Application de la physique théorique dans la modélisation des phénomènes de transformation structurelle

Chapitre 5 : Application de la physique théorique dans la modélisation des phénomènes de transformation structurelle

1. Introduction

Dans un environnement économiquement et politiquement instable et incertain en raison des récents développements géostratégiques, la région Méditerranéenne est désormais confrontée à de nombreux défis notamment celui de la réédification d'économies capables de résister à des chocs exogènes et de garantir un développement plus soutenu et inclusif.

La macroéconomie est capable d'étudier le fonctionnement de l'économie de la même manière que l'astrophysique étudie le mouvement des corps astraux, à travers l'étude des systèmes d'équations différentielles ordinaires ou partielles. Ce champ théorique à travers l'étude des grands systèmes économiques, n'apporte suffisamment pas d'élément dans la compréhension des modèles de transformation structurelle. En revanche, d'autres domaines tels que celui de la physique théorique peuvent répondre aux limites des modèles économiques traditionnels qui peinent à démontrer l'existence d'un nouveau processus. L'application de la physique théorique hors de son champ traditionnel s'est considérablement développée depuis le milieu du XXe siècle. L'Econophysique, en fait partie. Il s'agit d'un domaine de recherche scientifique multidisciplinaire qui tente de résoudre des problèmes économiques en appliquant des méthodes et théories issues notamment de la physique statistique.

L'Econophysique aborde depuis les années 1960 des thèmes très variés parmi lesquels nous retrouvons la dynamique des échanges bilatéraux avec le modèle de gravité (Tinbergen, 1962; Anderson, 1979, 2001 , Péridy et al, 2008), les mécanismes de marché (Lux et Marchesi, 1999), la répartition de la richesse en fonction des mécanismes de production, d'échange, d'épargne, de prélèvement (Chatterjee et al., 2005), la reformulation thermodynamique des concepts clefs de l'Economie à savoir le travail et le capital (Mimkes 2006) et également les chaînes de Markov dans l'explication de convergence régionale (Schaffar et Peridy, 2015).

Parmi les récentes tentatives réussies portant sur les marchés financiers et boursiers, en raison de la prédominance de l'échange dans une économie capitaliste, et aussi à l'accessibilité des données de prix et de transactions sur tous les marchés à des fréquences de plus en plus élevées, nous

retrouvons la théorie du chaos qui a eu un réel impact en économie (Brock et Hommes, 1998 ; Chiarella et al. 2006). La crise financière survenue en 2007-2008 a quant à elle, créé un choc dans la modélisation classique en économie et finance. De nombreux scientifiques ont essayé d'apporter quelques réponses à la perturbation de ces marchés financiers (Bouchaud, 2008; Lux and Westerhoff, 2009; Farmer and Foley, 2009).

De plus, la théorie de la percolation a également joué un rôle important dans de nombreux domaines outre les marchés boursiers à travers l'étude de la propagation d'une information en apportant une réponse aux limites des modèles économiques traditionnels qui peinent à expliquer le passage de l'individuel au collectif [38](Pajot S, 2003).

Néanmoins, l'approche la plus utilisée pour expliquer des phénomènes collectifs est l'approche probabiliste liée à la physique statistique. Il s'agit entre autre de la loi de Pareto, le mouvement brownien , le processus stochastique ou encore les chaines de Markov. Le développement de ce champ théorique ouvre l'étude d'un certain nombre de questions importantes, comme par exemple, pourquoi certaines économies sont-elles si pauvres alors que d'autres, pas si éloignés, sont si riches ? Pourquoi la richesse est-elle inégalement distribuée ? Qu'est ce qui explique les déséquilibres socio-économiques ? Comment les économies peuvent-elles converger vers un état stationnaire ? Dans ce chapitre, l'objectif est de savoir si la complexité économique est une force du système qui mène à une accélération du développement économique ?

Notre démarche est une contribution à la justification des modèles de développement qui dépendent de facteurs macroéconomiques et socioéconomiques. D'un point de vue économique, notre modélisation s'insère dans le cadre de trois orientations différentes de la recherche en économie internationale. Une première orientation s'intéresse au rôle des institutions dans le système économique (Mauro, 1995 ; Méon et Sekkat, 2005 ; Shleifer et Vishny 1993; Bardhan 1997; Ali et

[38] Sur un réseau, la théorie de la percolation étudie à l'échelon global (macro) les effets d'actions locales (micro).

Isse 2003). Dans cette optique, le dispositif institutionnel occupe une place importante dans le processus de développement avec une corruption qui est explicitement modélisée. La deuxième orientation, privilégie l'interaction entre l'abondance des ressources naturelles et le développement économique. La troisième orientation considère les capacités productives comme un facteur clé de développement. Cette vision est fondée sur la complémentarité entre la complexité économique et le capital humain.

Notre objectif est de transposer une théorie qui avait révolutionné la physique théorique dans le domaine de l'économie et qui n'a jamais été utilisée par les économistes : il s'agit de la Théorie de Réponse Linéaire. Dans la représentation de notre modèle, les particules que l'on considère sont des économies. Ces dernières sont soumises à une force dissipative : le niveau de corruption, et une force dominante : la complexité économique. Au-delà de l'équation de Langevin habituelle, notre système économique est perturbé "positivement" par un autre facteur : les ressources naturelles à condition qu'elles soient bien gérées (Stiglitz, 2012).

Les modèles d'agents hétérogènes sont généralement fixés en temps discret. Certains articles récents ont étudié des versions en temps continu. Notre objectif est donc d'examiner cette littérature avec des agents hétérogènes partageant une structure mathématique commune qui, en temps continu, peut être résolue par la Théorie de Réponse Linéaire en utilisant un système d'équations linéaires différentielles ordinaires: (i) équation de Langevin, décrivant le problème étudié qu'on transforme par la suite par (ii) une équation de Fokker-Planck, décrivant l'évolution de la distribution d'un vecteur des variables d'état individuelles dans le développement économique.

La structure de ce chapitre est la suivante. La section 2 définit le contexte et les hypothèses du modèle économique. La section 3 présente les propriétés de la TRL en incluant une brève littérature relative à l'équation de Langevin et Fokker-Planck. La section 4 apporte une résolution mathématique du passage de la mécanique statistique classique à la macroéconomie pour démontrer l'existence d'un processus d'accélération dans le système économique. La section 5 applique la résolution précédente à travers une modélisation économétrique. La section 6 conclut.

2. Analyse économique

Si les pays d'Asie de l'Est affichent une transformation structurelle qui passe par des niveaux de revenus qui augmentent de manière considérable avec une croissance évaluée à 8% par an[39] qui s'explique en majeure partie par une forte sophistication et diversification de leur économie, la région méditerranéenne affiche quant à elle des taux de croissance bien plus raisonnables de l'ordre de 4,5%, qui placent certains pays sur une trajectoire de convergence avec leurs voisins européens certes (Femise, 2013), mais ces derniers restent insuffisants pour assurer un développement rapide et durable. Cette lenteur du développement économique n'est pas seulement due à la succession des dernières crises ou encore aux turbulences qui ont suivi la révolution arabe mais probablement à un manque du niveau de sophistication dans le système productif, remettant en question toute les interrogations faites sur la structure des exportations et son évolution. Ainsi, la structure productive des pays méditerranéens doit être revisitée, où seul un modèle de développement capable de construire un système productif plus novateur et créateur de valeur ajoutée peut garantir une stabilité sociale, une transition politique pacifique et ainsi aboutir à une transformation structurelle efficiente. Les économies qui ont le mieux réussi à ajouter de la valeur à leurs exportations ont obtenu des niveaux plus élevés de croissance, leur donnant ainsi les moyens de créer des emplois et de distribuer la richesse produite[40].

