CHAPITRE 2 : Modélisation d'un réseau du transport urbain par les réseaux de Petri

1. Problématique

Les transports urbains font partie intégrante de l'espace urbain, de manière parfois excessive. La ville est une entité à la fois économique et résidentielle, c'est un environnement dans lequel vit une très large part de la population et qui utilise le moyen de transport urbain, d'où la nécessité d'une bonne gestion des flux des voyageurs dans l'espace urbain.

Le transport urbain dépend de la densité démographique, géographique et de la distribution des voyageurs dans l'espace urbain, ce qui implique que les réseaux de transport urbain formant des systèmes ouverts, distribués, leur observation, estimation, et évaluation sont des taches assez difficiles.

Dans le but d'analyser ces réseaux, d'anticiper les évolutions de fréquentation ou encore de prévoir la mise en place de nouvelles infrastructures, les sociétés de transport urbain qui visent avant tout à satisfaire la demande de leurs clientèles ont régulièrement recours à des modélisations pour surveiller, analyser, faire des prévisions afin faire face à plusieurs évènements qui peuvent arriver notamment au domaine économique ces prévisions sont fondées sur l'observation des comportements de déplacement des bus. Ces derniers peuvent être obtenus grâce à la simulation du fonctionnement du réseau de transport urbain qui nécessite l'élaboration d'un modèle approprie.

Pour une meilleure compréhension des paramètres qui déterminent le bon fonctionnement du système de transport, la modélisation reste un moyen très efficace. En effet, un modèle offre une meilleure connaissance qui nous permet avant tout, de voir l'évolution du système et analyser son fonctionnement, et par la suite, il nous aide à faire des prévisions pour le réseau.

2. L'objectif de la modélisation

L'objectif de la modélisation des réseaux de transport urbain est d'obtenir une représentation utilisable et simplifiée afin de pouvoir l'exploiter. Les déplacements dans un réseau de transport urbain sont des trajectoires parcourus entre des contextes localisés d'activités sociales, ils sont de plus en plus complexes et difficile à contrôler, car cela dépend de plusieurs contraintes. La modélisation des déplacements urbains apporte une aide pour l'élaboration des politiques appropriées en termes de planification et de programmation. Pour répondre à ces impératifs, nous proposons dans cette étude une modélisation mathématique pour un réseau de transport urbain monomodal, qui se compose d'un ensemble de lignes d'exploitation. Pour chaque ligne est affecté un certain nombre de véhicules qui circulent selon les fréquences de passage fixes suivant la configuration du réseau. Le modèle propose est sous forme d'un système d'équations, il permet de simuler le fonctionnement du réseau.

3. Etat de l'art sur la modélisation d'un réseau de transport urbain

3.1. Introduction

La modélisation reste un moyen très efficace pour représenter la réalité, elle permet de commander, d'analyser et éventuellement d'améliorer les performances des systèmes. En effet, la modélisation s'est vite imposée et devenue indispensable dans toutes les disciplines : automatique, mécanique, économique, etc. Dans le domaine des réseaux de transport urbain, la modélisation est une tâche complexe qui nécessite l'élaboration de modèles appropries pour assurer la satisfaction de la clientèle, à savoir, proposer un service de transport urbain en tenant compte des contraintes de fonctionnement telles que le respect des horaires théoriques, la garantie des correspondances, la réduction des temps d'attente, etc. Ceci a conduit naturellement les chercheurs à s'intéresser à ce problème et à proposer des modèles adéquats.

À travers ce chapitre, nous présentons la modélisation d'un réseau de transport urbain.

- L'objectif de la modélisation des réseaux de transport urbain est d'obtenir une représentation utilisable et une description parfaite afin de pouvoir l'exploiter. Plusieurs approches de modélisation des réseaux de transport ont été proposées. Parmi les modélisations il y a la modélisation par les réseaux de petri qu'on va étudier dans ce chapitre.

