



# Transformateur monophasé

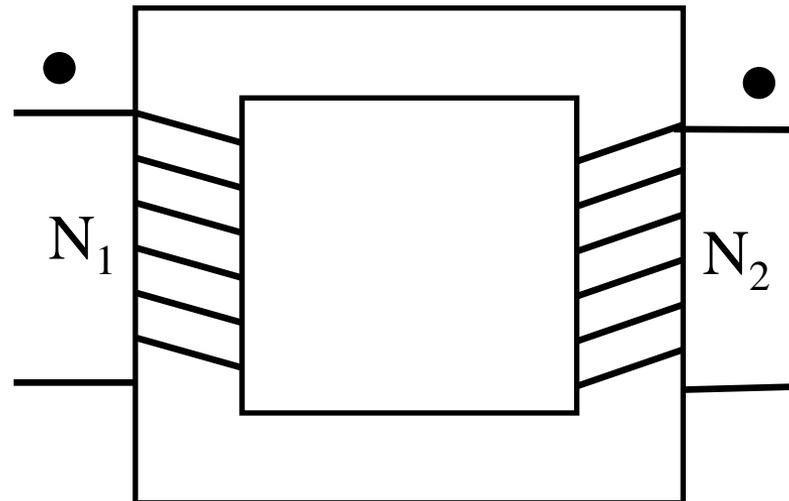
DUT1 GEII-GIM / A1 ICAM 2018 - 2019

**Abdallah DARKAWI**

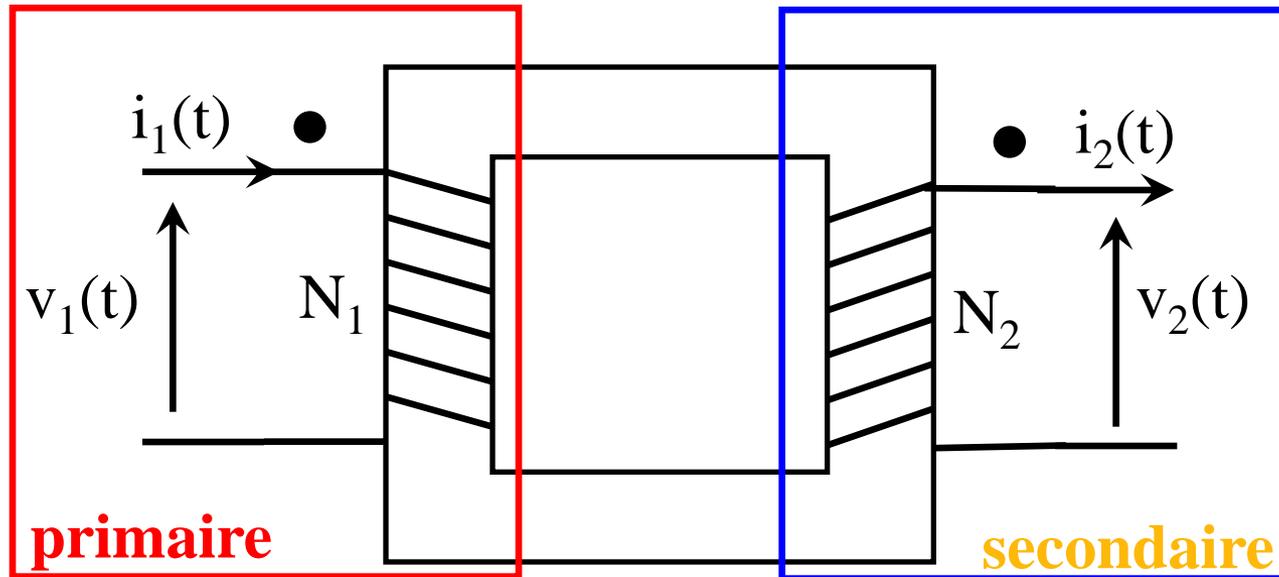
- I. Principe de fonctionnement**
- II. Transformateur parfait**
  - II.1. Equations
  - II.2. Rapport de transformation
  - III.3. Cas d'une alimentation sinusoïdale
- III. Schéma équivalent du transformateur réel**
  - III.1. Inductance de fuites.
  - III.2. Inductance magnétisante
  - III.3. Pertes fer
  - III.4. Résistances des bobinages
  - III.5. Schéma équivalent du transformateur
- IV. Schéma équivalent du transformateur simplifié**
  - IV.1. Impédances ramenées au primaire
  - IV.2. Impédances ramenées au secondaire
  - IV.3. Bilan des pertes
- V. Améliorations technologiques**
- VI. Transformateurs spéciaux**
  - VI.1. Transformateurs à deux secondaires
  - VI.2. Autotransformateur

## I. Principe de fonctionnement.

Un transformateur monophasé comporte deux enroulements bobinés autour d'un circuit magnétique.

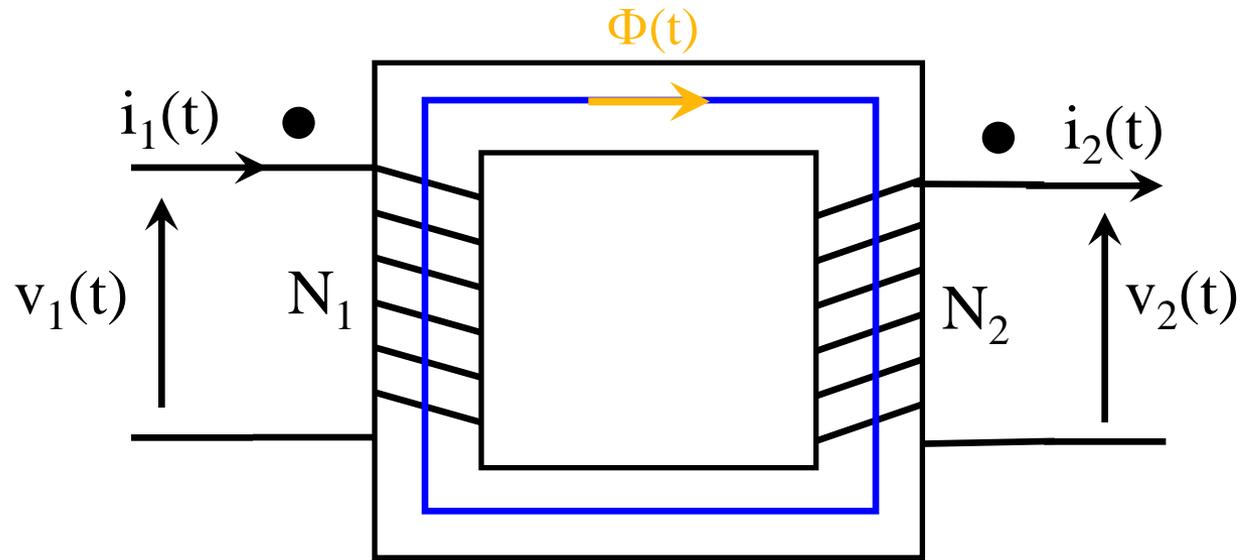


# Transformateur monophasé.



- L'enroulement 1 est appelé **primaire** c'est l'entrée du transformateur.
- Le primaire d'un transformateur est toujours fléché en convention récepteur.

- L'enroulement 2 est appelé **secondaire** c'est la sortie du transformateur.
- Le secondaire d'un transformateur est toujours fléché en convention générateur.



- Lorsque l'on alimente le primaire par une tension  $v_1(t)$  variable on génère un flux  $\Phi(t)$  variable.

$$\Rightarrow v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

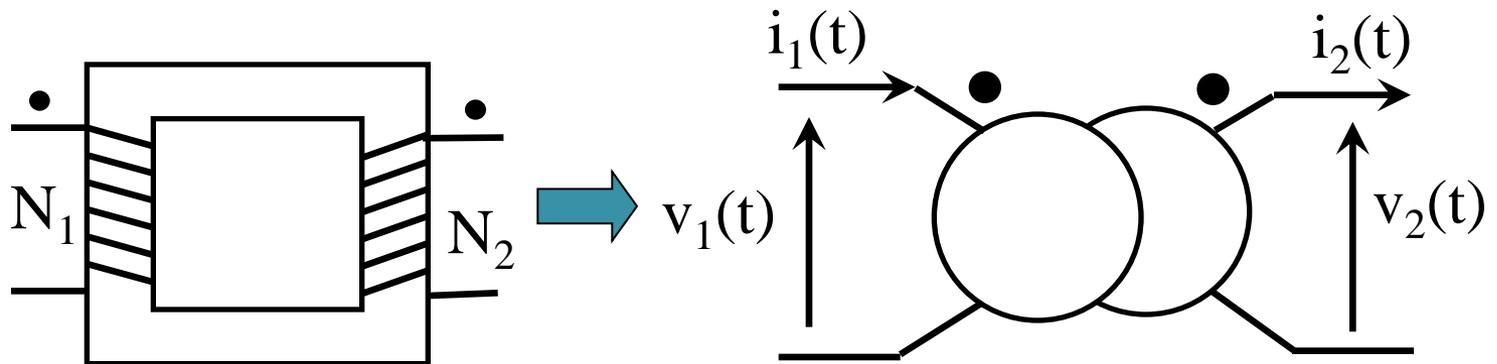
- La variation du flux  $\Phi(t)$  génère alors une tension variable  $v_2(t)$ .

$$\Rightarrow v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

## II. Transformateur parfait.

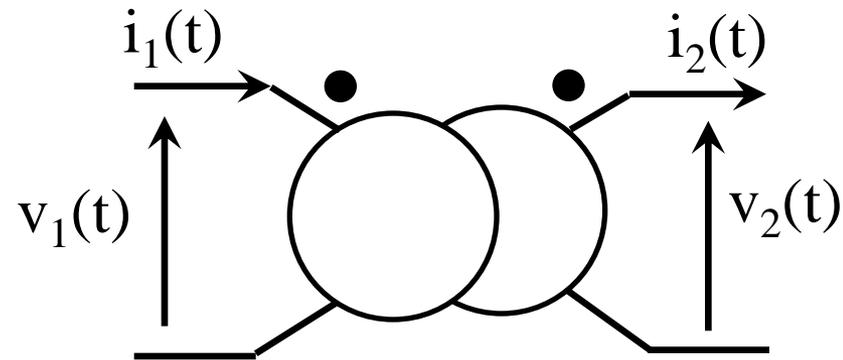
### II.1 Equations.

On suppose dans cette partie le transformateur parfait, toutes les imperfections sont négligées.



**Transformateur parfait.**

# Transformateur monophasé.

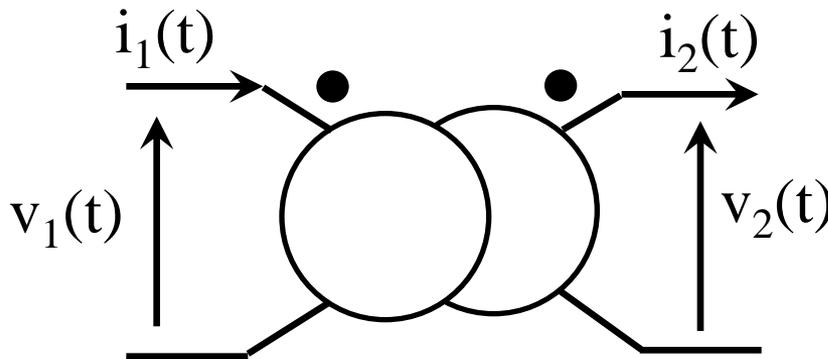


→  $v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$

→  $v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt}$

→  $R \Phi(t) = N_1 i_1(t) - N_2 i_2(t)$

## II.2 Rapport de transformation.



$$v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{v_2(t)}{v_1(t)} = \frac{N_2}{N_1}}$$

Le rapport  $m$  est appelé le rapport de transformation.

Le transformateur est supposé parfait c'est-à-dire sans pertes on a alors  $p_1(t) = p_2(t)$   $\Rightarrow v_1(t) i_1(t) = v_2(t) i_2(t)$ .

$$\Rightarrow v_1(t) i_1(t) = m v_1(t) i_2(t) \Rightarrow \boxed{m = \frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{N_2}{N_1}}$$

*Première remarque sur le transformateur parfait :*

$$m = \frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{v_2(t)}{v_1(t)} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{et} \quad R \Phi(t) = N_1 i_1(t) - N_2 i_2(t)$$

$$\Rightarrow R \Phi(t) = 0 \quad \Rightarrow R = 0 \text{ car } \Phi(t) \neq 0$$

$$R = \frac{l_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r S} = 0 \quad \text{Dire que le transformateur est parfait revient à dire que la perméabilité relative } \mu_r \text{ du circuit magnétique est infini.}$$

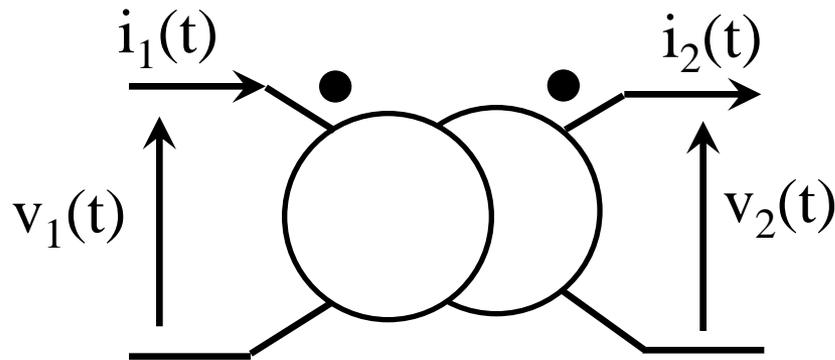
*Deuxième remarque sur le transformateur parfait :*

Si  $m < 1$  le transformateur est un abaisseur de tension (  $v_2(t) < v_1(t)$  ).

