

# Les Obligations et le marché obligataire

Auteur : Philippe GILLET

# Les différentes formes d'emprunt

## Emprunt indivis

- Souscrit par une ou plusieurs banques

## Emprunt obligataire

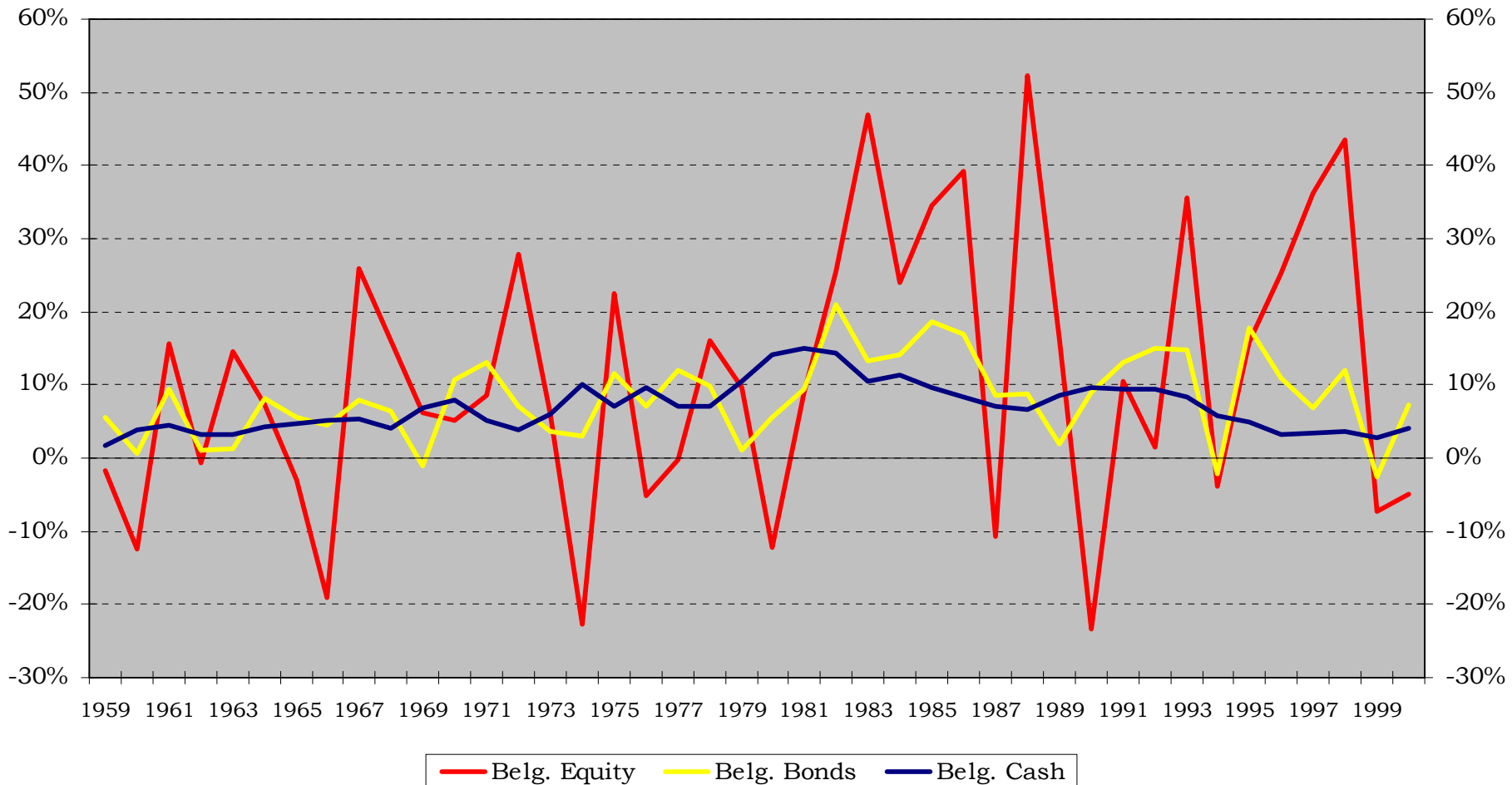
- Plusieurs souscripteurs
- Divisé en un nombre important de parts : les obligations
- Peuvent être cotés ou non

# Les obligations

- Sont caractéristiques d'une créance sur une entreprise, un Etat, une collectivité locale, une institution etc...
- Elles sont appelées ainsi car leur émetteur a l'obligation de les rembourser à l'échéance et de payer les intérêts dûs.
- Ont une durée de vie connue (sauf dans certains cas très particuliers, comme la rente perpétuelle).
- Leur risque est moindre que celui des actions.