2.1. Hypothèses du modèle

L'économie sera représentée dans notre modèle par trois grands paramètres : la structure productive, les ressources naturelles (comme moyen de financement) et la gouvernance. Nous supposons avec force et conviction que ces trois paramètres, et particulièrement le commerce à travers une efficacité en matière de complexification des systèmes productifs peuvent contribuer à

[39] Banque Mondiale (2012)

[40] L'expérience des économies asiatiques l'a prouvé à plusieurs reprises

accélérer le développement économique et humain. Partant de cette relation potentiellement symbiotique, nous émettons trois hypothèses:

Hypothèse 1 : La corruption (*dissipation*) ralentit le processus d'accélération mais est nécessaire à l'équilibre du système. $\mathbf{z_{it} < 0.}$

Hypothèse 2 : Les ressources naturelles perturbent positivement le développement sous conditions qu'elles soient bien gérées et redistribuées (H1 : bonne gouvernance) pour financer la transformation d'une matière brute en matière à plus forte valeur (H3 : niveau de complexité économique élevée). $\mathbf{y_{it} > 0.}$

Hypothèse 3 : La complexité économique associée à une performance du capital humain contribue avec force à l'accélération du développement. $\mathbf{F_{it} > 0.}$

2.1.1. Hypothèse 1 : Littérature sur la relation corruption/développement

La littérature en matière de lutte contre la corruption a fortement évolué depuis ces deux dernières décennies, grâce à la prise de conscience de ses effets négatifs sur la croissance économique (Mauro, 1995 ; Bardhan 1997; Ali et Isse 2003 ; Méon et Sekkat, 2005) et plus largement sur les différentes dimensions du développement (Kaufmann et Zoido, 1999).

Aujourd'hui, la corruption induit des distorsions qui pèsent sur l'activité privée en ralentissant les investissements, en affectant la composition sectorielle de l'économie et en limitant l'accumulation du capital humain (Shleifer et Vishny, 1993). En effet, la corruption a tendance à se développer dans les économies à niveau de corruption déjà élevé (Paldam, 2002). Elle affaiblit en premier lieu l'investissement des entreprises et de manière plus générale la production, à travers l'accroissement des coûts de production (baisse du rendement de l'investissement) et les incertitudes pesant sur les projets (hausse du risque de l'investissement).

En dépit de cette littérature, certains auteurs (Leff ,1964 ; Lui , 1985, Beck and Maher , 1986 ; Egger et Winner, 2005 ; Aidt, 2003,2009) ont soutenu qu'une certaine corruption pouvait être favorable à la croissance et au développement économique pour deux raisons.

La première est qu'en jouant le rôle d'une prime par tâche effectuée par l'agent, le surcoût encaissé par ce dernier l'incite à travailler beaucoup plus. La deuxième raison est que la corruption permet aux entrepreneurs de contourner une administration inefficiente. Ainsi, la corruption permet « de graisser les rouages » d'une administration rigide (Bardhan 1997).

Selon ce courant de pensée, la corruption peut accroître le développement économique. Cette pensée est soutenue par la théorie selon laquelle dans un environnement où il est impossible d'atteindre l'optimum parétien, les politiques correctrices permettent d'aboutir à un optimum de second rang. Ainsi, dans les économies où les salaires sont bas et où les biens ne sont pas vendus à leur juste valeur sur des marchés hautement régulés, la corruption rétablirait le mécanisme des prix et améliorerait l'allocation des ressources (Lui 1996).

Toutefois, cet argument du « huilage des rouages administratifs » est peu pertinent puisqu'il ne prend pas en compte le fait que l'agent corrompu peut créer une situation de pénurie artificielle, autrement dit « créer et allonger artificiellement les rangs » afin de pouvoir imposer un surcoût aux bénéficiaires potentiels.

Dans notre modèle, nous prenons ainsi comme hypothèse de départ que la corruption est nuisible au développement (Shleifer et Vishny 1993; Bardhan 1997; Ali et Isse 2003) mais qu'elle fait partie involontairement du système économique.

2.1.2. Hypothèse 2 : Relation ressources naturelles/développement

Le premier courant de pensée considérait l'abondance de ressources naturelles comme un puissant vecteur de développement économique. Les investissements directs étrangers et les bénéfices tirés

des ressources naturelles devaient contribuer au développement conformément aux théories selon lesquelles l'apport de capital reste la clé de voûte des stratégies de développement.

Toutefois, un nouveau courant a dominé depuis les années 50 (Singer 1950, Prebish, 1964), mais s'est surtout développé dans les années 90, en y voyant au contraire une source de mal-développement et d'inégalités. Les auteurs se sont aperçus que les pays fortement dotés en ressources naturelles pouvaient être désavantagées dans leurs performances économiques. Les travaux d'Auty (1993, 2001) trouvent que non seulement les économies riches en ressources naturelles n'arrivent pas à tirer profit de leurs dotations, mais qu'ils enregistrent également des résultats économiques encore plus faibles que les économies pauvres en ressources naturelles. Sachs et Warner (1995) confirment ces résultats à travers un panel de 97 pays en développement.

En outre, la plupart des travaux incitent au pessimisme (Leite et Weidmann, 1999, Stevens, 2003 ; Wright et Celutza, 2004). Toutefois, il y a eu des exceptions où certaines économies en développement ont su tirer parti de la richesse naturelle pour réduire la pauvreté avec un succès relatif, il s'agit du Botswana, de l'Indonésie et de la Malaisie. L'explication se trouve dans les performances des politiques économiques, à travers plusieurs canaux, à savoir, les efforts de diversification économique, de politique de taux de change empêchant l'appréciation de la monnaie, ou encore de la qualité institutionnelle.

Depuis la fin du XXe siècle et avec le changement des paradigmes de développement (Stiglitz, 1998), la malédiction des ressources naturelles a été progressivement élucidée à travers la structure politique et les institutions. Les ressources naturelles ont été considérées comme un frein au développement d'institutions économiques et politiques solides. Les travaux de Sala-i-Martin et Subramanian (2003) introduisent le rôle des institutions et suggèrent que les ressources naturelles présentent un effet négatif sur la qualité institutionnelle d'une économie. (Hamilton 2003, Papyrakis et Gerlagh, 2004).

Ces théories relatives à la malédiction des ressources sont aujourd'hui remises en question (Sinnot, Nash et de la Torre, 2010 ; Murshed et Serino, 2010). L'abondance de ressources naturelles dans

les économies en développement peuvent permettre de financer une croissance économique plus rapide et de générer des revenus importants pour l'État qui peuvent être investis dans le capital humain (éducation et santé) ou encore le capital public (infrastructure et services publics), afin de créer des opportunités d'activités économiques intensives dans ces types de capitaux. Nous prenons ainsi comme hypothèse de départ que les ressources naturelles peuvent être une bénédiction et non une malédiction, si elles sont bien gérées (Stiglitz, 2012) et transformées.

2.1.3. Hypothèse 3 : Littérature sur la relation entre la complexité économique, le capital humain et le développement

La capacité d'un pays à développer un ensemble de structures de production complexes requiert la disponibilité de capacités et de compétences, qui sont adaptables à l'évolution de la technologie. La reconnaissance d'un lien de causalité entre la division efficace du travail et les avantages de la spécialisation remonte à Smith (1776) et a été largement reconnu depuis. Par exemple, le rôle des capacités en tant que condition préalable à la croissance à long terme est au cœur du travail de Hirschman (1958), où les capacités sont constituées de liens en amont et en aval dans les différents secteurs économiques. De même, Lewis (1955), Rostow (1959) puis Kaldor (1967) décrivent le processus de transformation structurelle comme une amélioration de la productivité qui découle d'un renforcement progressif des capacités de production, ainsi que par la réallocation des ressources. Par la suite, les travaux de Lall (1992) et Kremer (1993) ont relié les capacités à la croissance économique et au développement à travers leur impact sur l'innovation.

Plus récemment, une littérature empirique a réinstallé le changement structurel au premier plan de la compréhension de la croissance économique future (Hausmann et Hidalgo, 2009,2011). La capacité des économies à améliorer leur structure productive et à se diversifier dans des biens plus complexes semblent expliquer pourquoi certaines économies décolleraient et d'autres resteraient pauvres (Felipe et al, 2010 ; McMillan et Rodrik, 2011).