Si  $m > 1$  le transformateur est un élévateur de tension (  $v_2(t) > v_1(t)$  ).

Si  $m = 1$  le transformateur est un transformateur d'isolement, pas de liaison électrique entre l'entrée et la sortie (  $v_2(t) = v_1(t)$  ).

## II.3 Cas d' une alimentation sinusoïdale.



$$v_1(t) = V \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} \Rightarrow \Phi(t) = -\frac{V \sqrt{2}}{N_1 \omega} \cos(\omega t) = -\Phi_{\max} \cos(\omega t)$$

On est en régime sinusoïdal permanent.

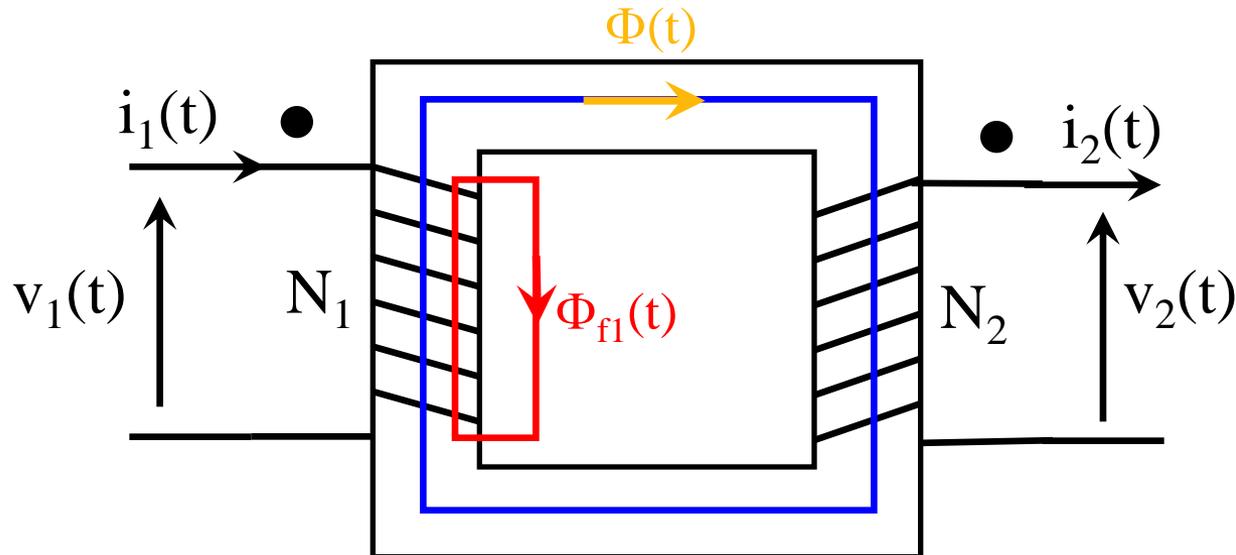
$$V_{1\text{eff}} = 4,44 N_1 B_{\max} S f$$

$$V_{2\text{eff}} = 4,44 N_2 B_{\max} S f$$

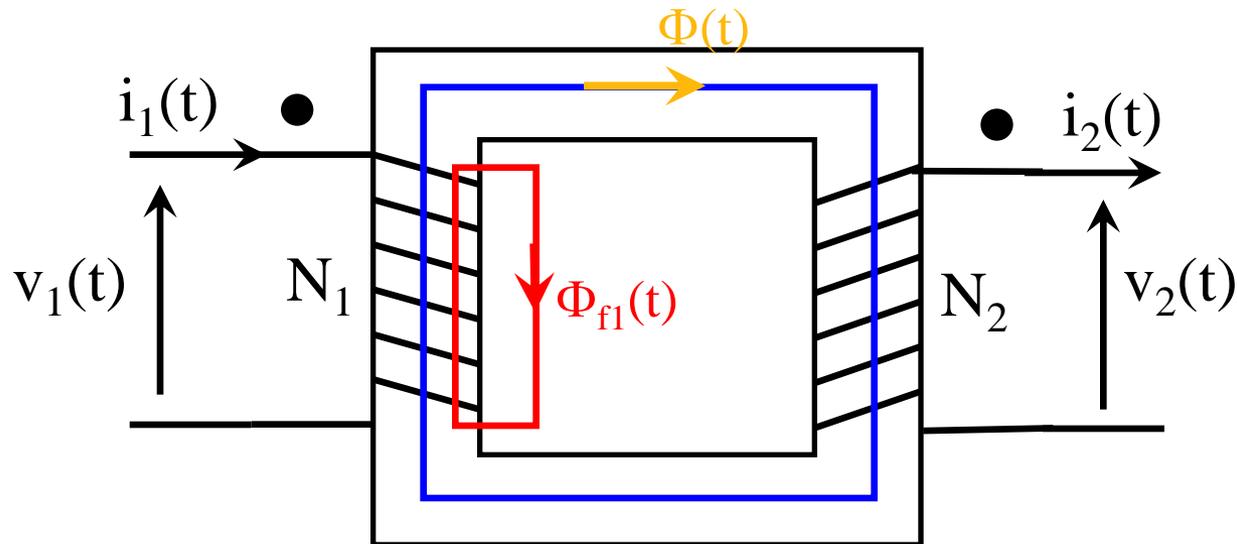
## III. Schéma équivalent du transformateur réel.

### III.1 Inductance de fuites.

On suppose le transformateur à vide  $i_2(t) = 0$ .



La tension est à l'origine de deux flux. Le flux principal  $\Phi(t)$  et un deuxième flux plus faible ne traversant pas le circuit magnétique  $\Phi_{f1}(t)$ .



$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi_{\text{total}}(t)}{dt} = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} + N_1 \frac{d\Phi_{f1}(t)}{dt}$$

Le flux  $\Phi_{f1}(t)$  n'est généré que par la présence du courant  $i_1(t)$ .

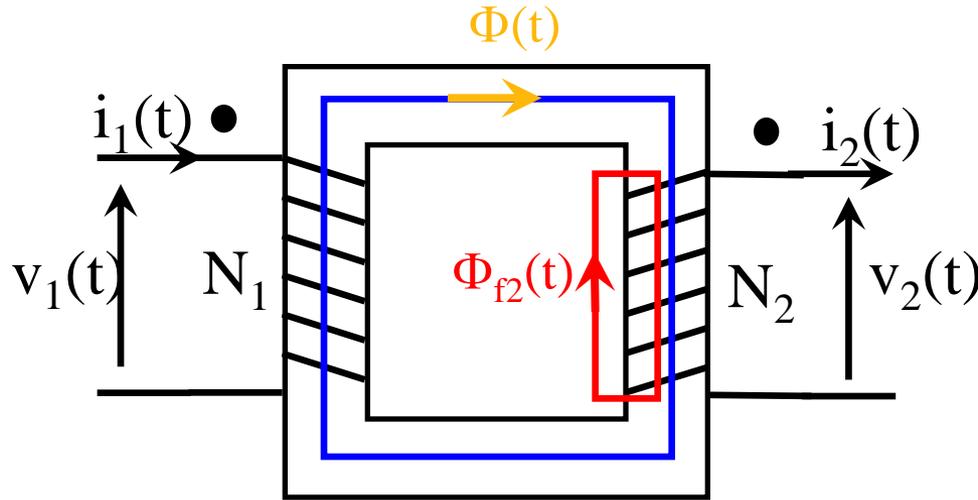
Le flux  $\Phi(t)$  est généré par la présence du courant  $i_1(t)$  et éventuellement du courant  $i_2(t)$ .

On peut écrire :  $R_{f1} \Phi_{f1}(t) = N_1 i_1(t) \Rightarrow l_{f1} = \frac{N_1^2}{R_{f1}}$

L'inductance  $l_{f1}$  est difficile à estimer, le trajet de  $\Phi_1(t)$  étant inconnu.

# Transformateur monophasé.

On a le même phénomène si  $i_1(t) = 0$ .



On a :

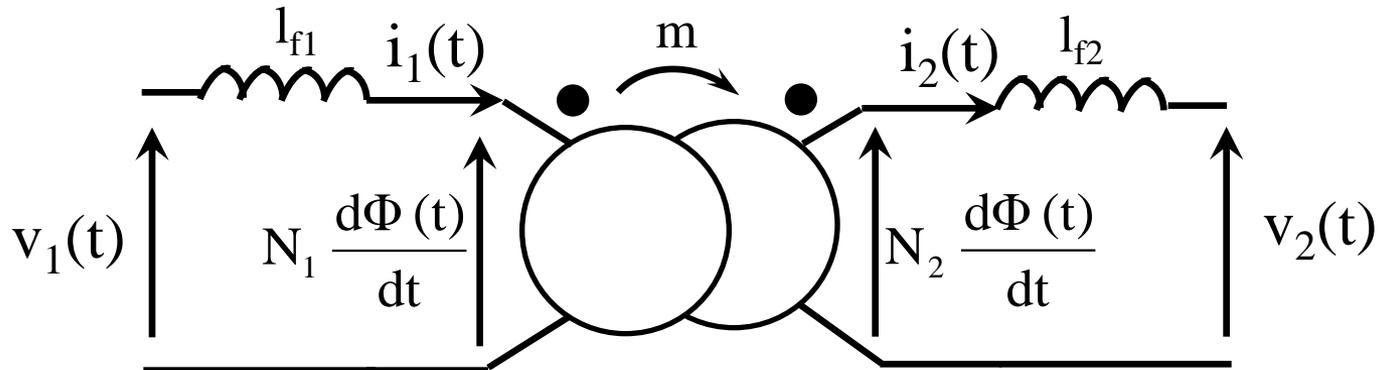
$$R_{f2} \Phi_{f2}(t) = N_2 i_2(t)$$

$$\Rightarrow l_{f2} = \frac{N_2^2}{R_{f2}}$$

L'inductance  $l_{f2}$  est aussi difficile à estimer.

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} + l_{f1} \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt} + l_{f2} \frac{di_2(t)}{dt}$$



## III.2 Inductance magnétisante.

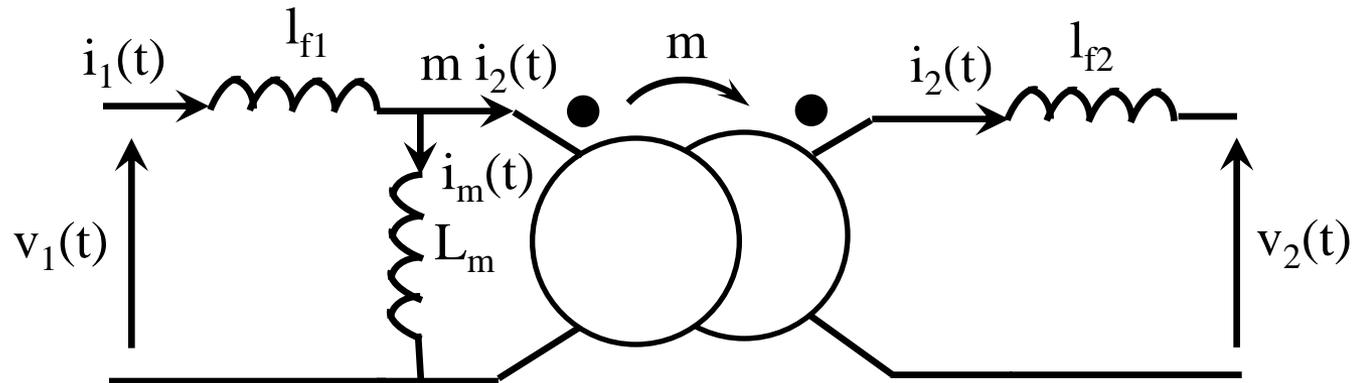
$$R \Phi(t) = N_1 i_1(t) - N_2 i_2(t) \quad v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} + l_{f1} \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} = N_1 \frac{d\left(\frac{N_1 i_1(t) - N_2 i_2(t)}{R}\right)}{dt} = \frac{N_1^2}{R} \frac{d\left(i_1(t) - \frac{N_2}{N_1} i_2(t)\right)}{dt}$$

$$\Rightarrow N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{N_1^2}{R} \frac{d(i_1(t) - m i_2(t))}{dt}$$

Le courant  $m i_2(t)$  est le courant en entrée du transformateur parfait alors que  $i_1(t)$  est le courant d'alimentation.

On note  $L_m$  l'inductance magnétisante :  $L_m = \frac{N_1^2}{R}$



$$\Rightarrow i_m(t) = i_1(t) - m i_2(t) \quad \Rightarrow L_m = \frac{N_1^2}{R}$$

Cette inductance est aussi appelé inductance propre du circuit , voir cours sur bobine à noyau de fer.

Le courant circulant dans cette inductance est le courant magnétisant, courant créant la flux dans le circuit magnétique.

Le courant magnétisant est le courant absorbé à vide, le système à vide  $i_2(t)=0$  équivaut à une inductance.

Inductances de fuites :  $L_{f1}$  et  $L_{f2}$ .

