

Gestion de capacité et information aux usages

9.1. INTRODUCTION

9.1.1. Contexte

Selon la cible visée par l'action, les mesures de gestion du trafic sont classées en deux : l'approche « demande » tente à modifier structure spatio-temporelle de la demande afin de mieux utiliser l'infrastructure, par exemple la tarification de la congestion, l'information aux usagers, etc. ; l'approche « offre » tente à adapter l'offre à la demande ; ce dernière comprend plusieurs mesures dont la plupart sont lié à la gestion de capacité sous une variété de formes (cf. Chapitre 3) :

- Les feux à intersection sont la forme la plus traditionnelle. A une intersection à feux, le système de feux est utilisé d'une part pour séparer les flux entrant au nœud afin d'éliminer les conflits de trafic de différentes directions. Par la stratégie utilisée pour le paramétrage, le système de feux est utilisé pour réguler la capacité admise pour chaque direction de circulation. En négligeant le temps perdu (par les feux jaunes), le système de feux permet de réguler le partage de la capacité totale au nœud à différentes directions de circulation traversant le nœud
- La régulation d'accès limite le débit entrant l'autoroute à la rampe régulée afin d'optimiser l'écoulement sur la section courante. Cette mesure peut être interprétée autrement, comme une gestion de capacité au nœud entre le flux courant (sur l'autoroute) et le flux entrant.
- L'allocation variable de voies est la mesure la plus récente. Certains dispositifs spécifiques permettent de moduler l'allocation de voies pour un sens de circulation donc un changement de capacité.

Les stratégies adoptées pour une mesure de gestion sont également diverses. Au niveau temporel, nous distinguons la régulation statique dont les paramètres de contrôles sont fixés dans le temps et la régulation dynamique dont les paramètres de contrôle sont variés en fonction des conditions du trafic, des données recueillies. Au niveau spatial, nous distinguons la régulation locale dont les paramètres sont optimisés localement ou la régulation coordonnée dont les paramètres de plusieurs points de contrôle sont optimisés ensemble.

A priori, le contrôle de trafic affecte les conditions de circulation, puis le choix d'itinéraire des usagers. Réciproquement, la diffusion de l'information change le chargement du trafic sur le réseau et par conséquent les paramètres de contrôle de trafic. Si les interactions entre la diffusion de l'information et le contrôle de trafic ne sont pas prises en compte, l'information diffusée devient moins crédible

et le contrôle de trafic devient moins approprié. (Cf. (Abdel-Aty et Huang, 2004) pour plus d'éléments empiriques).

9.1.2.Revue bibliographique

Contrôle de trafic et affectation du trafic

Traditionnellement, les méthodes classiques du paramétrage de cycle de feux, par exemple (Webster, 1958), supposent que les débits soient donnés pendant que l'affectation du trafic suppose que l'offre de transport soit fixée. Cela semble insatisfaisant car le paramétrage des cycles de feux, le choix d'itinéraire des usagers et l'affectation du trafic sont mutuellement dépendants. Dans un effort de réduire l'incohérence entre le paramétrage de cycle de feux et l'affectation du trafic, (Allsop, 1974) a suggéré que les effets du contrôle de trafic sur l'affectation doivent être pris en compte de manière explicite en considérant conjointement le problème du paramétrage de cycle de feux et celui de choix d'itinéraire.

(Allsop, 1974) et (Gartner, 1975) ont développé une procédure itérative traitant les deux problèmes de façon séquentielle en actualisant les durée de temps verts pour les débits fixes et résolvant le problème de l'équilibre du trafic pour le réglage du signal fixe. En suite, dans un nombre d'articles successives, Smith a fournit une base mathématique nécessaire pour ce problème (voir entre autres (Smith et Van Vuren, 1993)). Premièrement, il a montré que plusieurs solutions peuvent exister et certaines méthodes de paramétrage traditionnelles par exemple celle de Webster, peuvent conduire à un équilibre instable (Smith, 1979; Smith, 1979) et aggraver les conditions du trafic. Pour certains cas réels, l'implantation des cycles de feux responsives a détérioré le temps de parcours de 30% ((Smith, 1980)). Il a proposé ainsi une nouvelle politique de paramétrage, appelée Po, qui est plus efficace que celle de Webster, vise à maximiser la capacité de l'intersection et à assurer un équilibre de l'utilisateur stable.

Suivant les travaux de Smith, nombreux travaux ont contribué à traiter ce problème en considérant l'affectation statique du trafic, de différentes stratégies de contrôle, la coordination des feux à plusieurs intersections comme un problème d'optimisation bi-niveau (Smith et Ghali, 1990), (Cantarella, Improta *et al.*, 1991), (Yang et Yagar, 1995), (Yang et Bell, 1998), (Cipriani et Gori, 2000) et (Cipriani et Fusco, 2004)

Pendant des années 1990s et 2000s, nombreux travaux s'adressent à traiter ce problème dans l'affectation dynamique dont le premier est (Friesz, Luque *et al.*, 1989) bien que les paramètres de contrôle de trafic ne sont pas spécifiées. Puis les cadres de simulation ont été proposés par (Abdelfatah et Mahmassani, 1998), (Chen et Ben-Akiva, 1998), (Gartner et Stamatiadis, 1998), etc. (cf. (Ai-Ping et Zi-You, 2005) pour une revue complète)

En dehors des travaux spécifiquement sur le paramétrage de feux, nous trouvons également d'autres qui s'adressent à l'allocation variable de voies, au contrôle d'accès, tels que (Yang et Yagar, 1994) pour le contrôle d'accès, (Zhang et Gao, 2007) pour les voies réversibles

(Clegg, Clune *et al.*, 2000) a proposé un cadre d'analyser les cycles de feux favorisant les transports collectifs en tenant en compte le choix d'itinéraire des usagers. (Ghail et Smith., 1993) et (Smith, 2006) ont traité des politiques de gestion commune des cycles de feux et de la tarification dans l'affectation dynamique du trafic.

Contrôle de trafic, information aux usagers et affectation du trafic

Bien que l'apparition de l'information de trafic aux usagers affecte l'affectation du trafic et la pertinence des mesures de contrôle de trafic, il y a rarement de travail dans la littérature scientifique qui s'adresse sur l'interaction entre le contrôle de trafic, l'information aux usagers dans l'affectation du trafic. Citons ici les travaux liés trouvés dans la littérature : (Taale et Van Zuylen, 2002) étudie le problème d'incertitude des usagers en utilisant un modèle d'affectation stochastique (type Logit ou Probit) ; (Taale et van Zuylen, 2003) traite le même problème avec trois classes d'usagers de différents niveaux de familiarisation au réseau (modèle C-Logit) ; (Wu, Sun *et al.*, 2009) traite l'allocation variable de voie comme un problème d'optimisation discrète (avec affectation statique, fonction BPR, deux classes d'usagers Logit, en fonction de l'information).

le problème d'optimisation conjoint affectation/paramétrage des feux à intersection commence à être traité par certains auteurs, tels que (Lee et Machemehl, 1999), (Karoonsoontawong, 2007), (Porche et Lafortune, 1998). Il n'y a pratiquement pas de travail qui intègre les impacts de l'information du trafic aux usagers, sauf (Hu et Mahmassani, 1997) ou (Hawas, 2004) qui utilise la théorie de flou pour modéliser l'optimisation conjointe de l'information aux usagers et le contrôle de trafic (cycle de feux) dans l'affectation dynamique-déterministe. Cependant, ces travaux ne prennent pas en compte la dynamique du réseau, i.e. la présence des perturbations exogènes.

9.1.3.Objectif

Nous nous focalisons à analyser les interactions entre la diffusion de l'information aux usagers et l'allocation de capacité en présence de la congestion récurrente et des perturbations exogènes.

Comme les chapitres précédents, nous continuons d'appliquer notre modèle à un réseau de deux arcs parallèles avec la fonction de coût affine linéaire.

