

Chapitre 4 Evaluation des ouvertures des fissures

4.1. Introduction

La modélisation numérique de l'amorçage et de la propagation de fissures est importante pour la sécurité et la durabilité des structures. Pour beaucoup des structures, la durabilité est non seulement liée au chargement mécanique mais à d'autres propriétés matérielles (par exemple les propriétés de transfert).

Les codes des structures en béton armé proposent des relations empiriques pour décrire les ouvertures de fissures sous chargement de service prenant en considération le type d'exposition environnemental. Les relations basées sur l'expérimentation sont applicables aux structures simples et ne peuvent pas être généralisées particulièrement quand la structure est exposée aux environnements agressifs.

Dans le chapitre précédent les modèles d'endommagement ont été incapables de reproduire la fissuration, seules les cartes d'endommagement sont accessibles. L'objectif de ce chapitre est de quantifier la fissuration, c'est-à-dire d'obtenir des informations concernant la position, l'ouverture et la direction des fissures induites par le chargement imposé. Pour cela on a proposé d'implémenter le modèle de "OUF" (M. Matallah 2006) sur Cast3m afin de réaliser des calculs en multifibre (3D) et évaluer les ouvertures de fissures par une approche semi globale.

4.2 Modèle de OUF « Ouverture Unitaire de Fissures » [5]

Ce modèle propose une formulation proche des modèles de la fissuration diffuse (Rashid, 1968; Deborst et al, 1985; Bazant et al, 1983) [5], il introduit la notion d'ouverture de fissure. Les conséquences des ouvertures des microfissures sur le champ de déformation sont modélisées par un tenseur symétrique d'ouverture de fissure ϵ_{ouf} . Le champ des déplacements dû à l'ouverture des fissures reste compatible avec la variable tensorielle ϵ_{ouf} .

Le modèle est basé sur la mécanique de l'endommagement et la thermodynamique des processus irréversibles. On postule l'existence d'un potentiel thermodynamique duquel dérivent les lois d'états, ce potentiel doit être convexe par rapport aux variables d'état choisies [5].

$$\forall \epsilon_{kl}^{an}, \forall D, \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl}(\epsilon_{kl} - DS\epsilon_{kl}^{an}) \quad (4.1)$$

S : indicateur d'ouverture de fissure.

Si : S=1 Fissure complètement ouverte.

$$\epsilon_{kl}^{ouf} = S\epsilon_{kl}^{an} = \epsilon_{kl}^{an} \quad (4.2)$$

Si : S=0 Fissure complètement fermée.

$$\epsilon_{kl}^{ouf} = S\epsilon_{kl}^{an} = 0 \quad (4.3)$$

D : La variable scalaire d'endommagement.

La forme du potentiel énergie libre spécifique de Helmholtz Ψ est donnée sous la forme suivante:

$$\rho\Psi = \frac{1}{2} C_{ijkl} : (\epsilon_{kl} - D\epsilon_{kl}^{ouf}) : (\epsilon_{kl} - D\epsilon_{kl}^{ouf}) + f(p) \quad (4.4)$$

ρ : Masse volumique ; Ψ : Potentiel d'état.

C_{ijkl} : Tenseur d'élasticité du matériau vierge.

ϵ_{ij} : Tenseur d'ordre 2 de déformation totale; ϵ_{ij}^{an} : Tenseur de déformation anélastique.

ϵ_{ij}^{ouf} : Tenseur d'ouverture de fissures.

p : Variable interne représentant l'état d'écrouissage (déformation anélastique cumulée).

Les variables forces thermodynamique associées aux variables d'état sont données par :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = C_{ijkl} : (\varepsilon_{kl} - D \varepsilon_{kl}^{ouf}) \quad (4.5)$$

$$\sigma_f = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ouf}} = -D C_{ijkl} : (\varepsilon_{kl} - D \varepsilon_{kl}^{ouf}) \quad (4.6)$$

$$Y = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = -\varepsilon_{kl}^{ouf} : C_{ijkl} : (\varepsilon_{kl} - D \varepsilon_{kl}^{ouf}) \quad (4.7)$$

Les forces d'érouissage et leurs variables associées sont liées par une loi exponentielle :

$$R_i = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial p} = (a_i p_i + f_i^0) * \exp(-b_i p_i) - f_i^0 \quad (4.8)$$

Le paramètre (a) pilote le comportement avant pic (érouissage positif). Le comportement en traction est supposé linéaire jusqu'au pic $a=0$.

La convexité du potentiel thermodynamique par rapport à la déformation est toujours assurée :

$$\rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_k} = C_{ijkl} \geq 0 \quad (4.9)$$

Le critère de rupture proposé est un critère de rupture multi-surfaces formé de deux critères de Drucker Prager, l'un pour modéliser la traction et l'autre pour la compression.

L'écoulement anélastique est séparé (mathématiquement) de l'endommagement. La fonction de charge est exprimée en terme de contraintes effectives $\tilde{\sigma}$ tel que :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - D \varepsilon_{kl}^{ouf}) - C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{ouf} (1 - D) \quad (4.10)$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{ouf}) \quad (4.11)$$

Le critère de traction s'écrit:

$$F_t = \alpha_t J_2(\tilde{\sigma}) + \beta_t I_1(\tilde{\sigma}) - R_t - Knst_t \quad (4.12)$$

J_2 : est le deuxième invariant du tenseur de contraintes déviatoriques.

I_1 : est le premier invariant du tenseur de contraintes.

R_t : est l'érouissage de traction.

$Knst_t$: limite élastique en traction.

Le critère de compression s'écrit:

$$F_c = \alpha_c J_2(\tilde{\sigma}) + \beta_c I_1(\tilde{\sigma}) - R_c - Knst_c \quad (4.13)$$

R_c , $Knst_c$: sont respectivement la fonction d'érouissage de compression et la limite élastique en compression.

Les paramètres α_t , β_t , α_c , β_c sont identifiés de manière à obtenir une surface seuil proche de celle donnée par l'expérimentation (figure 4.1).

Les lois d'évolution des variables internes sont données par la règle de normalité

$$\varepsilon_{ij}^{ouf} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.14)$$

Pour décrire le comportement en traction et de garder le caractère associé du modèle en compression on propose une loi non associée, les potentiels anélastiques s'écrivent alors :

$$\begin{cases} g_t = \alpha_g J_2(\tilde{\sigma}) + \beta_g I_1(\tilde{\sigma}) - R_t - Knst_t \\ g_c = F_c \end{cases} \quad (4.15)$$

A l'intersection des deux surfaces de charge, l'ambiguïté sur la direction de l'écoulement anélastique est levée par la proposition de Koiter qui considère cette contribution conformément à l'écriture suivante :

$$\varepsilon_{ij}^{ouf} = \dot{\lambda}_t \left\{ \frac{\partial g_t}{\partial \sigma_{ij}} \right\} + \dot{\lambda}_c \left\{ \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\} \quad (4.16)$$

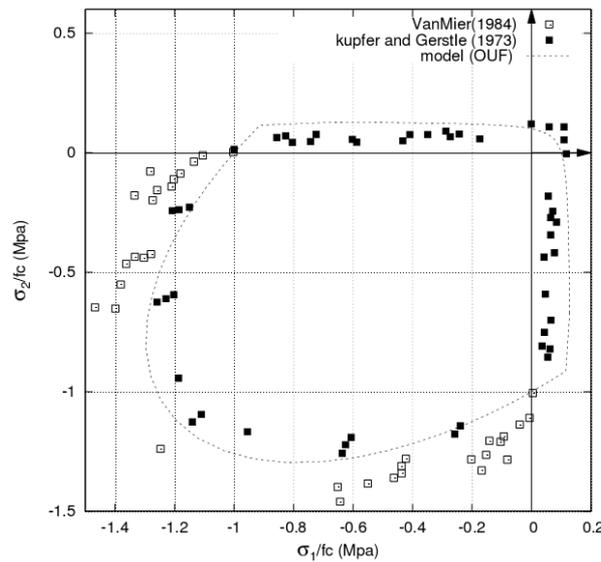


Figure 4.1 Surface de rupture dans le plan (σ_1, σ_2)

$$\varepsilon^{ouf} = \varepsilon_t^{ouf} + \varepsilon_c^{ouf} \quad (4.17)$$

Où $\dot{\lambda}_t, \dot{\lambda}_c$ représentent respectivement les multiplicateurs anélastiques en traction et en compression.

La prise en compte du caractère unilatéral est facile grâce à la nouvelle formulation proposée. La fonction S citée dans l'introduction permet d'annuler progressivement les déformations anélastiques créées en traction quand le matériau est soumis à un chargement de compression. La variable ε^{ouf} s'écrit:

$$\varepsilon^{ouf} = S \varepsilon_t^{an} + \varepsilon_c^{an} \quad (4.18)$$

La fonction S est donnée par :

$$S = 1 - \frac{f_t(\tilde{\sigma}, R)}{f_t(\sigma_f, R)} \quad (4.19)$$

σ_f : représente la contrainte au point de restauration de la raideur (donnée expérimentale).

La loi d'évolution d'endommagement :

$$D = 1 - \exp(-\xi \cdot p) \quad (4.20)$$

ξ : Paramètre intrinsèque du matériau à identifier.

L'introduction de la variable "OUF" nous a permis d'écartier les méthodes classiques de séparation de tenseurs de contraintes ou de déformations pour la prise en compte de l'effet unilatéral qui provoque des discontinuités dans la réponse contraintes-déformations [5].

4.3 Ecriture uni-axiale du modèle [5]

Afin d'implémenter le modèle en multifibre dans cast3m seule l'écriture uni-axial est nécessaire. En uni-axiale le modèle s'écrit :

$$\forall \varepsilon^{an}, \forall D, \quad \sigma = E(\varepsilon - DS\varepsilon^{an}) \quad (4.21)$$

S : indicateur d'ouverture de fissure.

Si : S=1 Fissure complètement ouverte.

$$\varepsilon^{ouf} = S\varepsilon^{an} = \varepsilon^{an} \quad (4.22)$$

Si : S=0 Fissure complètement fermée.

$$\varepsilon^{ouf} = S\varepsilon^{an} = 0 \quad (4.23)$$

Si : S=1, la contrainte effective est de la forme suivante :

$$\tilde{\sigma} = E(\varepsilon - \varepsilon^{an}) = E(\varepsilon - \varepsilon^{ouf}) \quad (4.24)$$

Dans le cas uni-axiale le choix de l'écrouissage est isotrope la fonction de charge s'écrit de la manière suivante :

$$F = \tilde{\sigma} - R - K_{nst} \quad (4.25)$$

$$R = R_{\infty} * [1 - \exp(-b * p)] \quad (4.26)$$

R_{∞} : La valeur d'écrouissage limite.

b : Paramètre à identifier.

Les lois d'évolution :

$$\dot{\varepsilon}^{ouf} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (4.27)$$

$$\dot{p} = -\lambda \frac{\partial F}{\partial R} = \dot{\lambda} \quad (4.28)$$

$$D = 1 - \exp(-\xi \cdot p) \quad (4.29)$$

4.4 Implémentation numérique du modèle sur Cast3M [5]

La loi de comportement représente un point clé dans le processus de résolution, l'étape locale d'intégration précise et conditionne d'une manière significative la robustesse de la méthode de résolution.

L'algorithme utilisé pour l'intégration est connu sous le nom de "GCP" Generalized Cutting Plane Algorithm (Méthode du plan sécant). Il calcul les variables internes de la loi de

comportement au temps t_{n+1} connaissant l'état initial au temps t_n en utilisant des développements limités effectués sur les fonctions critères intervenant dans la modélisation du matériau. Comme pour les méthodes de type Newton, une initialisation élastique est effectuée (violation du critère de rupture $f_i > 0$). Les corrections sur les variables internes sont effectuées à déformation constante pour les problèmes à déformations imposées ou à contraintes constantes pour les problèmes à contrainte imposée (*elastic predictor-anelastic corrector*).

Comme on l'a vu précédemment, l'endommagement est calculé à partir des déformations anélastiques. L'écoulement anélastique intervient sans endommagement. A chaque itération, les variables du modèle sont corrigées. Les corrections anélastiques apportées aux déformations sont calculées au travers la déformation des multiplicateurs anélastiques à endommagement fixé.

Le processus de calcul est réitéré jusqu'à la convergence (respect du retour sur la surface seuil $f_i \approx 0$) figure 4.2. L'algorithme est en effet transformé en un problème d'optimisation gouverné par les conditions de Kuhn-Tucker.

Dans le cas d'un critère multi-surfaces, on écrit :

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad F_i \leq 0 \quad \dot{\lambda} F_i = 0 \quad (4.26)$$

L'algorithme est traduit par une séquence d'approximations :

$$\Delta \lambda_i^{(n,k+1)} = \Delta \lambda_i^{(n,k)} + \delta \lambda_i \quad (4.27)$$

$$\sigma^{(n,k+1)} = \sigma^{(n,k)} - \sum_{i=1}^N \delta \lambda_i C_e \frac{\partial g_i^{(n,k)}}{\partial \sigma} \quad (4.28)$$

La valeur du multiplicateur anélastique λ_i est déterminée à partir d'un développement limité d'ordre 1 de l'équation $f_i = 0$:

$$f_i^{(n,k+1)} = f_i^{(n,k)} + \frac{\partial f_i^{(n,k)}}{\partial \sigma} \partial \sigma + \frac{\partial f_i^{(n,k)}}{\partial \lambda_i} \partial \lambda_i = 0 \quad (4.29)$$

Géométriquement, l'algorithme consiste à déterminer le point d'intersection de la surface de charge (ou potentiel plastique dans le cas de la théorie non associée) et la ligne définie par $(\sigma^{(n,k+1)} - \sigma^{(n,k)})$ dans la direction de l'écoulement anélastique au point $\sigma^{(n,k)}$.

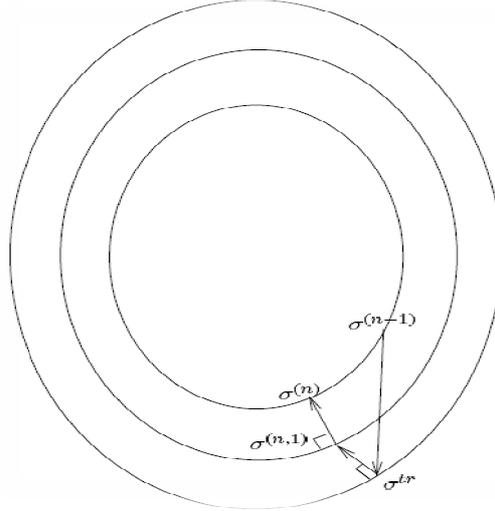


Figure 4.2 Schéma de ‘‘GCP’’ (Cas d’une seule fonction de charge).