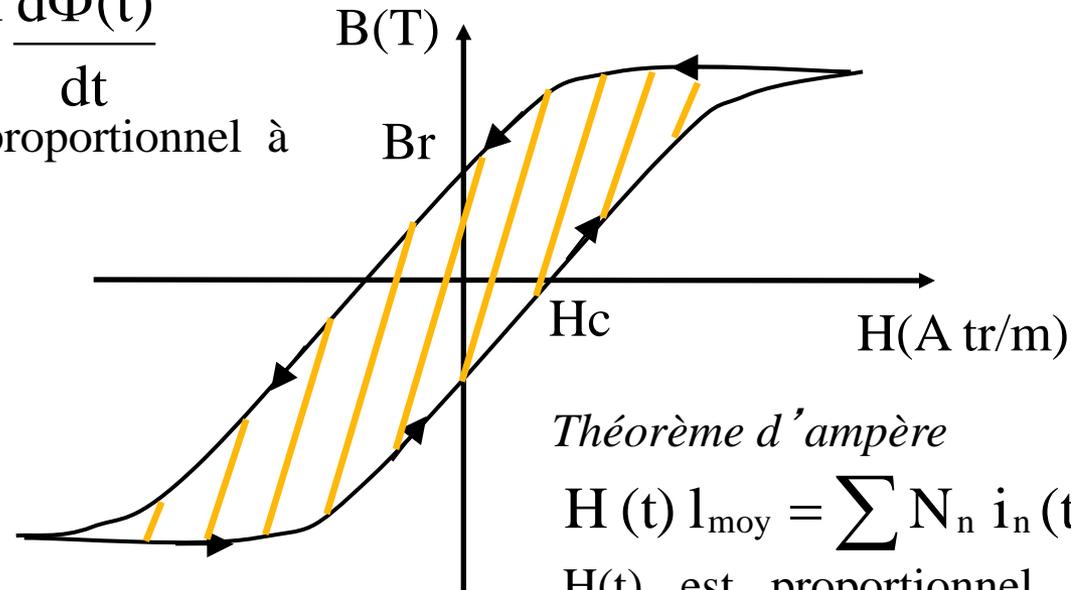
## III.3 Pertes fer.

Les pertes fer sont les pertes dans le circuit magnétique, elles ont deux origines : les pertes par courant de Foucault et les pertes par Hystérésis.

- ***Pertes par Hystérésis.***

$$v(t) = N \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

B(t) est proportionnel à la tension



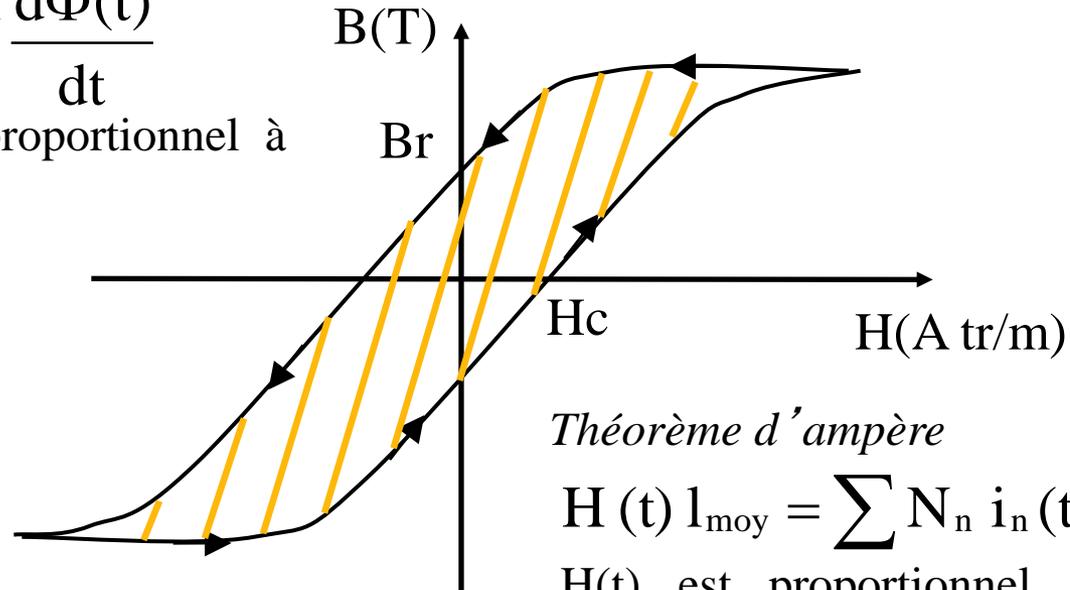
*Théorème d'ampère*

$$H(t) l_{\text{moy}} = \sum N_n i_n(t)$$

H(t) est proportionnel au courant magnétisant (courant dans  $L_m$ )

$$v(t) = N \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

B(t) est proportionnel à la tension



*Théorème d'ampère*

$$H(t) l_{\text{moy}} = \sum N_n i_n(t)$$

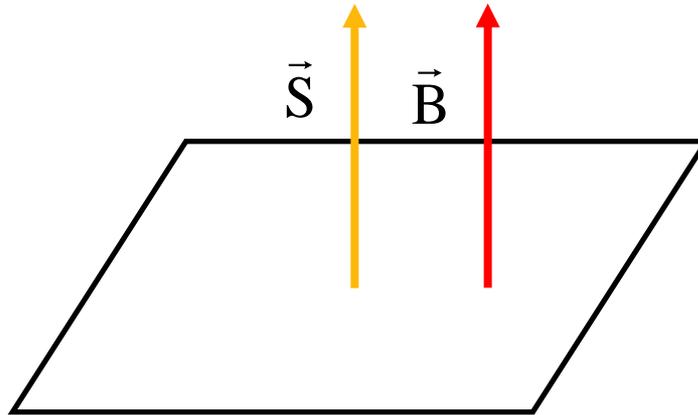
H(t) est proportionnel au courant magnétisant (courant dans  $L_m$ )

On perd de l'énergie  $W$   à chaque parcourt de cycle.

Les pertes par hystérésis sont alors proportionnelles à la largeur du cycle, propriété du circuit magnétique, et à la période de parcourt :

$$\Rightarrow P_{\text{Hystérésis}} = \frac{W}{T} = W * f$$

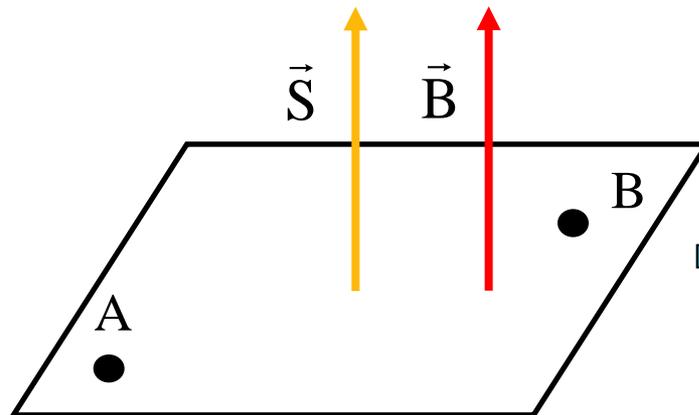
• *Pertes par courant de Foucault.*



Soit une surface  $S$  traversée par une induction  $B$  uniforme, constant sur la surface, et perpendiculaire à la surface.

➡ Apparition d'un flux  $\Phi$ .

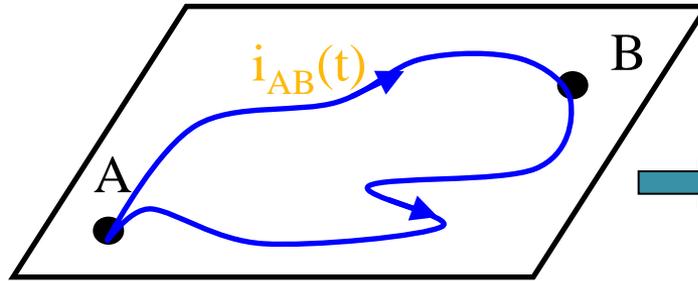
$$\Phi(t) = B(t) S$$



Soit deux points A et B de la surface  $S$ .

➡ Apparition d'une tension  $V_{AB}(t)$

$$V_{AB}(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$



Si la surface  $S$  est conductrice il y a apparition d'un courant  $i_{AB}(t)$ .



Problème le chemin emprunté par le courant est difficile à calculer. Ce qui rend difficile le calcul de la résistance  $R_{AB}$ .

➡ Il y a un courant dans une résistance soit des pertes :

$$P_{\text{Courant de Foucault}} = \frac{V_{AB}^2}{R_{AB}} \quad \text{et} \quad V_{AB}(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Soit une induction sinusoïdal:  $\Phi(t) = B(t) S = B_{\max} \sin((2\pi f)t) S$

$$➡ V_{AB}(t) = B_{\max} (2\pi f) \cos((2\pi f)t) S$$

Ces pertes sont proportionnelles au carré de  $B_{\max}$  et au carré de  $f$ .

Mais les pertes sont aussi proportionnelles au carré la section du circuit magnétique et inversement proportionnelles à sa résistivité  $R$ .

## •Pertes Fer.

$$P_{\text{Fer}} = P_{\text{Hystérésis}} + P_{\text{Courant de Foucault}}$$

Une partie de ces pertes sont proportionnelles à  $f^2$  et une autre à  $f$ .

Les documents constructeur des circuits magnétiques donnent les pertes fer sous cette forme :

$$P_{\text{Fer}} = C_P \left( \frac{f}{50} \right)^k \left( \frac{B_{\text{max}}}{1} \right)^2 \cdot M$$

$C_P$  sont les pertes en W/kg à 50 Hz pour une induction  $B_{\text{max}} = 1\text{T}$ .

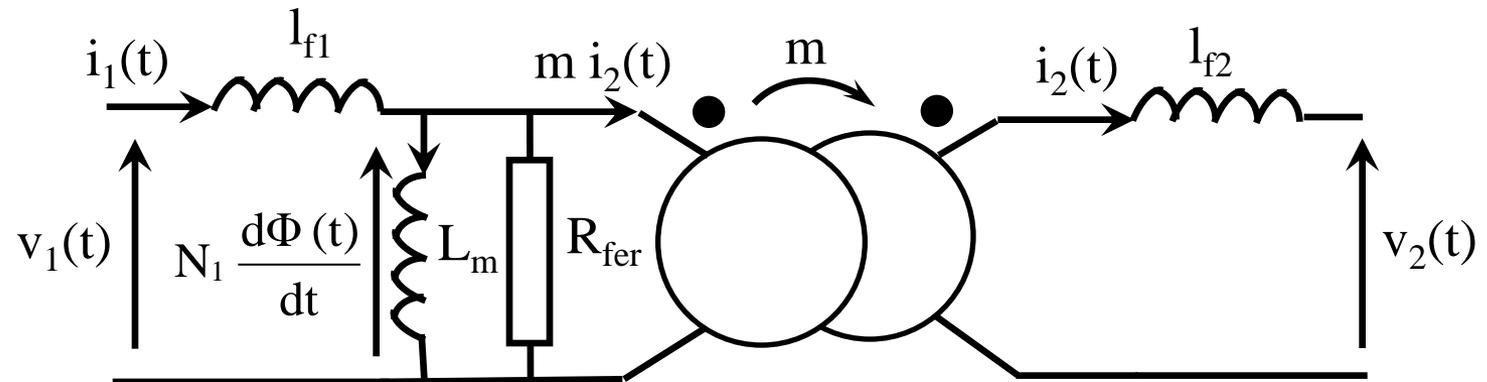
$M$  est la masse en kilogrammes du circuit magnétique.

On a  $1 < k < 2$  ce coefficient est un indicateur de la nature des pertes.

Si  $k$  est proche de 1 les pertes sont essentiellement du à l' Hystérésis.

Si  $k$  est proche de 2 les pertes sont essentiellement du au courants de Foucault.

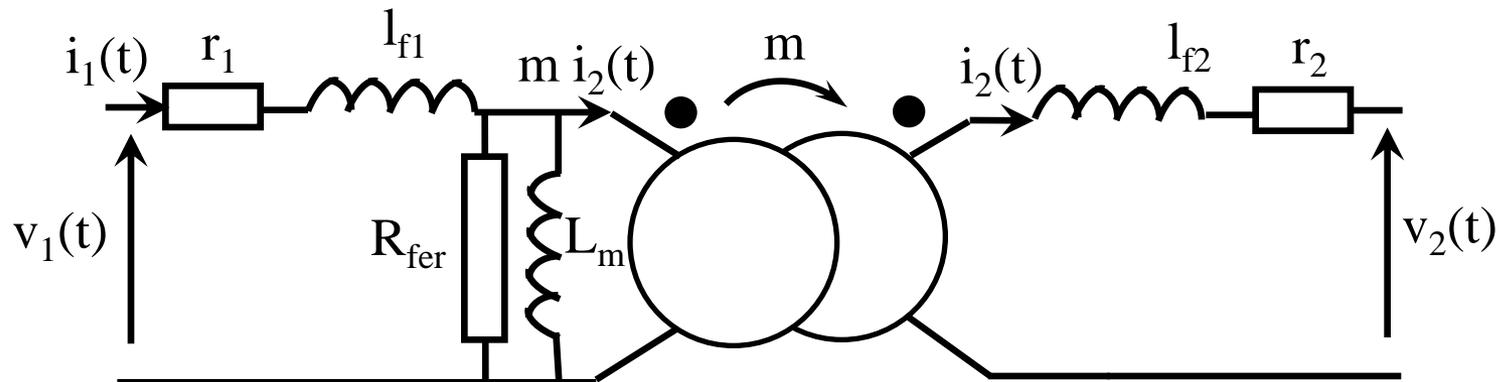
Les pertes fer sont des pertes par effet Joule, on représente ces pertes dans le schéma équivalent par une résistance  $R_{\text{fer}}$ .



