

## **DEUXIEME PARTIE**

### **ETUDE DU SYSTEME DE PROTECTION**

## CHAPITRE III

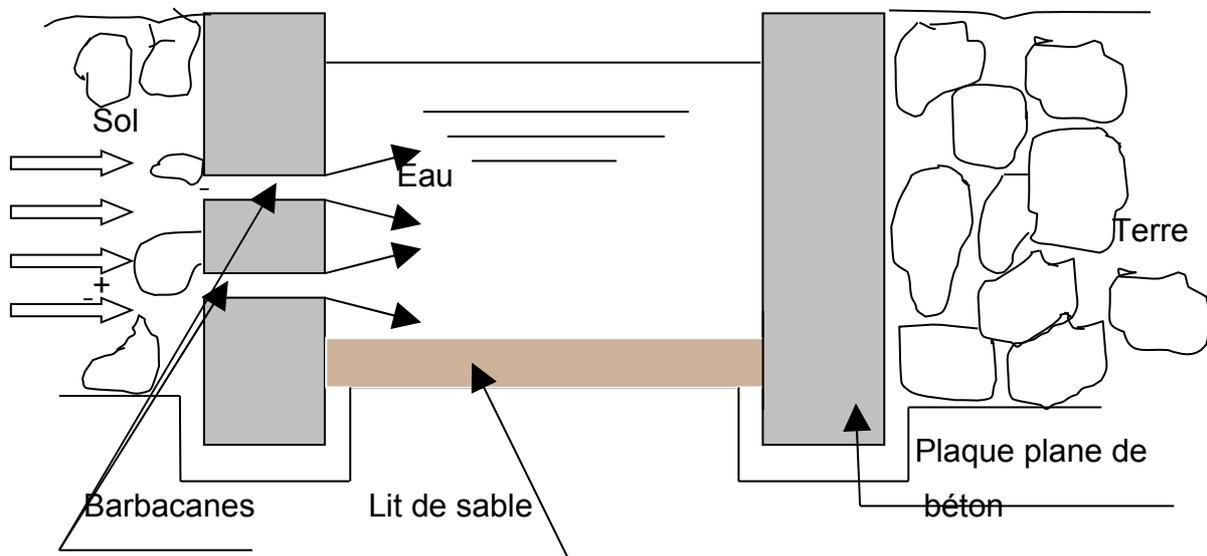
### ETUDE THEORIQUE DU SYSTEME DE PROTECTION

L'objet de ce chapitre est de faire une étude théorique du système de protection formé par un puisard et un mur radier pour couper la trajectoire de l'écoulement souterrain en direction de la maison .

#### III-1 ETUDE DU PUISARD

Le puisard a la forme d'un parallélépipède rectangle par opposition à celle d'un puits dont la section est circulaire [ 10 ] , [ 11 ] , [12 ] , [13] . Sa profondeur n'est que de 0,75m alors que pour un puits , elle peut atteindre une vingtaine de mètres .

Les parois verticales du puisard sont constituées par des plaques planes homogènes en béton armé encastrées à la base ( Figure 8 ) .



**Figure 8 : Coupe du puisard**

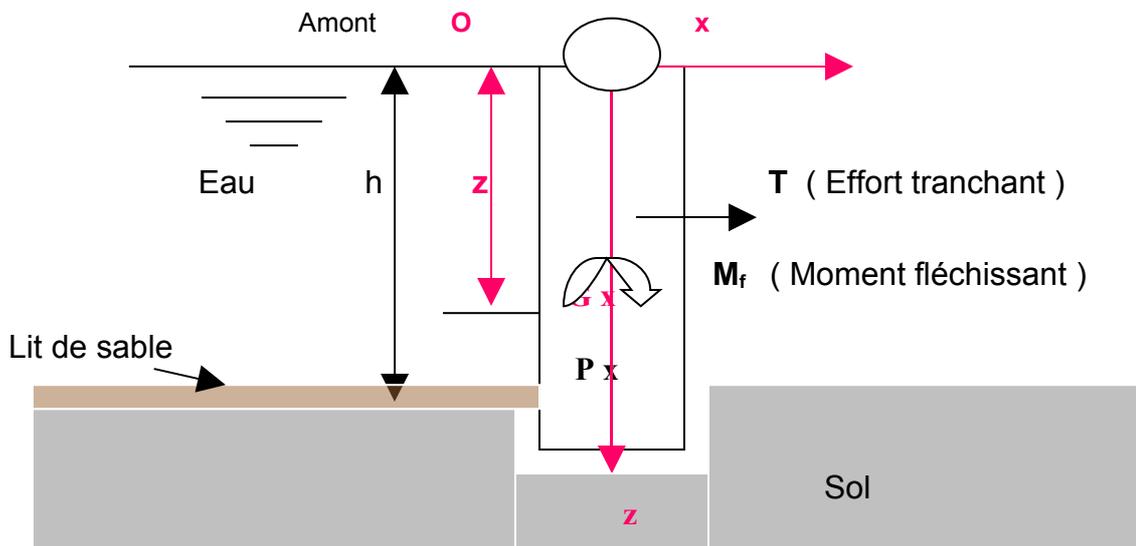
Une de ces plaques , en contact avec la source , est munie de barbacanes de section rectangulaire plus grande que celle de la source. Elles permettent de faciliter l'entrée de l'eau . Les caractéristiques du puisard sont :

