

TD E2 : Comment étudier un circuit électrique linéaire ?

But du chapitre

Apprendre à analyser un circuit électrocinétique, c'est-à-dire à en repérer la structure générale de manière à pouvoir en chercher plus efficacement les grandeurs inconnues : les tensions et les intensités des courants.

Plan prévisionnel du chapitre

E2 : Comment étudier un circuit électrique linéaire ?

I. Quelques dipôles linéaires

- A. Conducteur ohmique
- B. Source de tension idéale
- C. Source de courant idéale (libre)
- D. Générateur réel

II. Quelles tactiques pour étudier un circuit électrique ?

- A. Circuit à une maille
- B. Circuit à deux nœuds
- C. Revenir à un circuit à une maille ou à deux nœuds
- D. Théorème de superposition linéaire

Savoirs et savoir-faire

Ce qu'il faut savoir :

- La représentation, la loi associée et la caractéristique d'un résistor, d'un générateur de tension et d'un générateur de courant.
- Les modèles de Thévenin et Norton pour les générateurs et la relation d'équivalence.
- Association de résistors en série et en parallèle : donner la résistance équivalente ainsi que les formules du pont diviseur de tension et du pont diviseur de courant.
- La loi de Pouillet.
- La loi des nœuds en termes de potentiels et le théorème de Millman
- Le théorème de superposition.

Ce qu'il faut savoir faire :

- Démontrer la loi de Pouillet.
- Etablir les résultats concernant les associations de résistors, les ponts diviseurs de tension ou de courant.
- Retrouver la relation d'équivalence entre les modèles de Thévenin et de Norton.
- Calculer une intensité et une tension par application directe des lois des nœuds et des mailles.
- Calculer une intensité et une tension par application de la loi des nœuds en termes de potentiels ou le théorème de Millman.
- Calculer une intensité et une tension par application du théorème de superposition.
- Calculer des résistances équivalentes.
- Utiliser les ponts diviseurs de courant et de tension.
- Simplifier le schéma d'un circuit par associations de résistances et de générateurs.

Erreurs à éviter/ conseils :

- Des deux orientations conventionnelles possible de l'intensité, il est préférable de choisir la plus physique, c'est-à-dire celle qui correspond au sens réel du courant s'il est prévisible (par exemple : à l'extérieur d'un générateur continu, le courant va du + vers le -) afin que $i > 0$.
- Les lois de l'électrocinétique sont simples, mais les grandeurs y sont algébriques. L'application de la loi des mailles et des nœuds par exemple ne supporte pas de négligence sur les signes. On peut s'aider de flèches de tension aux bornes de chaque dipôle d'une maille avant d'écrire la loi des mailles. Par ailleurs, dans un circuit à plusieurs branches, il peut se faire qu'une résistance se retrouve en « convention générateur » ou un générateur en « convention récepteur »..., donc attention aux signes.
- Ne pas confondre le courant électrique et la variable qui sert à le décrire : l'intensité du courant électrique. Notamment le sens du courant est lié au déplacement réel des porteurs de charge, qui ne dépend en aucun cas du choix d'orientation du conducteur, alors que le signe de l'intensité est lié au choix d'orientation.
- Lors du choix des variables intensité de chaque branche d'un réseau électrique, il faut tenir compte tout de suite de la loi des nœuds pour limiter le nombre de variables. Les équations de maille fournissent le nombre d'équations nécessaire à la résolution (c'est-à-dire égal au nombre de variables puisque le problème a une solution unique). Avec les équations de branche, les relations $i(u)$ aux bornes de chaque branche ($i = u/R$, $i = Cdu/dt, \dots$), on peut se ramener à un système dont les inconnues sont les tensions (en général préférable) ou les intensités ou un panachage des deux.
- Ne pas commencer à transformer les équations issues des lois générales, sans s'être assuré que le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues, et que ces équations sont indépendantes.

Savez-vous votre cours ?

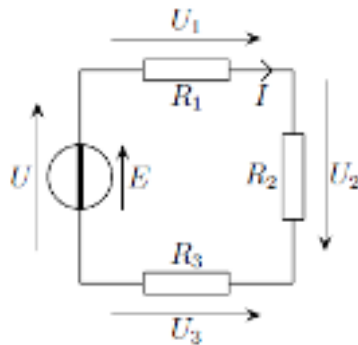
Lorsque vous avez étudié votre cours, vous devez pouvoir répondre rapidement aux questions suivantes :

- Rappeler le principe du passage de la représentation Thévenin à la représentation Norton d'une source linéaire. Quel lien existe-t-il entre le courant électromoteur d'une source de courant (représentation de Norton) et l'intensité du courant de court-circuit de la source équivalente dans la représentation de Thévenin ?
- Rappeler par un schéma et son résultat le principe d'un diviseur de tension ; puis d'un diviseur d'intensité. Préciser clairement les conditions de validité de ces lois.
- Dans la représentation symbolique d'un réseau (ou circuit électrique), qu'appelle-t-on nœud, branche et maille ? Donner un exemple pour chaque terme.
- Sous quel nom regroupe-t-on loi des mailles et loi des nœuds ? Quelle est l'importance de ces lois en électrocinétique ?
- Quel est l'autre nom du théorème de Millman ? En vous aidant d'un schéma, rappeler sa formulation, d'abord dans le cas simple de branches résistives, puis en envisageant des branches de natures diverses. Quelles sont les conditions de validité du théorème de Millman ?