La résistance  $R_{\text{fer}}$ , équivalente aux pertes fer, est en parallèle de l'inductance magnétisante car seul la tension créant du flux génère des pertes.

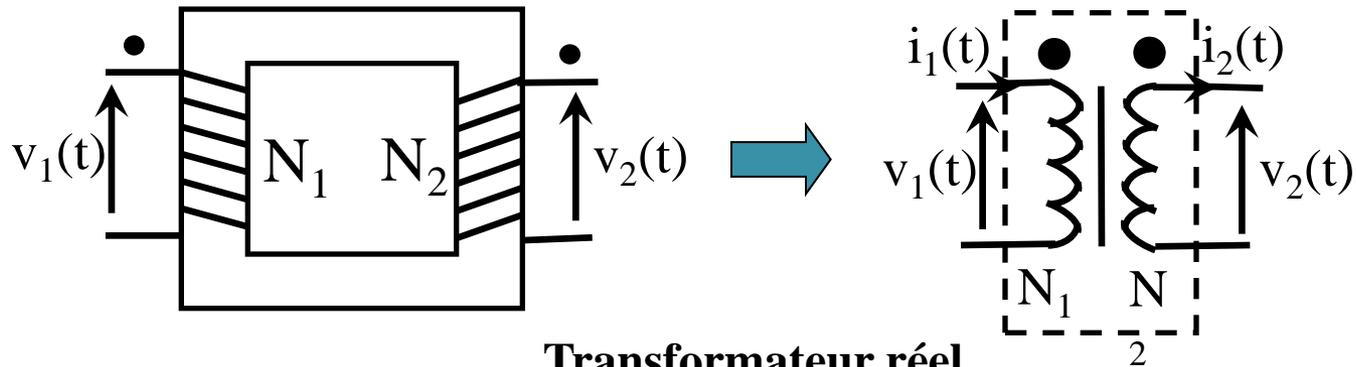
## III.4 Résistances des bobinages.

Les enroulements sont réalisés en fil de cuivre. Ce fil de cuivre possède une certaine résistance, cette résistance dépend de la section et de la longueur du fil.



Les résistances  $r_1$  et  $r_2$  sont respectivement les résistances des enroulements primaire et secondaire.

## III.5 Schéma équivalent du transformateur.



Transformateur réel.

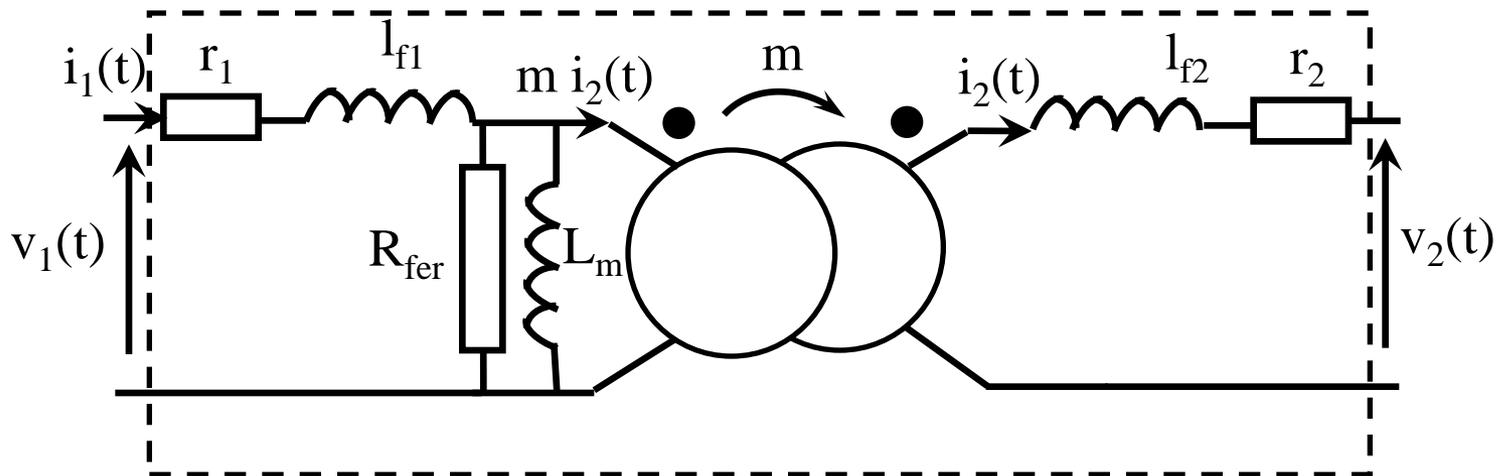
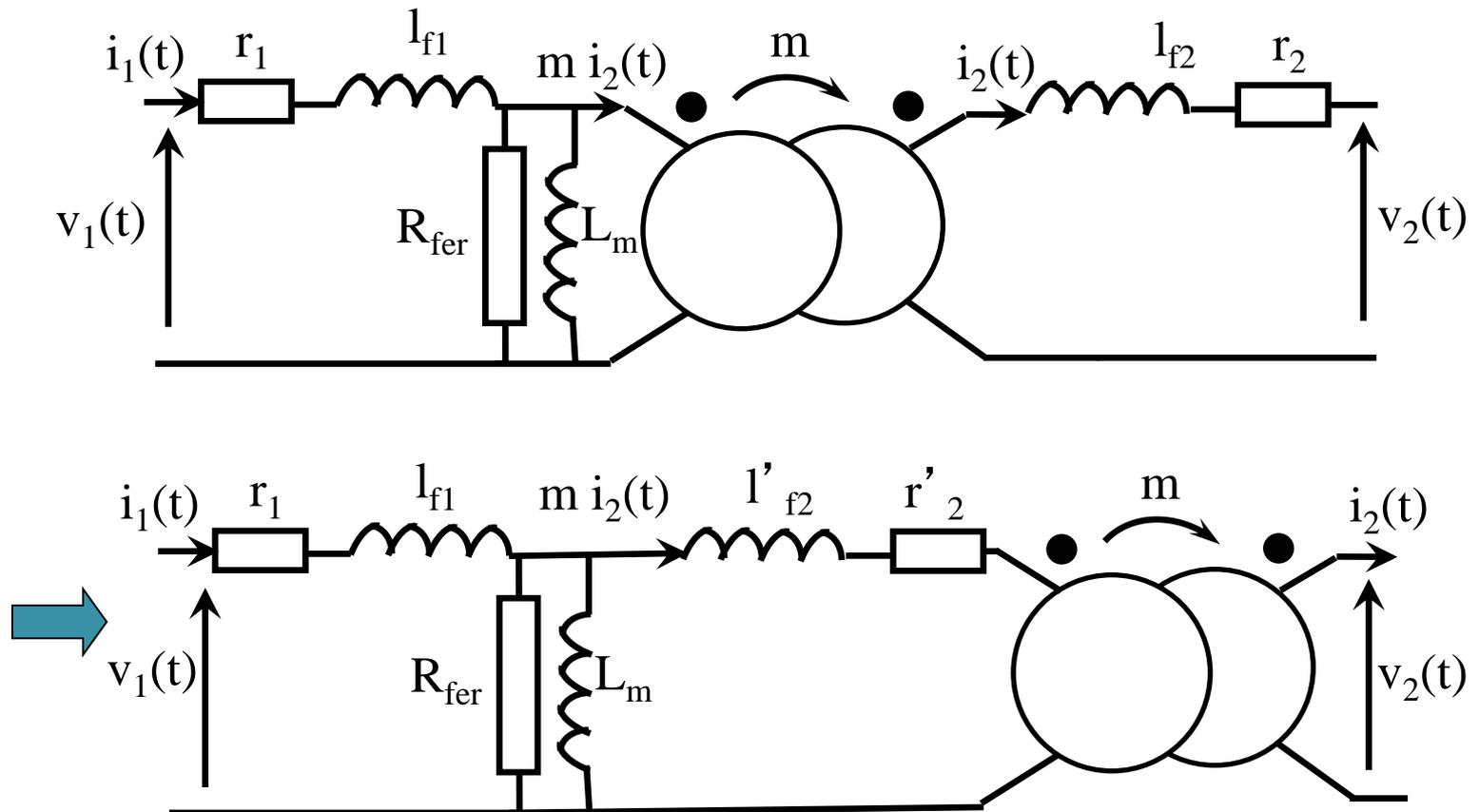
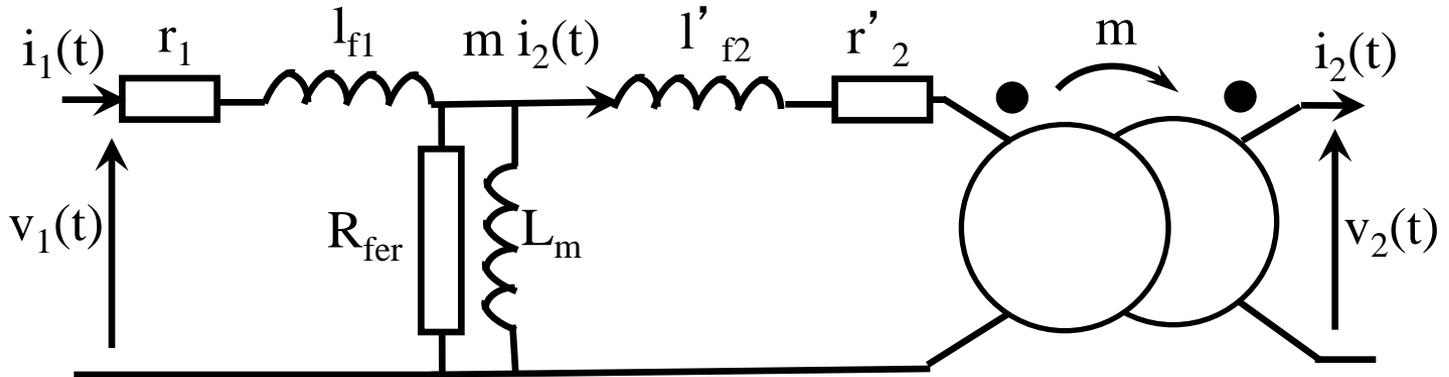


Schéma équivalent transformateur réel.

## IV. Schéma équivalent simplifié.

### IV.1 Impédances ramenées au primaire.





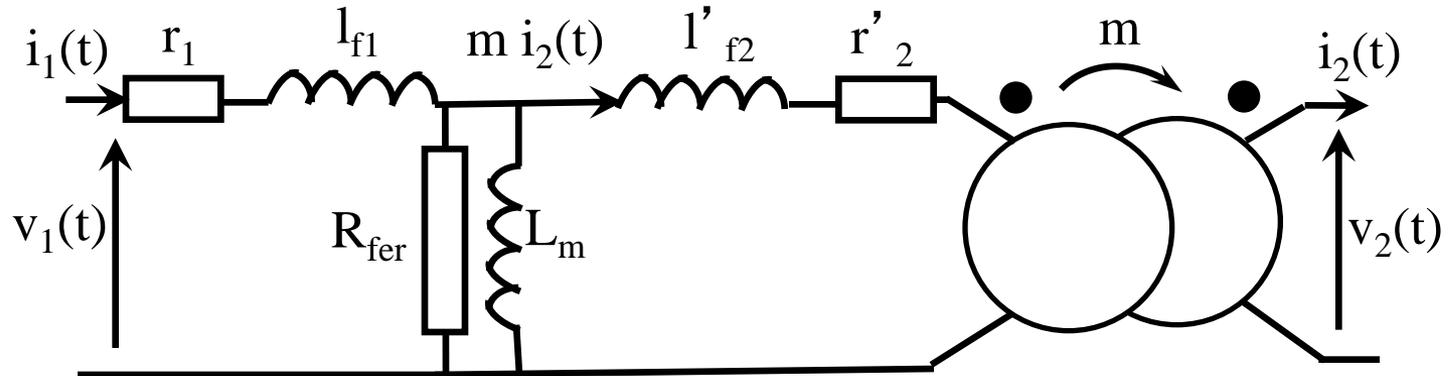
• *Pertes joules au secondaire.*

$P_j = r_2 i_{2\text{eff}}^2$       Pertes joules dans la résistance  $r_2$  placée au secondaire.

$P_j = r'_2 (m i_{2\text{eff}})^2$       Pertes joules dans la résistance  $r'_2$  placée au primaire.