La première étape consiste en une prédiction élastique des déformations :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e \\ \dot{\tilde{\sigma}}_{i+1} = \tilde{\sigma}_i + C : \dot{\varepsilon} \end{cases} \quad (4.30)$$

Les valeurs des fonctions de charges sont remises à jour. Selon le nombre de critères actifs ($f_i > 0$), différents cas existent. Nous allons décrire pour chacun la méthode de résolution employée.

4.4.1 Critère de traction actif ($f_t > 0$)

Prédiction élastique :

$$\dot{\tilde{\sigma}} = -C : \varepsilon^e \quad (4.31)$$

Les corrections anélastiques sont calculées à déformation constante :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = 0 \\ \dot{\tilde{\sigma}} = -C : \dot{\varepsilon}_t^{ouf} \\ \dot{\varepsilon}^{ouf} = \lambda \frac{\partial g_t}{\partial \tilde{\sigma}} \end{cases} \quad (4.32)$$

L’expression du multiplicateur anélastique est obtenue en linéarisant la fonction seuil par rapport aux variables internes et en imposant le respect du critère de convergence à l’itération (i+1) :

$$\begin{cases} \dot{F}_t = F_t^{i+1} - F_t^i = \frac{\partial F_t}{\partial \tilde{\sigma}} \dot{\tilde{\sigma}} + \frac{\partial F_t}{\partial R_t} \dot{R}_t \\ F_t^{i+1} \approx 0 \end{cases} \quad (4.33)$$

On a :

$$\frac{\partial F_t}{\partial R_t} = \frac{\partial F_t}{\partial R_t} \frac{\partial R_t}{\partial \lambda_t} \partial \lambda_t \quad (4.34)$$

L’expression du multiplicateur anélastique est donnée par la relation :

$$\lambda_t = \frac{-F_t^i}{-\frac{\partial F_t^i}{\partial \tilde{\sigma}} : C : \frac{\partial g_t}{\partial \tilde{\sigma}} - \frac{\partial R_t}{\partial \lambda_t}} \quad (4.35)$$

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}^{ouf} = \dot{\lambda} \cdot \frac{\partial g_t}{\partial \tilde{\sigma}} \\ \dot{P}_t = \dot{\lambda}_t \\ \sigma^{i+1} = \sigma^i - C : \dot{\varepsilon}_t^{ouf} \\ R_{i+1} = R_i + \dot{R} \end{cases} \quad (4.36)$$

Les itérations se poursuivent jusqu'à la vérification du critère de convergence $f_t \approx 0$. L'endommagement est par la suite calculé par la formule :

$$D = 1 - \exp(-\xi \cdot p_t) \quad (4.37)$$

Le tenseur de contrainte final est donné par :

$$\sigma = E(\varepsilon - D\varepsilon^{ouf}) \quad (4.38)$$

4.5 L'évaluation des ouvertures de fissures OUVFISS [26]

Une approche de modélisation continue basée sur la mécanique d'endommagement est employée pour calculer les ouvertures de fissure dans une structure en béton. M. Matallah et al [26] ont proposés une méthode de post traitement pour extraire les ouvertures de fissure à partir d'un calcul d'endommagement continu en éléments finis. Cette méthode peut être appliquée à tous les modèles continus d'endommagement ou/et plasticité.

On suppose que la fissure se localise dans une bande de largeur h sur laquelle, on considère que les microfissures sont uniformément distribuées.

La dissipation de l'énergie est constante, et donnée par la formule suivante :

$$G_f = \int_0^\infty \sigma d\delta \quad (4.30)$$

$d\delta$: Le saut de déplacement.

Le tenseur de déplacement au niveau de la fissure est calculé comme étant le produit de la déformation de rupture ε_{ij}^{ouf} et la largeur de la bande h .

$$\delta_{ij} = h * \varepsilon_{ij}^{ouf} \quad (4.31)$$

Dans la zone de rupture, la déformation totale contient la partie élastique et une partie de rupture. L'énergie de rupture représente la surface sous la courbe contrainte de déformation.

On considère que dans chaque élément il y a une fissure, la déformation de rupture totale est sous la forme suivante :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{ouf} \quad (4.32)$$

Lors d'un calcul par élément fini, on peut estimer les déformations des ouvertures de fissures à partir des contraintes anélastiques.

$$\sigma_{ij}^{in} = \sigma_{ij} - \tilde{\sigma}_{ij} \quad (4.33)$$

Les contraintes effectives sont calculées à partir des déformations élastiques :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (4.34)$$

La déformation d'ouverture de fissure est donnée par :

$$\varepsilon_{ij}^{ouf} = C_{ijkl}^{-1} \sigma_{ij}^{in} \quad (4.35)$$

L'ouverture normale à la direction de la fissure δ_n est donnée par :

$$\delta_n = n_i \delta_{ij} n_j \quad (4.36)$$

Avec δ_{ij} : Le tenseur de déplacement au niveau de la fissure.

L'ouverture des fissures est calculé on considère que chaque élément est traversé par une seule fissure, la valeur moyen du déplacement est :

$$\delta_n = \int_{element} \varepsilon_n^{ouf} dn = \int_{element} n_i \varepsilon_{ij}^{ouf} n_j dn \quad (4.37)$$

n : la direction normale à la fissure.

4.6 Application de l'énergie de fissuration sur le modèle

Pour régulariser le modèle, une approche énergétique a été proposée afin d'éviter le problème de dépendance au maillage, la méthode appliquée est "Crack band model" où les champs des déformations et des contraintes sont continus la zone de localisation est représentée par une bande de largeur l_c . L'énergie de fissuration est donnée par l'équation suivante :

$$G_f = l_c \int_0^\infty \sigma d\varepsilon^{ouf} \quad (4.38)$$

Pour plus de simplicité, l'équation d'écrouissage isotrope en cas de traction est sous la forme linéaire, et de garder la forme exponentielle en compression, supposons que R s'écrit :

$$R = \frac{-f_t}{\varepsilon_r} \cdot P \quad (4.39)$$

Où P est la déformation anélastique équivalente et ε_r est la déformation à la rupture.

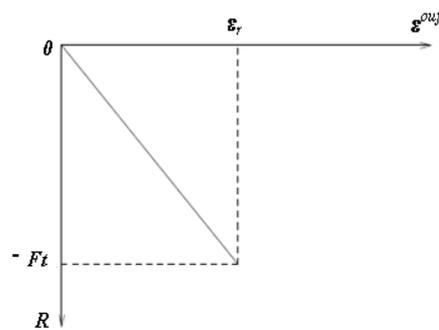


Figure 4.2 Ecrouissage isotrope

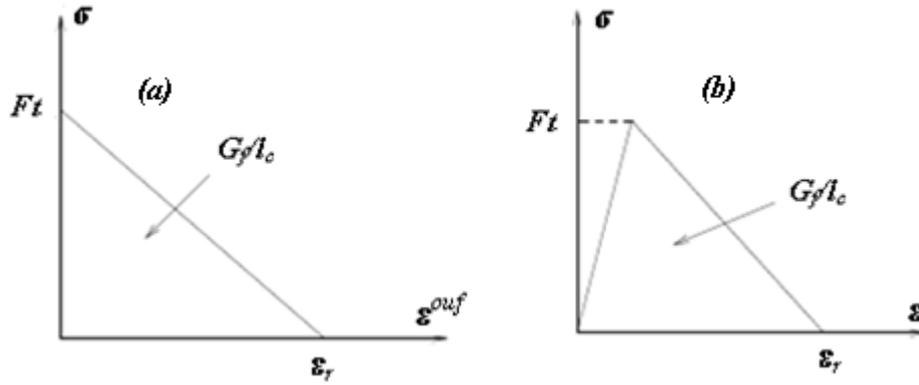


Figure 4.3 Energie de fissuration en traction

Dans le cas uni-axial R s'écrit

$$R = \frac{-f_t}{\varepsilon_r} \varepsilon^{ouf} \quad (4.40)$$

L'énergie de fissuration représente l'aire sous la courbe $(\sigma - \varepsilon^{ouf})$ La figure 4.3 (a) ou $(\sigma - \varepsilon)$ la figure 4.3 (b).

En traction uni-axiale, nous écrivons :

$$G_f = l_c \int_0^{\infty} \sigma d\varepsilon^{ouf} \quad (4.41)$$

$$G_f = l_c \int_0^{\infty} E(\varepsilon - D\varepsilon^{ouf}) d\varepsilon^{ouf} \quad (4.42)$$

Sachant D s'écrit :

$$D = 1 - \exp(-\xi \cdot \varepsilon^{ouf}) \quad (4.43)$$

En traction, on peut écrire (puisque l'écroutissement est linéaire).

$$\varepsilon^{ouf} = \varepsilon_r \frac{\varepsilon - \varepsilon_{d0}}{\varepsilon_r - \varepsilon_{d0}} \quad (4.44)$$

$$\frac{G_f}{El_c} = \int_0^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon^{ouf}) d\varepsilon^{ouf} + \int_0^{\infty} \varepsilon^{ouf} \exp(-\xi \cdot \varepsilon^{ouf}) \cdot d\varepsilon^{ouf} \quad (4.45)$$

$$\int_0^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon^{ouf}) d\varepsilon^{ouf} = \int_0^{\varepsilon_r} (\varepsilon - \varepsilon^{ouf}) d\varepsilon^{ouf} + \int_{\varepsilon_r}^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon^{ouf}) d\varepsilon^{ouf} \quad (4.46)$$

Sachant que :

$$\int_{\varepsilon_r}^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon^{ouf}) d\varepsilon^{ouf} = 0 \quad (4.47)$$

$$\int_0^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon^{ouf}) d\varepsilon^{ouf} = \int_0^{\varepsilon_r} (\varepsilon - \varepsilon^{ouf}) d\varepsilon^{ouf} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_{d0}}{2} \quad (4.48)$$

$$\int_0^{\infty} \varepsilon^{ouf} \exp(-\xi \cdot \varepsilon^{ouf}) \cdot d\varepsilon^{ouf} = \frac{1}{\xi^2} \quad (4.49)$$

$$G_f = El_c \left[\frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_{d0}}{2} + \frac{1}{\xi^2} \right] = l_c \frac{f_t \varepsilon_r}{2} + l_c \frac{E}{\xi^2} \quad (4.50)$$

Nous allons prendre le paramètre d'endommagement ξ comme variable constante, et calculer ε_r en fonction des paramètres (G_f, f_t, l_c, ξ).

$$\varepsilon_r = 2 \left[\frac{G_f}{l_c f_t} - \frac{1}{\xi^2 \varepsilon_{d0}} \right] \quad (4.51)$$

Le paramètre ε_r qui nous permet de calculer la branche descendante de la courbe, est fonction de la taille des éléments du maillage. L'énergie de fissuration, dans une bande d'éléments est indépendante de la taille des mailles.

Le deuxième paramètre dans l'équation (4.50) représente l'énergie de fissuration due à l'endommagement et fonction du paramètre ξ qui n'est pas une caractéristique intrinsèque du matériau

On calcule l'énergie de fissuration à partir de la contrainte réelle et la contrainte effective, pour savoir la contribution de l'endommagement sur l'énergie de fissuration :

$$G_f = l_c \int_0^\infty \sigma d\varepsilon^{ouf} \quad (4.52)$$

$$\tilde{G}_f = l_c \int_0^\infty \tilde{\sigma} d\varepsilon^{ouf} \quad (4.53)$$

G_f : Représente l'énergie de fissuration calculée à partir de la contrainte réelle.

\tilde{G}_f : Représente l'énergie de fissuration calculée à partir de la contrainte effective.

La contrainte effective ne fait pas intervenir l'endommagement, on a :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{ouf}) \quad (4.54)$$

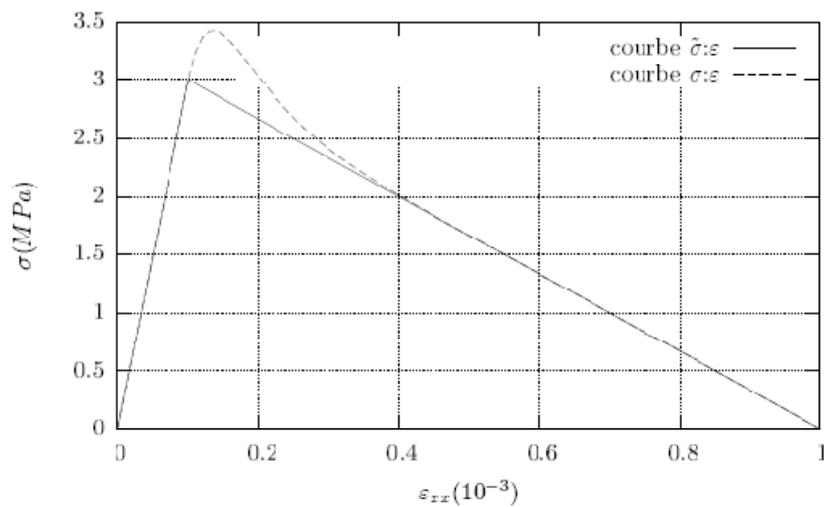


Figure 4.4 Apport de l'endommagement sur l'énergie de fissuration

Sur la figure (4.4), les deux aires $\frac{G_f}{L_c}$ et $\frac{\tilde{G}_f}{L_c}$ sont représentées. L'apport de l'endommagement sur l'énergie de fissuration est inférieur à 5%, ce qui nous permet de considérer :

$$G_f = \tilde{G}_f = l_c \frac{f_t \varepsilon_r}{2} \quad (4.55)$$

$$\varepsilon_r = \frac{2 G_f}{l_c f_t} \quad (4.56)$$

La déformation à la rupture est en fonction de trois paramètres caractéristiques du comportement du matériau (G_f , f_t , l_c).

4.7 Application sur CAST3M par le modèle de OUF

Pour valider les résultats avec le modèle implémenté en multifibre (3D) sur CAST3M on a choisit la poutre LMT, afin de trouver la réponse globale, l'endommagement et les ouvertures de fissures.

Pour simuler la poutre on a choisit trois différentes discrétisations $l_c = 10\text{cm}$, $l_c = 5\text{cm}$ et $l_c = 2\text{cm}$

l_c : La distance entre deux sections en multifibre.