Hausmann et al (2007) ont introduit une notion qui lie les produits selon les caractéristiques du pays nécessaires à leur production. Ils démontrent une relation positive entre l'ensemble de

capacités productives d'un pays et leur taux de croissance économique, et suggèrent que certains produits ont plus effets d'entraînement que d'autres. Puis Hidalgo et Hausmann (2009) ont développé cette étude en démontrant que la mesure des capacités est hautement prédictive de la croissance économique future. Ainsi, les économies qui connaissent de faibles capacités auront des incitations plus faibles pour accumuler des capacités supplémentaires. Ce piège peut contribuer à expliquer l'écart important dans les niveaux de revenus entre les économies, puisqu'en effet les différences initiales dans les dotations de capacité seraient amplifiées au fil des années. (Felipe et al., 2012 ; Poncet et de Waldemar, 2013; Ferrarini et Scaramozzino, 2015).

Dans notre modèle, l'hypothèse de départ est que la complexité et les capacités économiques jouent un rôle crucial sur la performance économique d'un pays. La façon dont ils interagissent peut être expliqué par le capital humain grâce à l'avancement des compétences et à la promotion de l'apprentissage (Lucas, 1988), qui reste l'un des moteurs fondamentaux de la croissance à long terme. Ce paramètre représentera dans notre étude la force dominante du modèle économique.Ces hypothèses relatives à la littérature économique nous apportent une base solide dans la justification d'un éventuel processus d'accélération du développement économique mais non démontrable. L'utilisation des outils tirés de la physique théorique pourrait apporter des réponses complémentaires aux limites des modèles économiques traditionnels qui peinent à démontrer l'existence d'un processus d'accélération. L'accélération est donc justifiable par les théories économiques mais démontrable par les modèles de physique théorique.

3. Propriétés et fondements de la Théorie de Réponse Linéaire (TRL)

L'objectif de cette théorie est de décrire la réponse d'un système (mécanique ou thermodynamique) soumis à des forces extérieures dans un régime de « faible forcing. » autrement dit, un régime auquel on applique une force faible en intensité. Cette théorie traite de la façon dont réagit un système physique soumis à un léger changement au niveau des forces appliquées ou des paramètres de contrôle de système.

Le système débute dans un état d'équilibre puis il est soumis à une faible perturbation qui peut dépendre du temps. Notre approche consiste à supposer que la variation des états dépend linéairement de la perturbation.

La théorie de la réponse linéaire, contenue dans le théorème fluctuation-dissipation, montre en substance que le processus de dissipation observé lorsqu'un système est soumis à une action extérieure qui l'éloigne de sa position d'équilibre est lié aux fluctuations des grandeurs physiques du système en équilibre. Une des premières manifestations de ce phénomène a été étudiée par Nyquist (1928) en reliant l'impédance d'un conducteur soumis à une différence de potentiel avec le bruit thermique au mouvement des électrons dans le conducteur.

Ces résultats sont généraux et peuvent s'appliquer à tout système isolé et initialement en équilibre, auquel on applique une force extérieure $F_{ext}(t)$ dépendant explicitement du temps et faible dans le sens où l'équation qui modélise le système perturbé est très proche de l'équation du système en équilibre. Nous verrons par la suite comment nous appliquerons la Théorie de la Réponse Linéaire de manière simple pour calculer la solution de notre équation de Langevin et de Fokker Planck après une brève présentation de la littérature.

3.1. Mécanique quantique et statistique : Les précurseurs

En 1827, le botaniste Brown a découvert au microscope le mouvement incessant et irrégulier de petites particules de pollen en suspension dans l'eau. Il a également remarqué que de petites particules minérales se comportent exactement de la même manière : cette observation est importante, car elle exclut d'attribuer ce phénomène à une quelconque "force vitale" spécifique aux objets biologiques.

De manière générale, une particule en suspension dans un fluide est en mouvement brownien lorsque le rapport entre sa masse et la masse des molécules du fluide est grand devant l'unité.

Chapitre 5 : Application de la physique théorique dans la modélisation des phénomènes de transformation structurelle

L'idée selon laquelle le mouvement de la particule brownienne est une conséquence du mouvement des molécules du fluide environnant s'est répandue au cours de la seconde moitié du XIXème siècle. C'est Einstein, qui, en 1905, a donné la première explication théorique claire de ce phénomène, qui a été vérifiée directement expérimentalement, ce qui a permis d'établir les fondements de la théorie atomique de la matière. Cependant, un peu avant Einstein – et dans un tout autre contexte –, Bachelier avait déjà obtenu la loi du mouvement brownien dans sa thèse intitulée "La théorie de la spéculation" (1900) ; le mouvement brownien est d'ailleurs couramment utilisé aujourd'hui dans les modèles de mathématiques financières.

Le mouvement brownien a joué un rôle important en mathématiques. Historiquement, c'est en effet pour représenter la position d'une particule brownienne qu'un processus stochastique a été construit pour la première fois (Wiener, 1923). Les phénomènes de fluctuations mis en évidence dans le mouvement brownien sont en fait universellement répandus. Les concepts et les méthodes mis en œuvre pour étudier le mouvement brownien ne sont pas limités au mouvement d'une particule immergée dans un fluide de molécules plus légères, mais sont généraux et applicables à une large classe de phénomènes physiques.

3.2. Modèle de Langevin

Le mouvement brownien est donc le mouvement compliqué, de type erratique, effectué par une particule "lourde" immergée dans un fluide, subissant des collisions avec les molécules de celui-ci. Les premières explications du mouvement brownien furent données, indépendamment, par Einstein (1905) et par Smoluckoski (1906). Dans ces premiers modèles, l'inertie (accélération) de la particule n'était pas prise en compte. Un mode de raisonnement plus élaboré, tenant compte des effets de l'inertie, a été mis au point par Langevin P. (1908).

La résolution de l'équation différentielle généralisée de la dispersion peut s'obtenir par des méthodes déterministes ou probabilistes, qui d'un point de vue formelle sont équivalentes

(Kolmogorov, 1931). La modélisation du transfert des particules peut s'effectuer à l'aide d'un processus de marche aléatoire. Pour appliquer ce processus de marche aléatoire à la construction de réseaux de particules, une approche Lagrangienne est nécessaire pour décrire le mouvement de chaque particule en fonction du temps. Dans le cadre Lagrangien, une description du mouvement des particules peut être obtenue à l'aide de l'équation de Langevin.

Les premiers développements relatifs à l'application du processus de marche aléatoire à la modélisation des phénomènes physiques datent du début du siècle. Le mouvement brownien, correspondant au déplacement désordonné des particules en suspension dans un fluide provoqué par les collisions entre particules voisines fut notamment étudié par Langevin (1908).

3.2.1. Equation de Langevin

Le modèle de Langevin est un modèle phénoménologique classique, dans lequel on analyse l'effet du fluide sur la particule brownienne de la façon suivante. A une dimension donnée, on repère la position de la particule par une abscisse *x.* Deux forces, caractérisant toutes les deux l'effet du fluide, agissent sur la particule de masse *m* : avec d'une part, une force de frottement visqueux $-m\gamma(dx/dt)$, caractérisée par le coefficient de frottement γ, et d'autre part, une force fluctuante *F(t),* qui représente les impacts incessants des molécules du fluide sur la particule brownienne.

La force *F(t),* une force extérieure appelée aussi force de Langevin, est supposée être indépendante de la vitesse de la particule. S'il n'y a pas de force extérieure appliquée dépendant de la position, la particule brownienne est dite "libre". L'équation du mouvement pour la position est alors donnée par la loi de Newton :

$$m\frac{d^2x}{d^2t} = -m\gamma\frac{dx}{dt} + F(t)$$

ou encore

$$m\frac{dv}{dt} = -m\gamma v + F(t), \quad v = \frac{dx}{dt}$$

L'équation de Langevin sous l'une de ses deux formes est historiquement le premier exemple d'une équation stochastique, contenant un terme aléatoire *F(t).* Comme *F(t),* la solution d'une telle équation différentielle est une fonction aléatoire du temps, c'est à dire un processus stochastique. Dans le problème étudié ici, la force de frottement et la force fluctuante représentent deux conséquences du même phénomène physique, les collisions de la particule avec les molécules du fluide. La force de Langevin est un bruit aléatoire gaussien de type bruit blanc de moyenne nulle et de moyenne à deux temps ne dépendant que de la différence des temps.