Si les deux schémas sont équivalents les pertes joules sont identiques

$$r_2 i_{2\text{eff}}^2 = r'_2 (m i_{2\text{eff}})^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{r'_2 = \frac{r_2}{m^2}}$$



• *Puissances réactives dans les inductances de fuites*

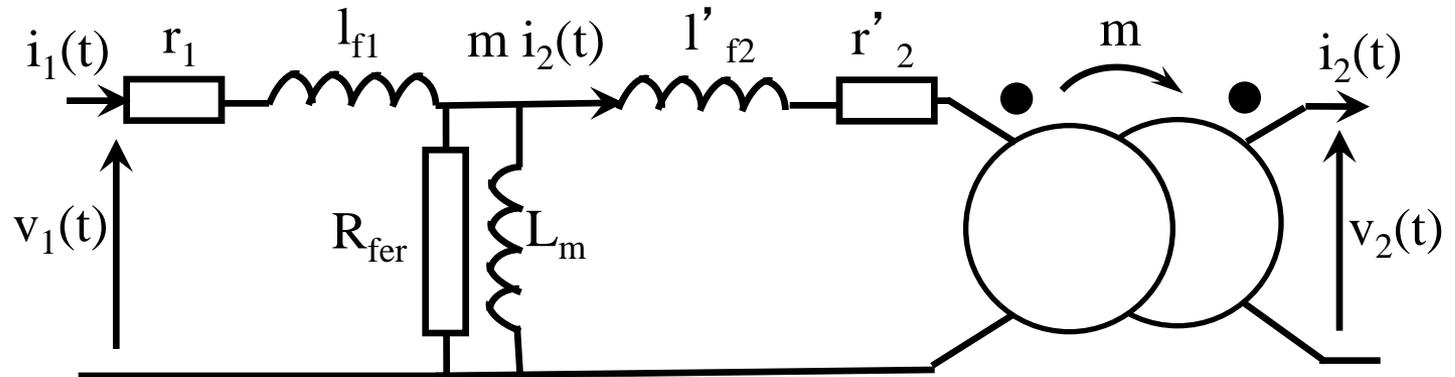
$Q_2 = l_{f2} \text{ w } i_{2\text{eff}}^2$       Puissance réactive dans  $l_{f2}$  placée au secondaire.

$Q_2 = l'_{f2} \text{ w } (m i_{2\text{eff}})^2$       Puissance réactive dans  $l'_{f2}$  placée au primaire.

Si les deux schémas sont équivalents les puissances sont les mêmes :

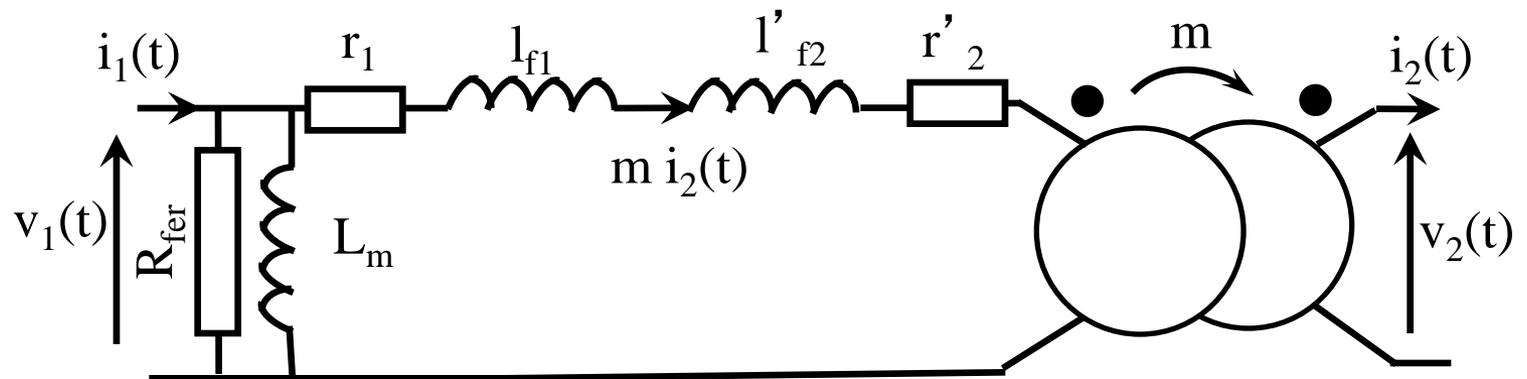
$$l_{f2} i_{2\text{eff}}^2 = l'_{f2} (m i_{2\text{eff}})^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{l'_{f2} = \frac{l_{f2}}{m^2}}$$

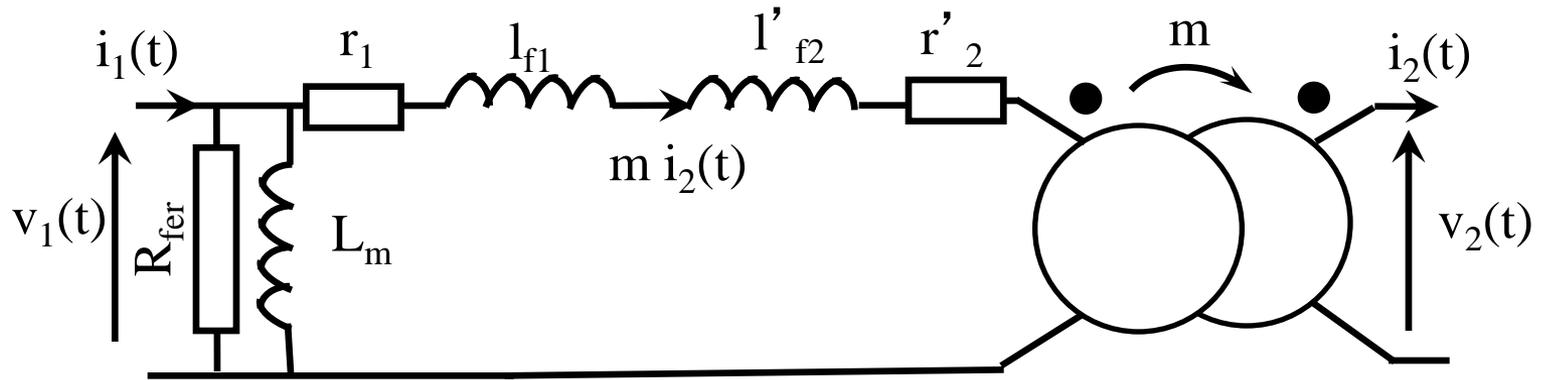
# Transformateur monophasé.



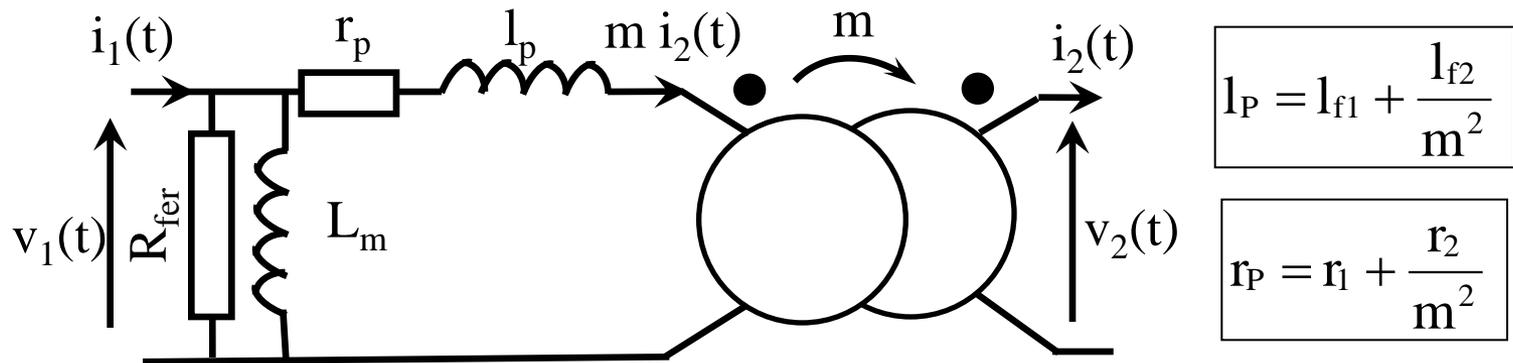
En pratique la chute de tension au primaire est faible

$$r_1 i_1(t) + l_{f1} \frac{di_1(t)}{dt} \ll v_1(t)$$

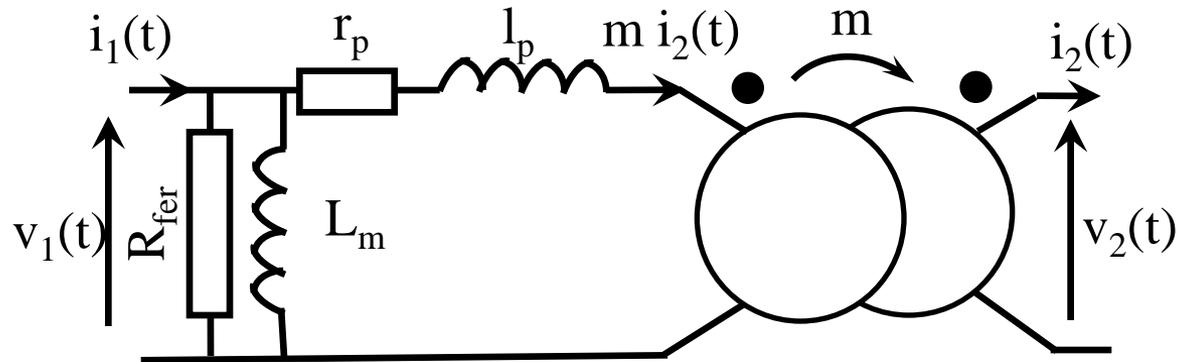




• *Schéma équivalent impédances ramenées au primaire.*



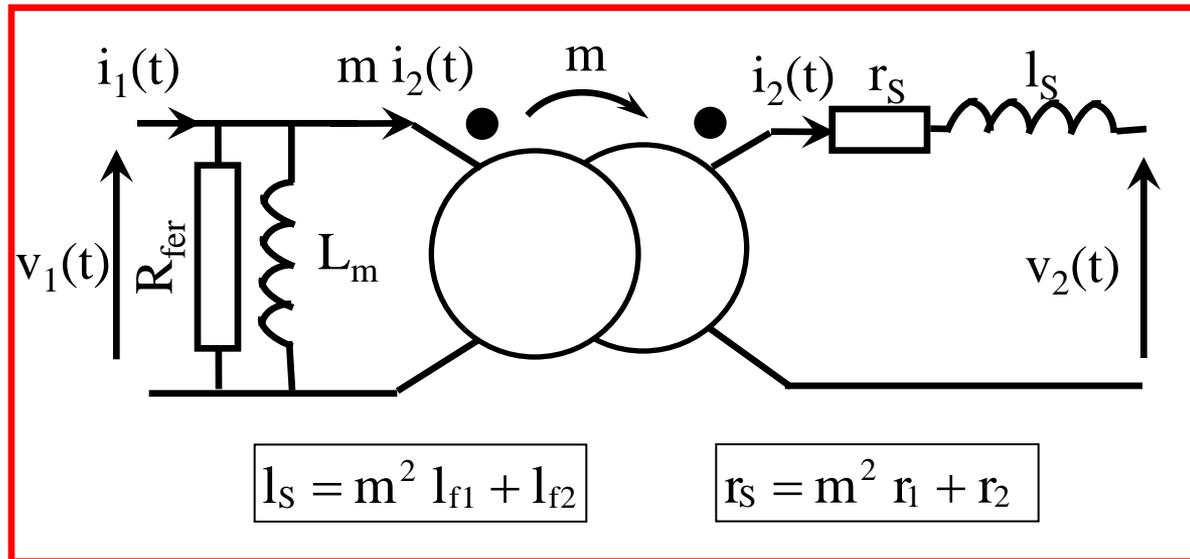
## IV.2 Impédances ramenées au secondaires.



$$l_p = l_{f1} + \frac{l_{f2}}{m^2}$$

$$r_p = r_1 + \frac{r_2}{m^2}$$

• *Schéma équivalent impédances ramenées au secondaire.*



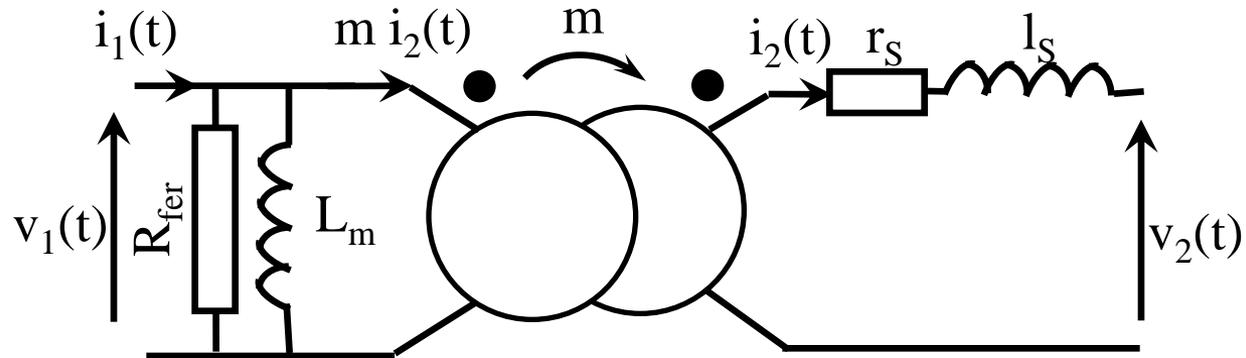
$$l_s = m^2 l_p$$

$$r_s = m^2 r_p$$

$$l_s = m^2 l_{f1} + l_{f2}$$

$$r_s = m^2 r_1 + r_2$$

## IV.3 Bilan des pertes.



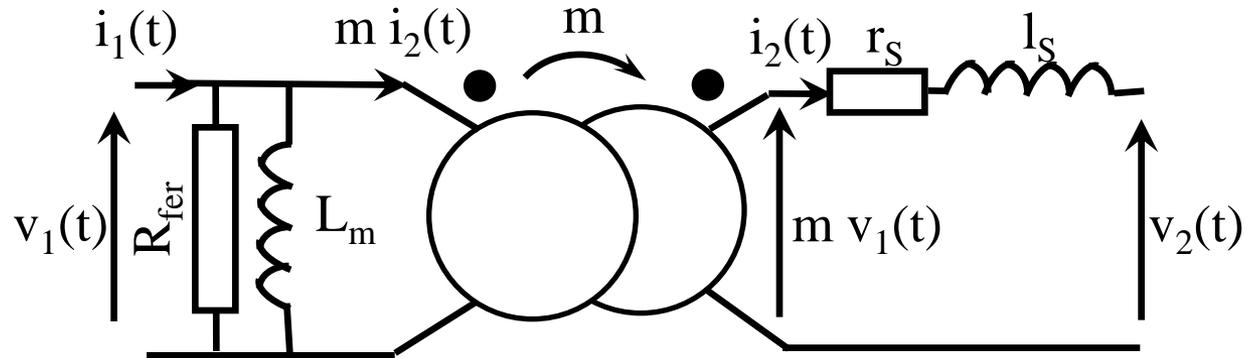
• *Pertes à vide* :  $i_2(t)=0$        $P_{10} = \frac{V_1^2}{R_{\text{fer}}}$        $Q_{10} = \frac{V_1^2}{L_m \omega}$

• *Pertes en charge* :  $P = \frac{V_1^2}{R_{\text{fer}}} + r_s i_{2\text{eff}}^2$

$$Q = \frac{V_1^2}{L_m \omega} + l_s \omega i_{2\text{eff}}^2$$

Les pertes en charge sont fonction du courant de charge.