9.1.4.Méthode

Afin de nous focaliser sur les interactions complexes entre les différentes composantes d'un système de gestion du trafic, ne chercherons pas à modéliser de manière fine une forme spécifique de la gestion de capacité comme (Smith, 1979), (Smith et Van Vuren, 1993) pour le problème de contrôle de feux à intersection ou (Wu, Sun *et al.*, 2009) pour l'application des voies réversibles. Nous supposons que l'opérateur est capable de moduler le partage de capacité entre les deux routes reliant d'une origine à une destination (ce partage de capacité ressemble au contrôle de diagramme de feux à intersection : la modulation de diagramme de feux engendre à un changement de temps admis à chaque direction de circulation, donc un changement de capacité admise à chaque direction de circulation). La stratégie de contrôle par l'opérateur peut être statique ou dynamique.

9.1.5.Structure du chapitre

Hors de l'introduction et de la conclusion, ce chapitre comprend 4 sections. La section §9.2 consacrera à rappeler les hypothèses de base et à intégrer les hypothèses de l'allocation de capacité optimale. Les deux stratégies « allocation fixe » et « allocation variable » seront traitées successivement en section §9.3 et §9.4. Des comparaisons analytiques et numériques seront présentées en §9.5.

9.2.FORMULATION DES HYPOTHESES

En rappelant les hypothèses de bases qui ne sont pas changées par rapport le jeu d'hypothèses présenté dans le chapitre 6, nous allons spécifier les hypothèses concernant la gestion de capacité : le rapport entre la modulation de capacité et la fonction débit/temps, les stratégies d'optimisation possibles (§9.2.2). Puis dans la section §9.2.3, nous allons ajuster les hypothèses de la demande pour adapter à la présence de la gestion de capacité.

9.2.1.L'offre de transport

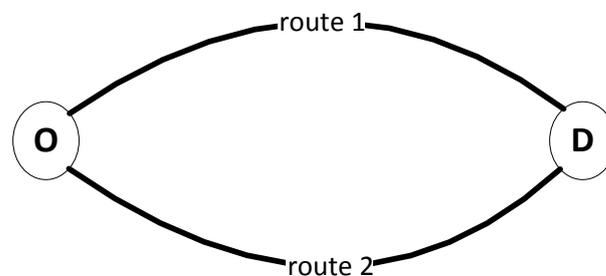


Fig. 9–1 : Réseau de deux routes parallèles reliant une origine et une destination

Considérons un réseau de transport se composant de deux arcs $a \in A$, l'ensemble des arcs, avec nœuds $n \in N$, l'ensemble des nœuds. Notre application sera limitée à un cas d'école, un réseau stylisé de deux arcs en parallèle reliant une origine et une destination, figuré en Fig. 9–1: donc $a \in \{1,2\}$

Sur chaque arc a du réseau, le débit x_a induit un temps de parcours individuel T_a qui est soumis à des effets de congestion par la base de la fonction temps de parcours-débit $T_a = \tilde{t}_a(x_a)$, une fonction croissante du débit en arc. Pour l'instance, nous prenons une fonction affine linéaire comme suivante : $\tilde{t}_a(x_a) = \alpha_a + \gamma_a x_a$ dans laquelle α_a est temps de parcours à vide et γ_a la sensibilité du temps de parcours individuel au débit (Fig. 9–2). Cette hypothèse est convenable à un état du trafic sans fil d'attente (peu saturé), pas à un état saturé dans lequel le débit est limité par la capacité d'écoulement.

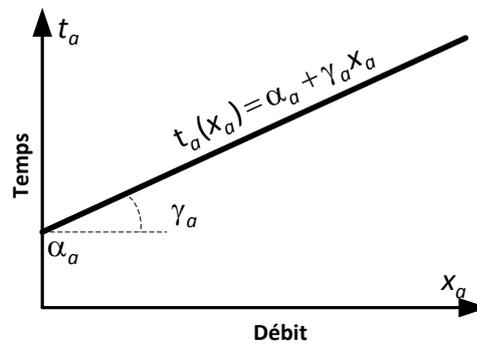


Fig. 9–2 : Modèle affine linéaire de la relation débit-temps

En dépit de notre modèle d'écoulement qui est essentiellement stationnaire, on doit tenir en compte les effets dynamiques inter-période, autrement dit la variabilité inter-période à être modélisée par une variable aléatoire. A cette fin, nous supposons qu'il existe un ensemble Ω des circonstances ω (ou périodes), dont chacune correspond à des débits en arc $x_{a\omega}$ et temps de parcours sur arc :

$$T_{a\omega} = \tilde{t}_a(x_{a\omega}) + \zeta_a(\omega) \quad (\text{eq. 9-1})$$

La variable aléatoire $\zeta_a(\omega)$ modélise la variation éventuelle du temps de parcours qui paraît due à perturbations exogènes. Cette variable aléatoire est supposé d'avoir variance σ_a^2 et moyenne nulle (Fig. 9–3). Pour simplicité, nous supposons que les variables $\zeta_a(\omega)$ (de deux arcs) sont indépendamment distribuées.

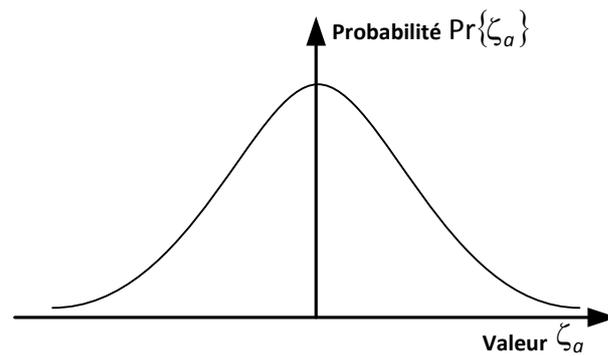


Fig. 9-3 : Distribution gaussienne des perturbations

Nous avons la formule du temps de parcours moyen sur l'ensemble des occurrences :

$$E_{\omega}[T_{a\omega} : x_{a\omega} = x] = \tilde{t}_a(x) \quad (\text{eq. 9-2})$$

9.2.2. Allocation de capacité et stratégies d'optimisation

Pour ce cas d'école, nous supposons que les deux routes partagent une capacité totale fixe κ_0 . Notons $\lambda \in [0, 1]$ le taux de partage de capacité qui détermine la capacité sur chaque route : $\kappa_1 = \lambda \kappa_0$ et $\kappa_2 = (1 - \lambda) \kappa_0$. De plus, on suppose que l'opérateur du réseau dispose certain dispositif/équipement spécifique pour modifier le taux de partage. La gestion de capacité devient un problème d'optimisation continue : λ peut varier de manière continue dans le domaine $[0, 1]$.

Effet de l'allocation de capacité sur la sensibilité à la congestion

Pour analyser les impacts de la gestion de capacité sur le trafic, il est nécessaire de spécifier le lien entre la capacité de l'arc κ_a et les paramètres de la fonction débit- temps α_a et γ_a . Par nature, le paramètre α_a temps-à-vider dépend plutôt de la longueur et de la vitesse limitée sur arc que de la capacité sur l'arc κ_a . Cependant le paramètre γ_a la sensibilité à la congestion est disproportionnel à la capacité κ_a puisque le renforcement de la capacité légère les effets de congestion sur le temps de parcours.

En nous appuyant sur les discussions ci-dessus, nous supposons que γ_a soit une fonction simple de λ , comme suivant :

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{\gamma_0}{\lambda} \\ \gamma_2 &= \frac{\gamma_0}{1-\lambda}\end{aligned}\tag{eq. 9-3}$$

, dans lesquels γ_0 est paramètre indépendant de route

Effet de la gestion de capacité sur les perturbations

Il reste encore à discuter l'influence de la gestion de capacité sur les perturbations, nous avons deux cas de figure

- Des conditions de trafic difficiles réduisant la vitesse pratiquée sur le long de la route : l'allocation de capacité n'affecte pas les effets des perturbations sur le temps de parcours.
- Des incidents/accidents bloquant une partie de la route : l'allocation de capacité affecte les effets des perturbations sur le temps de parcours.

Pour faciliter le traitement, nous prenons l'hypothèse selon le premier cas de figure, à savoir : l'allocation de capacité ne donne pas d'influence sur les perturbations.

