

Mode d'activation mixte des unités d'usinage : TLBP/B-M

À présent, nous nous intéressons à la généralisation de notre approche au problème considérant un mode d'activation mixte dans le sens série-parallèle (voir formulation générique du problème dans [DIB05]). Dans ce type de lignes, une station correspond à plusieurs étages dont le fonctionnement est séquentiel de sorte que l'étage suivant ne peut être enclenché avant que le précédent n'ait terminé. Chaque étage peut contenir lui-même un sous-ensemble d'unités d'usinage qui sont activées en parallèle. Ainsi, lorsqu'il n'existe qu'un seul étage dans une station le problème se ramène au cas de l'activation parallèle, que nous avons étudié dans la seconde partie de ce mémoire. Par ailleurs, en présence d'une seule unité d'usinage par étage, le problème se ramène au cas séquentiel. Le cas mixte (TLBP/B-M) est donc une généralisation du cas parallèle (TLBP/B-P) et du cas séquentiel.

7.1 Description du TLBP/B-M

7.1.1 Les données

L'ensemble des opérations est également noté $\mathbf{N}$ pour désigner les opérations qui doivent être effectuées sur la ligne.

L'ensemble $\mathbf{B}$ est utilisé de la même manière que précédemment pour désigner les blocs disponibles. Ainsi, $\forall b \in \mathbf{B}, \mathcal{N}(b) \subseteq \mathbf{N}$ tel qu'il existe une unité d'usinage effectuant toutes les opérations de b . De même, chaque bloc b est caractérisé par son coût unitaire q_b et son temps d'exécution t_b .

Le coût moyen de l'ouverture d'une station est toujours noté C et chaque station peut contenir au maximum q_0 étages. Il est important de noter que le coût d'ouverture d'une station ne dépend pas du nombre d'étages qui seront effectivement utilisés.

La présence des étages activés de manière séquentielle nous amène à récrire les contraintes du problème en soulignant, à chaque fois, les différences avec le cas parallèle (TLBP/B-P).

7.1.2 Les contraintes

Le temps de cycle

La valeur T_0 est le temps de cycle maximum à ne pas dépasser. Le temps de cycle effectif de la ligne est déterminé par la station goulot¹. Le temps de travail d'une station est égal au cumul des temps d'exécution des étages qui la composent en raison de leur exécution séquentielle. Par conséquent, la contrainte de temps de cycle T_0 doit être directement intégrée dans le modèle. Contrairement au cas parallèle, où il suffisait d'éliminer les unités d'usinage ayant un temps supérieur à T_0 , pour le cas mixte l'activation séquentielle des étages rend ce pré-traitement nécessaire mais plus suffisant.

Les contraintes de précédence

Les contraintes de précédence entre les opérations sont définies de la même façon que pour le TLBP/B-P. Nous utilisons toujours D^{or} pour désigner les couples d'opérations qui sont reliées par une relation d'antériorité. À la différence du cas précédent, un couple d'opérations appartenant à D^{or} peut être affecté à la même station à condition que l'opération prédécesseur soit affectée à un étage antérieur à celui de l'opération successeur.

Les contraintes d'inclusion

Les contraintes d'inclusion pour les stations sont les mêmes, c'est-à-dire que certaines opérations doivent impérativement être effectuées sur la même station. Nous les représentons par la même collection D^{in} .

Les contraintes d'exclusion

De manière similaire au TLBP/B-P, nous désignons par D^{ex} la collection décrivant les contraintes d'exclusion entre les blocs qui ne peuvent pas être affectés à la même station.

Seulement, comme les unités d'usinage qui équipent le même étage sont activés en parallèle, il faut également considérer l'incompatibilité qui peut exister entre elles. Il faut par conséquent prendre en compte les interdictions d'affectation de certaines unités au même étage. Afin d'éviter toute confusion avec les contraintes d'incompatibilité aux stations, nous considérons les possibilités des blocs d'être mis en parallèle dans un même étage en les désignant par *contraintes de parallélisme*. Nous utilisons ainsi la collection D^{pb} dont les éléments sont des sous-ensembles de blocs, c'est-à-dire que si $p \in D^{pb}$, alors $p \subseteq \mathbf{B}$, tel que les blocs appartenant à p peuvent être placés sur le même étage.

¹Rappelons que la station goulot est la station qui a le plus grand temps de travail parmi celles qui composent la ligne.

Limite sur le nombre de blocs

La limitation sur le nombre total d'unités d'usinage que peut comporter une station est donnée par le nombre n_0 .