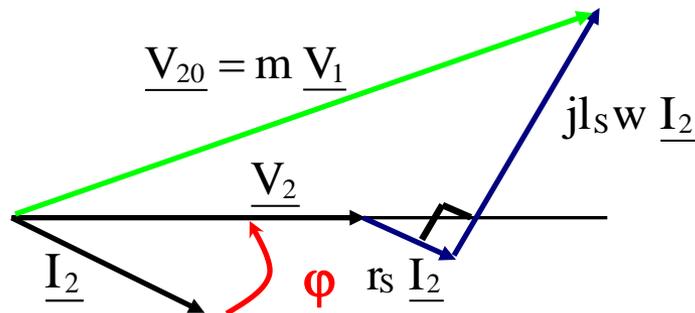
## III.4 Tension de sortie et chute de tension.

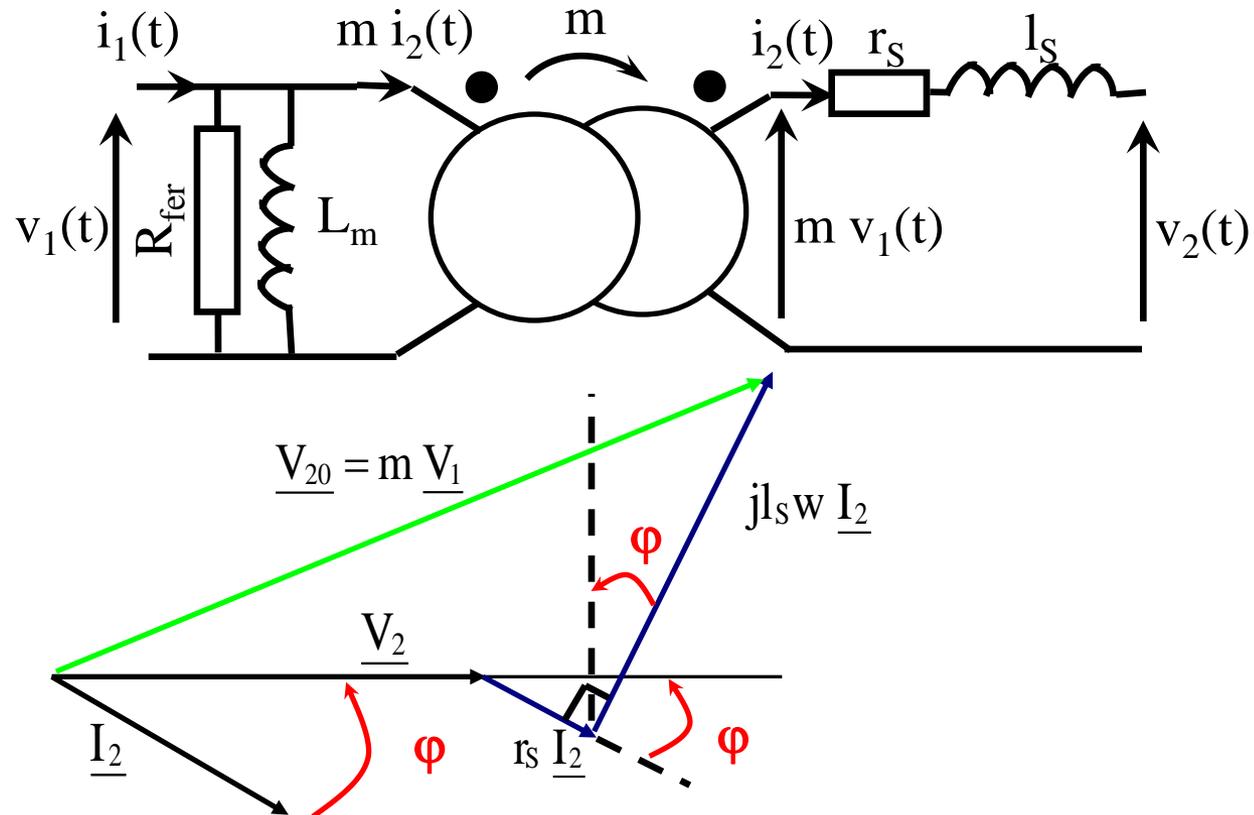


$$v_2(t) = m v_1(t) - r_s i_2(t) - l_s \frac{di_2(t)}{dt}$$

• *A vide*  $i_2(t)$  :  $v_{20}(t) = m v_1(t)$

• *En charge* :  $v_{20}(t) = m v_1(t)$  En complexe  $\underline{V}_2 = m \underline{V}_1 - (r_s + j l_s \omega) \underline{i}_2$





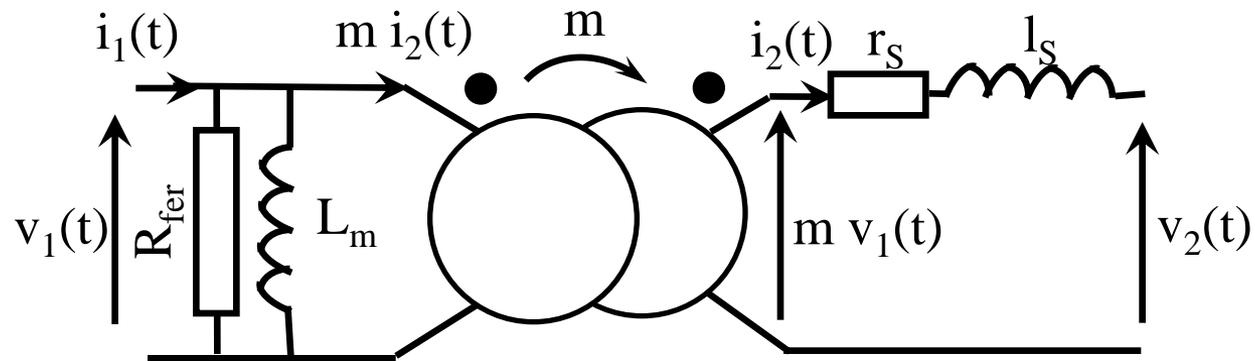
• **Chute de tension au secondaire:**  $\Delta \underline{V}_2 = \underline{V}_{20} - \underline{V}_2 = (r_s + j l_s w) \underline{i}_2$

Si la chute de tension dans  $r_s$  et  $l_s w$  est faible, on fait l'approximation suivante :

$$\Delta V_2 = r_s I_{2\text{eff}} \cos \varphi + l_s w I_{2\text{eff}} \sin \varphi$$

## IV.5 Rendement du transformateur.

Le transformateur permet un transfert de puissance du primaire vers le secondaire.

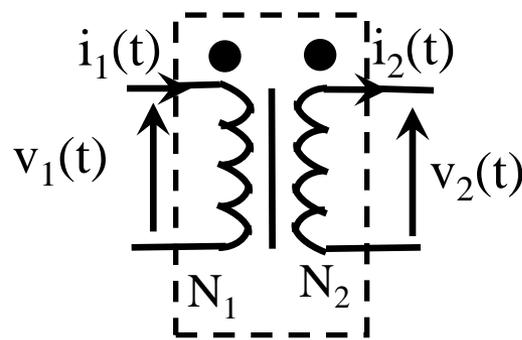


$$\eta = \frac{\text{Puissance fournie en sortie du secondaire}}{\text{Puissance absorbée au primaire}}$$

$$\eta = \frac{V_{2\text{eff}} I_{2\text{eff}} \cos\varphi_2}{V_{2\text{eff}} I_{2\text{eff}} \cos\varphi_2 + r_s I_{2\text{eff}}^2 + P_{\text{fer}}}$$

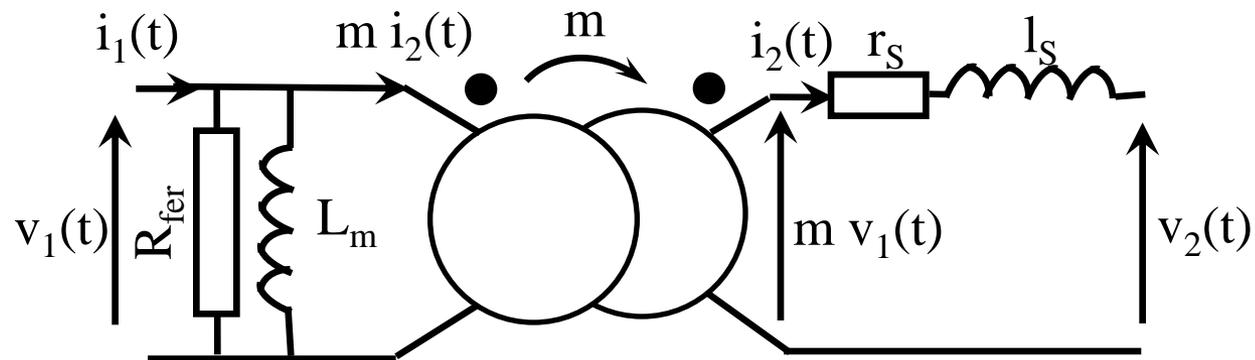
## IV.6 Détermination expérimentale du schéma équivalent.

On utilise le schéma équivalent impédances ramenées au secondaire.

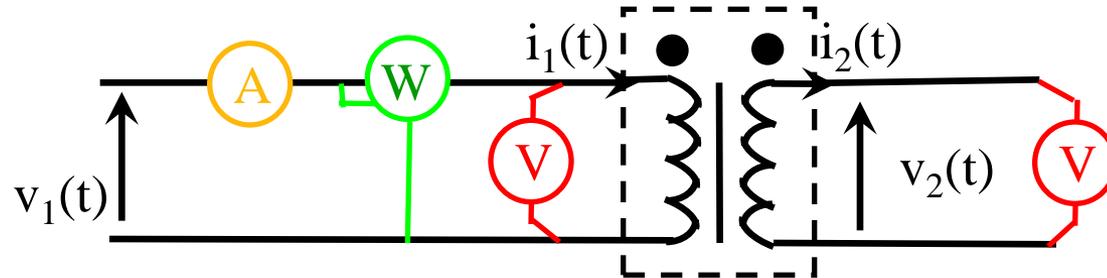


Première étape lire sur la plaque signalétique constructeur. On y trouve généralement la tension primaire nominale  $V_{1n}$  et la puissance apparente  $S_{1n}$ .

La puissance  $S_{1n}$  permet le calcul du courant nominal  $I_{1n}$ .



• *Essai à vide*  $i_2(t)=0$  et  $V_{1eff}=V_{1n}$  :



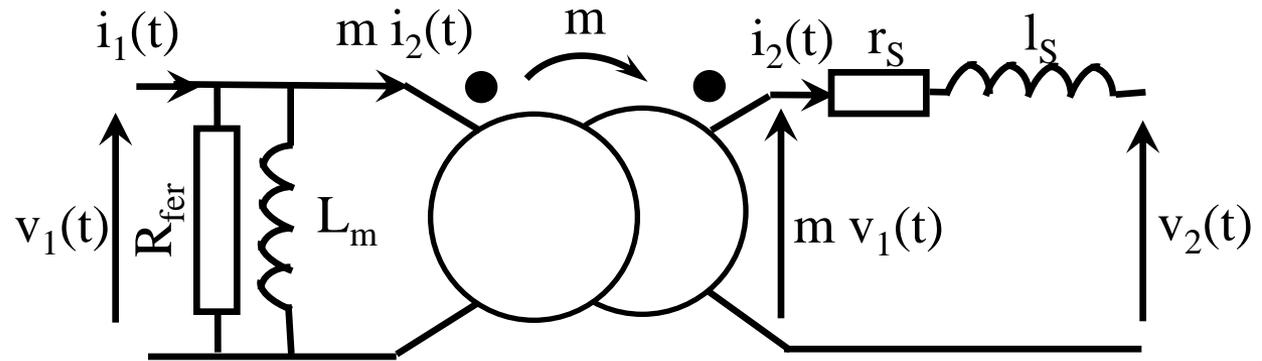
Dans l'essai les voltmètres sont placés au plus près du transformateur.