Les paramètres du modèle sont donnés dans le tableau suivant :

Paramètres de modèle	Valeur
Kconst (Seuil d'endommagement en traction)	$3 \times 10^{+6}$ Pa
Beta (Seuil d'endommagement en compression)	$-3 \times 10^{+6}$ Pa
SSI (Constante du matériau)	$4 \times 10^{+4}$
G_f (Energie de rupture)	100 N/m
$EPSR = 2 \cdot G_f / l_c \cdot f_t$ (La déformation à la rupture)	2×10^{-3} m
SIGF (Contrainte de la refermeture de fissure)	$1.5 \times 10^{+6}$ Pa

Tableau 3.2 Tableau des paramètres du modèle "OUF" utilisés dans la simulation [5].

4.7.1 Résultats des simulations

4.7.1.1 Réponses globales

a. Cas statique monotone

La figure suivante (4.5) présente la réponse statique de la poutre pour différentes discrétisations caractéristique du maillage l_c .

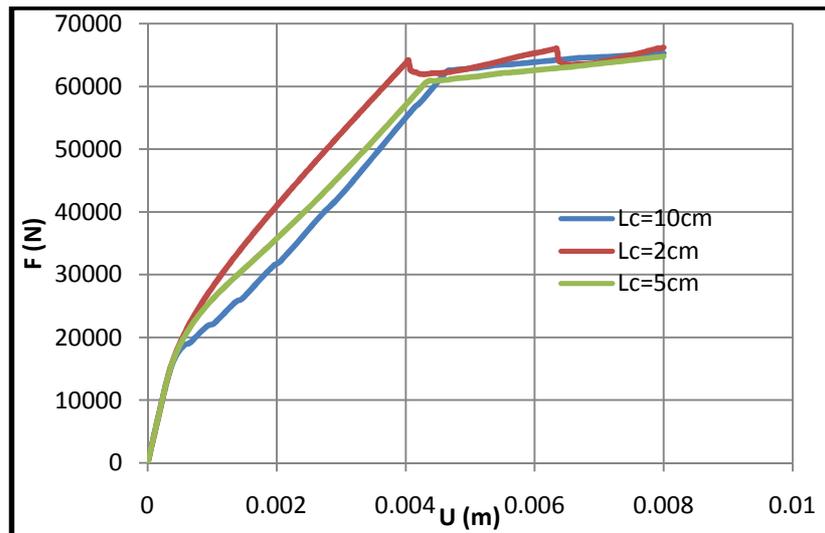


Figure 4.5 La réponse globale de la poutre LMT dans le cas statique.

La simulation de la poutre dans le cas statique en utilisant l'énergie de fissuration G_f avec différentes largeurs de localisation nous donne la même réponse globale. Les trois courbes sont confondues dans la partie élastique. Ainsi on remarque que l'effort ultime est correctement estimé sur le palier plastique pour les trois cas. Ceci montre aussi l'efficacité de l'approche énergétique.

b. Cas cyclique

La poutre LMT a été simulée par le modèle de OUF (M.Matallah 2006) le ferrailage utilisé est de 2T12 dans la partie supérieure et inférieure avec un espacement de 15 cm. Le comportement des aciers est modélisé par la loi élasto-plastique et la loi Pinto – Menegotto voir chapitre 3 (paragraphe 3.2.2). Le chargement appliqué sur la poutre est présenté sur la figure suivante.

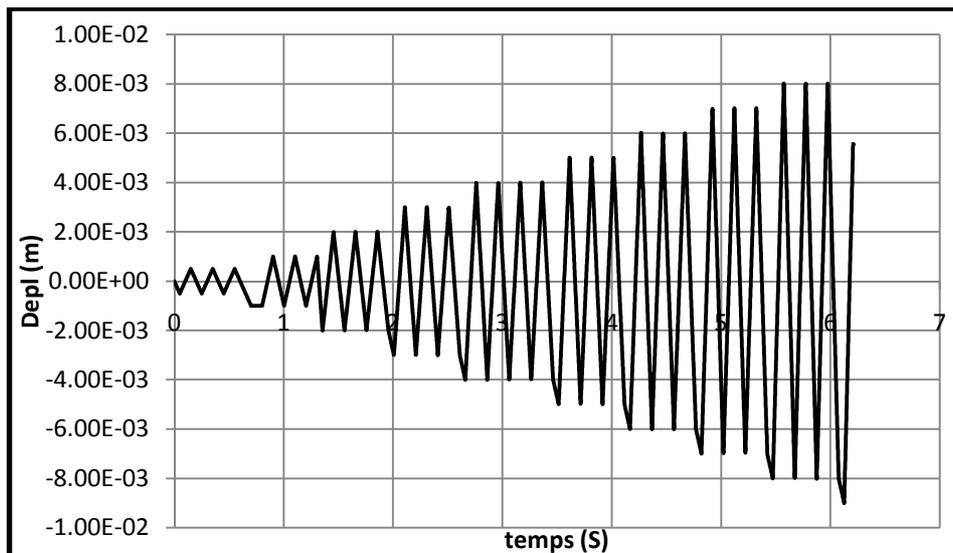


Figure 4.6 Le chargement appliqué sur la poutre LMT.

Les réponses globales obtenues pour les différentes longueurs caractéristiques lc pour le cas d'un chargement cyclique sont présentés dans les figures (4.7, 4.8 et 4.9) :

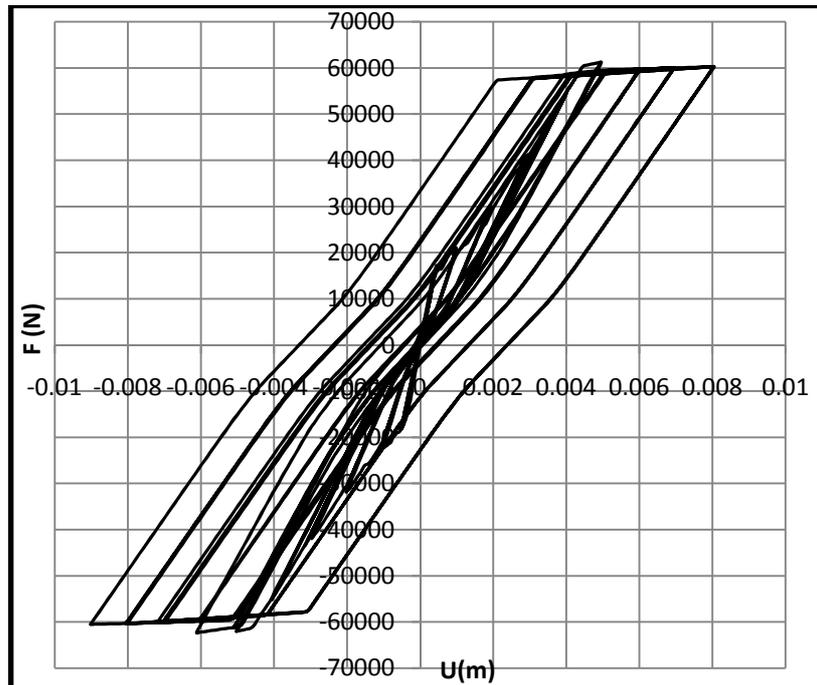


Figure 4.7 La réponse globale numérique de la poutre pour $lc=10\text{ cm}$.

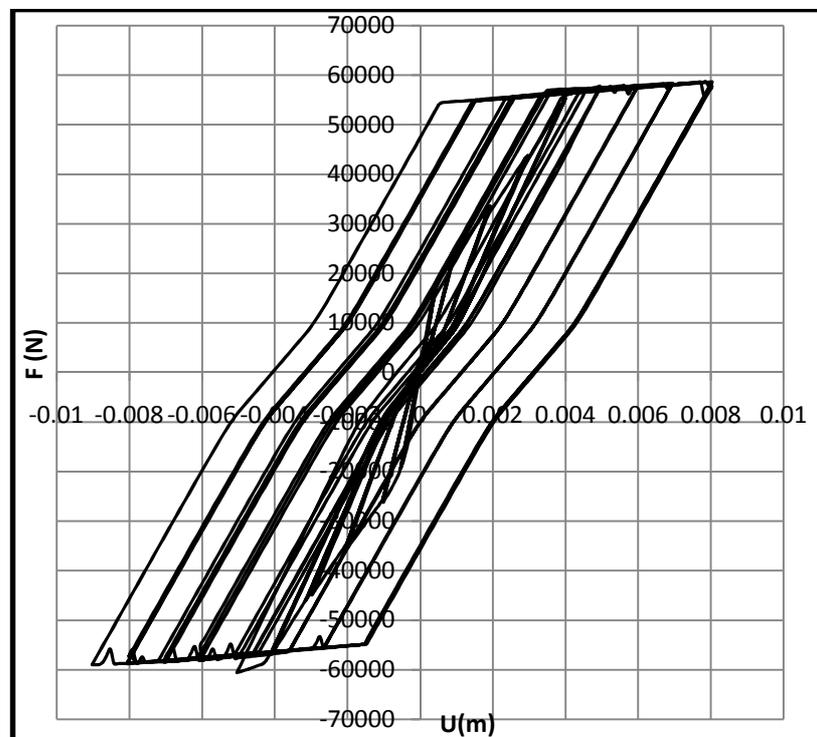


Figure 4.8 La réponse globale numérique de la poutre pour $lc=5\text{ cm}$.

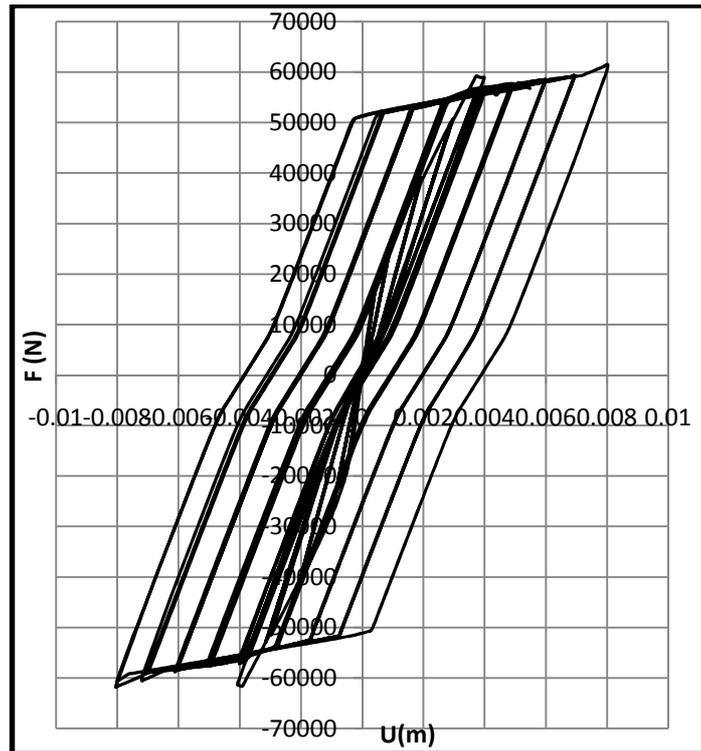
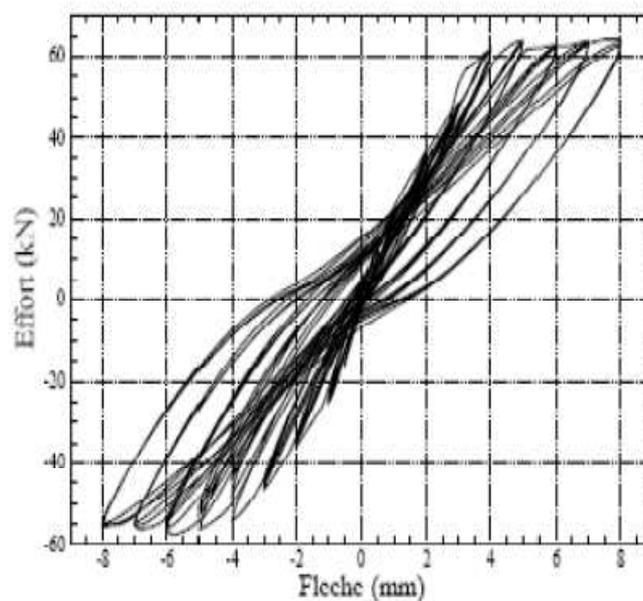


Figure 4.9 La réponse globale numérique de poutre pour $lc=2cm$.

On remarque que la réponse globale reproduite est la même pour les trois différentes simulations, la seule différence réside dans le temps de calcul qui est plus long pour $lc=2cm$ par rapport à $lc=10$ et $5cm$ dû à la densité du maillage.

Deux essais ont été effectués sur la même géométrie de la poutre permettant d'apprécier la répétabilité du protocole expérimental. La figure suivante présente les résultats Force/Flèche pour ces deux essais.



