

# TD-Cinématique

## Système de tracé d'ellipses

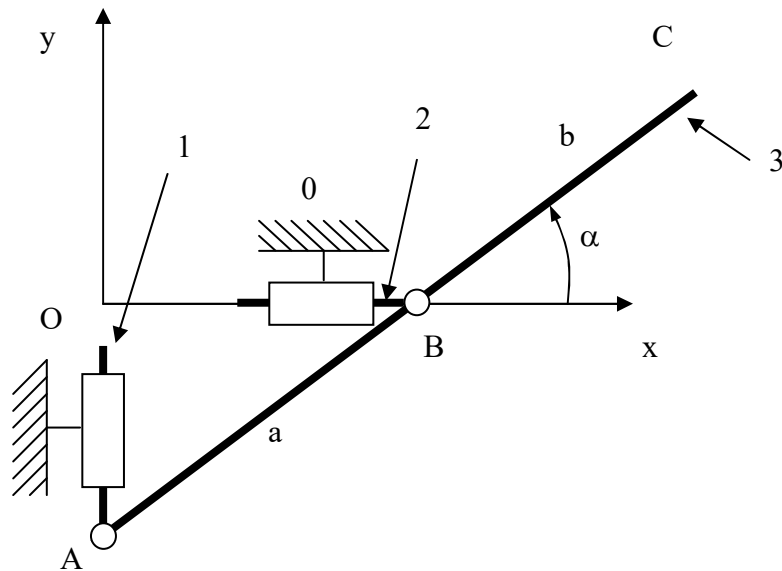
Le système présenté sur le schéma cinématique suivant permet de tracer des ellipses sur un support plan. Les distances  $a$  et  $b$  sont réglables afin de pouvoir dessiner différentes ellipses, mais sont fixées lors de chaque tracé.

On donne :

$$\vec{OA} = -\lambda \vec{y}$$

$$\vec{OB} = \mu \vec{x}$$

$$\alpha = (\vec{OB}, \vec{BC})$$



- Q1)** Calculer la vitesse du point C :  $\vec{V}_{C,3/0}$ .
- Q2)** Afin que le crayon trace d'une façon uniforme, on veut que cette vitesse soit constante tout au long de l'opération. Déterminer la relation à vérifier ( $a=b$  et  $\|\vec{V}_{C,3/0}\| = 1m.s^{-1}$ ).
- Q3)** Quel est le lieu décrit par le centre instantané de rotation du mouvement de 3 par rapport à 0  $I_{3/0}$  ?
- Q4)** Déterminer l'équation paramétrique de la trajectoire suivie par le point C dans son mouvement par rapport au repère lié au bâti 0 à l'aide d'une fermeture géométrique.
- Q5)** Quel type d'actionneur vaudrait-il mieux mettre, et où l'implanter afin de tracer des ellipses entières ?

## Compresseur ROOT

La figure ci dessous représente un compresseur ROOT utilisé sur le moteur à compresseur volumétrique des véhicules Lancia. L'air est véhiculé dans le creux des dents, entre le carter et le pignon.

Pour expliquer le mouvement de génération d'un des 4 profils extérieurs aux cercles primitifs ( $C_1$ ) et ( $C_2$ ), adoptons le schéma d'étude suivant pour le profil AB.

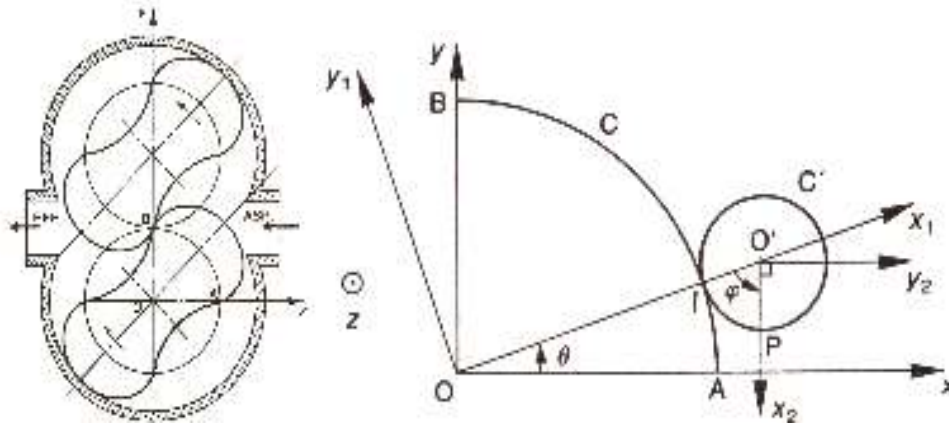
Soit ( $C$ ) un cercle de centre  $O$ , de rayon  $4a$ , situé dans le plan ( $O, \vec{x}, \vec{y}$ ) d'un repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et lié à ce repère. Soit ( $C'$ ) un cercle de centre  $O'$ , de rayon  $a$ , situé dans le plan ( $O, \vec{x}, \vec{y}$ ) du repère  $R$  et en contact extérieur en un point  $I$  de sa circonférence avec le cercle ( $C$ ).