- longueur : 0,91m
- largeur : 0,71m
- hauteur : 0,75m
- section : 0,65m<sup>2</sup>
- volume : 0,487m<sup>3</sup>

L'épaisseur des plaques doit être bien déterminée pour préserver la stabilité générale du massif au renversement . Différentes étapes de calculs sont nécessaires pour y parvenir .

### III-1.1 Poussée et centre de poussée

L'étude est effectuée par rapport à un système d'axes orthonormés Oxyz , d'origine O située au niveau de la partie supérieure de chacune des plaques ( Figure 9 ) .



**Figure 9 : Plaque encastrée et repère de travail**

La poussée hydrostatique sur chacune des parois planes verticales s'obtient facilement en utilisant l'expression classique suivante :

$$F = \rho g z_G S \quad (1)$$

où  $z_G = \frac{h}{2}$  la côte du centre de gravité G de la plaque rectangulaire ,  $\rho$  la masse volumique du liquide et S la surface de la plaque immergée. En exprimant la surface S en fonction des dimensions l et h de la plaque , (1) s'écrit :

$$F = \frac{1}{2} \rho g h^2 l \quad (2)$$

Le centre de poussée P est obtenu en faisant l'égalité des moments de la poussée  $\vec{F}$  et de la force élémentaire  $d\vec{F}$  s'appliquant sur un élément de surface de la plaque , par rapport au point O.

$$\vec{OP} \wedge \vec{F} = \iint_{(S)} \vec{OM} \wedge d\vec{F} \quad (3)$$

$$\text{où } \vec{F} ( F_x , F_y , F_z ) \quad \vec{OP} ( x_P , y_P , z_P ) \quad \vec{OM} ( x , y , z )$$

$\vec{F}$  et  $d\vec{F}$  étant colinéaires , la composante  $Z_P$  s'écrit :

$$z_P = \frac{\iint_{(S)} z^2 dS}{z_G S} \quad (4)$$

En considérant l'élément de surface dS comme une bande rectangulaire de dimension dz et l , (4) donne :

$$z_P = \frac{2}{3} h \quad (5)$$

Le centre de poussée P se trouve donc au dessous de la position du centre de gravité G ( Figure 10 ).