3.2. Modélisation par les réseaux de Petri

3.2.1. Définition du réseau de Petri

Un réseau de Petri (aussi connu comme un réseau de Place/Transition ou réseau de P/T) est un modèle mathématique servant à représenter divers systèmes travaillant sur des variables discrètes. Les réseaux de Petri sont apparus en 1962, dans la thèse de doctorat de Carl Adam Petri. Les réseaux de Petri sont des outils graphiques et mathématiques permettant de modéliser et de vérifier le comportement dynamique des systèmes à événements discrets comme les systèmes de télécommunications, les réseaux de transport. Les réseaux de petri représentent un outil de modélisation des systèmes à évènement discret. D'après Castelain E. et Mesghouni Khaled, ces derniers ont été exploités pour modéliser un réseau de transport urbain puisqu'ils permettent de modéliser facilement le comportement parallèle et asynchrone des différents moyens de transport et la synchronisation entre les bus, trains, tramways et métros.

Les réseaux de Petri (RdP) permettent de construire des modèles graphiques de systèmes logiques. Ils constituent un outil riche en termes de propriétés et de résultats analytiques. Par rapport à d'autres modèles, leur principal avantage est de proposer une modélisation graphique simple, et qui permet de plus, l'utilisation d'une algèbre mathématique (algèbre linéaire usuelle ou algèbre des dioïdes) pour l'analyse du système étudié. On constate alors qu'ils forment un outil puissant qui permet d'utiliser des techniques algébriques qui dépendent peu du modèle sous-jacent avec des considérations plus structurelles pour établir certains résultats.

Les réseaux de Petri constituent un formalisme bien adapté à la modélisation de systèmes discrets qui permet d'inclure de façon naturelle leurs modes de fonctionnement.

Plusieurs classes de réseaux de Petri ont été utilisées pour la description du comportement des systèmes de transport. Nous rappelons ici la description de ce formalisme graphique et ses quelques définitions ainsi que son principe de fonctionnement.

Rappel

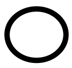
- ✓ **Définition d'un graphe** : On appelle un graphe un couple G=(X, U) avec :

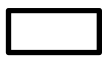
  X : un ensemble d'éléments appelés sommets du graphe

  U : une famille d'éléments appelés arcs du graphe
- ✓ **Définition d'un graphe biparti :** si ses sommets peuvent être divisés en deux ensembles X et Y, de sorte que toutes les arcs du graphe reliant un sommet dans X à un sommet dans Y.

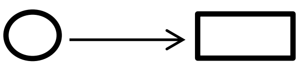
3.2.2. Représentation du réseau de Petri

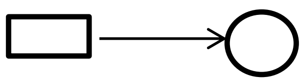
Un réseau de Petri se représente par un graphe G= (PUT, U) biparti orienté reliant des *places* et des *transitions* (les sommets). Deux places ne peuvent pas être reliées entre elles, ni deux transitions.

→ Les places sont représentées par un cercle  P

→ Les transitions sont représentées par un rectangle  T

→ U : l'ensemble des arcs ; un arc relie soit une place à une transition

P  T

Soit une transition à une place T  P

- Un réseau de Petri c’est un quadruplet R= < P, T, Pre, Post> où :

P= {P_1, P_2, ………,P_n} est l’ensemble fini des places

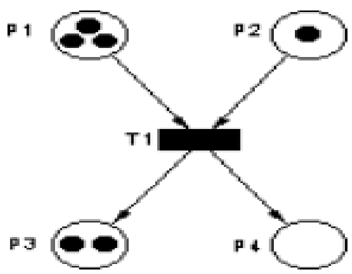
T= {T_1, T_2, ………,T_n} est l’ensemble fini des transitions

Pre : P×T $\longrightarrow$IN est l’application places précédentes

Post : P×T $\longrightarrow$ IN est l’application places suivantes

→ Le marquage du réseau est une fonction M : P $\longrightarrow$ IN. M (P_i) qui signifie le nombre de marques (ou jetons) contenus dans la place P_i représentant généralement des ressources disponibles.