# Mesure du risque pour différents types de titres.

Rentabilités historiques sur le marché belge 1959-2000



# La cotation des obligations

- Les obligations peuvent être cotées ou non sur des marchés organisés
- Obligations cotées:
  - Grand nombre de souscripteurs
  - Négociables
  - Contraintes d'information de l'appel public à l'épargne
- Non cotées :
  - Leur émission est réservée à certains investisseurs
    - Elles peuvent être négociables ou non cessibles
    - Si elles sont négociables, cette négociation a lieu de gré à gré.

# Les modalités d'émission des obligations

- Syndication
  - Un groupe de banques se réunit pour placer les obligations émises
    - Syndicat de placement
      - Commission de placement
    - Syndicat de garantie
      - Commission de garantie
- Adjudication
  - Pour les gros investisseurs émettant au robinet
    - EX: l'Etat à travers de l'Agence France Trésor

# Les obligations

- Se caractérisent par leur extrême diversité
  - En termes de durée de vie (de 5 à 50 ans)
  - En termes de séquences de flux
  - En termes d'options possibles...
- Restent assez liés à l'environnement national
  - Les OAT en France
  - Les «Municipal bonds » aux USA
  - Les « Private loans aux » aux Pays-Bas

# La diversité des obligations

- Des caractéristiques multiples
  - à taux fixe, variable ou révisable,
  - convertibles ou non
  - A durée de vie connue ou inconnue (TSDI)
  - Des options nombreuses :
    - d'échange ou de souscription (OBSA, OBSO)
    - de remboursement (ORA, ORO, obligations à fenêtre)
  - Assimilables...
  - Avec ou sans prime d'émission et/ou de remboursement.



# Les données importantes d'un emprunt obligataire (I)

- Nominal, C
- Nombre d'obligations, N. Le capital initial est donc égal à  $K = N.C$ , sauf s'il y a une prime de remboursement ( $K = N.R$ )
- La prime d'émission
  - Prix d'émission E.
    - Prime :  $\Pi_E = C - E > 0$  si  $C > E$
    - Prime :  $\Pi_E = C - E < 0$  si  $C < E$
- Prix de souscription si la date de jouissance est différente de la date de règlement :  $P_s / P_s = E \pm v$  avec  $v = (i.C.nb)/365$
- La prime de remboursement
  - Prix de remboursement R
    - Prime :  $\Pi_R = R - C > 0$
- Taux d'intérêt : i
- Durée de vie : n périodes

# Les différents modes de remboursement d'un emprunt obligataire

- Remboursement *in fine*
  - Paiement des intérêts à la fin de chaque période
  - Remboursement du capital en totalité à la dernière période.
- Zéro-coupon
  - Aucun décaissement (ni intérêts ni capital) avant la dernière période.
  - A la dernière période on rembourse le capital et les intérêts capitalisés.
- Remboursement par amortissement constant
  - Remboursement le capital par fraction égale à la fin de chaque période.
  - Paiement annuel des intérêts
- Annuités constantes
  - A chaque période , on décaisse la même somme, constituée de remboursement et d'intérêt
- Remboursement par séries égales
  - Le capital est remboursé par fraction, mais pas à la fin de chaque période
    - Par exemple, tous les deux ans.
    - Ou tous les six mois.

# Tableau d'amortissement d'un emprunt obligataire

Période	Capital restant dû en début de période	obligations encore vivantes	Intérêt	Obligations amorties	amortissement	Annuité
1	$D_0 = K = N.C$	N	$i. D_0 = i.N.C$	$\mu_1$	$m_1 = \mu_1.C$	$a_1 = m_1 + iNC$
2	$D_1 = D_0 - m_1$	$N - \mu_1$	$I = i. (N - \mu_1)C$	$\mu_2$	$m_2$	$a_2 = m_2 + i.D_1$
p	$D_{p-1} = D_{p-2} - m_1$	$N - \sum \mu_{p-1}$	$I = D_{p-1} .i$	$\mu_p$	$m_p$	$a_p = m_p + I_p$
n-1	$D_{n-2} = m_n + m_{n-1}$	$\mu_n + \mu_{n-1}$	$i.C.(\mu_n + \mu_{n-1})$	$\mu_{n-1}$	$m_{n-1}$	$a_{n-1} = D_{n-2} + I_{n-1}$
n	$D_{n-1} = m_n$	$\mu_n$	$I_n = i. D_{n-1}$	$\mu_n$	$m_n$	$a_n = m_n + i m_n = m_n.(1+i)$

