

CHAPITRE 3

FORMULATION NUMERIQUE DU PROBLEME

3.1 Introduction

Les résolutions exactes et analytiques des équations de transfert ne s'obtiennent que dans des cas très particuliers. Ce qui justifie le recours à des méthodes numériques approchées dont les convergences sont sûres.

Dans cette étude, la méthode des différences finies est adoptée. Celle-ci repose sur des développements en séries de Taylor approchant les valeurs des dérivées en un point ou dans son voisinage par des différences. Un ensemble discret de points ou de nœuds appelés maillage ou réseau remplace le domaine continu. En écoulement bidimensionnel, les mailles du réseau sont définies par les pas Δx et Δy . Le point (i, j) de ce réseau est celui des coordonnées $(i.\Delta x, j.\Delta y)$ et la valeur de la fonction $f(x, y)$ en ce point est désignée par f_i^j .

La méthode des différences finies consiste, en premier lieu, à établir un maillage du domaine d'intégration. Nous découpons l'espace autour de la paroi ellipsoïdale selon les directions x et y en un ensemble de points où l'on intègre le système d'équations à résoudre tel qu'il est représenté dans la figure suivante :

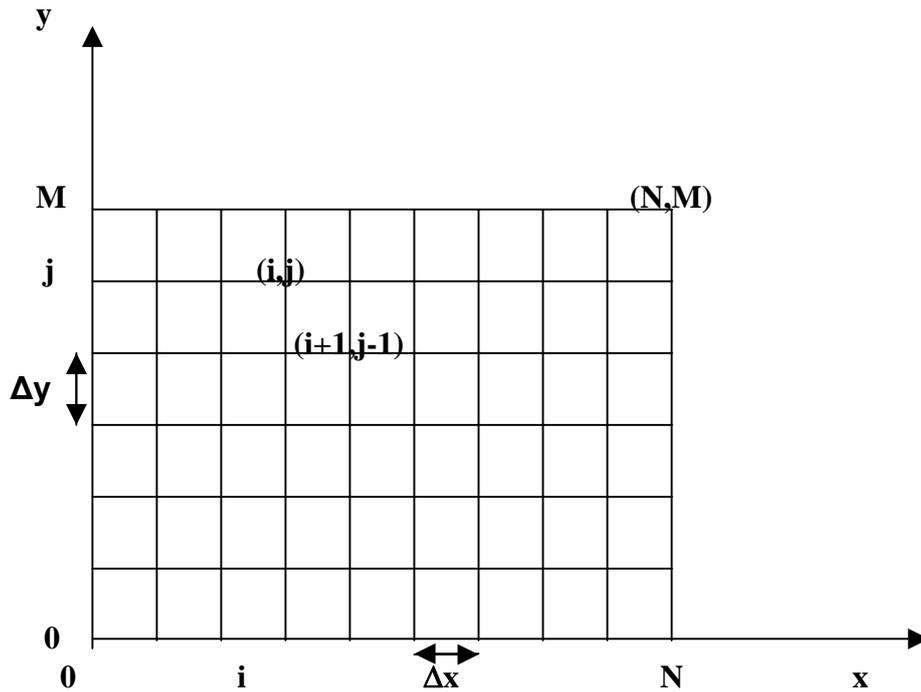


Figure 3.1 : Représentation schématique du domaine transformé.

3.2 Approximation des dérivées

En second lieu, la méthode aux différences finies consiste à remplacer toutes les dérivées partielles du premier ou du second ordre par des quotients différentiels.

D'après la formule de TAYLOR, les dérivées partielles peuvent être évaluées comme suit :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta x} + \theta(\Delta x) \quad \text{« différence avant »} \quad (3.2.1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} + \theta(\Delta x) \quad \text{« différence arrière »} \quad (3.2.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2\Delta x} + \theta(\Delta x) \quad \text{« différence centrée »} \quad (3.2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(a \frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{1}{\Delta x} \left(a_{i+\frac{1}{2}}^j f_{i+1}^j - \left(a_{i+\frac{1}{2}}^j + a_{i-\frac{1}{2}}^j \right) f_i^j + a_{i-\frac{1}{2}}^j f_{i-1}^j \right) + \theta(\Delta x) \quad (3.2.4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j}{\Delta y} + \theta(\Delta y) \quad \text{« différence avant »} \quad (3.2.5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{f_{i+1}^j - f_{i+1}^{j-1}}{\Delta y} + \theta(\Delta y) \quad \text{« différence arrière »} \quad (3.2.6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^{j-1}}{2\Delta y} + \theta(\Delta y) \quad \text{« différence centrée »} \quad (3.2.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(a \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{1}{\Delta y} \left(a_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} f_{i+1}^{j+1} - \left(a_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} + a_{i+\frac{1}{2}}^{j-\frac{1}{2}} \right) f_{i+1}^j + a_{i+\frac{1}{2}}^{j-\frac{1}{2}} f_{i+1}^{j-1} \right) + \theta(\Delta y) \quad (3.2.8)$$

Dans l'expression ci-dessus, « a » indique une propriété physique définissant la viscosité dynamique ou la conductivité thermique adimensionnelle qui demeure chacune fonction de la température.

La notation $a_{i+\frac{1}{2}}^{j\pm\frac{1}{2}}$ signifie : propriété physique « a », prise à la température $T_{i+\frac{1}{2}}^{j\pm\frac{1}{2}}$. Comme nous allons souligner la variabilité des propriétés physiques du fluide impliquant sur les résultats, nous prenons :

$$\left. \begin{aligned} a_{i+\frac{1}{2}}^{j\pm\frac{1}{2}} &= a \left(T_{i+\frac{1}{2}}^{j\pm\frac{1}{2}} \right) \\ T_{i+\frac{1}{2}}^{j\pm\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \left(T_{i+\frac{1}{2}}^{j\pm 1} + T_{i+\frac{1}{2}}^j \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.9)$$

Dans le cas présent, l'approximation de $\frac{\partial f}{\partial x}$ est établie par une « différence avant » et celle de $\frac{\partial f}{\partial y}$ par une « différence centrée ».

Les pas du réseau s'écrivent :

$$dx = \Delta x = x_{i+1} - x_i \quad (3.2.10)$$

$$dy = \Delta y = y_{j+1} - y_j \quad (3.2.11)$$

3.3 Discrétisation des équations

3.3.1 Equations de transferts et conditions aux limites.

En remplaçant les dérivées partielles par leurs expressions discrétisées, les équations de transferts deviennent :

3.3.1.1 Equation de continuité :

$$\frac{\rho_{i+1}^j U_{i+1}^j - \rho_i^j U_i^j}{\Delta x_{i+1}} + n_0 \frac{\rho_{i+1}^{j+1} V_{i+1}^{j+1} - \rho_{i+1}^{j-1} V_{i+1}^{j-1}}{2\Delta y} + \rho_{i+1}^j U_{i+1}^j \Lambda_i = 0 \quad (3.3.1)$$

3.3.1.2 Equations du mouvement :

- Composante suivant x :

$$\begin{aligned} \rho_{i+1}^j \left(U_{i+1}^j \frac{(U_{i+1}^j - U_i^j)}{\Delta x_{i+1}} + n_0 V_{i+1}^j \frac{(U_{i+1}^{j+1} - U_{i+1}^{j-1})}{2\Delta y} - W_{i+1}^{j^2} \Lambda_i \right) = n_1 \rho_{i+1}^j U_{ei+1} \frac{(U_{ei+1} - U_{ei})}{\Delta x_{i+1}} \\ + n_2 S(x_{i+1}) T_{i+1}^j + n_0 \frac{1}{2} \left(\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} U_{i+1}^{j+1} - \left(\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} + \mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} \right) U_{i+1}^j + \mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} U_{i+1}^{j-1} \right) \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

- Composante suivant θ :

$$\rho_{i+1}^j \left(U_{i+1}^j \frac{(W_{i+1}^j - W_i^j)}{\Delta x_{i+1}} + n_0 V_{i+1}^j \frac{(W_{i+1}^{j+1} - W_{i+1}^{j-1})}{2\Delta y} - U_{i+1}^j W_{i+1}^j \Lambda_i \right) =$$

$$n_0 \frac{1}{\Delta y} \left(\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} W_{i+1}^{j+1} - \left(\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} + \mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} \right) W_{i+1}^j + \mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} W_{i+1}^{j-1} \right) \quad (3.3.3)$$

3.3.1.3 Equation de la chaleur :

$$\rho_{i+1}^j C p_{i+1}^j \left(U_{i+1}^j \frac{(T_{i+1}^j - T_i^j)}{\Delta x_{i+1}} + n_0 V_{i+1}^j \frac{(T_{i+1}^{j+1} - T_{i+1}^{j-1})}{2\Delta y} \right) =$$

$$n_3 \frac{1}{\Delta y} \left(\lambda_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} T_{i+1}^{j+1} - \left(\lambda_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} + \lambda_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} \right) T_{i+1}^j + \lambda_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} T_{i+1}^{j-1} \right) \quad (3.3.4)$$

Où :

Λ_i représente la quantité $\frac{1}{r} \frac{dr}{dx}$

3.3.1.4 Conditions aux limites :

- Pour $y = 0$ ($j = 1$ et $i = 1$ à N) :

$$\left. \begin{aligned} U_{i+1}^1 &= V_{i+1}^1 = 0 \\ W_{i+1}^1 &= n_4 r_{i+1} \\ T_{i+1}^1 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.3.5)$$

- Pour $y \rightarrow \infty$ ($j = M$ et $i = 1$ à N) :

$$\left. \begin{aligned} T_{i+1}^M &= W_{i+1}^M = 0 \\ U_{i+1}^M &= n_5 U_{e_{i+1}} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.6)$$

Notre méthode de résolution numérique consiste à écrire ce système d'équations de la manière suivante :

- Equations du mouvement

$$\begin{aligned}
 n_0 \left(\frac{\mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}}}{\Delta y \rho_{i+1}} + \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right) U_{i+1}^{j-1} - \left(\frac{U_{i+1}^j}{\Delta x_{i+1}} + n_0 \frac{\left(\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} + \mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} \right)}{2 \Delta y \rho_{i+1}} \right) U_{i+1}^j + \\
 n_0 \left(\frac{\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}}}{\Delta y \rho_{i+1}} - \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right) U_{i+1}^{j+1} = W_{i+1}^{j+1} \Lambda_i - n_1 U_{ei+1} \frac{(U_{ei+1} - U_{ei})}{\Delta x_{i+1}} \\
 - n_2 \frac{S(x_{i+1}) T_{i+1}^j}{\rho_{i+1}} - \frac{U_{i+1}^j U_i^j}{\Delta x_{i+1}}
 \end{aligned} \tag{3.3.7}$$

$$\begin{aligned}
 n_0 \left(\frac{\mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}}}{\Delta y \rho_{i+1}} + \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right) W_{i+1}^{j-1} - \left(\frac{U_{i+1}^j}{\Delta x_{i+1}} + n_0 \frac{\left(\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} + \mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} \right)}{2 \Delta y \rho_{i+1}} \right) W_{i+1}^j + \\
 n_0 \left(\frac{\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}}}{\Delta y \rho_{i+1}} - \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right) W_{i+1}^{j+1} = U_{i+1}^j W_i^j \Lambda_i - \frac{U_{i+1}^j W_i^j}{\Delta x_{i+1}}
 \end{aligned} \tag{3.3.8}$$

