



Module d'Electricité

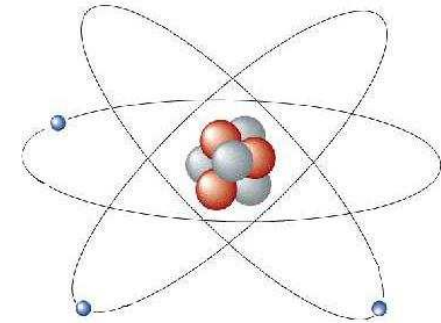
2^{ème} partie : Electrostatique

© Fabrice Sincère (version 3.0.1)

<http://pagesperso-orange.fr/fabrice.sincere>

Introduction

- Principaux constituants de la matière :
 - protons : charge électrique $+ e \approx +1,6 \cdot 10^{-19}$ coulomb
 - neutrons : pas de charge (= neutre)
 - électrons : $- e$



- Un atome a autant d'électrons que de protons : il est globalement *neutre*.
- Un corps *électrisé* (+ ou -) est un corps qui n'est pas neutre.

Conducteurs et isolants électriques

Un conducteur métallique possède des *électrons libres*.

- mouvement d'ensemble d'électrons *libres* = courant électrique
- l'*électrocinétique* est l'étude des courants électriques

Un isolant ne possède pas d'électron libre.

L'*électrostatique* est l'étude de l'électricité statique des corps électrisés (conducteur ou isolant).

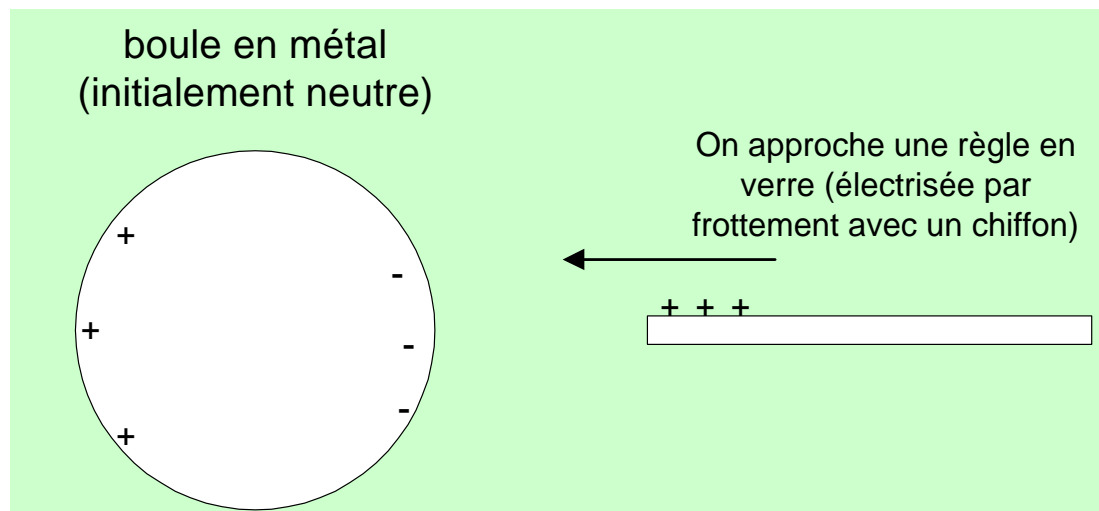
Electrisation d'un corps

- Excès d'électrons (-): corps électrisé négativement
- Carence en électrons (+) : ' ' positivement
 - électrisation des isolants : par frottement

Les charges sont immobiles (= statiques)

- électrisation des conducteurs : par influence

Les charges se déplacent jusqu'à atteindre un état d'équilibre (fig. 1) :



- Application : Machine de Whimshurst (100 kV)



Décharge électrostatique

Un courant apparaît quand un corps électrisé se décharge dans un autre.

Remarque : courant très intense (mais très bref)

tension très élevée \gg kV

spectaculaire : foudre \gg MV

Exemple : décharge électrostatique d'un corps humain :

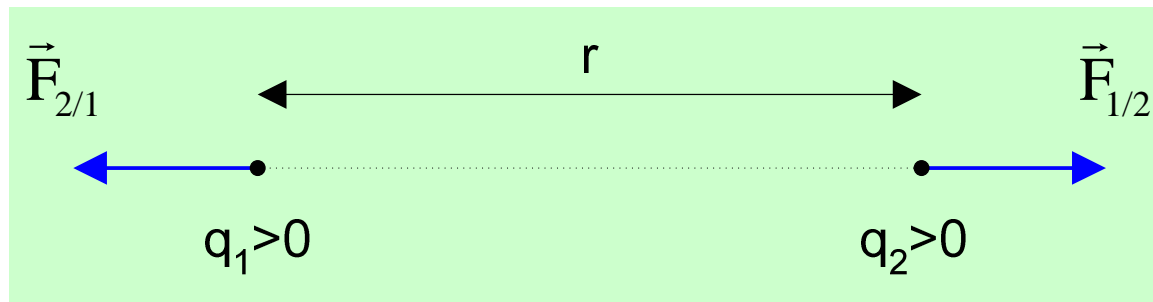
- 10 A
- 10 kV
- $< 1 \mu\text{s}$



Chapitre 1 Champ électrostatique

Force électrostatique

- Soit deux corps ponctuels de charges q_1 et q_2 (fig. 2) :



- Sens
 - charges de même signe : répulsion
 - signe opposé : attraction

- Intensité : Loi de Coulomb

$$F = F_{1/2} = F_{2/1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

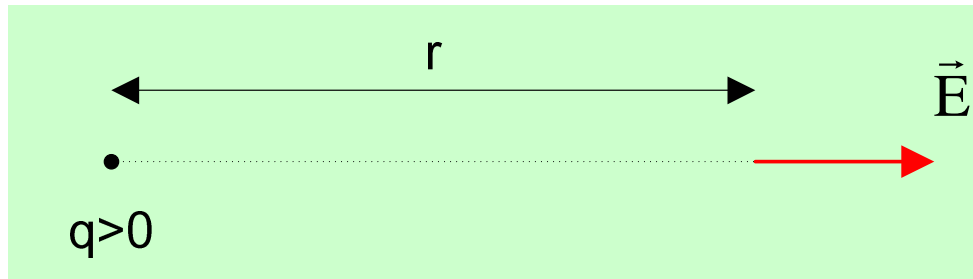
$\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m : permittivité diélectrique du vide

r : distance (m)

