

Deuxième partie

**MÉTHODOLOGIE**

# Chapitre 3

## Démarrage du moteur asynchrone triphasé

Le démarrage du moteur asynchrone triphasé est une phase transitoire, c'est-à-dire que la variation des grandeurs caractéristiques en fonction du temps (les courants absorbés, le glissement (autrement dit vitesse), le couple, la propriété magnétique du moteur, etc.) ne forme pas un cycle.

Les éléments principaux du démarrage sont le couple et le courant de démarrage. Au démarrage, pour que le rotor puisse se mettre en mouvement, le couple développé doit être supérieur au couple résistant sur l'arbre créé par le mécanisme entraîné. D'autre part, le courant de démarrage ne doit pas dépasser certaines limites qui dépendent de la puissance du réseau.

### 3.1 Condition de démarrage

Le démarrage consiste à la mise en tensions du moteur, généralement déjà couplé avec la charge. Dans toute la suite de cet ouvrage, la charge n'est pas couplée lors du démarrage.

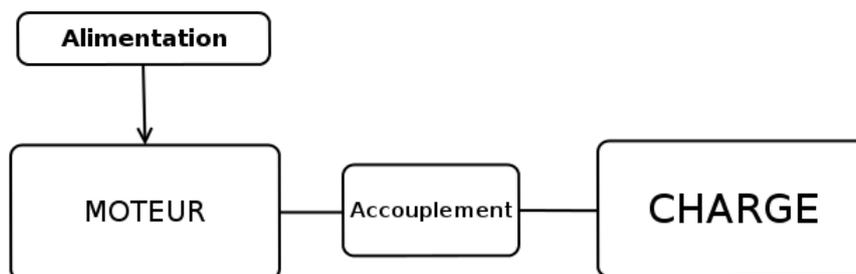


FIGURE 3.1 – Présentation du branchement du moteur asynchrone triphasé accouplé à la charge au réseau

La relation 1.11 représente les différents paramètres du démarrage du moteur asynchrone triphasé.

$$T - T_{rés} = J \frac{d^2}{dt^2} \Theta \quad (3.1)$$

Avec :

- $T$  : Couple délivré par le moteur ;
- $T_{rés}$  : Couple résistant dû à la charge et les pertes mécanique ;
- $L_{jp}$  : Moment d'inertie de la partie tournante ;
- $\Theta$  : Angle entre l'axe de la phase 1 du stator et de la phase  $a$  du rotor.

Le terme  $J \frac{d^2}{dt^2} \Theta$  représente la variation de vitesse. Au démarrage, ce terme est positif, c'est-à-dire le couple d'accélération (relation 3.1) doit être positif.

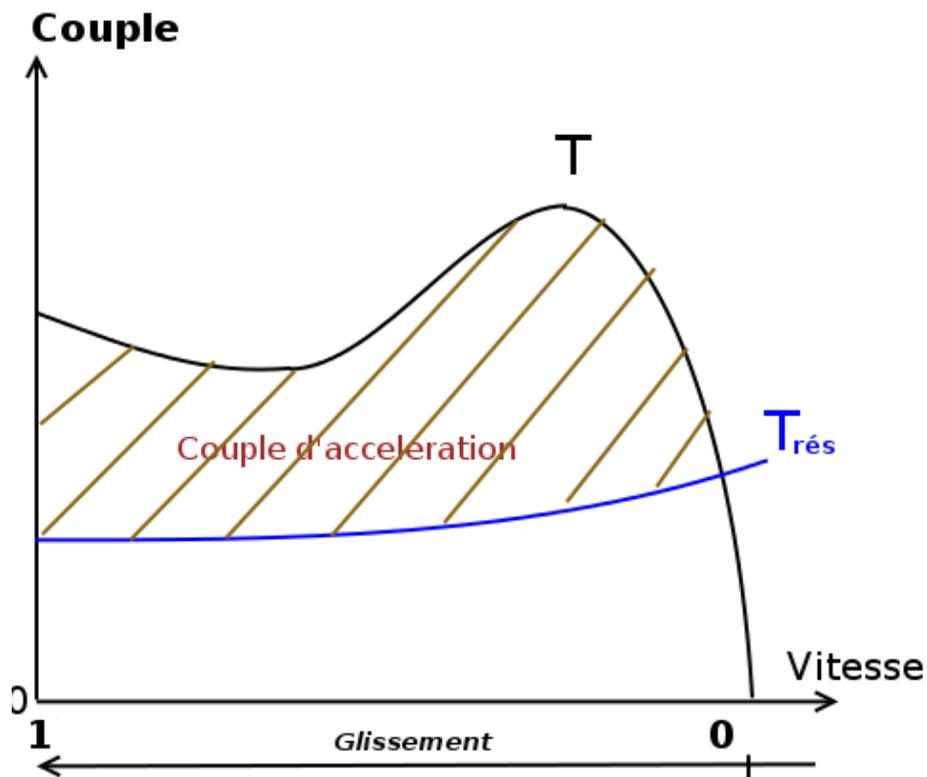


FIGURE 3.2 – Couple d'accélération

## 3.2 Les éléments principaux du démarrage

### 3.2.1 Courant de démarrage

La valeur du courant de démarrage dépasse considérablement le courant nominal car le flux sature fortement le circuit magnétique du moteur [5].

$$\frac{I_{dém}}{I_{nom}} = 4 \text{ à } 7 \quad (3.2)$$

### 3.2.2 Couple de démarrage

Le couple de démarrage  $T_{dém}$  est l'une de caractéristiques les plus importantes du moteur asynchrone triphasé. On obtient cette valeur à partir de la formule générale du couple (relation 2.21) pour  $s = 1$ .

$$T_{dém} = \frac{3R'_r \sigma_s^2 U_s^2}{[(R'_s + R'_r)^2 + X_{cc}^2] \Omega_s} = \frac{3R'_r \sigma_s^2 U_s^2}{(R_{cc}^2 + X_{cc}^2) \Omega_s} \quad (3.3)$$

Le couple de démarrage [5] :

- Est proportionnel au carré de la tension  $U_s$  (fréquence et paramètres donnés) ;
- Atteint son maximum lorsque la résistance du circuit rotorique est égale à la résistance de dispersion du moteur.

## 3.3 Les contraintes de démarrage

Pendant la phase de démarrage d'une machine, la plage du couple moteur compatible avec un démarrage correct de la charge nécessite un appel de courant important à la mise sous tension. Cet appel de courant entraîne [5] :

- *Une chute de tension* qui entraîne une perturbation du réseau ;
- *Des échauffements*, la quantité de l'énergie thermique dégagée dans les circuits rotoriques lors du démarrage d'un moteur asynchrone est égale à l'énergie cinétique du rotor et des masses tournantes réunies à lui ;
- *Des fatigues* des organes mécaniques du moteur.

