Enjeux des solitons spatiaux

Ce chapitre introduit la notion de soliton à partir de l'exemple des solitons hydrodynamiques. Puis les solitons optiques sont présentés en détail, notamment leur intérêt pour les télécommunications ; qu'ils s'agissent des solitons temporels ou des solitons spatiaux. Nous considérons ensuite un premier exemple de soliton spatial optique : le soliton Kerr. Le soliton photoréfractif constitue le second exemple détaillé. Nous finissons en mentionnant l'existence d'autres familles de solitons spatiaux qui ne font pas l'objet d'études approfondies au cours de cette thèse et sont, pour cette raison, plus succinctement présentés.

1.1 Le monde « solitonique »

1.1.1 Le soliton : un outil d'exploration de la physique

1.1.1.1 L'exemple des solitons hydrodynamiques

Le 26 décembre 2004 un terrible tsunami a dévasté l'Indonésie, les côtes du Sri Lanka et du sud de l'Inde, ainsi que le sud de la Thaïlande, faisant plus de 200 000 morts. Un violent séisme sous-marin à l'origine du tsunami a provoqué un brusque déplacement de toute la colonne d'eau, ce qui a engendré une série d'ondes de très grande longueur d'onde (plusieurs dizaines de kilomètres). La vague ainsi formée, quasi indécelable en pleine mer, à cause de sa très grande longueur d'onde, s'est alors propagée très rapidement, pratiquement sans se dissiper, jusqu'à ce que son énergie soit entièrement libérée sur la côte... En effet, à l'abord du continent, la remontée du fond océanique et les réflexions-réfractions sur le rivage induisent une diminution la longueur d'onde de la vague et son amplitude augmente, avant de déferler sur les côtes avec les conséquences que l'on connaît. Ainsi sur le plancher océanique, un tsunami peut être considéré comme une onde solitaire (ou soliton). En effet, c'est une impulsion (vague) qui se propage en conservant un profil invariant, grâce à la profondeur constante de l'eau, dans un milieu qui est ici bidimensionnel.

D'une manière générale, un soliton est une onde qui se propage sans déformation dans un milieu non-linéaire. A contraria des lois classiques qui présentent une dispersion de l'énergie, ici l'onde est suffisamment intense pour exciter un effet non-linéaire qui va compenser l'effet normal de dispersion de l'énergie lors de sa propagation. L'énergie, grâce au phénomène non-linéaire, crée un puits de potentiel dans son milieu de propagation. Ce puits piège en retour l'énergie et l'empêche de se disperser.

D'autres vagues spectaculaires peuvent être décrites par les solitons : les vagues scélérates et les mascarets. Les vagues scélérates (*freak waves*) sont des vagues solitaires de même longueur d'onde que les tsunamis, mais au profil beaucoup plus abrupt, et dont la hauteur du creux à la crête peut atteindre 30 mètres. L'origine de leur apparition est encore mal connue ; une explication avancée serait que la vague scélérate apparaît, en absorbant l'énergie contenue dans les vagues voisines, formant un *paquet de vagues* (paquet d'ondes) analogue au *paquet d'ondes* de l'équation de Schrödinger. Nous retrouverons ce rapprochement entre les paquets d'ondes que forment les solitons et l'équation de Schödinger de la mécanique quantique, au paragraphe 1.2.1.1.

Dans des conditions très particulières (fort coefficient de marée, fleuve à gros débit et très faible niveau d'eau), on peut encore observer ce que l'on appelle un *mascaret*. Il est lié à la marée montante qui remonte un fleuve à contre-courant. Le flux de marée se heurte alors au courant du fleuve, et par l'effet d'entonnoir de l'estuaire, ainsi que de la diminution de la profondeur, une série de vagues se créent. Le mascaret grossit au fur et à mesure de sa progression et peut atteindre jusqu'à 3 m de hauteur. Cet ensemble de vagues (une dizaine séparées les unes des autres d'une dizaine de mètres) remonte l'estuaire à très grande vitesse. Loin en amont on finit par obtenir un soliton.

1.1.1.2 Un vaste monde

La première mention d'un soliton remonte à 1844. On la doit à l'ingénieur écossais John Russel [1]. Alors qu'il montait à cheval le long de l'Union Canal, proche d'Edimbourg, il remarqua qu'une barge, en s'arrêtant soudainement, produisit une vague importante qui continua de se propager en amont, sans atténuation de sa forme, ni de sa vitesse. Il suivit ainsi cette vague, sur plusieurs kilomètres, vague qui remontait le courant en semblant ne pas vouloir faiblir. Il remarqua aussi que les vagues de forte amplitude se déplaçaient plus vite que celles d'amplitude faible (phénomène de propagation non-linéaire).

L'interprétation mathématique du soliton hydrodynamique sera faite dès 1895 par deux mathématiciens hollandais, Korteweg et Vries, avec l'équation dite « KdV » [2] qui restera oubliée jusqu'en 1965, puis sera redécouverte par Zabusky et Kruskal qui, poussant plus loin les travaux, découvriront que deux solitons peuvent entrer en collision et tout de même garder la même enveloppe et leur vitesse propre après séparation [3]. Quand deux solitons se rapprochent, ils se déforment graduellement, devenant un simple paquet d'ondes qui se redivise ensuite en deux solitons ayant conservé leur forme et leur vitesse.