A ce stade, les fonctions de temps de parcours peuvent reformulées comme suivant :

$$\begin{aligned}t_{1\omega} &= t_1(\lambda, x_{1\omega}) = \alpha_1 + \frac{\gamma_0}{\lambda} x_{1\omega} + \zeta_{1\omega} \\ t_{2\omega} &= t_2(\lambda, x_{2\omega}) = \alpha_2 + \frac{\gamma_0}{1-\lambda} x_{2\omega} + \zeta_{2\omega}\end{aligned}\tag{eq. 9-4}$$

Les stratégies de capacité optimale

Afin d'améliorer la performance du réseau, l'opérateur va chercher à optimiser l'allocation de capacité afin de maximiser la performance du système, à savoir minimiser le temps de déplacement de l'ensemble des usagers. Supposons que l'opérateur dispose des équipements nécessaires pour faire varier le paramètre de partage de capacité λ dans le domaine $[0, 1]$. En considérant la façon dont l'opérateur réagit aux circonstances, les deux stratégies suivantes peuvent être adoptées pour l'allocation de capacité :

- La stratégie « *allocation fixe* », dénotée SC¹ : au lieu d'adapter le paramètre λ à chaque occurrence ω , l'opérateur cherche à appliquer une

¹ Static Control

allocation de capacité $\bar{\lambda}^*$ avec lequel le temps moyen par déplacement pour l'ensemble des usagers sur toutes les occurrences ω est minimisé.

$$\bar{\lambda}^* : \min_{\lambda \in [0,1]} \left[\frac{1}{Q} E(x_{1\omega} t_{1\omega} + x_{2\omega} t_{2\omega}) \right] \quad (\text{eq. 9-5})$$

- La stratégie « *allocation dynamique* », dénotée DC¹ : à chaque occurrence ω , l'opérateur cherche à appliquer une allocation de capacité λ_{ω}^* qui le temps moyen par déplacement pour l'ensemble des usagers sur l'occurrence ω :

$$\lambda_{\omega}^* : \min_{\lambda \in (0,1)} \left[\frac{1}{Q} (x_{1\omega} t_{1\omega} + x_{2\omega} t_{2\omega}) \right] \quad (\text{eq. 9-6})$$

Il est nécessaire de noter que l'allocation $\bar{\lambda}^*$ peut être éventuellement sous optimal pour une occurrence ω donnée, mais $\bar{\lambda}^*$ est la stratégie optimale pour le cas où l'opérateur ne dispose pas d'équipement nécessaire pour la gestion dynamique de capacité.

9.2.3. La demande

Nous supposons que tous les usagers choisissent leur itinéraire lors de leur déplacement de l'origine vers la destination de la même manière de raisonnement : minimiser leur coût individuel. Tout fois, la décision de chaque usager dépend également de la connaissance sur les conditions du trafic dont il dispose.

L'utilisateur informé est supposé de connaître parfaitement les conditions de trafic quelque soit la circonstance :

$$t_a^I(\omega) = t_a(\omega) \quad (\text{eq. 9-7})$$

Pendant que l'utilisateur non-équipé est supposé de connaître une connaissance grossière sur les conditions du trafic, c'est-à-dire les valeurs moyennes des temps.

$$t_a^N = E_{\omega}[t_a(\omega)]. \quad (\text{eq. 9-8})$$

Pour l'instant, le coût à l'utilisateur est limité au temps de déplacement, en négligeant les péages, le confort ou d'autres critères de qualité. Nous focalisons sur les perturbations qui font de notre principale préoccupation.

¹ Dynamic Control

Pour l'arc a , et la classe d'utilisateurs $u \in \{I, N\}$ à l'occurrence ω , notons $x_a^u(\omega)$ le débit sur l'arc, il détient que :

$$\begin{aligned} x_a(\omega) &= x_a^I(\omega) + x_a^N(\omega) \\ x_1^I(\omega) + x_2^I(\omega) &= q^I \\ x_1^N(\omega) + x_2^N(\omega) &= q \end{aligned} \tag{eq. 9-9}$$

9.2.4. L'équilibre offre-demande

Une fois que le plan optimal de gestion de capacité est fixé, la classe informée va être affectée sur le réseau selon certaine règle d'affectation. Pour l'instance, supposons que l'opérateur essaie toujours de minimiser le temps de parcours global subi par tous les utilisateurs routiers dans le système.

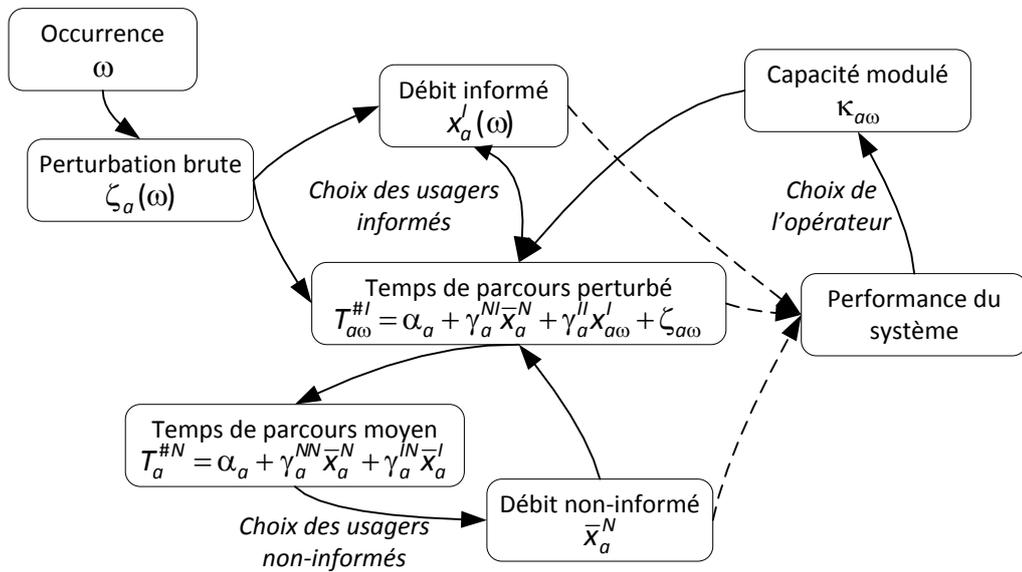


Fig. 9–4. Structure du bi-niveau équilibre avec les stratégies de gestion de capacité

La Fig. 9–4 fournit une description claire concernant la structure de l'équilibre bi-niveau : à chaque occurrence ω avec les perturbations brutes ζ_a , l'opérateur du réseau calcule un plan optimal sur la base du temps globale subi par les utilisateurs : la façon dont l'opérateur calcule le plan optimal dépend évidemment de la stratégie adoptée : active ou passive. Puis la classe informée est affectée sur le réseau selon le principe l'équilibre de l'utilisateur. Visiblement, les utilisateurs informés déterminent les temps de parcours instantanés sur chaque itinéraire, puis les temps de parcours moyens qui conduisent à l'affectation des utilisateurs non-informés.

9.2.5. Indicateurs de la performance du système

Comme dans les chapitres précédents, les indicateurs économiques pour évaluer la performance du système sont : i) le coût moyen par déplacement par classe \bar{C}^N , \bar{C}^I , et ii) le coût moyen global du système \bar{C} .

9.3. ALLOCATION FIXE DE CAPACITE

Supposons que l'opérateur adopte la stratégie « allocation fixe », autrement dit l'opérateur fixe une allocation de capacité pour toutes les occurrences sans adapter dynamiquement l'allocation à chaque circonstance. Cette fois, l'opérateur cherche à appliquer une allocation de capacité $\bar{\lambda}^*$ qui minimise le temps moyen par déplacement pour l'ensemble des usagers sur toutes les occurrences ω :

$$\bar{\lambda}^* : \min_{\lambda \in (0,1)} \left[\frac{1}{Q} E(x_{1\omega} t_{1\omega} + x_{2\omega} t_{2\omega}) \right] \quad (\text{eq. 9-10})$$

Sous la stratégie d'optimisation, le paramètre de partage de capacité $\bar{\lambda}$ devient une variable dans l'équilibre du trafic :

Fig. 9-5 : Relation entre les variables : stratégie d'allocation de capacité fixe

Nous analysons ensuite l'enchaînement des variables montrés dans en Fig. 9-5. Nous considérons d'abord l'affectation instantanée et moyenne de la classe informée pour une allocation de capacité $\bar{\lambda}$ donnée. Puis l'affectation de la classe non-informée. Les deux étapes précédentes nous permettent de formuler la fonction d'objectif du problème d'optimisation du temps global qui déduit le plan de capacité optimal $\bar{\lambda}^*$. En fin, les indicateurs économiques sont calculés. Cette procédure d'analyse reste identique à celle présentée en §6.3, sauf que γ_a , α_a^I , A, B sont des variables dépendantes de $\bar{\lambda}$ selon §9.2.2.

