             | ⑦ Manette de commande hydraulique     |
| ② Flasque inférieure fixe   | ⑤ Formes de cintrage | ⑧ Bouchon de remplissage et reniflard |
| ③ Flasque supérieure mobile | ⑥ Galets             |                                       |



*Figure 5 : Parties principales d'une cintreuse.*

## **1.2 LA CONCEPTION ASSISTEE PAR ORDINATEUR :**

La conception assistée par ordinateur CAO est le domaine des logiciels et des techniques permettant de concevoir, de tester et de réaliser des outils et des produits manufacturables.

La CAO permet de concevoir des systèmes dont la complexité dépasse la capacité de l'être humain comme par exemple en micro-électronique. La conception virtuelle permet l'appréciation globale du comportement de l'objet créé avant même que celui-ci n'existe. En CAO on ne dessine pas, on construit virtuellement un objet capable de réagir dans son espace non réel selon des lois régies par le logiciel. Le résultat, appelé maquette numérique constitue alors un véritable prototype évolutif.

### 1.2.1 Présentation de SolidWorks :

#### 1.2.1.1. Définition :

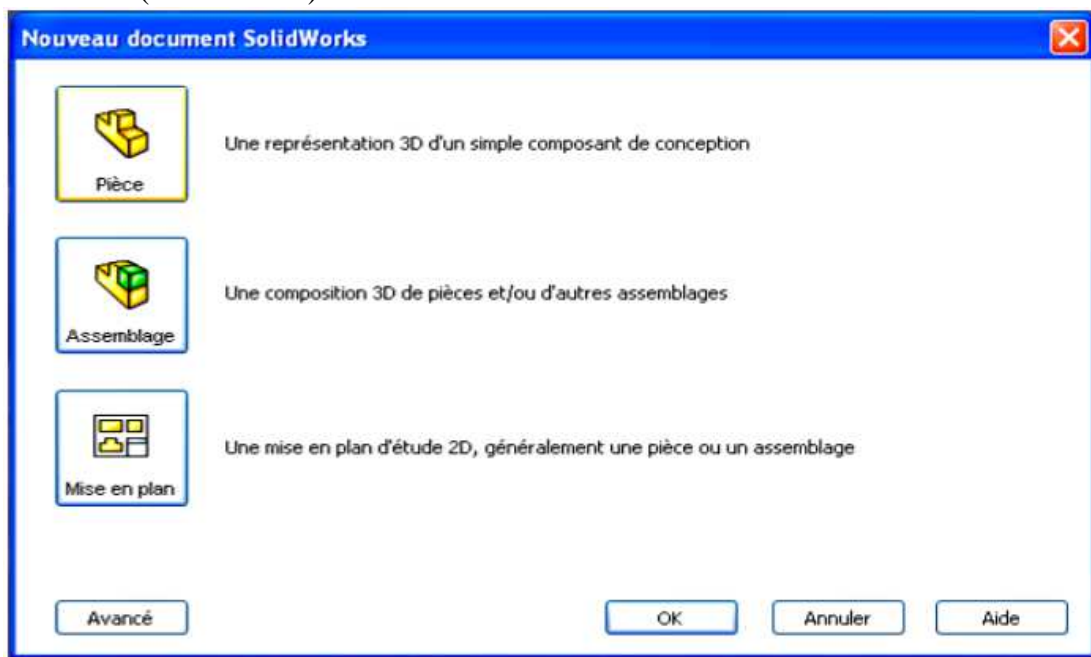
SOLIDWORKS est un logiciel de CAO conçu pour la modélisation d'objets en trois dimensions. Très performant, il permet de représenter graphiquement ce qui existe, et au-delà de cette représentation, il assure la conception de nouvelles pièces à partir d'autres pièces: la réalisation de prototypes virtuels.

Associé à d'autres logiciels, il permet notamment de s'affranchir de la partie programmation de pièces complexes, pour assurer la réalisation de celles-ci sur une machine à commande numérique : conception et fabrication assistées par ordinateur (CFAO) (logiciel Cam Works).

Des pièces conçues en trois dimensions on obtient automatiquement la représentation en deux dimensions : des plans (perspectives, dessins de définitions), des coupes, des éclates et leurs réactualisations.

### 1.2.1.2.Principe de fonctionnement :

SolidWorks est un modeleur 3D utilisant la conception paramétrique. Il génère 3 types de fichiers relatifs à trois concepts de base : la pièce, l'assemblage et la mise en plan. Ces fichiers sont en relation. Toute modification à quelque niveau que ce soit est répercutée vers tous les fichiers concernés (associativité).



*Figure 6 : Démarrage de SolidWorks 2013.*

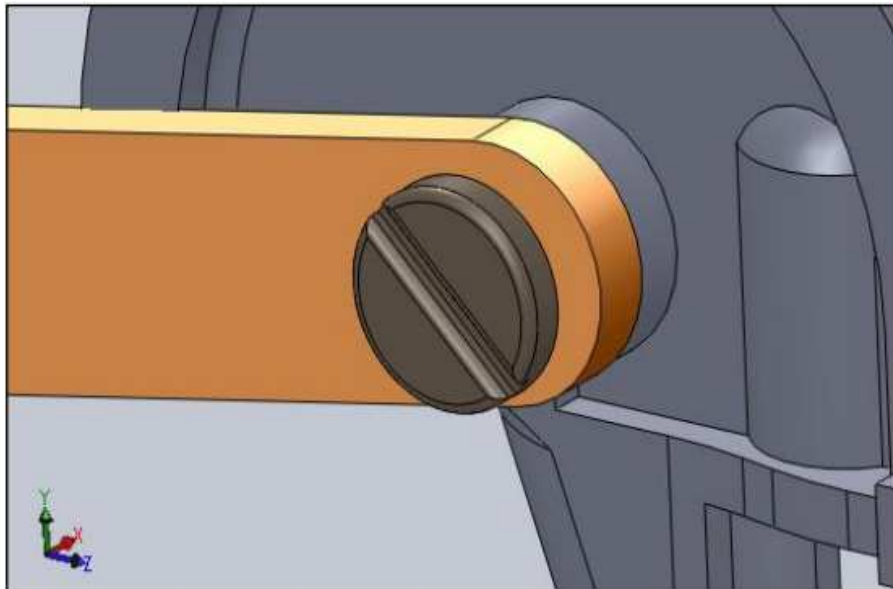
Un dossier complet contenant l'ensemble des relatifs à un même système constitue une maquette numérique. De nombreux logiciels viennent compléter l'éditeur SolidWorks. Des utilitaires orientés métiers (tôlerie, bois, BTP...), mais aussi des applications de simulation mécanique ou d'image de synthèse travaillent à partir des éléments de la maquette virtuelle.

## Pièce :

Une pièce est la réunion d'un ensemble de fonctions volumiques avec des relations d'antériorité, des géométriques, des relations booléennes (ajout retrait)... Cette organisation est rappelée sur l'arbre de construction. Chaque ligne est associée à une fonction qu'on peut renommer à sa guise.

## Assemblages :

Les assemblages sont obtenus par la juxtaposition de pièces. La mise en position de pièces est définie par un ensemble des contraintes d'assemblage associant, deux entités respectives par une relation géométrique (coïncidence, tangence, Co-axialité...). Dans une certaine mesure, ces associations de contraintes s'apparentent aux liaisons mécaniques entre les pièces. Le mécanisme monté, s'il possède encore des mobilités, peut être manipulé virtuellement. On peut alors aisément procéder à des réglages à l'aide des différents outils disponibles (déplacement composants, détection de collision ou d'interférence, mesure des jeux, ect...)

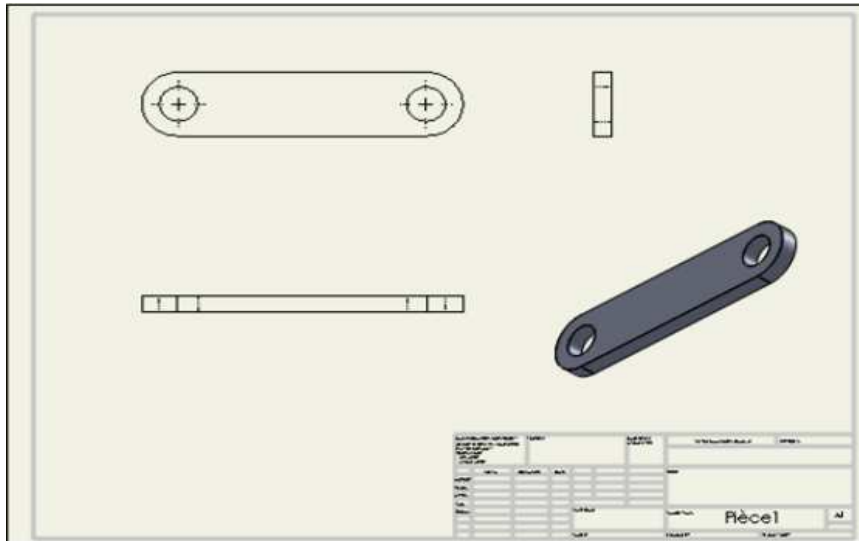


*Figure 7 : Exemple d'assemblage.*

## Mise en plan :

Une fois les pièces ou assemblages créés, il est possible de générer automatiquement les mise en plan (représentation 2D) avec insertion automatique des côtes et liaisons entre les vues 2D et le modèle 3D. De plus, des fonctions d'habillage (texte, hachure, cotation,...) permettent à l'utilisateur d'annoter rapidement un plan.

Pour faire des mises en plan, il est tout d'abord nécessaire d'avoir des fonds de plan pour y projeter les dessins. Ces fonds de plans ont un format (A4, A3,...), une orientation (portrait ou paysage) et contiennent éventuellement un cartouche.

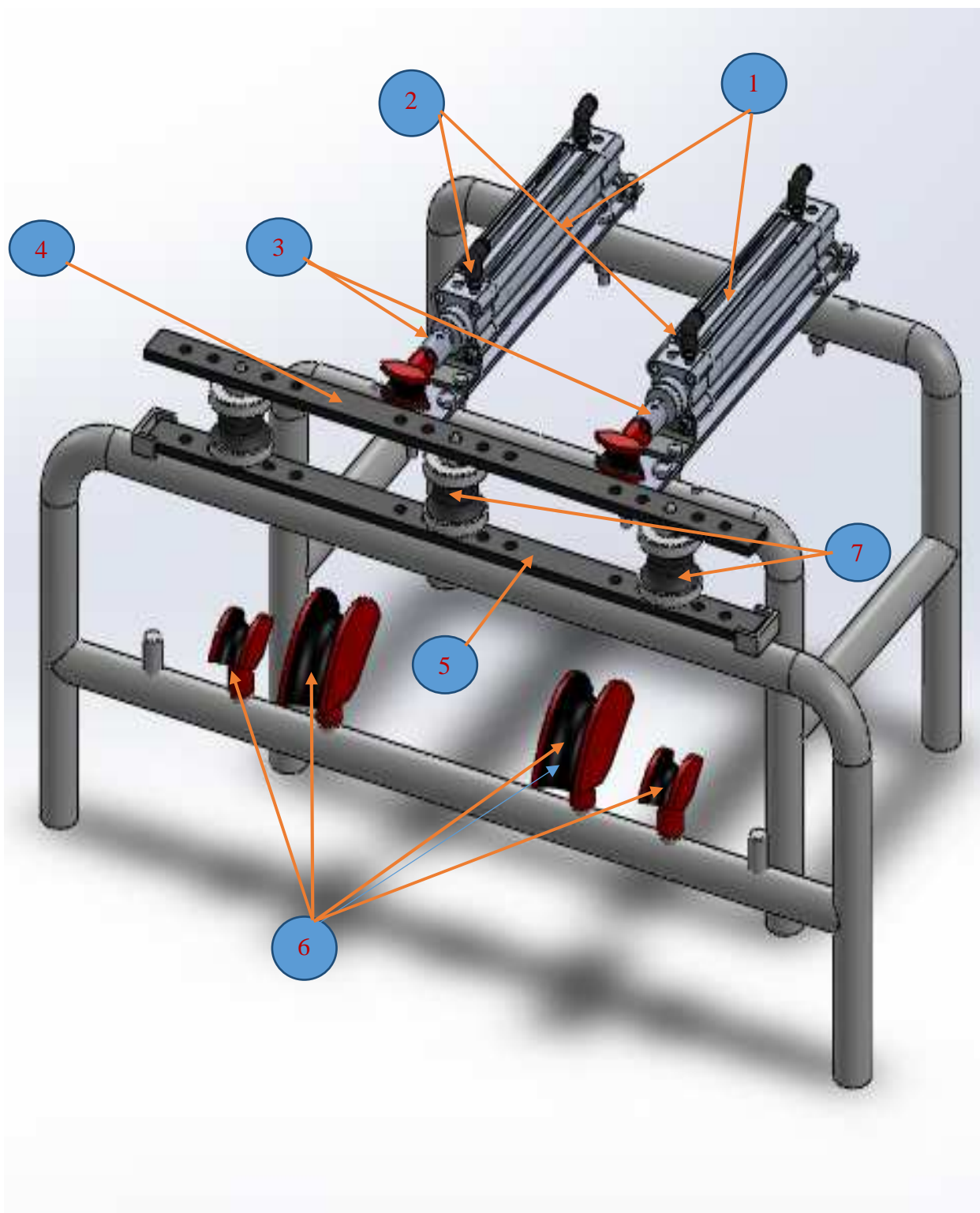


*Figure 8 : Exemple de mise en plan.*

### 1.2.1.3. Schéma générale :

	ELEMENTS	FONCTION
1	Vérin	Guidage et translation du sabot
2	Graisseur	Permet le bon fonctionnement du vérin
3	Piston	Translation du sabot
4	Flasque supérieur	Repérage et mise en place du galet d'appui
5	Flasque inférieur fixe gradué	Position des galets en fonction du tube
6	Galet former ou Sabot	Empêche l'écrasement des tubes
7	Galet d'appui	Maintien en position des tubes

*Tableau 1 : Liste des composantes principales de la cintreuse.*



*Figure 9 : Cintrreuse Hydraulique sous SolidWorks.*



## 1.2.2. FluidSIM:

### 1.2.2.1. Définition :

FluidSIM est un outil de simulation servant à l'acquisition des connaissances de base en pneumatique et l'électropneumatique.