Soit  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$  et  $R_2(O', \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$  deux repères. On pose  $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_1) = \omega t$  ( $\omega$  constante positive).

$$\varphi = (-\vec{x}_1, \vec{x}_2)$$

Le cercle ( $C'$ ) roule sans glisser sur le cercle ( $C$ ), c'est-à-dire qu'à chaque instant :  $\widehat{AI} = \widehat{IP}$ .

Pendant que la machine à tailler réalise le mouvement de roulement sans glissement du cercle ( $C'$ ) sur le cercle ( $C$ ), la pointe de l'outil décrit à cadence rapide l'axe ( $P, \vec{z}$ ).



### Questions

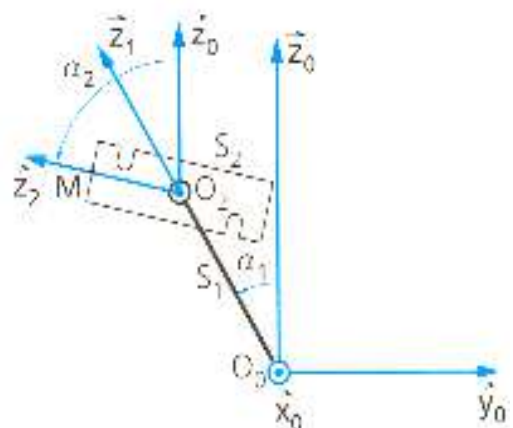
- Q1/ Quelle relation y a-t-il entre  $\varphi$  et  $\theta$  ?  
 Q2/ Déterminer l'équation paramétrique de la trajectoire du point P dans le repère R.  
 Q3/ Déterminer  $\vec{\Omega}_{R_1/R}$  et  $\vec{\Omega}_{R_2/R}$ .  
 Q4/ Calculer  $\vec{V}_{P/R}$  (vitesse d'avance).  
 Q5/ Calculer  $\vec{\Gamma}_{P/R}$ .

### Mécanisme de changement d'outil (extrait sujet ENS)

Considérons un mécanisme de changement d'outil d'une machine à commande numérique.

Le bras  $S_1$  tourne autour de l'axe  $O_0, \vec{x}_0$  par rapport à un repère  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à la machine. Le bras  $S_2$  tourne autour de l'axe  $O_2, \vec{x}_0$  par rapport à un repère  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à la machine. Le paramétrage est donné sur la figure ci-dessous.

$$\vec{O_0O_2} = l_1 \vec{z}_1 \quad \vec{O_2M} = l_2 \vec{z}_2$$



**Question :** Déterminer  $\vec{V}_{M/R_0}$  et  $\vec{\Gamma}_{M/R_0}$  en fonction de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ .

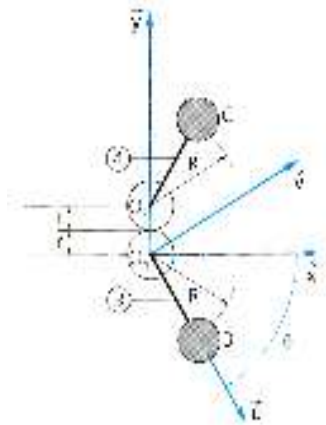
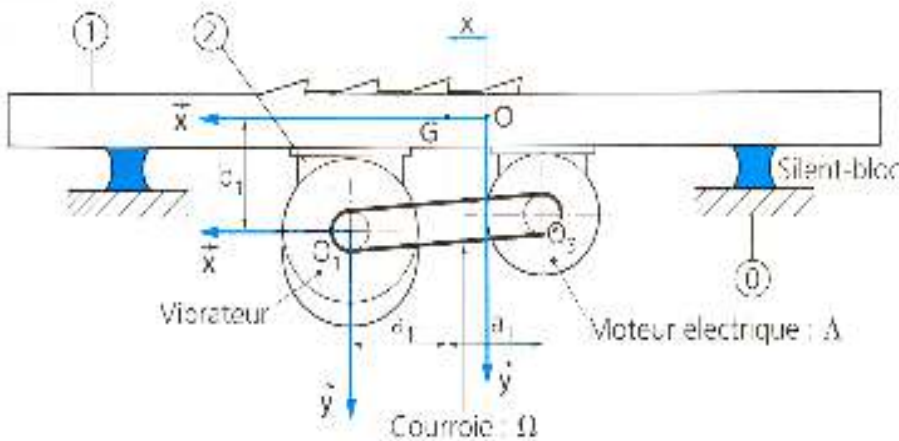
## Table vibrante (extrait sujet ENSAIT)

Le mouvement de la table vibrante 1 est provoqué par la rotation de deux masses B et C placées à l'extrémité des bras 3 et 4 qui tournent respectivement autour des points  $O_1$  et  $O_2$ , fixent par rapport au support 2 lié à la table vibrante 1.