En présence d'une force extérieure appliquée $F_{ext}(t)$ s'ajoutant à la force aléatoire *F(t),* l'équation du mouvement de la particule s'écrit alors :

$$m\frac{d^2x}{d^2t} = -m\gamma\frac{dx}{dt} + F(t) + F_{ext}(t)$$

ou encore

$$m\frac{dv}{dt} = -m\gamma v + F(t) + F_{ext}(t), \quad v = \frac{dx}{dt}$$

Il s'agit de la forme générale de l'équation de Langevin. Cette équation décrit l'influence de deux forces sur le mouvement d'une particule en suspension dans un fluide. La première de nature externe, induisant le déplacement du fluide, est modélisée de façon déterministe. La seconde, décrivant les interactions entre particules aboutissant à leur dispersion au sein du fluide est décrite de manière probabiliste à l'aide d'un processus de bruit blanc. Classiquement, l'équation de Langevin est appliquée à des phénomènes d'advection[41] et de dispersion.

Dans le cadre probabiliste, l'équation de Langevin se résout grâce à Fokker Planck. En effet, les processus markoviens qui peuvent être définis à l'aide de l'équation de Langevin sont les même que ceux de l'équation de Fokker Planck (FPE), c'est à dire ceux pour lesquels il existe une équation de Fokker Planck. La FPE est une équation aux dérivées partielles parabolique. L'équation de la diffusion en est l'exemple le plus simple et le plus connu.

La FPE fournit un moyen de décrire l'évolution des lois de probabilités associées à certains processus markoviens qui ne peuvent pas être définis par des équations maîtresses. En effet, la FPE représente, sous certaines conditions, l'ordre le plus bas dans un développement systématique de l'équation maîtresse. Il a été démontré en physique théorique une équivalence entre l'équation de Langevin et l'équation de Fokker Planck.

[41] L'advection définit le transport d'une quantité (scalaire ou vectorielle) d'un élément donné (comme par exemple la chaleur, l'énergie interne, des charges électriques) par le mouvement (et ainsi la vitesse) du milieu environnant.

3.3. Passage de Langevin à Fokker Planck

3.3.1. Littérature sur la FPE

La méthode dite de Fokker Planck est une méthode classique de Physique Statistique qui étend le théorème de Liouville au cas d'un Hamiltonien perturbé par des forces non conservatrices. C'est une équation aux dérivées partielles qui permet de déterminer la densité de probabilité des positions et des vitesses des particules à un instant donné, partant de la connaissance des conditions initiales et des mécanismes de perturbation. Cette méthode s'applique à tout système monodimensionnel représenté dans le plan de phase par un système différentiel du premier ordre.

La FPE pour la probabilité de densité $\rho(x, t)$ dépend de la variable x et du temps t, et vérifie la forme générale suivante :

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}[f(x,t)\rho(x,t)] + \frac{\partial^2}{\partial x^2}[\frac{D(x,t)}{2}\rho(x,t)]$$

Avec le coefficient de dérive ou la force $f(x, t)$, et le coefficient de diffusion $D(x, t)$, qui dépendent en général de x et de t.

La FPE est reliée à l'équation de Smoluchowski.

Débutant par les travaux pionniers de Smoluchowski, ces équations ont été historiquement utilisées pour décrire le mouvement Brownien de particules. Les équations de Smoluchowski décrivent "la limite de frottement élevé" alors que la FPE s'applique au cas général. La FPE fournit un outil puissant pour modéliser une large variété de phénomènes stochastiques découlant de la physique, chimie, biologie, finance et notre cas, la macroéconomie.

Etant donné l'importance de la FPE, diverses méthodes analytiques et numériques ont été proposées pour sa solution.

Comme il est bien connu, la solution stationnaire de la FPE peut être donnée dans une forme fermée si la condition "d'équilibre détaillé" est vérifiée. L'étude de la solution dépendante du temps est un problème bien plus compliqué. En général, il n'y a que quelques cas solvables, un exemple connu lorsqu'on considère un système avec un coefficient de diffusion constant et une interaction harmonique qui dérive d'un potentiel *(F = −dV (x) / dx)* avec un potentiel *V (x*) proportionnel à *x2*. Les autres cas sont loin d'être triviaux.

Pour étudier certains systèmes dynamiques incertains, la FPE peut être utilisée. Même lorsque l'équation peut être résolue analytiquement il est intéressant d'avoir une approche numérique pour ce genre d'équations. L'équation de Fokker Planck connue aussi sous le nom d'équation de Kolmogorov directe est en fait une généralisation de l'équation de la chaleur en Physique

4. Application de la TRL dans le système économique

Dans notre modèle économique, on considère l'équation de Langevin avec une force extérieure F_{ext}, et la force de Langevin *F(t)* sera représentée par un bruit blanc de moyenne nulle <*F(t)* >= 0 et de variance égale à 1, i.e

$$< F(t)F(s) >= \delta(t-s) = \begin{cases} 1 & \text{si } t = s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec δ est la fonction de Dirac.

Ce bruit blanc correspond au terme dit d'erreur en économétrie. On se place dans un repère où la masse vaut *m = 1*. En effet, dans la représentation de notre modèle les particules que l'on considère sont les pays du MENA, ces derniers sont soumis à une force dissipative : la corruption et une force dominante F_{ext} *(t)* : la complexité économique.

Chapitre 5 : Application de la physique théorique dans la modélisation des phénomènes de transformation structurelle

Au delà de l'équation de Langevin habituelle, notre système économique est perturbé "positivement" par un autre facteur : les ressources naturelles à condition qu'elles soient bien gérées. L'équation de Langevin "version macroéconomique" devient alors :

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\gamma\frac{dx(t)}{dt} + F(t) + F_{ext}(t) + \delta x(t)$$

Dans notre équation, l'élasticité δ liée à la perturbation du système est faible (i.e proche de zéro), l'idée serait alors d'utiliser la Théorie de Réponse Linéaire (principe qui a révolutionné la physique théorique) pour résoudre "l'équation perturbée de Langevin".

Le but de notre étude est de résoudre l'équation de Langevin de manière déterministe et pour ce faire, il faut considérer l'équation de Langevin en moyenne afin d'éliminer le terme stochastique *F(t)* puisque s'agissant d'un bruit blanc sa moyenne est nulle, de plus la force extérieure sera remplacée par sa moyenne que l'on notera *F*.

Notre équation devient alors une équation solvable de manière analytique et s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\gamma\frac{dx(t)}{dt} + F + \delta x(t)$$

Même si on parvient à résoudre notre équation de manière déterministe avec une approche analytique, on s'intéressera de tout même à l'équation de Fokker Planck qui découle de l'équation de Langevin qui décrit notre modèle économique.

Chapitre 5 : Application de la physique théorique dans la modélisation des phénomènes de transformation structurelle

4.1. Résolution de l'équation : Explication de la Théorie de Réponse Linéaire

Dans cette section, on s'intéresse à la résolution littérale de l'équation de Langevin perturbée mais pour ce faire on va d'abord déterminer la solution l'équation de Langevin classique sans perturbation et à partir de cette dernière on va calculer la solution du problème perturbé grâce à la théorie des perturbations. Il existe peu de problèmes exactement solubles en physique et il faut souvent recourir aux techniques d'approximations. Une des techniques les plus utilisées est celle qui porte le nom de ce chapitre.

L'idée de base est une généralisation du développement de Taylor ou développement limité : si nous connaissons la valeur d'une fonction au point x_0, nous pouvons calculer, sous certaines conditions, la valeur de la fonction au point $x_0 + \varepsilon$ tend vers 0 :

$$f(x_0 + \epsilon) = f(x_0) + A_1\epsilon + A_2\epsilon^2 + ... + A_n\epsilon^n + o(\epsilon^n)$$

Où $o(\epsilon^n)$ est la fonction petit t au de ϵ^n qui tend vers 0 plus vite que ϵ^n.