Une particularité importante de FluidSIM est l'étroite corrélation entre la fonctionnalité CAD et la simulation. Ainsi FluidSIM permet d'une part de dessiner des schémas de circuit fluide dans le respect des normes allemandes (normes DIN) ; d'autre part il est en mesure de réaliser une simulation des montages décrits.

Une autre particularité de FluidSIM réside dans son concept didactique complet : FluidSIM aide à apprendre, à enseigner et à visualiser la pneumatique.

### 1.2.2.2. Principe de fonctionnement :

Le FluidSIM est un logiciel basé sur deux commandes principales :

#### **\*Circuit des puissances :**

Pour créer un projet de dessin, il suffit de cliquer sur l'icône « nouveau » (CTRL+N). Les composants de la bibliothèque peuvent être placés dans la fenêtre de dessin par simple « glisser – déposer ».

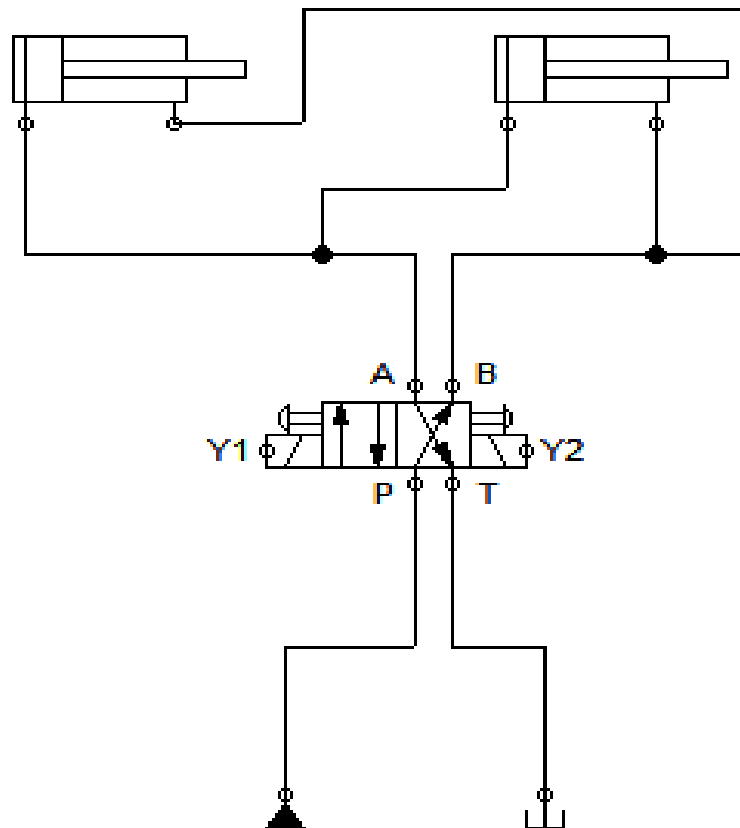
#### **\*Circuit électrique :**

De la même manière que les schémas manuels, les schémas de circuits électriques (et donc électropneumatiques) peuvent être établis dans FluidSIM.

Les composants électriques se trouvent dans la bibliothèque des composants.

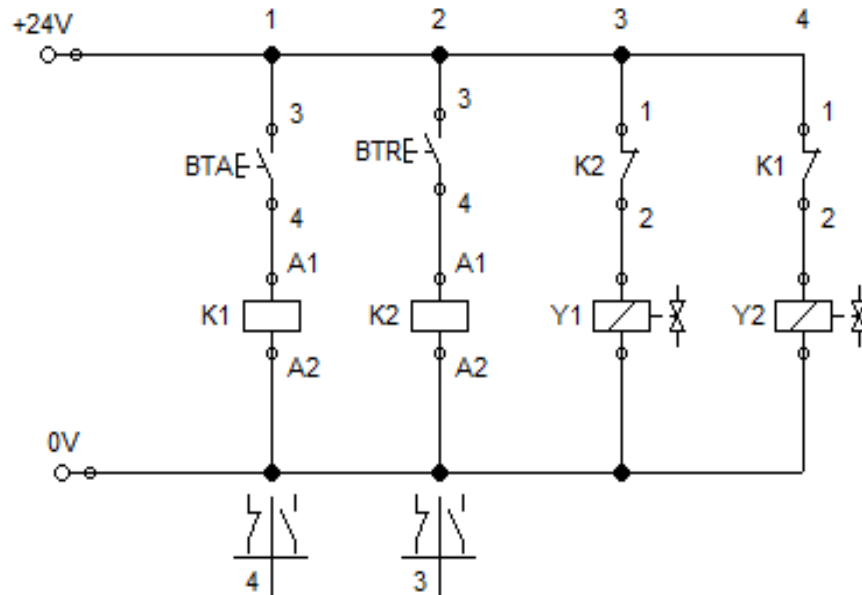
### 1.2.2.3.Schéma générale :

\* Circuit des puissances :



*Figure 10 : Circuit des puissances sous FluidSIM.*

\*Circuit électrique :



*Figure 11 : Circuit électrique sous FluidSIM.*

## 1.3 METHODE DE CINTRAGE

### 1.3.1. Généralité :

Le cintrage est un procédé mécanique de déformation d'un tube ou d'une barre, suivant un rayon et un angle avec une cintreuse. Le terme cintrage est aussi utilisé pour désigner globalement la transformation d'un produit cintré. Il existe plusieurs techniques : par enroulement, par poussée, par roulage et par emboutissage.

### 1.3.2. Calcul cintrage à froid :

Pour déterminer la longueur développée et la mise en position d'un tube dans la cintreuse les fabricants ont établi un tableau en fonction du tube et du type de machine utilisé.

#### 1.3.2.1. Tableau pour cintrage des tubes :

<b>TABLEAU POUR LE CINTRAGE DES TUBES</b>					
<b>NF A 49145 NF A 49115</b>					
<b>Ø extérieur du tube en mm</b>	<b>Désignation en pouce</b>	<b>Rayon de cintrage R</b>		<b>Cote a</b>	
		<b>Cintreuse MINGORI</b>	<b>Cintreuse VIRAX</b>	<b>Cintreuse MINGORI</b>	<b>Cintreuse VIRAX</b>
<b>17,2</b>	<b>3/8'</b>	<b>46.5</b>	<b>40</b>	<b>10</b>	<b>8.5</b>
<b>21,3</b>	<b>1/2'</b>	<b>55.5</b>	<b>50</b>	<b>12</b>	<b>11</b>
<b>26,9</b>	<b>3/4'</b>	<b>71</b>	<b>65</b>	<b>15</b>	<b>14</b>
<b>33,7</b>	<b>1'</b>	<b>94</b>	<b>115</b>	<b>20</b>	<b>25</b>
<b>42,4</b>	<b>1' 1/4</b>	<b>150</b>	<b>165</b>	<b>32</b>	<b>35.5</b>
<b>48,3</b>	<b>1' 1/2</b>	<b>163</b>	<b>180</b>	<b>35</b>	<b>39</b>
<b>60,3</b>	<b>2'</b>	<b>220</b>	<b>240</b>	<b>47</b>	<b>51.5</b>

**Tableau 2 : Cintrage des tubes.**

#### 1.3.2.2. Cote a :

C'est la mesure qu'il faut retrancher pour avoir la cote, à l'axe du tube désirée après

Cintrage.

### 1.3.3.Calcul de la longueur développée d'un tube cintré :

#### 1.3.3.1.Exemple d'application :

Soit à calculer la longueur développée d'un tube cintré de 33.7 ep 3.2 dont les dimensions sont données ci-dessous, sur une cintrreuse de type VIRAX.

Rayon de cintrage pour Virax:

$$R = 115\text{mm}$$

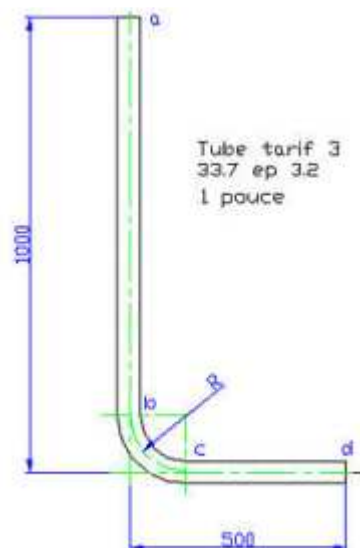
$$L_{gdev} = ab + bc + cd$$

$$Ab = 1000 - 115 = 885\text{mm}$$

$$Cd = 500 - 115 = 385\text{mm}$$

$$Bc = (115 \times 3.14) / 2 = 180.55\text{mm}$$

$$L_{gdev} = 885 + 180.5 + 385 = 1450.5\text{mm}$$



**Figure 12 : Tube cintré de 33.7 ep 32.**

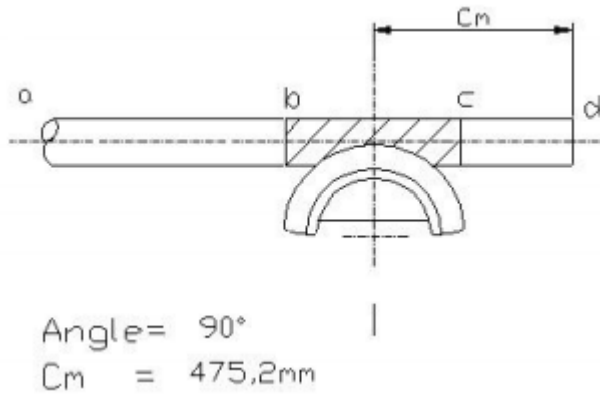
### 1.3.3.2. Mise en position par rapport au galet cintreur

Cm : cote machine

$$Cm = ab \text{ ou } cd + \frac{1}{2} \text{ de } bc$$

$$Cm = (500 - 115) + (180.5 / 2) =$$

$$Cm = 475.2\text{mm}$$



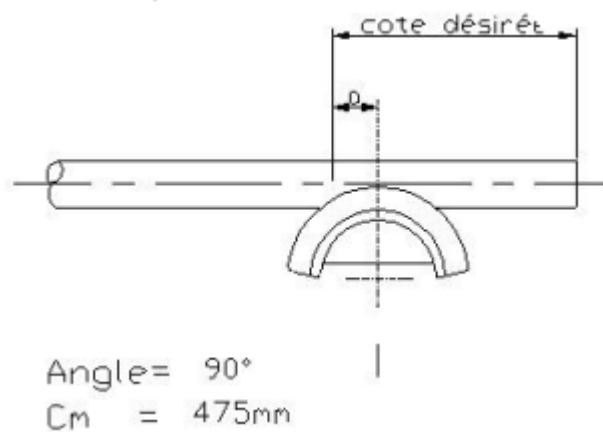
**Figure 13 : Mise en position par rapport au galet cintreur.**

### 1.3.3.3. Mise en position par rapport au galet cintreur avec le cote a :

Cote a pour machine Virax = 25mm

Cote désirée = 500mm

$$\text{Cote machine} = 500 - 25 = 475\text{mm}$$



**Figure 14 : Mise en position par rapport au galet cintreur avec le cote a.**

1.3.4.Calcul longueur développée Fibre Neutre pour cintrage :

1.3.4.1.Mode opératoire :

Calcul longueur développée Fibre neutre (F.N.) pour cintrage.

$$\underline{\mathbf{L = A \times R}}$$

A : valeur de l'axe pour un angle donné

R : rayon de cintrage

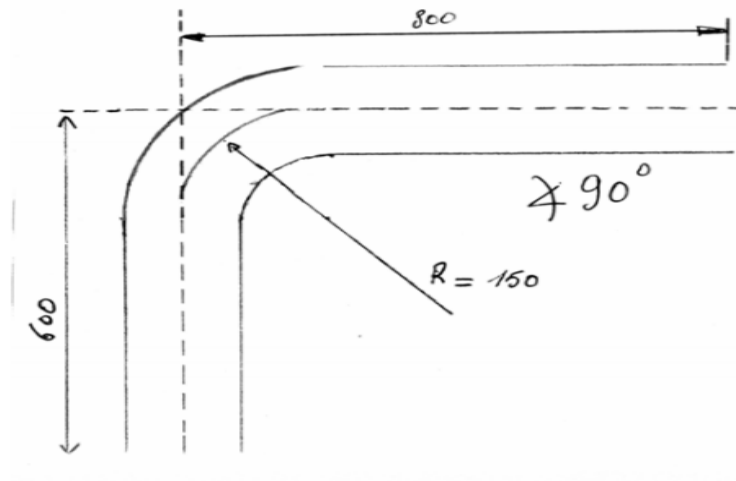
**Valeur des axes**

1° = 0,0175	60° = 1,0472	150° = 2,618
15° = 0,2618	90° = 1,5708	180° = 3,1416
30° = 0,5236	120° = 2,0944	
45° = 0,7854	135° = 2,3562	

*Tableau 3 : Valeur des axes.*

### 1.3.4.2.Exemple :

Quelle longueur de tube sera nécessaire pour réaliser le cintrage suivant.