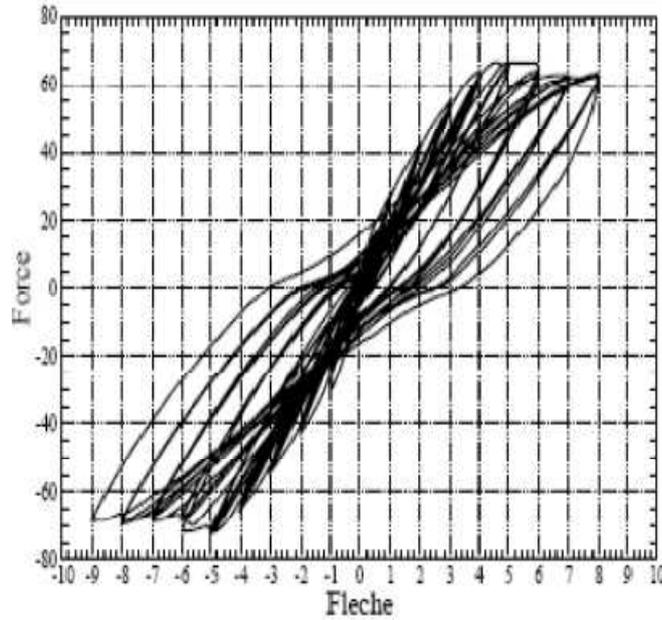


Figure 4.10 : Résultats globaux Force-Flèche sur l'ensemble des cycles pour deux poutres 'Identiques'

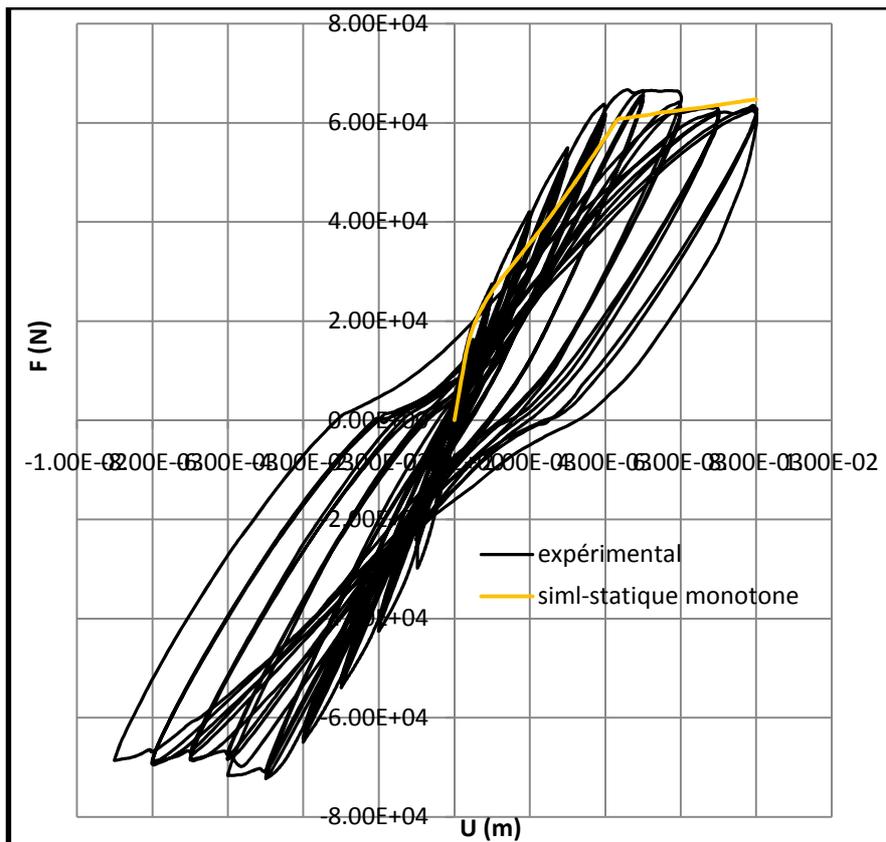


Figure 4.11 Comparaison entre la réponse globale de la poutre en Expérimental avec la simulation en statique.

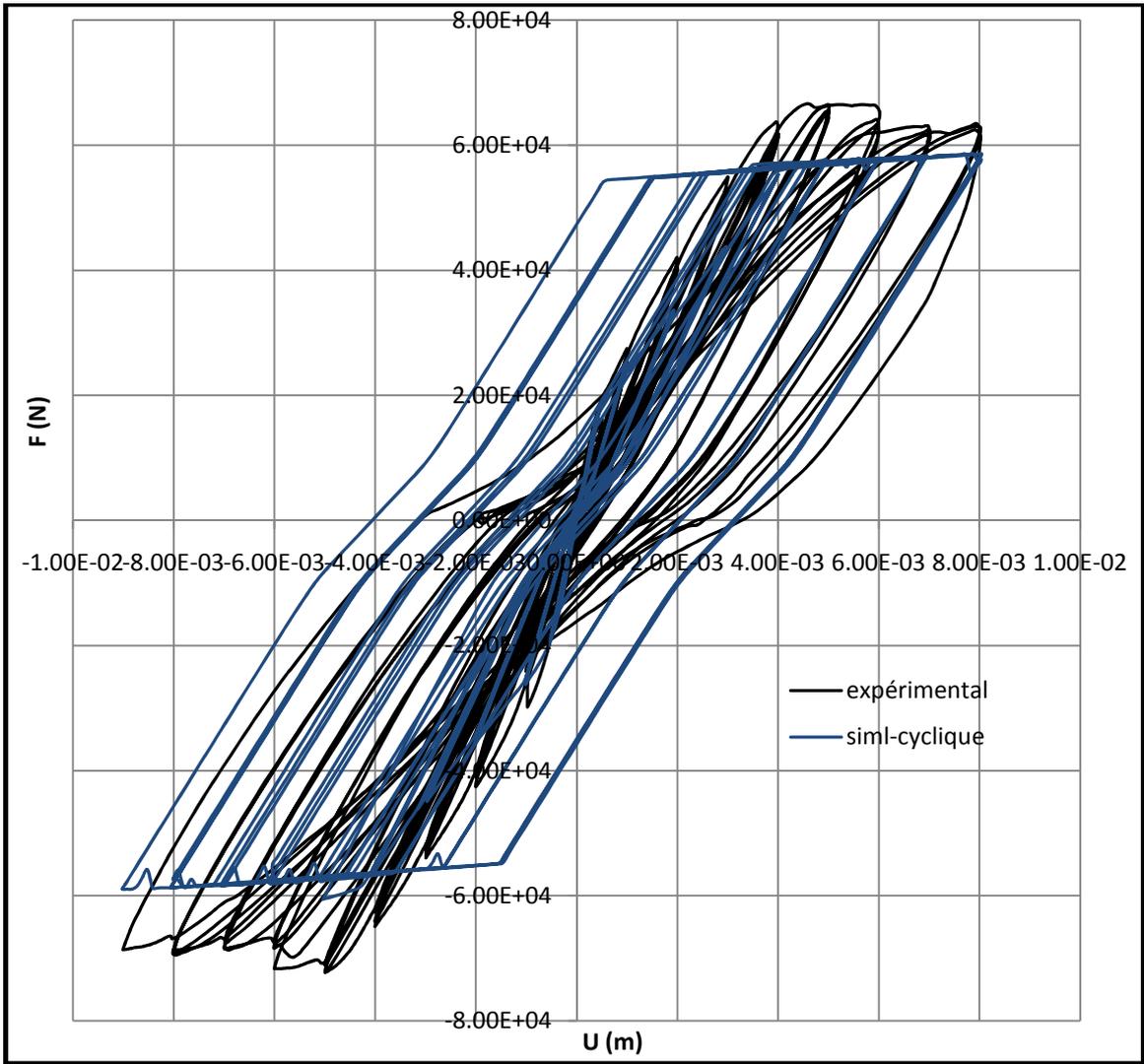


Figure 4.12 Comparaison entre les deux réponses globales expérimentales et numériques avec le modèle d'acier élasto-plastique (cyclique)

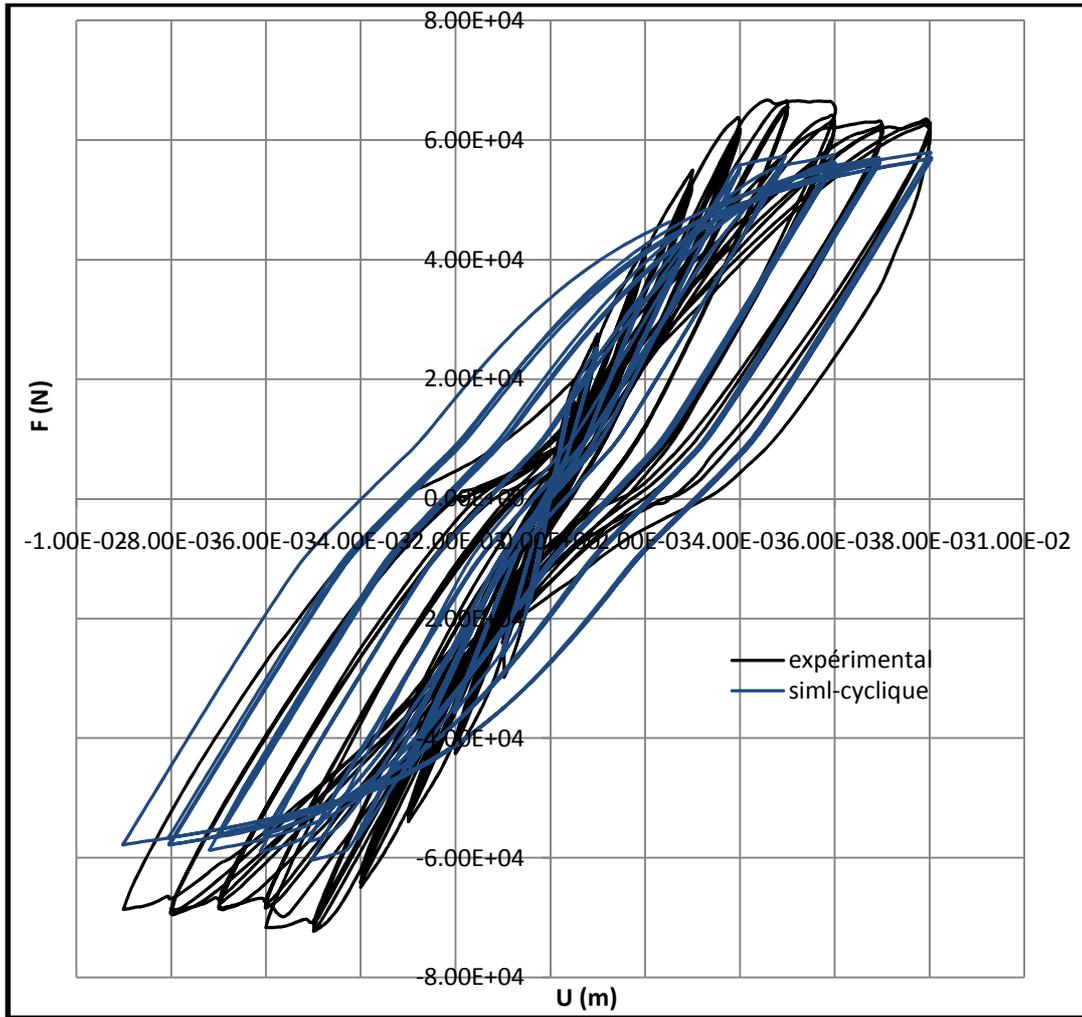


Figure 4.13 Comparaison entre les deux réponses globales expérimentales et numériques avec le modèle d'acier Pinto-Menegotto (cyclique)

Un chargement statique constitue une sorte de courbe enveloppe à la réponse non linéaire statique cyclique (figure 1.10). L'intérêt principal de ce calcul est d'analyser le comportement de la structure pour des niveaux de non linéarité (endommagement) proches de ceux rencontrés dans le cadre du calcul dynamique non linéaire.

La confrontation de la réponse globale expérimentale avec les résultats numériques montre que l'effort ultime estimé par le modèle se trouve entre les deux réponses globales expérimentales. Pour les deux différents modèles d'acier (élastoplastique et Pinto-menegotto). On peut dire aussi qu'après la plastification des armatures longitudinale la forme des cycles évolue suivant leurs comportements.

On choisit $l_c=5$ cm pour faire une comparaison entre la réponse globale numérique et expérimentale pour les différentes cycles.

4.7.2 Les résultats de simulation avec le modèle d'acier élasto - plastique

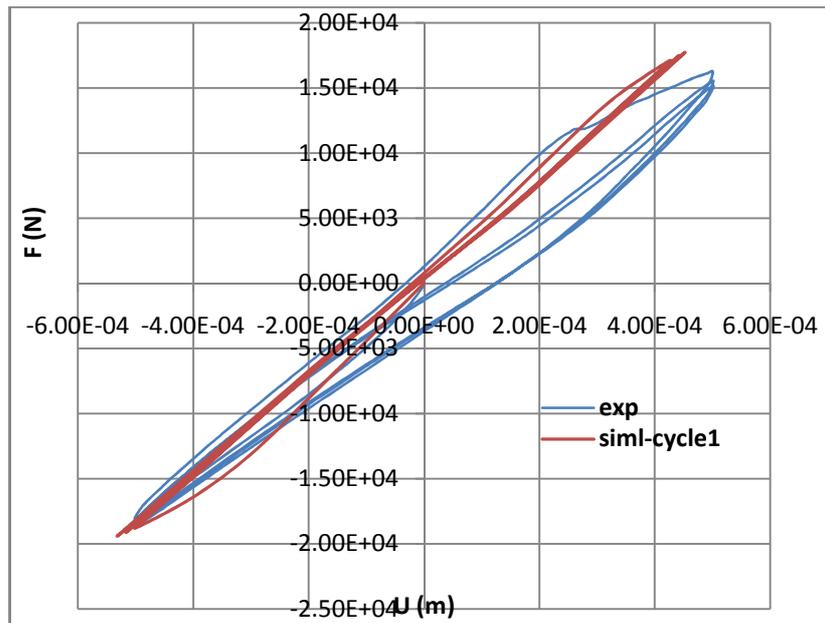


Figure 4.14 Cycle 1.