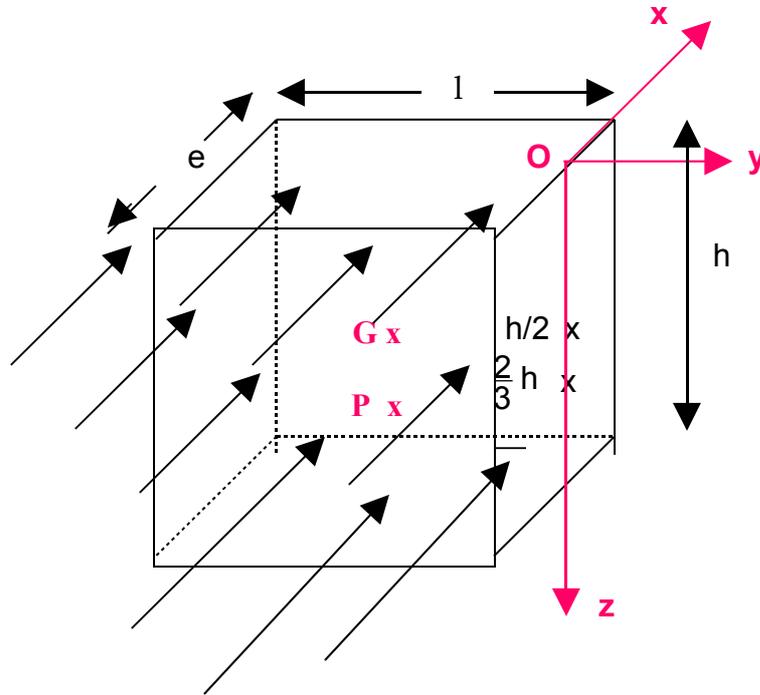


Figure 10 : Position du centre de poussée P

### III- 1.2 Effort tranchant T

La poussée de l'eau sur chacune des plaques planes en béton provoque un effort tranchant résultant T donné par l'expression :

$$\frac{dT}{dz} = p \tag{6}$$

où  $p = \bar{\varrho} z$  et  $\bar{\varrho} = \rho g$  le poids volumique du liquide

L'intégration de ( 6) donne :

$$T = \frac{\bar{\varrho} z^2}{2} + c_1$$

Comme l'effort tranchant n'existe pas à la côte  $z=0$  , alors la constante d'intégration  $c_1$  est nulle . Il vient donc :

$$T = \frac{\bar{\omega} z^2}{2} \quad (7)$$

Cet effort tranchant est maximum au niveau de la base où sa valeur est :

$$T_{\max} = \frac{\bar{\omega} h^2}{2} \quad (8)$$

### III- 1.3 Moment fléchissant $M_f$

Le moment fléchissant et l'effort tranchant sont liés par la relation

$$\frac{dM_f}{dz} = T \quad (9)$$

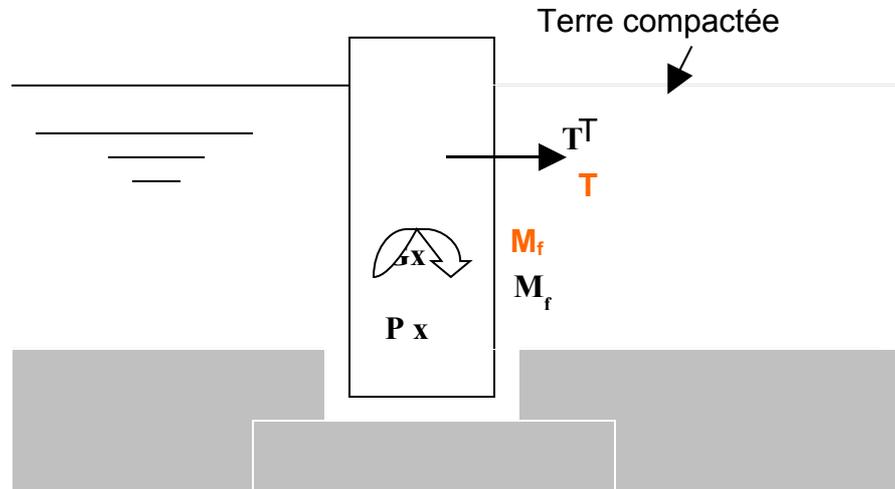
Le moment fléchissant étant nul au niveau de la surface libre de l'eau ( $z=0$ ) , l'intégration de (9) permet alors d'écrire :

$$M_f = \frac{\bar{\omega} z^3}{6} \quad (10)$$

Comme l'effort tranchant , le moment fléchissant est également maximum à la base du puisard , sa valeur est :

$$M_{f\max} = \frac{\bar{\omega} h^3}{6} \quad (11)$$

Sous l'effet de l'effort tranchant et du moment fléchissant, chacune des plaques constituant le puisard peut être sollicitée à basculer. On peut l'éviter en compactant de la terre contre les dalles ( Figure 11 ).



**Figure 11 : Précaution pour éviter le basculement**

### III- 1.4 Ligne élastique

La relation entre l'angle de rotation  $\alpha$  du plan médian de la plaque et le module d'élasticité E du matériau est donnée par :

$$\frac{d\alpha}{dz} = \frac{M_f}{EI} \quad (12)$$

où I représente le moment d'inertie de la plaque d'épaisseur e par rapport au plan de la surface contenant O ( Annexe 1 ), son expression est :

$$I = \frac{e^3}{12} \quad (13)$$

En tenant compte de (10) et (13), l'expression (12) devient :

$$\frac{d\alpha}{dz} = \frac{2\bar{\omega}z^3}{Ee^3} \quad (14)$$

Après séparation des variables , on procède à son intégration, soit :