**Figure 15 : Exemple de calcul de cintrage.**

La longueur des parties droites =  $800 - 150 = 650$

$$600 - 150 = 450$$

La longueur de la partie courbe =  $150 \times 1,57 = 236$  (A à  $90^\circ$ )

Longueur totale : 1336 mm

### 1.3.5.Calcul du recul cintrage à froid:

#### 1.3.5.1.Mode opératoire :

Le recul est égal au rayon de cintrage x 0,215

En pratique vérifier avant d'effectuer une série de cintrage.

En principe augmenter le recul de quelques mm par rapport à la cote standard (cotes données par les fabricants de cintruses).

Pour les petits  $\emptyset$ , prendre le  $\emptyset$ intérieur.

Rayon de cintrage standard pour cintruse.

Cintrage à froid, tube filetable gaz.



Ø tube	Rayon de cintrage	Longueur nécessaire à 90°
3/8	46,5	73
1/2	55,5	87
3/4	71	112
1"	94	148
1" 1/4	150	236
1" 1/2	163	256
2	220	345
2"1/2	340	534
3	530	832
3" 1/2	830	1303
4"	1060	1664

**Tableau 4 : Valeur pour les modes opératoires.**

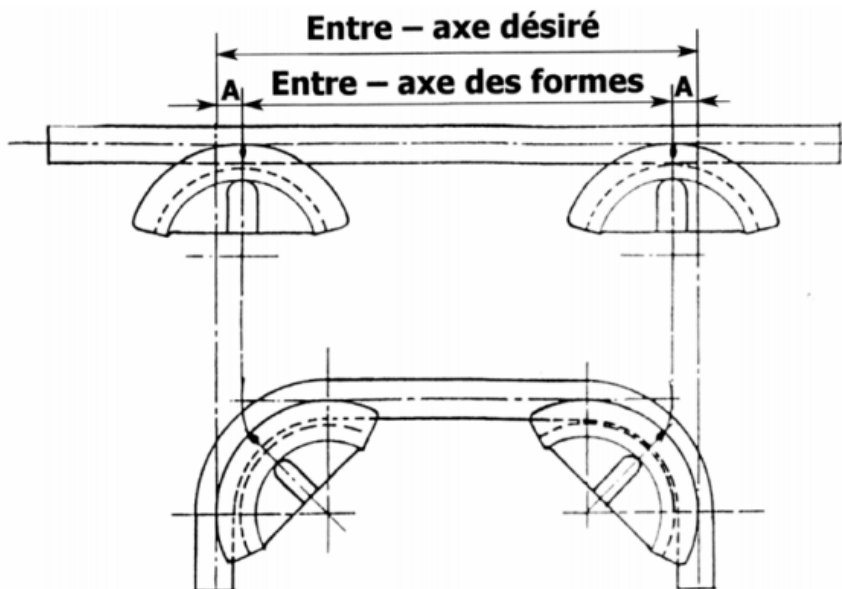
### 1.3.5.2. Entre - Axe désiré:

Pour obtenir un entre - axe désiré dans le cintrage d'un : U ou d'un Z, il faut retrancher 2 fois la cote A en m / m de l'entre - axe désiré.

### Exemple : pour du tube 26 x 34.

Pour avoir 1000 d'entre - axe :  $1000 - (2 \times 20) = 960$  m / m d'entre - axe des formes.

Bien entendu, pour obtenir la cote désirée à l'extérieur du tube, il faut ajouter le Ø du tube.



**Figure 16 : Entre - Axe désiré.**

Pour obtenir une cote désirée de l'extrémité du tube à l'axe d'un coude à 90°, il faut retrancher, suivant le Ø du tube, une longueur A en m / m de la cote désirée.

### Exemple : pour du tube 26 x 34.

Pour avoir 1000 du bout du tube à l'axe du coude, il faut placer le milieu de la forme à  $1000 - 20 = 980$  m / m du bout du tube.

Bien entendu, pour obtenir la cote désirée à l'extérieur du tube, il faut ajouter la moitié du  $\varnothing$  du tube.

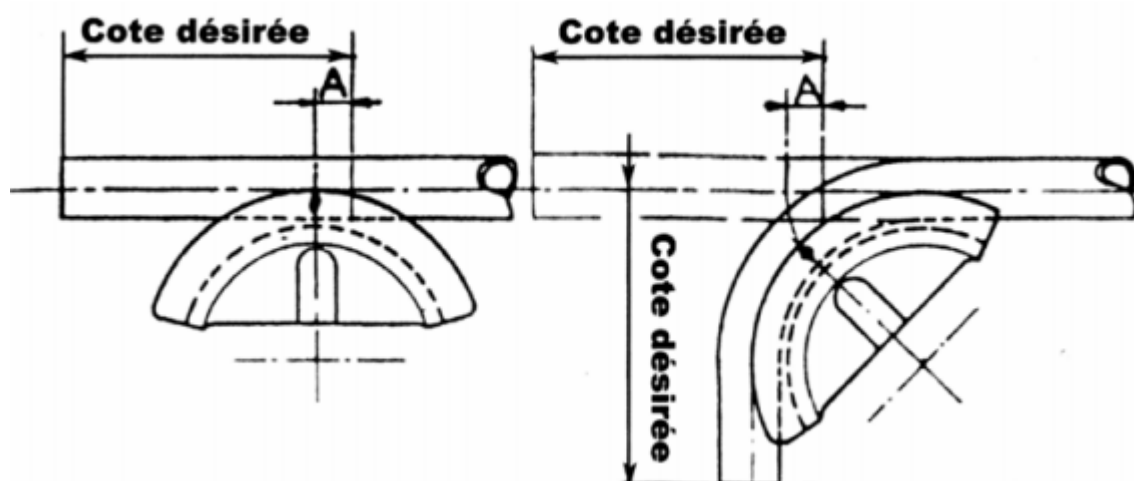


Figure 17 : Cote désirée.

Tube $\varnothing$	Rayon Cintr.	Cote A théorique	Cote A pratique
12 x 17	46,5	10	Pour tous les $\varnothing$ de tubes ajouter 1 à 3 m/m à la cote A théorique
15 x 21	55,5	12	
20 x 27	71	15	
26 x 34	94	20	
33 x 42	150	32	
40 x 49	163	35	
50 x 60	220	47	

Tableau 5 : Liste des cotes par défaut.

On note que Le tableau sert pour le cintrage des coudes à  $90^\circ$  et pour le cintrage en U et en Z.

# **CHAPITRE 2 :** **ELASTICITE**

## 2.1. DEFORMATION ELASTIQUE :

### 2.1.1. Définition :

En physique, l'élasticité est la propriété d'un matériau solide à retrouver sa forme d'origine après avoir été déformé. La déformation élastique est une déformation réversible. Un matériau solide se déforme lorsque des forces lui sont appliquées. Un matériau élastique retrouve sa forme et sa taille initiales quand ces forces ne s'exercent plus, jusqu'à une certaine limite de la valeur de ces forces.

L'élasticité linéaire concerne les *petites* déformations proportionnelles à la sollicitation. Dans cette gamme, l'allongement est proportionnel à la force dans le cas d'un étirement, selon le module de Young.

La notion d'élasticité n'est pas spécifique à la mécanique des milieux continus et en physique, d'une manière générale, on parle d'interaction élastique lorsqu'il y a la conservation d'une grandeur.

### 2.1.2. Module d'élasticité :

Le module d'élasticité (souvent appelé « module élastique ») est une grandeur intrinsèque d'un matériau, définie par le rapport de la contrainte à la déformation élastique provoquée par cette contrainte. La déformation est exprimée comme une grandeur sans dimension. L'unité pratique souvent usitée du module est le MPa.

#### 2.1.2.1. Le module de YOUNG :

##### Définition :

Le module de Young ou module d'élasticité (longitudinale) ou encore module de traction est la constante qui relie la contrainte de traction (ou de compression) et le début de la déformation d'un matériau élastique isotrope.

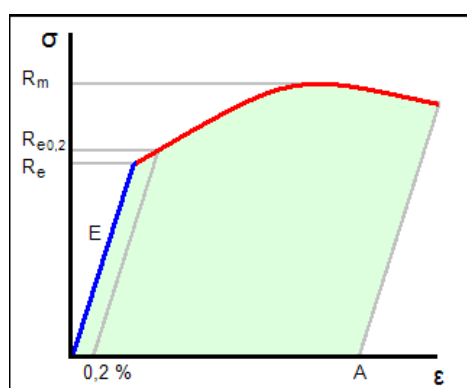


Figure 18 : Module de YOUNG.

## Expression théorique :

Le module de Young, pour un matériau isotrope, est homogène à :

$$E = E_0 \text{---}$$

Cela dit, compte tenu des problèmes où il apparaît, il paraît assez naturel de le rationaliser :

- soit comme  $E_1 = E_0 / (16\pi^2)$  ;
- soit comme  $E_2 = E_0 / 64\pi^6$ ,

Les ordres de grandeur de  $E_1$  ou  $E_2$  sont à comparer aux valeurs tabulées, de l'ordre de 100 GPa, qui apparaissent alors relever de ce corpus théorique.

## Relations :

- L'expression de  $E$  en fonction du module de cisaillement ( $G$ ) et du coefficient de Poisson ( $\nu$ ) s'écrit  $E = 2G(1+\nu)$
- L'expression de  $E$  en fonction de  $\lambda$  et  $\mu$ , appelés coefficients de Lamé, est:

$$E = \text{---}$$

## Le module de rigidité :

En résistance des matériaux, le module de rigidité, ou module de cisaillement, module de glissement, module de Coulomb, second coefficient de Lamé, est une grandeur physique intrinsèque à chaque matériau et qui intervient dans la caractérisation des déformations causées par des efforts de cisaillement.

La définition du module de rigidité  $G$ , parfois aussi noté  $\mu$ , est :

$$G \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}} = \frac{F/A}{\Delta x/l} = \frac{Fl}{A\Delta x}$$

Où :

- $\tau = F/A$  est la contrainte de cisaillement ;
- $F$  est la force ;
- $A$  est l'aire sur laquelle la force agit ;
- $\gamma = \Delta / l = \tan\theta$  est le déplacement latéral relatif, et  $\theta$  est l'écart à l'angle droit ;
- $\Delta$  est le déplacement latéral ;
- $l$  est l'épaisseur.

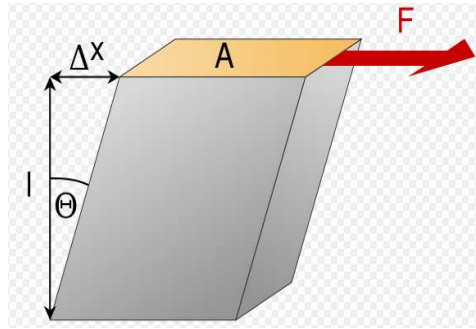


Figure 19 : Module de rigidité.

### 2.1.2.3. Le module d'élasticité isostatique :

Le module d'élasticité isostatique est la constante qui relie la contrainte au taux de déformation d'un matériau isotrope soumis à une compression isostatique.

Généralement noté  $K$ , il permet d'exprimer la relation de proportionnalité entre le premier invariant du tenseur des contraintes et le premier invariant du tenseur des déformations :

$$s = K \cdot e$$

où :

- $s = -\sigma_{ii}$  la contrainte isostatique (en unité de pression) ;
- $K$  est le module d'élasticité isostatique (en unité de pression) ;
- $e = \frac{1}{3}(\epsilon_{ii})$  est le taux de déformation isostatique (sans dimension).

Il s'exprime, respectivement vis-à-vis des coefficients de Lamé ou du module de Young et du coefficient de Poisson, par :

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$$

Note :

- pour  $\nu = 0,33$ ,  $K = E$  ;
- pour  $\nu \rightarrow 0,5$ ,  $K \rightarrow \infty$  (incompressibilité).

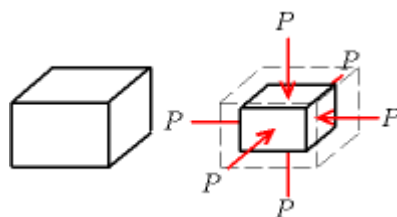
Les matériaux métalliques sont proches du premier cas ( $K \approx E$  dans leur domaine élastique) alors que les élastomères s'approchent d'un comportement incompressible ( $K \gg E$ ).

On peut aussi exprimer  $K$  en fonction des modules d'élasticité en traction  $E$  et en cisaillement  $G$  :

$$\frac{1}{K} = \frac{9}{E} - \frac{3}{G}$$

Le module d'élasticité isostatique représente la relation de proportionnalité entre la pression et le taux de variation du volume :

$$\Delta P = -K * \frac{\Delta V}{V_0}$$



C'est l'inverse du coefficient de compressibilité isotherme  $\chi_T$  défini en thermodynamique par :

$$\frac{1}{K} = \chi^T = -\frac{1}{V} * \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

### 2.1.3. Limite d'élasticité :

La limite d'élasticité est la contrainte à partir de laquelle un matériau arrête de se déformer d'une manière élastique, réversible et commence donc à se déformer de manière irréversible.