Applications du cours

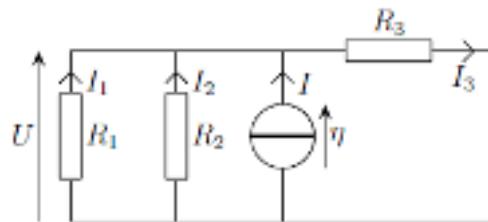
Application 1 : Diviseur de tension

On considère le circuit suivant. Exprimer U_1 , U_2 et U_3 en fonction de E , R_1 , R_2 et R_3 .



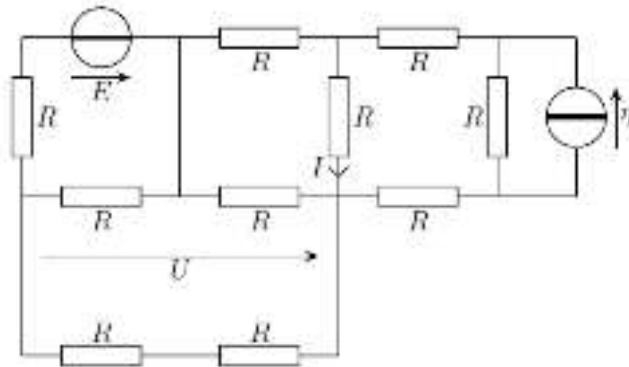
Application 2 : Diviseur de courant

On considère le circuit suivant. Exprimer I_1 , I_2 et I_3 en fonction de I , R_1 , R_2 et R_3 .



Application 3 : association en série et en parallèle

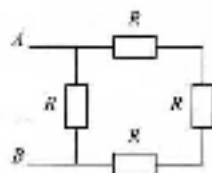
Dans le circuit suivant, repérer les dipôles associés en série et en parallèle.



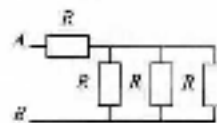
Application 4 : résistance équivalente

Toutes les résistances sont identiques de valeur R . Déterminer la résistance équivalente vue entre les bornes A et B pour les schémas ci-dessous.

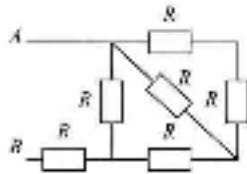
1.



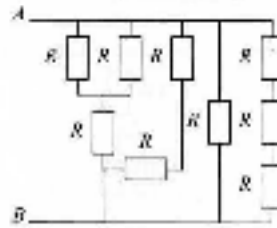
2.



3.

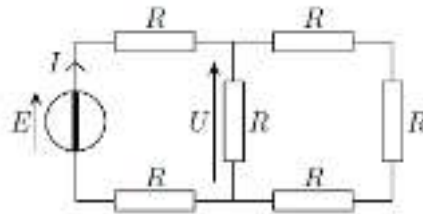


4.



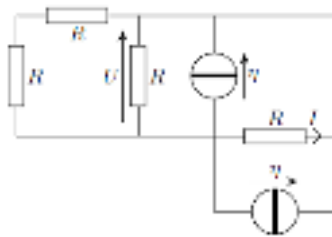
Application 5 : association de générateurs

On considère le circuit suivant. Exprimer U et I en fonction de R et E .



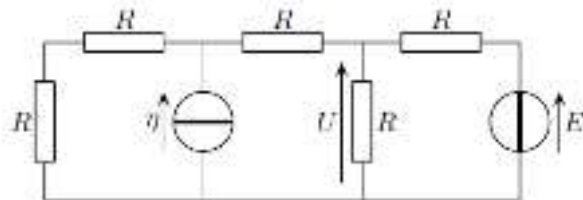
Application 6 : association de générateurs

On considère le circuit suivant. Exprimer U et I en fonction de R et η .



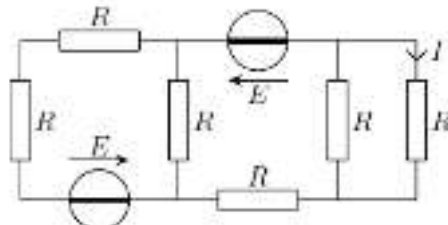
Application 7 : équivalence des modèles de Thévenin et de Norton

On considère le circuit suivant. Exprimer U en fonction de E , R et η .