9.3.1. Affectation instantanée et moyenne des usagers informés

En notant $\alpha'_a(\bar{\lambda}) = \alpha_a + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot \bar{x}_a^N$, $T_{a\omega} = \alpha'_a(\bar{\lambda}) + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot x'_a(\omega) + \zeta_{a\omega}$ est le temps de l'arc a à l'occurrence ω . S'il y avait qu'un usager informé, il choisirait l'itinéraire de minimum $T_{a\omega}(0) = \alpha'_a + \zeta_{a\omega}$. Cependant, la réaffectation dynamique des usagers informés va tenter d'augmenter le temps de cette route due à sa fonction de congestion : cet effet peut résulter une compensation partielle, c'est-à-dire $T_{a\omega}$ reste encore moins que $T_{b\omega}$ ou une compensation totale, c'est-à-dire l'égalité des temps :

$$\alpha'_a(\bar{\lambda}) + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot x'_a(\omega) + \zeta_{a\omega} = \alpha'_b(\bar{\lambda}) + \gamma_b(\bar{\lambda}) \cdot x'_b(\omega) + \zeta_{b\omega} \quad (\text{eq. 9-11})$$

Dans le dernier cas, $x'_a(\omega) + x'_b(\omega) = q'$ conduit à :

$$x'_a(\omega) = \frac{\gamma_b(\bar{\lambda}) \cdot q' + \alpha'_b(\bar{\lambda}) + \zeta_b - \alpha'_a(\bar{\lambda}) - \zeta_a}{\gamma_a(\bar{\lambda}) + \gamma_b(\bar{\lambda})} \quad (\text{eq. 9-12})$$

$$\text{, et: } T_{a\omega} = \frac{\gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot \gamma_b(\bar{\lambda}) \cdot q' + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot \alpha'_b + \gamma_b(\bar{\lambda}) \cdot \alpha'_a}{\gamma_a(\bar{\lambda}) + \gamma_b(\bar{\lambda})} + \frac{\gamma_b(\bar{\lambda}) \cdot \zeta_a + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot \zeta_b}{\gamma_a(\bar{\lambda}) + \gamma_b(\bar{\lambda})} \quad (\text{eq. 9-13})$$

Dans le cas précédent, nous avons $x'_{a\omega} = q'$ et $x'_{b\omega} = 0$, puis $T_{a\omega} = \alpha'_a(\bar{\lambda}) + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot q' + \zeta_{a\omega}$ et $T_{b\omega} = \alpha'_b(\bar{\lambda}) + \zeta_{b\omega}$, avec $T_{a\omega} \leq T_{b\omega}$. Cette condition est équivalente à : $\zeta_{b\omega} - \zeta_{a\omega} \geq \alpha'_a(\bar{\lambda}) - \alpha'_b(\bar{\lambda}) + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot q'$

9.3.2. Affectation conditionnelle et moyenne des usagers informés

Pour calculer les débits par arc moyens des usagers informés, les \bar{x}_a^I , nous déconditionnons par rapport aux perturbations ζ_1, ζ_2 tout en restant conditionnels aux \bar{x}_a^N .

Notant $B(\bar{\lambda}) \equiv \alpha'_1(\bar{\lambda}) - \alpha'_2(\bar{\lambda}) + \gamma_1(\bar{\lambda}) \cdot q'$ et $A(\bar{\lambda}) \equiv \alpha'_1(\bar{\lambda}) - \alpha'_2(\bar{\lambda}) - \gamma_2(\bar{\lambda}) \cdot q'$: conditionnellement à $z = \zeta_2 - \zeta_1$, vous avons :

- si $z > B(\bar{\lambda})$ puis $T_{1\omega}(q') \leq T_{2\omega}(0)$ alors $x'_1(\omega) = q'$ et $x'_2(\omega) = 0$,
- si $z < A(\bar{\lambda})$ puis $T_{1\omega}(0) \geq T_{2\omega}(q')$ alors $x'_1(\omega) = 0$ et $x'_2(\omega) = q'$,
- si $z \in [A(\bar{\lambda}), B(\bar{\lambda})]$ puis $T_{1\omega} = T_{2\omega}$ aux débits $x'_1(\omega) = \frac{z - A(\bar{\lambda})}{\gamma_1(\bar{\lambda}) + \gamma_2(\bar{\lambda})}$ et

$$x'_2(\omega) = \frac{B(\bar{\lambda}) - z}{\gamma_1(\bar{\lambda}) + \gamma_2(\bar{\lambda})}$$

En notant F la fonction de distribution de $Z = \zeta_2 - \zeta_1$ sur l'ensemble Ω des cas ω et \tilde{F} sa fonction moment tronqué $\tilde{F}(x) = \int^x z dF(z)$, par agrégations, vous avons :

$$\bar{x}'_1 = 0 \cdot \int_{-\infty}^{A(\bar{\lambda})} dF(z) + \int_{A(\bar{\lambda})}^{B(\bar{\lambda})} \frac{z - A(\bar{\lambda})}{\gamma_1(\bar{\lambda}) + \gamma_2(\bar{\lambda})} dF(z) + q' \cdot \int_{B(\bar{\lambda})}^{+\infty} dF(z) = q' - \bar{x}'_2 \quad (\text{eq. 9-14})$$

, dans laquelle :

$$\bar{x}'_2 = \frac{G(B(\bar{\lambda})) - G(A(\bar{\lambda}))}{\gamma_1(\bar{\lambda}) + \gamma_2(\bar{\lambda})} \text{ dont } G(x) \equiv x \cdot F(x) - \tilde{F}(x) \quad (\text{eq. 9-15})$$

L'indépendance de ζ_1 et ζ_2 entraîne le fait que Z est une variable aléatoire de moyenne $\mu = \mu_2 - \mu_1 = 0$ et variance $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$

9.3.3. Affectation des usagers non-formés

Il reste à affecter les usagers N entre les deux arcs. Nous supposons que faute d'accès à l'information dynamique, un usager N perçoit uniquement les temps moyens des itinéraires, et choisit un itinéraire de temps moyen minimal. Reste à préciser de quel temps moyen s'agit-il, et la réponse à cette question dépendrait de l'exposition particulière de chaque usager N . Nous supposons que les usagers N sont tous exposés à l'ensemble des perturbations, et qu'ils subissent les temps moyens induits par les trafics et la congestion, les perturbations et leur amortissement par les usagers informés. Notant $\alpha_a^N(\bar{\lambda}) \equiv \alpha_a(\bar{\lambda}) + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot \bar{x}'_a$ et comparant $\alpha_1^N(\bar{\lambda})$ avec $\alpha_2^N(\bar{\lambda})$: conditionnellement à $\bar{\lambda}$, l'affectation de la classe non-informée suit également un des trois cas suivant :

- si $\alpha_1^N(\bar{\lambda}) \geq \alpha_2^N(\bar{\lambda}) + \gamma_2(\bar{\lambda}) \cdot q^N$ alors $\bar{x}_2^N = q^N$ et $\bar{x}_1^N = 0$.
- si $\alpha_1^N(\bar{\lambda}) + \gamma_1(\bar{\lambda}) \cdot q^N \leq \alpha_2^N(\bar{\lambda})$ alors $\bar{x}_1^N = q^N$ et $\bar{x}_2^N = 0$.
- si $-\gamma_1(\bar{\lambda}) \cdot q^N \leq \alpha_2^N(\bar{\lambda}) - \alpha_1^N(\bar{\lambda}) \leq \gamma_2(\bar{\lambda}) \cdot q^N$ alors la classe non-informé s'affecte sur les deux routes avec l'égalité des temps moyens.