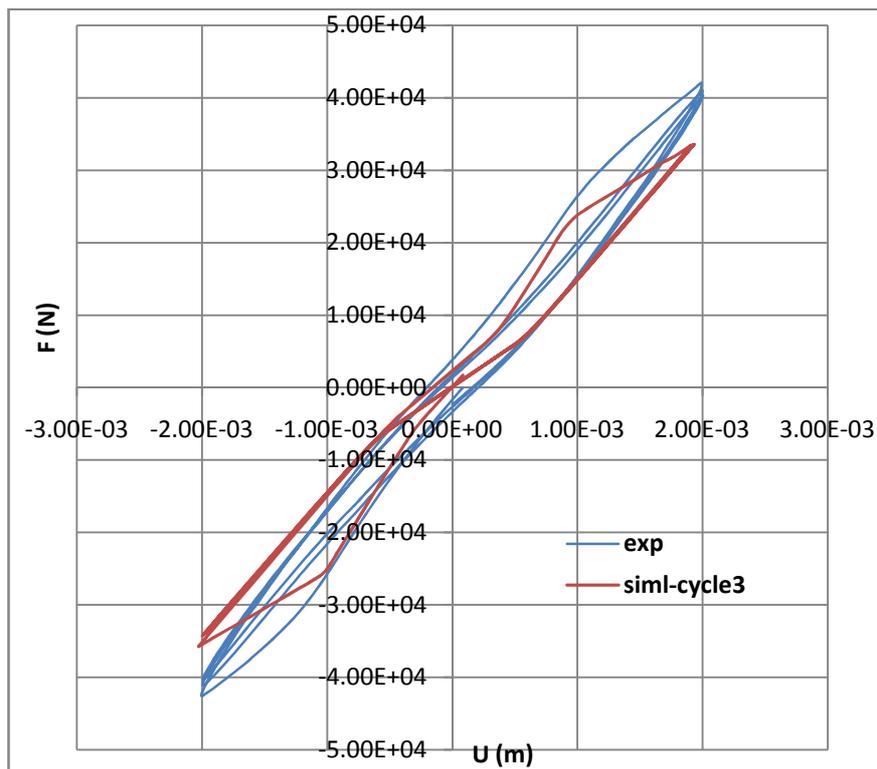


Figure 4.15 Cycle 3

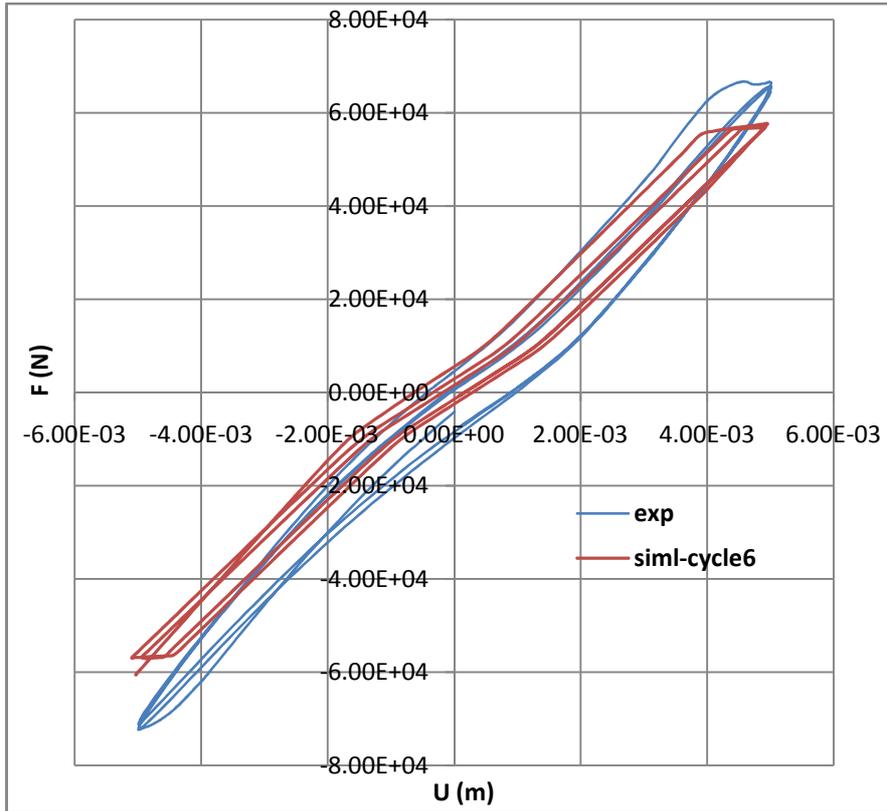


Figure 4.16 Cycle 6

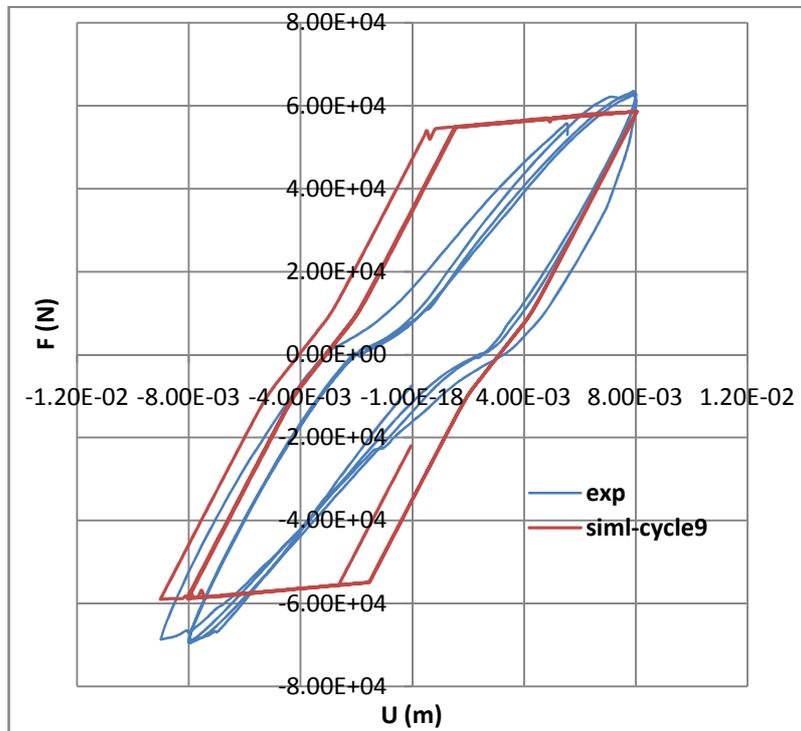


Figure 4.17 Cycle 9.

4.7.3 Les résultats de simulation avec le modèle d'acier Pinto – Menegotto

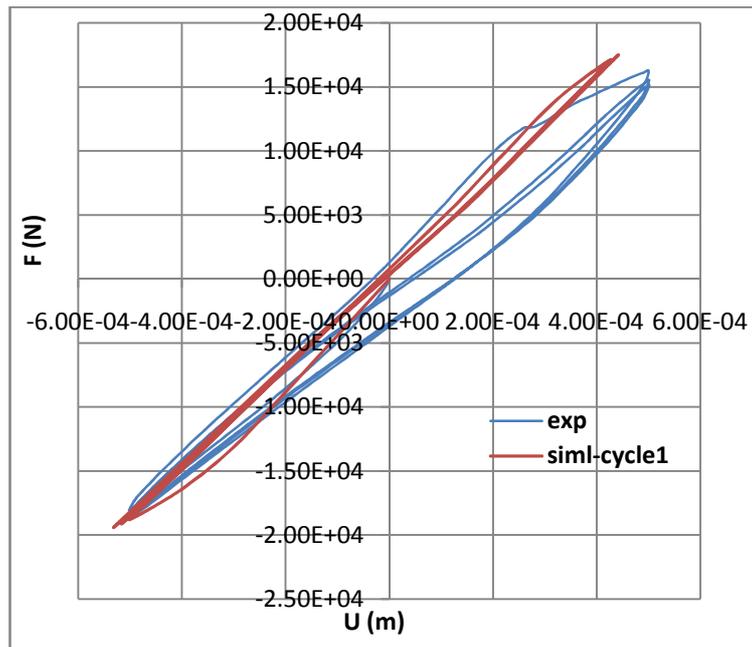


Figure 4.18 Cycle 1

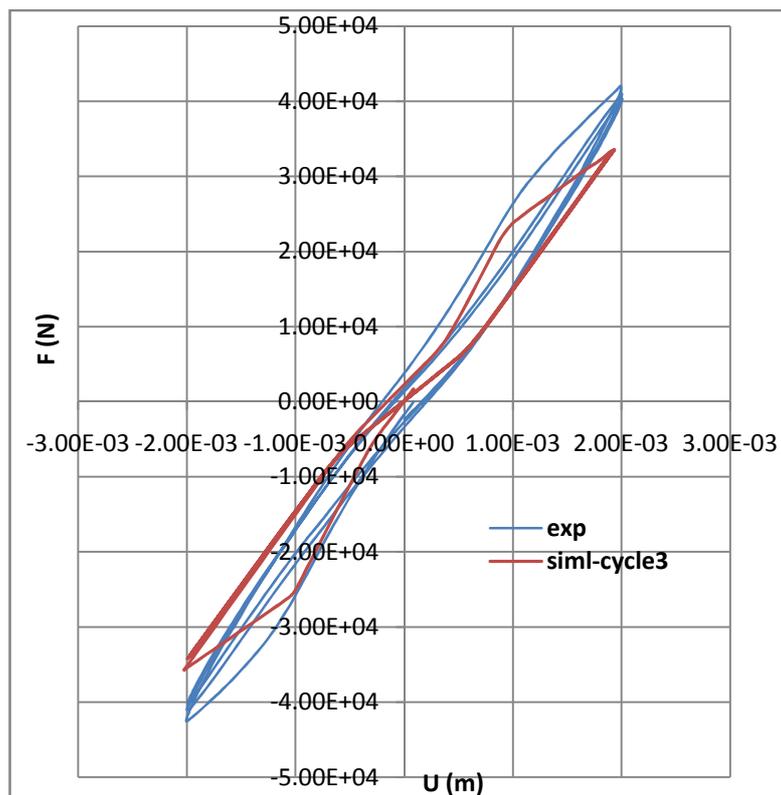


Figure 4.19 Cycle 3.

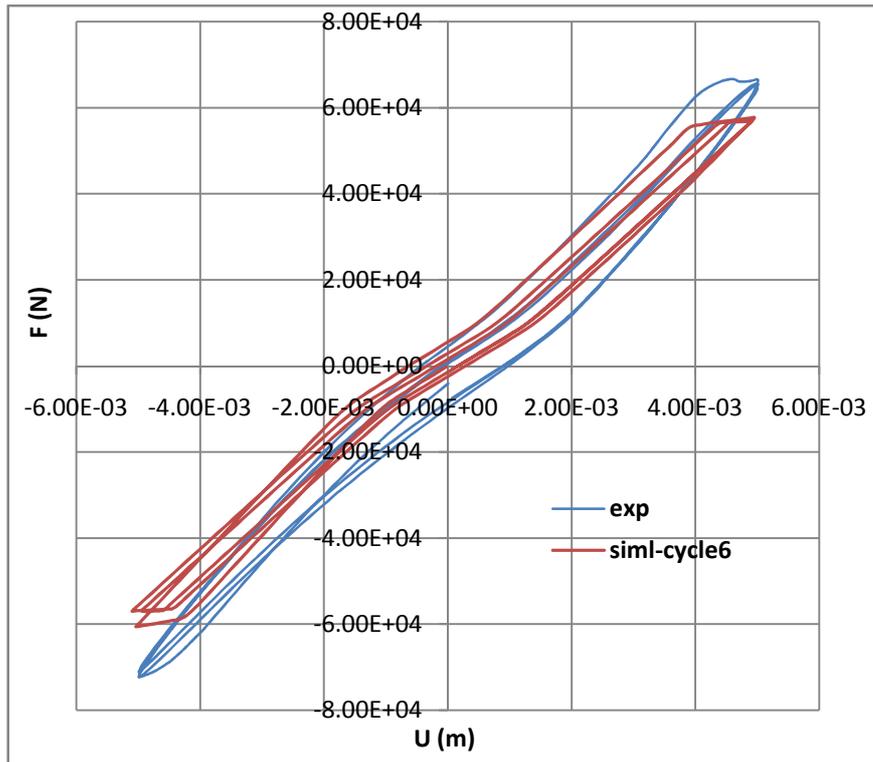


Figure 4.20 Cycle 6

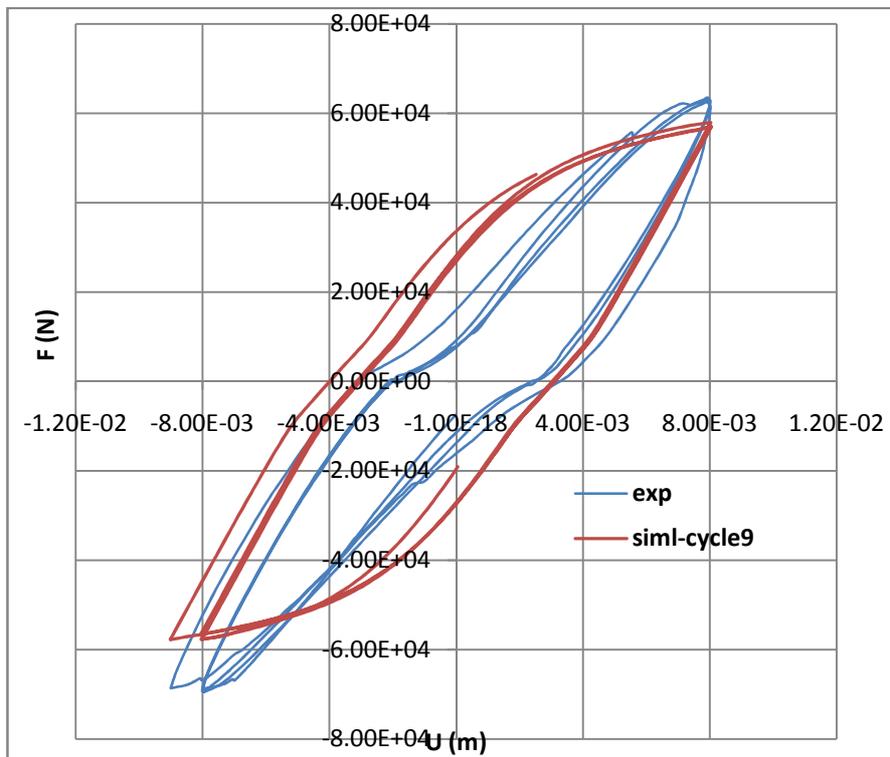


Figure 4.21 Cycle 9.

Sur différents cycles on remarque que l'énergie dissipée sur chaque cycle est la même sauf pour le premier cycle l'énergie dissipée en expérimental est plus grande par rapport à la simulation, l'augmentation de l'amplitude de la charge engendre une augmentation de l'amplitude des cycles donc abaissement de la raideur global. Ainsi on remarque que les boucles de la simulation ont une forme plus aplaties par rapport à l'expérimental surtout dans les derniers cycles où le béton est fortement endommagé, dû au modèle d'acier qu'on avait utilisé (modèle élasto-plastique) qui prend cette forme après la plastification.

Par le modèle d'acier Pinto–Menegotto, les cycles 1, 3 et 6 sont identiques si on fait la comparaison avec le modèle d'acier élasto-plastique juste pour le cycle 9 où la réponse global prend une forme plus arrondie.