G est le centre de gravité de l'ensemble table 1+support 2.

$R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est le repère fixe de référence lié à la terre.

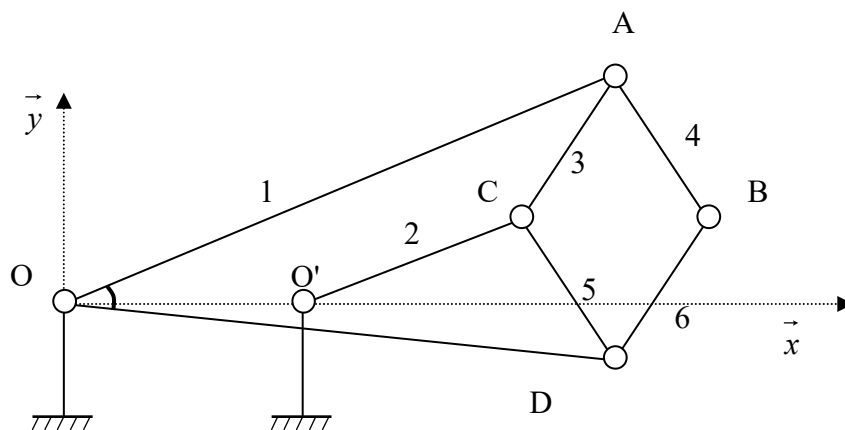
Paramètres :  $\vec{GO}_1 = a_1 \vec{x} + b_1 \vec{y}$     $\vec{O}_1 B = R \vec{u}$     $\vec{OG} = x \vec{x}$



**Question :** Déterminer  $\vec{V}_{B/R}$  et  $\vec{\Gamma}_{B/R}$  en fonction de  $x$  et  $\theta$ .

## Inverseur Peaucellier.

Cet appareil donne une solution mécanique rigoureuse au problème de la transformation du mouvement de rotation alternatif en mouvement de translation rectiligne alternatif. Il est composé d'un balancier OA et de quatre tiges égales AC, CD, DB, BA articulées en A, B, C et D formant un losange.

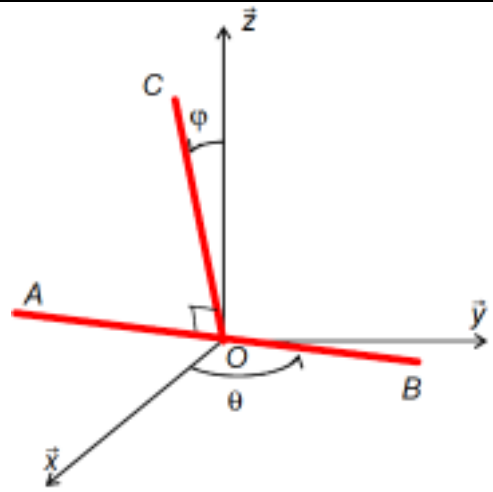


On fixe la distance  $OO' = O'C$ .

Montrer que la vitesse  $\vec{V}_{B/O}$  est portée par l'axe  $\vec{y}$  quel que soit l'angle  $\alpha = (\vec{x}, \vec{O'C})$ .

## Deux tiges

Un ensemble de deux tiges AB et OC orthogonales en O milieu de AB se déplace de telle façon que :  
 AB reste dans le plan, fixe  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ , son mouvement étant défini par  $\theta = (\vec{x}, \vec{OB})$   
 OC tourne autour de AB, son mouvement étant défini par  $\varphi = (\vec{z}, \vec{OC})$   
 On donne  $AB = 2a$  et  $OC = b$ .



Q1/ Réaliser les figures de changement de repères.

Q2/ Donner les expressions des vecteurs rotation  $\vec{\Omega}_{R_1/R}$  et  $\vec{\Omega}_{R_2/R_1}$

Q3/ Donner l'expression du vecteur vitesse du point C par rapport à R de deux manières différentes.

## REGULATEUR A BOULES

Un régulateur à boules est schématisé par la figure 1. Il est constitué:

- Un bâti fixe 0
- Un corps 1 en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{x})$  avec 0.
- Un levier 2 en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{z}_1)$  avec 1.
- Un levier 3 en liaison pivot d'axe  $(B, \vec{z}_1)$  avec 2.
- Une pièce 4 en liaison pivot d'axe  $(C, \vec{z}_1)$  avec 3, et en liaison pivot glissant d'axe  $(O, \vec{x})$  avec 0.