Le terme de soliton était alors né. On s'est rendu compte que ces paquets d'énergie pouvaient subir des forces qui leur donnent des propriétés matérielles, d'où ce nom de soliton. Cette époque marque le mouvement où les scientifiques ont commencé à utiliser les calculateurs pour étudier la propagation non linéaire [4]. Ceci a débouché sur une multitude de travaux, lorsqu'on a découvert que nombre de phénomènes, que ce soit en physique, en électronique, en chimie ou même en biologie, pouvaient être décrits par la théorie mathématique et physique du soliton. Les solitons hydrodynamiques ne sont donc qu'un exemple parmi bien d'autres : la modélisation des supraconducteurs, le transport d'énergie dans l'ADN utilise le modèle des solitons [5, 6]... Mais, incontestablement, l'optique est le domaine où l'étude des solitons est la plus riche.

1.1.2 Le soliton optique : un outil pour les télécommunications ?

1.1.2.1 Le soliton comme bit d'information

L'exemple des solitons hydrodynamiques permet une mise en évidence frappante de la réalité des solitons et de leur place pour la compréhension de la propagation des ondes quand les milieux deviennent non-linéaires, généralement du fait de la forte intensité des ces ondes [1]. L'attrait des théories fondamentales liées à ce domaine de recherche peut donc pleinement se justifier pour une meilleure compréhension de la physique non linéaire. Elles prennent cependant une autre dimension pour une application assez révolutionnaire : l'emploi de signaux lumineux *solitons* dans les fibres optiques.

En effet, les impulsions temporelles, correspondant aux bits d'information d'une transmission télécom par fibre, ont tendance à s'élargir lors de la propagation à cause de la dispersion naturelle (*i.e.* toutes les fréquences ne se propagent pas à la même vitesse) limitant ainsi les débits utilisables. Si ces implusions sont des solitons, elles sont donc des paquets d'ondes dont l'enveloppe garde une forme constante au cours de la propagation : la capacité de transport d'informations d'un système à solitons est donc beaucoup plus grande. Encore faut-il pouvoir propager de telles ondes dans les fibres optiques.

Principe du soliton temporel

Cela est rendu possible par l'effet Kerr optique présent dans la silice. Dans un milieu présentant l'effet Kerr optique, l'indice de réfraction du milieu n, c'est à dire la vitesse de phase v du milieu (puisque $v = c/n$ avec c la vitesse de l'onde dans le vide), dépend de l'intensité lumineuse I :

$$n(I) = n_0 \pm n_2 I \tag{1.1}$$

où n_0 est l'indice de réfraction linéaire habituel. Le coefficient n_2 est une constante caractéristique du matériau liée au tenseur de susceptibilité électrique [2]. Suivant le milieu, l'indice peut être augmenté ($+n_2 I$) ou réduit ($-n_2 I$). Dans la silice, cet effet est relativement faible et augmente l'indice (ou réduit la vitesse). Il en résulte donc un effet de modulation de phase par l'intensité lumineuse du faisceau. Pour la fréquence ω qui se propage, après un parcours de longueur L, le déphasage vaut :

$$\Phi = \Phi_{Lin} + \Delta\Phi_{NL} = (n_0 + n_2 I)\omega L/c \tag{1.2}$$

Cet effet crée un retard de phase qui est maximal au pic (en intensité) de l'impulsion. Cette variation temporelle de la phase à l'intérieur de l'impulsion induit une variation de fréquence instantanée (définie comme l'opposée de la dérivée temporelle de la phase, voir Fig. 1.1). L'avant de l'impulsion

1. mais pas toujours comme nous le verront au paragraphe 1.2.2 sur les solitons photoréfractifs.

2. Nous avons fait le choix, dans ce manuscrit, de ne pas introduire de manière détaillée les équations de base de l'optique non linéaire. Le lecteur trouvera aisément, le cas échéant, une abondante littérature s'y rapportant. On peut citer par exemple, le livre en français de F. Sanchez [7], ou bien le livre de référence sur l'optique non linéaire dans les fibres de G.P. Agrawal [8]. L'effet Kerr optique sera cependant un peu plus détaillé dans le paragraphe 1.2.1 traitant des solitons spatiaux en milieu Kerr.

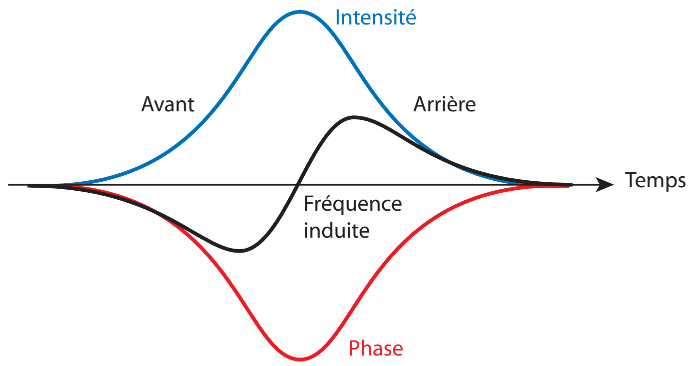

FIG. 1.1 : *Profils d'intensité, de phase et de fréquence induits par la non-linéarité Kerr dans une fibre optique.*

voit donc ses fréquences être réduites alors que les fréquences en fin d'impulsion sont augmentées. A ce stade du raisonnement, l'effet non-linéaire seul est donc un effet parasite, d'autant plus gênant que la puissance et les distances de transmission sont grandes.