- Equation de la chaleur :

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{n_3 \lambda_{i+1}^{j-\frac{1}{2}}}{\Delta y C_{p_{i+1}} \rho_{i+1}} + n_0 \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right) T_{i+1}^{j-1} - \left(\frac{U_{i+1}^j}{\Delta x_{i+1}} + n_3 \frac{\left(\lambda_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} + \lambda_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} \right)}{2 \Delta y C_{p_{i+1}} \rho_{i+1}} \right) T_{i+1}^j + \\
 \left(\frac{\lambda_{i+1}^{j+\frac{1}{2}}}{\Delta y C_{p_{i+1}} \rho_{i+1}} - n_0 \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right) T_{i+1}^{j+1} = - \frac{U_{i+1}^j T_i^j}{\Delta x_{i+1}}
 \end{aligned} \tag{3.3.9}$$

Les équations (3.3.7) à (3.3.9) sont de la forme :

$$A_{1j} U_{i+1}^{j-1} - B_{1j} U_{i+1}^j + C_{1j} U_{i+1}^{j+1} = D_{1j} \quad (3.3.10)$$

$$A_{2j} W_{i+1}^{j-1} - B_{2j} W_{i+1}^j + C_{2j} W_{i+1}^{j+1} = D_{2j} \quad (3.3.11)$$

$$A_{3j} T_{i+1}^{j-1} - B_{3j} T_{i+1}^j + C_{3j} T_{i+1}^{j+1} = D_{3j} \quad (3.3.12)$$

Avec :

$$A_{1j} = n_0 \left(\frac{\mu_{i+1}^{j-1}}{\Delta y \rho_{i+1}} + \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right); \quad B_{1j} = \left(\frac{U_{i+1}^j}{\Delta x_{i+1}} + n_0 \frac{\left(\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} + \mu_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} \right)}{\Delta y \rho_{i+1}} \right)$$

$$C_{1j} = n_0 \left(\frac{\mu_{i+1}^{j+\frac{1}{2}}}{\Delta y \rho_{i+1}} - \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right) U_{i+1}^{j+1}$$

$$D_{1j} = W_{i+1}^{j-2} \Lambda_i - n_1 U_{ei+1} \frac{(U_{ei+1} - U_{ei})}{\Delta x_{i+1}} - n_2 \frac{S(x_{i+1}) T_{i+1}^j}{\rho_{i+1}} - \frac{U_{i+1}^j U_i^j}{\Delta x_{i+1}}$$

$$A_{2j} = A_{1j}; \quad B_{2j} = B_{1j}; \quad C_{2j} = C_{1j}; \quad D_{2j} = U_{i+1}^j W_i^j \Lambda_i - \frac{U_{i+1}^j W_i^j}{\Delta x_{i+1}}$$

$$A_{3j} = \left(\frac{n_3 \lambda_{i+1}^{j-1}}{\Delta y C_{p_{i+1}} \rho_{i+1}} + n_0 \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right); \quad B_{3j} = \left(\frac{U_{i+1}^j}{\Delta x_{i+1}} + n_3 \frac{\left(\lambda_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} + \lambda_{i+1}^{j-\frac{1}{2}} \right)}{\Delta y C_{p_{i+1}} \rho_{i+1}} \right)$$

$$C_{3j} = \left(\frac{\lambda_{i+1}^{j+\frac{1}{2}}}{\Delta y C_{p_{i+1}} \rho_{i+1}} - n_0 \frac{V_{i+1}^j}{2\Delta y} \right); \quad D_{3j} = -\frac{U_{i+1}^j T_i^j}{\Delta x_{i+1}}$$

3.3.3 Calcul de la composante normale de la vitesse.

Pour la composante normale de la vitesse intérieure de la couche limite, elle est calculée à partir de la discrétisation de l'équation de continuité formulée par la relation (3.3.1), que donne :

$$V_{i+1}^{j+1} = \frac{\rho_{i+1}^{j-1} V_{i+1}^{j-1}}{\rho_{i+1}^{j+1}} - \frac{2\Delta y \rho_{i+1}^j U_{i+1}^j \Delta i}{n_0 \rho_{i+1}^{j+1}} - \frac{2\Delta y (\rho_{i+1}^j U_{i+1}^j - \rho_i^j U_i^j)}{n_0 \rho_{i+1}^{j+1} \Delta x_{i+1}} \quad (3.3.13)$$

Les valeurs de V_i^j sont calculées de proche en proche à partir de celles de la paroi caractérisée par $j = 1$.

3.3.4 Grandeurs pariétales.

Pour les discrétisations des nombres adimensionnels Nu , CF_x et CF_θ , nous utilisons les différences à droite et la dérivée d'ordre 2. La dérivée d'une fonction f par rapport à y au nœud (i,j) est calculée par :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta y} (-3 f_i^j + 4 f_i^{j+1} - f_i^{j+2}) \quad (3.3.14)$$

Avec f_i^j , f_i^{j+1} et f_i^{j+2} sont les valeurs de la fonction f respectivement aux nœuds (i, j) , $(i, j+1)$ et $(i, j+2)$ et Δy étant le pas fixe de la discrétisation.

Elle est identique à celle utilisée dans les conditions aux limites

Selon les formules (2.4.1), (2.4.2) et (2.4.3) donnant le paramètre Nu , CF_x et CF_θ , nous avons à calculer les dérivées sur la paroi, pour $y = 0$, qui correspond à $j = 1$ et $i = 1$ à N . Ce qui donne :

$$\text{Nu}(i) = \frac{n6 \lambda_i}{2\Delta y} (-3 T_i^1 + 4 T_i^2 - T_i^3) \quad (3.3.15)$$

$$\text{CF}_x(i) = \frac{n7 \mu_i}{2\Delta y} (-3 U_i^1 + 4 U_i^2 - U_i^3) \quad (3.3.16)$$

$$\text{CF}_\theta(i) = \frac{n7 \mu_i}{2\Delta y} (-3 W_i^1 + 4 W_i^2 - W_i^3) \quad (3.3.17)$$

Et d'après la formule (2.4.4) de S_a , le gradient pariétal des vitesses discrétisé devient

$$S_a(i) = \left(\left(0,5 \text{CF}_x \text{Re}_\infty^{\frac{1}{2}}(i) \right)^2 + \left(0,5 \text{CF}_\theta \text{Re}_\infty^{\frac{1}{2}}(i) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.18)$$

3.4 Principe de résolution des systèmes (3.3.10) à (3.3.12)

Chacune des équations est prise individuellement et écrite sous la forme :

$$A_j f_{j-1} + B_j f_j + C_j f_{j+1} = D_j \quad (3.4.1)$$

Où f représente U , W et T qui indiquent les inconnues à calculer. Les coefficients A_j , B_j , C_j et D_j sont des coefficients variables à déterminer pour chaque équation.

Le système d'équations (3.4.1) peut s'écrire sous la forme d'une matrice tri diagonale suivante :

$$f_j = \frac{\left(z_j - C_j f_{j+1} \right)}{K_j} \text{ pour } j = J - 1, \dots, 2 \quad (3.4.12)$$

Cet algorithme a été adopté pour résoudre les équations de mouvements (3.3.10) et (3.3.11) afin de déterminer les composantes U et W, et puis l'équation de la chaleur (3.3.12) pour calculer la température T.

Comme il fallait exprimer tous les termes au nœud (i+1, j+1) utilisés pour l'itération suivante (i+1, j), les calculs étaient achevés, lorsque les conditions suivantes étaient remplies

$$\left. \begin{array}{l} U_J < \varepsilon_1 \\ W_J < \varepsilon_2 \\ T_J < \varepsilon_3 \end{array} \right\} \quad (3.4.13)$$

Où les constantes ε_1 , ε_2 et ε_3 d'ordre de 10^{-5} étaient données. Et les paramètres U_J , W_J et T_J représentaient respectivement, à une constante près, les gradients de la vitesse tangentielle, ceux de la vitesse circonférentielle et ceux de la température à l'extérieur de la couche limite.

Nous représentons sur la figure 3.2, l'algorithme que nous avons suivi dans notre résolution numérique.

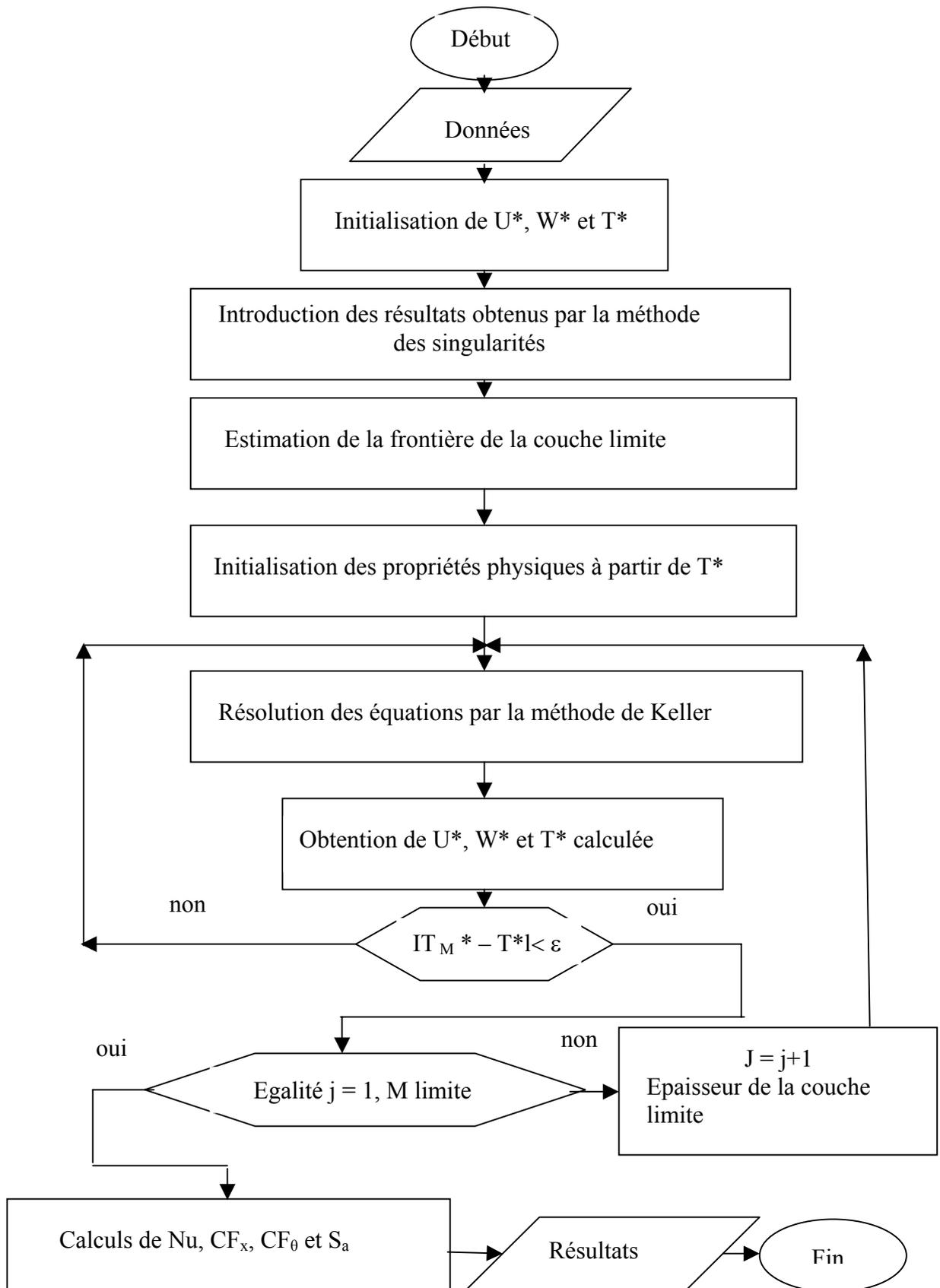


Figure 3.2 : Organigramme des calculs.