## *In fine*

- Tous les amortissements sont nuls, sauf le dernier.
- Les intérêts sont payés annuellement.
- La totalité des obligations sont remboursées à la dernière période.
- L'avantage est que l'ensemble des obligataires sont remboursés simultanément.
- Les emprunts in fine constituent plus de 80% des emprunts obligataires émis si
- Ici :  $n = 7$ ans,  $i=5\%$ ,  $N=1.000$ ,  $C=E=R = 500$ .

période	Capital restant dû	Nombre d'oblig. Restant à amortir	Intérêt	Amortissement	Nbre d'oblig. amorties	Annuités
1	5000000	10000	250000	0	0	250000
2	5000000	10000	250000	0	0	250000
3	5000000	10000	250000	0	0	250000
4	5000000	10000	250000	0	0	250000
5	5000000	10000	250000	0	0	250000
6	5000000	10000	250000	0	0	250000
7	5000000	10000	250000	5000000	10000	5250000
					10000	

## *In fine* avec prime d'émission et de remboursement

- Les primes d'émission n'ont pas d'impact sur les tableaux d'amortissement.
- Les primes de remboursement doivent être intégrées au capital restant dû en début de période.
- L'intérêt doit être calculé sur la base du nombre de titres restant à amortir \*  $C * i$ .
- Ici :  $n = 7$ ans,  $i = 5\%$ ,  $N = 1.000$ ,  $C = 500$  E = 503 R = 550.

période	Capital restant dû	Nombre d'oblig. Restant à amortir	Intérêt	Amortissement	Nbre d'oblig. amorties	Annuités
1	5500000	10000	250000	0	0	250000
2	5500000	10000	250000	0	0	250000
3	5500000	10000	250000	0	0	250000
4	5500000	10000	250000	0	0	250000
5	5500000	10000	250000	0	0	250000
6	5500000	10000	250000	0	0	250000
7	5500000	10000	250000	5500000	10000	5750000

# Zéro-coupon

- Toutes les annuités sont nulles, sauf la dernière
- Les intérêts annuels sont ajoutés au capital restant dû à la période suivante.
- La totalité des fonds (capital + intérêts capitalisés) est versée à la dernière période.
- On peut également penser que la totalité de la rémunération des prêteurs est versée sous la forme de prime de remboursement.
- Ici :  $n = 7$ ans,  $i = 5\%$ ,  $N = 1.000$ ,  $C = 500$ .

période	Capital restant dû	Nombre d'oblig. Restant à amortir	Intérêt	Amortissement	Nbre d'oblig. Amorties	Annuités
1	5000000	10000	250000	0	0	0
2	5250000	10000	250000	0	0	0
3	5500000	10000	250000	0	0	0
4	5750000	10000	250000	0	0	0
5	6000000	10000	250000	0	0	0
6	6250000	10000	250000	0	0	0
7	6500000	10000	250000	6500000	10000	6750000
					10000	

# Amortissement constant

- Le même montant du capital est remboursé sur chaque période
- Ici :  $n = 7$ ans,  $i=5\%$ ,  $N=1.000$ ,  $C = 500$ .
- Le nombre d'obligations amorties est toujours un entier !
- La prime de remboursement est incluse dans le capital restant dû
- L'intérêt est toujours calculé sur la base du nominal

période	Capital restant dû	Nombre d'oblig. Restant à amortir	Intérêt	Amortissement	Nbre d'oblig. Amorties	Annuités
1	5000000	10000	250000	714500	1429	964500
2	4285500	8571	214275	714500	1429	928775
3	3571000	7142	178550	714000	1428	892550
4	2857000	5714	142850	714500	1429	857350
5	2142500	4285	107125	714000	1428	821125
6	1428500	2857	71425	714500	1429	785925
7	714000	1428	35700	714000	1428	749700
					10000	

# Séries égales

- Le même montant du capital est remboursé périodiquement, mais pas tous les ans.
- Ici :  $n = 6$ ans,  $i=5\%$ ,  $N=1.000$ ,  $C = 500$ , amortissement tous les 2 ans.
- Le nombre d'obligations amorties est toujours un entier !
- La prime de remboursement est incluse dans le capital restant dû
- L'intérêt est toujours calculé sur la base du nominal

période	Capital restant dû	Nombre d'oblig. Restant à amortir	Intérêt	Amortissement	Nbre d'oblig. amorties	Annuités
1	5000000	10000	250000	0	0	250000
2	5000000	10000	250000	1666500	3333	1916500
3	3333500	6667	166675	0	0	166675
4	3333500	6667	166675	1667000	3334	1833675
5	1666500	3333	83325	0	0	83325
6	1666500	3333	83325	1666500	3333	1749825