Toutefois, la dispersion chromatique de la silice est anormale aux longueurs d'onde des télecoms. Ce qui signifie que les courtes longueurs d'onde se propagent plus vite que les longues, élargissant du même coût l'impulsion en sortie de fibre. Cependant, la dispersion peut être compensée par l'automodulation de phase. En effet, d'une part, à cause de l'effet Kerr les grandes longueurs d'onde se retrouvent à l'avant de l'impulsion, mais elles se propagent plus lentement à cause de la dispersion, tandis que les courtes longueurs d'onde sont reléguées à l'arrière par l'effet Kerr, mais accélérées par la dispersion. Nous voyons donc que la dispersion chromatique et l'effet Kerr sont deux effets antagonistes qui, si l'intensité de l'impulsion (ainsi que sa forme) est ajustée de manière à compenser exactement l'élargissement naturel, permettra une propagation de l'impulsion de type soliton.

Sa place dans les communications

Dans une fibre optique, l'information est transportée par des ondes lumineuses qui s'élargissent donc naturellement au cours de la propagation et sont sensibles aux imperfections de la fibre. Plus robustes que des impulsions classiques, les solitons se propagent idéalement sans se disperser, ni changer de fréquence. Leur mise en œuvre dans les communications optimise l'utilisation des fibres optiques puisqu'ils permettent de véhiculer une quantité d'information beaucoup plus grande, sur de très longues distances, et en réduisant les imperfections lors de la transmission.

Ces solitons optiques ont été prédits en 1973 par Hasegawa et Tappert [9], puis observés expérimentalement en 1980 par Mollenauer et ses collaborateurs [10]. Rapidement les potentialités des solitons temporels pour les télécommunications ont été testées avec succès [11]. Cependant, la propagation des solitons dans les fibres a montré l'importance de termes jusqu'alors négligés ou mal connus, qu'il a fallu prendre en compte dans des modèles plus complets. Une nouvelle technique permettant de combattre la dispersion dans les fibres est alors apparue dans les années 90. Elle consiste à faire propager des ondes dans une fibre qui possède deux coefficients de dispersion différents [12]. Dans un premier tronçon, le coefficient de dispersion est négatif, puis dans un second tronçon il est positif. Dans la première partie, l'onde se disperse puis elle se reforme dans la seconde partie. Il ne s'agit donc plus véritablement d'un soliton, puisque l'impulsion de départ ne retrouve sa forme initiale que de manière périodique, mais on utilise tout de même le terme de *soliton à gestion de la dispersion*, malgré l'absence de non-linéarité. La recherche s'est orientée dans cette voie pour développer l'utilisation des solitons dans les réseaux à fibres [13, 14]. Les résultats sont très encourageants puisque des systèmes commerciaux utilisant ce type de solitons permettent d'atteindre des débits de l'ordre du terabit par seconde sur une distance de plusieurs milliers de kilomètres [15], résultats à comparer avec les quelques gigabits par seconde des systèmes classiques actuels. Parallèlement à ces développements sur les solitons temporels, les capacités des transmissions linéaires à fibres se sont très nettement améliorées. La méthode actuelle la plus largement employée pour profiter des capacités de la fibre optique (limitée par la dispersion en régime linéaire), est donc d'augmenter le transfert d'informations sur un même canal par multiplexage. Il consiste à utiliser N signaux au débit D équivalents en terme de capacité à un signal au débit $N \times D$. Pour conserver l'intégrité de chaque signal sur le canal, le multiplexage introduit entre les signaux une séparation temporelle ou fréquentielle.

Ces méthodes linéaires, font que les systèmes utilisant les solitons, bien que fonctionnels, ne sont sont pas encore utilisés dans la pratique. Leur intérêt reste pourtant d'actualité aux vues de la demande toujours grandissante en matière de communications, notamment par le biais d'Internet. Il existe, aujourd'hui, au moins un exemple d'utilisation commerciale des solitons : en 2003, la société Marconi a installé un système tout-optique (c'est-à-dire sans régénération électrique du signal), utilisant des solitons, reliant Perth sur la côte ouest australienne, à Adélaïde sur la côte est, soit une connexion de 2900 km [15, 16]. De plus, le concept du soliton relié à d'autres phénomènes, a permis des avancés importantes, utiles par exemple pour le blocage de modes par effet Kerr dans les lasers femtosecondes [17].

1.1.2.2 Le soliton qui dirige l'information

Les solitons optiques ne se réduisent pas à ces impulsions qui se propagent dans les fibres sans se disperser. Il est un autre monde où l'optique et les solitons se rencontrent. Ce monde là n'est plus temporel mais spatial. En effet, la dispersion chromatique a son équivalent spatial qui est la diffraction. L'effet non-linéaire, par le changement d'indice de réfraction qu'il induit dans le milieu [3], agit alors comme une lentille, convergente ou divergente selon que l'indice est augmenté ou diminué. Cet effet est illustré par la Fig. 1.2. Tout comme dans le domaine temporel, quand les deux effets se compensent exactement, le faisceau peut alors se propager tout en restant confiné, sans avoir besoin d'une structure de guide d'onde initiale comme support de propagation. Ces solitons présentent eux aussi un intérêt pour les télécoms [18].

De part leurs propriétés de guidage auto-induit, ils peuvent conduire l'information de manière similaire à une fibre. Cependant les distances de propagation des solitons spatiaux sont typiquement de l'ordre du centimètre (à cause des pertes des matériaux non-linéaires ou des limites des techniques de fabrication [19]) et ne sont en aucun cas des concurrents sérieux aux fibres optiques. Leurs applications se trouvent ailleurs, pour réaliser par exemple des fonctions d'adressage où ils peuvent être utilisés comme des routeurs rapidement reconfigurables [20] et où les courtes distances de propagation ne sont pas un obstacle.