Le dernier cas : $\bar{t}_a = \bar{t}_b = \theta$ avec $\bar{t}_a = \alpha_a + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot \bar{x}'_a + \gamma_a(\bar{\lambda}) \cdot \bar{x}_a^N$ conduit à :

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \bar{\lambda}Q + \frac{\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}{\gamma_0}(\alpha_2 - \alpha_1) \\ \bar{x}_2 &= (1-\bar{\lambda})Q - \frac{\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}{\gamma_0}(\alpha_2 - \alpha_1)\end{aligned}\quad (\text{eq. 9-16})$$

, et :

$$\bar{x}'_1 = \bar{x}'_2 = \frac{1}{2}q' = \frac{1}{2}\beta.Q \quad (\text{eq. 9-17})$$

La condition de non-négativité de \bar{x}_a^N amène à :

$$\begin{cases} \bar{\lambda} \geq \bar{\lambda}_A \equiv \frac{1}{2} \left[(1 + \Delta\alpha^\#) - \sqrt{(1 + \Delta\alpha^\#)^2 - 2\beta.\Delta\alpha^\#} \right] \\ \bar{\lambda} \leq \bar{\lambda}_B \equiv \frac{1}{2} \left[(1 + \Delta\alpha^\#) - \sqrt{(1 + \Delta\alpha^\#)^2 - 2(2-\beta).\Delta\alpha^\#} \right] \end{cases} \quad (\text{eq. 9-18})$$

, dans laquelle : $\Delta\alpha^\# = \frac{\gamma_0.Q}{\alpha_2 - \alpha_1}$

Les conditions d'affectation de la classe non-informée peuvent être réécrites comme suivant :

- si $\bar{\lambda} < \bar{\lambda}_A$, alors : alors $\bar{x}_2^N = q^N$ et $\bar{x}_1^N = 0$
- si $\bar{\lambda} > \bar{\lambda}_B$ alors $\bar{x}_1^N = q^N$ et $\bar{x}_2^N = 0$.
- si $\bar{\lambda}_A \leq \bar{\lambda} \leq \bar{\lambda}_B$ alors la classe non-informée s'affecte sur les deux routes avec l'égalité des temps moyens.

9.3.4. Plan de capacité statique optimal

L'équation d'optimalité peut être réécrite comme suivant :

$$\bar{\lambda}^* : \min_{\bar{\lambda} \in [0, 1]} [\bar{C}(\bar{\lambda})] \quad (\text{eq. 9-19})$$

, dans laquelle : $\bar{C}(\bar{\lambda}) = E(x_{1\omega}.t_{1\omega} + x_{2\omega}.t_{2\omega})$ est le temps moyen par déplacement pour l'ensemble des usagers. Nous pouvons obtenir les 3 formules analytiques de $\bar{C}(\bar{\lambda})$ pour 3 cas d'affectation montrés en §9.3.3 :

Cas 1 : la classe non-informée s'affecte sur la route 2 seulement

Nous avons : $A(\bar{\lambda}) = \alpha_1 - \alpha_2 - \frac{\gamma_0}{1-\bar{\lambda}}.Q$ et $B(\bar{\lambda}) = \alpha_1 - \alpha_2 + \left[\frac{\gamma_0}{\bar{\lambda}}.\beta - \frac{\gamma_0}{1-\bar{\lambda}}.(1-\beta) \right].Q$, puis le coût moyen par déplacement pour la classe non-informée :

$$\bar{C}^N = \bar{t}_2 = \alpha_2 + \frac{\gamma_0}{1-\bar{\lambda}} \cdot (1-\beta) \cdot Q + \bar{\lambda} \cdot (G(B) - G(A)) \quad (\text{eq. 9-20})$$

, le coût moyen par déplacement pour la classe informée :

$$\bar{C}' = \bar{t}_1 - G(A) = \alpha_1 + \frac{\gamma_0}{\lambda} \cdot \beta \cdot Q - (1-\bar{\lambda}) \cdot G(B) - \bar{\lambda} \cdot G(A) \quad (\text{eq. 9-21})$$

Le coût moyen par déplacement pour l'ensemble des usagers :

$$\bar{C}_1 = \alpha_1 \cdot \beta + \alpha_2 \cdot (1-\beta) + \left[\frac{\gamma_0}{\lambda} \cdot \beta^2 + \frac{\gamma_0}{1-\bar{\lambda}} \cdot (1-\beta)^2 \right] \cdot Q + (\bar{\lambda} - \beta) \cdot G(B) - \bar{\lambda} \cdot G(A) \quad (\text{eq. 9-22})$$

Cas 2 : la classe non-informée s'affecte sur les deux routes avec l'égalité des temps moyens

L'égalité des temps moyens engendre : $B(\bar{\lambda}) = -A(\bar{\lambda}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_0}{\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})} \cdot \beta \cdot Q$, puis le coût moyen par déplacement pour la classe non-informée :

$$C^N = \bar{t}_1 = \bar{\lambda} \cdot \alpha_1 + (1-\bar{\lambda}) \cdot \alpha_2 + \gamma_0 \cdot Q \quad (\text{eq. 9-23})$$

Le coût moyen par déplacement pour la classe informée :

$$C' = \bar{\lambda} \cdot \alpha_1 + (1-\bar{\lambda}) \cdot \alpha_2 + \gamma_0 \cdot Q - G(A) \quad (\text{eq. 9-24})$$

Le coût moyen par déplacement pour l'ensemble du trafic :

$$\bar{C}_2(\bar{\lambda}) = \bar{\lambda} \cdot \alpha_1 + (1-\bar{\lambda}) \cdot \alpha_2 + \gamma_0 \cdot Q - \beta \cdot G(A) \quad (\text{eq. 9-25})$$

Cas 3 : la classe non-informée s'affecte sur la route 1 seulement

Nous avons : $A(\bar{\lambda}) = \alpha_1 - \alpha_2 + \left[\frac{\gamma_0}{\lambda} \cdot (1-\beta) - \frac{\gamma_0}{1-\bar{\lambda}} \cdot \beta \right] \cdot Q$ et $B(\bar{\lambda}) = \alpha_1 - \alpha_2 + \frac{\gamma_0}{\lambda} \cdot Q$, puis le coût moyen par déplacement pour la classe non-informée :

$$C^N = \bar{t}_1 = \alpha_1 + \frac{\gamma_0}{\lambda} \cdot Q - (1-\bar{\lambda}) \cdot (G(B) - G(A)) \quad (\text{eq. 9-26})$$

Le coût moyen par déplacement pour la classe informée :

$$C' = \bar{t}_1 - G(A) = \alpha_1 + \frac{\gamma_0}{\lambda} \cdot Q - (1 - \bar{\lambda}) \cdot G(B) - \bar{\lambda} \cdot G(A) \quad (\text{eq. 9-27})$$

Le coût moyen par déplacement pour l'ensemble du trafic :

$$\bar{C}_3(\bar{\lambda}) = \alpha_1 + \frac{\gamma_0}{\lambda} \cdot Q - (1 - \bar{\lambda}) \cdot G(B) + (1 - \bar{\lambda} - \beta) \cdot G(A) \quad (\text{eq. 9-28})$$

En résumant les trois ci-dessus, nous avons la formule analytique de $\bar{C}(\bar{\lambda})$ comme suivant :

$$\bar{C}(\bar{\lambda}) = \begin{cases} \bar{C}_1(\bar{\lambda}) & \lambda \in [0, \bar{\lambda}_A] \\ \bar{C}_2(\bar{\lambda}) & \lambda \in [\bar{\lambda}_B, \bar{\lambda}_A] \\ \bar{C}_3(\bar{\lambda}) & \lambda \in [\bar{\lambda}_B, 1] \end{cases} \quad (\text{eq. 9-29})$$

Le minimum de $\bar{C}(\bar{\lambda})$ peut être trouvé en cherchant des minima de chaque sous-fonction $\bar{C}_1(\bar{\lambda})$, $\bar{C}_2(\bar{\lambda})$ et $\bar{C}_3(\bar{\lambda})$. Malheureusement, le problème de minimisation des sous-fonctions ne peut pas résoudre analytiquement. Par contre, il peut être résolu facilement par l'approche numérique.