10000



# Annuités constantes

- La même somme devrait être versée chaque année
- Ici :  $n = 4$  ans,  $i=6\%$ ,  $N=8.000$ ,  $C = 500$ .
- L'amortissement est déduit, année par année, de la différence entre Annuité et Intérêt.
- Le nombre d'obligations amorties est toujours un entier : il y a donc arrondi.
- La prime de remboursement est incluse dans le capital restant dû
- L'intérêt est toujours calculé sur la base du nominal
- On calcule un taux apparent tel que  $i' = i.C/R$

période	Capital restant dû	Nombre d'oblig. Restant à amortir	Intérêt	Amortissement	Nbre d'oblig. amorties	Annuités
1	5000000	10000	250000	0	0	250000
2	5000000	10000	250000	1666500	3333	1916500
3	3333500	6667	166675	0	0	166675
4	3333500	6667	166675	1667000	3334	1833675
5	1666500	3333	83325	0	0	83325
6	1666500	3333	83325	1666500	3333	1749825

10000

# Annuités constantes

- Pour trouver l'annuité, on part de l'équation traditionnelle :

$$a = K \times \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}} \quad a = 8.000 \times 500 \frac{0,06}{1 - (1 + 0,06)^{-4}} = 1.154.365,97$$

- En cas de prime de remboursement, on utilisera le taux apparent  $i' = iC/R$  en lieu et place de  $i$ .
- L'amortissement est déduit, année par année, de la différence entre Annuité et Intérêt.

$$m = a - I = 1.154.365,97 - 240.000 = 914.365,97$$

- Le nombre d'obligations amorties est toujours un entier : il y a donc arrondi.

$$\mu_1 = \frac{914.365,97}{500} = 1828,73194 \text{ soit } 1829 \text{ titres}$$

- On ajustera ainsi progressivement les amortissements année après année.
- Les annuités ne sont donc pas réellement constantes
- La prime de remboursement éventuelle est incluse dans le capital restant dû
- L'intérêt est toujours calculé sur la base du nominal
- On calcule un taux apparent tel que  $i' = i.C/R$

# Principales propriétés

$$\mu_1 = N \cdot \frac{i'}{(1+i')^n - 1}$$

$$\mu_{p+1} = \mu_p \cdot \left(1 + i \cdot \frac{C}{R}\right)$$

$$\mu_p = \mu_1 (1+i')^{p-1}$$

$$N.E. = N.C. \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \cdot \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

$$\frac{1 - (1+t)^{-n}}{t} = \frac{E}{C} \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$

# Le Taux Actuariel Brut

- Le taux actuariel Brut (TAB) est le taux exact de rémunération de l'emprunt :
- Il est tel que :

$$\sum_{t=1}^n \frac{a_t}{(1 + TAB)^t} = N.E$$

- Le taux actuariel brut est égal au taux nominal lorsqu'il n'y a ni prime d'émission ni prime de remboursement.
- Le recherche revient à trouver la racine unique d'une équation de degré  $n$  : il n'y a pas d'algorithme de recherche. On utilise des itérations successives et, éventuellement une interpolation linéaire.

# Taux actuariel net

- Il tient compte de la fiscalité
- La fiscalité ne porte que sur la partie « intérêts »
- Il suppose que tous les obligataires sont soumis à la même fiscalité.
- Il est égal à :

$$\sum_{t=1}^n \frac{m_t + I_t(1-\tau)}{(1+TAN)^t} = N.E$$

# Taux de rendement

- Il ne concerne qu'un seul obligataire ou une groupe d'obligataires remboursés simultanément.
- Si tous les obligataires sont remboursés simultanément, le taux de rendement de chacun des actionnaires est égal au TAB
- Dans les autres cas, le TAB est la moyenne des taux de rendement de l'ensemble des obligataires:

$$\sum_{t=1}^n \frac{a_{i,t}}{(1+r)^t} = N.E$$

# Taux de revient

- Il concerne exclusivement le prêteur.
- Il tient compte des frais de placement et/ou de garantie qu'il a dû déboursier et qui diminue le montant emprunté.
- Il s'agit donc du taux  $r'$  qui valide l'équation :

$$\sum_{t=1}^n \frac{a_{i,t}}{(1+r')^t} = N.E - f$$


# Le risque des obligations

- Les obligations sont soumises à deux types de risque :
  - Le risque de taux
    - La valeur des obligations à taux fixe diminue lorsque les taux montent.
    - La valeur des obligations à taux fixe augmente lorsque les taux diminuent.
  - Le risque de défaillance
    - Le risque existe que l'émetteur ne puisse payer les intérêts et/ou rembourser le capital à l'échéance
    - La valeur des obligations diminue lorsque le risque de défaillance de l'émetteur augmente