En effet, les débits des communications optiques deviennent de plus en plus limités par le traitement électronique actuellement nécessaire à chaque nœud de commutation (ou routeurs). Ces nombreux nœuds parsèment le réseau et permettent de séparer les différents signaux *mélangés* par le multiplexage et de les envoyer vers leurs destinations respectives ou d'une manière générale de connecter

3. A l'exception notable des solitons quadratiques qui n'induisent pas de modification de l'indice de réfraction du milieu (c.f. § 1.2.3.1).

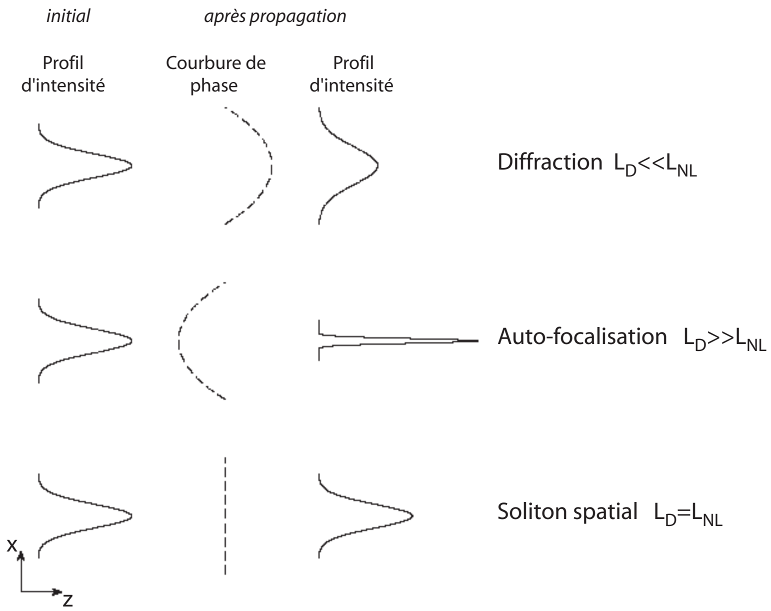

FIG. 1.2 : *Description qualitative de la formation d'un soliton spatial optique. Les longueurs caractéristiques L_D et L_{NL} sont définies par les équations (1.8) et (1.9) pour le soliton Kerr.*

n'importe quel utilisateur à n'importe quel autre. Actuellement ces fonctions d'adressage, de commutation, sont presque toujours réalisées par des composants électroniques [21]: le signal optique entrant est converti en signal électrique, il est dirigé, puis re-transformé à nouveau en signal optique avant d'être ré-injecté dans une fibre. Malgré l'amélioration de ces techniques opto-électroniques, le temps de traitement des données reste long. Il est un facteur limitant à la rapidité des transmissions. Une conception *tout optique* des routeurs permettrait d'accroître les débits, tout comme la révolution des amplificateurs optiques (erbium notamment) a déjà permis de franchir un palier en terme de vitesse. Les fonctions de traitement des signaux de télécommunication (amplification, régénération, conversion de longueur d'onde, multiplexage, etc...) sont ainsi de plus en plus fréquemment effectuées de manière tout-optique, afin de permettre une utilisation optimale des fibres.

Les recherches sur les solitons spatiaux, au cœur des travaux de cette thèse, s'inscrivent dans cette logique. Nous détaillerons un peu plus en détail comment sont exploitées les propriétés particulières de ces solitons dans le paragraphe suivant et au chapitre 4 portant sur la réalisation expérimentale de jonctions utilisant des solitons spatiaux.

1.2 La diversité des solitons spatiaux optiques

Malgré leur potentiel réel pour les applications, la recherche sur les solitons spatiaux est restée beaucoup plus fondamentale que celles de leurs cousins temporels. Dans le domaine temporel, la silice des fibres optiques est le principal milieu étudié, alors que dans le domaine spatial, l'autofocalisation peut être réalisée dans de nombreux matériaux non linéaires. Cela se traduit par une diversité de phénomènes physiques mis en jeu et donc par une richesse des phénomènes observés potentiellement applicables. Avant de concevoir des systèmes commerciaux utilisant les solitons spatiaux, il est évident qu'une meilleure compréhension des mécanismes mis en jeu dans les propagations solitons est indispensable, d'où des recherches, d'une manière générale, plus fondamentales. Comme nous l'avons vu au début de ce chapitre (§ 1.1.1), la propagation soliton peut survenir dans de multiples domaines de la physique. La recherche sur les solitons optiques, facile à mettre en œuvre, est donc d'autant plus précieuse qu'elle permet d'extrapoler les résultats obtenus à une meilleure compréhension de la physique non linéaire.

Le premier exemple de soliton spatial correspond, en 1964, à la découverte du phénomène d'autofocalisation [22, 23] d'un faisceau d'une onde continue (Fig. 1.2). Cet effet n'a pas été immédiatement relié au concept des solitons à cause de sa nature instable. Et il a fallu attendre les années 80, pour qu'un soliton spatial stable puisse être clairement démontré par une équipe française [24, 25]. Cette section présente les principaux mécanismes responsables de l'autofocalisation dans les milieux non linéaires, que ce soit dans les milieux Kerr qui furent les supports de ces premières expériences, ou d'autres non-linéarités découvertes depuis. Notre attention se portera principalement sur les solitons Kerr et les solitons photoréfractifs qui sont ceux étudiés au cours de cette thèse.