F en newton (N)

Champ électrostatique \vec{E}

Un corps ponctuel de charge q crée un champ électrostatique radial (fig.3) :



$q < 0$: sens du champ inversé

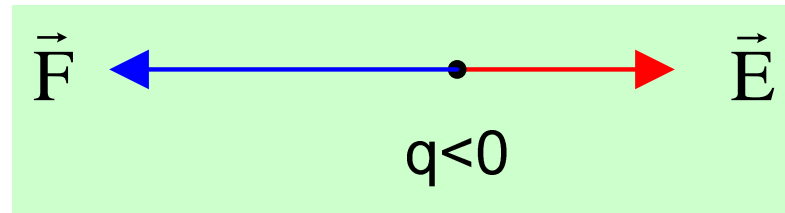
Intensité (en V/m) :

$$E \approx 9 \cdot 10^9 \frac{|q|}{r^2}$$

Relation entre \vec{E} et \vec{F}

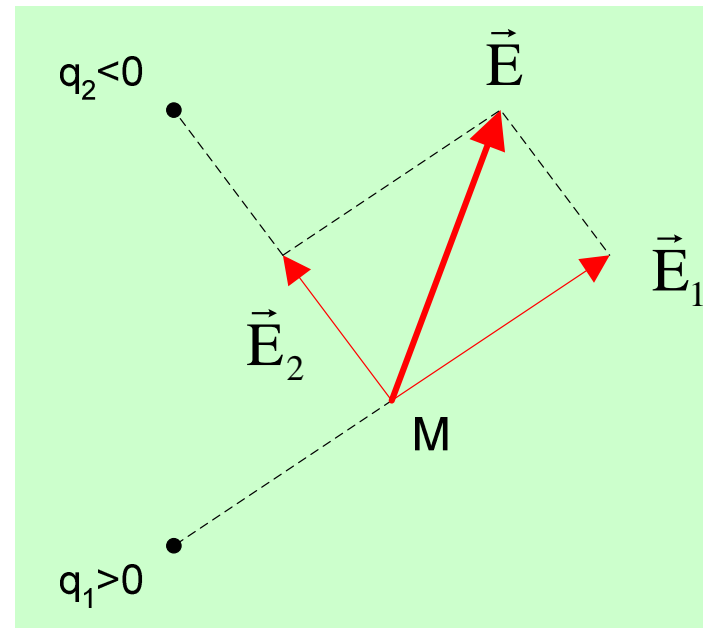
Un corps chargé soumis à un champ électrostatique est l'objet d'une force électrostatique (fig. 4) :

$$\vec{F} = q\vec{E}$$



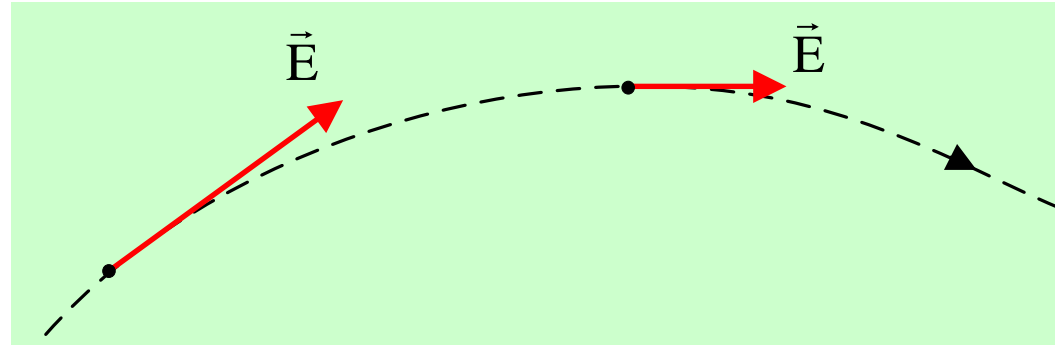
Champ électrostatique créé par un ensemble de charges (fig.5)

$$\vec{E}(M) = \sum_i \vec{E}_i(M)$$



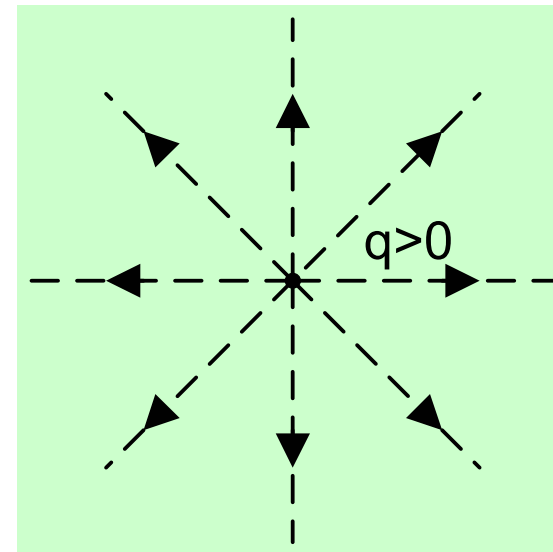
Lignes de champ

Une ligne de champ est tangente en tous points au champ (fig. 6) :



L'ensemble des lignes de champ forme le *spectre*.

Exemple : spectre d'une charge ponctuelle (fig. 7) :