## 3.4 Les différents principes de démarrage d'un moteur asynchrone triphasé

### 3.4.1 Démarrage direct

Le moteur est relié directement au réseau par l'intermédiaire des dispositifs de contact et de sécurité. Ce type de démarrage est réservé aux moteurs de faible puissance devant celle du réseau, ne nécessite pas une mise en vitesse progressive, l'appel de courant est important. La figure suivante représente l'allure de couple et du courant demandé par ce type de démarrage.

### 3.4.2 Démarrage sous tension réduite

Ce type de démarrage consiste à réduire la tension d'alimentation afin de pouvoir diminuer l'appel du courant par des différents méthodes. Il faut noter que diminuer la tension dans un rapport  $\frac{1}{n}$  entraîne une diminution du couple dans un rapport  $\frac{1}{n^2}$ . Les solutions techniques sont les suivantes :

- Démarrage étoile - triangle ;
- Insertion de résistances ou inductances statoriques ;

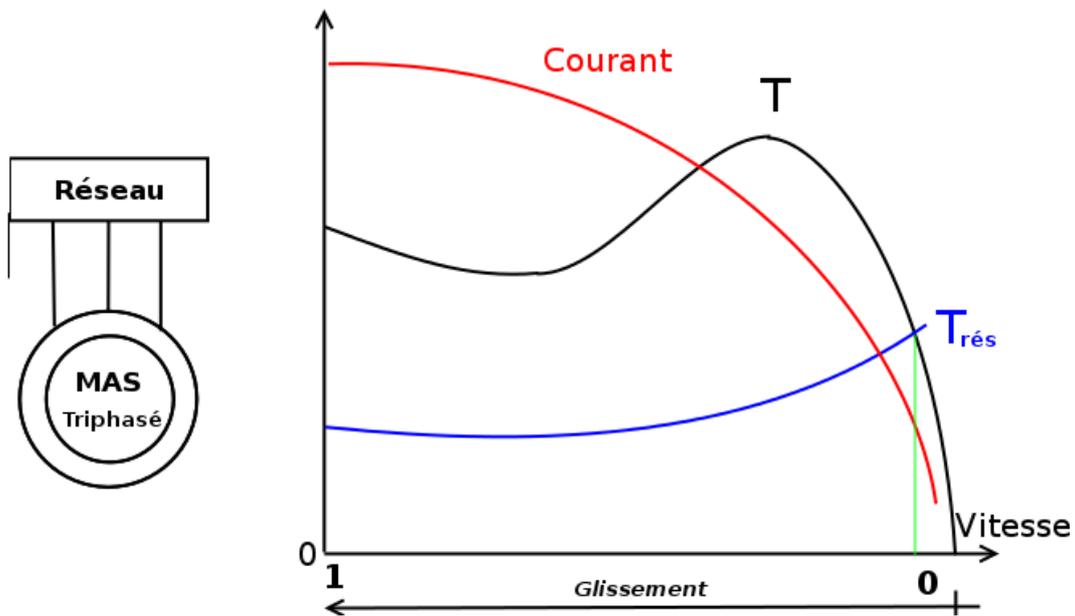


FIGURE 3.3 – Démarrage direct

- Démarrage par autotransformateur ;
- Démarrage par gradateur de tension ;
- Utilisation d'un onduleur de tension .

### 3.4.3 Démarrage par augmentation de résistance rotorique

Ce type de démarrage a pour but de réduire les courants absorbés par le moteur tout en ayant le couple démarrage élevé. Les moteurs adaptés pour ce type de démarrage sont :

- Moteur asynchrone à double cage ;
- Moteur asynchrone à cage profonde ;
- Moteur asynchrone à rotor bobiné à bague.

## 3.5 Durée de la phase du démarrage

La durée de la phase du démarrage est le temps de mise en vitesse (de 0 à  $n_{nom}$ ). Elle dépend de la valeur du couple développé par le moteur  $T$ , du couple extérieur  $T_{rés}$ , et du moment d'inertie des parties tournante  $J$ .

Le constante du temps de démarrage  $\tau$  s'exprime comme :

$$\tau = \frac{J}{[T - T_{rés}]_{max}} \Omega_s \quad (3.4)$$

D'après les relations 2.26 et 3.4 on tire :

$$\frac{T - T_{rés}}{[T - T_{rés}]_{max}} = \frac{J}{[T - T_{rés}]_{max}} \frac{d}{dt} \Omega = \frac{J \Omega_s}{[T - T_{rés}]_{max}} \frac{d}{dt} \left( \frac{\Omega}{\Omega_s} \right) = -\tau \frac{ds}{dt} \quad (3.5)$$

car

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\Omega}{\Omega_s}\right) = \frac{d}{dt}(1-s) = -\frac{ds}{dt} \quad (3.6)$$

D'où

$$\frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} = -\tau \frac{ds}{dt} \quad (3.7)$$

Donc

$$dt = -\frac{\tau}{2}\left(\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}\right)ds \quad (3.8)$$

La mise en marche du moteur entraîne la variation du glissement de 0 à  $s$ , le temps de démarrage sera déterminé par l'intégrale :

$$t = -\frac{\tau}{2} \int_0^s \left(\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}\right) ds = \tau \left(\frac{1-s^2}{4s_k} + \frac{s_k}{2} \ln \frac{1}{s}\right) \quad (3.9)$$

# Chapitre 4

## Modélisations du moteur asynchrone triphasé

### 4.1 Décomposition en composantes symétriques

Un système triphasé déséquilibré peut être considéré comme la superposition de trois systèmes équilibrés [6] :

- *Un système direct* comporte trois phases égales en module et décalées de  $\frac{2\pi}{3}$  entre elles, et possède la même séquence que celle du système réel déséquilibré ;
- *Un système inverse* comporte trois phases égales en module et décalées entre elles de  $\frac{2\pi}{3}$ , la séquence de phase que possède ce système est inverse par rapport au système réel déséquilibré ;
- *Un système homo-polaire* comporte trois phases géométriquement parallèles, égales en tension.

Cette transformation est connue dans la littérature sous le nom de transformation de FORTESCUE, et on définit la matrice de FORTESCUE  $[F]$  :

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad [F]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

On appelle opérateur  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$  la quantité complexe qui multiplié avec une grandeur complexe n'en change pas le module mais en augmente l'argument de  $\frac{2\pi}{3}$ .

