



---

# Chapitre V :

## Torsion

[www.Mcours.com](http://www.Mcours.com)

Site N°1 des Cours et Exercices Email: [contact@mcours.com](mailto:contact@mcours.com)

---

**L. DOUADJI**

Faculty of Mechanical Engineering & Process Engineering  
Department of Materials Science



---

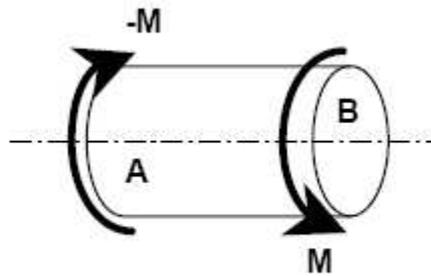
## Sommaire

1. Définition
2. Déformations – Angle de torsion  $\theta$ 
  - 2.1. Constatations expérimentales
  - 2.2 Angle unitaire de torsion  $\theta$
3. Essai de torsion
4. Contrainte tangentielle et angle de torsion
5. Moment tangentielle  $M_t$  et l'angle de torsion  $\theta$
6. Résistance à la torsion
7. Application

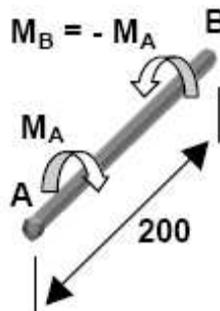
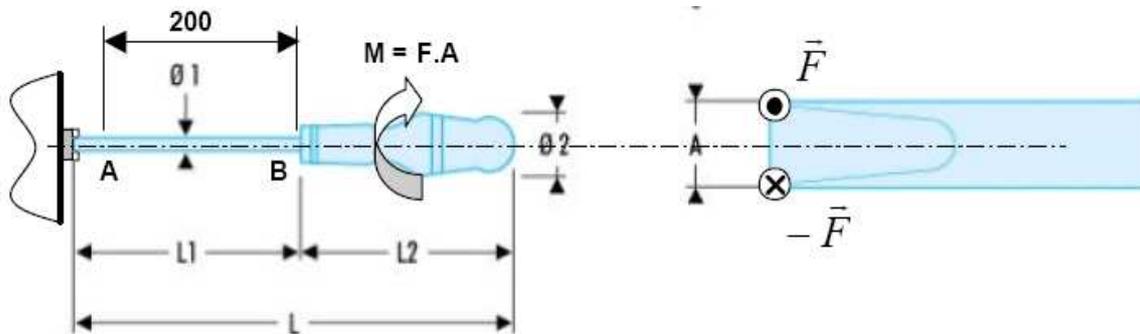


## 1. Définition

Une poutre droite est sollicitée en torsion chaque fois que les actions aux extrémités (A et B) se réduisent à deux couples  $M$  et  $-M$  égaux et opposés.



**Exemple :** Tige de tournevis.



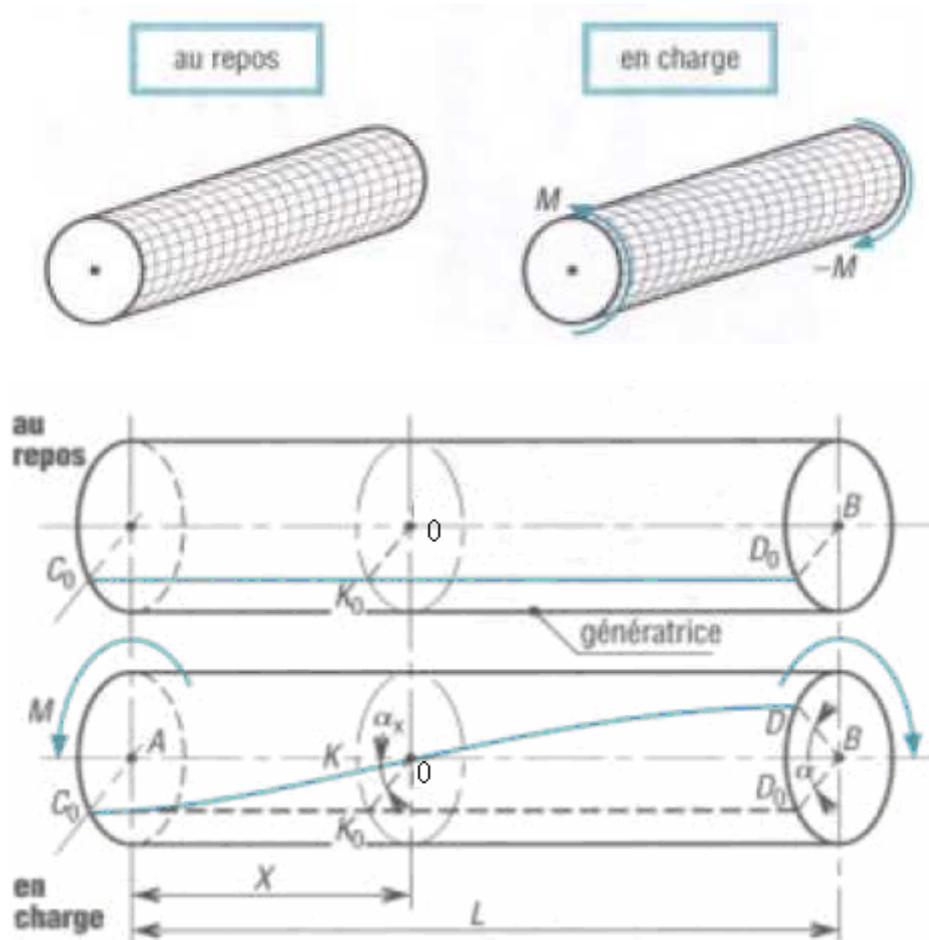
## 2. Déformations – Angle de torsion $\theta$