Le développement de Taylor nous fournit en plus un moyen de trouver les coefficients A_i. De plus, si ϵ est petit et que nous ne sommes pas très exigeant quant à la précision, nous pouvons nous contenter du premier ou des deux premiers termes du développement.

Au premier ordre, il s'agit de la théorie de la réponse linéaire (TRL), théorie révolutionnaire de la physique, en effet soit un système physique auquel on applique une perturbation alors la TRL nous permet d'affirmer que dans le cas où la perturbation est faible (i.e proche de 0) alors le système "répond" de manière linéaire, i.e la solution du problème s'écrit comme la somme de la solution du problème non perturbé et de ϵf où f est une fonction qu'on détermine.

Le calcul des perturbations généralise cette démarche au calcul des solutions des équations différentielles, des racines de polynômes, des équations intégrales, des vecteurs propres des matrices...

C'est le premier outil du physicien qui tombe sur un problème ardu dont la solution n'est pas explicite : si on connaît la solution d'un problème proche, on peut alors tenter les perturbations Cependant, cette technique ne fonctionne pas toujours, en effet il existe des perturbations singulières pour lesquelles cette méthode ne s'applique pas. Dans notre cas, la TRL s'applique et nous donne des résultats intéressants.

4.2. Résolution de l'équation de Langevin en moyenne

Soit *(E),* l'équation de Langevin classique et dans laquelle on considèrera $F_{ext}(t) = F$, sa moyenne sur le temps, notre équation s'écrit alors :

$$\ddot{x}_t = -\gamma \dot{x}_t + F \qquad (1)$$

où $\dot{x}_t = \frac{dx(t)}{dt}$ et $\ddot{x}_t = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$.

On pose yt = $\dot{x}_t$ et on obtient l'équation du premier ordre :

$$\dot{y}_t = -\gamma y_t + F$$

L'équation $\dot{y}_t = -\gamma y_t$ homogène a $y_t = e^{-\gamma t} y_0$ pour solution et le principe de Duhammel nous donne la solution du problème inhomogène :

$$y_t = e^{-\gamma t} y_0 + \int_0^t e^{-\gamma(t-s)} F ds,$$

Soit

$$y_t = e^{-\gamma t} y_0 + \frac{F}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}).$$

On peut maintenant intégrer y_t pour obtenir x_t

$$\begin{aligned} x_t &= x_0 + \int_0^t y_s ds \\ &= x_0 + \int_0^t (e^{-\gamma t} y_0 + \frac{F}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}))ds \\ &= x_0 + \frac{1}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})\dot{x}_0 + \frac{F}{\gamma^2}(e^{-\gamma t} - 1 + \gamma t). \end{aligned}$$

Soit *(E_δ)* l'équation de l'équation de Langevin avec une perturbation dépendant de δ, notre équation s'écrit alors :

$$\ddot{x}_t = -\gamma \dot{x}_t + F + \delta x_t \qquad (2)$$

Puisque la perturbation δ est faible, nous pouvons appliquer la TRL, nous cherchons alors la solution sous la forme $x_\delta(t) = x(t) + \delta_z(t) + o(\delta)$, où z(t) est une fonction inconnue à déterminer. Nous injectons cette expression dans l'équation différentielle exacte *(E_δ)*. En se limitant au premier ordre et en utilisant le fait que *x(t)* est la solution exacte de (E), on obtient l'expression au premier ordre de la théorie des perturbations. Notre équation devient alors :

$$\begin{aligned} \cancel{\ddot{x}}(t) + \delta\ddot{z}(t) &= -\gamma(\cancel{\dot{x}}(t) + \delta\dot{z}(t)) + \cancel{F} + \delta(x(t) + \delta z(t)) \\ \ddot{z}(t) &= -\gamma\dot{z}(t) + \delta z(t) + x(t) \end{aligned}$$

Il faut donc résoudre l'équation différentielle ci-dessous pour déterminer *z(t)* :

$$\ddot{z}(t) + \gamma\dot{z}(t) - \delta z(t) = x(t) \qquad (3)$$

L'équation (3) correspond
à une équation différentielle d'ordre 2 linéaire avec second membre résolvable. Nous pouvons la résoudre comme suit :

Soit z_h la solution homogène et z_p la solution particulière, la solution générale s'écrit alors sous la forme suivante:

$$z(t) = z_h(t) + z_p(t)$$

Soit $r^2 + \gamma r - \delta = 0$, l'équation caractéristique associée à (3), les solutions de cette équation du second degré s'écrivent

$$\begin{cases} r_1 = \dfrac{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 + 4\delta}}{2} \\ r_2 = \dfrac{-\gamma - \sqrt{\gamma^2 + 4\delta}}{2} \end{cases}$$

d'où zh(t) = Aer1t + Ber2t avec A et B des constantes qu'on déterminent par les conditions initiales. Etant donné qu'on s'intéresse à une solution linéaire de (Eδ), on va procéder à un développement limité d'ordre 0 au voisinage de $\delta = 0$, en effet l'ordre 0 suffit car lorsqu'on le multiplie par δ dans la solution finale, on obtient l'ordre 1, d'où après factorisation et en considérant $\gamma < 0$.

$$\begin{cases} r_1 = \dfrac{-\gamma - \gamma\sqrt{1 + \frac{4\delta}{\gamma^2}}}{2} \\ r_2 = \dfrac{-\gamma + \gamma\sqrt{1 + \frac{4\delta}{\gamma^2}}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1 = \dfrac{-\gamma}{2}[1 + \sqrt{1 + \dfrac{4\delta}{\gamma^2}}] \\ r_2 = \dfrac{-\gamma}{2}[1 + \sqrt{1 - \dfrac{4\delta}{\gamma^2}}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1 = \dfrac{-\gamma}{2}[1 + 1 + \dfrac{4\delta}{2\gamma^2} + o(\delta)] \\ r_2 = \dfrac{-\gamma}{2}[1 - (1 + \dfrac{4\delta}{2\gamma^2} + o(\delta))] \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1 = -\gamma + o(1) \\ r_2 = 0 + o(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} e^{r_1 t} = e^{-\gamma t} + o(1) \\ e^{r_2 t} = 1 + o(1) \end{cases}$$

On en déduit $z_h(t) = Ae^{-1t} + B$ + o (1) avec A, B Є ℝ. Solution particulière : z_p a la même forme que le second membre de l'équation (3) soit $x(t)$

$$z(t) = C + Dt + Ee^{-\gamma t}$$

avec C, D, E des constantes réelles qu'on détermine par identification, z_p est une solution particulière de (3) donc elle vérifie l'équation ci-dessous

$$\ddot{z}_p(t) + \gamma \dot{z}_p(t) - \delta z_p(t) = x(t)$$

d'où

$$\begin{aligned} \gamma^2 Ee^{-\gamma t} + \gamma(D - \gamma Ee^{-\gamma t}) - \delta(C + Dt + Ee^{-\gamma t}) &= x(t) \\ \gamma D - \delta C - \delta Dt - \delta Ee^{-\gamma t} &= x(t) \end{aligned}$$

avec $x(t) = x_0 + \frac{1}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})\dot{x}_0 + \frac{F}{\gamma^2}(e^{-\gamma t} - 1 + \gamma t)$, en identifiant les coefficients, on obtient

$$\begin{cases} \delta C = \dfrac{-\gamma F}{\delta} - x_0 - \dfrac{\dot{x}_0}{\gamma} + \dfrac{F}{\gamma^2} \\ \delta D = \dfrac{-F}{\gamma} \\ \delta E = \dfrac{\dot{x}_0}{\gamma} - \dfrac{F}{\gamma^2} \end{cases} \tag{4}$$

$$\delta z(t) = \delta(Ae^{-\gamma t} + Bt) + (\frac{-\gamma F}{\delta} - x_0 - \frac{\dot{x}_0}{\gamma} + \frac{F}{\gamma^2}) - \frac{F}{\gamma}t + (\frac{\dot{x}_0}{\gamma} - \frac{F}{\gamma^2}) + o(\delta)$$

On rappelle que la solution approchée de (E_δ) s'écrit

$$x_\delta(t) = x(t) + \delta z(t) + o(\delta)$$

après simplification

$$x_\delta(t) = \delta A e^{-\gamma t} + \delta B - \frac{\gamma F}{\delta} + o(\delta)$$