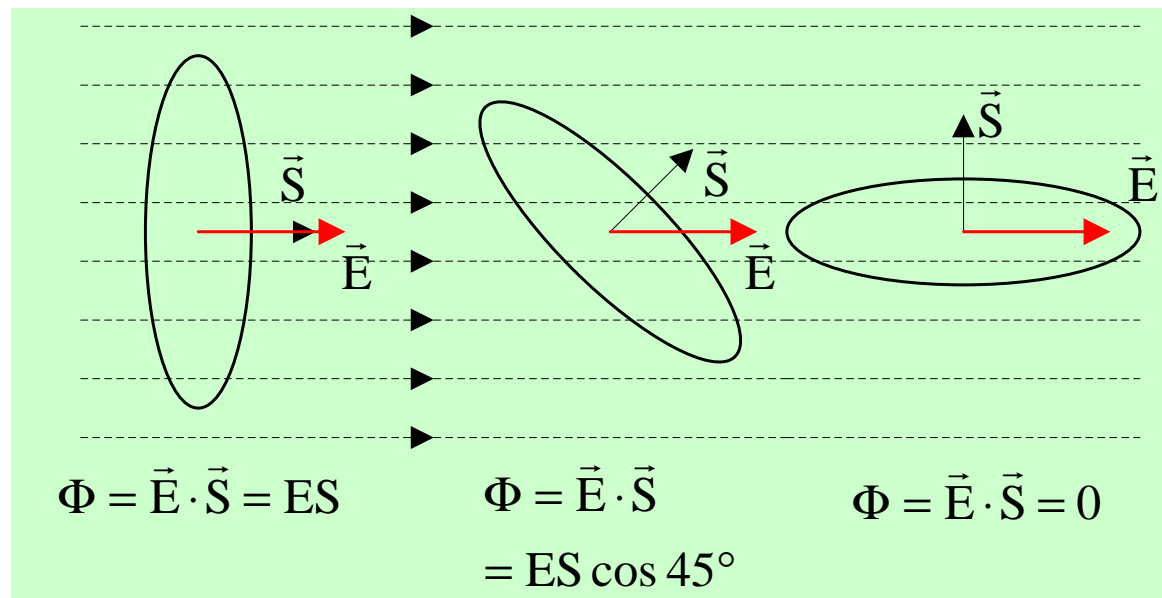


Chapitre 2 Théorème de Gauss

Flux d'un champ à travers une surface

Cas particulier (fig. 8) :

- champ uniforme (lignes de champ parallèles)
- surface plane

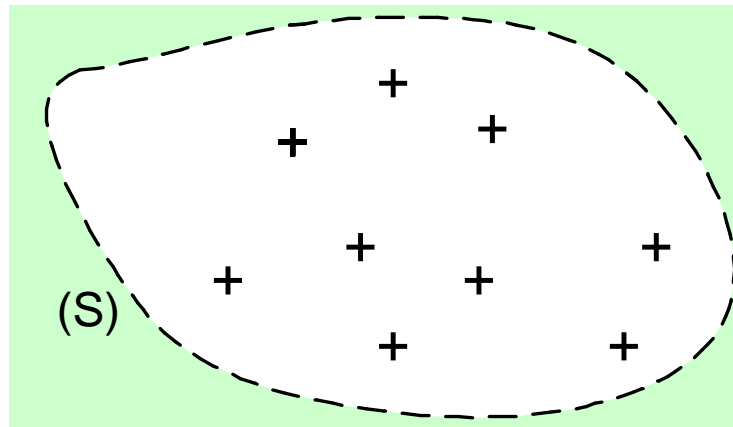


Remarques : $\Phi = ES$ quand $\mathbf{E} \perp$ surface

$\Phi = 0$ quand $\mathbf{E} //$ surface

Théorème de Gauss

Soit une surface *fermée* (S) contenant une charge électrique totale q_{int} (fig. 9) :



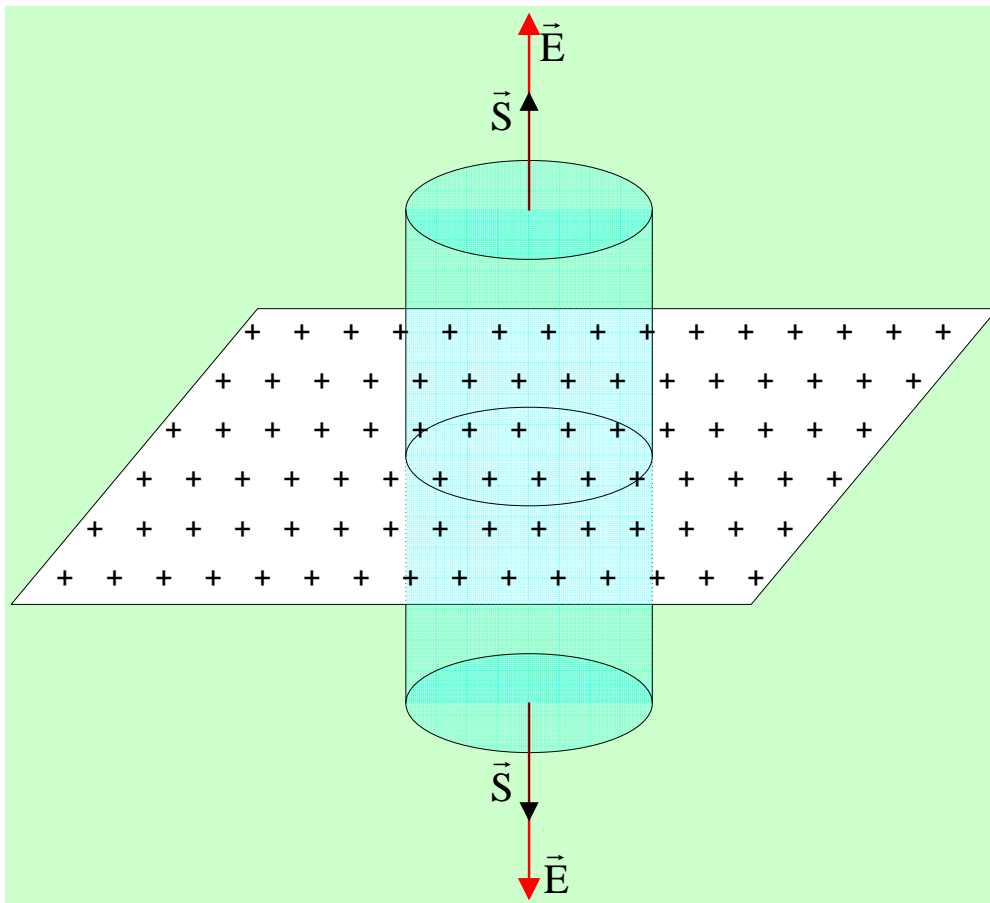
$$\Phi = q_{\text{int}} / \epsilon_0$$

Application : champ créé par un plan uniformément chargé (fig. 10)

Densité surfacique de charge : σ (C/m²)

Champ \perp plan

On choisit une surface cylindrique fermée de section S :



$$q_{\text{int}} = \sigma S$$

$$\Phi = ES + ES + 0 = 2ES$$

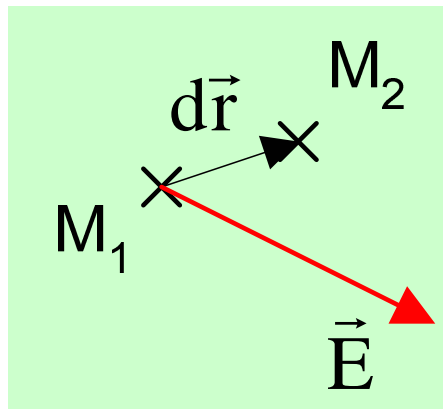
$$\Phi = q_{\text{int}} / \epsilon_0$$

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$$

Chapitre 3 Potentiel électrique

A tout point M de l'espace, on peut associer un potentiel électrique $V(M)$.