4.7.4 Evolution de l'endommagement

4.7.4.1 Cas statique monotone

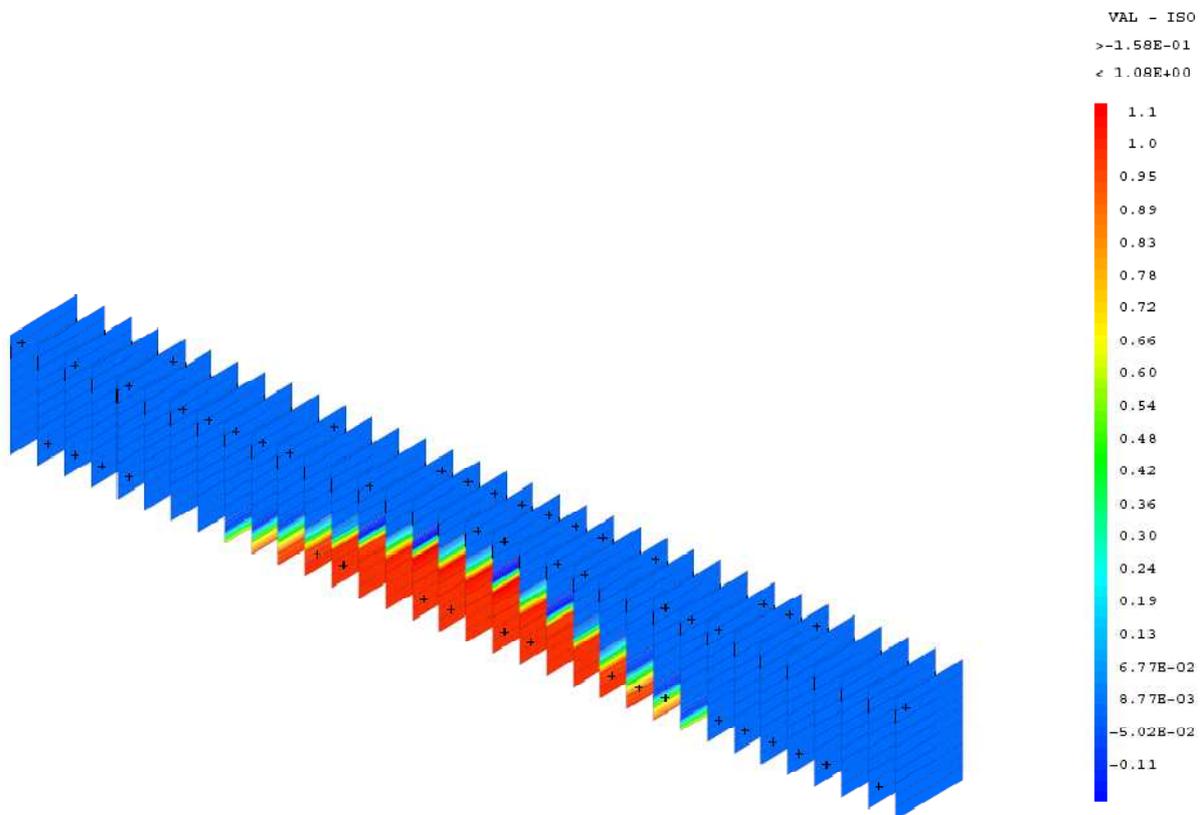


Figure 4.22 La carte d'endommagement pour un déplacement de 1mm.

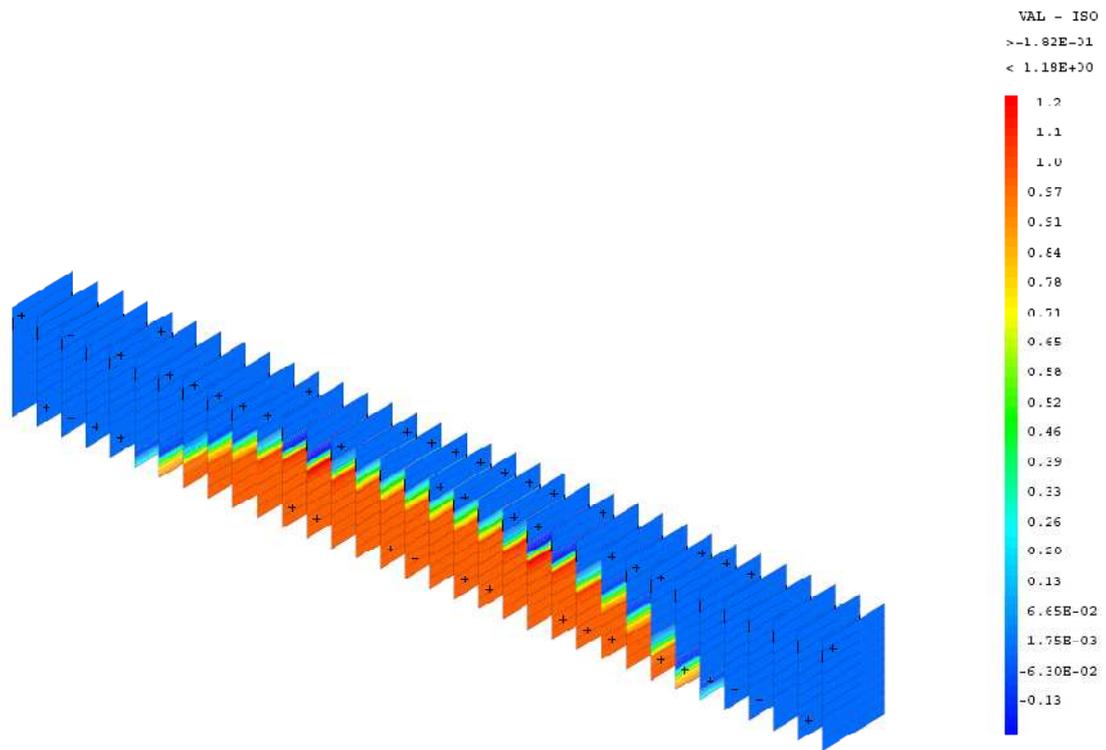


Figure 4.23 La carte d'endommagement pour un déplacement de 3mm.

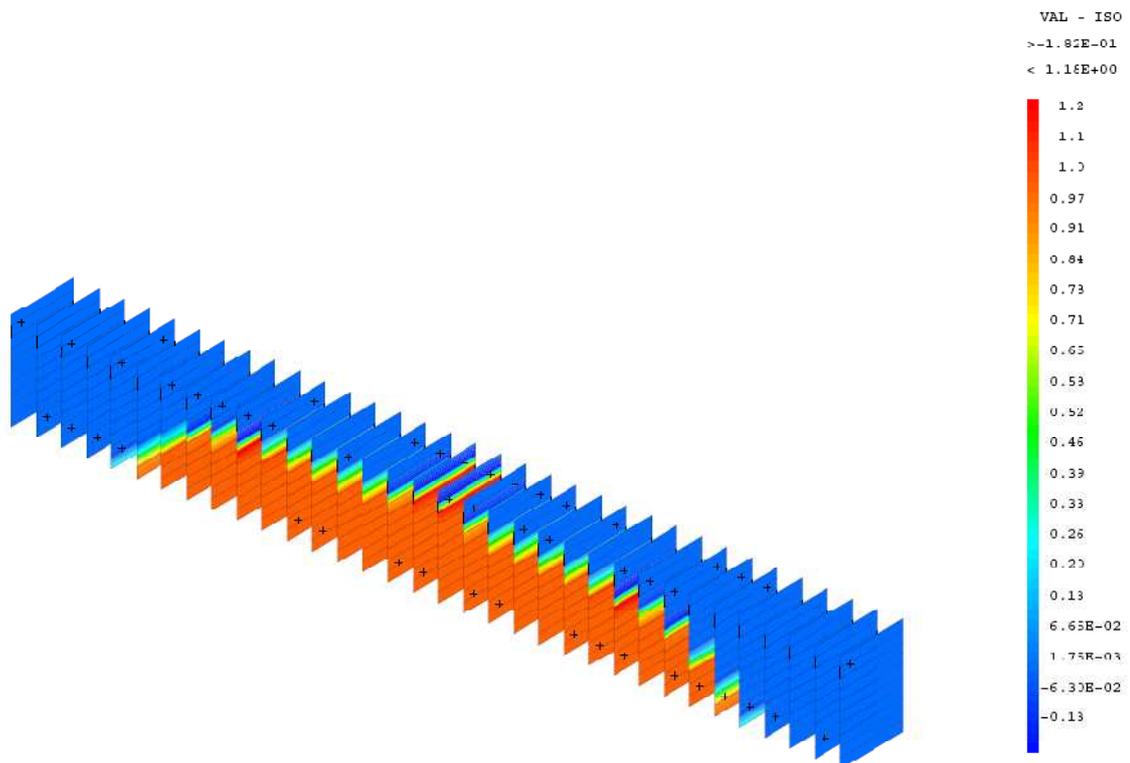


Figure 4.24 La carte d'endommagement pour un déplacement de 6mm.

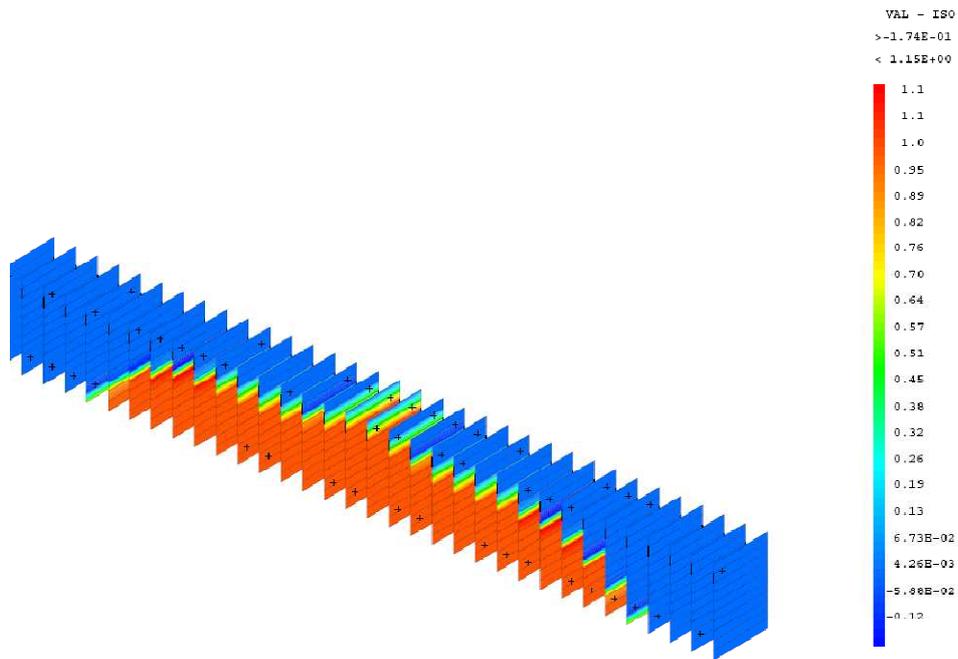


Figure 4.25 La carte d'endommagement pour un déplacement de 8mm

4.7.4.2 Cas cyclique

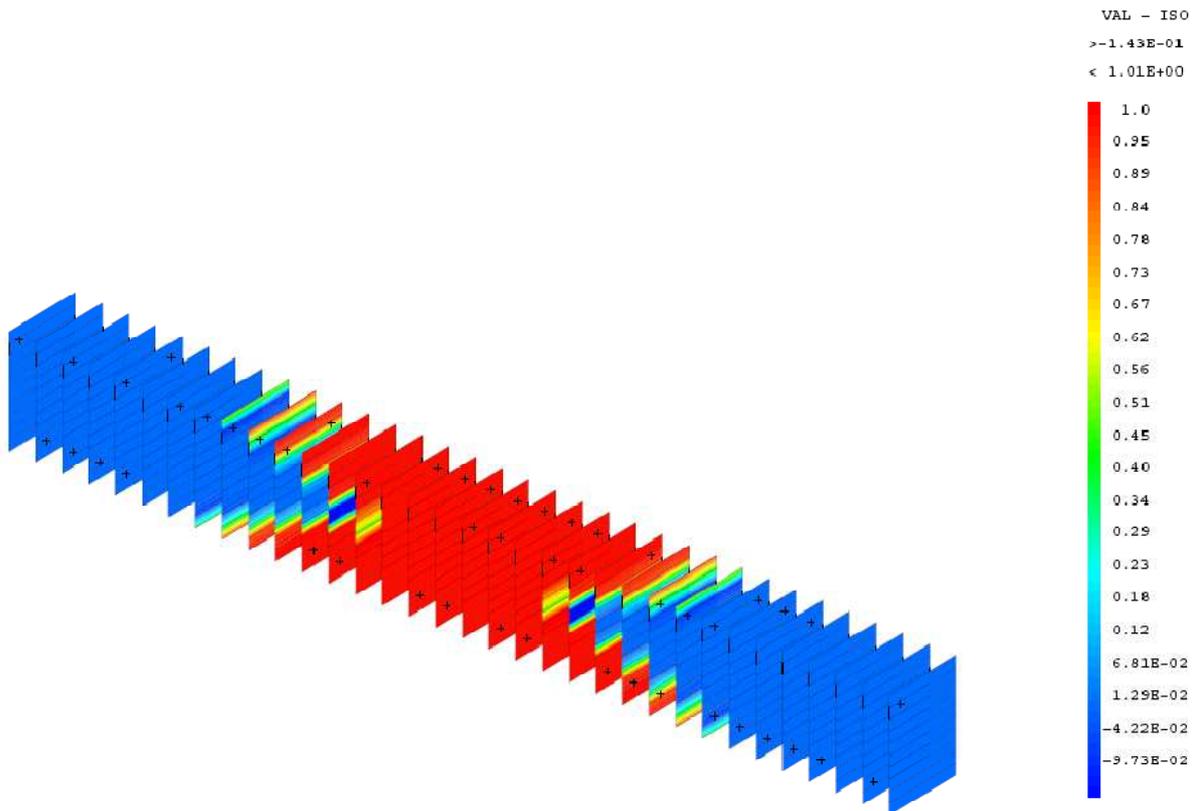


Figure 4.26 La carte d'endommagement pour un déplacement de 1mm.

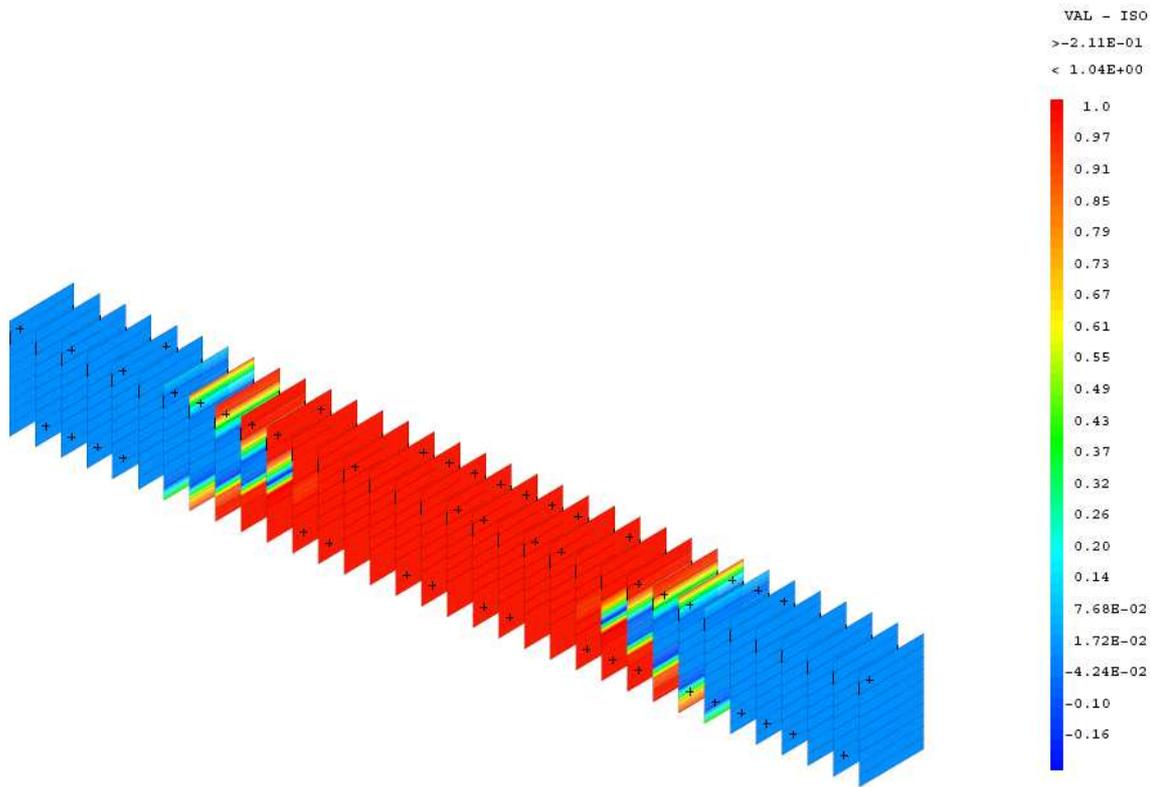


Figure 4.27 La carte d'endommagement pour un déplacement de 2mm.