On considère qu'à l'état initial la perturbation n'a pas encore agi, soit $x_\delta(0) = x(0) = x_0$ et $\dot{x}_\delta(0) = \dot{x}(0) = \dot{x}_0$, les constantes A et B deviennent alors

$$\begin{cases} \delta A = x_0 + \dfrac{\gamma F}{\delta} \\ \delta B = \dot{x}_0 + \gamma(x_0 + \dfrac{\gamma F}{\delta}) \end{cases}$$

La solution finale à notre problème s'écrit

$$x_\delta(t) = (x_0 + \frac{\gamma F}{\delta})e^{-\gamma t} + (\dot{x}_0 + \gamma(x_0 + \frac{\gamma F}{\delta}))t - \frac{\gamma F}{\delta} + o(\delta) \tag{5}$$

d'où l'accélération s'écrit

$$\ddot{x}_\delta(t) = \gamma^2(x_0 + \frac{\gamma F}{\delta})e^{-\gamma t} + o(\delta) \tag{6}$$

En somme, grâce à la TRL nous avons pu résoudre l'équation de Langevin, en montrant que l'accélération était toujours positive et qu'elle augmentait avec la force dominante du système à savoir la complexité économique. Toutefois, cette équation ne nous a pas permis de donner la résolution avec la densité de probabilité. Autrement dit, l'équation de Langevin ne nous permet pas de déterminer le comportement en moyenne du système, elle permet juste de savoir si l'accélération

en moyenne est positive ou pas. L'idée est donc de savoir quelle est la probabilité pour que l'accélération soit positive ? Quel est le comportement typique du système ? Pour y parvenir, nous utilisons dans la prochaine section, une équation aux dérivées partielles linéaire qui satisfait la densité de probabilité de transition d'un processus de Markov. Il s'agit, de l'équation de Fokker Planck. Cette équation n'a jamais été explorée par les économistes. À l'origine, une forme très simplifiée de cette équation a permis d'étudier le mouvement brownien. Comme dans la plupart des équations aux dérivées partielles, elles nous donnent des solutions explicites et vraies uniquement dans des cas bien particuliers portant à la fois sur la forme de l'équation ou du domaine où elle est analysée (conditions réfléchissante ou absorbante pour les particules browniennes par exemple).

4.3. Résolution de l'équation de Fokker-Planck (FPE)

On rappelle le système d'équations qui modélise notre problème :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} = -\gamma v(t) + F + \delta x(t) + F(t) \end{cases}$$

Avec F, la valeur moyenne de la force extérieure $F_{ext}(t)$ et $F(t)$ la force de Langevin qui est un bruit blanc de moyenne nulle et de variance $\sigma = 1$.

Historiquement, l'équation de Fokker Planck en 2D associé aux équations précédentes est de la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho(x,v,t)}{\partial t} = \frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^2}{\partial v^2}[\rho(x,v,t)] - v\frac{\partial}{\partial x}[\rho(x,v,t)] - \frac{\partial}{\partial v}[F - \gamma v + \delta x(t)\rho(x,v,t)]$$

Cette équation a été introduite par Kramer (1940) pour étudier la cinétique des réactions chimiques. L'équation de Fokker Planck associée à notre modèle est donnée par :

$$\frac{\partial \rho(x,v,t)}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial v^2}[\rho(x,v,t)] - v\frac{\partial}{\partial x}[\rho(x,v,t)] - \frac{\partial}{\partial v}[F - \gamma v + \delta x(t)\rho(x,v,t)]$$

soit

$$\partial_t \rho(x,v,t) = (\frac{1}{2}\partial_v^2 - v\partial_x - \partial_v(F - \gamma v + \delta x))\rho(x,v,t)$$

où $\rho\ (x, v, t)$ représente la densité de probabilité dépendant des variables x, v et du temps t.

On pose ainsi :

$$-\frac{dU(x)}{dx} = \delta x + F \text{ soit } U(x) = -(\frac{\delta x^2}{2} + Fx).$$

Ce modèle décrit, par exemple le mouvement Brownien d'une particule dans un fluide soumis à un potentiel $U(x)$. L'équation de Fokker Planck qui en découle n'est pas linéaire et une solution analytique est sans espoir. Une première simplification peut être faite dans la limite d'une grande viscosité i.e quand $v(t)$ tend plus rapidement que $x(t)$. On peut alors utiliser l'élimination adiabatique de la variable v en prenant $(dv/dt) = 0$. Dans la limite du fluide très visqueux (forte limite de frottement), la force inertielle dv/dt est beaucoup plus petite que la force de friction $-\gamma v$.

Dans cette limite, la vitesse est une variable dont les variations se produisent dans des intervalles de temps très petits par rapport à ceux sur lesquels la position varie de manière appréciable. On peut donc négliger le terme inertiel $(\ (dv/dt) = 0)$ dans les équations précédentes, on obtient alors :

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{F + \delta x(t)}{\gamma} + F(t)$$

Ce qui réduit le problème à l'équation suivante :

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{\gamma}\frac{dU}{dx} + F(t)$$

Dans cette approximation, la variable rapide *v* se détend très rapidement et suit presque instantanément la variable lente *x*. On dit généralement que v est la variable esclave du paramètre de commande x. Ainsi, l'équation de Fokker Planck devient une équation de Smoluchowski :

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[-\frac{1}{\gamma}\frac{dU}{dx}\rho(x,t)] = \frac{\sigma^2}{\gamma^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\rho(x,t)$$

Dans notre cas σ = 1. On s'intéresse à la solution stationnaire pour l'équation de Fokker Planck, on exploite le fait que l'équation de Fokker Planck peut être appliquée pour calculer la distribution de densité de probabilité de certains processus markoviens. On définit la densité de probabilité stationnaire ρs telle que :

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_s(x,t) = 0$$

Ce qui implique $$\frac{d}{dx}[D_1(x)\rho_s(x)] - \frac{d^2}{dx^2}[D_2(x)\rho_s(x)] = 0$$

soit $$\frac{dj_s(x)}{dx} = 0$$

avec $j_\delta(x)$ le courant de probabilité

$$j_s(x) = [D_1(x) - \frac{d}{dx}D_2(x)]\rho_s(x)$$

avec $$D_1(x) = -\frac{1}{\gamma}\frac{dU}{dx} \text{ et } D_2(x) = \frac{\sigma^2}{2\gamma^2} = \frac{1}{2\gamma^2}$$

La probabilité stationnaire est donc donnée par la formule suivante :

$$\begin{aligned}\rho_s(x) &= \frac{2\mathcal{N}_0}{\sigma^2}\exp(\frac{2\gamma}{\sigma^2}\int_{x_0}^{x}-\frac{dU(x')}{dx'}dx') \\ &= 2\mathcal{N}_0\exp(2\gamma\int_{x_0}^{x}-(\delta x'+F)dx') \\ &= 2\mathcal{N}_0\exp\left(-2\gamma(\frac{\delta}{2}(x^2-x_0^2)+F(x-x_0))\right)\end{aligned}$$

Où x_0 est le développement économique initial et $\mathcal{N}_0$, la constante de normalisation telle que $\int_{x_0}^{x}\rho_s(x')dx'=1.$

5. Modélisation et analyse de sensibilité

5.1. Spécification du modèle

Notre régression est ainsi modélisée par l'équation différentielle suivante afin d'établir un mouvement d'accélération dans le processus de développement économique :

$$\ddot{x} = F + \delta x_t - \gamma\,\dot{x}_t \qquad (1)$$

Nous représentons l'équation (1) sous une forme plus détaillée :

$$2x_{it} - x_{it-1} - x_{it+1} = \alpha + \nu\,(F_{it}) + \varepsilon\,(b_{it}) + \delta(y_{it})\,(x_{it}) - \gamma\,(z_{it})\,(x_{it+1} - x_{it}) \qquad (2)$$