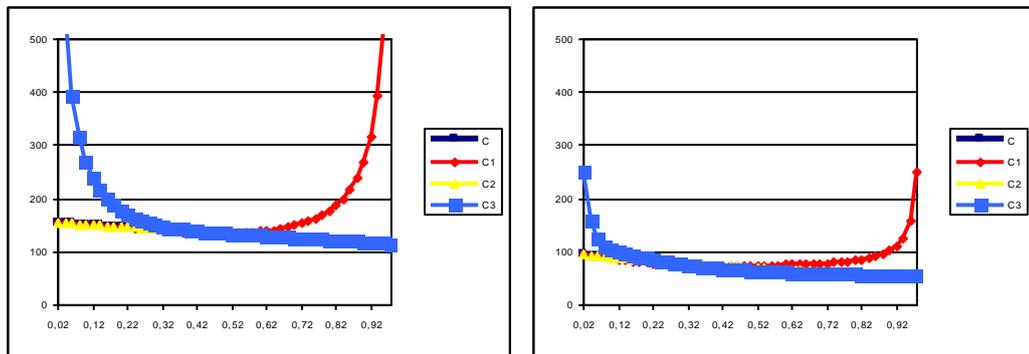


Fig. 9-6 : Fonction $\bar{C}(\bar{\lambda})$ et ses sous-fonction

En supposant que $\alpha_1 < \alpha_2$, $\bar{\lambda}^* = 1$ est toujours la solution de ce problème d'optimisation (Fig. 9-6). *A priori*, cette mono-tonalité de la fonction $\bar{C}(\bar{\lambda})$ résulte de la linéarité des fonctions de temps de parcours.

9.3.5. Les indicateurs économiques

A $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}^* = 1$, le réseau devient un réseau d'une route unique : l'information routière aux usagers ne donne aucun effet sur ce réseau. Le temps moyen par déplacement pour l'ensemble des usagers :

$$\bar{C}^N = \bar{C}' = \bar{C} = \alpha_1 + \gamma_0 Q \quad (\text{eq. 9-30})$$

9.4.ALLOCATION DYNAMIQUE DE CAPACITE

Supposons que l'opérateur adopte la stratégie « *allocation dynamique* », autrement dit l'opérateur cherche appliquer une allocation de capacité optimale λ_{ω}^* pour chaque occurrence rencontrée ω . La condition d'optimalité peut s'écrire comme suivant :

Fig. 9–7 : Relation entre les variables : stratégie d'allocation de capacité fixe

Notre analyse va suivre l'enchaînement des variables montré dans Fig. 9–7. Nous considérons d'abord l'affectation instantanée des usagers informés à une occurrence donnée et un plan de capacité donné. Cette étape nous permet de formuler la fonction d'objectif du problème d'optimisation de capacité. Dans le deuxième temps, nous allons chercher le plan de capacité optimal λ_{ω}^* et l'affectation du trafic correspond à ce plan optimal. En fin, les indicateurs économiques seront formulés.

9.4.1.Affectation instantanée des usagers informés

A une occurrence ω donnée avec les perturbations brutes ζ_{ω} et le plan de capacité λ_{ω} donné, les usagers informés sont supposés d'être affectés par le principe « équilibre de l'utilisateur ». L'affectation de la classe informée est donc un parmi les trois cas suivants :

Cas 1 : la classe informée s'affecte sur la route 2 seulement

Sous la condition que le temps de parcours sur la route 2 est inférieur à celui sur la route 1 : $t_{2\omega}(x_{2\omega}, \lambda_{\omega}) \leq t_{1\omega}(x_{1\omega}, \lambda_{\omega})$, nous avons : $x'_{1\omega} = 0$ et $x'_{2\omega} = q'$ puis $x_{1\omega} = \bar{x}_1^N$ et $x_{2\omega} = Q - \bar{x}_1^N$. Cette condition équivalente à :

$$z \leq A(\lambda) \equiv \alpha_1 - \alpha_2 + \gamma_0 [\bar{x}_1^N \lambda^{-1} - (Q - \bar{x}_1^N)(1 - \lambda)^{-1}] \quad (\text{eq. 9-31})$$

, dans laquelle : $z = \zeta_{2\omega} - \zeta_{1\omega}$

Sur le domaine $[0, 1]$, $A(\lambda)$ décroît de $+\infty$ à $-\infty$, donc :

$$\exists \lambda_A : A(\lambda_A) = z : A(\lambda_\omega) \geq z \Leftrightarrow \lambda_\omega \leq \lambda_A \quad (\text{eq. 9-32})$$

Le temps moyen par déplacement subi par l'ensemble des usagers en fonction de λ_ω vaut :

$$C_{1\omega}(\lambda_\omega) = (\alpha_1 + \zeta_{1\omega}) \cdot \frac{\bar{x}_1^N}{Q} + (\alpha_2 + \zeta_{2\omega}) \cdot \frac{Q - \bar{x}_1^N}{Q} + \frac{\gamma_0}{\lambda_\omega} \cdot \frac{(\bar{x}_1^N)^2}{Q} + \frac{\gamma_0}{1 - \lambda_\omega} \cdot \frac{(Q - \bar{x}_1^N)^2}{Q} \quad (\text{eq. 9-33})$$

Cas 2 : la classe informée s'affecte sur les deux routes avec l'égalité des temps

La condition de l'égalité $t_{1\omega}(\lambda_\omega, x_{1\omega}) = t_{2\omega}(\lambda_\omega, x_{2\omega})$ conduit à :

$$t_{1\omega} = t_{2\omega} = (\alpha_1 + \zeta_{1\omega}) \lambda_\omega + (\alpha_2 + \zeta_{2\omega}) (1 - \lambda_\omega) + \gamma_0 \cdot Q \quad (\text{eq. 9-34})$$

Le temps moyen par déplacement subi par un usager :

$$C_{2\omega}(\lambda_\omega) = (\alpha_1 + \zeta_{1\omega}) \lambda_\omega + (\alpha_2 + \zeta_{2\omega}) (1 - \lambda_\omega) + \gamma_0 \cdot Q \quad (\text{eq. 9-35})$$

Cas 3 : la classe informée s'affecte sur la route 1 seulement

Sous la condition que le temps de parcours sur l'arc 1 soit inférieur à celui sur l'arc 2, autrement dit $x_{1\omega} = \bar{x}_1^N + q^N = Q - \bar{x}_2^N$ et $x_{2\omega} = \bar{x}_2^N$ sous la condition : $t_{2\omega}(\lambda_\omega, \bar{x}_2^N) \geq t_{1\omega}(\lambda_\omega, Q - \bar{x}_2^N)$ qui est équivalente à :

$$z \geq B(\lambda_\omega) \equiv \alpha_1 - \alpha_2 + \left[\frac{\gamma_0}{\lambda_\omega} (Q - \bar{x}_2^N) - \frac{\gamma_0}{1 - \lambda_\omega} \bar{x}_2^N \right] \quad (\text{eq. 9-36})$$

Sur le domaine $[0, 1]$, $B(\lambda)$ décroît de $+\infty$ à $-\infty$ dont :

$$\exists \lambda_B : B(\lambda_B) = z : B(\lambda_\omega) \leq z \Leftrightarrow \lambda_\omega \geq \lambda_B \quad (\text{eq. 9-37})$$

Dans ce cas, le temps moyen subi par un usager vaut :

$$C_{3\omega}(\lambda_\omega) = (\alpha_1 + \zeta_{1\omega}) \cdot \frac{Q - \bar{x}_2^N}{Q} + (\alpha_2 + \zeta_{2\omega}) \cdot \frac{\bar{x}_2^N}{Q} + \frac{\gamma_0}{\lambda} \cdot \frac{(Q - \bar{x}_2^N)^2}{Q} + \frac{\gamma_0}{1 - \lambda} \cdot \frac{(\bar{x}_2^N)^2}{Q} \quad (\text{eq. 9-38})$$

9.4.2. Allocation de capacité dynamiquement optimale

Conditionnellement à λ_ω par rapport à λ_A et λ_B , nous avons la fonction du temps par déplacement C_ω pour l'occasion ω :

$$C_\omega(\lambda_\omega) = \begin{cases} C_{1\omega}(\lambda_\omega) & \lambda \in [0, \lambda_A] \\ C_{2\omega}(\lambda_\omega) & \lambda \in [\lambda_A, \lambda_B] \\ C_{3\omega}(\lambda_\omega) & \lambda \in [\lambda_B, 1] \end{cases} \quad (\text{eq. 9-39})$$

Nous devons trouver l'allocation de capacité optimale λ_ω^* qui minimise le temps moyen par déplacement $C_\omega(\lambda_\omega)$ à l'occurrence ω global. Il consiste à chercher ses minima sur trois segments $[0, \lambda_A]$, $[\lambda_B, \lambda_A]$, et $[\lambda_B, 1]$, puis le minimum parmi les minima.