$$E\alpha = \frac{\bar{\omega}z^4}{2e^3} + c_2 \quad (15)$$

La rotation n'existe pas à la base de la plaque du fait qu'elle est encadrée, ainsi pour :

$$z = h \quad \alpha = 0$$

Ce qui permet de déterminer la constante d'intégration  $c_2$  , Il vient finalement :

$$E\alpha = \frac{\bar{\omega}}{2e^3} \left( z^4 - h^4 \right) \quad (16)$$

Cette relation permet de calculer la valeur de la rotation au niveau de la surface libre du liquide . Elle s'exprime par :

$$\alpha = - \frac{\bar{\omega}}{2Ee^3} h^4 \quad (17)$$

Les formules de BRESSE développées dans l'ouvrage de KERGUIGNAS M. et al. [14] sont utilisées pour calculer la composante horizontale du vecteur déplacement  $\vec{W}_0 (u,v,w)$  de la partie supérieure de la plaque soumise au moment fléchissant  $M_f$  :

Pour deux positions de la plaque , on a :

$$u = u_0 - \alpha z + \int_0^z \frac{M_f}{EI} (z-a) da \quad (18)$$

où :

$$\alpha = -\frac{\bar{\omega} h^4}{2Ee^3} \quad M_f = \frac{\bar{\omega} z^3}{6} \quad I = \frac{e^3}{12} \quad (19)$$

a est une variable quelconque .

En portant (19) dans (18) et en effectuant le calcul , il vient :

$$u - u_0 = \frac{\bar{\omega} z}{10Ee^3} (z^4 + 5h^4) \quad (20)$$

La condition relative à la partie inférieure de la plaque s'écrit :

$$z = h \quad u = u_1 = 0 \quad (21)$$

On obtient alors :

$$u_1 - u_0 = \frac{3\bar{\omega} h^5}{5Ee^3} \quad (22)$$

En faisant la soustraction membre à membre entre (20) et (22) , et en tenant compte de (21) , on obtient l'équation de la ligne élastique ou équation de la déformée :

$$u = \frac{\bar{\omega}}{10Ee^3} (z^5 + 5h^4z - 6h^5) \quad (23)$$

Pour avoir la flèche , on fait  $z = 0$  car c'est la partie supérieure de la plaque qui est libre de se déplacer et subir une flexion [14] , [15] , [16] , [17] , ainsi :

$$f = -\frac{3\bar{\omega} h^5}{5Ee^3} = -\frac{3}{5} \frac{\rho g h^5}{Ee^3} \quad (24)$$

Le signe ( - ) signifie que la flexion s'effectue dans le sens contraire de l'axe Ox ( Figure 12 ) .