Avec, $x_{i,t}$, le développement économique d'un pays i à l'année t. $\dot{x}$, sa vitesse et $\ddot{x}$, son accélération. $F_{i,t}$, le niveau de complexité économique associée au capital humain d'un pays i à l'année t. y_{it} , les bénéfices tirés des ressources naturelles, z_{it}, le niveau de corruption, b_{it}, le bruit (terme d'erreur) et ν, ε, δ, γ correspondent respectivement aux élasticités des variables *F, b, y et z.*

Le modèle économétrique (3) peut finalement s'écrire sous la forme suivante :

$$ln\, D\ddot{E}V_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 lnForce_{it} + \alpha_2 lnPerturbation_{it} + \alpha_3 lnDissipation_{it} + \mu_i + \gamma_t + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

Avec D$\ddot{E}$V, l'accélération du développement économique représentée par l'équation différentielle ($2x_{it} - x_{it-1} - x_{it+1}$) où x_{it} est le revenu par tête d'un pays i à l'instant t. La Force représentée par $(ICE*KH)_{it}$ où ICE, l'indice de complexité économique et KH, le capital humain d'un pays i à l'instant t. La perturbation est représentée par l'équation $\delta(y_{it})\,(x_{it})$ où y_{it} correspond aux bénéfices tirés des ressources naturelles d'un pays i à l'instant t. La dissipation est quant à elle représentée par l'équation $(z_{it})\,(x_{it+1} - x_{it})$ où z_{it} correspond au niveau de corruption d'un pays i, à l'année t. Enfin, *μi, γt, εit* correspondent respectivement aux éventuels effets fixes, effets temporelles et aux termes d'erreurs. Le modèle est estimé sur un échantillon de 133 pays qui couvre une période de 1984 à 2014. La définition précise des variables ainsi que la source est donnée dans le tableau 1.[42]

Indicateurs	Description	Source
x	Pib par habitant en dollars courants	WDI (2016)
F	(1) Indice de complexité économique (Hidalgo et al, 2007) (2) Indice de capital humain : (i) Taux d'alphabétisation, total des adultes (en % des personnes de plus de 15 ans) (ii) Inscriptions dans l'enseignement supérieur pour 100 000 habitants, (iii) Scolarisation moyenne des adultes (en années)	(1)Observatoire de la complexité économique du MIT (2016) (2) WDI, UNESCO, UNDP (2015) http://lead.univ-tln.fr
y	Bénéfices tirés des ressources naturelles (en % du PIB)	WDI (2016)
z	Degré de corruption au sein du système politique	PRS-ICRG (2014)

[42] Les statistiques descriptives de ces variables sont données en Annexe 1.

5.2. Procédure d'estimation

Le modèle empirique a été ajusté et vérifié par le test VIF[43] (annexe 2a) afin d'éliminer un éventuel biais de multicolinéarité entre des variables explicatives suggéré par la matrice de corrélation (annexe 2b).

Par la suite, notre modèle a adopté différentes techniques d'estimation pour prendre en compte les principaux biais de l'échantillon. Etant donné que certaines variables sont invariantes dans le temps ou presque (en particulier la variable relative à la Force), nous préférons l'utilisation de l'estimateur à effets fixes à celui des effets aléatoires pour produire des paramètres efficaces et moins biaisées des variables invariantes.

Comme analyse de sensibilité, nous présentons deux autres estimateurs pour corriger le problème d'endogénéité. La première est basée sur un estimateur à effets aléatoires avec des variables instrumentales, à savoir l'estimateur Hausman et Taylor (HT), décrites dans Egger (2004). La seconde est l'estimateur composante de l'erreur des moindres carrés à deux degrés variables instrumentales (EC2SLQ IV) (Baltagi, 2005). En effet, l'endogénéité est un problème crucial dans ce type de régression. Par exemple, la force du système peut expliquer l'accélération du développement économique, mais peut également être expliquée par celle-ci. La même remarque vaut aussi aux ressources naturelles et à la qualité des institutions qui devrait être stimulée par le développement économique. Dans les estimations présentées ci-dessous, les variables endogènes comprennent la complexité économique et les bénéfices tirés des ressources naturelles. En plus de l'endogénéité, le biais dû aux variables omises doit aussi être abordé. A cet effet, l'introduction des variables spécifiques à chaque pays et de délais précis (μi et λt) permet d'inclure des variables

[43] Les résultats du VIF sont bien inférieurs à la limite supérieure de 10 (1, 05), ce qui indique que le problème de multicolinéarité est mineur dans nos spécifications.

inobservables ou omises (Egger et Pfaffermayr, 2003). A cet égard, les tests de Wald montrent qu'ils sont très élevés.

Le problème d'autocorrélation est pris en compte avec l'estimateur Autorégressif (d'ordre 1 de Cocrane-Orcutt). Ainsi, les tests et estimateurs utilisés mettent en évidence la robustesse des résultats : le passage d'un estimateur à un autre n'a pas créé d'instabilité significative dans le signe et la valeur des coefficients estimés.

5.3. Interprétations des résultats

La caractéristique la plus importante qui se dégage de ces estimations (tableau 1 à 3) est que les paramètres relatifs à la force et à la dissipation sont, au-delà de leurs significativités, respectivement positifs et négatifs quel que soit l'estimateur considéré, la période et le groupe de pays sélectionnés.

Le premier résultat montre que la force dominante du système représentée par la complexité économique associée au capital humain, joue un rôle crucial dans l'accélération du développement économique sur les pays de l'échantillon. D'un point de vue politique, cette conclusion renforce l'argument selon lequel la complexification du système productif doit être promue comme un bon accélérateur de développement économique. Le deuxième résultat concerne le coefficient négatif de la dissipation du système, représenté par le niveau de corruption. Cela signifie que la qualité institutionnelle joue un rôle très important dans l'accélération du processus de développement.

Le troisième résultat montre que la dépendance aux ressources naturelles ne constitue pas un frein au processus d'accélération du développement économique comme l'atteste le paramètre positif et significatif de la variable liée à la perturbation sur la période 1984-2014, comme le souligne la littérature économique. Toutefois, nous observons sur la période 1984-2000 un coefficient significativement négatif, qui peut être expliqué par la détérioration des termes de l'échange, la volatilité des prix, la faible croissance de la productivité ou encore la mise en place de politiques d'accompagnement inappropriées.

Tableau 1: Estimation du modèle sur les 133 pays, de 1984 à 2014.

$\ln D\ddot{E}V_{it}$	(1) MCO	(2) FE	(3) HT	(4) IV	(5) AR(1)
lnForce$_{it}$	**0.0376*** **	**0.0501*** **	**0.0376*** **	**0.295*** **	**0.0805***
	(0.00622)	(0.00989)	(0.00622)	(0.0517)	(0.0466)
lnPerturbation$_{it}$	**0.00192*** **	**0.0104*** **	**0.00192*** **	**0.00233*** **	**0.00183*** **
	(0.000542)	(0.00129)	(0.000542)	(0.000571)	(0.000701)
lnDissipation$_{it}$	**-0.714*** **	**-0.730*** **	**-0.714*** **	**-0.707*** **	**-0.920*** **
	(0.0132)	(0.0133)	(0.0132)	(0.0132)	(0.0132)
Constant	0.00775***	-0.0136***	0.00775***	0.00952***	0.0189***
	(0.00229)	(0.00356)	(0.00229)	(0.00203)	(0.00235)
Observations	4,123	4,123	4,123	4,123	4,123
R-squared		0.44			
Nb of country	133	133	133	133	133

Standard errors in parentheses. *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Tableau 2: Résultats des estimations des 133 pays, sur la période 1984-2000.

Periode 1984-2000 $\ln D\ddot{E}V_{it}$	(1) **FE**	(2) **HT**	(3) **IV**	(4) **AR(1)**
lnForce$_{it}$	**0.672** **	**0.123** **	**0.501*** **	**0.143** **
	(0.264)	(0.0580)	(0.0896)	(0.0690)
lnPerturbation$_{it}$	**-0.00141**	**-0.00291*** **	**-0.00155***	**-0.00309*** **
	(0.00187)	(0.000808)	(0.000851)	(0.000928)
lnDissipation$_{it}$	**-0.800*** **	**-0.756*** **	**-0.762*** **	**-0.891*** **
	(0.0204)	(0.0196)	(0.0198)	(0.0198)
Constant	0.0183***	0.0114***	0.00430	0.0124***
	(0.00536)	(0.00242)	(0.00276)	(0.00282)
Observations	2,128	2,128	2,128	2,128
R-squared	0.436			
Number of country	133	133	133	133

Standard errors in parentheses. *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Tableau 3 : Résultats des estimations des 133 pays, sur la période 2000-2014.