**L'essai à vide** se fait sous tension nominale  $V_{1eff} = V_{1n}$ .

Mesures de :

- $V_{20}$  tension au secondaire à vide.
- $V_1$  la tension au primaire.
- $I_{10}$  le courant primaire à vide.
- $P_{10}$  la puissance absorbée à vide.

# Transformateur monophasé.



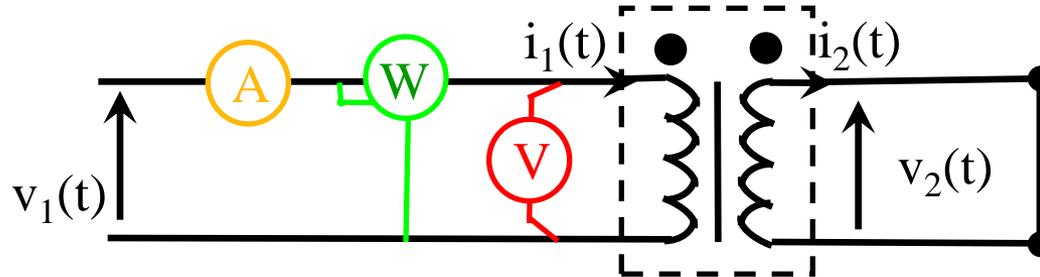
$$\rightarrow \boxed{m = \frac{V_{20}}{V_{1n}}}$$

$$P_{10} = \frac{V_{1n}^2}{R_{fer}} \rightarrow \boxed{R_{fer} = \frac{V_{1n}^2}{P_{10}}}$$

$$Q_{10} = \sqrt{S_{10}^2 - P_{10}^2} = \sqrt{(V_{1n} I_{10})^2 - P_{10}^2} = \frac{V_{1n}^2}{L_m \omega}$$

$$\rightarrow \boxed{L_m \omega = \frac{V_{1n}^2}{Q_{10}}}$$

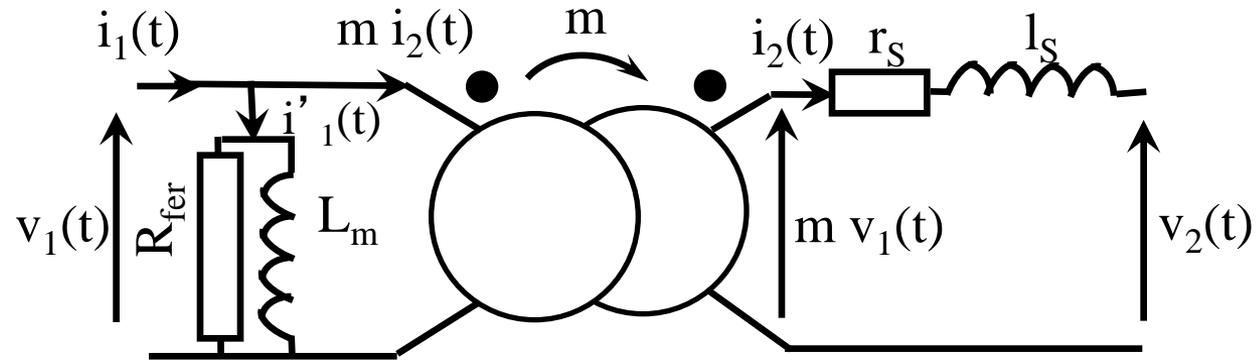
- *Essai en court-circuit à vide*  $v_2(t)=0$  et  $I_{1eff}=I_{1n}$  :



L'essai en court-circuit se fait sous **tension réduite** au primaire et **courant nominal**. On évite de mesurer le courant au secondaire, l'ampèremètre au secondaire fausserait la mesure.

Mesures de :

- $V_{1CC}$  la tension au primaire donnant le courant nominal.
- $I_{1CC}$  le courant primaire en court-circuit.
- $P_{1CC}$  la puissance absorbée en court-circuit.



Dans cet essai on a  $V_{1CC} \ll V_{1n}$  et donc  $I'_{1} \ll I_{1n}$ , par conséquent  $I_{1n} = m I_{2n}$ .

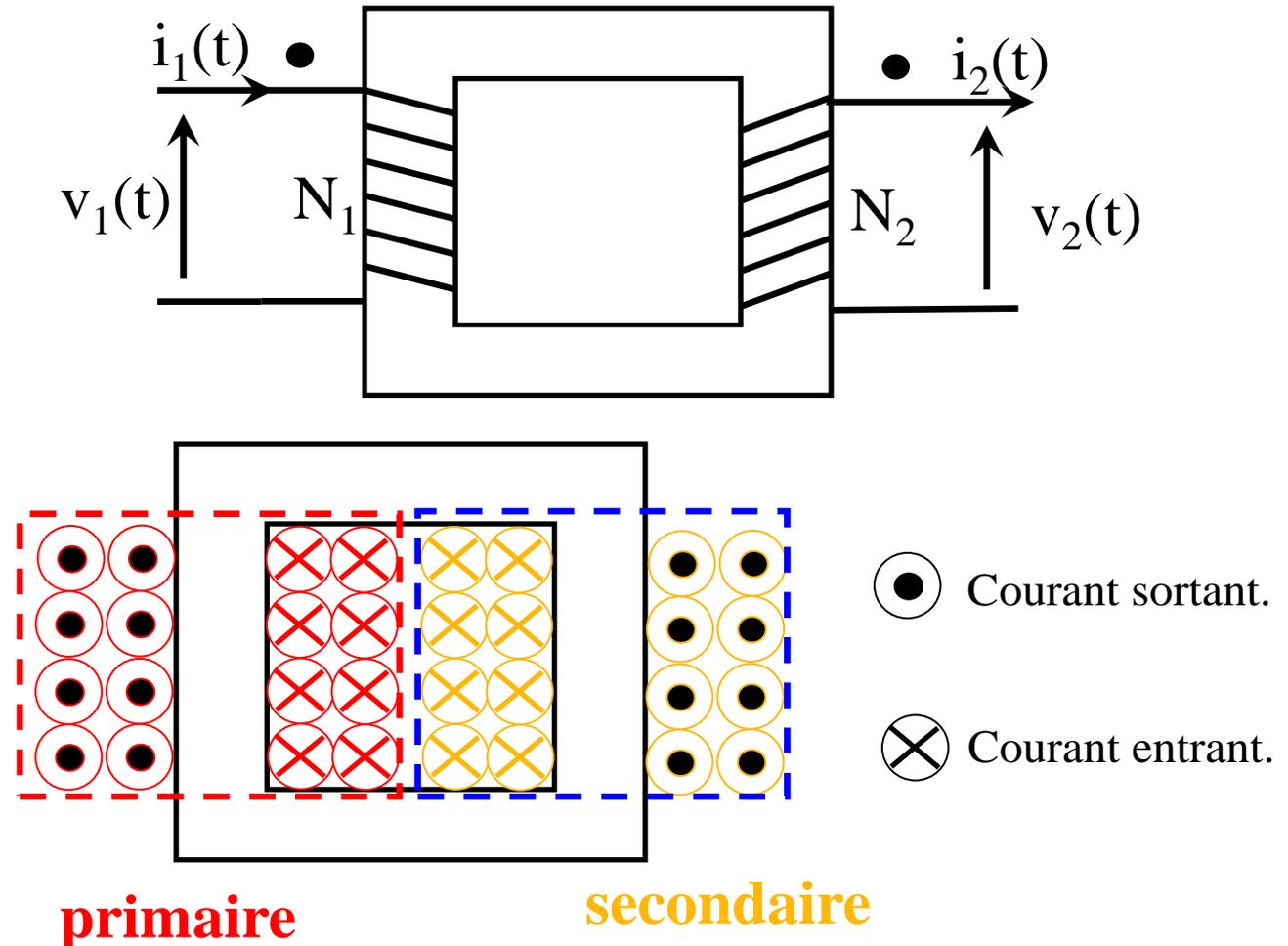
$$P_{1CC} = \frac{V_{1CC}^2}{R_{fer}} + r_s \left( \frac{I_{1n}}{m} \right)^2 \approx r_s \left( \frac{I_{1n}}{m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{r_s = P_{1CC} \left( \frac{m}{I_{1n}} \right)^2}$$

$$Q_{1CC} = \sqrt{S_{1CC}^2 - P_{1CC}^2} = \sqrt{(V_{1CC} I_{1n})^2 - P_{1CC}^2}$$

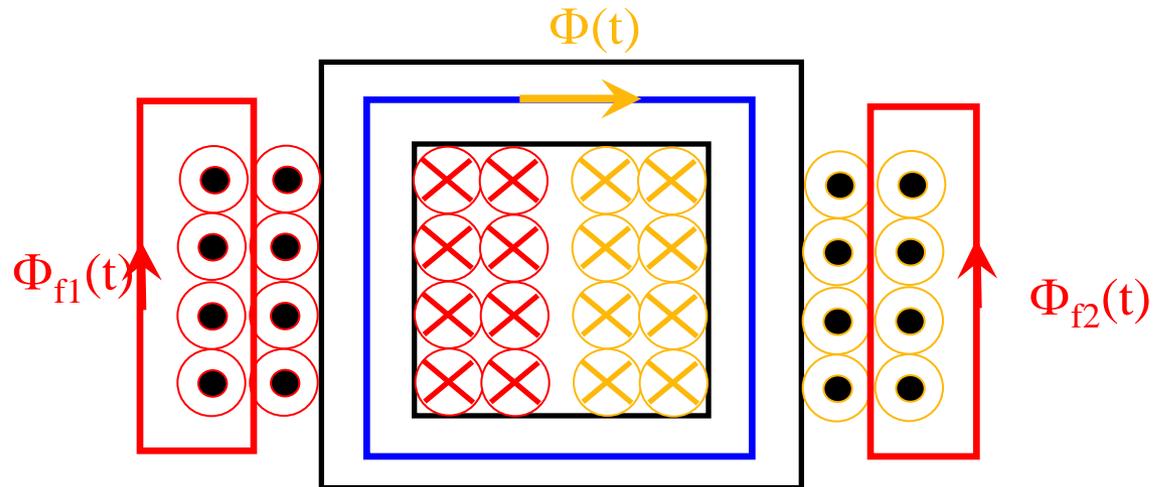
$$Q_{1CC} = \frac{V_{1CC}^2}{L_m \omega} + l_s \omega \left( \frac{I_{1n}}{m} \right)^2 \approx l_s \omega \left( \frac{I_{1n}}{m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{l_s \omega = Q_{1CC} \left( \frac{m}{I_{1n}} \right)^2}$$

## V. Améliorations technologiques.

### V.1 Inductances de fuites.

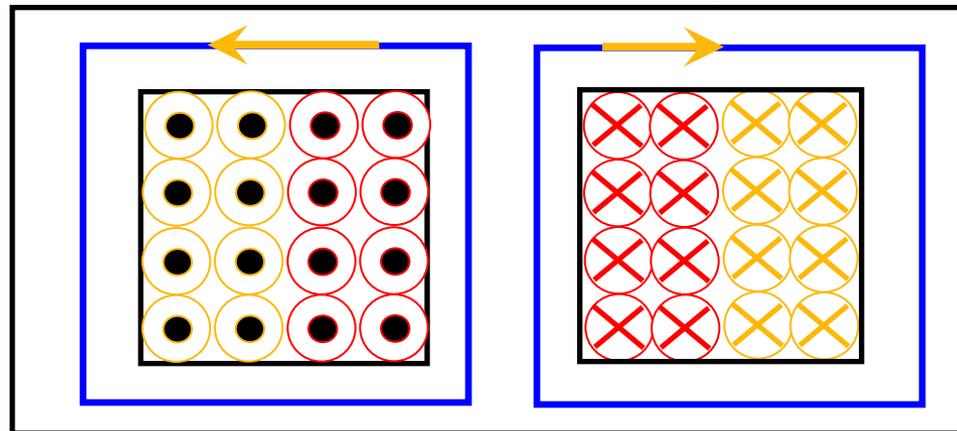


# Transformateur monophasé.

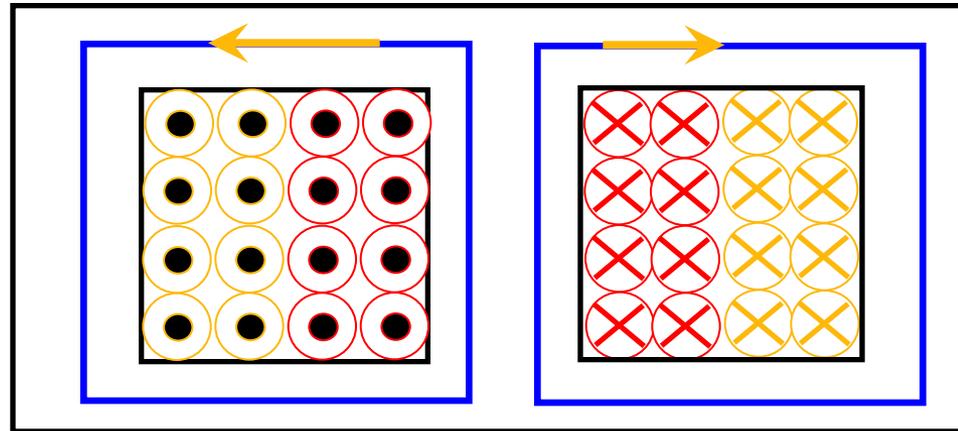


Les flux de fuites sont essentiellement du aux lignes d'induction non canalisées par le circuit magnétique. Les flux de fuites sont présent aux extrémités du système, la où le circuit magnétique est absent.