Comme la fonction $C_{1\omega}(\lambda_\omega)$ est convexe a un minimum unique sur $[0, 1]$ à $\lambda_\omega = \lambda_A^* \equiv \bar{x}_1^N / Q$. De plus, $A(\lambda_A^*) = \Delta\alpha \equiv \alpha_1 - \alpha_2$, donc : $\lambda_A^* \in [0, \lambda_A] \Leftrightarrow z \leq \Delta\alpha$. Nous avons :

$$\min_{[0, \lambda_A]} C_{1\omega}(\lambda_\omega) = \begin{cases} C_{1\omega}(\lambda_A^*) & \text{si } z \leq \Delta\alpha \\ C_{1\omega}(\lambda_A) & \text{si } z \geq \Delta\alpha \end{cases} \quad (\text{eq. 9-40})$$

La fonction $C_{2\omega}(\lambda_\omega)$ soit croissante, soit décroissante sur $[0, 1]$ conditionnellement à $z - \Delta\alpha$

$$\min_{[\lambda_A, \lambda_B]} C_{2\omega} = \begin{cases} C_{2\omega}(\lambda_A) & \text{si } z \leq \Delta\alpha \\ C_{2\omega}(\lambda_B) & \text{si } z \geq \Delta\alpha \end{cases} \quad (\text{eq. 9-41})$$

La fonction $C_{3\omega}(\lambda_\omega)$ est convexe et a un minimum unique sur $[0, 1]$. De plus, $B(\lambda_B^*) = \Delta\alpha$, donc : $\lambda_B^* \in [\lambda_B, 1] \Leftrightarrow z \geq \Delta\alpha$. Nous avons :

$$\min_{[\lambda_B, 1]} T_\omega = \begin{cases} T_\omega^3(\lambda_B) & \text{if } z \leq \Delta\alpha \\ T_\omega^3(\lambda_B^*) & \text{if } z \geq \Delta\alpha \end{cases} \quad (\text{eq. 9-42})$$

Résumons les trois fonctions, conditionnement à z :

z	<i>Minima</i>	<i>Minimum</i>	λ_{ω}^*	Affectation
$z \leq \Delta\alpha$	$\min_{[0, \lambda_A]} C_{\omega} = C_{1\omega}(\lambda_A^*)$ $\min_{[\lambda_A, \lambda_B]} C_{\omega} = C_{2\omega}(\lambda_A)$ $\min_{[\lambda_B, 1]} C_{\omega} = C_{3\omega}(\lambda_B)$	$\min_{[0, 1]} C_{\omega} = C_{1\omega}(\lambda_A^*)$	$\lambda_{\omega}^* = \lambda_A^*$	$x'_{1\omega} = 0,$ $x'_{2\omega} = q'$
$z \geq \Delta\alpha$	$\min_{[0, \lambda_A]} C_{\omega} = C_{1\omega}(\lambda_A)$ $\min_{[\lambda_A, \lambda_B]} C_{\omega} = C_{2\omega}(\lambda_B)$ $\min_{[\lambda_B, 1]} C_{\omega} = C_{3\omega}(\lambda_B^*)$	$\min_{(0, 1)} C_{\omega} = C_{3\omega}(\lambda_B^*)$	$\lambda_{\omega}^* = \lambda_B^*$	$x'_{1\omega} = q',$ $x'_{2\omega} = 0$

Tab. 9-1 : Les minima et minimum en fonction de z

9.4.3. Affectation moyenne des usagers non-informés et informés

La formule générale du temps moyen de la route 1 :

$$\bar{t}_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\alpha_1 + \frac{\gamma_0}{\lambda_{\omega}^*} \cdot x_{1\omega} + \zeta_{1\omega}) \cdot dFz \quad (\text{eq. 9-43})$$

Comme avoir analysé ci-dessus, les valeurs de $x_{1\omega}$ et λ_{ω}^* dépend de la valeur de z :

- si $z \leq \Delta\alpha$, alors : $x_{1\omega} = \bar{x}_1^N$ et $\lambda_{\omega}^* = \bar{x}_1^N / Q$
- si $z > \Delta\alpha$, alors : $x_{1\omega} = Q - \bar{x}_2^N$ et $\lambda_{\omega}^* = (Q - \bar{x}_2^N) / Q$

Cela conduit à :

$$\bar{t}_1 = \int_{-\infty}^{\Delta\alpha} (\alpha_1 + \gamma_0 \cdot Q + \zeta_{1\omega}) dFz + \int_{\Delta\alpha}^{+\infty} (\alpha_1 + \gamma_0 \cdot Q + \zeta_{1\omega}) dFz \quad (\text{eq. 9-44})$$

Donc :
$$\bar{t}_1 = \alpha_1 + \gamma_0 \cdot Q \quad (\text{eq. 9-45})$$

.De même manière, nous avons :
$$\bar{t}_2 = \alpha_2 + \gamma_0 \cdot Q \quad (\text{eq. 9-46})$$

Supposons que $\alpha_1 \leq \alpha_2$. Cela conduit au fait que la classe non-informée est affectée sur la route 1 seulement :

$$\bar{x}_1^N = q^N \text{ et } \bar{x}_2^N = 0 \quad (\text{eq. 9-47})$$

L'affectation de la classe informée dépend seulement de la valeur relative de z à $\Delta\alpha$, donc :

$$\bar{x}_1^I = \int_{-\infty}^{+\infty} x'_{a\omega} dFz = \int_{-\infty}^{\Delta\alpha} 0 \cdot dFz + \int_{\Delta\alpha}^{+\infty} q' dFz \quad (\text{eq. 9-48})$$

, donc : $\bar{x}_1^I = q'(1 - F(\Delta\alpha))$ et $\bar{x}_2^I = q'F(\Delta\alpha)$ (eq. 9-49)

9.4.4. Indicateurs économiques

Comme les chapitres précédents, nous évaluons les impacts de l'information sur le trafic et sur les deux classes d'usagers :

- Le temps moyen par déplacement pour la classe informée :

$$\bar{C}^I = \frac{1}{q'} \int_{-\infty}^{+\infty} (x'_{1\omega} t_{1\omega} + x'_{2\omega} t_{2\omega}) dFz \quad (\text{eq. 9-50})$$

Si $z \leq \Delta\alpha$, la classe informée est affectée sur la route 2, sinon la route 1, donc :

$$\bar{C}^I = \int_{-\infty}^{\Delta\alpha} (\alpha_2 + \gamma_0 \cdot Q + \zeta_{2\omega}) dFz + \int_{\Delta\alpha}^{+\infty} (\alpha_1 + \gamma_0 \cdot Q + \zeta_{1\omega}) dFz \quad (\text{eq. 9-51})$$

Cette formule peut être réduite à :

$$C_{DC}^I = \alpha_1 + \gamma_0 \cdot Q - G(\Delta\alpha) \quad (\text{eq. 9-52})$$

- Le temps moyen par déplacement pour la classe non-informée :

$$C_{DC}^N = \frac{1}{q^N} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (\bar{x}_1^N \cdot t_{1\omega} + \bar{x}_2^N \cdot t_{2\omega}) dFz = \alpha_1 + \gamma_0 \cdot Q \quad (\text{eq. 9-53})$$

- Le temps moyen par déplacement par usager du réseau :

$$\bar{C}_{DC} = \beta \cdot \bar{C}^I + (1 - \beta) \cdot \bar{C}^N = \alpha_1 + \gamma_0 \cdot Q - \beta \cdot G(\Delta\alpha) \quad (\text{eq. 9-54})$$

- Le gain d'être équipé :

$$\Gamma_{DC} = \bar{C}^N - \bar{C}' = G(\Delta\alpha) \quad (\text{eq. 9-55})$$

Car \bar{t}_1 et $G(\Delta\alpha)$ est indépendant de β , le temps moyen par déplacement pour la classe non-informé, la classe informé et le gain d'être équipé sont toujours constant. Le temps moyen par déplacement par usager du réseau diminue en fonction de β .