Pour un matériau ductile, c'est la zone en rouge sur le graphique ci-contre, au-delà du domaine élastique E représenté en bleu dans lequel l'augmentation de la contrainte donne une déformation réversible à la suppression de cette contrainte. Les déformations subies au-delà de la limite d'élasticité restent permanentes, ce sont des déformations plastiques. Elles se mesurent ou se vérifient habituellement à l'aide d'un essai de traction.

#### 2.1.3.1. Déformation plastique :

##### Définition :

La déformation plastique est la déformation irréversible d'un objet ; elle se produit par un réarrangement de la position relative des atomes, ou plus généralement des éléments constitutifs du matériau.

##### Mécanisme de la déformation plastique :

Dans les métaux, ceci se produit par un glissement des plans atomiques les uns sur les autres, à la manière des cartes à jouer d'un paquet, et ce glissement de plans atomiques se fait grâce au déplacement de défauts linéaires appelés « dislocations ».

Dans tous les cas, la déformation plastique résulte de mouvements au sein de la matière. Ces mouvements s'accompagnent de frottements, et produisent donc de la chaleur. L'échauffement est en général négligeable, mais il peut être nécessaire de le prendre en compte si la déformation est rapide (adiabatique, la chaleur n'a pas le temps de s'évacuer et provoque une élévation notable de la température de la pièce).

#### 2.1.3.2. Tenseur de déformation :

##### Tenseur de Green Lagrange :

$$d\bar{x}^T d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}' = d\bar{X}^T \underline{\underline{C}} d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}'$$
$$\underline{\underline{Id}}_{\bar{X}} = d\bar{X}$$

$$d\bar{x}^T d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}' = d\bar{X}^T \underline{\underline{C}} d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}' = d\bar{X}^T \left( \underline{\underline{C}} - \underline{\underline{I}} \right) d\bar{x}'$$

$$d\bar{x}^T d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}' = 2 d\bar{X}^T \underline{\underline{E}} d\bar{x}'$$

Tenseur des déformations de Green- LaGrange



$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{C}} - \underline{\underline{C}} = \underline{\underline{C}}$$

Le tenseur des déformations de Green-Lagrange  $\underline{\underline{E}}$  est symétrique comme le tenseur des dilatations de Cauchy-Green  $\underline{\underline{C}}$ . Comme  $\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{C}} - \underline{\underline{C}}$ , on peut exprimer le tenseur des déformations de Green-Lagrange en fonction du tenseur gradient de la transformation  $\underline{\underline{F}}$  :

Tenseur des déformations de Green- LaGrange :

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{C}} - \underline{\underline{C}} = \underline{\underline{C}}$$

Exprimé en fonction des composants dans la base R nous obtenons :

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial x_p}{\partial X_i} \frac{\partial x_p}{\partial X_j} - \delta_{ij} \right)$$

Comme celles des tenseurs  $\underline{\underline{C}}$  et  $\underline{\underline{E}}$ , les composantes du tenseur  $\underline{\underline{E}}$  sont sans dimensions.

### Tenseur d'Euler-Almansi :

On peut aussi exprimer la déformation en fonction des variables de configuration actuelle :

$$\begin{aligned} d\bar{x}^T d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}' &= d\bar{x}^T d\bar{x}' - (F^{-1} d\bar{x})^T (F^{-1} d\bar{x}') \\ &= d\bar{x}^T d\bar{x}' - (d\bar{x})^T (F^{-1})^T F^{-1} d\bar{x}' \\ &= d\bar{x}^T d\bar{x}' - (d\bar{x})^T (FF^T)^{-1} d\bar{x}' \end{aligned}$$

$$\text{soit } d\bar{x}^T d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}' = d\bar{x}^T d\bar{x}' - (d\bar{x})^T \underline{\underline{B}}^{-1} d\bar{x}'$$

$$= d\bar{x}^T d\bar{x}' - d\bar{x}^T \underline{\underline{c}} d\bar{x}'$$

$$d\bar{x}^T d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}' = d\bar{x}^T \left[ \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{c}} \right] d\bar{x}'$$

Tenseur des déformations d'Euler- Almansi :

$$\underline{\underline{d}} = \underline{\underline{d}} - \underline{\underline{d}} = 2 \underline{\underline{d}} = \underline{\underline{d}}$$

Tout comme  $\underline{\underline{d}}$ , le tenseur des déformations d'Euler-Almansi  $\underline{\underline{d}}$  est covariantiel puisque en forme bilinéaire il s'applique sur les vecteurs relatifs à la configuration actuelle. Les composantes du tenseur  $\underline{\underline{d}}$  dans la base R sont :

$$d_{x_i} d_{x_i}' - d_{X_m} d_{X_m}' = 2 e_{rs} d_{x_r} d_{x_s}'$$

$$d_{x_i} d_{x_i}' - d_{X_m} d_{X_m}' = 2 e_{pq} d_{x_q} d_{x_q}'$$

$$d_{x_j} d_{x_j}' - d_{X_m} d_{X_m}' = 2 e_{pq} d_{x_q} d_{x_q}'$$

$$d\bar{x}^T d\bar{x}' - d\bar{X}^T d\bar{X}' = 2 d\bar{X}^T \underline{\underline{E}} d\bar{X}'$$

## Relation entre le tenseur de Green-Lagrange et tenseur de Green Lagrange :

Pour obtenir la relation entre le tenseur des déformations de Green-Lagrange  $\underline{\underline{E}}$  et le tenseur des déformations d'Euler-Almansi  $\underline{\underline{e}}$ , nous exprimons la différence des produits scalaires dans la configuration actuelle et la configuration de référence en fonction de ces deux tenseurs :

$$d\vec{x}^T d\vec{x}' - d\vec{X}^T d\vec{X}' = 2 d\vec{X}^T \underline{\underline{E}} d\vec{X}' = 2 d\vec{x}^T \underline{\underline{e}} d\vec{x}'$$

Nous exprimons le membre de droite de cette égalité en fonction de  $d\vec{x}$  et  $d\vec{x}'$ . Ceci conduit à une égalité de deux formes linéaires qui ne dépendent plus que  $d\vec{x}$  et  $d\vec{x}'$  :

$$d\vec{X}^T \underline{\underline{E}} d\vec{X}' = d\vec{x}^T \underline{\underline{e}} d\vec{x}' \text{ soit comme } d\vec{x} = \underline{\underline{F}} d\vec{X} \text{ et } d\vec{x}' = \underline{\underline{F}} d\vec{X}'$$

$$d\vec{X}^T \underline{\underline{E}} d\vec{X}' = (\underline{\underline{F}} d\vec{X})^T \underline{\underline{e}} (\underline{\underline{F}} d\vec{X}') = d\vec{X}^T \left[ \underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{e}} \underline{\underline{F}} \right] d\vec{X}'$$

L'égalité précédente est vraie pour le vecteur  $d\vec{X}$  et tout vecteur  $d\vec{X}'$ . Ceci conduit à l'égalité des deux tenseurs :

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{e}} \underline{\underline{F}}$$

$$\underline{\underline{e}} = \underline{\underline{F}}^{-T} \underline{\underline{E}} \underline{\underline{F}}^{-1}$$

Il est important de retenir la démarche adoptée pour démontrer l'égalité de deux tenseurs. Nous avons montré que les formes linéaires associées à ces tenseurs sont égales pour tous les vecteurs considérés.

## 2.2 RELATION FORCE-DEFORMATION :

### 2.2.1. Généralité:

Considérons le cas d'un objet solide soumis à traction, fixé au mur sur un côté et on applique une force  $F$  de traction sur l'autre. On observe un allongement  $\delta$ .

On constate que la force nécessaire pour obtenir le même  $\delta$  sur une barre de section droite identique, mais de forme circulaire ou carrée ou autre, est essentiellement la même. En effet seulement la section entre dans le calcul de déformations par traction et compression.

On est amenés à introduire l'effort:

$$\sigma = F/A$$

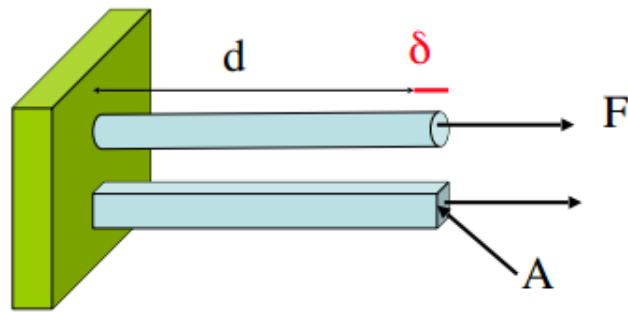


Figure 20 : Relation traction-compression.

On tient compte de la proportionnalité de  $\delta$  avec  $d$ ,  $\delta \propto d$ , en introduisant la déformation (relative)  $\epsilon$  (sans dimension) :

$$\epsilon = \delta / d$$

La proportionnalité entre déformation élastique et efforts sont exprimés par le module d'Young  $E$  ( $N/m^2$ ) :

$$E = \epsilon \sigma / E$$

Dans le cas de corps homogènes (ex. : les métaux),  $E$  est le même pour traction et compression.

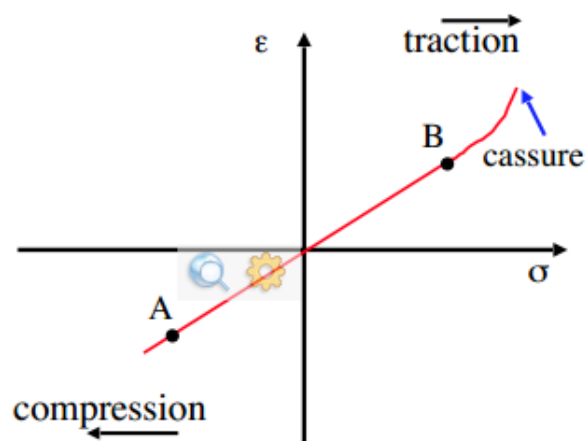


Figure 21: dans la région AB le régime est linéaire et le module de Young  $E$  correspond à  $1/\text{pente}$  de la droite.

### 2.2.2. Constante d'élasticité :

Hooke avait étudié la proportionnalité entre force  $F$  et la déformation  $\delta$  pour les objets élastiques (en particulier les ressorts). La loi d'Hooke pour un objet de constante d'élasticité (ou du ressort)  $k$ :

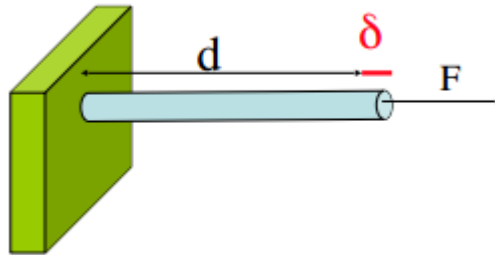
$$\mathbf{F = k \delta}$$

On peut relier  $k$  au module de Young  $E$ . De la définition d'effort  $\sigma = F/A$  et déformation  $\epsilon = \delta/d$  on tire:

$$\sigma = F/A = k\delta/A = (d/d)k\delta/A = (kd/A) \delta/d = (kd/A)\epsilon \Rightarrow \sigma/\epsilon = kd/A$$

De la définition  $E = \sigma/\epsilon$  :

$$\mathbf{E = kd/A \text{ et } k = EA/d}$$



*Figure 22 : Constante d'élasticité.*

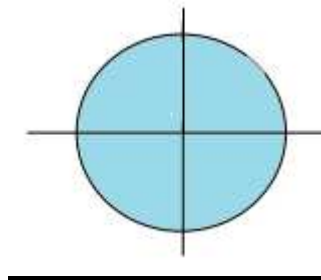
### 2.2.3. Moment d'inertie de la section :

Le moment d'inertie de la section a pour symbole  $I_s$  et à ne pas confondre avec le moment d'inertie :  $I = \int r^2 dm$

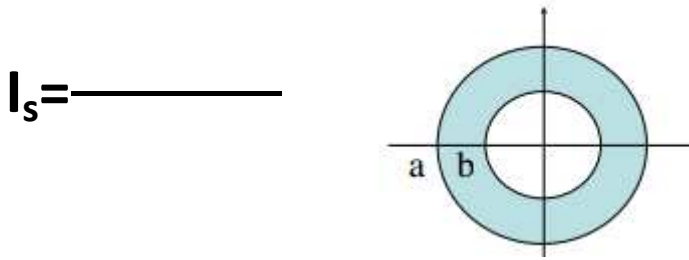
Mais comme nous nous intéressons qu'aux cylindres pleins et aux tubes ; alors la formule est de :

**Cylindre plein :**

$$I_s = \frac{\pi r^4}{4}$$



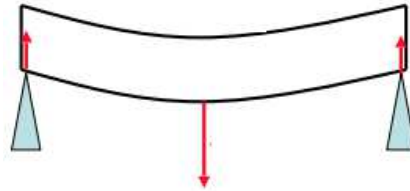
## Tube :



### 2.2.4. Flexion :

#### 2.2.4.1. Définition :

La flexion est la déformation d'un objet qui se traduit par une courbure. Dans le cas d'une poutre, elle tend à rapprocher les deux extrémités de la poutre. Dans le cas d'une plaque, elle tend à rapprocher deux points diamétralement opposés sous l'action.