CHAPITRE 4

PRESENTATION DES RESULTATS

4.1 Description du programme de calcul.

Le présent programme des calculs tient compte de toutes les possibilités à combiner pour les trois types de convection avec toutes les grandeurs physiques. Mais dans un premier temps, l'influence de la variabilité des propriétés physiques a été étudiée. Chaque propriété physique de l'air a été supposée dépendante de la température. En ce qui concerne les propriétés physiques constantes le nombre de Prandtl devrait être prise en compte et la masse volumique, la capacité calorifique massique, la conductivité thermique et la viscosité dynamique adimensionnelles étaient égales à l'unité. Par contre, pour le cas des propriétés physiques variables, et le nombre de Prandtl a été calculé à partir des conditions à l'infini du fluide, et les autres propriétés étaient fonction de la température à l'exception de la capacité thermique massique qui était égale à l'unité car elle pouvait être constante pour l'air.

Dans un deuxième temps, l'influence du paramètre de convection naturelle Ω et celle du paramètre de rotation B ont été examinées ; pour le cas de la convection axiale combinée à la convection naturelle, de la convection axiale couplée à la convection rotatoire, des trois types des convections coexistants.

Pour terminer la présentation des résultats, l'influence de la forme géométrique de l'ellipsoïde a été examinée. Dans ce paragraphe, nous utilisons le paramètre adimensionnel $R = a/b$ comparant la longueur de demi axe vertical à celle de demi axe horizontal. Alors, pour le cas de l'ellipsoïde allongé : « $R = 0,5$ », pour celui de la sphère : « $R = 1$ » et celui de l'ellipsoïde aplati : « $R = 2$ ».

4.2 Validation du programme de calculs.

Pour valider notre programme des calculs, nous avons pris d'abord le cas de l'hydrogène avec les propriétés physiques suivantes [3] :

$$\rho(T) = \rho(T_r) \frac{P \cdot T_r}{P_r \cdot T} \quad (4.2.1)$$

$$\mu(T) = \mu(T_r) \frac{\pi(T_{ar})}{\pi(T_r)} \sqrt{\frac{T}{T_r}} \quad (4.2.2)$$

$$\lambda(T) = \lambda(T_r) \frac{\pi(T_{ar})}{\pi(T_r)} \sqrt{\frac{T}{T_r}} \quad (4.2.3)$$

Avec $1 < T_a = \frac{K T}{e} < 90$

$$\begin{aligned} \Pi(T_a) = & \text{Expo}(0,45667 - 0,53955 \text{ Log}(T_a) + \\ & 0,18265 (\text{Log}(T_a))^2 - 0,03629 \text{ Log}(T_a)^3 + 0,0024 (\text{Log}(T_a))^4) \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

$$C_p(T) = 13650 + 1,65 T + 2,5 \cdot 10^{-3} T^2 \quad (4.2.5)$$

A la température de référence $T_r = 25^\circ\text{C}$, ces propriétés physiques donnent les valeurs suivantes [35] :

$$\rho(T_r) = 0,089 [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] \quad C_p(T_r) = 14364 [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

$$\mu(T_r) = 8,25 \cdot 10^{-6} [\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}] \quad \lambda(T_r) = 0,1673 [\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

Ensuite, nous avons comparé ces résultats avec ceux de la littérature dans le cas où les propriétés physiques du fluide étaient constantes puis variables. Les figures 4.3.1.1 et 4.3.1.2 concernent le cas étudié par Ch. R. R. Raminosa [3] s'agissant d'une convection forcée axiale pure tandis que les figures 4.a et 4.b représentent nos résultats en prenant le cas du gaz hydrogène. On constate que l'accord entre ces deux résultats est excellent mais il est établi une différence concernant la discontinuité de la courbe au voisinage du pôle dans le cas présent. Cela signifie que l'épaisseur de la couche limite est nulle dans cette zone. Donc, on peut traiter le problème de la variabilité des propriétés physiques de l'air, en convection mixte engendrée par la rotation uniforme des corps à symétrie de révolution à partir de ce programme.

Il faut remarquer ensuite que le paramètre $1/2CF_xRe_\infty^{1/2}$ commence par augmenter, passe par un maximum au voisinage de $x = 58^\circ$ puis diminue rapidement pour les deux résultats. Notons que G. Le Palec [9] a signalé aussi l'existence d'un frottement maximal autour de $x = 60^\circ$ pour le cas d'une sphère. Le maximum de $1/2CF_xRe_\infty^{1/2}$ et sa diminution brutale au-delà annoncent un décollement de la couche limite.

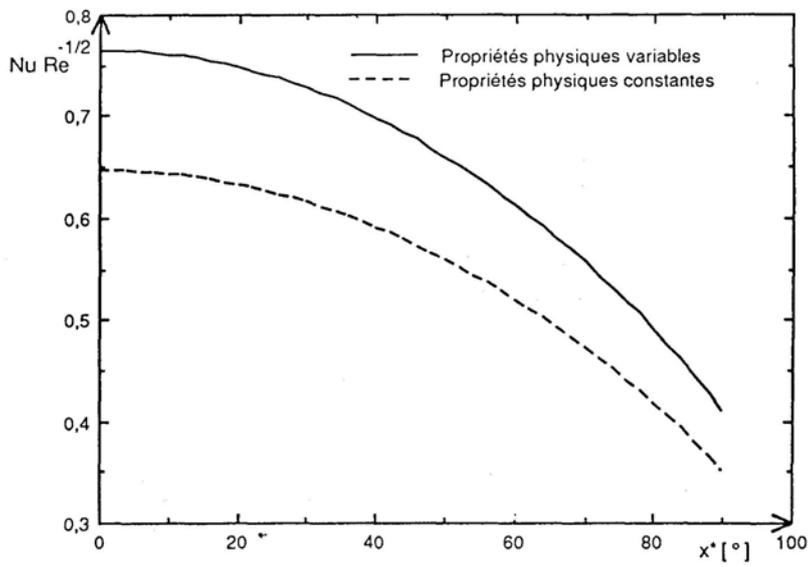


Figure 4.3.1.1. : Variations de $Nu Re^{-1/2}$ en fonction de x^* . Convection forcée axiale pure. $T_p = 400$ °C.

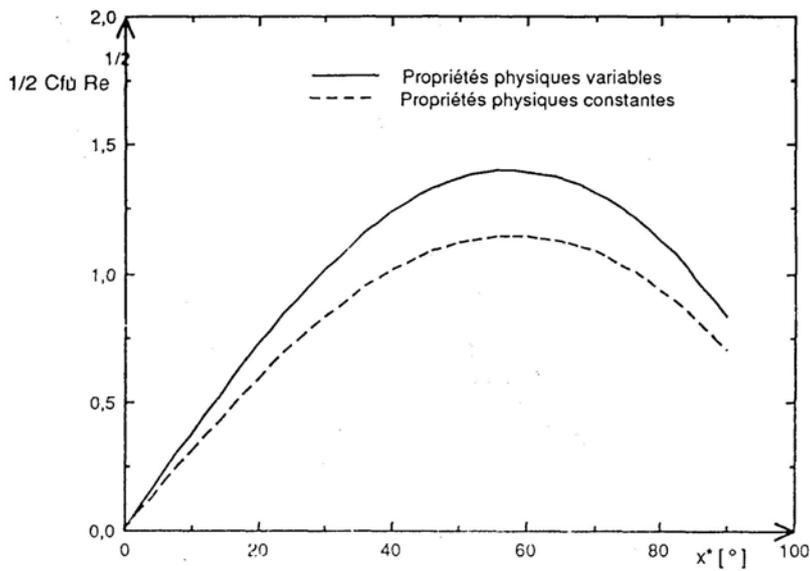


Figure 4.3.1.2 : Variations de $1/2 C_{fu} Re^{-1/2}$ en fonction de x^* . Convection forcée axiale pure. $T_p = 400$ °C.

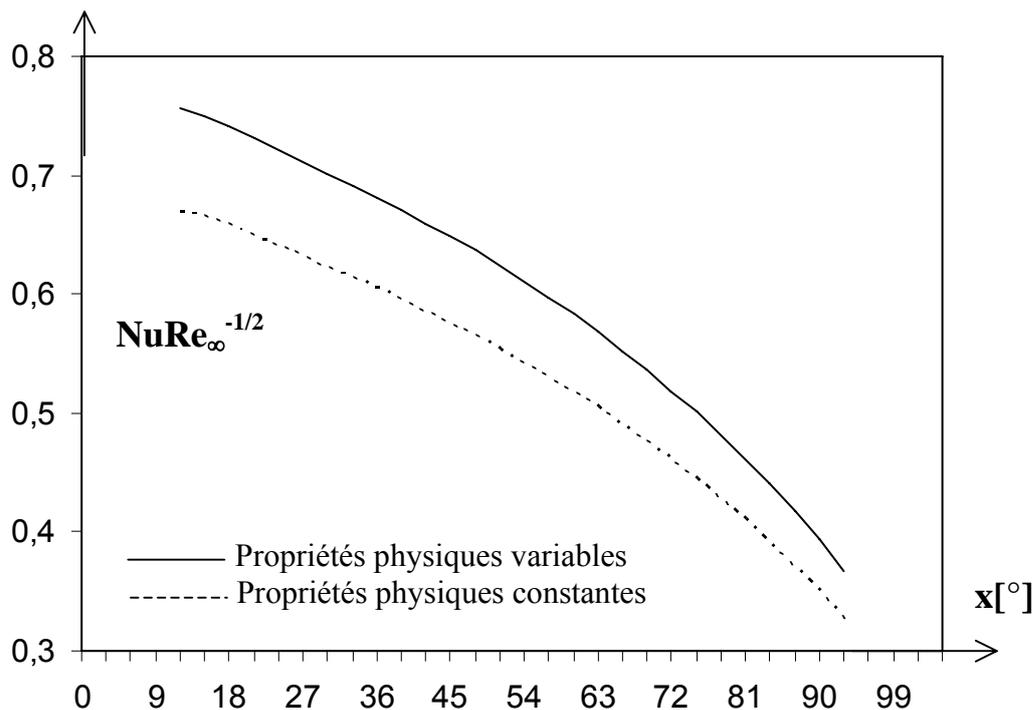


Figure 4.a : Variations de $NuRe_\infty^{-1/2}$ en fonction de x pour $T_p = 400^\circ\text{C}$ et $R = 1$.