Relation entre champ \mathbf{E} et différence de potentiel électrique (fig. 11)



$$dV = V_2 - V_1 = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Remarques :

dans un circuit électrique : d.d.p. = tension

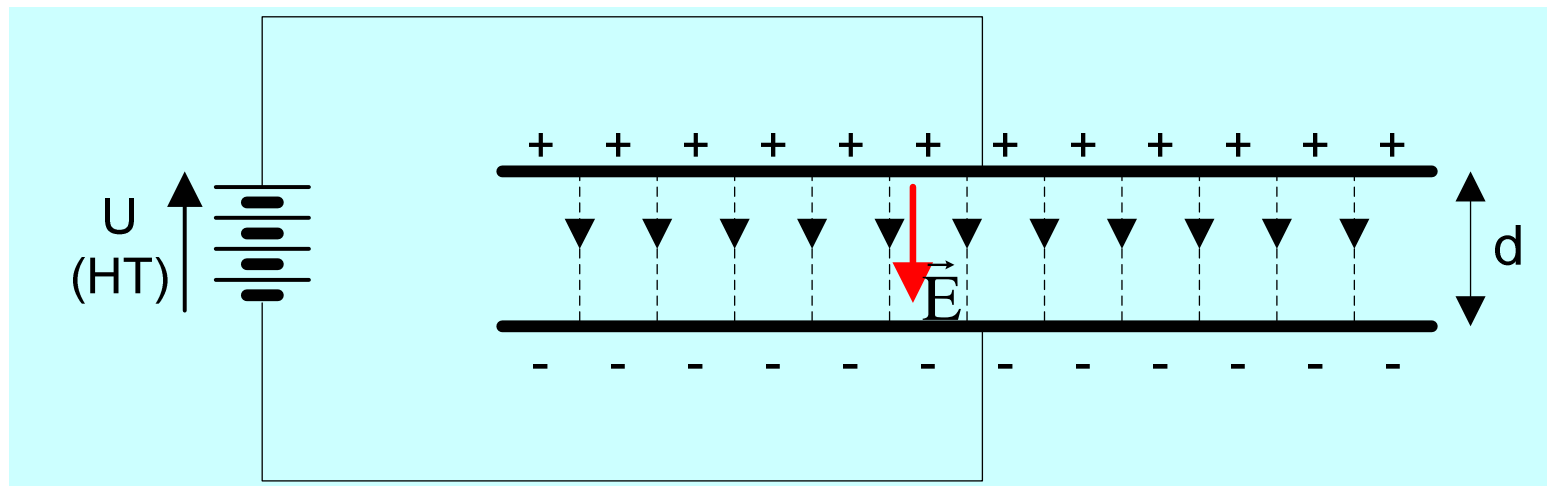
\mathbf{E} est dirigé dans le sens des potentiels décroissants

$\mathbf{E} \perp$ surface équipotentielle ($V = \text{cte}$)

$\mathbf{E} = \mathbf{0}$ dans un volume équipotentiel

Cas particulier : champ uniforme

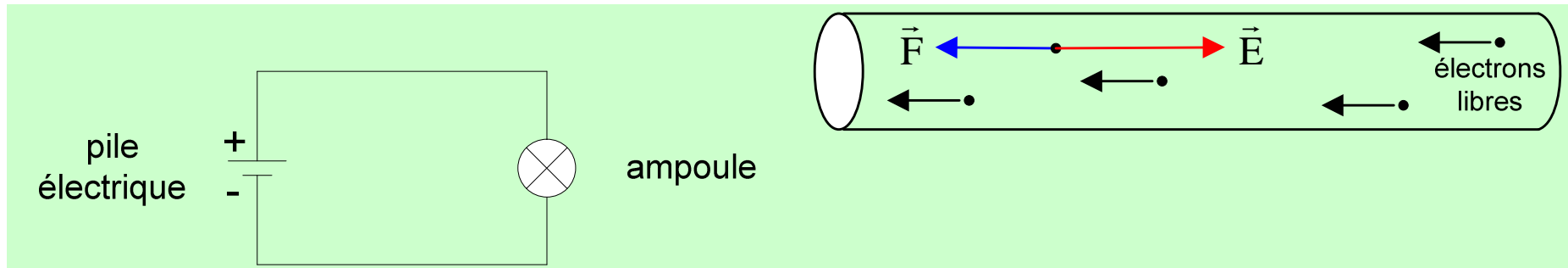
Considérons deux plaques métalliques parallèles, soumises à une tension U (fig. 12) :



$$E = U/d$$

Application : accélération du faisceau d'électrons d'un téléviseur à tube cathodique (25 kV)

Origine du courant électrique (fig. 13)



fem (tension)

⇒ champ électrique

⇒ force électrostatique

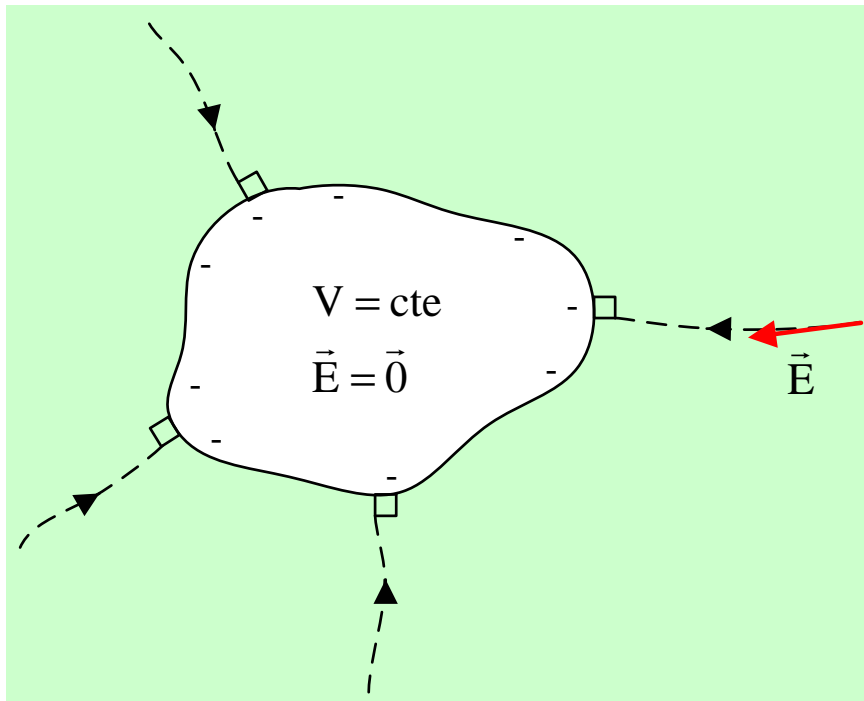
⇒ mise en mouvement des électrons libres