La forme généralisée de la transformation s'exprime comme :

$$\begin{bmatrix} \underline{G}_1 \\ \underline{G}_2 \\ \underline{G}_3 \end{bmatrix} = [F] \begin{bmatrix} \underline{G}_p \\ \underline{G}_n \\ \underline{G}_h \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$\underline{G}_1, \underline{G}_2, \underline{G}_3$  : Système réel  
 $\underline{G}_p, \underline{G}_n, \underline{G}_h$  : Composantes symétriques

Les décompositions en composantes symétriques des tensions, courants statoriques et rotoriques se représentent comme suit(sous forme matricielle) :

$$\begin{bmatrix} \underline{u}_{ps} \\ \underline{u}_{ns} \\ \underline{u}_{hs} \end{bmatrix} = [F]^{-1} \begin{bmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \\ \underline{u}_3 \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \dot{i}_{ps} \\ \dot{i}_{ns} \\ \dot{i}_{hs} \end{bmatrix} = [F]^{-1} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{i}_3 \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \underline{u}_{pr} \\ \underline{u}_{nr} \\ \underline{u}_{hr} \end{bmatrix} = [F]^{-1} \begin{bmatrix} \underline{u}_a \\ \underline{u}_b \\ \underline{u}_c \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \dot{i}_{dr} \\ \dot{i}_{ir} \\ \dot{i}_{or} \end{bmatrix} = [F]^{-1} \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

## 4.2 Modélisation d'un M.A.S alimenté par un système triphasé déséquilibrés

L'alimentation par un système triphasé déséquilibré d'un moteur asynchrone triphasé (M.A.S) provoque des déséquilibres aux niveaux des grandeurs électriques du moteur.

La composante directe crée un champ magnétique tournant à la vitesse de rotation  $\Omega_p = \frac{\omega_s}{p}$  où  $\omega$  est la pulsation des courants et  $p$  est le nombre de paires de pôle. Si le rotor tourne avec une vitesse angulaire  $\Omega_r$ , le glissement  $s_p$  s'écrit comme :

$$s_p = \frac{\Omega_p - \Omega}{\Omega_p} \quad (4.4)$$

La composante inverse crée un champ magnétique tournant à la vitesse de rotation  $\Omega_n = -\Omega_p$

$$s_n = \frac{\Omega_n - \Omega}{\Omega_n} = \frac{-\Omega_p - \Omega}{-\Omega_p} = 2 - s_p \quad (4.5)$$

La composante homo-polaire est nulle sous l'effet de l'absence du neutre dans les enroulements statoriques.

La fonctionnement d'un moteur asynchrone triphasé est défini par la superposition des états *directe* et *inverse*. Un moteur asynchrone triphasé est modélisé alors par deux schémas équivalents en "T" correspondant aux fonctionnements directe et inverse (figure 4.1).

A partir de ces schémas équivalents(figure 4.1), on peut tirer facilement les impédances directe et inverse d'un moteur asynchrone triphasé.

Les impédances statoriques

$$\begin{cases} \underline{Z}_{sp} = R_p + jL_{\sigma sp} \\ \underline{Z}_{sn} = R_n + jL_{\sigma sn} \end{cases} \quad (4.6)$$

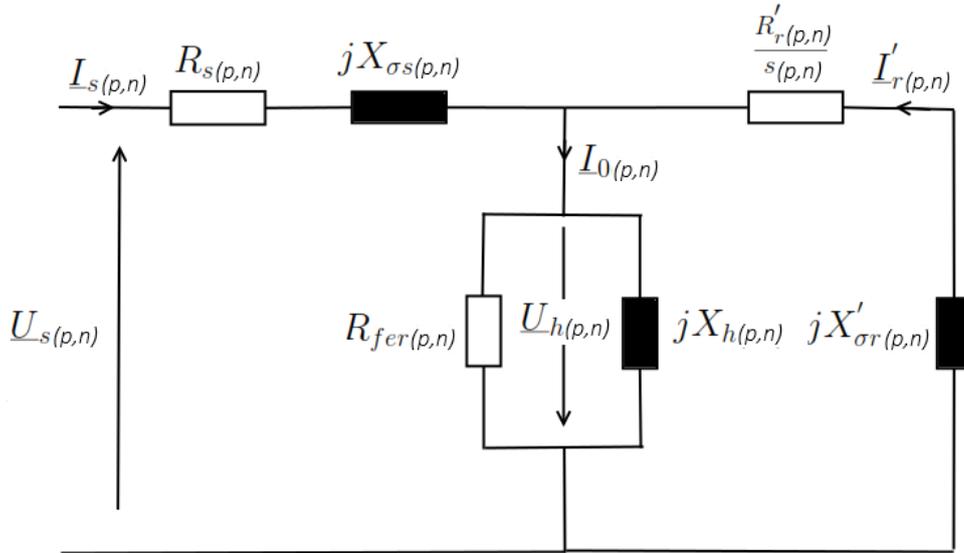


FIGURE 4.1 – Schéma équivalent d'un moteur asynchrone triphasé en marche déséquilibré

Les impédances rotoriques

$$\begin{cases} \underline{Z}_{rp} = \frac{r'_p}{s} + jL_{\sigma rp} \\ \underline{Z}_{rn} = \frac{r'_n}{2-s} + jL_{\sigma rn} \end{cases} \quad (4.7)$$

Les impédances dans la branche magnétisante

$$\begin{cases} \underline{Z}_{hp} = \frac{R_{fp}(L_{hp}\omega)^2 + jR_{fp}^2L_{hp}}{R_{fp}^2 + (L_{hp}\omega)^2} \\ \underline{Z}_{hn} = \frac{R_{fn}(L_{hn}\omega)^2 + jR_{fn}^2L_{hn}}{R_{fn}^2 + (L_{hn}\omega)^2} \end{cases} \quad (4.8)$$

D'où les impédances directe et inverse du moteur asynchrone triphasé en marche déséquilibré.

$$\begin{cases} \underline{Z}_{mp} = \underline{Z}_{sp} + \frac{\underline{Z}_{rp} \times \underline{Z}_{hp}}{\underline{Z}_{rp} + \underline{Z}_{hp}} \\ \underline{Z}_{mn} = \underline{Z}_{sn} + \frac{\underline{Z}_{rn} \times \underline{Z}_{hn}}{\underline{Z}_{rn} + \underline{Z}_{hn}} \end{cases} \quad (4.9)$$

Quelque soit le fonctionnement d'une machine asynchrone triphasée, l'entrefer consomme toujours de l'énergie réactive. De plus la présence de deuxième champ tournant (dû à la composante inverse) entraîne des pertes non négligeables au niveau de la machine. Le moteur asynchrone triphasé peut être schématisé de deux façons distinctes (figure 4.2).