Marquage : Chaque place contient un nombre entier positif ou nul de marques ou jetons. Le marquage M définit l'état du système décrit par le réseau à un instant donné. C'est un vecteur colonne de dimension le nombre de places dans le réseau. Le i éme élément du vecteur correspond au nombre de jetons contenus dans la place Pi. Par exemple :



$$M = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

→ Les entrées d'une transition sont les places desquelles part une flèche pointée vers cette transition, et les sorties d'une transition sont les places pointées par une flèche ayant pour origine cette transition.

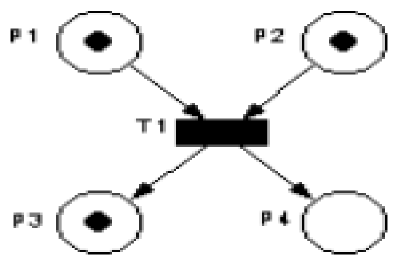
→ Un réseau de petri évolue lorsqu’on exécute une transition : des jetons sont pris dans les places d’entrée de cette transition et envoyés dans les places de sortie de cette transition suivant certaines règles. Le tir ou le franchissement d'une transition est une opération indivisible qui est déterminée par la présence de jetons dans les places d'entrée. Une transition T_i est franchissable si et seulement si $\forall\, P_j \in$ P : M $(P_j) \geq$ Pre $(P_j\ ,T_i)$. Apres le tir de la transition T_i, le marquage M' obtenu est défini par :

$\forall P_j \in \mathrm{P}$, M' (P_j)=M (P_j) – Pre (P_j, T_i) + Post (P_j, T_i)

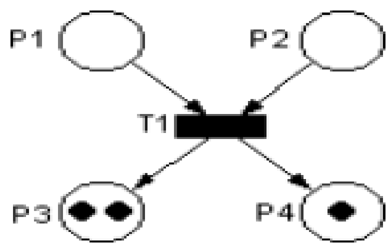
Le franchissement consiste à retirer un jeton de chacune des places d'entrée et à rajouter un jeton à chacune des places de sortie de la même transition.

Exemple : Franchissement d'une transition

Avant franchissement :



Après franchissement :



Le franchissement de T1 consiste à enlever un jeton de P1 et un jeton de P2 et à rajouter un jeton dans P3 et un jeton dans P4.

3.2.3. Modélisation d'un transport urbain par les réseaux de Petri

D'après [1] , pour modéliser précisément à la fois la ligne de transport et ses passagers, les réseaux de petri ordinaires tels qu'ils ont été définis précédemment ne sont pas suffisants. Un modèle constitue des RdP Stochastiques, Temporises à Prédicats/Transitions a été proposé dans la thèse de Castelain E et Mesghouni Khaled, ou un jeton modélise un ensemble de personnes qui ont le même comportement à un instant donné. Ces personnes peuvent être au même arrêt en train d'attendre le même bus. Le bus n'est pas réellement modélisé, mais c'est l'ensemble de passagers à l'intérieur qui est représenté par un n-uplet (ou vecteur). Ce n-uplet caractérise l'état de cet ensemble de personnes : [numéro de ligne, numéro de service, capacité du bus, nombre actuel de passagers].

Dans cette modélisation proposée par Castelain E et Mesghouni Khaled, les transitions du RdP sont temporisées. Un nombre positif représentant la durée de l'activité associée à la transition est affecté à chaque transition. Le temps mis par un bus entre deux arrêts successifs et le temps d'arrêt d'un bus à son arrêt sont bien connus puisqu'ils dépendent du tableau de marche de la ligne. Toutes ces temporisations sont déterministes et ajoutées sur le RdP pour représenter la durée des trajets, les seules données temporelles non-déterministes proviennent des arrivées stochastiques des gens aux arrêts et stations.

Une des hypothèses principales de leur modèle. Est de ne considérer que des flux stationnaires de passagers. Cela signifie que l'horizon d'étude (la semaine ou la journée) peut être partage en périodes temporelles disjointes. A chaque période (heures de pointes, heures creuses) correspond un flux régulier d'usagers. Les fréquences d'arrivée à chaque arrêt de bus, les itinéraires des usagers, les taux d'échanges entre les lignes aux nœuds de correspondance sont donnés par l'exploitant du réseau qui est sensé les connaitre.