*Figure 23 : Flexion.*

#### 2.2.4.2. Formule de moment des forces $\tau$ :

Le moment des forces s'exprime

$$\tau = EI_s/R$$

$\tau$  : moment des forces

$E$  : module de YOUNG

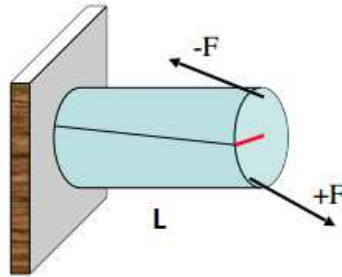
$I_s$  : moment d'inertie de la section

$R$  : rayon de courbure

## 2.2.5. Torsion :

### 2.2.5.1. Définition :

La torsion est la sollicitation subie par un corps soumis à l'action d'un couple de forces opposées agissant dans des plans parallèles et dont l'élément de réduction est un moment de force agissant dans l'axe de la poutre.



*Figure 24 : Torsion.*

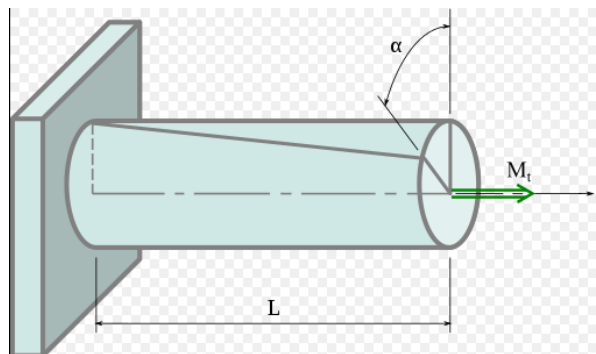
### 2.2.5.2. Torsion uniforme d'un tube cylindrique :

#### Déformation :

Considérons une poutre de longueur L, encastree à une extrémité, l'autre extrémité étant libre. Traçons un rayon sur la section droite de l'extrémité libre ; en petites déformations, on suppose que ce rayon reste rectiligne, il tourne d'un angle  $\alpha$ . On suppose que la déformation soit homogène, l'angle autour duquel tourne une section droite quelconque dépend de manière linéaire de la distance à l'encastrement. On définit le taux de rotation, ou angle unitaire de torsion  $\theta$  par :

$$\theta = \alpha/L$$

$\theta$  s'exprime en radian par mètre (rad/m).



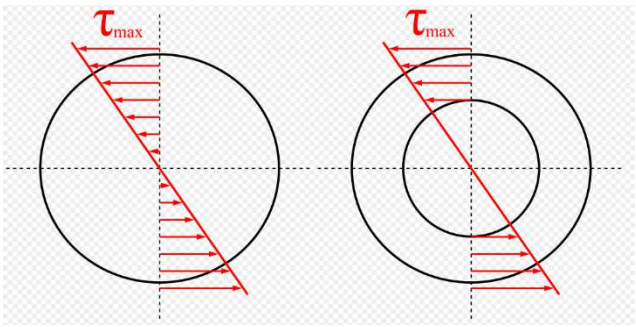
*Figure 25 : Torsion uniforme d'un tube cylindrique.*

**Contrainte :**

Selon la théorie d'Euler-Bernoulli, si l'on reste en petites déformations, le moment de torsion  $M_t$  crée des cissons (contraintes de cisaillement)  $\tau$  qui sont proportionnelles à la distance  $r$  par rapport à l'axe de torsion :

$$\tau = \frac{M_t}{I_G} r$$

- $M_t$  est le moment de torsion ;
- $I_G$  est le moment quadratique de torsion, dépendant de la forme de la section (diamètre extérieur, et diamètre intérieur dans le cas d'un tube).



L'angle unitaire de torsion est donné par :

$$\theta = \frac{M_t}{G I_G}$$

Où  $G$  est le module de cisaillement ou module de Coulomb.

Et  $I_G$  à pour formule.

**Pour un cylindre plein,**

On a :

$$I_G = \frac{\pi D^4}{32}$$

$D$  est le diamètre.

**Pour un tube,**

on soustrait simplement le moment quadratique de la partie évidée :

$$I_G = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32}$$

$D$  est le diamètre extérieur et  $d$  est le diamètre intérieur.



Alors

La scission maximale vaut :

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_G} \nu$$

$\nu$  est le rayon extérieur de la pièce ( $D/2$ ). La quantité  $C = (I_G/\nu)$  est appelée module de torsion.

### 2.2.5.3. Caractérisation du cisaillement maximum :

- Tenseur de contrainte dans le repère principal :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

Vecteur contrainte pour une normale  $\mathbf{n}$  dans le plan ( $x_1$ - $x_2$ ) (avec  $\theta$  = angle

( $x_1, \mathbf{n}$ ) :

$$T_n = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta$$

$$|T_t| = (T^2 - T_n^2)^{1/2} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \sin 2\theta$$

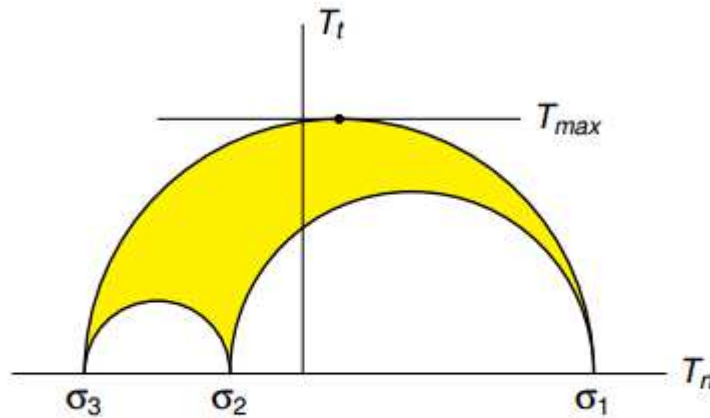
- Cercle de Mohr :

$$\left( T_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 + T_t^2 = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)^2$$

- Cisaillement maxi :

$$|T_t^{max}| = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$

Critère de Tresca :



- Le cisaillement maximum reste inférieur à une valeur critique.
- Max.
- Est la limite d'élasticité en traction simple.

Puisque la déformation plastique se fait par cisaillement, le critère de Tresca<sup>1</sup> (ou critère de Tresca-Guest) considère la scission déterminée selon le cercle de Mohr. Dans le cas de contraintes planes, la condition de déformation élastique devient :

$$|\sigma_I - \sigma_{II}| \leq R_e.$$

Le graphique est un hexagone.

Dans le cas de contraintes tridimensionnelles, on a :

$$|\sigma_I - \sigma_{II}| \leq R_e \text{ et } |\sigma_I - \sigma_{III}| \leq R_e \text{ et } |\sigma_{II} - \sigma_{III}| \leq R_e$$

Ou encore :

$$\max_{i \neq j} (|\sigma_i - \sigma_j|) \leq R_e.$$

La fonction d'écoulement plastique est alors :

$$f(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}) = \max_{i \neq j} (|\sigma_i - \sigma_j|) - R_e.$$

La surface limite est un prisme à base hexagonale dont l'axe est la trisectrice des trois axes ( $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ ).

### Critère de Von Mises :

Le critère dit de Von Mises fut formulé par Maxwell en 1865. Huber (1904) la développa partiellement dans un article en polonais. Cependant, sa paternité est généralement attribuée à Von Mises (1913). On parle aussi parfois de la théorie de Maxwell–Huber–Hencky–Von Mises, ou de critère de Prandtl-Reuss.

Le critère de Von Mises est un critère énergétique : l'énergie de déformation élastique s'écrit dans les cas simples :

$$U = 1/2 \sigma \epsilon \text{ en traction-compression}$$

— ou —

$$U = 1/2 \tau \gamma \text{ en cisaillement}$$

Et de manière générale

$$U = 1/2 \sigma_{ij} \epsilon_{ij}$$

Cette énergie peut se séparer en deux termes :

$$U = U_v + U_f$$

Avec

- $U_v$  : énergie due au changement de volume sans changement de forme,

$$U_v = \frac{1}{2} \text{tr}(\sigma'') = \frac{1}{6} \sigma_{iii} = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_{ii})^2 = \frac{1-2\nu}{6E} (I_1)^2 ;$$

- $U_f$  : énergie due au changement de forme sans changement de volume, ou énergie de distorsion élastique :

$$U_f = \frac{1}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}'') = \frac{1}{6} s_{ii} e_{ii} = \frac{1-2\nu}{4G} s'_{ij} s'_{ij}$$

Comme indiqué précédemment, la dilatation/compression isotrope n'est pas susceptible de provoquer un écoulement plastique, le critère de plasticité ne porte donc que sur  $U_f$ . On peut écrire :

$$\begin{aligned} U_f &= \frac{1}{12G} ((\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)) \\ &= \frac{1}{12G} ((\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2) \\ &= \frac{J_2}{2G} \end{aligned}$$

Où  $J_2$  est le second invariant du déviateur du tenseur des contraintes et  $G$  est le module de cisaillement.

Cette énergie ne doit pas dépasser une valeur limite si l'on veut rester dans le domaine élastique. La valeur critique de l'énergie est donc, en prenant comme référence la traction uniaxiale ( $\sigma_{II} = \sigma_{III} = 0$ ,  $\sigma_I = R_e$  à la limite) :

$$U_f^{cr} = \frac{1}{6G} R_e^2$$

En contraintes planes, le critère de Von Mises s'écrit :

$$\sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 - \sigma_I \sigma_{II}} \leq R_e$$

Ce qui est l'équation d'une ellipse, ou encore :

$$J_2 \leq \frac{1}{3} R_e^2$$

Ceci peut également s'écrire :

$$(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 \leq 2R_e^2$$

Ou encore :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2} \leq R_e$$

La surface limite est un cylindre dont l'axe est la trisectrice des trois axes ( $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ ).

La fonction d'écoulement plastique peut s'écrire :

$$f(\sigma_I; \sigma_{II}; \sigma_{III}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2} - R_e$$

$$f(J_2, J_3) = \sqrt{3J_2} - R_e$$

Dans le cas de poutres soumises à une flexion (générant une contrainte normale maximale  $\sigma_{max}$ ) et à une torsion (générant une cisssion maximale  $\tau_{max}$ ), le critère devient (forme de Huber) :

$$\sqrt{\sigma_{max}^2 + 3\tau_{max}^2} \leq R_e$$

### Contrainte de comparaison :

La contrainte de comparaison, ou contrainte effective, ou encore contrainte équivalente, est une valeur calculée à partir du tenseur des contraintes ; elle est notée  $\sigma_e$ . On compare cette valeur à la limite d'élasticité pour savoir si l'on est dans le domaine élastique ou plastique. Cela revient en fait à ramener tout problème à de la traction uniaxiale.

La fonction d'écoulement plastique devient :

$$f(\sigma_{ij}) = \sigma_e - R_e.$$

On définit classiquement deux contraintes effectives :

- la **contrainte de Tresca** :

$$\sigma_e = \max(|\sigma_I - \sigma_{II}|, |\sigma_{II} - \sigma_{III}|, |\sigma_{III} - \sigma_I|);$$

- la contrainte de von Mises :

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2}$$

Dans un cas de sollicitations planes, pour lequel on n'a que deux contraintes normale  $\sigma$  et de cisaillement  $\tau$ , les définitions deviennent :

- contrainte de Tresca :  $\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$  ;
- contrainte de von Mises :  $\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$

La frontière entre le domaine plastique et le domaine élastique est la surface  $\sigma_e = R_e$  :

- $\sigma_e < R_e$  : domaine élastique ;
- $\sigma_e > R_e$  : domaine plastique.

En résistance des matériaux, la condition de résistance s'écrit :

$$\sigma_e \leq R_p, \text{ avec } R_e/s.$$

Les programmes de calcul par éléments finis représentent en général le champ de contrainte équivalente par une carte de couleur, le bleu correspondant à une contrainte nulle et le rouge à la contrainte équivalente maximale. On peut ainsi détecter le ou les points critiques de la pièce.

### Comparaison des critères de Tresca et von Mises :

- Dans le plan traction-cisaillement :
  - Von Mises :  $f(\sigma, \tau) = (\sigma^2 + 3\tau^2)^{0.5} - \sigma_y$
  - Tresca :  $f(\sigma, \tau) = (\sigma^2 + 4\tau^2)^{0.5} - \sigma_y$

- Dans le plan des contraintes principales

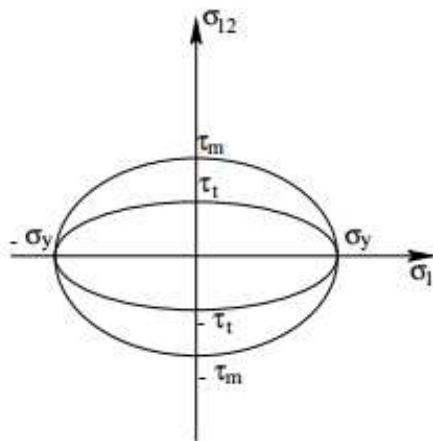
- Von Mises :  $f(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_y$

- Tresca :  $f(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_2 - \sigma_y$  si  $0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_2$

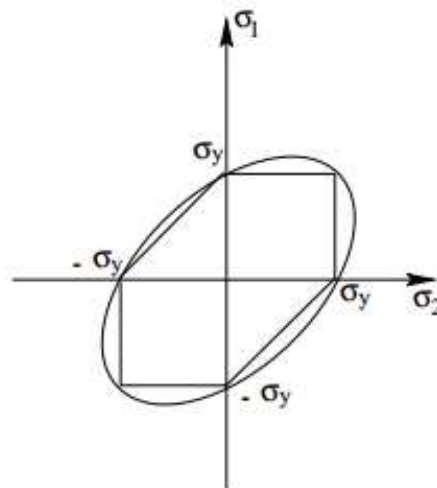
$f(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1 - \sigma_y$  si  $0 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$

$f(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_y$  si  $\sigma_2 \leq 0 \leq \sigma_1$

- Dans le plan déviateur, Von Mises = cercle ; Tresca = hexagone
- Dans l'espace des contraintes principales ; cylindre de génératrice (1 ; 1 ; 1)



a. En traction-cisaillement (von Mises :  $\tau_m = \sigma_y / \sqrt{3}$ , Tresca :  $\tau_t = \sigma_y / 2$ )



b. En traction biaxiale

**CHAPITRE 3**  
**:REALISATION ET**  
**MISE EN ŒUVRE**



## 3.1. REALISATION D'UN CINTRAGE NON COPLANAIRE

### 3.1.1. Vérin :

Un vérin pneumatique ou hydraulique sert à créer un mouvement mécanique, et consiste en un tube cylindrique (le cylindre) dans lequel une pièce mobile, le piston, sépare le volume du cylindre en deux chambres isolées l'une de l'autre. Un ou plusieurs orifices permettent d'introduire ou d'évacuer un fluide dans l'une ou l'autre des chambres et ainsi déplacer le piston.