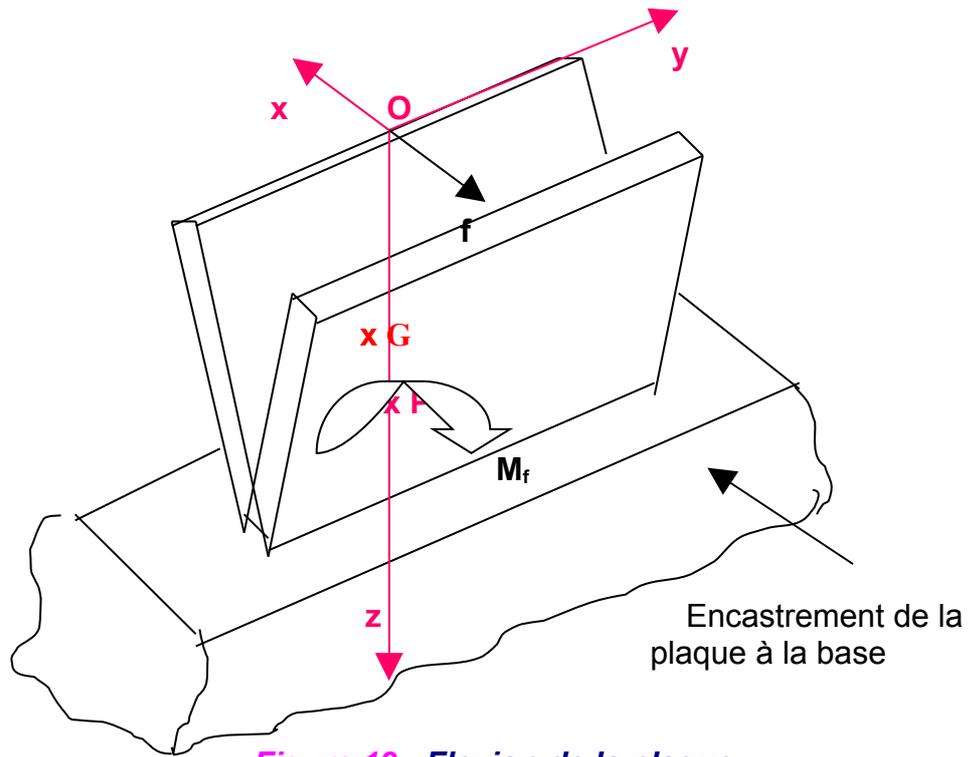


Figure 12 : Flexion de la plaque

### III-1.5 Epaisseur e des plaques

L'épaisseur des plaques est obtenue à partir de l'expression de la flèche prise en valeur absolue :

$$e^3 = \frac{3\bar{\omega} h^5}{5E f} \quad (25)$$

Pour les dimensions des plaques , on peut admettre une très faible valeur de la flèche de l'ordre de 0,01mm. La condition que doit remplir l'épaisseur s'écrit alors :

$$e^3 \geq \frac{3\bar{\omega} h^5}{5E f} \quad (26)$$

avec :

$$\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$g = 9,76 \text{ N.kg}^{-1} \text{ à Antananarivo}$$

$$h = 0,75 \text{ m}$$

$$E = 2.10^9 \text{ kg.m}^{-2}$$

$$f = 10^{-5} \text{ m}$$

L'application numérique permet de fixer la valeur de l'épaisseur  $e$  égale à  $8.10^{-2}$  m (8cm) avec une marge de sécurité . C'est une valeur qui nous paraît raisonnable étant données les dimensions de la plaque et le volume d'eau dans le puisard .

### III-1.6 Etude de la conduite d'évacuation

La partie supérieure du puisard est munie d'une bouche avaloir servant de trop-plein en saison de pluie . Elle est connectée à une conduite cylindrique d'évacuation en Polychlorure de Vinyle (PVC) de longueur 1,50m , de section intérieure  $1,33.10^{-4}$  m<sup>2</sup> (1,33cm<sup>2</sup>), inclinée de 10° par rapport à l'horizontal. Elle est de même ordre de grandeur que la source dont la section est de  $1,6.10^{-4}$  m<sup>2</sup> (1,6cm<sup>2</sup>) .

Le 08 Décembre 2004 , 3 l d'eau sortant du puisard ont été analysés à la Direction de la Protection des Végétaux ( DPV ) de Nanisana pour connaître la viscosité cinématique de l'eau . Elle est égale à  $1,5.10^{-6}$  m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> ( $1,5.10^{-2}$  cm<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>). On est donc en présence d'un problème de dynamique d'un fluide réel en écoulement dans une conduite cylindrique. Le puisard est maintenant fermé hermétiquement à sa partie supérieure par une vitre d'épaisseur  $5.10^{-3}$  m (5 mm). L'écoulement dans la conduite cylindrique d'évacuation est alors en charge.

### III-1.7 Hypothèses d'étude

- Le fluide est incompressible ( $\rho = \text{constante}$ )
- L'écoulement est permanent ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ )
- L'écoulement est laminaire
- L'extrémité aval de la conduite est exposée à l'atmosphère .

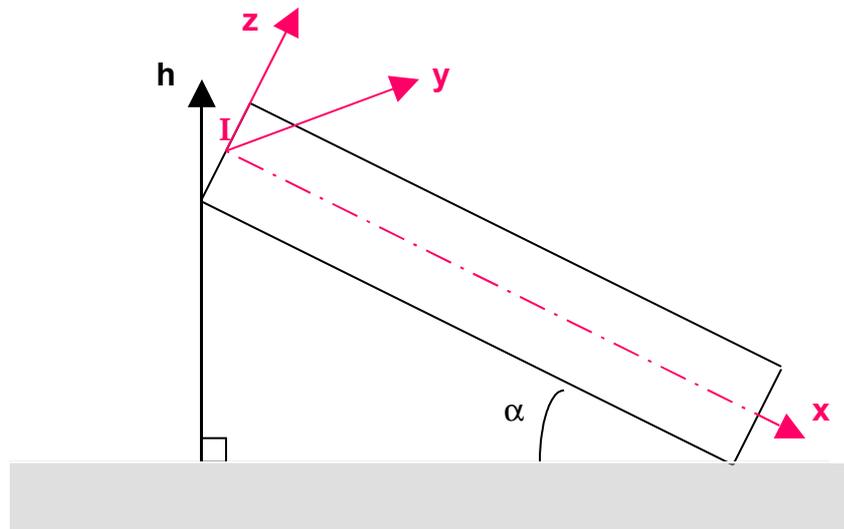
### III-1.8 Profil de vitesse de l'écoulement