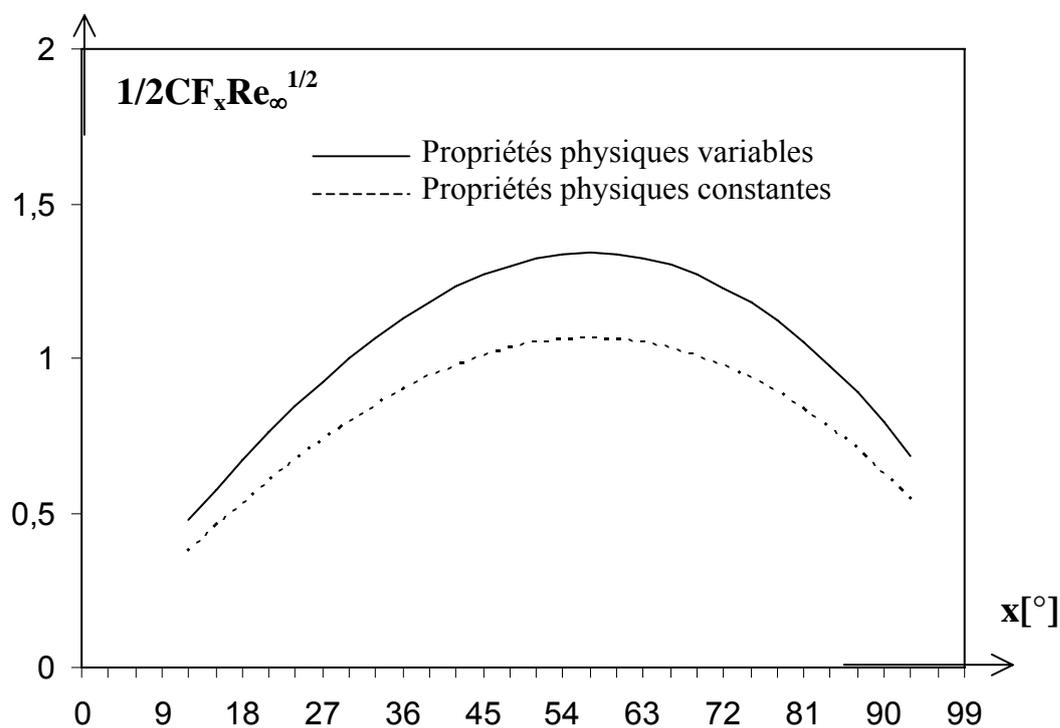


Figure 4.b : Variations de $1/2CF_x Re_\infty^{1/2}$ en fonction de x pour $T_p = 400^\circ\text{C}$ et $R=1$.

4.3 Influence de la variabilité des propriétés physiques.

L'étude comparative est adoptée pour le cas où les propriétés physiques constantes sont une référence. Dans ce paragraphe, les cas suivants sont considérés:

- Convection naturelle pure
- Convection forcée axiale pure
- Convection rotatoire pure.

Pour ce faire, les coefficients de frottement suivant x , les nombres de Nusselt Nu , les températures adimensionnelles, les vitesses tangentielles et circonférentielles adimensionnelles ainsi que les vitesses normales adimensionnelles sont à comparer. A chaque grandeur, la différence relative au cas où les propriétés physiques sont constantes et celui où elles sont variables pourrait être évaluée.

4.3.1 Convection forcée axiale pure.

La figure 4.1 montre les variations de $NuRe_{\infty}^{-1/2}$ en fonction de x . Le nombre de Nusselt paraît plus important, lorsque les propriétés physiques deviennent fonction de la température. L'influence de x réduit ce nombre dans les deux cas, cela signifie que le transfert thermique diminue. En outre, l'écart relatif atteint jusqu'à 8%.

La figure 4.2 illustre les variations de la vitesse réduite suivant x , en fonction de y^* . Nous remarquons que la vitesse à l'extérieur de la couche limite ne dépendant que de la forme de la paroi, reste la même dans les deux cas et elle est atteinte rapidement quand les propriétés physiques demeurent constantes. Cela signifie que la longueur de la couche limite hydrodynamique augmente quand les propriétés physiques deviennent variables.

La figure 4.3 montre les variations des températures T^* en fonction de y^* . De même, nous constatons que la longueur de la couche limite thermique augmente et la masse de fluide devient plus chaude quand les propriétés physiques s'avèrent variables. Comme toutes les

réactions en phase gazeuse sont exothermiques alors dans ce sens, elles deviennent plus intensives.

La figure 4.4 représente les variations de V^* en fonction de y^* . Les courbes se dispersent à l'infini, car aucune condition n'y est imposée. L'écart relatif atteint 22,7% pour $x = 30^\circ$. Notons que, V^* est une fonction décroissante et négative sous forme de parabole pour $x = 30^\circ$. Cela signifie que l'écoulement axisymétrique se dirige dans le sens contraire de l'axe normal à la paroi. En effet, la zone en aval de l'équateur favorise l'adhérence du fluide avec la pénétration des matières réactives sur la paroi.

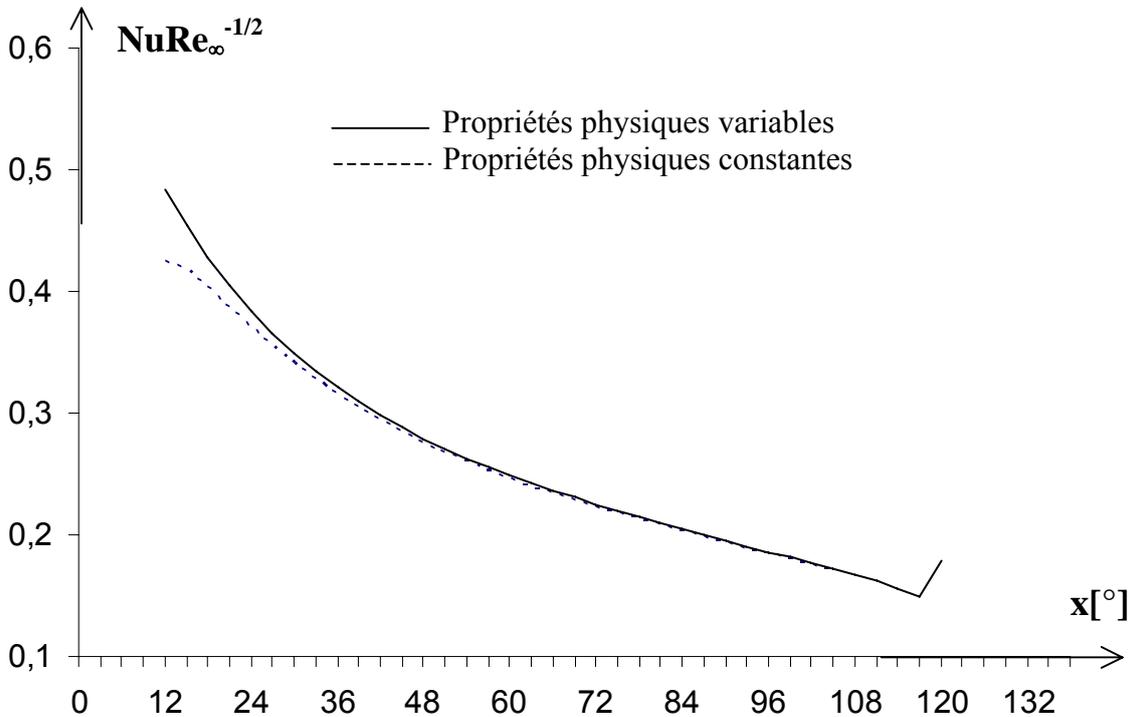


Figure 4.1 : Variations de $NuRe_\infty^{-1/2}$ en fonction de x .

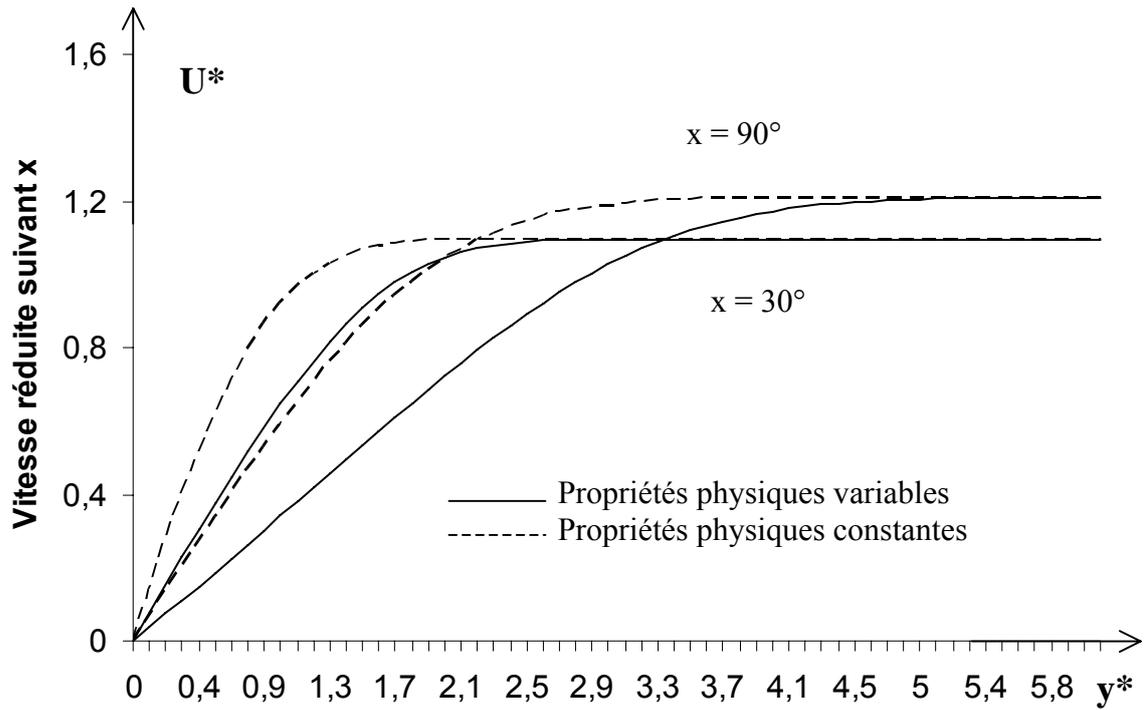


Figure 4.2 : Variations de U^* en fonction de y^* .

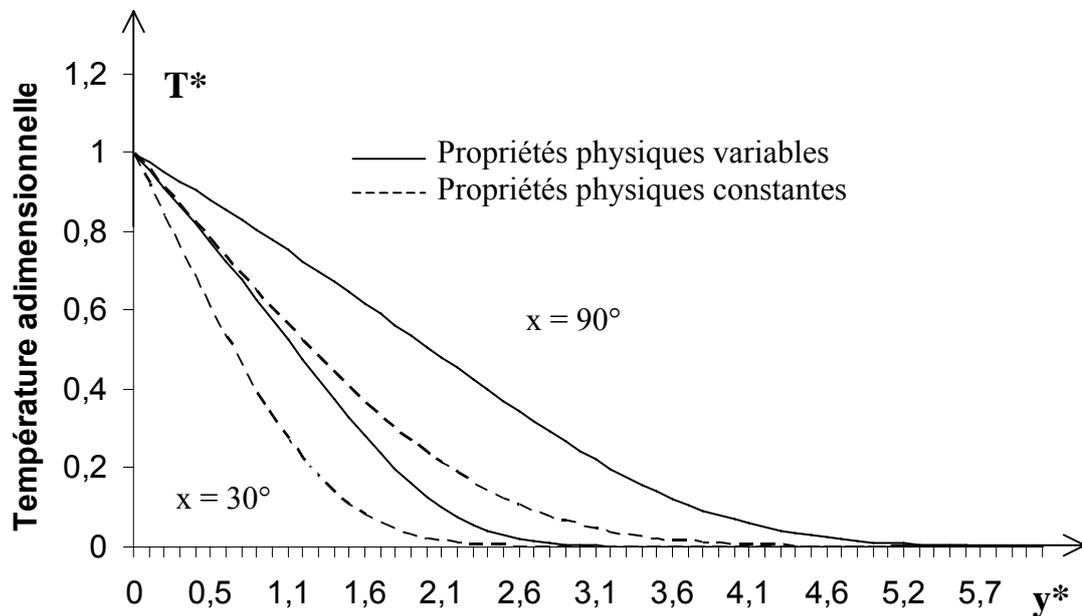


Figure 4.3 : Variations de T^* en fonction de y^* .