#### 3.1.1.1. Types de vérin :

Il existe de très nombreux types de vérins. Les vérins standards varient suivant leurs alésages et leur compacité auxquels on peut adjoindre différentes options : fixation universelle, tige anti-rotation, salle blanche.

- Le **vérin pneumatique** est utilisé avec de l'air comprimé entre 2 et 10 bars dans un usage courant. Simple à mettre en œuvre, il est très fréquent dans les systèmes automatisés industriels.
- Le **vérin hydraulique** transforme l'énergie hydraulique (pression, débit) en énergie mécanique (effort, vitesse). Il est utilisé avec de l'huile sous pression, jusqu'à 350 bars dans un usage courant. Plus coûteux, il est utilisé pour les efforts plus importants et les vitesses plus précises (et plus facilement réglables) qu'il peut développer.
- Le **vérin manuel vis-écrou** : La tige du vérin est une vis hélicoïdale (guidée en rotation) entraînée par un écrou (fixe en translation). L'écrou est actionné par un levier ou par un système de vis sans fin qui, en tournant, fait monter ou descendre la tige.
- les **vérins électriques** qui produisent un mouvement comparable mais avec l'aide d'un système vis-écrou (liaison glissière hélicoïdale), dont l'écrou est entraîné par un moteur électrique.

#### 3.1.1.2. Caractéristiques :

Un vérin se caractérise par sa course, par le diamètre de son piston et par la pression qu'il peut admettre :

- La course correspond à la longueur du déplacement à assurer,
- L'effort développé dépend de la pression du fluide et du diamètre du piston.

La force développée par un vérin est :

$$F = P \cdot S$$

- $F$  est la force développée exprimée en newtons.
- $P$  est la pression exprimée en pascals.
- $S$  est la surface d'application de la pression exprimée en mètres carrés.

$$S = \pi \cdot R^2$$

Avec  $R$  le rayon du piston en mètres.

En automatismes, on emploie également les unités pratiques :  $F$  en daN,  $P$  en bar et  $S$  en cm<sup>2</sup>. On emploie aussi couramment  $F$  en N,  $P$  en MPa et  $S$  en mm<sup>2</sup>.

La vitesse de sortie du piston est fonction de la surface du piston et du débit de fluide qui rentre dans la chambre motrice :



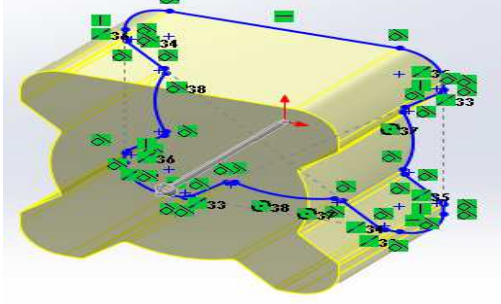
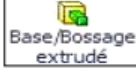
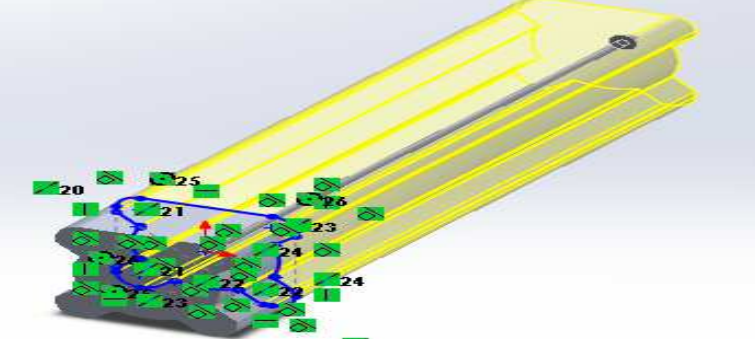

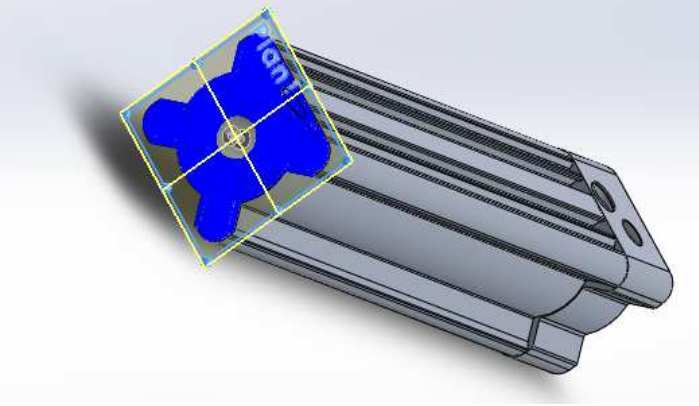
$$V = \frac{Q}{S}$$




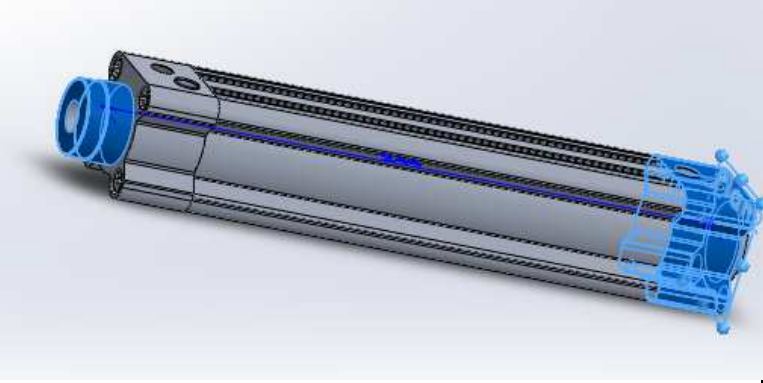


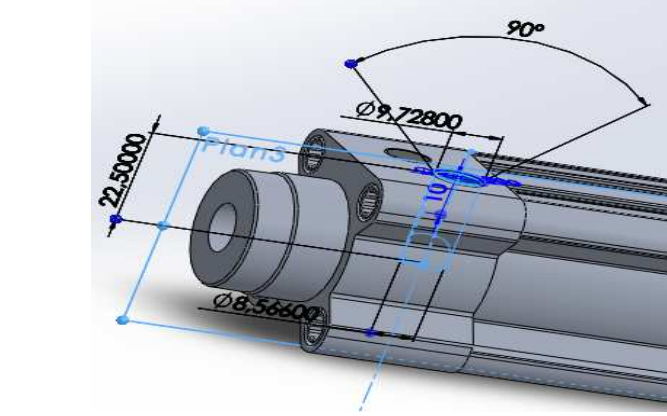

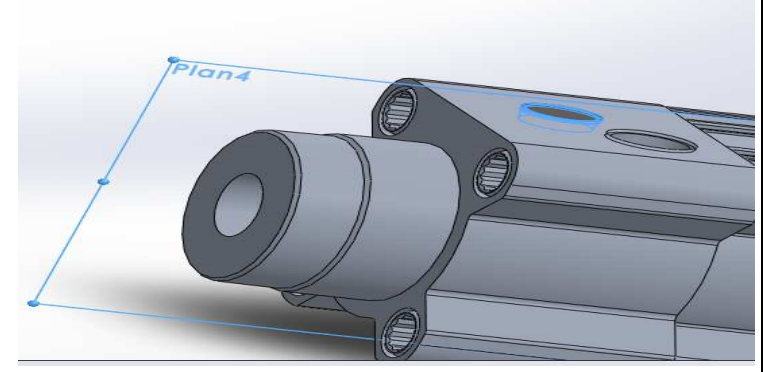
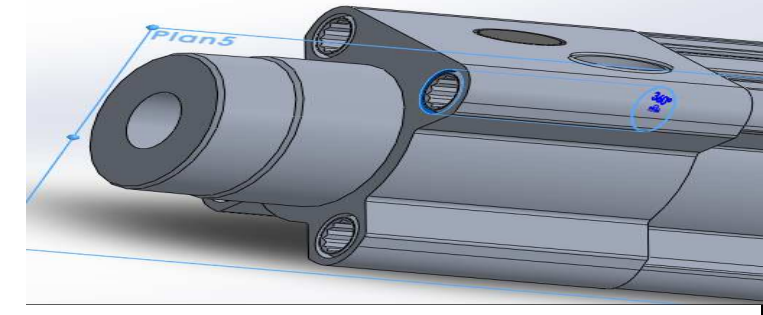
- $V$  la vitesse en m/s,
- $Q$  le débit volumique en m<sup>3</sup>/s,
- $S$  la surface d'application (surface du piston) en m<sup>2</sup>.


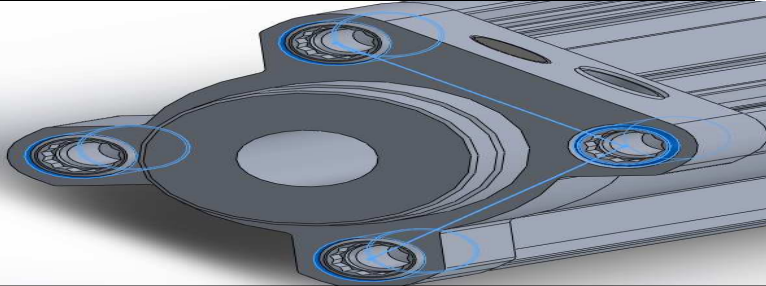
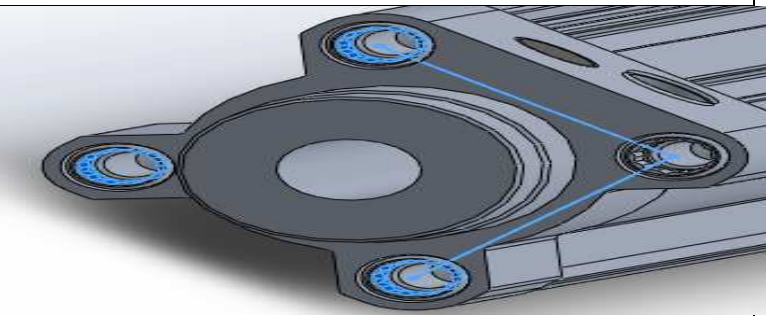
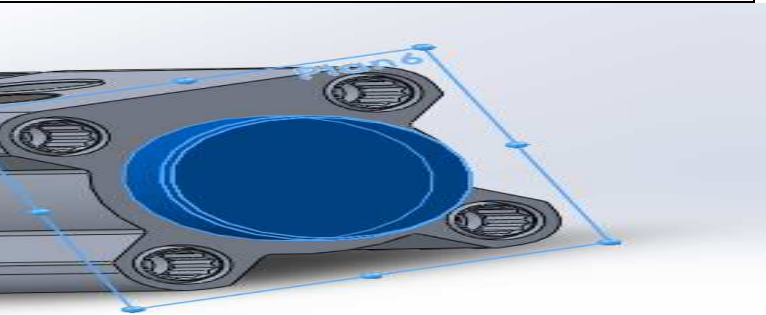
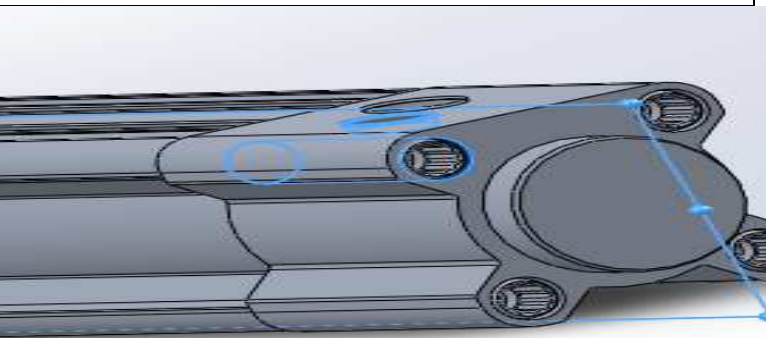
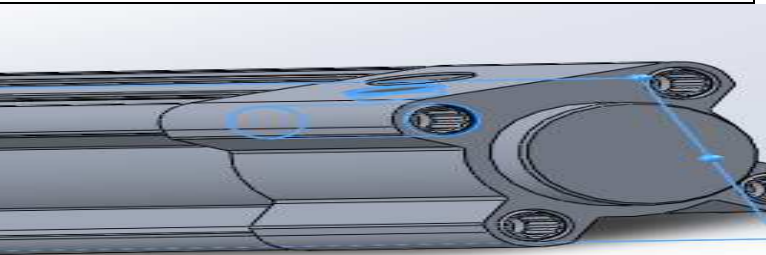
Le produit de la surface du piston par la course donne la cylindrée du vérin ; elle correspond au volume de fluide nécessaire pour sortir toute la tige du piston.