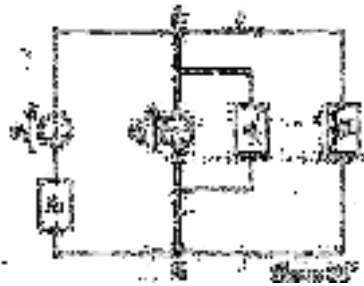
Application 9 : équivalence des modèles de Thévenin et de Norton

On considère le circuit suivant. Exprimer I en fonction de E et R .



Application 10 : Théorème de superposition

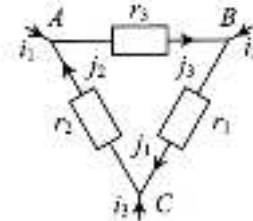
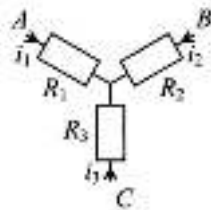
Exprimer l'intensité i du courant circulant dans la résistance R en superposant deux états électriques du circuit.



Exercices

Exercice 1 : Equivalence étoile-triangle

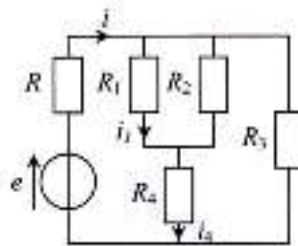
On considère une portion de circuit constituée par trois résistances r_1, r_2, r_3 montées en « triangle » et qui comporte trois pôles A, B et C. On veut déterminer les expressions de R_1, R_2, R_3 (en fonction de r_1, r_2, r_3) qu'il faut placer en « étoile » pour que les deux circuits soient équivalents d'un point de vue électrique.



1. Exprimer la différence de potentiels $V_A - V_B$ pour les deux montages en fonction des courants i_1 et i_2 pour l'un et de j_3 pour l'autre.
2. Exprimer j_3 en fonction des courants i_1 et i_2 . Remplacer dans l'expression de la question 1 et en déduire les valeurs de R_1 et R_2 . Donner aussi R_3 de façon analogue.

Exercice 2 : Calcul du courant dans une branche

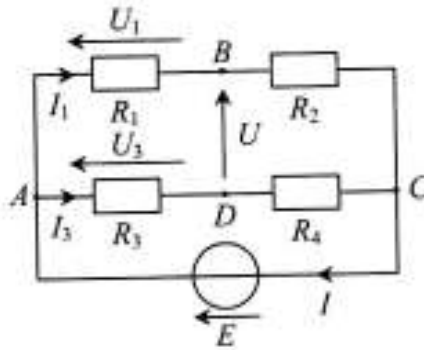
On a pour le circuit représenté $E = 10 \text{ V}$, $R = 5,0 \Omega$, $R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 15 \Omega$, $R_4 = 9,0 \Omega$.



1. Calculer la résistance R_{eq} qui est équivalente à l'association de R_1 à R_4 et est alimentée par la source de Thévenin (e, R). En déduire la valeur numérique de l'intensité i débitée par la source de tension.
2. Calculer l'intensité i_1 traversant le conducteur ohmique de résistance R_1 .

Exercice 3 : Pont de Wheastone

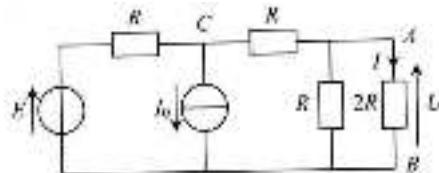
Un pont de Wheatstone est constitué de quatre résistances selon le montage ci-contre.



1. Déterminer la valeur des courants I_1 , I_3 et I fonction de E et des résistances du circuit. En déduire les tensions U_1 et U_3 .
2. Retrouver la valeur des tensions U_1 et U_3 en utilisant la formule du diviseur de tension. En déduire la valeur de la tension U . Quelle doit être la relation entre les résistances pour que U soit nulle ? (On dit alors que « le pont est équilibré ».)
3. On branche maintenant entre les bornes B et D un ampèremètre de précision, que l'on modélise par un conducteur de résistance r .
 - a) A quelle condition sur les potentiels V_B et V_D l'ampèremètre indique-t-il zéro ?
 - b) Appliquer le théorème de Millman en B et en D . En déduire que l'ampèremètre indique zéro quand les quatre résistances vérifient la relation trouvée à la question 2.
4. Les valeurs des résistances R_1 , R_4 étant connues très précisément et la résistance R_2 variable mais dont on peut lire la valeur, quel est l'intérêt d'un tel montage ?

Exercice 4 : Utilisation de plusieurs méthodes

1. On donne $E = 5,0 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$ et $I_0 = 0,20 \text{ A}$.



- a) Donner, en utilisant la méthode de simplification de schéma, la représentation de Thévenin puis de Norton du dipôle vu entre les bornes A et B , qui alimente la résistance $2R$.
 - b) En déduire U et I .
2. Retrouver U et I en utilisant la loi des nœuds en termes de potentiels.