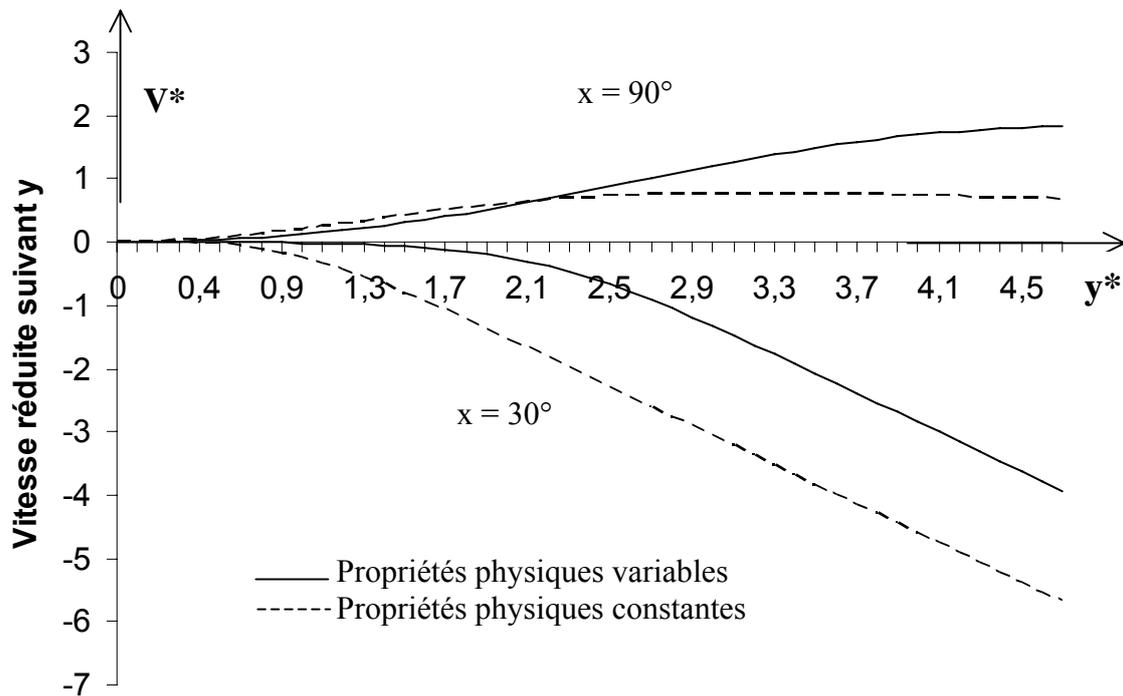


Figure 4.4 : Variations de V^* en fonction de y^* .

4.3.2 Convection naturelle pure

La figure 4.5 montre les variations de $NuGr^{-1/4}$ en fonction de x . C'est la même remarque que pour la figure 4.1. Mais la différence entre les deux reste plus ou moins uniforme au voisinage de 15% jusqu'à une certaine valeur de x où le décollement de la couche limite commence pour le cas de propriétés physiques variables.

La figure 4.6 représente les variations de T^* en fonction de y^* . Nous observons que la masse d'air devient plus chaude dans le cas de propriétés physiques variables. En outre, l'influence des propriétés physiques variables s'avère très importante sur la surface en aval de l'équateur.

La figure 4.7 illustre les variations de U^* en fonction de y^* . Nous constatons qu'elles passent par un maximum à partir des conditions aux limites nulles. Cela signifie que la masse

du fluide au voisinage de la paroi subit une convection naturelle et l'apport des matières réactives devient plus intensif dans cette zone.

La figure 4.8 représente les variations de V^* en fonction de y^* . Nous observons que l'écart relatif devient très faible pour $x = 30^\circ$. En outre, la courbe présente un point d'inflexion et admet une asymptote horizontale.

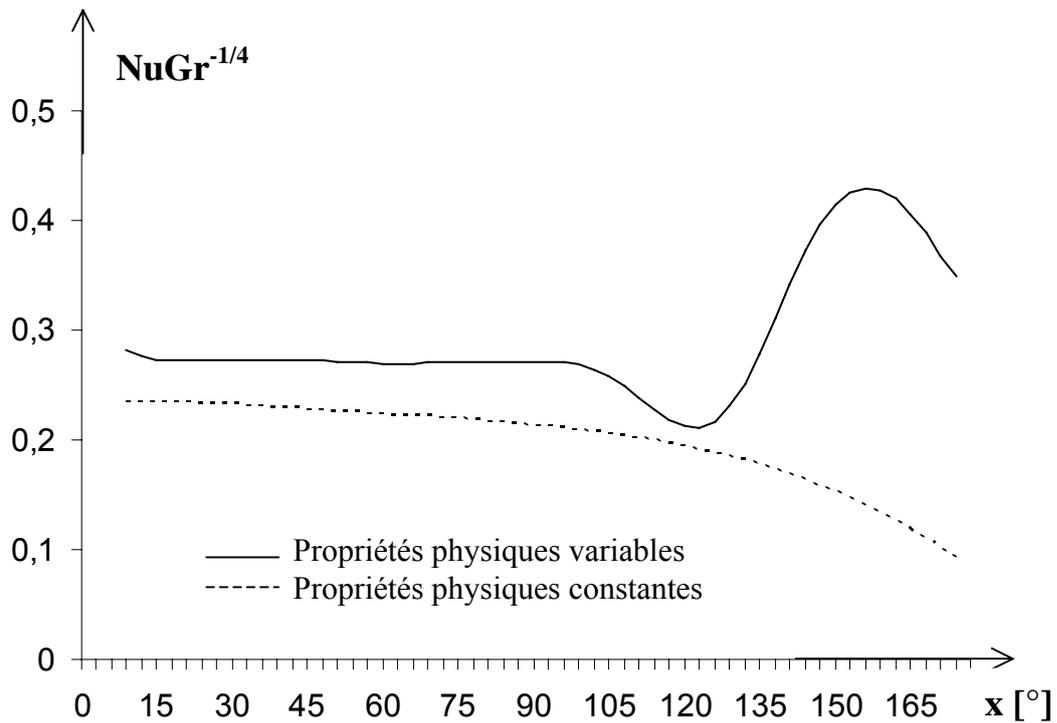


Figure 4.5 : Variations de $NuGr^{-1/4}$ en fonction de x .

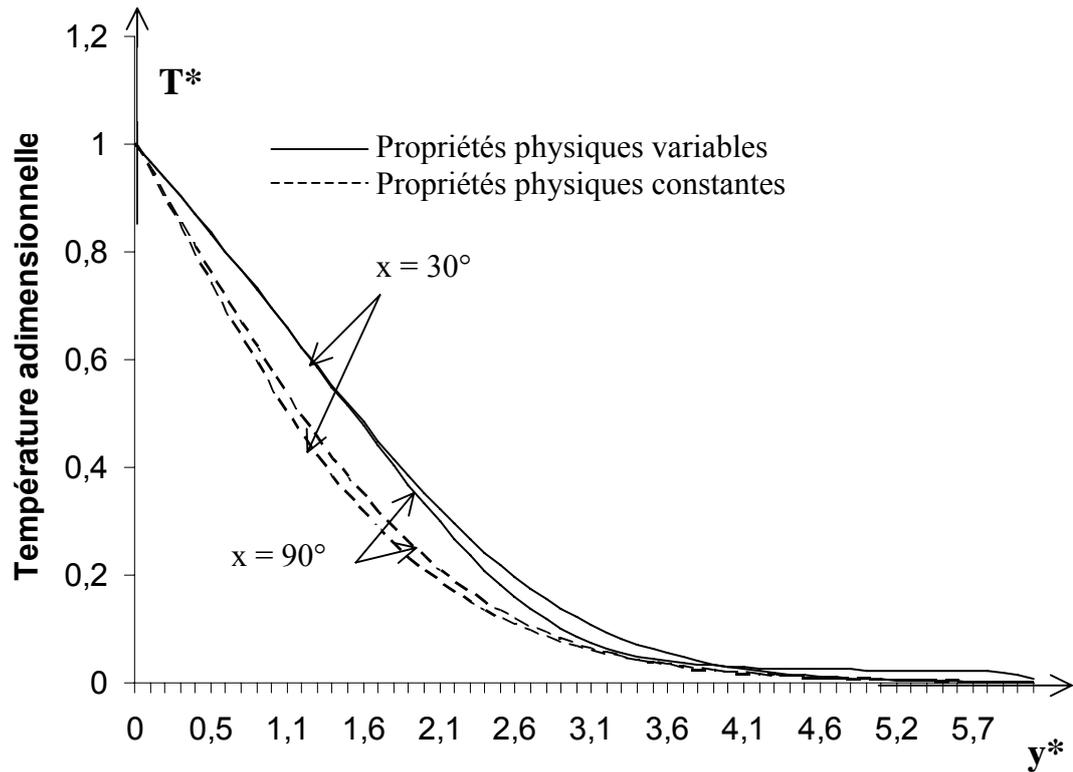


Figure 4.6 : Variations de T^* en fonction de y^* .

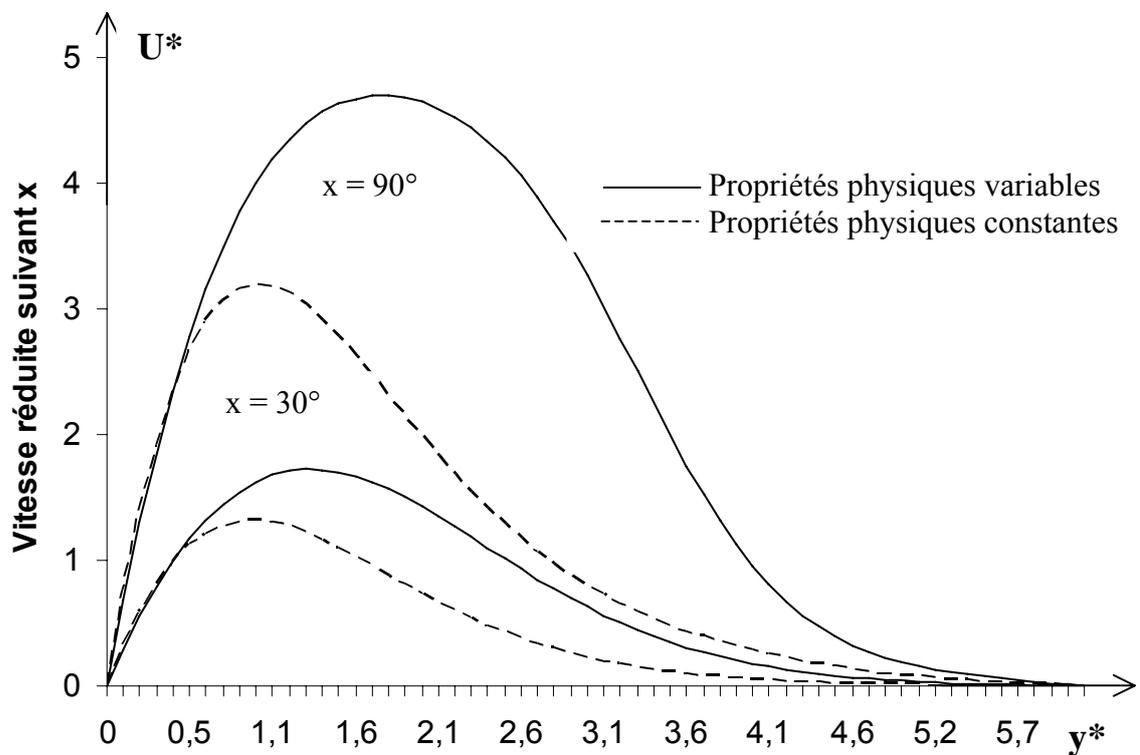


Figure 4.7 : Variations de U^* en fonction de y^* .