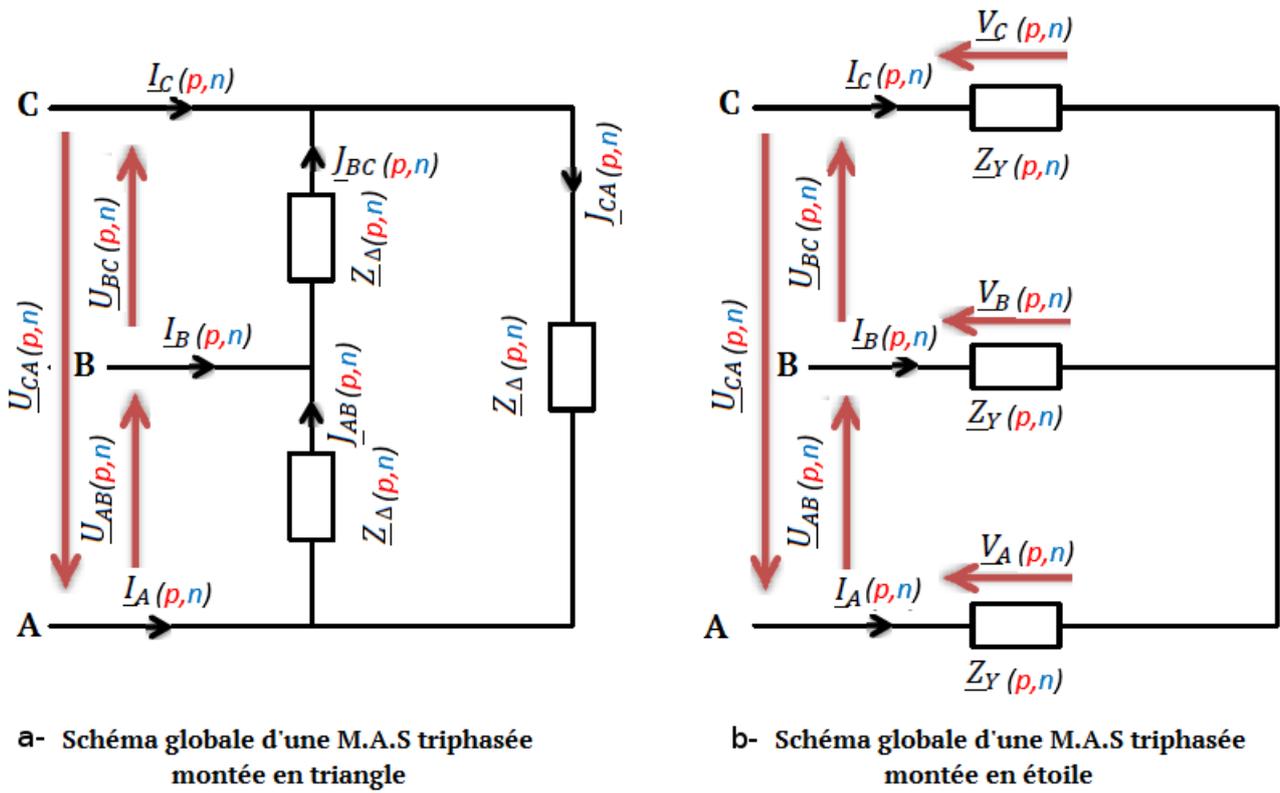


FIGURE 4.2 – Schéma global d'un moteur asynchrone triphasé

## 4.3 Transformation de PARK

### 4.3.1 Introduction

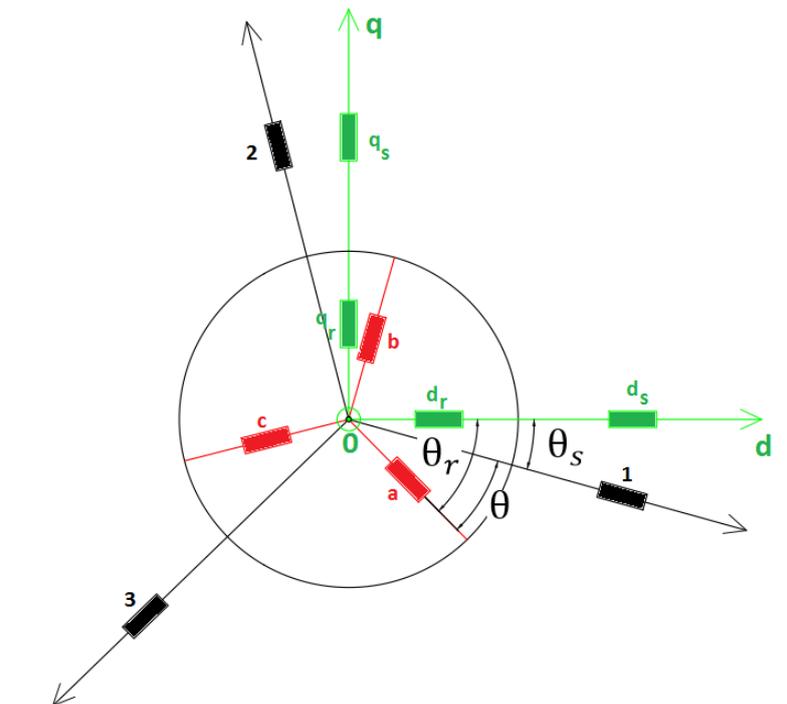


FIGURE 4.3 – Transformation de Park

Les grandeurs caractéristiques des moteurs asynchrones ne sont pas linéaires, alors il est difficile de résoudre ses équations différentielles. On utilise la transformation de PARK pour linéariser les grandeurs par l'intermédiaire d'axe symétrique ( $d,q,o$ ) (figure 4.3) par la matrice de PARK  $A_i$ .

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \cos(\theta_i - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_i + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta_i & -\sin(\theta_i - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_i + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Où  $i = s$  pour le stator et  $i = r$  pour le rotor

### 4.3.2 Les matrices des tensions, des courants et des flux

*Les matrices des tensions*

$$[u_{ps}] = \begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \\ u_{os} \end{bmatrix}, \quad [u_{pr}] = \begin{bmatrix} u_{dr} \\ u_{qr} \\ u_{or} \end{bmatrix}, \quad [u_s] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [u_r] = \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

- $[u_{ps}]$  : Matrice de système des tensions statoriques sur ( $dqo$ );
- $[u_{pr}]$  : Matrice de système des tensions rotoriques sur ( $dqo$ );
- $[u_s]$  : Matrice de système des tensions statoriques;
- $[u_r]$  : Matrice de système des tensions rotoriques.

*Les matrices des courants*

$$[i_{ps}] = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{os} \end{bmatrix}, \quad [i_{pr}] = \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \\ i_{or} \end{bmatrix}, \quad [i_s] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [i_r] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

- $[i_{ps}]$  : Matrice de système des courants statoriques sur ( $dqo$ );
- $[i_{pr}]$  : Matrice de système des courants rotoriques sur ( $dqo$ );
- $[i_s]$  : Matrice de système des courants statoriques;
- $[i_r]$  : Matrice de système des courants rotoriques.

*Les matrices des flux*

$$[\psi_{ps}] = \begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \psi_{os} \end{bmatrix}, \quad [\psi_{pr}] = \begin{bmatrix} \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \\ \psi_{or} \end{bmatrix}, \quad [\psi_s] = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\psi_r] = \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

- $[\psi_{ps}]$  : Matrice de système des flux statoriques sur  $(dqo)$  ;
- $[\psi_{pr}]$  : Matrice de système des flux rotoriques sur  $(dqo)$  ;
- $[\psi_s]$  : Matrice de système des flux statoriques ;
- $[\psi_r]$  : Matrice de système des flux rotoriques.