Limite sur le nombre d'étages

Comme nous l'avons déjà précisé, le nombre d'étages sur une même station est limité à q_0 au maximum. Ce nombre peut traduire une limitation physique due à la construction de la station où bien il est déterminé par le concepteur lui-même dont le savoir-faire lui permet de fixer cette valeur.

7.2 Un modèle linéaire en variables mixtes

Chaque station $k = 1, \dots, m_0$ est composée de l'ensemble des étages potentiellement utilisables, soit $\{s_1^k, \dots, s_{q_0}^k\}$. Du fait qu'un étage permet d'identifier la station à laquelle il appartient, il suffit de représenter la ligne par l'ensemble des étages de toutes les stations potentiellement ouvrables :

$$L = \{s_1^1, \dots, s_{q_0}^1, \dots, s_1^{m_0}, \dots, s_{q_0}^{m_0}\}$$

De la même manière que pour le cas parallèle, une analyse préalable se basant sur les contraintes peut être faite afin de déduire les étages d'affectation dans lesquels, chaque bloc b , pourra être placé. Nous pouvons utiliser l'Algorithme 2 (voir section 5.4.2) pour obtenir l'étage au plus tôt et l'étage au plus tard afin de réduire le nombre d'affectations possibles.

Nous avons opté pour la généralisation de la formulation orientée opérations car elle a été la plus performante pour le cas parallèle. Ainsi, nous réutilisons $Q(i) = \{b \in \mathbf{B} | i \in \mathcal{N}(b)\}$ pour définir l'ensemble des blocs de $\mathbf{B}$ qui exécutent l'opération $i \in \mathbf{N}$.

7.2.1 Les variables de décision

Dans le cas présent, nous devons non seulement préciser l'affectation des blocs aux stations mais nous devons déterminer l'étage de la station pour chaque bloc affecté. De la même façon que pour le cas parallèle les variables positionnant l'ouverture des stations sont également employées.

L'affectation des blocs aux étages

Nous introduisons une variable x_{bjk} pour chaque bloc b afin de décider de son affectation à l'étage s_j^k , soit :

$$x_{bjk} = \begin{cases} 1 & \text{si le bloc } b \text{ est affecté à l'étage } s_j^k, \forall k = 1, \dots, m_0, \forall j = 1, \dots, q_0, \forall b \in \mathbf{B} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

L'ouverture des stations

$$y_k = \begin{cases} 1 & \text{si la station } k \text{ est ouverte} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \forall k = m^* + 1, \dots, m_0$$

par définition de la borne inférieure, pour tout $k \leq m^*$ (m^* est une borne inférieure sur le nombre de stations à ouvrir) les stations correspondantes sont assurément ouvertes. Il n'y a besoin donc que des variables de décision y_k pour $k = m^* + 1, \dots, m_0$.

Les temps opératoires des étages

Afin d'exprimer les contraintes imposant le respect du temps de cycle maximum T_0 , nous avons besoin d'introduire des variables additionnelles. Plus exactement, une variable réelle t_j^k est introduite, pour chaque étage s_j^k , $k = 1, \dots, m_0, j = 1, \dots, q_0$ exprimant son temps opératoire.

7.2.2 Formulation de l'objectif et des contraintes

La fonction objectif est donnée par (7.1), comme suit :

$$\text{Minimiser } \sum_{k=m^*+1}^{m_0} C y_k + \sum_{b \in \mathbf{B}} \sum_{k=1}^{m_0} \sum_{j=1}^{q_0} q_b x_{bjk} \quad (7.1)$$

Le premier terme de l'expression (7.1) fournit le coût engendré par la mise en place des stations supplémentaires à m^* . Du fait que les m^* premières stations participent systématiquement à la construction de toute solution réalisable et que leur coût est fixe, l'objectif (7.1) peut être alors exprimé uniquement en fonction du coût dû aux stations additionnelles qui seront ouvertes. Ainsi, pour retrouver le coût global de la ligne, il suffit de rajouter à la valeur de l'objectif le coût de l'ouverture des m^* premières stations. Quant au second terme de l'objectif, il correspond au coût des unités sélectionnées.