9.5.COMPARAISON DES STRATEGIES D'ALLOCATION DE CAPACITE

Nous comparons les stratégies d'allocation de capacité d'abord par une analyse analytique en §9.5.1. Puis, une investigation numérique en §9.5.2 permet de visualiser les effets sous de différents niveaux de diffusion de l'information ainsi que de différents niveaux de demande.

9.5.1.Analyse analytique

Indicateur	Allocation fixe	Allocation dynamique
Temps moyen de la classe non-informée: \bar{C}^N	$\alpha_1 + \gamma_0 Q$	$\alpha_1 + \gamma_0 Q$
Temps moyen de la classe informée : \bar{C}'	$\alpha_1 + \gamma_0 Q$	$\alpha_1 + \gamma_0 Q - G(\Delta\alpha)$
Temps moyen de l'ensemble : \bar{C}	$\alpha_1 + \gamma_0 Q$	$\bar{t}_1 - \beta G(\Delta\alpha)$
Gain d'être équipé : Γ	0	$G(\Delta\alpha)$

Tab. 9-2 : Temps moyens et gain sous différentes stratégies

Sous la stratégie « allocation fixe », l'allocation de capacité optimale est à $\beta=1$, à savoir maximiser la capacité de la route la plus courte. Cet effet est dû à l'hypothèse de la linéarité des fonctions du temps de parcours.

La diffusion de l'information et de l'allocation dynamique de capacité ne donne pas d'influence sur la classe non-informée. Pour la classe informée, la stratégie DC induit un gain d'équipement constant $G(\Delta\alpha)$ qui ne dépend que des paramètres du réseau. En plus, la performance du système s'améliore avec l'augmentation du taux d'équipement.

9.5.2.Investigation numérique

Nous comparons les résultats numériques données par trois stratégies d'allocation de capacité adoptées :

- Sans allocation de capacité : un réseau élémentaire de deux routes présenté précédemment avec les paramètres suivants : $\alpha_1 = 40$, $\gamma_1 = 2$, $\alpha_2 = 80$, $\gamma_2 = 1$
- Allocation de capacité fixe : $\alpha_1 = 40$, $\alpha_2 = 80$ et $\gamma_0 = 1.5$

- Allocation dynamique de capacité : $\alpha_1 = 40$, $\alpha_2 = 80$ et $\gamma_0 = 1.5$
- Demande : volume de demande faible $Q=10$ et volume de demande élevé : $Q=100$.

La Fig. 9–8 illustre la situation sans optimisation d'allocation de capacité et les deux stratégies d'optimisation d'allocation de capacité fixe et dynamique. L'optimisation statique de l'allocation de capacité porte évidemment certain avantage par rapport à configuration du réseau non-optimisée. Pour notre cas d'école, la stratégie d'optimisation statique rend la totalité de capacité à la route la plus courte. Cela engendre le fait que la diffusion de l'information ne donne pas d'influence sur le trafic (car tous les usagers s'affectent sur une seule route).

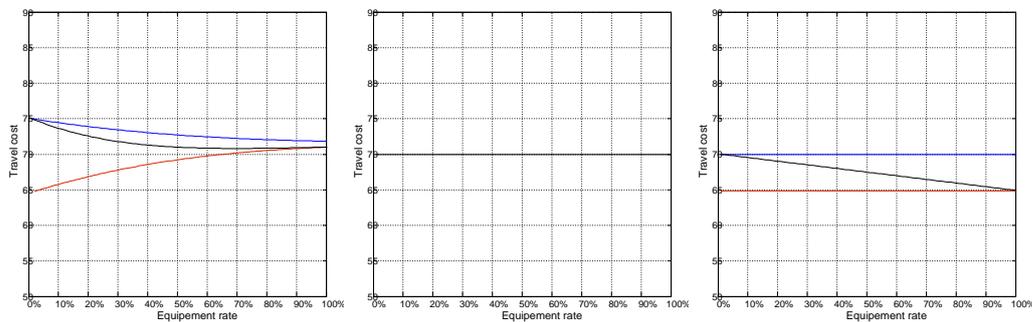


Fig. 9–8 : Trois stratégies : (a) « sans allocation de capacité », (b) allocation fixe et (c) variable à faible demande $Q=10$

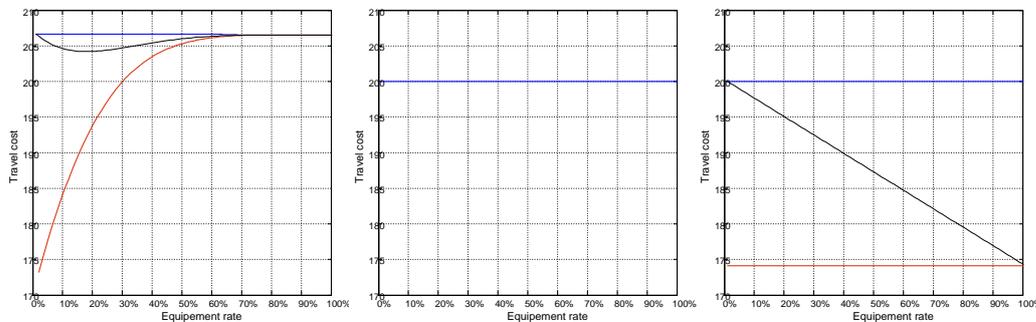


Fig. 9–9 : Trois stratégies : (a) « sans allocation de capacité », (b) allocation fixe et (c) variable à faible demande $Q=100$

L'optimisation dynamique de l'allocation de capacité contribue encore mieux à améliorer la performance du système. En plus la diffusion de l'information et l'optimisation de l'allocation de capacité donne conjointement des effets positifs sur la performance globale du système. Plus l'information est diffusée plus la performance du système est amélioré. En plus, sous la stratégie dynamique ne donne pas d'effet sur le coût de déplacement moyen pour la classe non-informé (ni positif, ni négatif). Le gain d'être équipé est toujours constant – dépendent de la différence entre les deux temps de parcours à vide sur deux routes.

9.6. CONCLUSION DU CHAPITRE

Le chapitre 9 a élargi le cadre de modélisation de l'information dynamique présenté au chapitre 6 par la modélisation de deux stratégies d'optimisation de l'allocation de capacité. La stratégie statique cherche une configuration fixe du réseau, optimale statiquement en matière d'allocation de capacité sur l'ensemble des occurrences. La stratégie dynamique adapte dynamiquement l'allocation de capacité aux perturbations survenues.

Par rapport à la stratégie statique, la stratégie dynamique porte des avantages:

- Elle contribue à améliorer la performance du système par les effets positifs conjoints de la diffusion de l'information et l'allocation dynamique de capacité.
- Elle profite les usagers équipés d'un gain constant, dépendent des paramètres α_a
- Elle ne donne pas d'effet négatif sur les usagers non-informés.

Cependant, notre cadre de modélisation simpliste porte certaines limites :

- D'abord la représentation linéaire du courbe débit-vitesse engendre le fait que les effets de la diffusion de l'information sont muets sous la stratégie statique. Cela pourra conduire probablement à une sous-évaluation des effets de l'information dynamique sous la stratégie statique. Le traitement du modèle avec une modélisation de l'écoulement plus fine peut être nécessaire, à savoir celle de BPR ou une modélisation dynamique de l'écoulement entre autres.
- La représentation du contrôle de trafic reste encore très grossière. En réalité, l'allocation de capacité est paramétrée par diagramme de feux. L'intégration des paramètres de contrôle de feux ou de contrôle de voies réversibles au modèle peut le rendre plus fidèle et réaliste.