### 4.3.3 Transformations des grandeurs

– Grandeurs statoriques

$$\begin{cases} [u_{ps}] = [A_s][u_s] \\ [i_{ps}] = [A_s][i_s] \\ [\psi_{ps}] = [A_s][\psi_s] \end{cases} \quad (4.14)$$

– Grandeurs rotoriques

$$\begin{cases} [u_{pr}] = [A_r][u_r] \\ [i_{pr}] = [A_r][i_r] \\ [\psi_{pr}] = [A_r][\psi_r] \end{cases} \quad (4.15)$$

### 4.3.4 Les équations réduites

Soient :

- $\omega_a$  : Vitesse angulaire du stator sur le système  $(d q o)$  ;
- $\omega_m$  : Vitesse angulaire du rotor sur le système  $(d q o)$  ;
- $l_s$  : Inductance cyclique du stator ;
- $l_r$  : Inductance cyclique du rotor ;
- $l_{sr}$  : Inductance mutuelle cyclique entre le rotor et le stator.

– Les équations réduites des tensions statoriques

$$\begin{cases} u_{ds} = Ri_{ds} + \frac{d}{dt}[\psi_{ds}] - \omega_a \psi_{qs} \\ u_{qs} = Ri_{qs} + \frac{d}{dt}[\psi_{qs}] + \omega_a \psi_{ds} \\ u_{os} = Ri_{os} + \frac{d}{dt}[\psi_{os}] \end{cases} \quad (4.16)$$

– Les équations réduites des tensions rotoriques

$$\begin{cases} u_{dr} = Ri_{dr} + \frac{d}{dt}[\psi_{dr}] - (\omega_a - \omega_m)\psi_{qr} \\ u_{qr} = Ri_{qr} + \frac{d}{dt}[\psi_{qr}] + (\omega_a + \omega_m)\psi_{dr} \\ u_{or} = Ri_{or} + \frac{d}{dt}[\psi_{or}] \end{cases} \quad (4.17)$$

– Les équations réduites des flux

$$\begin{cases} \psi_{ds} = l_s i_{ds} + l_{sr} i_{dr} \\ \psi_{qs} = l_s i_{qs} + l_{sr} i_{qr} \\ \psi_{os} = l_s i_{os} \\ \psi_{dr} = l_r i_{dr} + l_{sr} i_{ds} \\ \psi_{qr} = l_r i_{qr} + l_{sr} i_{qs} \\ \psi_{or} = l_r i_{or} \end{cases} \quad (4.18)$$

### 4.3.5 Expressions de la puissance et du couple

La puissance électrique instantanée du moteur est

$$p(t) = \sum_{k=1}^3 u_k i_k \quad (4.19)$$

En appliquant la transformation de Park, on a

$$p(t) = \frac{3}{2}(u_{ds} i_{ds} + u_{qs} i_{qs}) + 3u_{os} i_{os} \quad (4.20)$$

Pour un intervalle de temps  $dt$ , l'énergie absorbée par le moteur est

$$\begin{aligned} dW_{el} = & \left[ \frac{3}{2}R(i_{ds}^2 + i_{qs}^2) + 3Ri_{os}^2 \right] dt + \left[ \frac{3}{2}(d\psi_{ds} i_{ds} + d\psi_{qs} i_{qs}) + 3d\psi_{os} i_{os} \right] dt \\ & + \left[ \frac{3}{2}\omega_s(\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}) \right] dt \end{aligned} \quad (4.21)$$

Avec

$\frac{3}{2}R(i_{ds}^2 + i_{qs}^2) + 3Ri_{os}^2$  : Représente l'énergie perdue par effet joule du stator ;

$\frac{3}{2}(d\psi_{ds} i_{ds} + d\psi_{qs} i_{qs}) + 3d\psi_{os} i_{os}$  : Représente la variation de l'énergie magnétique au stator ;

$\frac{3}{2}\omega_s(\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds})$  : Représente l'énergie transférée du stator au rotor .

En utilisant le 3<sup>eme</sup> terme  $\frac{3}{2}\omega_s(\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds})$  qui est l'énergie transformable en énergie mécanique par  $\Omega dt$  on obtient le couple électromagnétique  $T_{em}$

$$T_{em} = \frac{3}{2}p(\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}) = \frac{3}{2}p(\psi_{dr} i_{qr} - \psi_{qr} i_{dr}) \quad (4.22)$$

## 4.4 Application de la transformation de PARK sur un moteur asynchrone triphasé [7]

### 4.4.1 Régime transitoire

Le fonctionnement du moteur asynchrone triphasé dans un régime quelconque peut être défini à partir des équations de tensions et de flux. En régime transitoire la vitesse, le couple et les courants absorbés par le moteur ne sont pas constantes, les caractéristiques magnétiques du circuit magnétique ne sont plus linéaires. Ce phénomène est l'origine de disfonctionnement ou fatigue des éléments mécaniques ou électriques du moteur.

### 4.4.2 Régime transitoire pendant le démarrage

#### Hypothèse :

- La tension du réseau est supposée rigide, symétrique (et équilibrée) ;
- Le moteur à étudier est un moteur asynchrone triphasé à cage ;
- Les résistances des enroulements restent constantes ;
- La f.m.m. est à répartition sinusoïdale.

Supposons que le réseau impose aux bornes du moteur le système de tension suivant :

$$\begin{cases} u_1 = \sqrt{2}U \cos(\omega_s t + \alpha) \\ u_2 = \sqrt{2}U \cos(\omega_s t + \alpha - 2\frac{\pi}{3}) \\ u_3 = \sqrt{2}U \cos(\omega_s t + \alpha + 2\frac{\pi}{3}) \end{cases} \quad (4.23)$$

En appliquant la transformation du Park  $[u_{ps}] = [A_s][u_s]$  dans un référentiel lié au stator (figure 4.3  $\Rightarrow \omega_a = \Theta_s = 0$ ) on a (d'après les relations 4.16, 4.17 et 4.23) :

$$\begin{cases} u_{ds} = \sqrt{2}U \cos(\omega_s t + \alpha) = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt}[\psi_{ds}] \\ u_{qs} = \sqrt{2}U \sin(\omega_s t + \alpha) = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt}[\psi_{qs}] \\ u_{dr} = 0 = R_r i_{dr} + \frac{d}{dt}[\psi_{dr}] + \omega_m \psi_{dr} \\ u_{qr} = 0 = R_r i_{qr} + \frac{d}{dt}[\psi_{qr}] - \omega_m \psi_{qr} \end{cases} \quad (4.24)$$

on a :

$$\begin{cases} \sqrt{2}U \cos(\omega_s t + \alpha) = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt}[l_s i_{ds} + l_{sr} i_{dr}] \\ \sqrt{2}U \sin(\omega_s t + \alpha) = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt}[l_s i_{qs} + l_{sr} i_{qr}] \\ 0 = R_r i_{dr} + \frac{d}{dt}[l_r i_{dr} + l_{sr} i_{ds}] + \omega_m (l_r i_{qr} + l_{sr} i_{qs}) \\ 0 = R_r i_{qr} + \frac{d}{dt}[l_r i_{qr} + l_{sr} i_{qs}] - \omega_m (l_r i_{dr} + l_{sr} i_{ds}) \end{cases} \quad (4.25)$$