### 2.1. Constatations expérimentales

Les sections droites avant déformation restent droites après déformation (planes et perpendiculaires à la ligne moyenne).

Les fibres ou génératrices initialement parallèles à la ligne moyenne s'enroulent suivant des hélices autour de cet axe. La longueur des fibres restent sensiblement invariable ou constante (hypothèse des petites déformations).

Les sections droites tournent ou glissent en bloc les unes par rapport aux autres (rotations d'axe le ligne moyenne). Les rayons GK restent droits dans le domaine élastique, mais s'incurvent dans le domaine plastique.



$\alpha_x$  = angle  $(OK_0, OK)$  = angle de torsion entre les sections droites A et G

$\alpha$  = angle  $(BD_0, BD)$  = angle de torsion de la poutre.

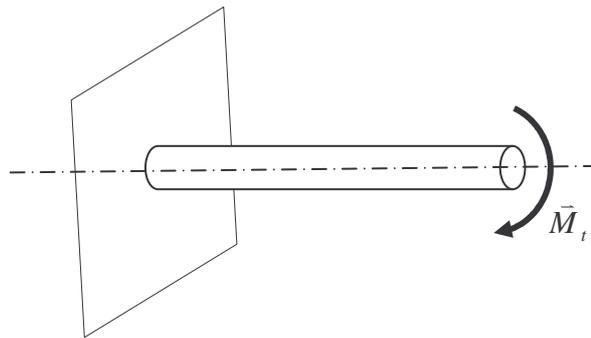
## 2.2 Angle unitaire de torsion $\theta$

Si on suppose que les sections droites tournent toutes entre elles de la même façon, alors l'angle de torsion entre deux sections droites quelconques est proportionnel à la distance entre celles-ci. Autrement dit :

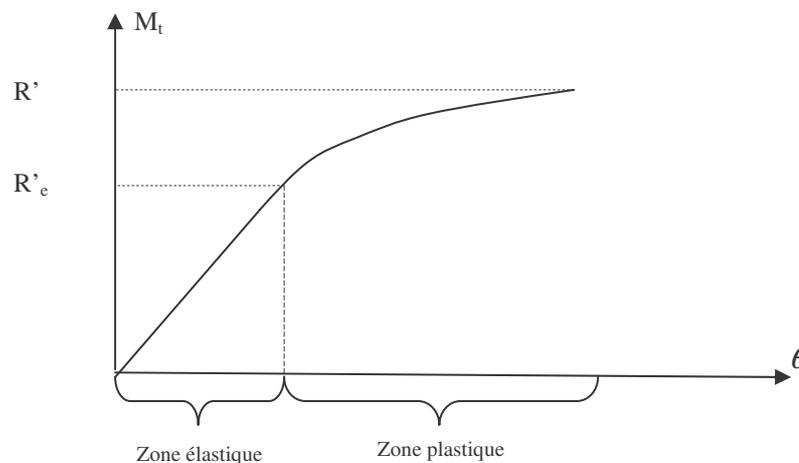
$$\frac{\Delta\alpha}{L} = \frac{\Delta\alpha_x}{X} = \theta = \text{angle unitaire de torsion}$$

## 3. Essai de torsion

L'essai est réalisé sur une éprouvette cylindrique dont une extrémité est fixe, et sur l'autre extrémité s'exerce un couple de torsion dont le moment de torsion  $M_t$  croît lentement.