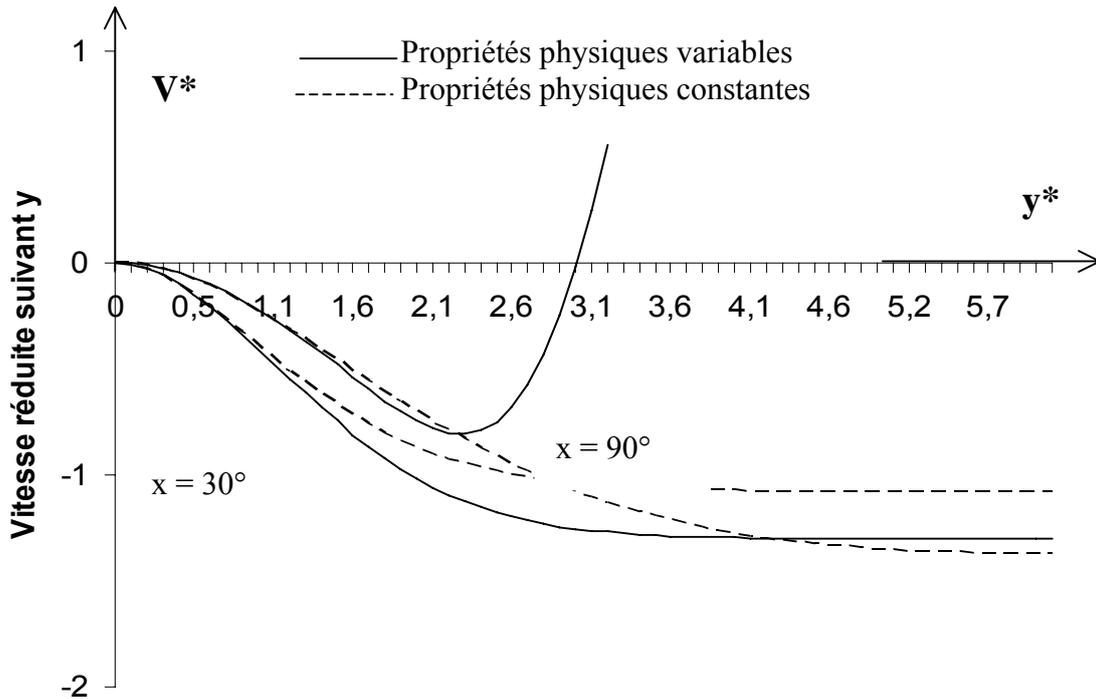


Figure 4.8 : Variations de V^* en fonction de y^* .

4.3.3 Convection rotatoire pure

La figure 4.9 représente les variations de $NuRe_{\omega}^{-1/2}$ en fonction de x . Nous observons que l'influence de la variabilité des propriétés physiques sur cette grandeur est très importante à partir de $x = 60^\circ$.

La figure 4.10 montre les variations de T^* en fonction de y^* . Il en découle que la masse d'air est plus chaude suivant les valeurs croissantes de x dans les deux cas, mais la longueur de la couche limite thermique reste constante.

La figure 4.11 représente les variations de U^* en fonction de y^* . Il résulte que les courbes partent d'une valeur nulle, passent par un maximum et reprennent la valeur nulle. Ce qui signifie que le fluide au voisinage de la paroi est entraîné par le mouvement de l'ellipsoïde.

La figure 4.12 montre les variations de V^* en fonction de y^* . Aussi, la même remarque est valable ici qu'à la figure 4.4, mais l'écart relatif devient plus grand pour

$x = 30^\circ$.

La figure 4.13 montre les variations de W^* en fonction de y^* . Les mêmes remarques demeurent valables pour celles faites aux variations de T^* , seulement la variabilité des propriétés physiques possède une influence très importante pour $x = 30^\circ$, c'est-à-dire la rotation du fluide devient plus importante. Il favorise la réalisation d'un dépôt plus uniforme.

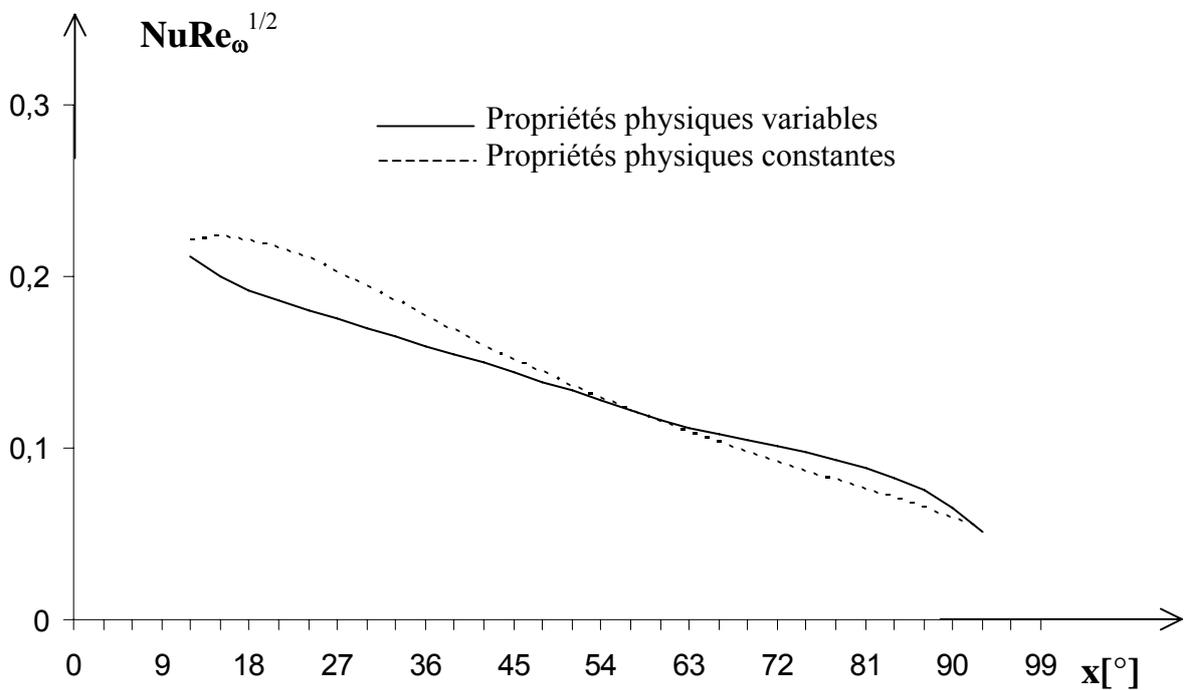


Figure 4.9 : Variations de $NuRe_\omega^{-1/2}$ en fonction de x .

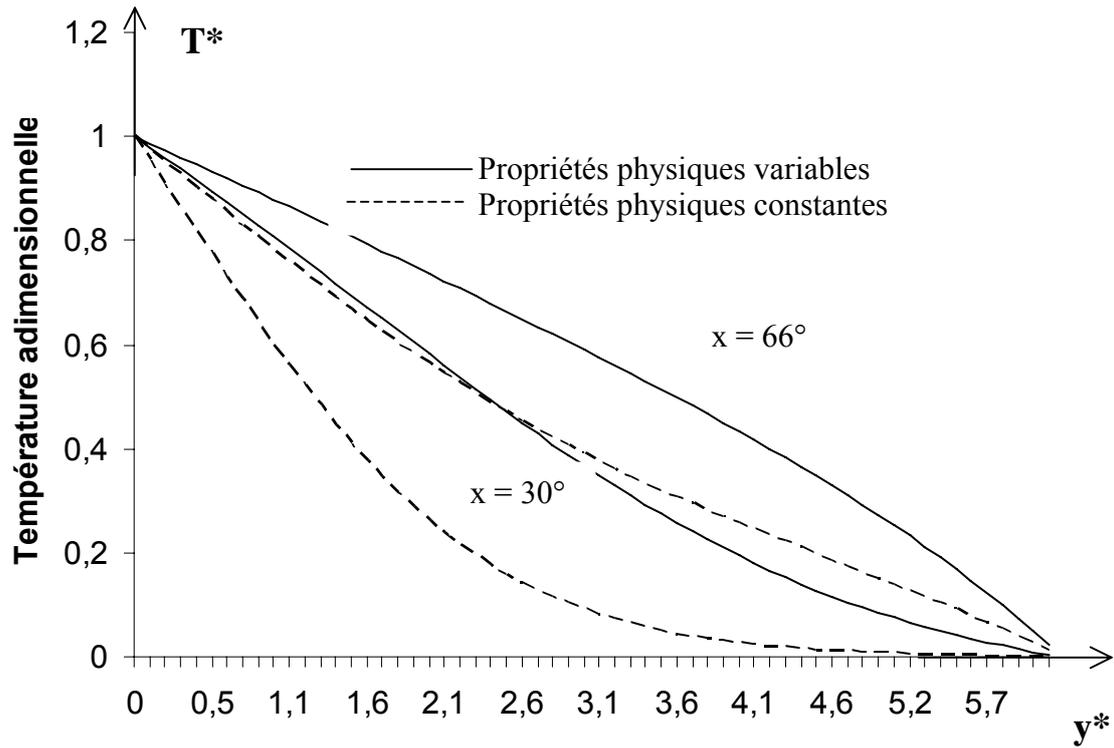


Figure 4.10 : Variations de T^* en fonction de y^* .