# Où est le risque sur la dette?

	Emprunts à Taux fixe	Emprunts à Taux variable
Valeur de l'obligation	<i>Variable</i>	<i>Stable</i>
Intérêts	<i>Stables</i>	<i>Variables</i>



Le risque est sur la capital

Le risque est sur le revenu

# Le prix des obligations

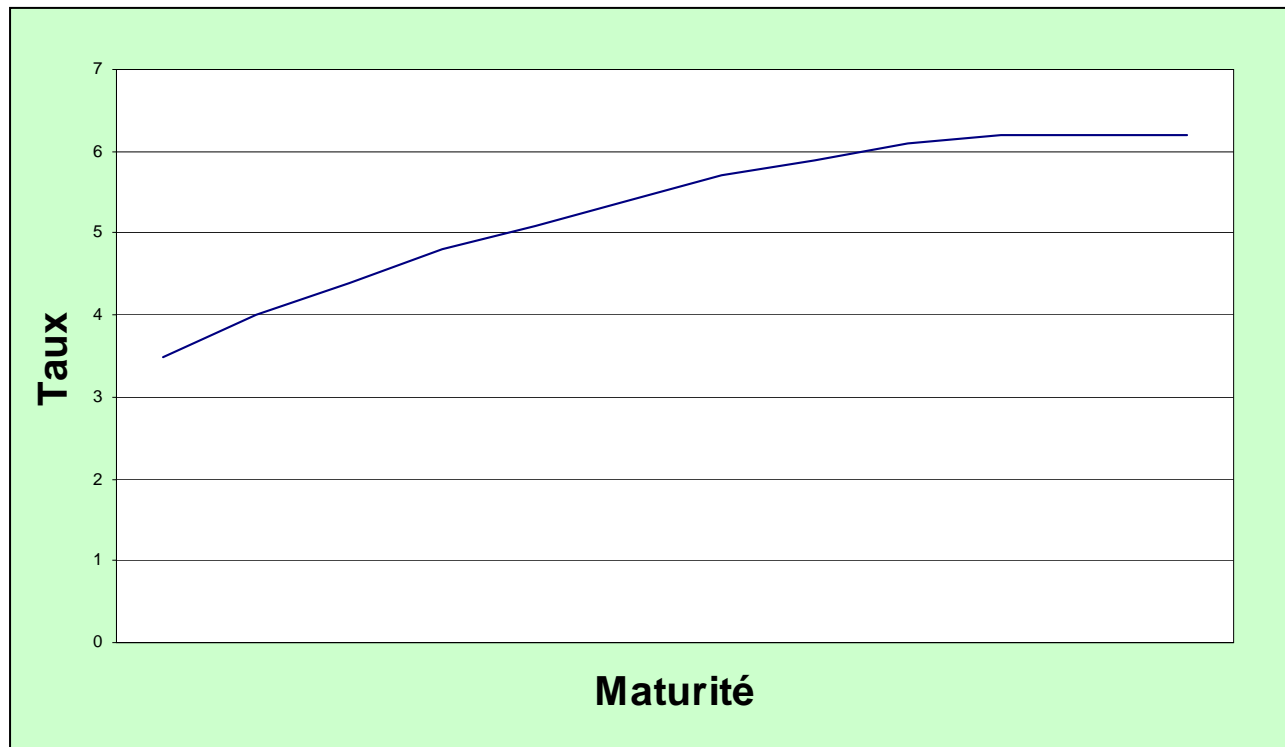
- Le prix des obligations dépend donc de quatre facteurs :
  - L'évolution générale des taux d'intérêt
    - Le prix baisse si les taux montent et le prix monte si les taux baissent
  - Les variations du risque de défaillance
    - Le prix baisse si le risque de défaillance de l'émetteur augmente et le prix augmente si le risque de défaillance de l'émetteur baisse.
    - Le prix baisse si l'aversion au risque des investisseurs augmente et le prix augmente si l'aversion au risque des investisseurs diminue.
  - Le passage du temps
    - Le prix augmente à l'approche du détachement du coupon pour baisser par la suite.
  - La préférence des investisseurs pour la liquidité