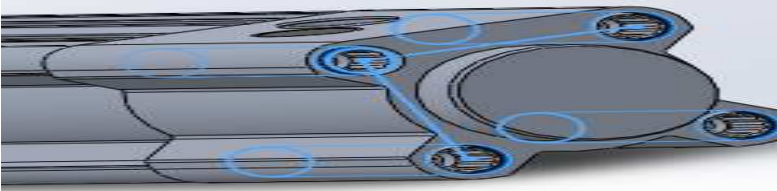
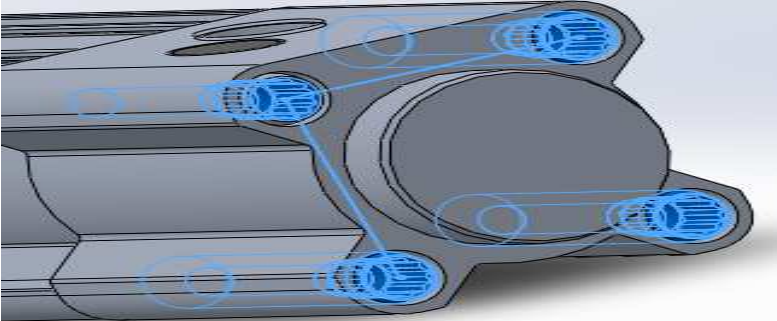
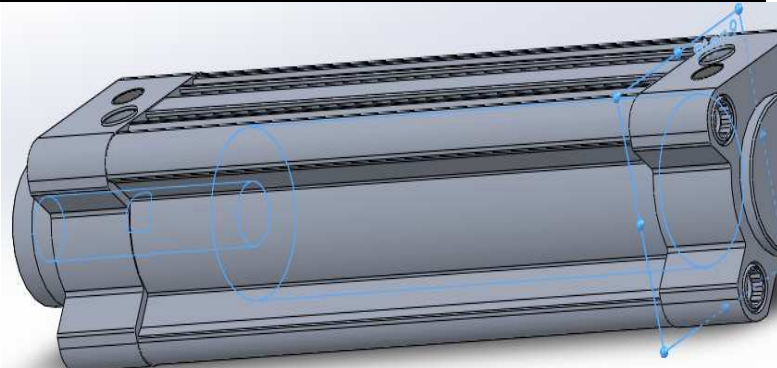
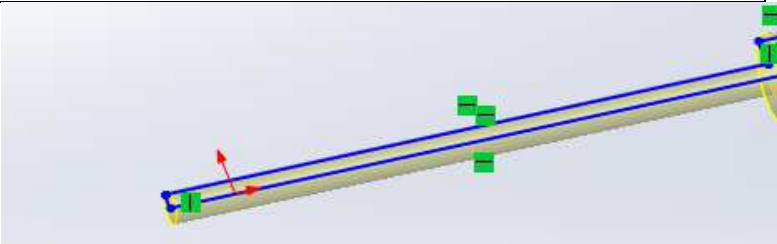
On vérifiera l'élanement de la tige pour éviter son flambement en poussant. Pour les grands vérins à grande course on utilise des tiges creuses alimentées en huile pour réduire le risque de flambement.

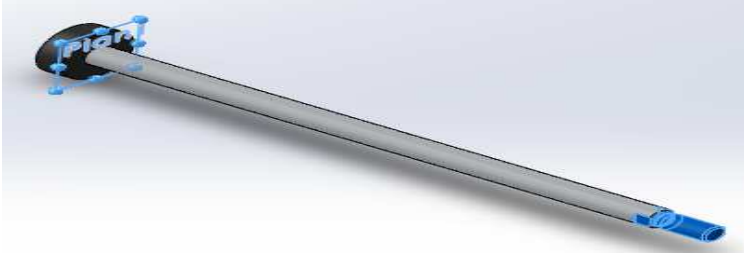
### 3.1.1.3. Représentation graphique sous SolidWorks :

1	<p>Démarrer SolidWorks et ouvrir une nouvelle pièce.</p>	
2	<p>Créer le plan 1 , créer une esquisse, dessiner la forme ci-contre et extruder de 28 mm </p>	
3	<p>Extruder l'esquisse  dans l'autre direction de 188.</p>	
4	<p>Enlèvement pour former une coque de vérin. </p>	

<p>5</p>	<p>Création du plan 2  pour faire</p> <p>la révolution  et</p> <p>extrusion des esquisses .</p>	
<p>6</p>	<p>Créer le plan 3  pour le</p> <p>perçage  de diamètre 9.728 et</p> <p>de profondeur 20.5 .</p>	
<p>7</p>	<p>Créer plan 4 pour faire</p> <p>l'enlèvement des matières avec</p> <p>révolution .</p>	
<p>8</p>	<p>Créer plan5 pour enlever la</p> <p>matière révolution</p>	

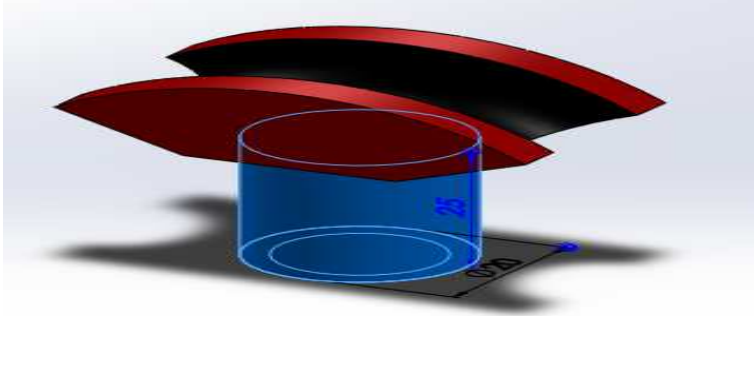
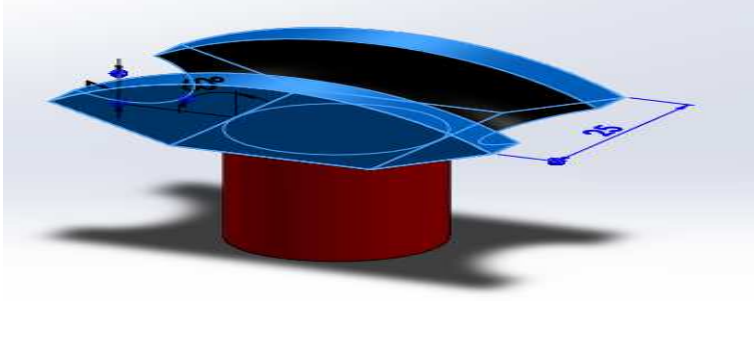

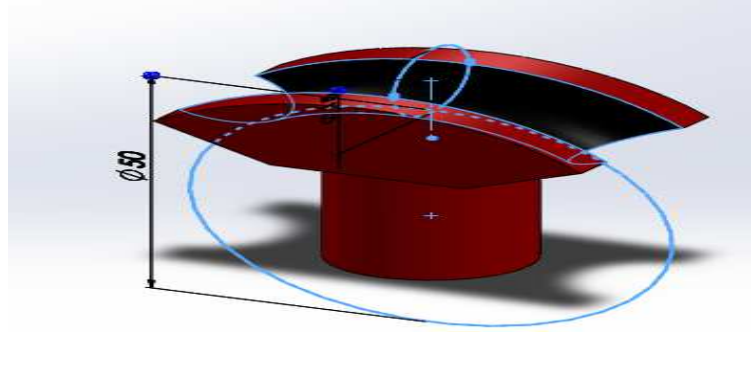
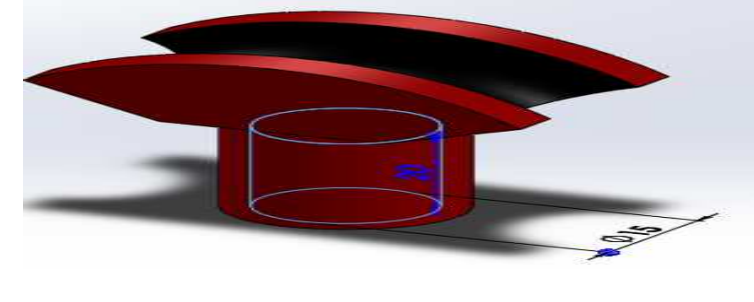
9	<p>Esquisse 11 pour fabriquer la</p>  <p>répétions linéaire des trous en révolution de la matière.</p>	
10	<p>Créer l'esquisse 17 et répétition linéaire pour faire les étoiles.</p>	
11	<p>Plan 6 et la révolution le schéma de l'arrière du vérin.</p>	
12	<p>Créer plan 7 perçage.</p>	
13	<p>Créer plan 8 pour faire Enlèvement, Révolution, Perçage.</p>	

14	<p>Créer esquisse Répétition linéaire Révolution de l'arrière du vérin.</p>	
15	<p>Créer esquisse et faire répétition linéaire, enlèvement de matière des trous puis révolution Répétition linéaire Enlèvement de matière Répétition linéaire pour faire les étoiles à l'arrière du vérin.</p>	
16	<p>Créer plan 9 Enlèvement de matière de révolution puis donné de la place au piston.</p>	
17 piston	<p>Créer plan 1 et faire la révolution de l'esquisse.</p>	

18	Créer plan Enlèvement du bout de la matière de révolution, révolution de bout du piston.	
----	---	--

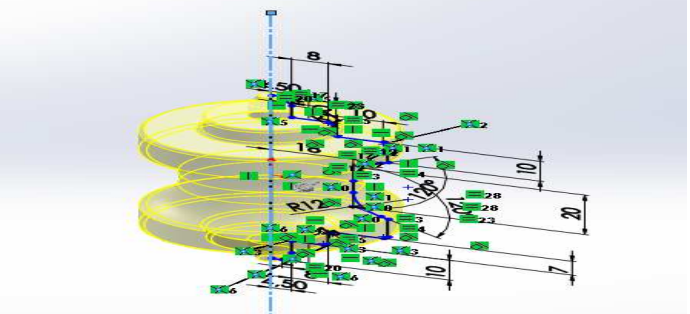
### 3.1.2. Galets :

#### 3.1.2.1. Galets formeurs ou sabots ou coudes concentriques :

19 Sabots	Créer 2 cercle de $\varnothing 20$ boss extrudé 25.	
20	Créer l'esquisse et extrudé de 25.	
21	Créer enlèvement de matière par balayage  du cercle de $\varnothing 15$ trajectoires du cercle de $\varnothing 50$ .	
22	Créer enlèvement du cercle de $\varnothing 15$ sur le premier bossage.	

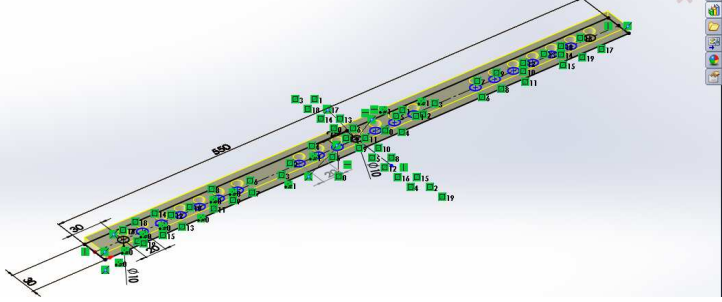


### 3.1.2. Galets d'appuis :


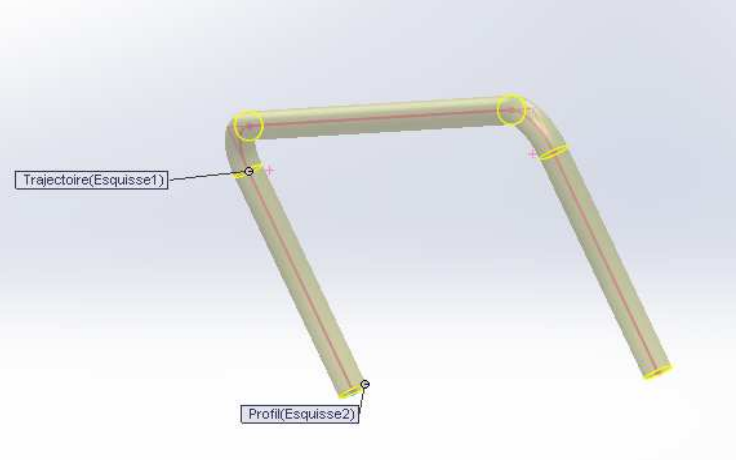
23 Galet	Créer révolution de l'esquisse.	
----------	---------------------------------	--

### 3.1.3. Flasques :

#### 3.1.3.1. Flasques supérieurs et flasques inférieurs :

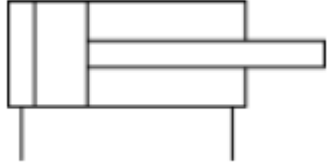
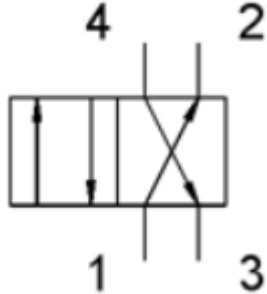
24 Flasque	Créer extrusion l'esquisse.	
---------------	-----------------------------	---

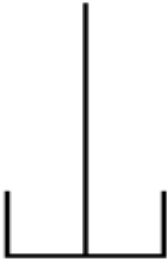


### 3.1.4. Tables:

25 table	Créer le cercle la trajectoire pour faire la fonction bossage du boss balayé  .	
-------------	--	--



## 3.2. REALISATION PAR FLUIDSIM



### 3.2.1. Schéma manuel :

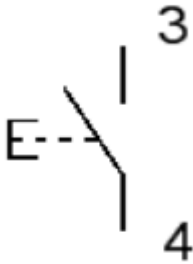
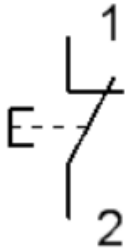
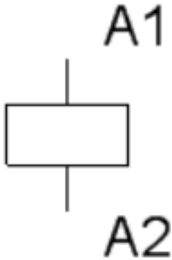
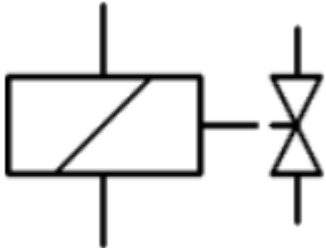
1 vérin	La tige de piston du vérin à double effet est mise en mouvement par le fluide sous pression appliqué d'un côté ou de l'autre du piston. Sur le piston du vérin se trouve un aimant permanent dont le champ magnétique permet d'actionner des capteurs de proximité.	
2 Distributeur	Le distributeur 4/n configurable est un distributeur à quatre raccords dont le corps et les modes de commande sont adaptables. Les raccords hydrauliques peuvent par ailleurs être munis de bouchons d'obturation.	