1.2.1 Les solitons Kerr

L'effet Kerr optique est l'analogue pour des champs électriques oscillant aux fréquences optiques de l'effet Kerr habituel (à savoir la modification de l'indice d'un milieu sous l'effet d'un champ électrostatique). L'origine de l'effet Kerr optique est microscopique et réside dans une anisotropie induite de la polarisabilité du milieu, dont de nombreux phénomènes physiques peuvent être à l'origine. Le tableau 1.1 en indique un certain nombre, avec la valeur typique de n_2 associée, ainsi que le temps de réponse τ du processus non linéaire (c'est-a-dire la durée caractéristique d'interaction laser-matériau nécessaire à l'instauration de la réponse non linéaire du milieu).

Mécanisme physique	n_2 (cm^2/W)	τ (s)
Polarisation électronique	10^{-16}	10^{-15}
Orientation moléculaire	10^{-14}	10^{-12}
Électrostriction	10^{-14}	10^{-9}
Saturation d'une transition atomique	10^{-10}	10^{-8}
Effets thermiques	10^{-6}	10^{-3}

TAB. 1.1 : *Caractéristiques typiques des non-linéarités Kerr selon leur origine, d'après [26].*

Nous avons déjà parlé de l'effet Kerr optique lors de notre discussion sur les solitons temporels (§ 1.1.2.1). Ici l'automodulation de phase ne sert plus à contrebalancer la dispersion, mais la diffraction (Fig. 1.2). La dépendance de l'indice de réfraction à l'intensité reste la même (éq. (1.1) : $n(I) = n_0 \pm n_2 I$), et les équations qui régissent la propagation soliton sont tout à fait analogues.

1.2.1.1 Présentation du modèle théorique

L'équation de Schrödinger non linéaire

Un matériau soumis à l'action d'un champ électromagnétique est le siège d'une polarisation induite qui détermine entièrement la réponse du milieu à l'excitation du rayonnement. Cette réponse peut avoir une composante non linéaire, par exemple si la déformation du nuage électronique sous l'action du champ excitateur devient anharmonique. C'est ce qui se produit pour l'effet Kerr d'origine électronique, où le champ n'est plus négligeable devant les champs intra-atomiques. L'optique non linéaire n'est ainsi apparue que dans les années 60 avec l'invention du laser qui a permis des champs excitateurs intenses [27].

La propagation des ondes dans de tels milieux, découle de manière tout à fait classique des équations de Maxwell, avec simplement la prise en compte de la composante non linéaire de la polarisation. Dans le domaine paraxial, pour un milieu de Kerr unidimensionel (*i.e.* l'effet non linéaire ne perturbe la propagation que dans un seule dimension), homogène, transparent, et isotrope, l'équation de propagation se réduit à la fameuse équation non linéaire de Schrödinger (NLSE) [8], écrite ici sans dimensions [28] :

$$i\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2}\pm N^2|\psi|^2\psi=0 \tag{1.3}$$

où ψ est l'enveloppe lentement variable du champ électromagnétique d'intensité $I=|\psi|^2$, et N une constante exprimant la non-linéarité dépendant des conditions initiales. Le premier terme correspond à la propagation de l'onde. Le deuxième terme caractérisant l'étalement linéaire, se rapporte soit à la dispersion, soit à la diffraction ; car écrite sous cette forme NLSE peut s'appliquer au cas temporel ou bien au cas spatial. Enfin le troisième terme exprime l'influence de la non-linéarité. Le signe $\pm$ signifie respectivement la possibilité d'une augmentation ou d'une diminution de l'indice de réfraction. Ce qui se traduit dans le cas spatial par un effet focalisant ou défocalisant. Le milieu pourra alors être le support de solitons brillants (faisceau focalisé) ou de solitons noirs (faisceau étendu présentant une bande ou tâche sombre en son milieu, correspondant au soliton).

Le soliton fondamental

Pour l'effet focalisant (qui nous intéresse plus particulièrement pour la suite) et pour $N=1$, une solution analytique de NLSE est le soliton fondamental brillant, qui s'exprime sous la forme :

$$\psi(\xi,\zeta)=\mathrm{sech}(\xi)\exp\left(i\frac{\zeta}{2}\right) \tag{1.4}$$

Le champ ne dépend ainsi que de deux paramètres. Dans le cas temporel, le paramètre ξ correspond au temps et le paramètre ζ à la propagation dans la fibre. Ce soliton correspond donc à une impulsion temporelle en forme de sécante hyperbolique qui se propage le long de la fibre de manière invariante.

Revenons à l'expression dimensionnée de NLSE, afin de discuter plus en détail le cas du soliton spatial. Les deux variables du champ correspondent alors à deux dimensions spatiales. Notons z la dimension de propagation du faisceau. L'autre dimension, notée x, est la dimension dans laquelle le faisceau diffracte en régime linéaire. On s'affranchit de la troisième dimension y en se limitant au cas où le faisceau ne peut pas diffracter dans l'autre dimension transverse. Cette configuration est notée (1+1)D. Expérimentalement il s'agira d'un faisceau confiné dans la dimension y, par une distribution d'indice non homogène [4]. En régime permanent et pour un effet non linéaire focalisant, NLSE se réécrit :

$$\frac{\partial A}{\partial z}=i\frac{1}{2k}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}+i\frac{2\pi}{\lambda}n_2|A|^2A \tag{1.5}$$

où A est l'enveloppe lentement variable, k le vecteur d'onde définit par $k=\frac{2\pi}{\lambda}n\simeq\frac{2\pi}{\lambda}n_0$, avec l'hypothèse de l'indice effectif constant (*i.e.* l'automodulation de phase est négligeable devant le terme de

4. on justifiera ce choix dans le paragraphe suivant, § 1.2.1.2)

propagation linéaire). L'expression analytique (1.4) devient :

$$A(x,z) = \frac{1}{kw}\sqrt{\frac{n_0}{n_2}}\operatorname{sech}\left(\frac{x}{w}\right)\exp\left(i\frac{z}{2kw^2}\right) \tag{1.6}$$

où w correspond à la largeur du faisceau.