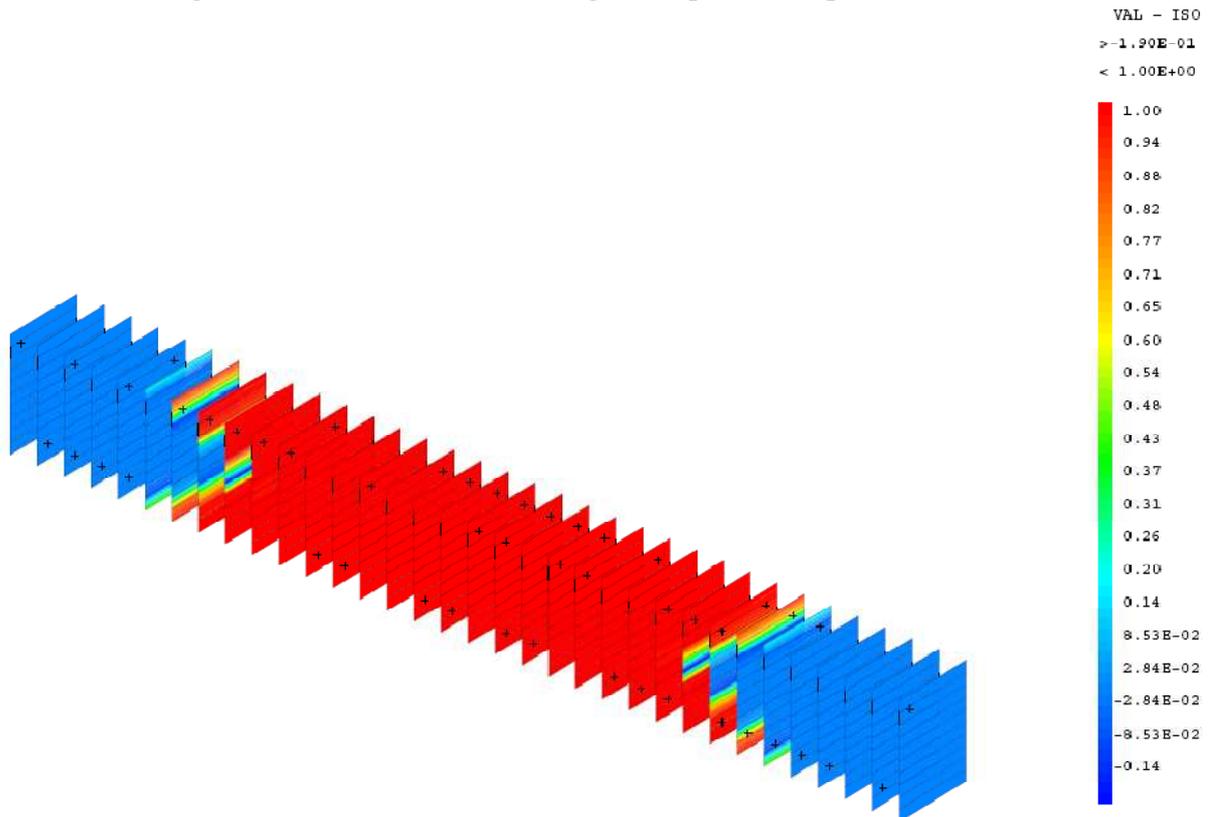


Figure 4.28 La carte d'endommagement pour un déplacement de 3mm.

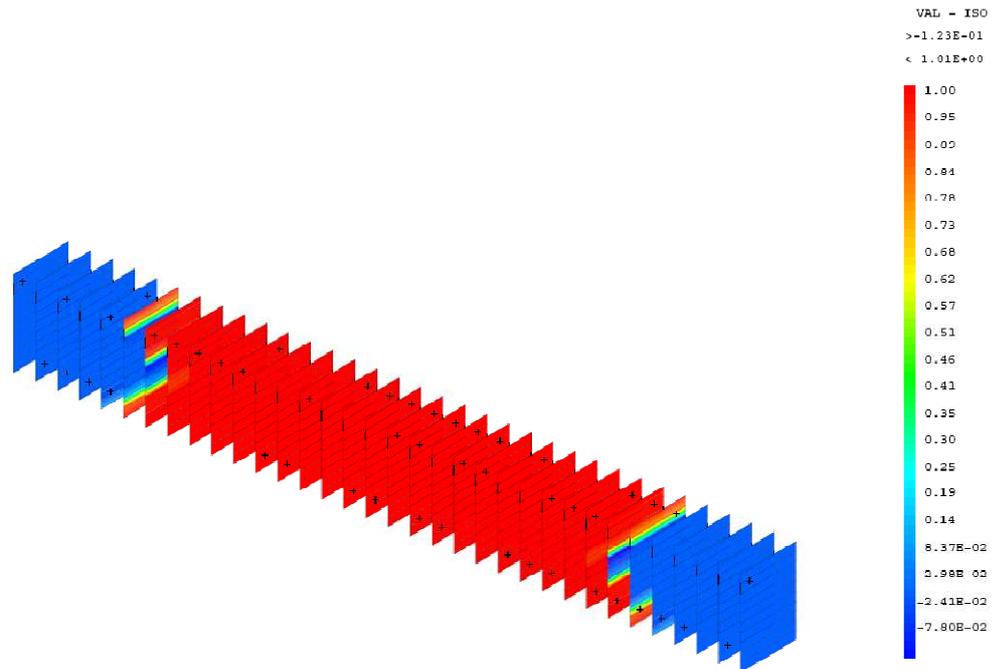


Figure 4.29 La carte d'endommagement pour un déplacement de 6 jusqu'à 8mm.

L'endommagement de la poutre évolue fortement dans la zone d'application de la charge pour le cas statique et cyclique. On remarque que l'endommagement commence dans la partie tracté de la poutre (partie inférieure) après il évolue sur toute la longueur de la poutre où la zone centrale est fortement endommagée pour un déplacement de 6mm.

4.7.5. Evaluation des ouvertures de fissures

4.7.5.1 Cas statique monotone

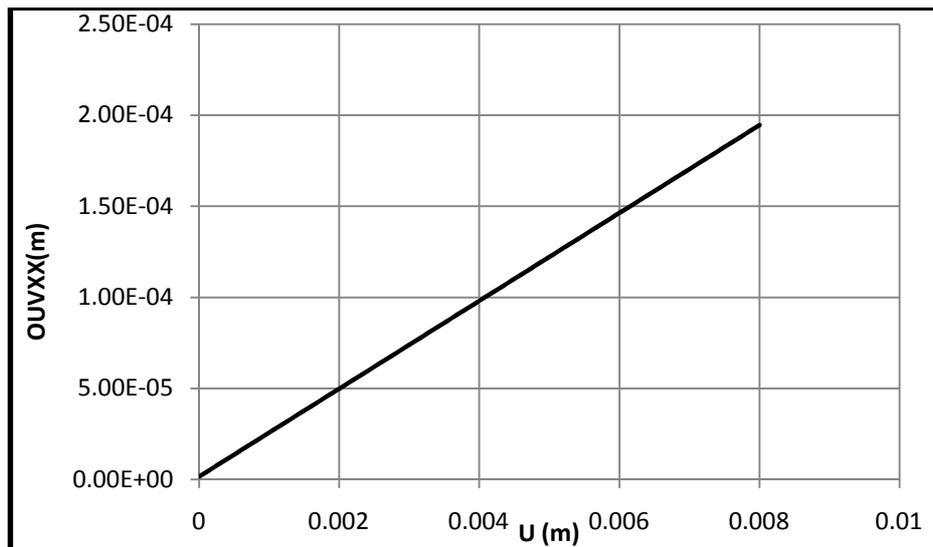


Figure 4.30 L'évolution de l'ouverture de fissures en fonction de déplacement.

La courbe 4.30 présente l'évolution de l'ouverture de fissure maximale en fonction de déplacement imposée pour un chargement statique monotone.

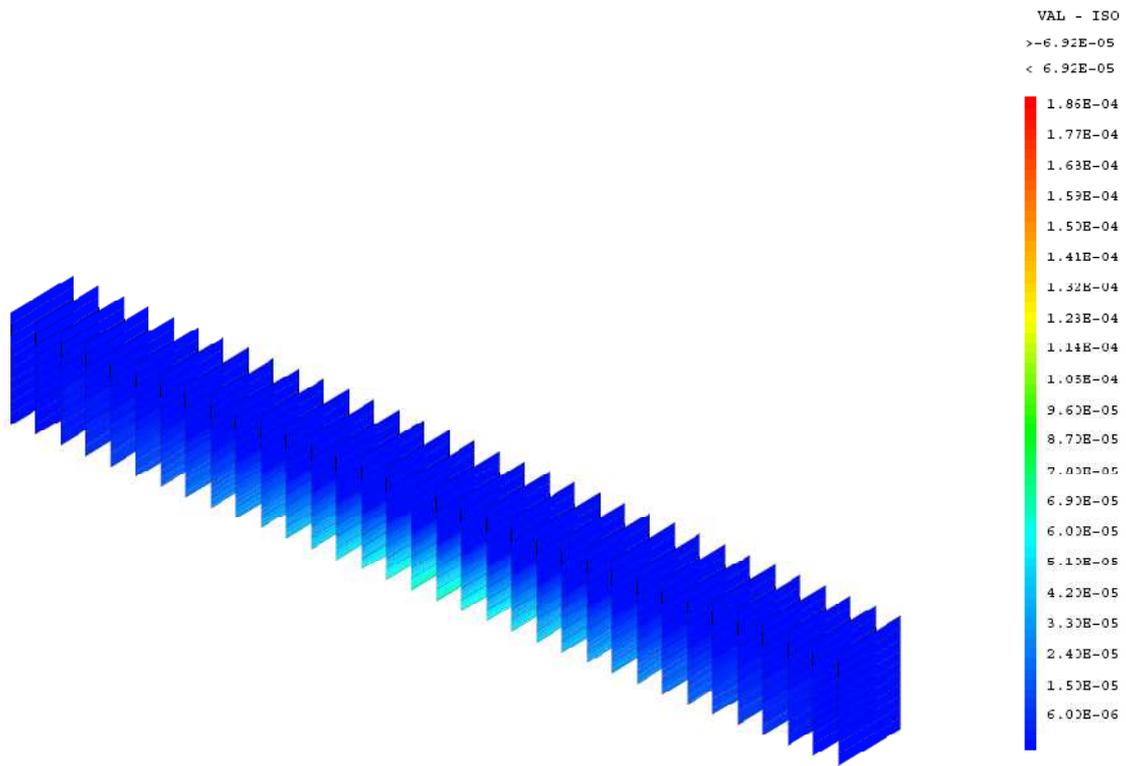


Figure 4.31 La carte de l'ouverture de fissures pour un déplacement de 3mm.

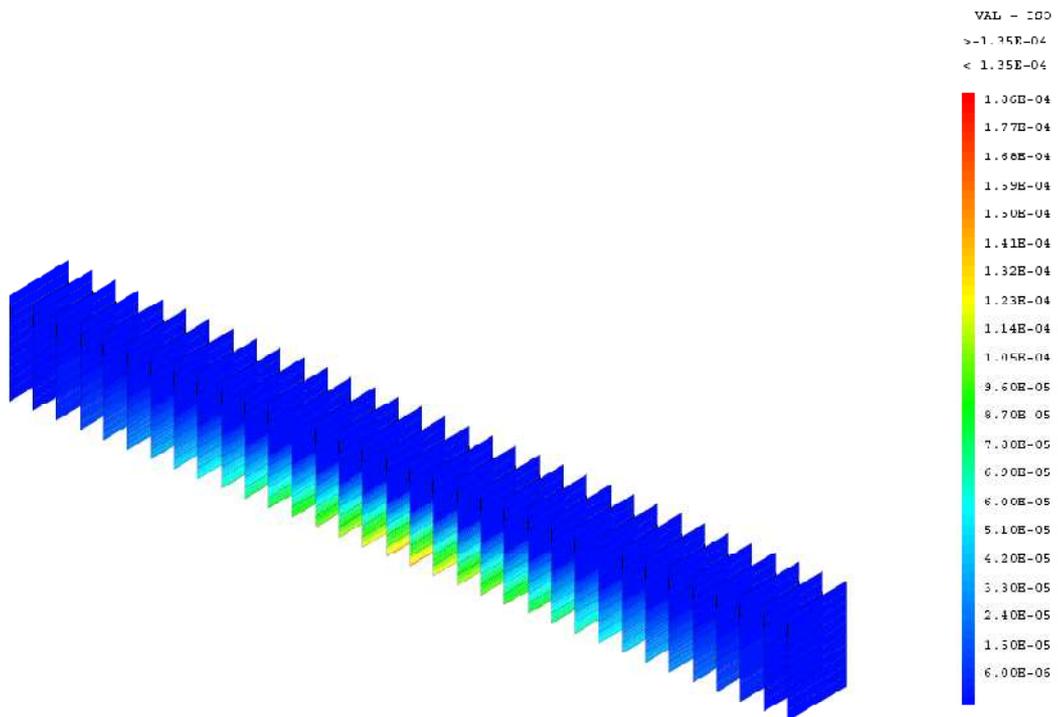


Figure 4.32 La carte de l'ouverture de fissures pour un déplacement de 6mm.