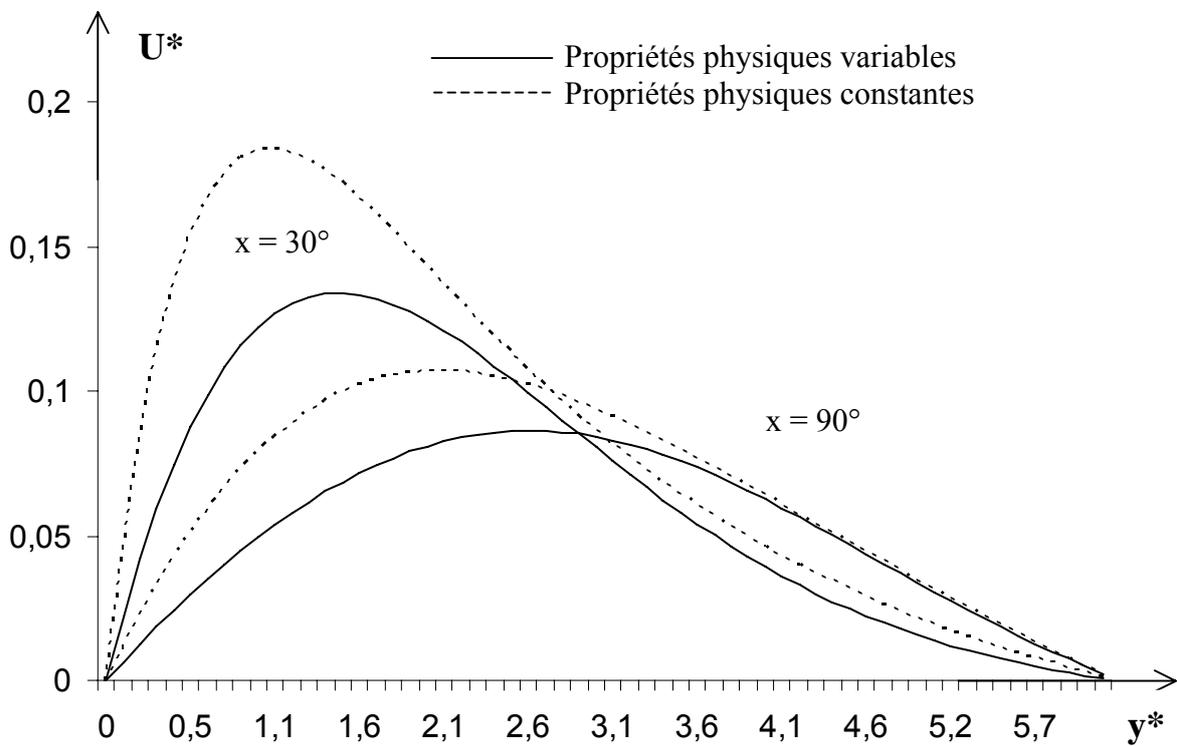


Figure 4.11 : Variations de U^* en fonction de y^* .

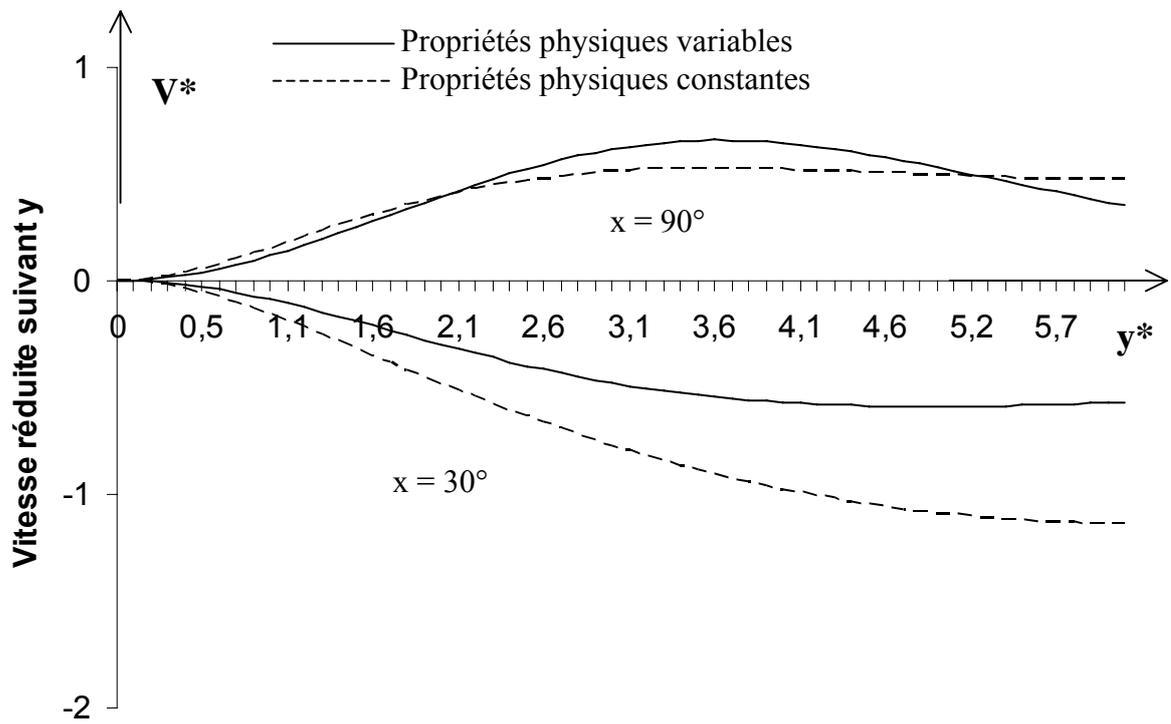


Figure 4.12 : Variations de V^* en fonction de y^* .

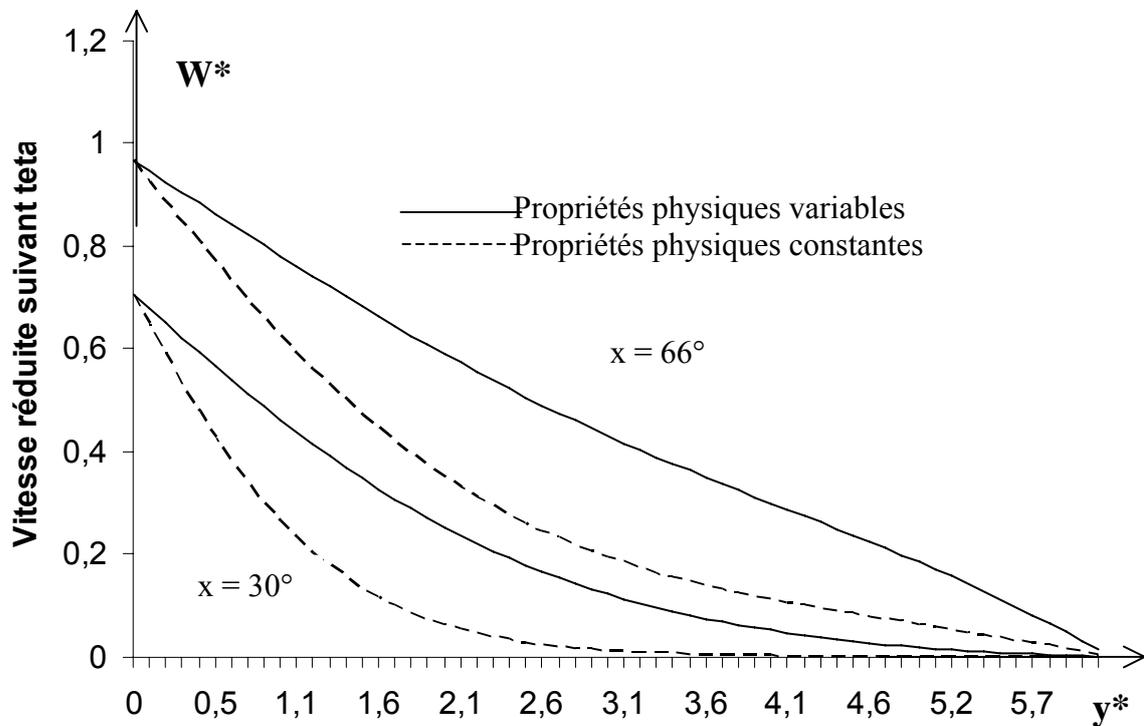


Figure 4.13 : Variations de W^* en fonction de y^* .

4.3.4 Conclusion sur la variabilité des propriétés physiques.

A ce propos, nous avons vu l'influence de la variabilité des propriétés physiques sur les comportements de toutes grandeurs physiques en considérant la prédominance de chaque type de convections. Lorsque les propriétés physiques du fluide dans la couche limite deviennent variables, les transferts et les longueurs des couches limites augmentent. Par ailleurs, si la température de la paroi atteint 400°C , il en résulte un écart relatif plus important sur toutes les grandeurs physiques. En outre, on ne peut plus négliger la variabilité des propriétés physiques de l'air à partir de 300°C . Donc, l'insuffisance de propriétés physiques constantes supposées est notoire dans cette étude. Pour la suite, nous ne nous intéressons qu'au cas des propriétés physiques variables. Notons que Ch. R. R. Raminosa [3] en 1995 a aussi trouvé des résultats proches de notre conclusion.

4.4 Influence du paramètre de convection naturelle Ω et du paramètre de rotation B .

4.4.1 Convection forcée axiale couplée à la convection naturelle sans rotation de l'ellipsoïde.

Dans ce paragraphe, nous examinons l'influence du paramètre de convection naturelle Ω ; c'est-à-dire, partant de la valeur plus petite supposant le domaine de la convection forcée axiale pure, en variant de manière croissante étant donné que la convection naturelle pure devient plus importante.

A la température de la paroi fixée $T_p = 400^{\circ}\text{C}$, le nombre de Reynolds Re_{∞} varie en fonction de Ω et le nombre de Grashof Gr reste constant.

La figure 4.14 représente les variations de T^* en fonction de y^* pour différentes valeurs de Ω pour $x = 30^{\circ}$. Il en résulte que la longueur de la couche limite thermique augmente et la masse du fluide devient d'autant plus chaude que Ω est grand. En outre, l'influence de ce paramètre favorise les réactions en phase gazeuse plus intensive.

Les figures 4.15 et 4.16 schématisent les variations de U^* et de V^* en fonction de y^* pour différentes valeurs de Ω pour $x = 30^\circ$. Nous remarquons que U^* passe par un maximum dont la valeur varie en plus avec de Ω . En effet, les forces de gravité agissent dans le même sens que l'écoulement forcé, imposant ainsi la valeur extérieure de vitesses pour $\Omega = 1$. En outre, V^* est une fonction décroissante et négative suivant y^* .

Les figures 4.17 et 4.18, qui illustrent les variations de $1/2CF_x Re_\infty^{1/2}$ et $NuGr^{-1/4}$ pour différentes valeurs de Ω , montrent que la quantité $1/2CF_x Re_\infty^{1/2}$ augmente avec Ω , tandis que $NuGr^{-1/4}$ décroît jusqu'à une certaine valeur de x quand Ω est grand. Nous remarquons dans ces deux figures que le point de décollement de la couche limite varie suivant les valeurs de Ω . A partir de ce point, l'écoulement est perturbé.

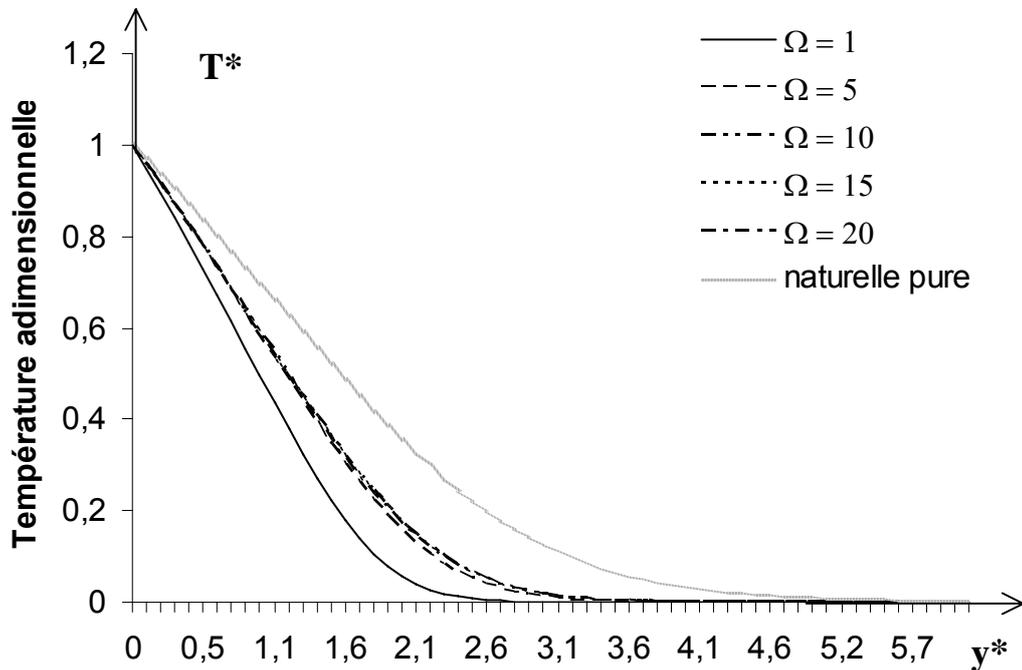


Figure 4.14 : Variations de T^* en fonction de y^* pour différentes valeurs de Ω , $B = 0$ et $x = 30^\circ$.