# valeur d'une obligation

- Le prix d'une obligation, comme celui de tout titre financier, est égal à la somme actualisée des cash-flow qu'il génère.
- Le taux d'actualisation utilisé est le taux d'intérêt qui serait exigé par les investisseurs pour acquérir une obligation d'un risque équivalent sur le marché primaire au moment de l'évaluation.
- Lorsque le taux d'intérêt  $i$  est égal au taux d'actualisation  $r$ , la valeur de l'obligation est égale à son nominal

$$V = \sum_{t=1}^n CF_t (1+r)^{-t} + R (1+r)^{-n}$$

## 2.3.1. La courbe des taux d'intérêt



Les taux d'intérêt au 17/03/2000

Taux 3 mois	Taux 10 ans	Taux 30 ans
3,47%	5,35%	5,67%

# valeur d'une obligation

- Les cash flows sont constitués de l'intérêt et du remboursement du capital
- On ne doit pas tenir compte des flux antérieurs à la date de l'évaluation. C'est le principe de novation.
- Pour avoir le prix d'une seule obligation dans le cas d'emprunts à remboursements différenciés (amortissements constants, annuités constants), il convient de diviser le prix de l'emprunt par le nombre d'obligations encore vivantes à la date d'évaluation.
- On prend pour hypothèse que le taux d'actualisation restera constant dans le temps. Sinon, on utilisera successivement plusieurs taux d'actualisation.
- Ce modèle d'évaluation reste simple. Il ne tient pas compte :
  - Des données concernant le risque (variation du risque de l'émetteur ou de l'aversion au risque des investisseurs).
  - De la préférence des investisseurs pour certaines portions de la courbe des taux.
  - De la préférence des investisseurs pour la liquidité.

# valeur d'une obligation ( à partir de l'usufruit et de la nue-propriété)

• La valeur d'une obligation peut également être calculée à partir de son usufruit et de sa nue-propriété.

- La nue-propriété correspond à la valeur actuelle du remboursement de l'obligation
- L'usufruit correspond à la valeur actuelle de la somme des intérêts restant à recevoir.
- La valeur de l'obligation est égale à la somme de l'usufruit et de la nue-propriété.

$$• V = U + P$$

• L'usufruit unitaire va être défini comme suit :

$$u = \frac{U}{K.i}$$

• La nue-propriété  $p = P/K$

• Il existe une relation entre usufruit unitaire et la nue-propriété unitaire :

$$u + p = 1$$

• On peut finalement écrire :

$$V = K.i.u + K.p \text{ ou } V = K.i.u + R.p \text{ si } \Pi_R > 0$$

# valeur de $u$ et de $p$ pour quelques emprunts usuels

- In fine :

$$p = (1+t)^{-n}$$

- Amortissements constants

$$p = \frac{P}{K} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

- Annuités constantes

$$p = \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \cdot \frac{(1+i)^{-n} - (1+t)^{-n}}{t - i}$$

- Rente perpétuelle

$$p = 0$$

# Emprunts obligataires

- On détermine la valeur moyenne d'une obligation à partir de :
  - L'usufruit moyen  $U_m$  calculé à partir des obligations encore vivantes  $N_v$  au moment de l'évaluation ;
  - La nue-propriété moyenne  $P_m$  calculée à partir des obligations encore vivantes  $N_v$  au moment de l'évaluation ;

$$V_m = U_m + P_m = \frac{V}{N_v} = \frac{U}{N_v} + \frac{P}{N_v}$$

- On en vient à :

$$V_m = C.i.u + C.p = C \left[ \frac{i}{t} + \left(1 - \frac{i}{t}\right) p \right] \text{ ou } V_m = C.i.u + R.p \text{ en cas de prime de remboursement}$$

- On rappelle que la nue-propriété est la somme actualisée des remboursements, qui incluent donc la prime de remboursement s'il y en a une, d'où l'utilisation de la nue-propriété  $p = P_m/R$  et de  $i' = iC/R$  dans les emprunts à annuités constantes et primes de remboursement.



# Cotation des obligations à taux fixe

Les obligations sont cotées en pourcentage du nominal, afin de pouvoir comparer rapidement les prix d'obligations de nominal différent.

*Obligation A : Nominal : 250 €  
Cours : 205 €*

*En pourcentage du nominal :  
82%*

*Obligation B, nominal 200 €  
Cours : 190 €*

*En pourcentage du nominal :  
95%*

B est plus chère que A, même si  $P_B < P_A$

# Utilisation de u et p pour la détermination des taux de rendement

- Taux de rendement :

$$E = Ciu + Rp$$

- Taux de revient :

$$(E - f) = Ciu + Rp$$

# Cotations des obligations à taux fixe

- Les obligations à taux fixe sont cotées au pied du coupon. La part du coupon couru est calculée à part et versée au vendeur en fonction de la date de la transaction rapportée à la date de jouissance.