3 Réservoir	La pression du réservoir, intégré au groupe hydraulique, est de 0 MPa. Il peut être intégré dans le schéma de circuit comme composant autonome.	
4 Groupe hydraulique, représentation simplifiée	Représentation simplifiée du groupe hydraulique complet. Ce composant ne possède pas de raccords vers le réservoir dans le schéma.	
5 La conduite hydraulique	La conduite hydraulique permet de relier deux raccords hydrauliques. Il peut s'agir aussi bien d'un raccord simple que d'une dérivation. Une conduite hydraulique est considérée par défaut comme étant une liaison idéale, la simulation ne prenant aucune perte de charge en compte.	

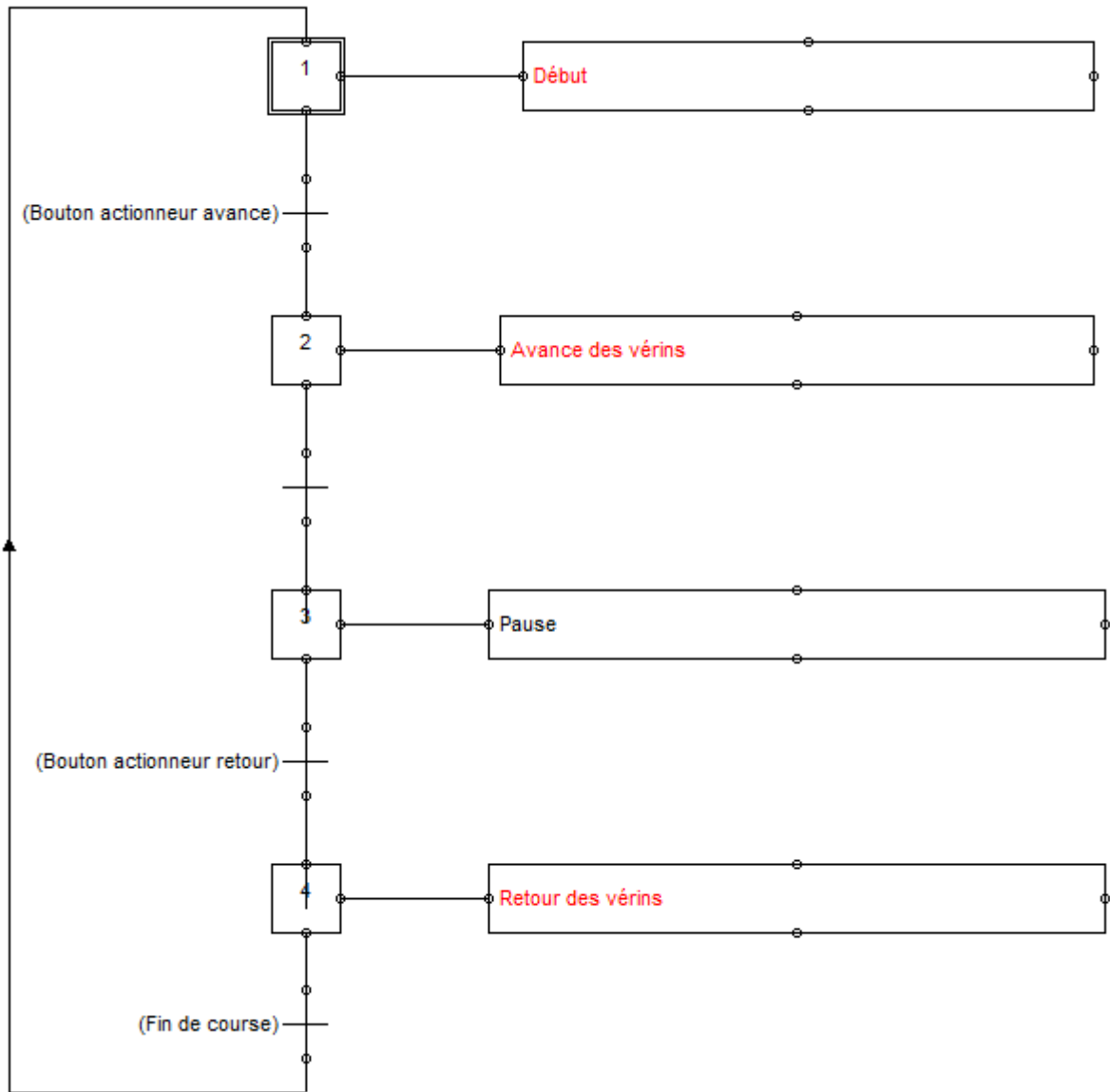
### 3.2.1. Schéma électrique :

1 Source de tension (0V)	Pôle 0V de la source de tension. Paramètres définissables Tension: 0 ... 400 V (0).	
2 Source de tension (24V)	Pôle 24V de la source de tension. Paramètres définissables Tension: 0 ... 400 V (24).	

<p>3 Contact normalement ouvert</p>	<p>Contact générique normalement ouvert qui devient spécifique en fonction du composant qui l'actionne. Si un contact normalement ouvert par exemple est relié par un repère à un Relais temporisé au travail, il devient dans le schéma de circuit un contact normalement ouvert temporisé au travail.</p>	
<p>4 Contact normalement fermé</p>	<p>Contact générique normalement fermé qui devient spécifique en fonction du composant qui l'actionne. Si un contact normalement fermé par exemple est relié par un repère à un Relais temporisé au repos, il devient dans le schéma de circuit un contact normalement fermé temporisé au repos. Contact générique normalement fermé qui devient spécifique en fonction du composant qui l'actionne. Si un contact normalement fermé par exemple est relié par un repère à un Relais temporisé au repos, il devient dans le schéma de circuit un contact normalement fermé temporisé au repos.</p>	

<p>5 Bouton-poussoir (contact normalement ouvert)</p>	<p>Contact qui se ferme lorsqu'il est actionné et s'ouvre immédiatement lorsqu'il est relâché. Sous FluidSIM, les boutons poussoirs peuvent être actionnés durablement en cliquant dessus tout en maintenant la touche Maj enfoncée. Cet actionnement permanent peut être annulé en cliquant à nouveau sur le composant.</p>	
<p>6 Bouton-poussoir (contact normalement fermé)</p>	<p>Contact qui s'ouvre lorsqu'il est actionné et se referme immédiatement lorsqu'il est relâché. Sous FluidSIM, les boutons poussoirs peuvent être actionnés durablement en cliquant dessus tout en maintenant la touche Maj enfoncée. Cet actionnement permanent peut être annulé en cliquant à nouveau sur le composant.</p>	
<p>7 Relais</p>	<p>Le Relais est immédiatement excité lorsqu'il est mis sous tension et retombe immédiatement lorsqu'il est mis hors tension.</p>	
<p>8 Bobine</p>	<p>La bobine fait commuter le distributeur. Sous FluidSIM, un repère permet de relier la bobine au distributeur à commande électromagnétique associé.</p>	

### 3.3. GRAFCET



## CONCLUSION

On a présenté un état de l'art sur le cintrage d'une façon générale et les cintreuses dont on a donné quelques exemples. On a ensuite défini la conception assistée par ordinateur CAO comme étant des techniques informatisées permettant de concevoir, de tester et de simuler le comportement de l'objet à créer avant même que celui-ci n'existe. La modélisation de chaque pièce de la cintreuse a été donnée en détail, Par la même occasion on a défini la modélisation, ses avantages et ses inconvénients; ainsi que les outils de CAO avec lesquels on a travaillé qui sont SolidWorks2013 et FluidSIM, en donnant leurs caractéristiques et leur fonctionnement.

L'assistance du logiciel "SolidWorks" nous a beaucoup aidé dans notre travail vis - à - vis de la précision de la conception des pièces et leur assemblage ainsi que leur simulation virtuelle, sans ce logiciel qui est l'un des outils informatiques de la CAO les plus indispensables dans les différents secteurs industriels aujourd'hui, on n'aura jamais pu élaborer le reste de notre projet virtuellement et c'est ça l'avantage et le but de la CAO car elle permet de voir le produit avant qu'il ne soit fabriqué avec une précision très importante. Ce travail ayant été réalisé par les logiciels de CAO SolidWorks et FluidSIM, on peut proposer comme perspective qu'il soit réalisé par un autre logiciel de CAO tel que CATIA par exemple. On peut aussi faire la simulation de la fabrication de cette cintreuse par un logiciel de CFAO. La fabrication réelle de cette cintreuse peut aussi être envisagée si on avait les moyens dans les ateliers de fabrication de l'université.



## Bibliographie

- [1] Claude BARLIER, Benoît POULET, « MEMOTECH – Génie Mécanique – Productique Mécanique », Edition CASTEILLA – 25, RueMonge – 75005 PARIS
- [2] AFPA, « Réalisation à la cintruse hydraulique de coude à 90° sur tube acier ».
- [3] BahramHouchmandzadeh, « Théorie d'Elasticité - Une approche variationnelle », Université de Grenoble, Département de Physique.
- [4] Jean-Vincent Le Lan, « Etude des méthodes simplifiées pour la simulation de l'usinage à l'échelle macroscopique », HAL Id: pastel-00003289.
- [5] P. Lipinski, J. Krier, M. Berveiller, « Elastoplasticité des métaux en grandes déformations : comportement global et évolution de la structure interne », HAL Id: jpa-00246196.
- [6] Helmut KLÖCKER, « Mécanique des Milieux Continus – Elasticité ».
- [7] Yves Debard, « Elasticité », Institut Universitaire de Technologie du Mans  
Département Génie Mécanique et Productique.
- [8] Georges Cailletaud, « Critères de plasticité », Centre des Matériaux MINES ParisTech/CNRS.
- [9] Centre de Technologie Avancée, « Introduction à l'utilisation du logiciel FluidSIM – Pneumatique et électropneumatique », Maintenance des systèmes automatisés industriels.
- [10] SolidWorks.fr Profil de la société Purdue, Université PurdueResearch and  
Education Centre for Information Systems en génie 1997.

Auteur :HARIVELONIAINAMiaguyMaharosoa

Adresse : Bloc 09 /291 CUR VONTOVORONA

Téléphone : +261 33 13 505 31

E-mail : [miaguyharivel@gmail.com](mailto:miaguyharivel@gmail.com)

Titre du mémoire : ANIMATION D'UNE CINTREUSE HYDRAULIQUE

Nombre de page : 59

Nombre de figure : 25

Nombre de tableau : 05

Auteur :SOLOFOMAMPIONONAAntsatianaIandriaina

Adresse : Bloc 09 /300 CUR VONTOVORONA

Téléphone : +261 34 67 163 13

E-mail : [asolofomampionona@gmail.com](mailto:asolofomampionona@gmail.com)

Titre du mémoire : ANIMATION D'UNE CINTREUSE HYDRAULIQUE

Nombre de page : 59

Nombre de figure : 25

Nombre de tableau : 05

## **Résumé :**

De notre temps, les cintreuses constituent un outil indispensable pour les entreprises spécialisées dans la fabrication des mobiliers ainsi que dans notre vie quotidienne.

Dans notre travail, nous avons essayé de donner quelques notions fondamentales sur les cintreuses, leurs types, et leur fonctionnement ainsi qu'une vue générale sur la CAO et ses domaine d'utilisation.

Ensuite une partie modélisation présentant le choix des outils informatiques SolidWorks 2013 et FluidSIM, ainsi que les différentes étapes pour la conception de chaque pièce de notre cintreuse.

La deuxième partie fera l'objet des études théorique sur l'élasticité et sur les déformations plastiques.

Et enfin, une troisième partie qui est consacrée à l'assemblage des différentes pièces qui composent notre modèle, suivie d'une animation de montage de la cintreuse.

## **Abstract:**

From our time, the bending machines constitute an essential tools in the industry of the future manufacture and also in our daily life.

In our work, we tried to give some basic concepts on the bending machines, their types, and their operation as well as an overview on the CAO and its areas of use.

Then a modeling part relevant to the selection of computer tools SolidWorks 2013 and FluiSIM, and the various stages for the design of each part of our bending machine.

The second part will talk about the theoretical side about elasticity and plastics deformation.

And finally a third part is dedicated to the assembly of the various parts which compound our model, followed by a display of the bending machine installation.