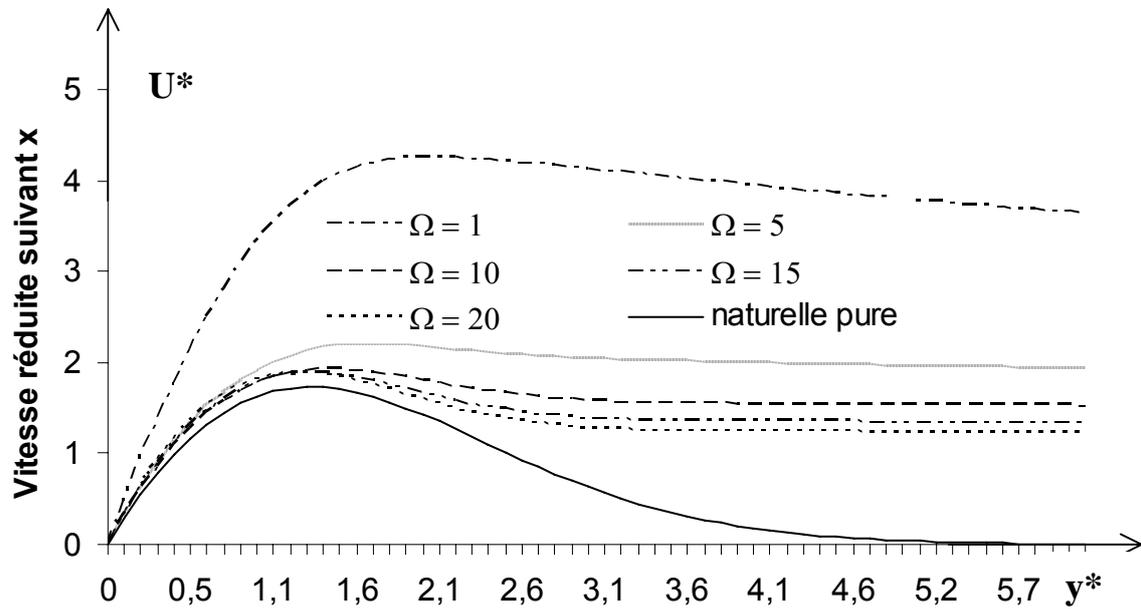


Figure 4.15 : Variations de U^* en fonction de y^* pour différentes valeurs de Ω , $B = 0$ et $x = 30^\circ$.

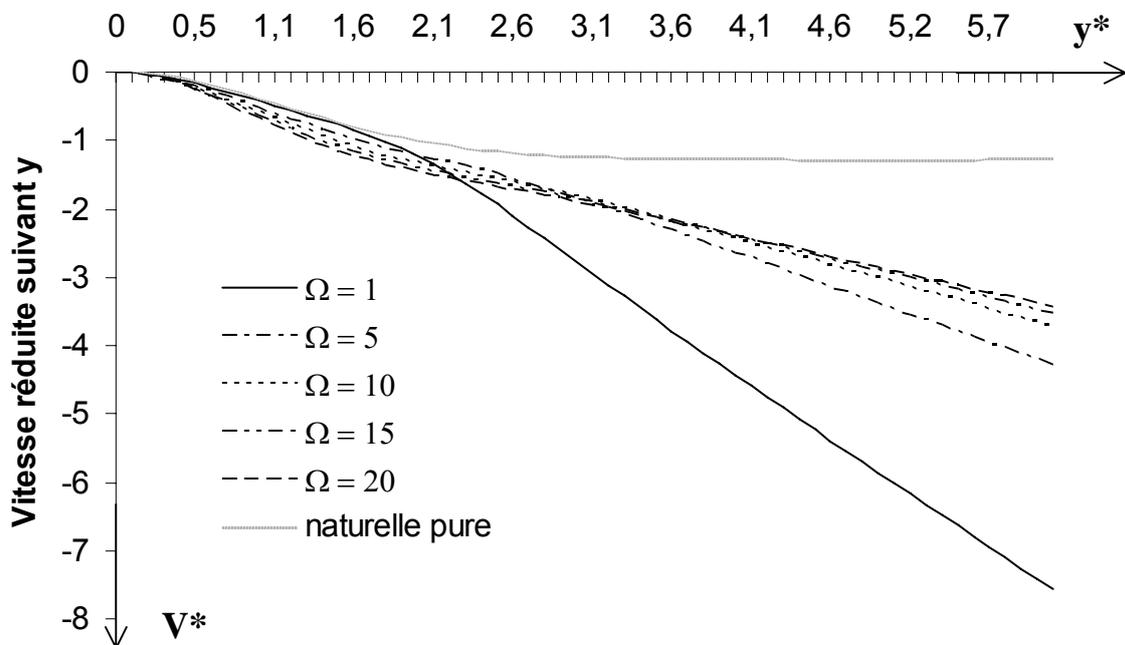


Figure 4.16 : Variations de V^* en fonction de y^* pour différentes valeurs de Ω , $B = 0$ et $x = 30^\circ$.

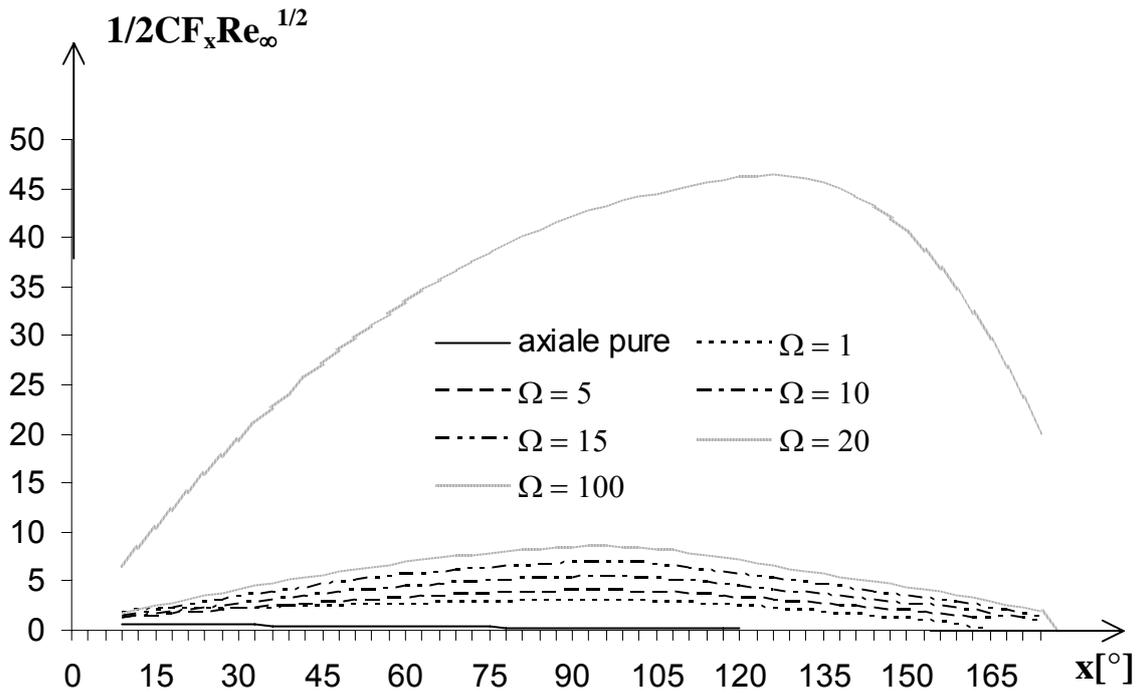


Figure 4.17 : Variations de $\frac{1}{2}CF_x Re_\infty^{1/2}$ en fonction de x pour différentes valeurs de Ω et $B = 0$.

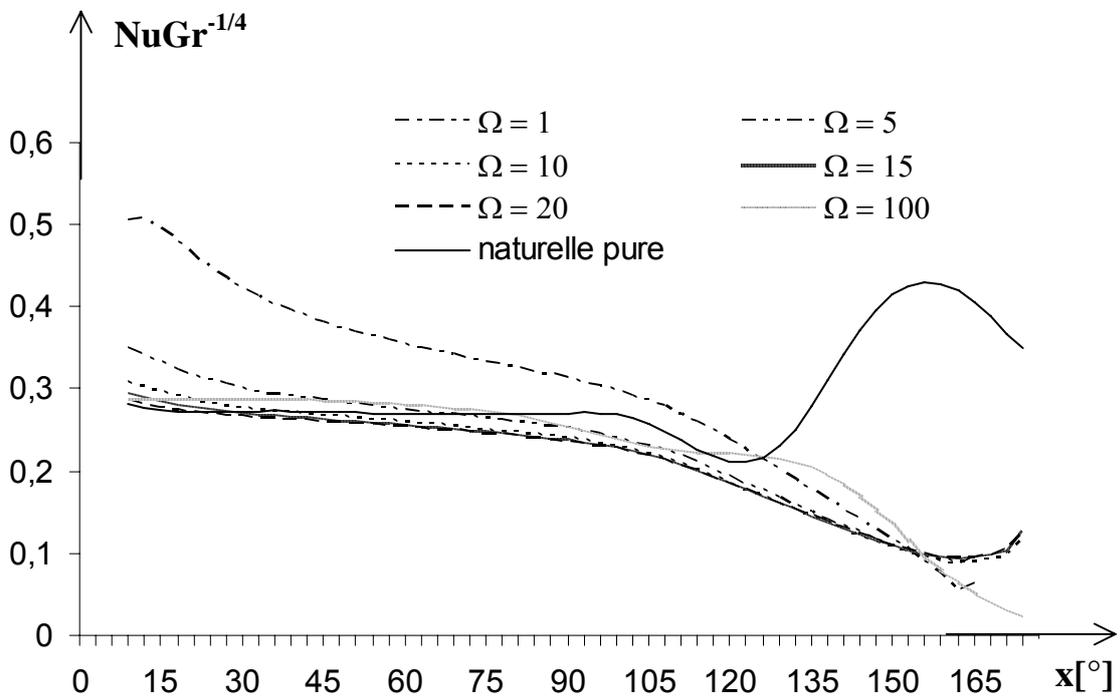


Figure 4.18 : Variations de $NuGr^{1/4}$ en fonction de x pour différentes valeurs de Ω et $B = 0$.