On trace le diagramme qui permet de voir comment varie, en fonction du moment de torsion, l'angle  $\theta$  dont tournent, l'une par rapport à l'autre, les sections extrêmes de l'éprouvette le diagramme obtenu est analogue à celui de l'essai de cisaillement



La poutre n'ayant subi aucune variation de longueur  $N=0 \rightarrow \sigma_n = 0$ .

Sur le diagramme nous retrouvons aussi :

$R_e'$  : Limite élastique.

$R'$  : Limite à la rupture.

#### 4. Contrainte tangentielle et angle de torsion

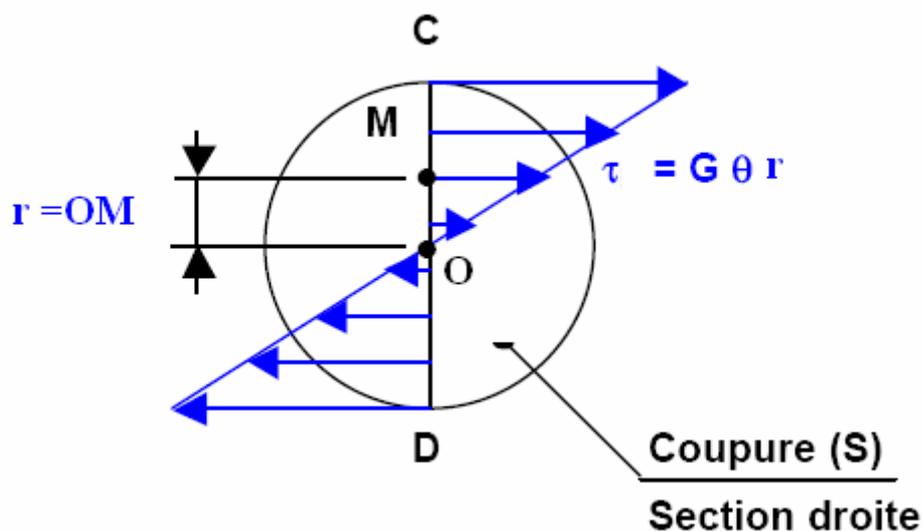
Dans ce qui suit, nous supposons les déformations sont élastiques et par conséquent très petit.

Le glissement, qui n'est qu'un cisaillement de torsion, est caractérisé par l'angle de déviation  $\gamma$ , et lui correspond une contrainte tangentielle.

$$\tau = G.\gamma$$

$$\gamma = r. \frac{\Delta\alpha}{\Delta x}$$

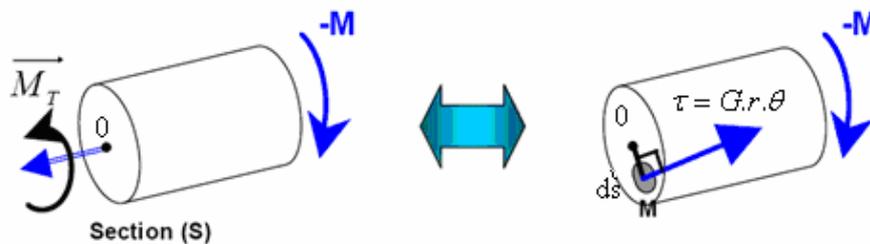
$$\tau = G.r.\theta$$



## 5. Moment tangentielle $M_t$ et l'angle de torsion $\theta$

Dans l'hypothèse de sections droites, la contrainte tangentielle  $\tau$  est perpendiculaire au rayon  $r$ .

L'équilibre de l'éprouvette décrite dans l'essai de torsion est assuré si :



$$\sum \vec{M}_{ex/0} = \vec{C} + \underbrace{\iint_S r \cdot \vec{\tau} \cdot ds}_{M_t} = \vec{0}$$

$$\text{Donc : } M_t = \iint r ds (G r \theta) = G \cdot \theta \cdot \underbrace{\iint r^2 ds}_{\text{moment d'inertie } I_0}$$

D'où l'angle de torsion s'écrit

$$\theta = \frac{1}{G} \cdot \frac{M_t}{I_0}$$

La contrainte tangentielle ou de glissement en un point d'une section droite situé à une distance  $r$  de la fibre neutre, a pour expression :

$$\tau = r \cdot \frac{M_t}{I_0}$$

## 6. Résistance à la torsion

Comme pour la traction et compression, on définit une résistance à la torsion pratique  $R'_p$  nettement inférieure à la limite élastique de glissement  $R'_e$ .

Pour qu'une pièce sollicitée à la torsion résiste en toute sécurité, il faut que :

$$\tau \leq R'_p$$



---

## 7. Application

**[www.Mcours.com](http://www.Mcours.com)**  
Site N°1 des Cours et Exercices Email: [contact@mcours.com](mailto:contact@mcours.com)