Une caractéristique notable du soliton est que cette largeur w est inversement proportionnelle à l'intensité soliton I_s, qui est l'intensité crête :

$$I_s = |A(0,z)|^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 n_0 n_2 w^2} \tag{1.7}$$

Ainsi, plus on voudra piéger un faisceau étroit, plus la puissance nécessaire pour atteindre la propagation soliton devra être importante. Ce qui se comprend puisqu'un faisceau étroit diffracte plus fortement qu'un faisceau plus large, l'effet non linéaire (proportionnel à l'intensité) devra donc être plus important. Ce comportement est illustré par la Fig. 1.3, et peut aussi être compris en introduisant les deux longueurs de propagation caractéristiques : la longueur de diffraction L_D et la longueur non linéaire L_{NL} [8]. D'après NLSE (éq. (1.3)), la longueur de diffraction, distance à partir de laquelle la diffraction devient significative [5], est définie par :

$$L_D = \frac{2\pi n_0 w^2}{\lambda} \tag{1.8}$$

De façon équivalente, on définit la longueur non linéaire qui caractérise l'effet Kerr :

$$L_{NL} = \frac{\lambda}{2\pi n_2 I_{max}} \tag{1.9}$$

où $I_{max} = |A_{max}|^2$ est l'intensité crête du faisceau. Ainsi, on se rend compte que plus une longueur caractéristique est faible, plus le faisceau sera rapidement affecté par cet effet, au cours de la propagation.
Le paramètre N de l'éq. (1.3) qui détermine la stabilité du soliton, correspond à :

$$N = \sqrt{\frac{L_D}{L_{NL}}} \tag{1.10}$$

Dans le cas particulier où $L_D = L_{NL}$, le soliton formé est le soliton fondamental ($N = 1$) décrit par l'expression (1.6). Si L_D est légèrement inférieure (respectivement légèrement supérieure) à L_{NL}, le faisceau va d'abord commencer par diffracter (resp. focaliser), puis atteignant la puissance soliton d'un soliton plus large (resp. étroit), le faisceau n'évoluera plus. Cette propriété témoigne de la stabilité des solitons. Si $L_D \gg L_{NL}$, on augmente alors le rapport N. Lorsqu'il passe par un entier supérieur à un, cela correspond aux solitons d'ordres supérieurs. Leur différence principale avec le soliton fondamental est une périodicité du phénomène, conduisant à des alternances de focalisation et de diffraction. Le faisceau est alors capable de retrouver son profil de sécante hyperbolique, mais de manière périodique au cours de la propagation, la périodicité augmentant avec la puissance. Toutefois, en augmentant l'intensité, les phénomènes d'absorption non linéaires prennent de l'ampleur, tout comme la diffusion stimulée. Ce qui explique que les solitons d'ordres supérieurs restent peu étudiés expérimentalement [25] comme nous le verrons pour le cas de l'AlGaAs au cours du chapitre 2.

5. Dans le cas d'une sécante hyperbolique, w est la demi-largeur du faisceau mesurée à 42% de I_{max} (c.f. éq. 1.6). Dans le cas d'un faisceau gaussien, qui correspond généralement au cas expérimental, w est la demi-largeur mesurée à $1/e$ de I_{max}. Pour un faisceau gaussien, cette longueur L_D correspond alors à la distance de propagation au bout de laquelle la taille du faisceau est augmentée d'un facteur $\sqrt{2}$. Si la propagation du faisceau s'effectue sur plus de quelques L_D, la taille du faisceau en sortie, en régime linéaire, sera alors multipliée par le nombre de longueurs de diffraction parcourues.