⇒ courant électrique

Chapitre 4

Conducteur en équilibre électrostatique

Soit un conducteur plein chargé négativement (fig. 14) :



Charges uniquement en surface.

Champ nul à l'intérieur
(application : cage de Faraday).

Conducteur équipotentiel ($V = \text{cte}$).

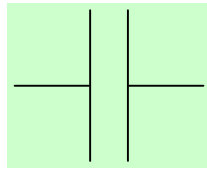
A l'extérieur :

lignes de champ \perp surface

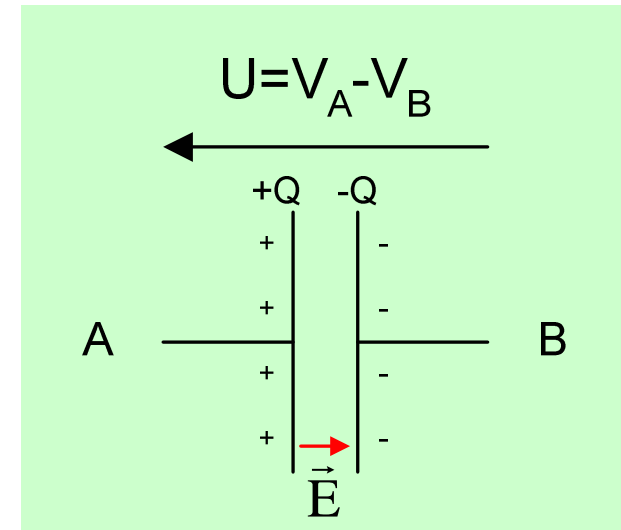
Chapitre 5 Le condensateur

Un condensateur est constitué de deux conducteurs (= armatures) séparés par un isolant (= diélectrique).

Symbole :



Appliquons une tension U
aux bornes d'un condensateur (fig. 15) :



$U \Rightarrow$ champ $\mathbf{E} \Rightarrow$ charges électriques sur les armatures

$Q = Q_A = - Q_B$: charge du condensateur

Capacité électrique (en farad) : $C = Q/U$

Capacité d'un condensateur plan

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r S/d$$

ϵ_r : permittivité diélectrique relative

≈ 1 pour l'air sec

jusqu'à 10 000 pour les céramiques

S : aire de chaque armature (m^2)

d : épaisseur du diélectrique (m)

Champ disruptif (ou rigidité diélectrique)

Au delà d'une certaine intensité (E_d), un isolant devient conducteur.

Exemples :

- Condensateur : $U >$ tension de “claquage”
⇒ destruction du diélectrique



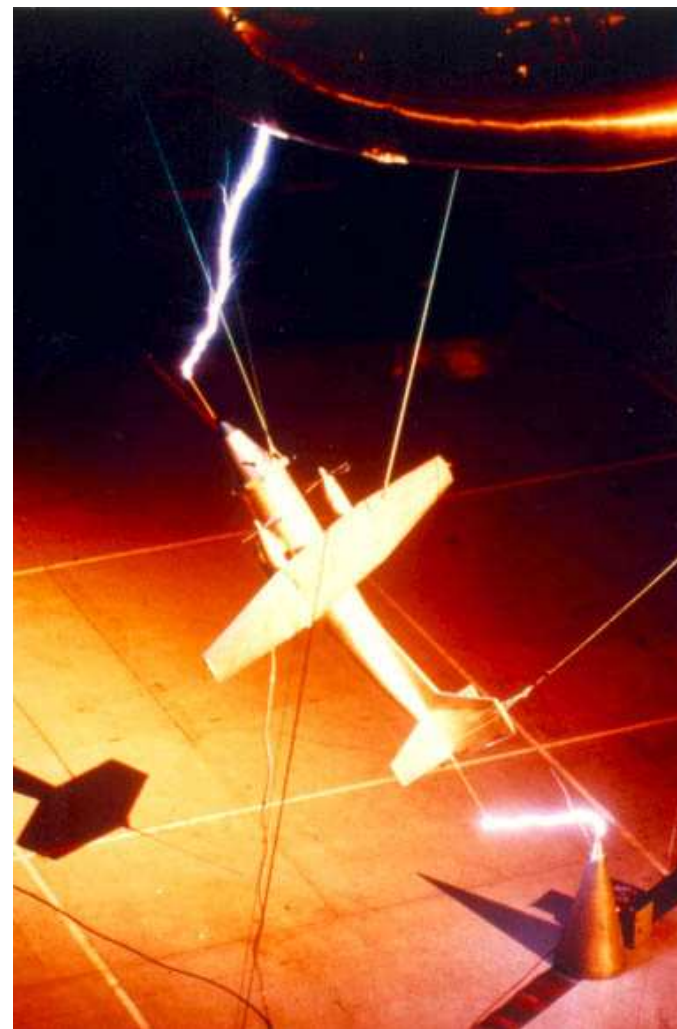
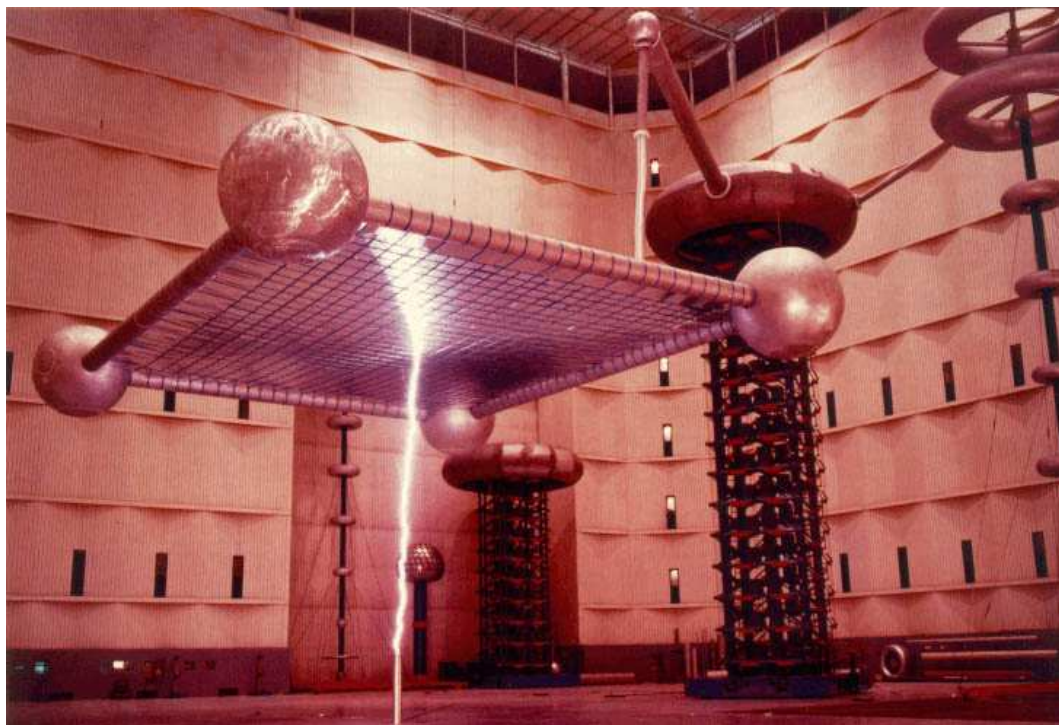
- Air : $E_d \approx 3 \cdot 10^6$ V/m