En considérant un système d'axes orthonormés IXYZ d'origine I au niveau de l'entrée de la bouche avaloir, l'axe IX confondu avec celui de la conduite ( Figure 13 ), les lignes de courant sont donc parallèles à l'axe IX par raison de symétrie. On est en présence d'un écoulement unidimensionnel caractérisé par la vitesse  $\vec{V}(V, 0, 0)$  satisfaisant à l'équation de Navier-Stokes ( Annexe 2 ) :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{F} - \text{grad}P + \mu \Delta \vec{V} \quad (27)$$

et à l'équation de continuité :

$$\text{div } \vec{V} = 0$$



**Figure 13 : Conduite cylindrique inclinée et repère IXYZ**

Comme la conduite est inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal, on a :

$$\vec{F} = - \text{grad}U \quad U = g h \quad (28)$$

où h désigne un axe vertical dont le sens est dirigé vers le haut. L'équation (27) se transforme en :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{grad} P^* + \nu \Delta \vec{V} \quad (29)$$

où  $P^* = P + \rho g h$  s'appelle pression dynamique et  $\nu$  la viscosité cinématique de l'eau. la résolution de l'équation (29), développée en Annexe 3, donne un profil parabolique de la vitesse dont l'expression s'écrit :

$$v = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} (R^2 - r^2) \quad (30)$$

où  $P_1$  et  $P_2$  représentent respectivement la pression de l'eau au niveau de la bouche avaloir et à la sortie de la conduite où elle est égale à celle de l'atmosphère.  $\mu$  est le coefficient de viscosité dynamique et R le rayon de la conduite. On est donc en présence d'un écoulement de Poiseuille.

### III- 1.9 Débit en volume

Le débit en volume Q est égal au flux de la vitesse  $\vec{V}$  à travers la section de la conduite :

$$Q = \iint_{(S)} \vec{V} \cdot d\vec{S}$$

Or  $\vec{V}$  et  $d\vec{S}$  sont colinéaires, et en considérant l'élément de surface dS une couronne circulaire de rayon r alors :

$$Q = \frac{2\pi(P_1 - P_2)}{4\mu} \int_0^R r (R^2 - r^2) dr$$

Après calcul, on obtient :

$$Q = \frac{\pi D^4}{128\mu} \frac{(P_1 - P_2)}{l} \quad (31)$$

qui n'est autre que l'équation de HAGEN-POISEUILLE dont les détails de calcul sont rapportés en Annexe 3.

La vitesse maximale de l'écoulement se produit le long de l'axe de la conduite pour  $r = 0$ , soit :

$$V_{\max} = \frac{(P_1 - P_2) R^2}{4 \mu l} \quad (32)$$

Comme la répartition de vitesse est parabolique, on définit la vitesse moyenne  $V_m$  en faisant le rapport du débit en volume par la section  $S$  de la conduite. Ce qui donne :

$$V_m = \frac{V_{\max}}{2} \quad (33)$$

### III-1.10 Pression à la partie supérieure du puisard

Le débit en volume  $Q$  est obtenu en faisant des mesures du volume d'eau recueilli à la sortie de la conduite pendant un intervalle de temps déterminé. L'expression (31) permet de tirer :

$$P_1 - P_2 = \frac{128\mu l Q}{\pi D^4} \quad (34)$$

$P_2$  représente la pression au niveau de l'orifice de la conduite. Elle est égale à celle de l'atmosphère. Par conséquent, on obtient :

$$P_1 = \frac{128\mu l Q}{\pi D^4} + P_{atm} \quad (35)$$

c'est cette pression  $P_1$  qui règne à la partie supérieure du liquide en contact avec la vitre qui ferme hermétiquement le puisard.