Or l'équation de mouvement d'un système électromécanique s'exprime comme (d'après la relation 1.11) :

$$T_{ém} + T_{rés} = J \frac{d}{dt} \Omega_m = \frac{J}{p} \frac{d}{dt} \omega_m \quad (4.26)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
T_{\dot{e}m} &= \frac{3}{2}p(\psi_{ds}i_{qs} - \psi_{qs}i_{ds}) = \frac{3}{2}p(\psi_{qr}i_{dr} - \psi_{dr}i_{qr}) & : \text{ Couple électromécanique ;} \\
T_{rés} &= T_{rés}(\Omega_m) & : \text{ Couple extérieur ;} \\
J & & : \text{ Moment d'inertie du partie tournante ;} \\
\Omega_m & & : \text{ Vitesse angulaire du partie tournante ;} \\
\omega_m &= \frac{d}{dt}\Theta & : \text{ Pulsation angulaire.}
\end{aligned}$$

D'après les relations 4.25 et 4.26 on a :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\sqrt{2}U \cos(\omega_s t + \alpha) - R_s i_{ds} = \frac{d}{dt}[l_s i_{ds} + l_{sr} i_{dr}] \\
\sqrt{2}U \sin(\omega_s t + \alpha) - R_s i_{qs} = \frac{d}{dt}[l_s i_{qs} + l_{sr} i_{qr}] \\
-R_r i_{dr} - \omega_m(l_r i_{qr} + l_{sr} i_{qs}) = \frac{d}{dt}[l_r i_{dr} + l_{sr} i_{ds}] \\
-R_r i_{qr} + \omega_m(l_r i_{dr} + l_{sr} i_{ds}) = \frac{d}{dt}[l_r i_{qr} + l_{sr} i_{qs}] \\
\frac{3}{2}p(\psi_{ds}i_{qs} - \psi_{qs}i_{ds}) + T_r(\Omega_m) = \frac{J}{p} \frac{d}{dt}\omega_m \\
\omega_m = \frac{d}{dt}\Theta
\end{array} \right. \quad (4.27)$$

C'est le système d'équations différentielles du régime transitoire au démarrage. Sous forme matricielle on a :

$$[B] \frac{d}{dt}[X] = [C] \quad (4.28)$$

Avec :

$$[B] = \begin{bmatrix} l_s & 0 & l_{sr} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_s & 0 & l_{sr} & 0 & 0 \\ l_{sr} & 0 & l_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_{sr} & 0 & l_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{J}{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \sqrt{2}U \cos(\omega_s t + \alpha) - R_s i_{ds} \\ \sqrt{2}U \sin(\omega_s t + \alpha) - R_s i_{qs} \\ -R_r i_{dr} - \omega_m(l_r i_{qr} + l_{sr} i_{qs}) \\ -R_r i_{qr} + \omega_m(l_r i_{dr} + l_{sr} i_{ds}) \\ \frac{3}{2}pL_{sr}(i_{ds}i_{qs} - i_{qs}i_{ds}) + T_{rés}(\Omega_m) \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$[X] = \begin{bmatrix} i_{Ds} \\ i_{Qs} \\ i_{Dr} \\ i_{Qr} \\ \omega_m \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Après développement de (4.28) puis arrangement on a finalement le système d'équations différentielles :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{di_{ds}}{dt} = \frac{L_r(U_{ds}(t) - R_s i_{ds}) + L_{sr}[R_r i_{dr} + \omega_m(L_{sr} i_{qs} + L_r i_{qr})]}{L_s L_r - L_{sr}^2} \\
 \frac{di_{qs}}{dt} = \frac{L_r(U_{qs}(t) - R_s i_{qs}) + L_{sr}[R_r i_{qr} - \omega_m(L_{sr} i_{ds} + L_r i_{dr})]}{L_s L_r - L_{sr}^2} \\
 \frac{di_{dr}}{dt} = \frac{L_{sr}(U_{ds}(t) - R_s i_{ds}) + L_s[R_r i_{dr} + \omega_m(L_{sr} i_{qs} + L_r i_{qr})]}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \\
 \frac{di_{qr}}{dt} = \frac{L_{sr}(U_{qs}(t) - R_s i_{qs}) + L_s[R_r i_{qr} - \omega_m(L_{sr} i_{ds} + L_r i_{dr})]}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \\
 \frac{d\omega_m}{dt} = \left(\frac{3p}{2} L_{sr}(i_{qs} i_{dr} - i_{qr} i_{ds}) + T_{ext}\right) \frac{p}{J}
 \end{array} \right. \quad (4.32)$$

# Chapitre 5

## Systeme *per unit* $\ll p.u \gg$ et Méthode de résolution

### 5.1 Le système $\ll p.u \gg$ [7]

Le système *per unit* ou les grandeurs relatives sont des grandeurs adimensionnelles obtenues en divisant les grandeurs physiques (courant, tension, puissance, ...) par des grandeurs de références, pour avoir la possibilité de comparer les caractéristiques des machines électriques de puissance et de tension très différentes.

$$p.u = \frac{\text{grandeurs physiques}}{\text{grandeurs de référence}}$$

### 5.2 Grandeurs de référence

Eu égard aux phénomènes transitoires, il est d'usage d'utiliser comme référence l'amplitude des grandeurs afin de ne pas devoir introduire systématiquement dans les relations le facteur  $\sqrt{2}$ .

On a ainsi comme liste de grandeurs de référence :