$d = 1$ mm : $U \gg$ kV ⇒ décharge électrostatique

(bougies d'automobile, briquet piézo-électrique ...)



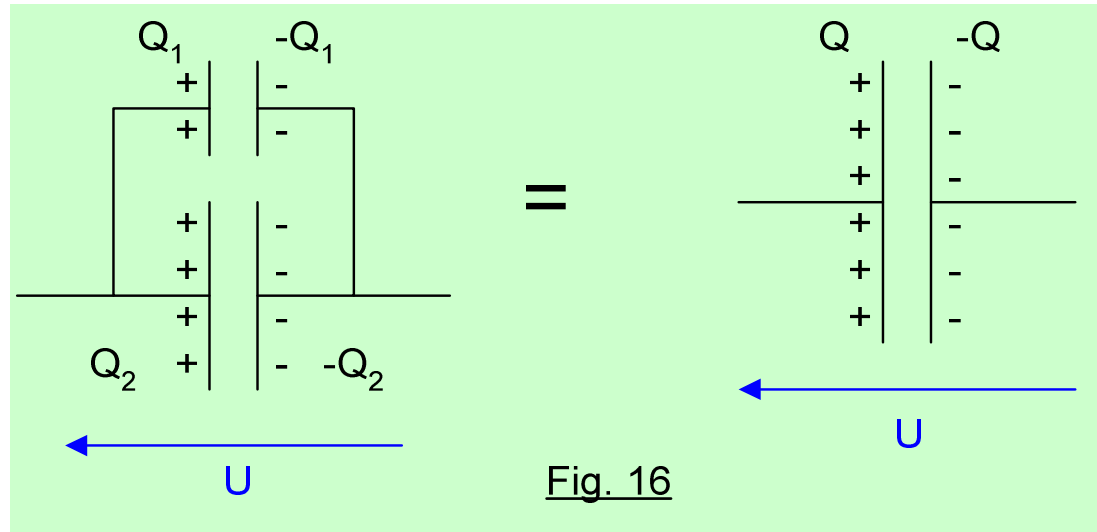
$d \gg m : U \gg MV : \text{foudre}$



Chapitre 6 Compléments sur le condensateur

Association de condensateurs

◆ *en parallèle*



$$Q_1 = C_1 U$$

$$Q_2 = C_2 U$$

$$Q = C_{\text{éq}} U$$

Conservation de la charge : $Q = Q_1 + Q_2$

Donc : $C_{\text{éq}} = C_1 + C_2$

En parallèle, les capacités s'additionnent :

$$C_{\text{éq}} = \sum_i C_i$$

◆ *association en série*

$$\frac{1}{C_{\text{éq}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Energie emmagasinée par un condensateur

Un condensateur contient de l'énergie sous forme électromagnétique :

$$W = \frac{1}{2}CU^2$$

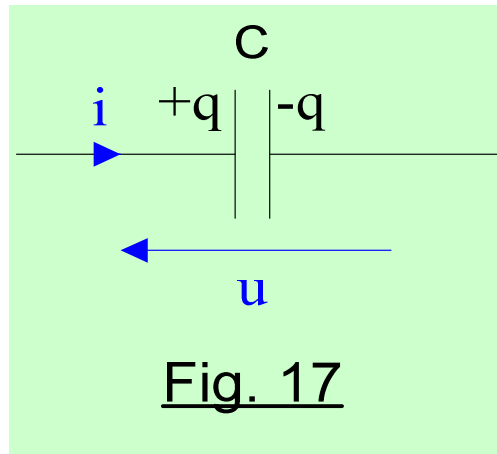
avec :

W : énergie en joule (J)

C : capacité (F)

U : tension aux bornes (V)

Relation entre courant et tension dans un condensateur



Rappel :