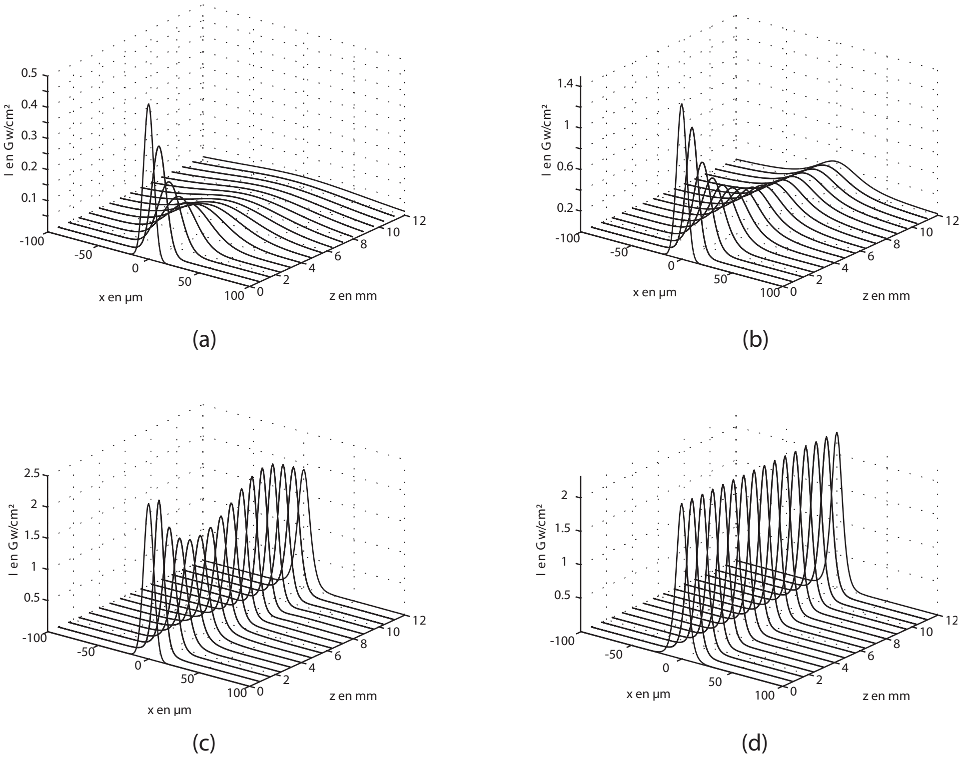

FIG. 1.3 : *Simulation numérique de la propagation dans un milieu Kerr. Les profils (a), (b) et (c) correspondent à la propagation d'un faisceau initial gaussien pour différentes puissances initiales. (a) Régime linéaire pour $L_D \ll L_{NL}$. (b) Puissance intermédiaire où l'effet non linéaire commence à apparaître $L_D < L_{NL}$. (c) propagation obtenue $L_D \simeq L_{NL}$. (d) régime soliton obtenu avec un profil de sécante hyperbolique en entrée avec $L_D = L_{NL}$.*

1.2.1.2 Spécificités des solitons Kerr

Les tous premiers

Les solitons Kerr ont ainsi été les premiers types de solitons optiques spatiaux étudiés. Dès 1964, Chiao, Garmire et Townes ont sugéré que l'autofocalisation pouvait permettre « l'auto-guidage » (*self-focusing*) de la lumière [23]. Cependant, une étude plus détaillée a rapidement montré que cette autofocalisation était instable en pratique et conduisait à une dislocation du faisceau [29]. De plus, à la même époque, différents auteurs [30, 31, 32], ont montré qu'un faisceau intense et étendu se propageant dans un milieu Kerr était sensible à de faibles perturbations d'amplitude et/ou de phase, et allait se disloquer conduisant à une filamentation. Il a fallu attendre le fameux article de Zakharov et Shabat [33], pour que NLSE soit enfin résolue de manière analytique, et qu'il soit montré que des solitons peuvent effectivement se propager dans des milieux non linéaires de type Kerr ; à condition cependant, que le milieu soit unidimensionnel transverse, faute de quoi la propagation est instable.

Les efforts des expérimentateurs se sont alors tournés vers la mise en évidence de cette propagation soliton dans des milieux (1+1)D, que ce soit dans le domaine temporel [10] ou dans le domaine spatial [24]. Pour les solitons temporels, il aura fallu attendre le développement de sources lasers intenses et des fibres optiques relativement transparentes. Dans le cas des solitons spatiaux, c'est l'ingéniosité de l'équipe de Limoges pour rendre le milieu unidimensionnel qui a permis de stabiliser la propagation soliton. Leur dispositif utilisait le liquide CS_2 comme milieu non linéaire, et évitait le phénomène de filamentation grâce à un système de franges d'interférences dans une des dimensions transverses. Le milieu n'était donc pas rigoureusement (1+1)D. La réalisation d'un guide plan de CS_2, leur permit de renouveler l'expérience dans un milieu cette fois-ci rigoureusement (1+1)D [34]. Ensuite, en quelques années, le soliton Kerr spatial fut démontré dans des guides plan en verre [35], puis en semiconducteur AlGaAs [36] et enfin en polymère [37]. Pour nos travaux, notre choix s'est porté sur le semiconducteur AlGaAs. Nous préciserons les conditions de ce choix dans le chapitre 2, traitant de notre contribution à une meilleure compréhension de l'autofocalisation dans ce milieu.

Les seuls « vrais », mais unidimensionels

Autant la propagation d'une onde dans une milieu Kerr idéal est intrinsèquement instable en 2D, autant la propagation soliton en 1D, solution de NLSE, est robuste [6]. Cette robustesse et les formidables propriétés qui en découlent, ont motivé les efforts fournis pour observer ces solitons (temporels ou spatiaux). Une des propriétés fondamentales des solitons Kerr est leurs comportements similaires, à bien des égards, à ceux des particules matérielles [45], notamment lors de la collision de deux solitons [46]. Une collision entre deux solitons fondamentaux est élastique, ce qui signifie que les solitons retrouveront leur forme, leur énergie, et continuerons de se propager après la collision. Une autre manifestation de la robustesse des solitons est qu'ils n'interagissent pas avec les ondes linéaires (c'est-à-dire dispersives ou radiatives). C'est pourquoi un profil initialement gaussien et suffisament intense (tel que celui de la Fig. 1.3(c)) va tendre vers un profil de sécante hyperbolique et ne plus évoluer. Ou bien encore, un profil initialement bruité (ou perturbé par la suite par les inhomogénéités du milieu) va se nettoyer et évacuer ces perturbations de son enveloppe lors de la propagation. Ce sont ces deux propriétés qui font que le soliton est plus un mode propre de NLSE, qu'une simple solution parmi d'autres.