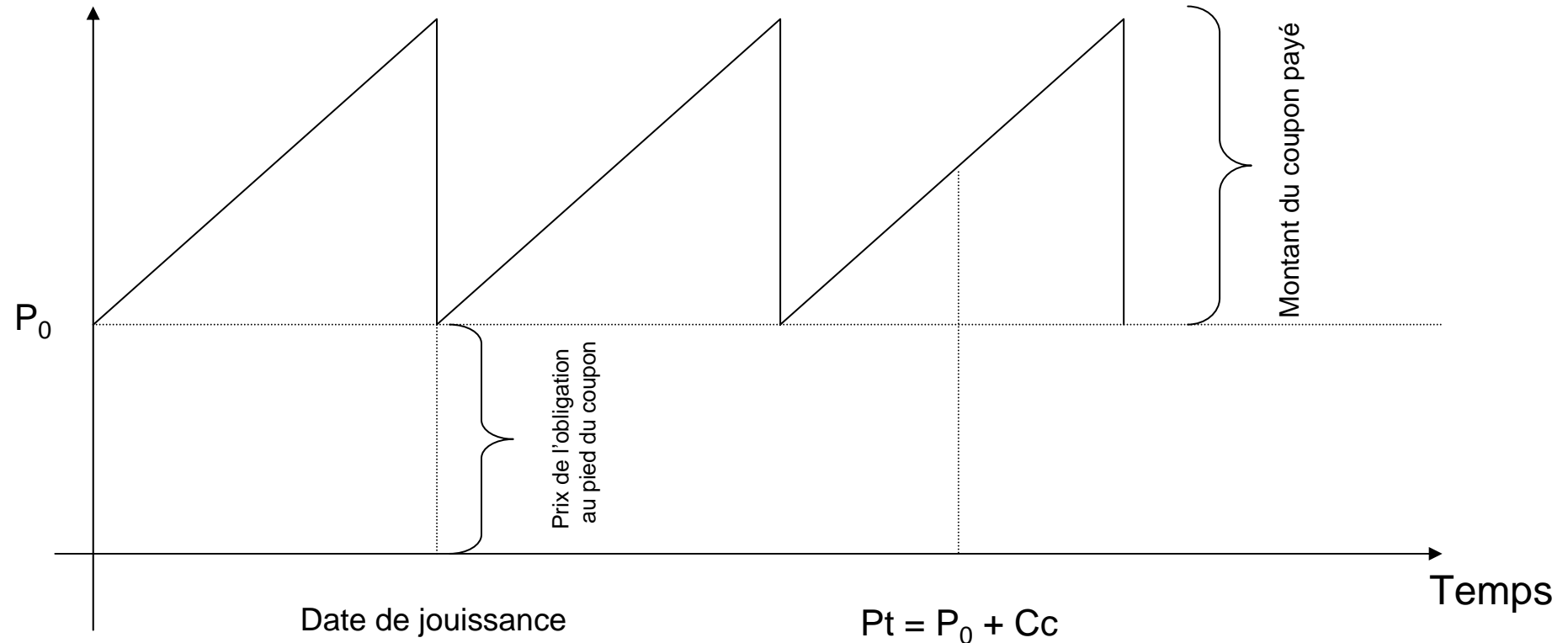
$$C_c = i * n/365$$

avec :

- $C_c$  coupon couru
- $i$  intérêt nominal
- $n = (\text{Date de transaction} - \text{Date de Jouissance } n-1)$
- Ainsi, des obligations n'ayant pas la même date d'échéance sont comparables.
- Les cours sont indépendants du coupon couru.

# Prix (dirty price)d'une obligation (coupon couru) en fonction du temps

Prix de l'obligation  
coupon inclus



# Cotation des obligations à taux fixe

Soit une obligation de nominal 500 €,  $i = 4\%$  cotée le 17/11 :

$$P : 92, Cc : 3,227\%$$

Le prix à payer est de :

$$500 * (0,92 + 0,03227) = 476,13 \text{ €}$$

On peut aussi connaître la date de jouissance :

$$\frac{n}{365} = \frac{0,03277}{0,0400}; n = 299$$

La date de jouissance est donc le 17/11 – 299 jours, soit le 22 janvier.

# Cotation des obligations à taux fixe

- Le nombre de jours de référence est celui de l'année en cours (365 ou 366).
- Il peut être nécessaire de tenir compte de jours de valeurs
- Les obligations convertibles et les obligations à taux variables/révisables (prédéterminés) sont cotées en euros.