L'intensité du courant électrique i (en A) est définie par :

$$i = + \frac{dq}{dt}$$

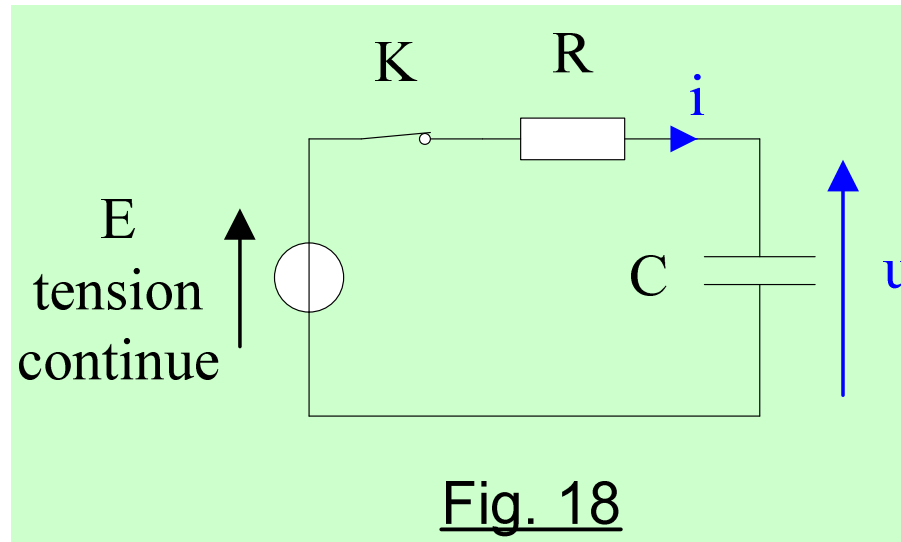
$$q = +Cu$$

d'où :

$$i = +C \frac{du}{dt} \quad (\text{en convention récepteur})$$

Charge et décharge d'un condensateur

◆ *Charge d'un condensateur à travers une résistance*



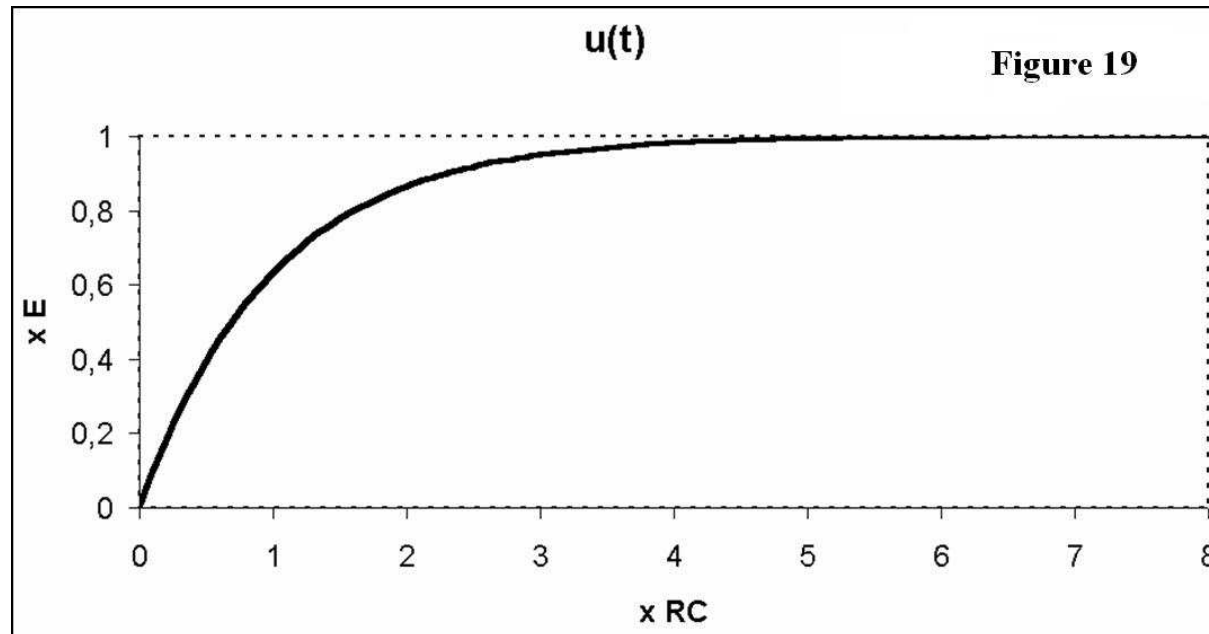
Loi des branches : $E = Ri + u$

On obtient une équation différentielle :

$$u + RC \frac{du}{dt} = E$$

Supposons le condensateur initialement déchargé ($u = 0 \text{ V}$).
On ferme K à l'instant $t = 0$.

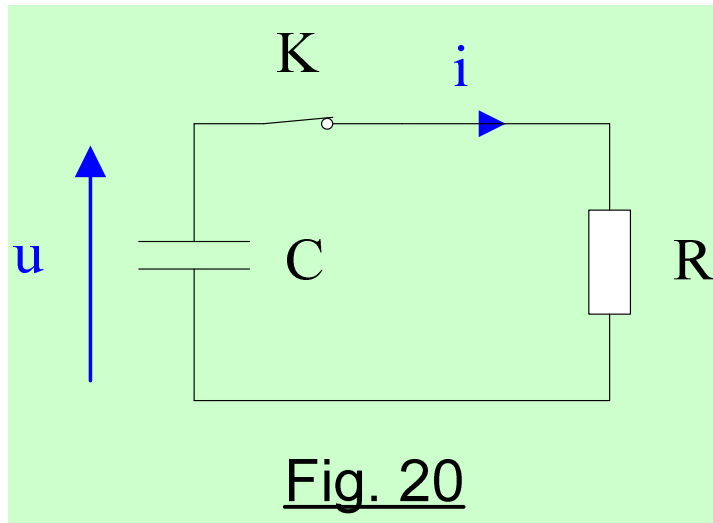
Solution : $u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$



$\tau = RC$ est la constante de temps du circuit.