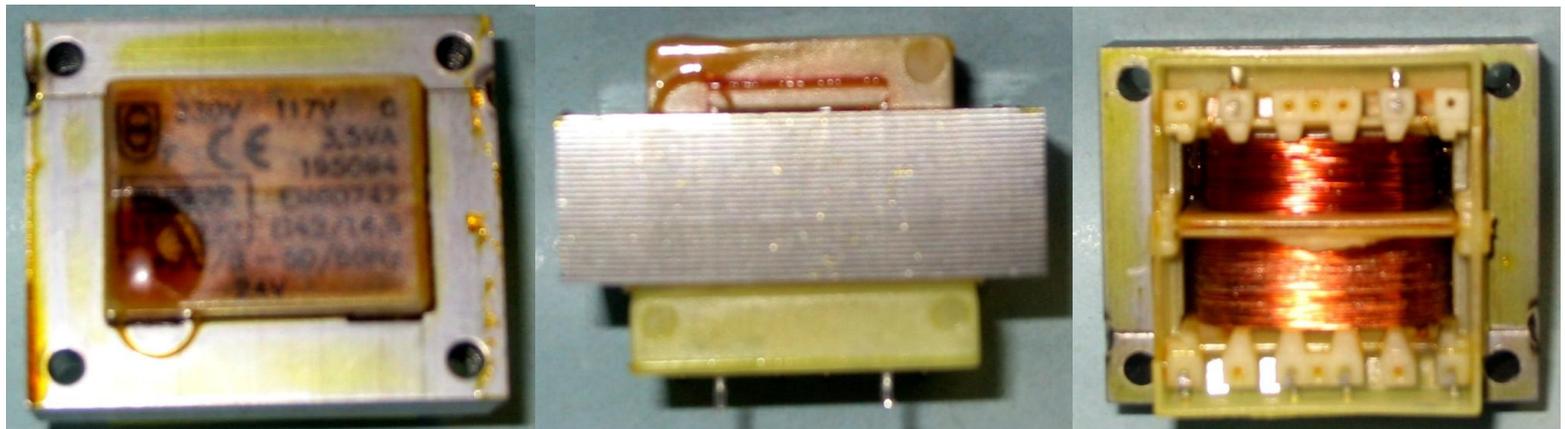
Pour limiter le flux de fuite on utilise la configuration suivante :



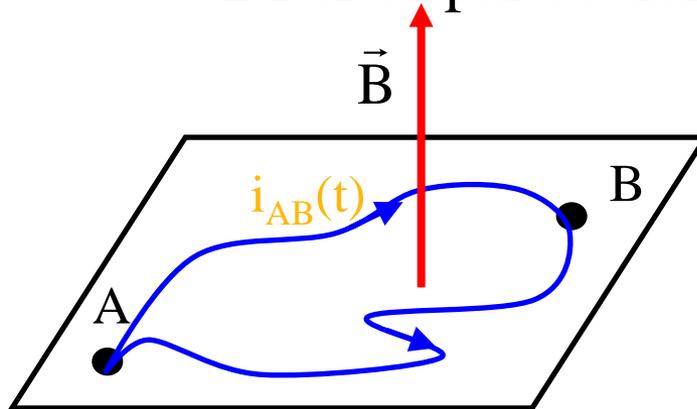
# Transformateur monophasé.



Le bobinage peut être placé de différentes méthodes mais la totalité du bobinage se trouve placé à l'intérieur du circuit magnétique pour diminuer au maximum les flux de fuites.



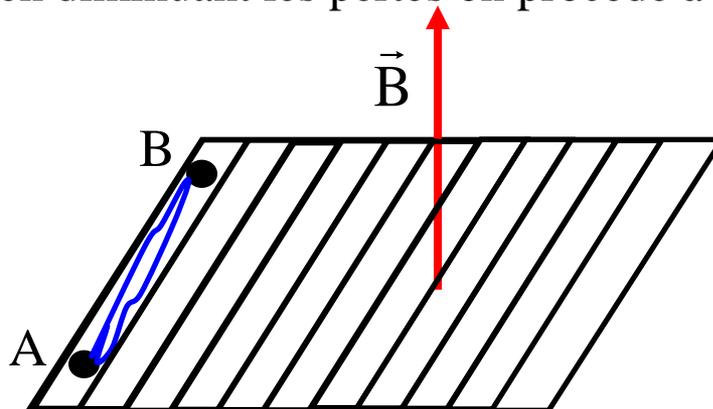
## V.2 Pertes par courant de Foucault.



$$P_{\text{Courant de Foucault}} = \frac{V_{AB}^2}{R_{AB}}$$

$$V_{AB}(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

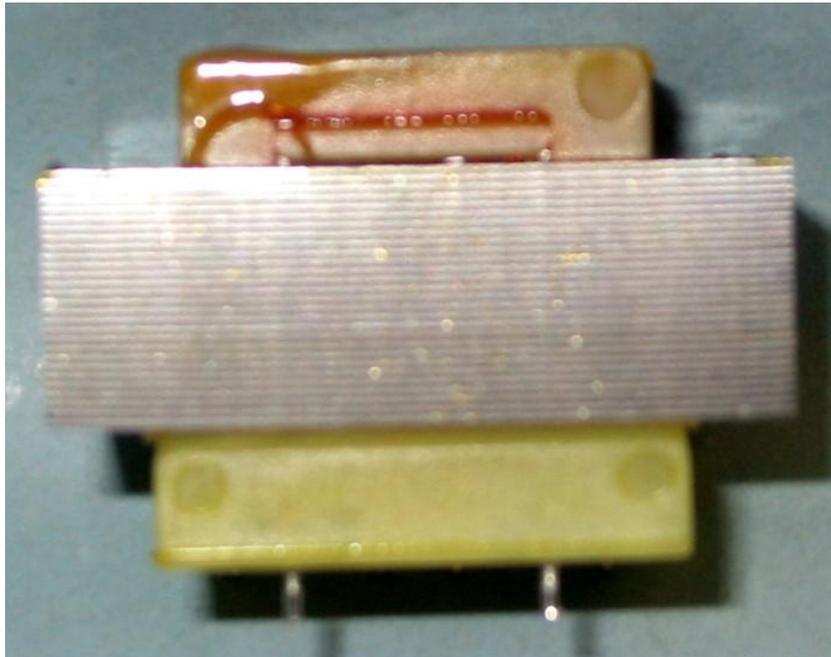
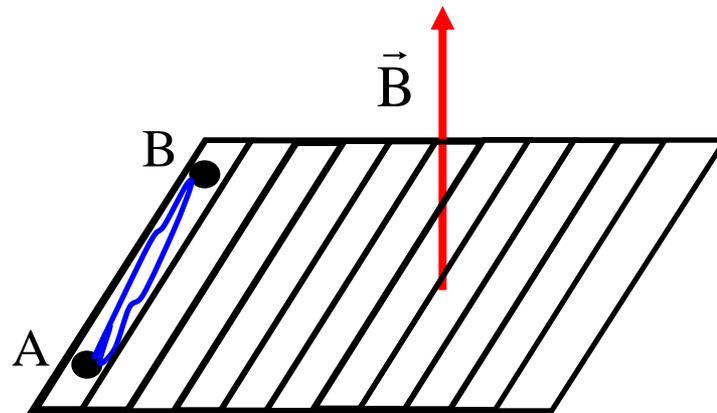
Les pertes sont proportionnelles au carré de la tension et donc au carré de la surface (  $\Phi = BS$  ). Si l'on souhaite conserver la même surface totale mais en diminuant les pertes on procède à un feuilletage du circuit magnétique.



Le circuit magnétique est découpé en lamelle, toutes les lamelles sont isolées entre elles.

Les surfaces sont alors plus faibles et les pertes considérablement réduites.

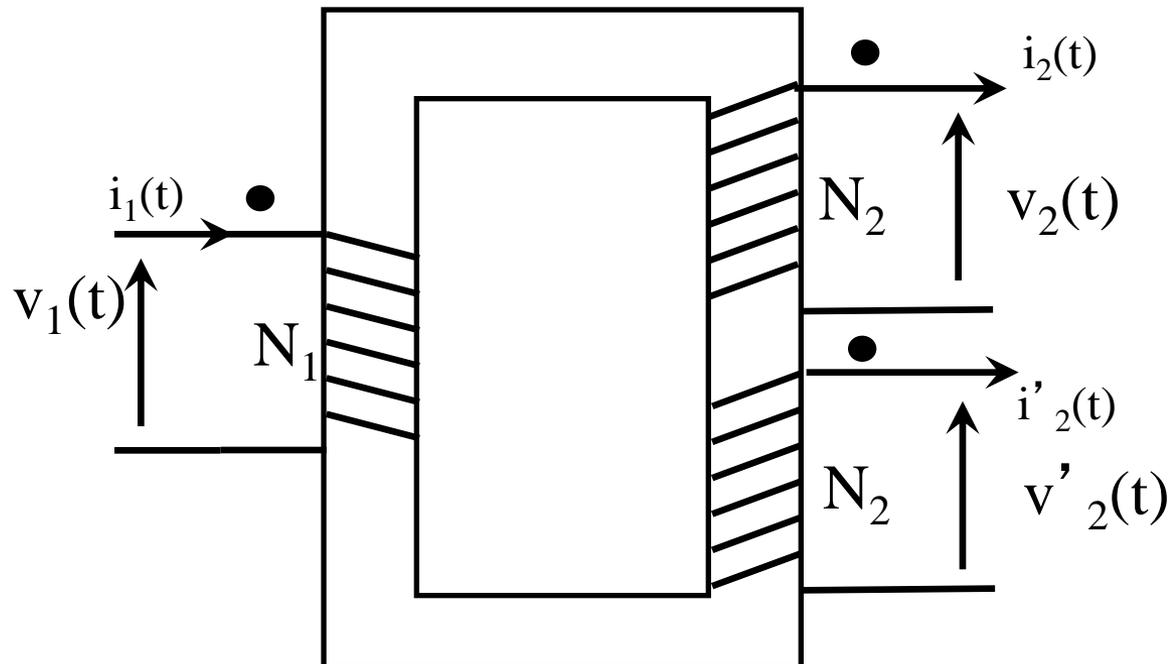
# Transformateur monophasé.



Le feuilletage est obtenu en empilant des tôles élémentaires (voir circuit magnétique).

## VI. Transformateur spéciaux.

### VI.1 Transformateur à deux secondaires.

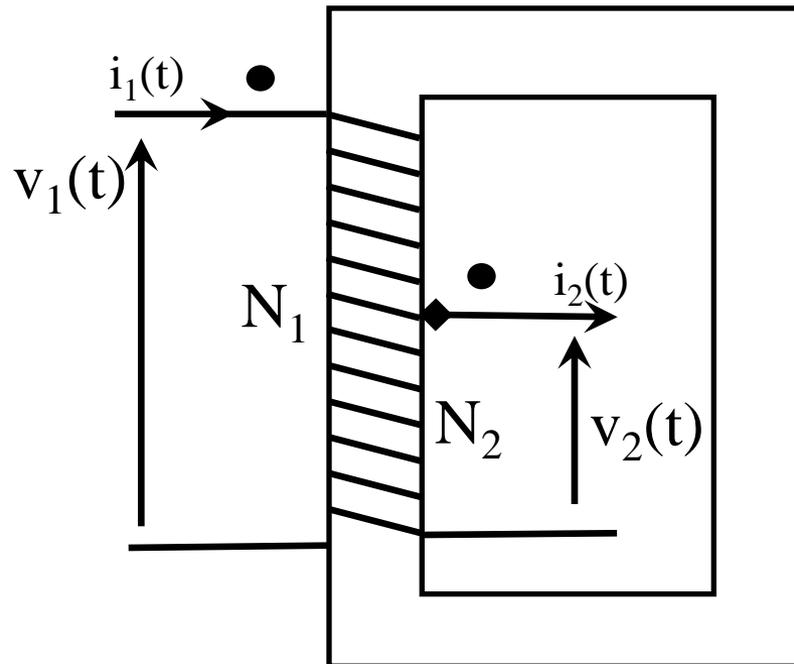


Ce transformateur permet d'obtenir deux tensions de sortie isolées entre elles.

## VI.2 Autotransformateur.

Ce transformateur ne possède pas d'isolement entre l'enroulement primaire et l'enroulement secondaire.

La borne de sortie est connectée à un curseur mobile permettant de faire varier  $N_2$ .



L'intérêt du dispositif est de faire varier la tension de sortie par la variation de la position du curseur.

Ce dispositif est similaire à un potentiomètre, l'avantage est qu'il consomme peu de Watt (uniquement les pertes).