Les équations suivantes imposent l'unicité de l'exécution de chaque opération de $\mathbf{N}$:

$$\sum_{b \in Q(i)} \sum_{k=1}^{m_0} \sum_{j=1}^{q_0} x_{bjk} = 1, \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (7.2)$$

Pour assurer les contraintes de précédence, il suffit d'imposer l'exécution de toute opération prédécesseur dans un étage antérieur à celui de l'opération successeur :

$$\sum_{b \in Q(o)} \sum_{h=1}^{k-1} \sum_{l=1}^{q_0} x_{blh} + \sum_{b \in Q(o)} \sum_{l=1}^{j-1} x_{blk} \geq \sum_{r \in Q(o')} x_{rjk}, \quad \forall (o, o') \in D^{or}, \forall j = 1, \dots, q_0, \forall k = 1, \dots, m_0 \quad (7.3)$$

Les contraintes d'inclusion pour les stations doivent assurer l'exécution de certaines opérations au sein de la même station, elles sont exprimées comme suit :

$$\sum_{b \in Q(o)} \sum_{l=1}^{q_0} x_{slk} = \sum_{r \in Q(o')} \sum_{j=1}^{q_0} x_{rjk}, \quad \forall (o, o') \in D^{in}, \forall k = 1, \dots, m_0 \quad (7.4)$$

Les contraintes d'exclusion pour les blocs interdisant leur affectation dans une même station :

$$\sum_{b \in E} \sum_{j=1}^{q_0} x_{bjk} \leq |E| - 1, \forall E \in D^{ex}, \forall k = 1, \dots, m_0 \quad (7.5)$$

La limitation sur le nombre de blocs par chaque station est imposée en utilisant les inégalités (7.6) :

$$\sum_{b \in \mathbf{B}} \sum_{j=1}^{q_0} x_{bjk} \leq n_0, \quad \forall k = 1, \dots, m_0 \quad (7.6)$$

Les sous-ensembles $p \in \overline{D^{pb}}$ correspondent aux blocs qui ne peuvent pas être mis en parallèle sur un même étage.

$$\sum_{b \in p, b \neq s} x_{bjk} \leq 1 - x_{sjk}, \quad \forall s \in p, \forall p \in \overline{D^{pb}}, \forall k = 1, \dots, m_0, \forall j = 1, \dots, q_0 \quad (7.7)$$

Les inéquations (7.8) expriment le temps opératoire d'un étage. Plus exactement, le temps d'exécution de chaque étage est déterminé par le plus grand des temps d'exécution parmi les temps des blocs qui lui sont affectés :

$$t_b x_{bjk} \leq t_j^k, \quad \forall b \in \mathbf{B}, \forall k = 1, \dots, m_0, \forall j = 1, \dots, q_0 \quad (7.8)$$

Afin que le temps de travail de chaque station respecte la borne T_0 sur le temps de cycle, nous imposons, pour chaque station, que le cumul des temps opératoires des étages qui la composent soit inférieur à la limite T_0 :

$$\sum_{j=1}^{q_0} t_j^k \leq T_0, \quad \forall k = 1, \dots, m_0 \quad (7.9)$$

Comme pour le modèle précédent, nous introduisons les inéquations (7.10) pour écarter les solutions où des stations intermédiaires sont vides.

$$y_{k-1} - y_k \geq 0, \quad k = m^* + 2, \dots, m_0 \quad (7.10)$$

Les contraintes (7.11) permettent d'inférer les décisions prises concernant l'ouverture des stations dans la fonction objectif. Autrement dit, dès qu'un bloc est affecté à la station courante la variable de décision y_k correspondante est positionnée à 1, ce qui permet de répercuter le coût de la nouvelle station créée dans l'objectif.

$$y_k \geq x_{bjk}, \quad \forall b \in \mathbf{B}, \forall k = m^* + 1, \quad \forall j = 1, \dots, q_0 \quad (7.11)$$

7.3 Perspectives

Nous avons implémenté ce modèle et entamé une phase expérimentale qui a permis de relever des premiers résultats [BDDI06]. Près de 200 instances ont été testées pour évaluer les performances de la formulation, toutefois nous avons fait le choix de ne pas rapporter ces résultats car il sont à compléter. Il a été notamment intéressant de constater que les instances du TLBP/B-M requièrent un temps de calcul plus important par rapport à celles de TLBP/B-P. En effet, la présence des étages multiplie le nombre d'affectations pour chacun des blocs par rapport au TLBP/B-P où il n'y qu'une affectation possible par station. De plus, l'introduction des nouvelles contraintes de parallélisme rend le problème plus difficile ralentissant globalement la résolution des instances. C'est pour améliorer ces performances que nous suggérons d'intégrer des coupes pour réduire le domaine des solutions réalisables. En particulier, nous pensons réduire davantage le nombre de solutions symétriques en introduisant des coupes pour favoriser l'affectation des blocs aux premiers étages. Ainsi, il ne faut autoriser l'ouverture d'un étage ultérieure que lorsque l'ensemble des étages qui le précèdent ont été utilisés. De plus, des coupes développées pour le problème de set partitioning peuvent être intéressantes à tester. De la même façon que pour le cas du TLBP/B-P, une étude de l'influence des paramètres considérant la densité du graphe de parallélisme et le nombre d'étages par stations est à envisager.