– Tension

$$U_{réf} = \sqrt{2}U_{nom} \quad (5.1)$$

– Courant

$$I_{réf} = \sqrt{2}I_{nom} \quad (5.2)$$

– Puissance

$$P_{réf} = mU_{nom}I_{nom} \quad (5.3)$$

– Pulsation

$$\omega_{réf} = \omega_{nom} = 2\pi f_{nom} \quad (5.4)$$

– Vitesse angulaire

$$\Omega_{réf} = \frac{\omega_{réf}}{p} \quad (5.5)$$

– Couple

$$T_{réf} = \frac{P_{réf}}{\omega_{réf}} \quad (5.6)$$

– Flux

$$\Psi_{réf} = \frac{U_{réf}}{\omega_{réf}} \quad (5.7)$$

– Impédance

$$Z_{réf} = \frac{U_{réf}}{I_{réf}} \quad (5.8)$$

– Inductance

$$L_{réf} = \frac{Z_{réf}}{\omega_{réf}} \quad (5.9)$$

## 5.3 Les équations de fonctionnement en $\ll p.u \gg$

Le système (4.32) exprimé avec des valeurs  $p.u$  se présente comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{ds\cdot pu}}{\omega_{réf} dt} = \frac{L_{r\cdot pu}(U_{ds\cdot pu}(t) - R_{s\cdot pu}i_{ds\cdot pu}) + L_{sr\cdot pu}[R_{r\cdot pu}i_{dr\cdot pu} + \omega_{m\cdot pu}(L_{sr\cdot pu}i_{qs\cdot pu} + L_{r\cdot pu}i_{qr\cdot pu})]}{L_{s\cdot pu}L_{r\cdot pu} - L_{sr\cdot pu}^2} \\ \frac{di_{qs\cdot pu}}{\omega_{réf} dt} = \frac{L_{r\cdot pu}(U_{qs\cdot pu}(t) - R_{s\cdot pu}i_{qs\cdot pu}) + L_{sr\cdot pu}[R_{r\cdot pu}i_{qr\cdot pu} - \omega_{m\cdot pu}(L_{sr\cdot pu}i_{ds\cdot pu} + L_{r\cdot pu}i_{dr\cdot pu})]}{L_{s\cdot pu}L_{r\cdot pu} - L_{sr\cdot pu}^2} \\ \frac{di_{dr\cdot pu}}{\omega_{réf} dt} = \frac{L_{sr\cdot pu}(U_{ds\cdot pu}(t) - R_{s\cdot pu}i_{ds\cdot pu}) + L_{s\cdot pu}[R_{r\cdot pu}i_{dr\cdot pu} + \omega_{m\cdot pu}(L_{sr\cdot pu}i_{qs\cdot pu} + L_{r\cdot pu}i_{qr\cdot pu})]}{L_{sr\cdot pu}^2 - L_{s\cdot pu}L_{r\cdot pu}} \\ \frac{di_{qr\cdot pu}}{\omega_{réf} dt} = \frac{L_{sr\cdot pu}(U_{qs\cdot pu}(t) - R_{s\cdot pu}i_{qs\cdot pu}) + L_{s\cdot pu}[R_{r\cdot pu}i_{qr\cdot pu} - \omega_{m\cdot pu}(L_{sr\cdot pu}i_{ds\cdot pu} + L_{r\cdot pu}i_{dr\cdot pu})]}{L_{sr\cdot pu}^2 - L_{s\cdot pu}L_{r\cdot pu}} \\ \frac{d\omega_m}{\omega_{réf} dt} = \frac{L_{sr\cdot pu}(i_{qs\cdot pu}i_{dr\cdot pu} - i_{qr\cdot pu}i_{ds\cdot pu}) + T_{ext\cdot pu}}{\tau_m\omega_{réf}} \end{array} \right. \quad (5.10)$$

## 5.4 Méthode de résolution [3]

### 5.4.1 Variables d'état

Le système des équations 4.28 ou 5.10 (en  $p.u$ ) permet de décrire le comportement dynamique et/ou statique de tout système électromécanique. Ce système est généralement non linéaire. Il ne peut donc pas être intégré par une méthode analytique. De façon synthétique, on

peut l'écrire :

$$\frac{dy_m}{dt} = f_m(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (5.11)$$

### 5.4.2 Intégration numérique

Par suite du caractère non linéaire du système (5.11), il doit être intégré numériquement. L'utilisation des ordinateurs permet une résolution plus précise par des méthodes numériques. Parmi celles-ci, on peut citer :

- méthode d'Euler ;
- méthode des séries de Taylor ;
- méthode des approximation polynomiales ;
- méthode des Runge-Kutta ;
- méthode de prédicteurs-correcteurs ;
- méthode d'Adams ;
- ...

Parmi toutes ces méthodes, celle de *Runge-Kutta* est particulièrement simple et universelle, tout en garantissant une bonne précision.

### 5.4.3 Méthode de Runge-Kutta 4

L'intégration numérique consiste à déterminer les valeurs de fonctions inconnues  $y_m$  à des intervalles de temps constants  $h$ .

La méthode de *Runge-Kutta* 4 permet de passer des valeurs des fonctions  $y_{m,p}$  à l'instant  $t = ph$  aux valeurs  $y_{m,p+1}$  à l'instant  $t = (p + 1)h$  par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{m1} = hf_m(t, y_{1,p}, \dots, y_{m,p}) \\ k_{m2} = hf_m(t + \frac{1}{2}h, y_{1,p} + \frac{1}{2}k_{11}, \dots, y_{m,p} + \frac{1}{2}k_{m,1}) \\ k_{m3} = hf_m(t + \frac{1}{2}h, y_{1,p} + \frac{1}{2}k_{12}, \dots, y_{m,p} + \frac{1}{2}k_{m,2}) \\ k_{m4} = hf_m(t + h, y_{1,p} + k_{13}, \dots, y_{m,p} + k_{m,3}) \end{array} \right. \quad (5.12)$$

$$y_{m,p+1} = y_{m,p} + \frac{1}{6}(k_{m1} + 2(k_{m2} + k_{m2}) + k_{m4}) \quad (5.13)$$

Une brève représentation du déroulement du calcul de résolution peut être représenté par un organigramme (figure 5.1). Ce dernier contient :

- Les initialisations des grandeurs initiales, des paramètres, intervalle de temps, pas de calcul, ... ;
- Le système d'équations différentielles (relation 5.10) ;
- Calcul des coefficients de *RK4* ;

D'après les § 4.1, 4.2, 4.4 et 5.4 le modèle final du moteur asynchrone triphasé *matérialisé* par la figure 5.2 où :

- Le déséquilibre du système triphasé  $V_1, V_2, V_3$ (alimentation) provoque une *superposition de deux moteurs "direct" et "inverse"*;
- Le taux de déséquilibre et les composantes chaque système découlent à partir du Transformation du Fortescue noté TF dans figure ;
- $TP$  est le transformation de PARK( $T^{-1}P$  est son inverse) ;
- Les indices  $p$  sont les indices du système direct ;
- Les indices  $n$  sont les indices du système inverse ;
- Les indices  $d$  sont les indices du système direct(Park) ;
- Les indices  $q$  sont les indices du système en quadrature(Park) ;
- $i$  sont des courant ;
- $\omega_m$  Pulsation mécanique ;
- $T_{em}$  Couple électromécanique.