## 2.3. Le marché de la dette

### Deux composantes du taux d'intérêt

La rémunération du temps

- Renonciation à la consommation
- Varie avec la durée de la renonciation



Taux sans risque

La rémunération du risque

Le risque de non remboursement dépend :

- De la qualité de la signature ; cf. la notation
- De l'échéance du remboursement ; cf. la courbe des taux



Prime de risque

# Exemple

- Une obligation de 1 000 remboursable *in fine* et coupon unique dans 5 ans
- 4 combinaisons pour un même taux actuariel

	I	II	III	IV
Prime d'émission	0	0	24	20
Prime de remboursement	0	60	0	22
Taux d'intérêt nominal	5%	4%	4,5%	4,2%
Taux actuariel	5%	5%	5%	5%



# Les agences de notation

- Les agences de notation sont des entreprises privées et indépendantes qui évaluent à la demande de l'émetteur le risque lié au remboursement d'un emprunt émis sur les marchés financiers.
- Dans certains cas, des notations peuvent être attribuées sans sollicitations des émetteurs
  - Emprunts d'Etat par exemple.
- Le recours aux agences de notation est souvent indispensable :
  - Il est obligatoire dans certains cas (émission de Billets de Trésorerie)
  - Il est de toute manière incontournable, les emprunts non notés ne trouvant pas preneurs
- Les principales agences de notation sont anglo-saxonnes :
  - Standard and Poor's
  - Moody's
  - Fitch
- Les agences se diversifient aujourd'hui :
  - Fourniture d'informations financières, d'indices (S&P's),
  - Notation éthique
  - Notation de sociétés de portefeuille (Fitch)...

# Notations : grilles de long terme

Standard & Poor's	Moody's	Fitch	
AAA	Aaa	AAA	Investment grades
AA+	Aa1	AA	
AA	Aa2	A	
AA-	Aa3		
A+	A1	BBB	
A	A2	BB	
A-	A3	B	
BBB+	Baa1		
BBB	Baa2	CCC	
BBB-	Baa3	CCC	
BB+	Ba1	CCC	
BB	Ba2	DDD	
BB-	Ba3	DD	
B+	B1	D	
B	B2		Speculative grades
B-	B3		
CCC+	Caa		
CCC	Ca		
CCC-	C		
CC			
C			

# La duration

- La duration d'un emprunt obligataire est peut être définie comme la durée de vie moyenne des flux de l'emprunt.
- Elle permet d'immuniser les portefeuilles contre la variation des taux d'intérêt. En cas de variation de taux, lorsque la duration est atteinte, la perte en capital a totalement compensé le gain en intérêt (ou le gain en capital a totalement compensé la perte en intérêts)
- L'immunisation, si elle évite toute perte, ne permet aucun gain.
- La duration est le premier terme d'un développement limité de Taylor.
- La duration permet une immunisation contre un déplacement parallèle de la courbe des taux, et non contre une déformation de la courbe.
- Pour se prémunir contre une déformation de la courbe, on utilise la convexité, qui est le second terme d'un développement limité de Taylor

# La duration

- La duration d'un emprunt obligataire est égal à la somme actualisés de ces flux pondérés par le temps.
- La duration s'exprime en périodes de temps (généralement en années).

$$d = \sum_{t=1}^n \frac{t \cdot F_t}{(1+r)^t} \cdot \frac{1}{F_t}$$

- La duration d'un portefeuille est égale à la somme pondérée des obligations qui le composent

:

.

$$D_p = \sum_{i=1}^n X_t \cdot d_t$$

avec :

$$\sum_{t=1}^n X_t = 1$$

# La sensibilité

- La sensibilité permet de mesurer l'évolution du prix d'une obligation pour une variation unitaire du taux d'intérêt.
  - On peut écrire :

$$s = \frac{\partial V / \partial r}{V} = \frac{\partial V}{\partial r} \cdot \frac{1}{V}$$

- La sensibilité augmente en fonction :
  - De la maturité de l'emprunt : plus la maturité est importante, plus la sensibilité est élevée
  - Du taux nominal : plus le taux nominal est élevé, plus la sensibilité est grande.
  - Du mode d'amortissement : plus les remboursements sont éloignés dans le temps, plus la sensibilité est grande.

# La sensibilité

- Les gestionnaires de portefeuille taux font donc des paris en sensibilité
  - Plus ils anticipent une baisse des taux d'intérêt, plus ils choisissent des obligation sensibles
  - Plus ils anticipent une hausse des taux, moins ils choisissent des obligations sensibles
- La sensibilité est liée à la duration par l'équation suivante :

$$D = -(1+r).s$$