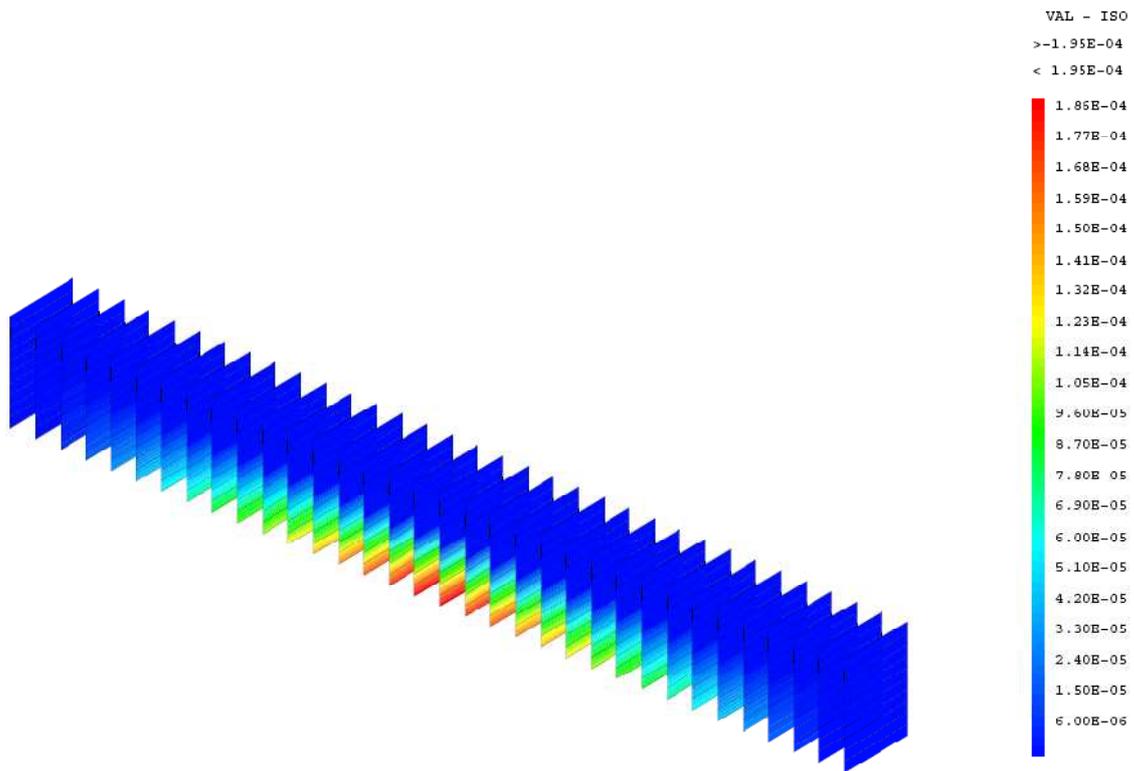


Figure 4.33 La carte de l'ouverture de fissures pour un déplacement de 8mm.

4.7.5.2 Cas cyclique

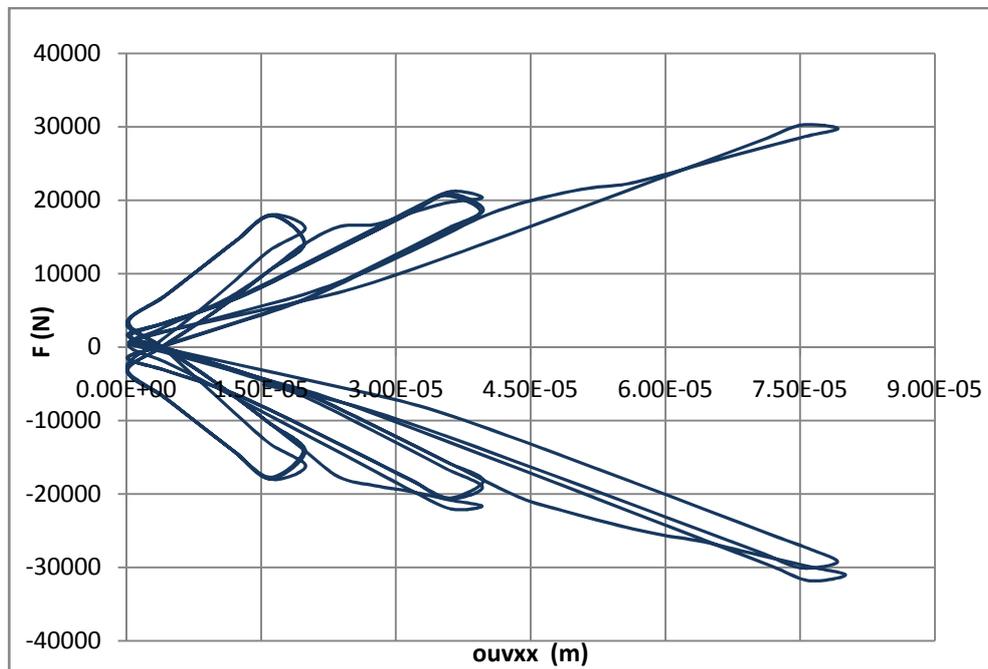


Figure 4.34 L'évolution de l'ouverture de fissures d'un élément en fonction de déplacement.

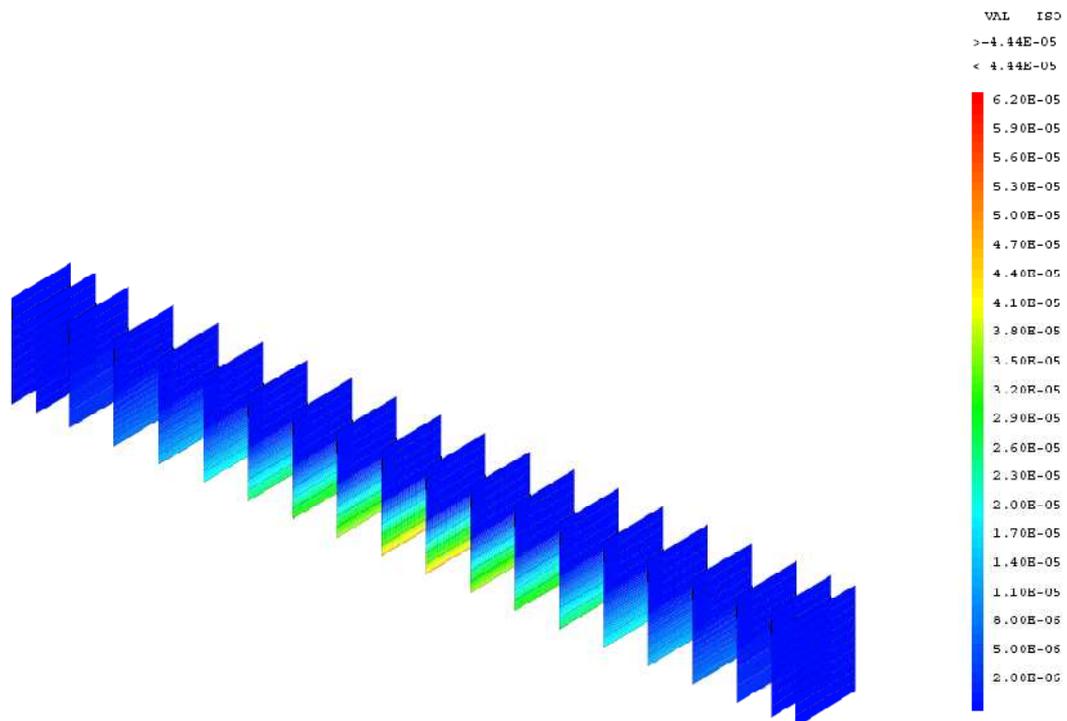


Figure 4.35 La carte de l'ouverture de fissures pour un déplacement de 1mm.

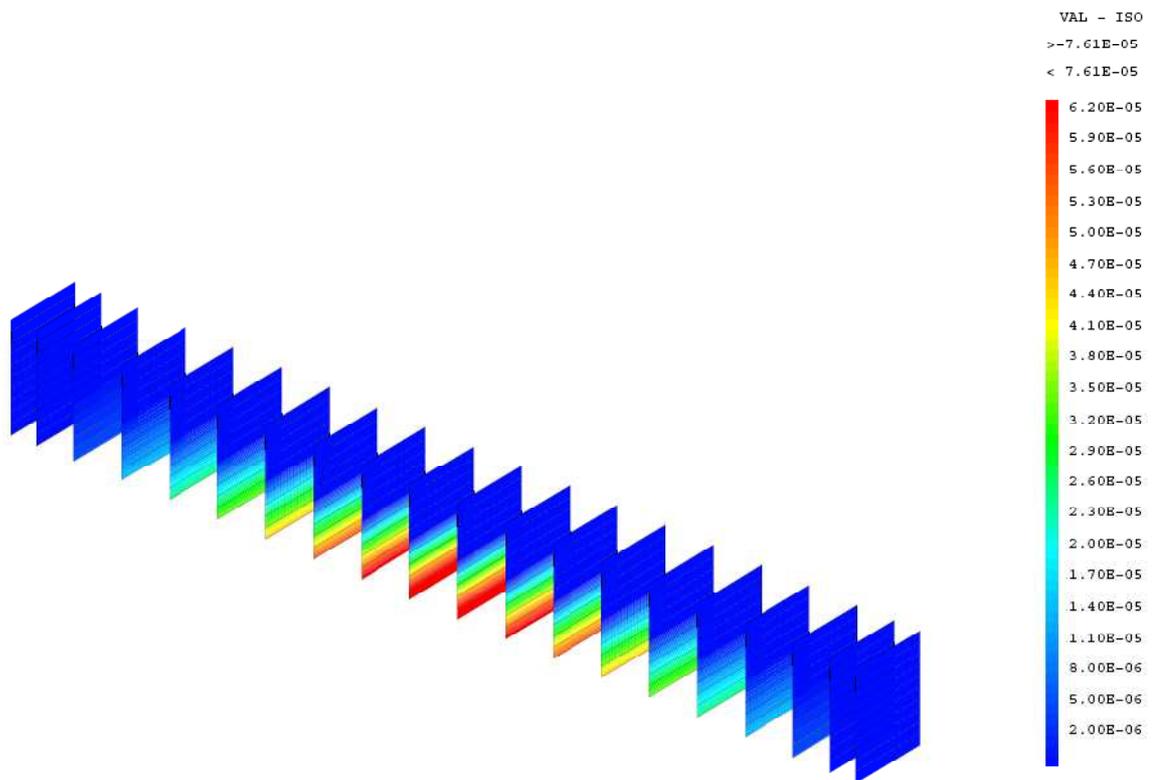


Figure 4.36 La carte de l'ouverture de fissures pour un déplacement de -2mm.

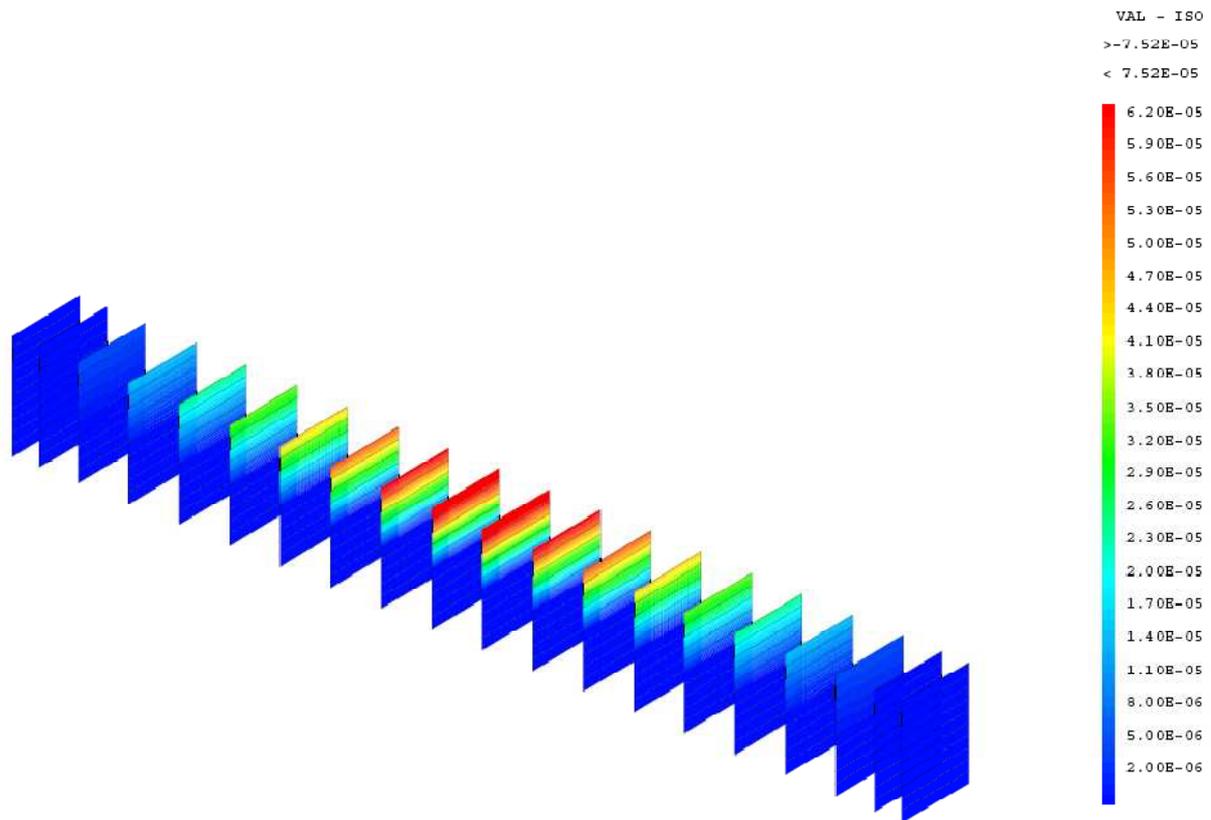


Figure 4.37 La carte de l'ouverture de fissures pour un déplacement de +2mm.

4.8 Conclusions

L'intérêt principal d'implémenter le modèle de "OUF" sur Cast3M est de calculer l'ouverture de fissures à l'échelle semi global. Le calcul nous a démontré que les zones critiques sont bien déterminées sur la carte de la fissuration, les valeurs numériques sont comparables avec celle de l'expérimentation, les limites sont le nombre et l'orientation (profil de la fissuration).