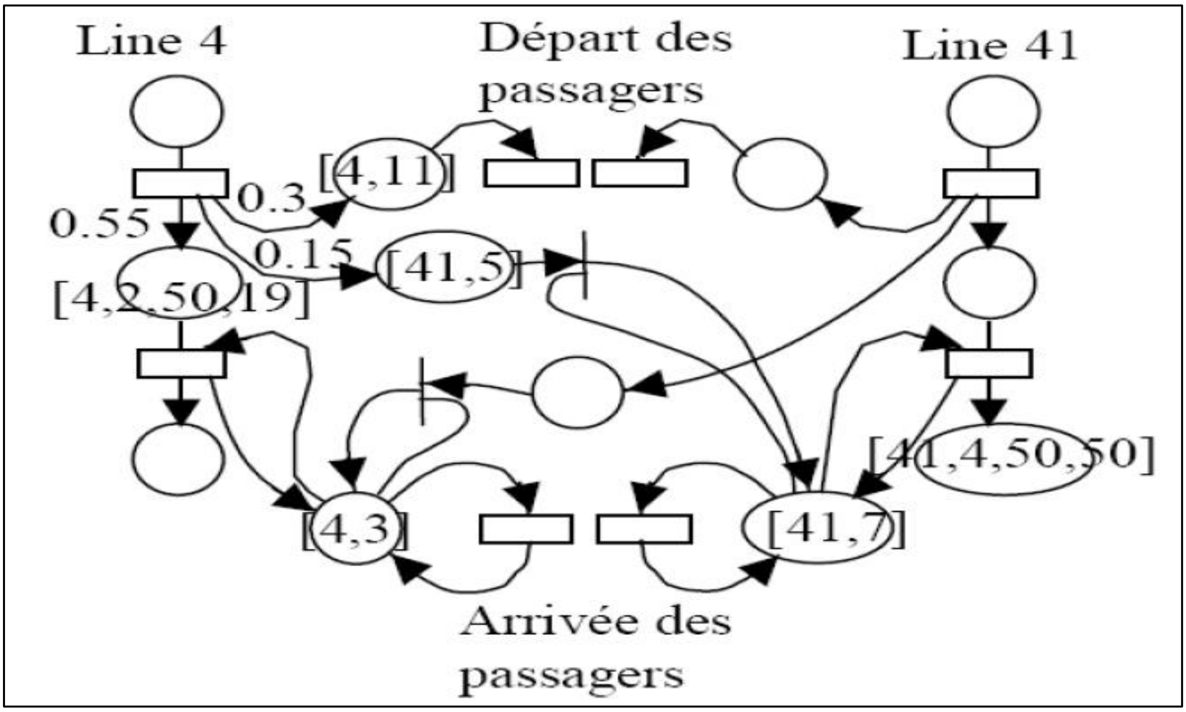


Figure 2.1 : Le RdP d'une correspondance

La figure 2.1 représente les échanges de passagers entre deux bus qui se croisent à un arrêt de correspondance. Le second bus de la ligne 4 vient juste d'arriver avec 35 passagers. 55% des passagers (soient 19 personnes) restent dans le bus, 30% des passagers (soient 11 personnes) quittent l'arrêt et 15% des passagers (soient 5 personnes) veulent prendre un bus de la ligne 41. Il y a 3 personnes qui attendent un autobus de la ligne 4 et qui rejoindront les 19 personnes qui sont restées dans le bus. Sur l'autre ligne, le 4ieme bus de la ligne 41 vient juste de quitter l'arrêt de bus. Il est plein avec 50 passagers et 7 personnes n'ont pas pu monter dans le bus. Ils vont donc attendre le prochain bus de la ligne 41 et seront bientôt rejoint les 5 personnes qui ont quitté l'autobus de la ligne 4.

4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur la modélisation d'un réseau de transport urbain, à savoir la modélisation par les réseaux de petri, nous avons présenté un réseau de petri d'une correspondance qui représente les échanges de passagers entre deux bus qui se croisent à un arrêt de correspondance.