Arrivé à ce point de la discussion nous devons faire une remarque importante. Par définition, un soliton préserve énergie, quantité de mouvement, et profil, non seulement au cours de sa propagation mais encore lors d'une interaction avec un autre soliton [45], comme c'est le cas, pour les solitons Kerr [47]. Un soliton n'existe par ailleurs que pour des problèmes intégrables. Les autres types de solitons optiques, quant à eux, ne sont pas solutions de systèmes intégrables, et ne sont donc pas, au sens mathématique le plus strict, des solitons ! Ils conservent bien leur profil invariant au cours de la propagation, mais ne possédant pas les mêmes critères de stabilités (ou d'instabilité c'est selon) [48], il ne sont *que* des ondes solitaires. Les collisions pourront par exemple être inélastiques et une fusion de solitons pourra survenir. Nous continuerons cependant d'appeler ces ondes solitaires des solitons, comme c'est généralement le cas en optique, tout en gardant à l'esprit que le seul *vrai* soliton optique est le soliton Kerr…

6. La question de la stabilité des solitons [38] est un point essentiel dans l'étude des solitons. Elle traduit des phénomènes complexes et omniprésents dans les systèmes dynamiques non linéaires. Deux catégories d'instabilité peuvent être distinguées :

– les instabilités de collapsus [39] qui correspondent à l'autofocalisation catastrophique d'un faisceau cylindrique sur lui-même. La saturation ou la non-localité de la non-linéarité, l'influence de diffusions stimulées ou encore une dissipation d'énergie peuvent arrêter, ou totalement supprimer ce type d'instabilité.
– Les instabilités transverses [40] qui affectent une onde solitaire de dimension inférieure à la dimension du milieu. Un exemple est l'instabilité *modulationnelle* : lors de la propagation d'une onde plane confinée dans une dimension transverse, l'onde plane peut devenir instable vis-à-vis de perturbations (*bruit*), et se disloquer. Certaines fréquences spatiales sont alors amplifées exponentiellement et induisent une modulation de plus en plus forte. L'instabilité de modulation peut ainsi être mise à profil pour générer des réseaux de solitons temporels [41] ou spatiaux [42, 43, 44].

Au départ, la recherche sur les solitons spatiaux s'est donc focalisée (au sens propre comme au figuré), dans les milieux Kerr unidimensionnels [49]. Ils ont permis de démontrer expérimentalement, les principales propriétés des solitons (interactions entre deux solitons [46, 50], guidage d'un faisceau de faible intensité [51], adressage [52], solitons vectoriels [53, 54]) en faisant faire de grands progrès à la physique non linéaire en général. Ils restent encore aujourd'hui largement étudiés. Et même en se limitant à la configuration (1+1)D de nouvelles voies sont explorées : par exemple dans les milieux structurés pour l'étude des solitons discrets [55, 56] ou dans les amplificateurs optiques à semiconducteurs (on parle alors de *solitons dissipatifs*) [57]. L'intérêt de ces derniers est de faire baisser les puissances requises. Car pour l'instant, l'un des facteurs limitant l'utilisation des solitons Kerr pour les applications envisagées est la puissance requise, qui reste de l'ordre de quelques centaines de watts.

Milieux *Kerr-like*

Les paragraphes précédents ont présenté les milieux Kerr idéaux (*i.e.* qui vérifient l'éq. 1.1). Cependant dès 1974, c'est-à-dire avant la première démonstration expérimentale d'un soliton Kerr, Bjorkholm et Ashkin ont démontré expérimentalement la propagation d'un faisceau 2D (continu qui plus est) auto-confiné dans un milieu massif de vapeur de sodium [58]. Dans cette expérience, la saturation de la non-linéarité Kerr stabilisait la propagation en 2D. Il s'agissait donc de la première démonstration d'une onde solitaire en optique. Ce type de propagation n'avait pourtant pas suscité un grand engouement à l'époque, car elle ne correspondait pas à une solution analytique, et donc pas à proprement parlé d'un soliton. Pourtant l'effet saturant permettait une propagation bidimensionelle autorisant ainsi un degré de confinement supplémentaire. Il existe ainsi des milieux Kerr où la dépendance de l'indice de réfraction n'est pas totalement proportionnel à l'intensité, ce qui stabilise la propagation 2D. Cela peut provenir, par exemple, de l'influence de non-linéarités d'ordres supérieurs [59]. Depuis, l'intérêt pour les faisceaux auto-piégés en configuration (2+1)D, que nous appellerons solitons, rappelons-le, s'est largement développé. Le cas des solitons photoréfractifs est un exemple particulièrement intéressant.

1.2.2 Les solitons photoréfractifs

L'effet photoréfractif, tout comme l'effet Kerr, provoque une modification de l'indice de réfraction d'un matériau induite par un éclairement. Cependant dans ce cas, ce sont les variations spatiales de l'éclairement qui induisent cette modification d'indice. Plusieurs processus se combinent pour donner l'effet photoréfractif : l'éclairement induit une photo-excitation de charges dans le matériau, et leur migration des zones éclairées vers les zones sombres engendre un champ de charge d'espace qui à son tour produit une modulation de l'indice de réfraction par effet Pockels (modification linéaire de l'indice de réfraction en fonction du champ électrique local). Un cristal n'est donc photoréfractif que sous la double condition d'être photo-conducteur et de posséder un effet électro-optique. Il doit de surcroît contenir des centres photo-excitables et des centres pièges.

L'effet photoréfractif fut observé pour la première fois en 1966 par Ashkin, des laboratoires Bell lors d'une expérience sur le doublage de fréquence dans les cristaux de niobate de lithium [60] [7].

7. Il s'agit d'Arthur Ashkin dont on vient de parler au paragraphe précédent pour l'autofocalisation d'un faisceau bidimensionel [58], il est également le père des pinces optiques (*optical tweezers*) [61].