### III- 1.11 Nombre de Reynolds de l'écoulement

Dans l'étude de l'écoulement d'un fluide réel , il est d'usage de faire intervenir le nombre adimensionnel de REYNOLDS établi en 1883 . Il peut être obtenu en rendant adimensionnel l'équation de Navier –Stokes ou en faisant le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité ( Annexe 2 ) :

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{VD}{\nu} \quad (36)$$

où  $\rho$  : masse volumique du fluide (  $\text{kg.m}^{-3}$  )  
 $V$  : vitesse de l'écoulement (  $\text{m.s}^{-1}$  )  
 $\mu$  : coefficient de viscosité dynamique (  $\text{Pa}$  )  
 $\nu$  : coefficient de viscosité cinématique (  $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$  )  
 $D$  : longueur caractéristique de la conduite ,  
il représente ici son diamètre intérieur (  $\text{m}$  )

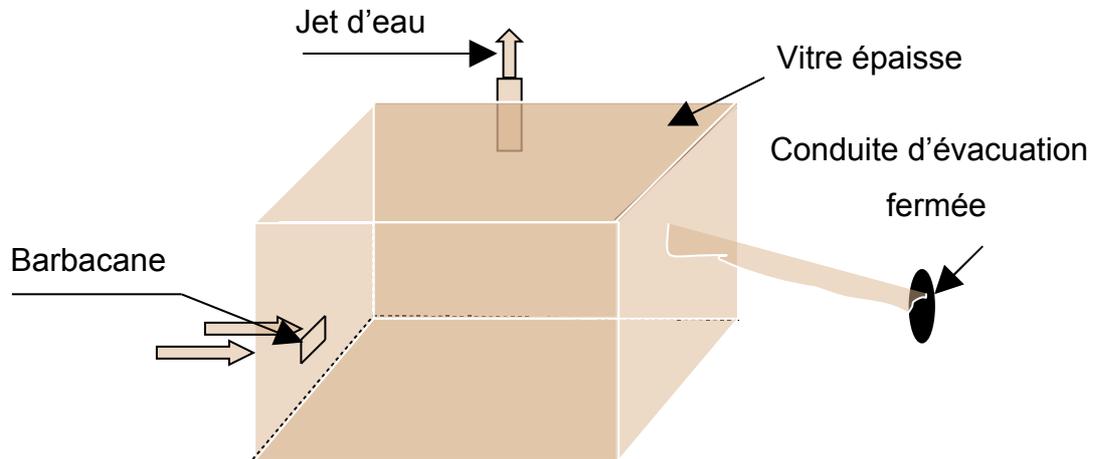
Ce nombre résume et renferme tout ce qu'il faut savoir sur l'écoulement qui peut être :

LAMINAIRE si  $Re < 2000$

TURBULENT si  $Re \geq 2000$

### III-1.12 Mise en évidence d'un jet d'eau

La vitre est percée d'un trou de  $10^{-2}$  m (1cm) de diamètre et surmontée d'une petite conduite cylindrique de même section et de hauteur  $1,5 \cdot 10^{-2}$  m (1,5cm). Lorsque la partie aval de la conduite est fermée, l'eau s'échappe de la vitre sous forme de jet ( Figure 14 ).



**Figure 14 : Mise en évidence d'un jet d'eau**

Cette expérience n'est effectuée que lorsque le débit de l'eau est important . Le théorème de BERNOUILLI , développé dans l'ouvrage de COMOLET R. [18] est appliqué au niveau de la vitre où toutes les grandeurs sont affectées de l'indice 1 et au sommet du jet avec l'indice 2 . L'égalité de la charge hydraulique :

$$H_1 = H_2$$

permet d'écrire :

$$\frac{P_1^*}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2^*}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (37)$$

où :

$$P_1^* = P_1 + \rho g h_1 \quad P_2^* = P_2 + \rho g h_2$$

En notant que le jet est en contact avec l'atmosphère , on obtient :

$$P_1 - P_2 = \rho g ( h_2 - h_1 ) + \frac{\rho}{2} ( V_2^2 - V_1^2 )$$

En considérant la pression atmosphérique comme origine des pressions , et en notant que les vitesses  $V_1$  et  $V_2$  sont nulles au niveau de la vitre et au sommet du jet, on a

$$P_1 = \rho g ( h_2 - h_1 ) \quad (38)$$

La connaissance de la hauteur maximale  $h_2$  atteinte par le jet permet de connaître la valeur de la pression  $P_1$  qui règne au niveau de la vitre .