Remarque : après une durée de 3τ , le condensateur est chargé à 95 %

◆ *Décharge d'un condensateur à travers une résistance*



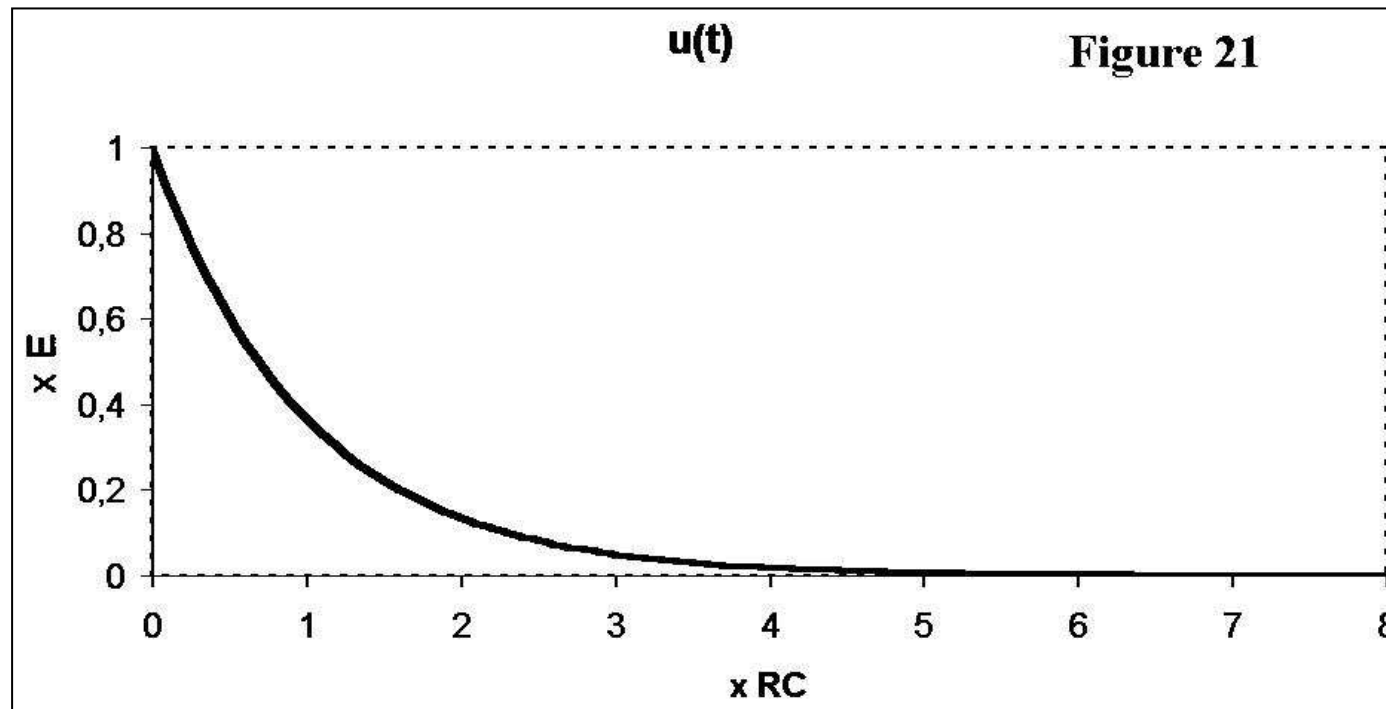
Loi d'Ohm : $u = +Ri$

$$i = -C \frac{du}{dt}$$

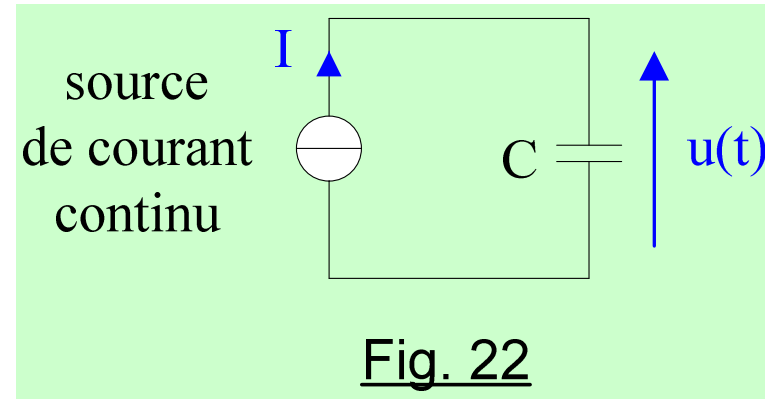
d'où : $u + RC \frac{du}{dt} = 0$

Supposons le condensateur initialement chargé ($u = E$).
On ferme K à $t = 0$.

Solution : $u(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

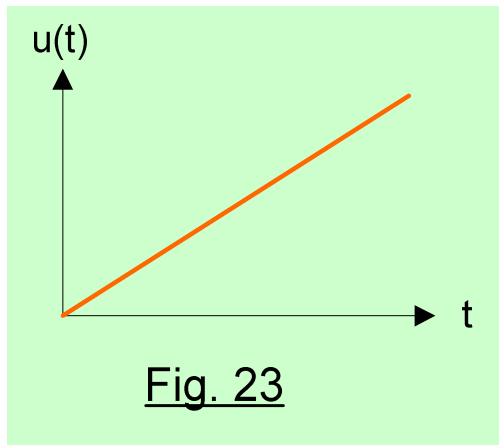


◆ *Charge à courant constant*



$$I = +C \frac{du}{dt}$$

La charge est linéaire (tension en forme de rampe) :

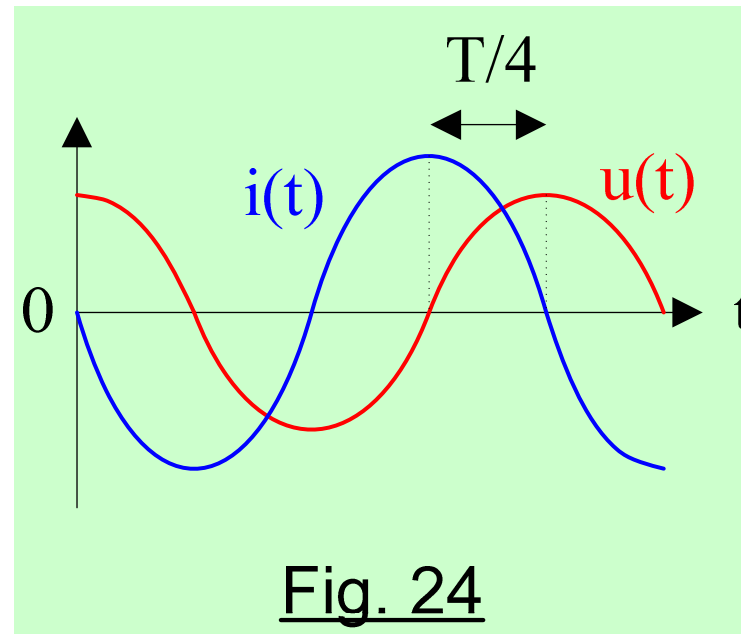


penne : $\frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{I}{C}$

Condensateur en régime sinusoïdal

Alimentons un condensateur avec une tension sinusoïdale alternative de pulsation ω .

$$\begin{aligned}i(t) &= C \frac{du(t)}{dt} \\&= C \frac{d}{dt} \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) \\&= C \hat{U} \omega \cos(\omega t + \varphi_u) \\&= C \hat{U} \omega \sin\left(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}$$



Déphasage : $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i = -90^\circ$

Impédance : $Z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{1}{C\omega}$