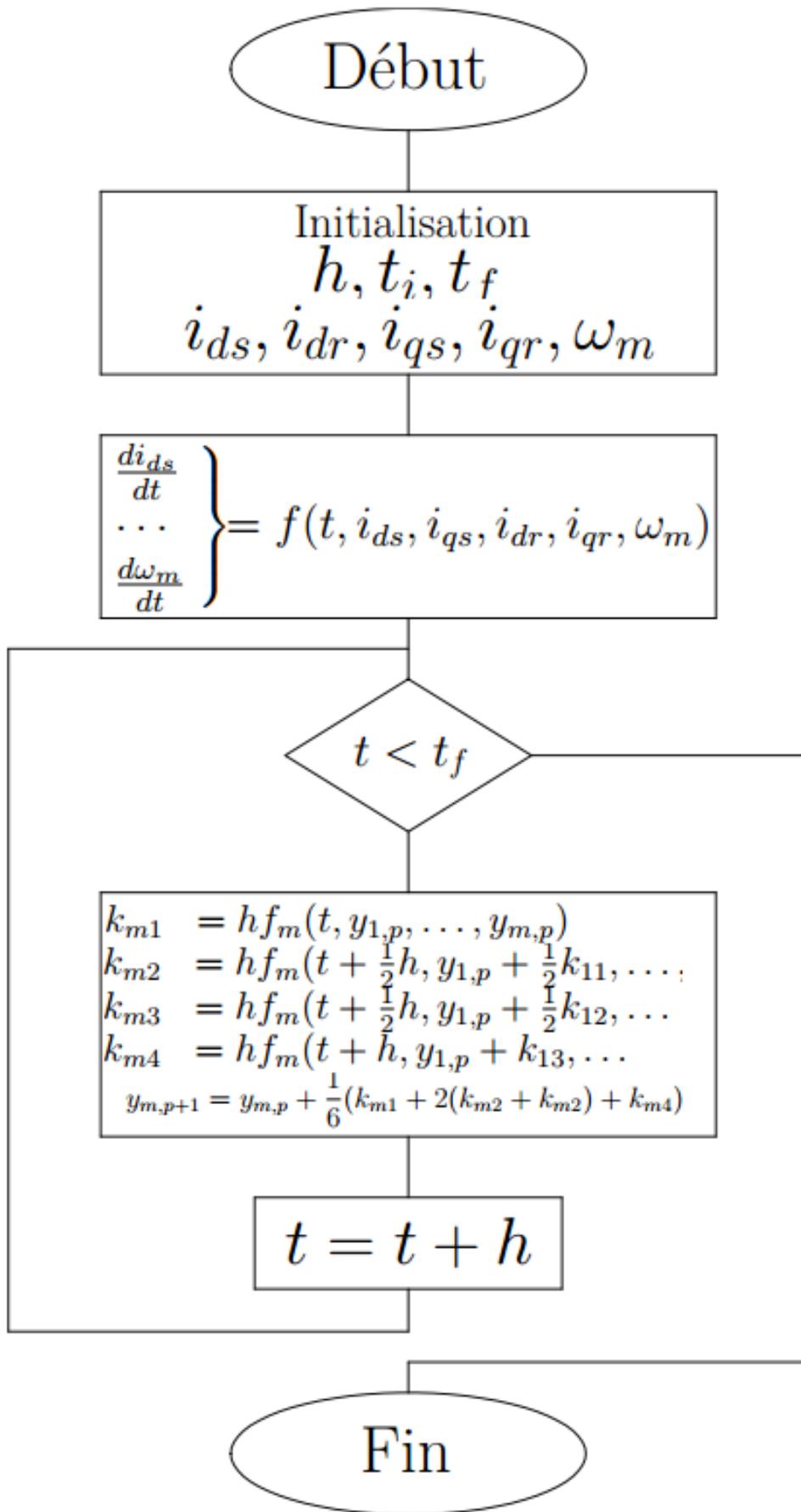


FIGURE 5.1 – Organigramme de résolution

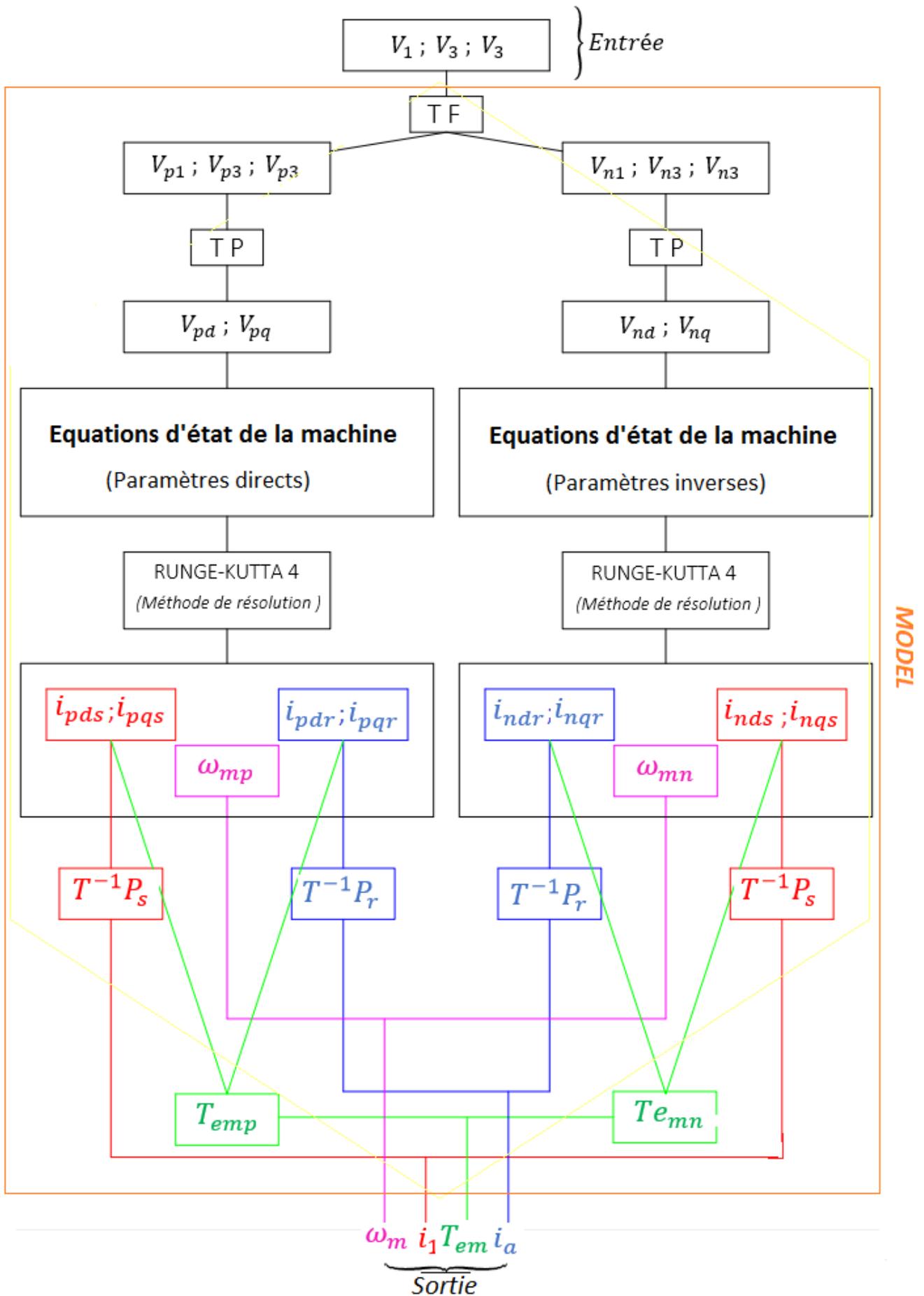


FIGURE 5.2 – Modèle du MAS triphasé