En prenant , comme auparavant , la pression atmosphérique origine des pressions , l'expression ( 35 ) s'écrit :

$$P_1 = \frac{128\mu l Q}{\pi D^4} \quad (39)$$

En l'introduisant dans ( 38 ) , il est possible de prévoir théoriquement la hauteur maximale du jet par :

$$h_2 = h_1 + \frac{128\mu l Q}{\rho g \pi D^4} \quad (40)$$

Explicitée en fonction de la viscosité cinématique définie par :

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$

elle s'écrit finalement :  $h_2 = h_1 + \frac{128v l Q}{\pi D^4 g}$  (41)

où :

$h_1$  : hauteur de la petite conduite surmontant l'orifice de la vitre (m)

$h_2$  : hauteur maximale du jet d'eau ( m )

$L$  : longueur de la conduite d'évacuation (m)

$Q$  : débit en volume ( $m^3.s^{-1}$ )

$D$  : diamètre intérieur de la conduite (m)

$g$  : accélération de la pesanteur ( $m.s^{-2}$ )

$\nu$  : viscosité cinématique du liquide ( $m^2.s^{-1}$ )

### III- 1.13 Rôle du puisard

L'énergie cinétique s'annule lorsque l'écoulement souterrain rencontre sur son trajet un obstacle . Elle se transforme en énergie potentielle si la situation s'y prête . C'est ce phénomène qui se produit pour l'écoulement entrant dans le puisard . Le grand volume d'eau de  $0,458m^3$  au repos joue ici le rôle d'obstacle et d'amortisseur. Le puisard est alors considéré comme :

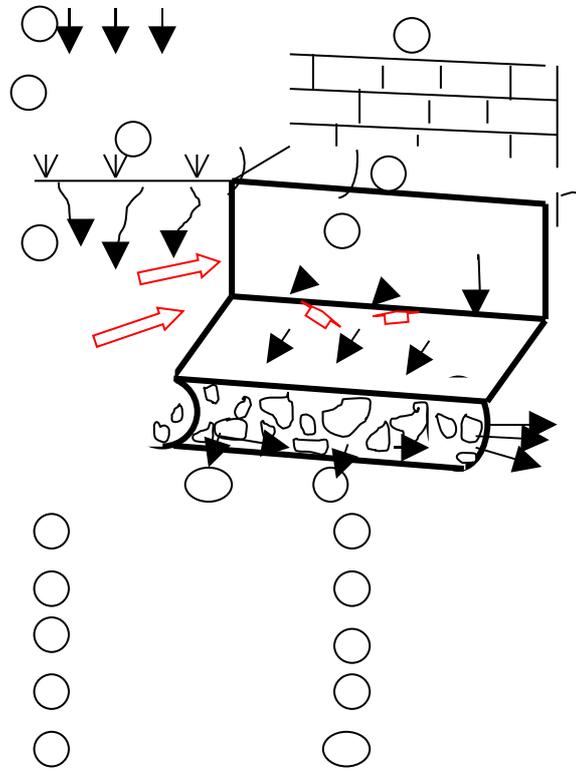
- un bassin de tranquillisation
- un déviateur de la trajectoire de l'écoulement souterrain se dirigeant vers la maison .
- un conduit évacuateur d'eau souterraine

Ce puisard ne pourra jamais être rebouché sinon l'écoulement souterrain changerait de direction et se frayerait un chemin de moindre résistance . Une autre remontée d'eau pourrait alors se produire là où l'on ne s'y attendait pas.

### III-2 ETUDE DU MUR RADIER

Le trajet de l'écoulement souterrain est interrompu par le puisard , le mur radier constitue un système de drainage des eaux d'infiltration provenant des eaux pluviales et des eaux d'arrosage de la pelouse ou de bien d'autres écoulements pouvant se diriger vers la maison ( Figure 15 ) .

Cet ouvrage est constitué par un mur en L, d'une paroi fouille et d'un caniveau formé d'une demi-buse de pente 10% enfoui dans le sol



**Légende :**

- |   |                    |   |                        |
|---|--------------------|---|------------------------|
| ○ | Eau pluviale       | — | Allée cimentée         |
| ○ | Eau d'arrosage     | — | Fondation de la maison |
| ○ | Pelouse            | — | Mur-radier en L        |
| ○ | Eau d'infiltration | — | Caniveau de pente 10%  |
| ○ | Mur de la maison   | — | Drain de pierre sèche  |

**Figure 15 : Le mur radier et les eaux dans le sol**