Periode 2000-2014	(1)	(2)	(3)	(4)
$D\ddot{E}V_{it}$	**FE**	**HT**	**IV**	**AR**
lnForce$_{it}$	**0.0352****	**0.0196****	**0.0603*****	**0.0248*****
	(0.0167)	(0.00769)	(0.0123)	(0.00948)
lnPerturbation$_{it}$	0.00961***	**0.00218*****	**0.00313*****	**0.00290*****
	(0.00137)	(0.000624)	(0.000665)	(0.000780)
lnDissipation$_{it}$	-0.753***	**-0.678*****	**-0.680*****	**-0.875*****
	(0.0157)	(0.0149)	(0.0149)	(0.0149)
Constant	-0.00112	0.0116***	0.000164	0.0150***
	(0.00524)	(0.00284)	(0.00392)	(0.00353)
Observations	1995	1995	1995	1995
R-squared	0.490			
Number of country	133	133	133	133

Standard errors in parentheses. *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Comme analyse de sensibilité, nous avons appliqué le modèle précédent aux pays MENA, d'Afrique, d'Asie, et aux pays classés selon leur niveau de revenu pour éviter les biais d'hétérogénéité. Cela permet entre autre de comparer quels sont les groupes de pays qui présentent une force qui domine plus qu'à d'autres, les amenant à se développement plus rapidement. A cet effet, la procédure d'estimation est similaire à celle décrite précédemment. L'estimateur mis en œuvre est EC2SLQ IV. Les résultats sont présentés dans le tableau 4 pour la période 1984-2014.

Une première caractéristique concerne l'estimation du paramètre relative à la Force. Le coefficient est significativement positif quel que soit la région étudiée et particulièrement dans les pays MENA (0.55***) suivie des pays à revenu faible (0.42***). Cela signifie que les pays de la région MENA par exemple ont entamé un processus d'accélération du développement économique plus important que les autres pays du monde. Le second résultat, révèle l'effet positif et significatif de la perturbation essentiellement dans les pays MENA (0.01***) suivie des pays africains dotés d'une abondance en ressources naturelles. Le troisième résultat concerne l'effet négatif et significatif à 1% de la dissipation dans toutes les régions étudiées particulièrement dans les pays MENA (-0.88***), d'Afrique (-0.74***) et d'Asie (-0.63***) où l'effet est plus important. Cela signifie que

la corruption est un obstacle majeur dans le processus d'accélération du développement économique. En physique, ce résultat signifie que la combinaison de ces trois paramètres permet aux particules de se propulser vers un état stationnaire à une vitesse exponentielle.

Table 4 : Résultats des estimations par région et selon le niveau de revenu, sur la période 1984-2014.

IV	**(1)**	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**	**(6)**
$D\ddot{E}V_{it}$	**MENA**	**Afrique**	**Asie**	**High**	**Middle**	**Low**
$lnForce_{it}$	**0.362*** **	**0.245*** **	**0.168*** **	**0.101*** **	**0.203*** **	**0.618*** **
	(0.121)	(0.0414)	(0.0461)	(0.0186)	(0.0258)	(0.119)
$lnPerturbation_{it}$	**0.00715*** **	**0.0118*** **	0.000384	**0.00291*** **	**0.00451*** **	**0.00415***
	(0.00266)	(0.00193)	(0.00366)	(0.000725)	(0.00101)	(0.00365)
$lnDissipation_{it}$	**-0.920*** **	**-0.758*** **	**-0.677*** **	**-0.678*** **	**-0.746*** **	**-0.762*** **
	(0.0403)	(0.0295)	(0.0586)	(0.0233)	(0.0194)	(0.0457)
Constant	-0.0749**	-0.0447***	-0.00578	-0.0165**	-0.0265***	-0.0589***
	(0.0318)	(0.00882)	(0.0111)	(0.00716)	(0.00620)	(0.0151)
Observations	589	930	248	1,333	2,139	651
Nb of country	19	30	8	43	69	21

Standard errors in parentheses. *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

6. Conclusion

L'objectif de ce chapitre a été d'appliquer la physique théorique hors de son champ traditionnel comme une réponse aux limites des modèles économiques qui peinent à démontrer l'existence d'un processus d'accélération. Pour cela, nous avons fait appel à deux outils tirés de la mécanique statistique classique, à savoir l'équation de Langevin et l'équation de Fokker Planck, résolu par la TRL pour déterminer de nouvelles trajectoires de développement. Les démonstrations mathématiques et les estimations économétriques sont robustes et mettent en évidence trois grands résultats. Premièrement, comme dans un système à particules, le modèle économique possède une force dominante, représentée par la complexification des systèmes productifs qui passe par la valorisation du capital humain. Cette force, au-delà de son influence significative, est positive et

augmente avec l'accélération du développement économique d'après la résolution de la TRL. D'autre part, ce paramètre qui domine le système est particulièrement important dans les pays MENA, suivis des pays à revenu faible et intermédiaire. De nouvelles trajectoires de développement peuvent alors se dessiner.

Deuxièmement, en plus d'une force dominante, notre modèle économique est soumis à une force dissipative : le niveau de corruption. Cette dissipation, bien qu'elle soit nécessaire en physique théorique pour éviter que le système ne converge et qu'elle n'explose vers l'infini, joue un rôle fondamental dans le processus d'accélération de développement économique. Les résultats montrent que le coefficient relatif au niveau de corruption est significativement négatif quel que soit l'estimateur utilisé, la période de l'étude ou encore l'échantillon de pays considéré. Cela signifie que la corruption est bel et bien un frein à l'accélération du développement économique, avec un effet beaucoup plus important dans les pays MENA, qui figurent parmi l'une des régions les plus corrompues au monde.

Troisièmement, notre modèle économique est perturbé "positivement" par un autre facteur : les ressources naturelles à condition qu'elles soient bien gérées (Stiglitz, 2012). Cette perturbation a un effet faible mais très significatif sur le processus d'accélération du développement économique. Cela signifie que l'abondance de ressources naturelles dans les économies en développement peuvent accélérer le développement économique si et seulement si les bénéfices tirés de ces ressources naturelles sont investis dans le capital humain (éducation et santé) ou encore le capital public (services publics et infrastructures), afin de créer des opportunités et des trajectoires de développement.

Les résultats de ce modèle, nous amènent à penser qu'il est moins difficile aujourd'hui aux pays MENA de franchir leur niveau optimal (état stationnaire) grâce à la complexification des systèmes productifs qui n'étaient pas disponibles lorsque les économies développées étaient au même stade de développement et grâce à une bonne gouvernance et à une meilleure exploitation des ressources naturelles avant que celles-ci ne s'épuisent définitivement. Ce dernier chapitre est une réelle contribution qui peut apporter des implications à la fois pour la recherche future mais aussi sur la

prise de décision politique à travers des réformes ciblées en matière de structure productive, de gouvernance et d'exploitation des ressources.

Face à ces résultats, les décideurs doivent encourager la complexification des systèmes productifs, et en particulier dans les secteurs des ressources naturelles (pétrole, gaz, phosphate, sel, …) ce qui contribuerait efficacement à l'accélération du développement économique et humain. Pour y parvenir, une gouvernance saine et transparente est nécessaire au-delà d'une valorisation du capital humain dans ce processus de transformation structurelle. Des mesures efficaces doivent être mises en place pour faciliter l'accès à des couloirs de développement. Le financement innovant tiré des bénéfices des ressources naturelles pourrait être une solution pertinente pour assurer des flux financiers supplémentaires prévisibles et durables. Pour cela, des organisations internationales doivent ainsi créer ces opportunités, et gérer les fonds de solidarité et les matérialiser en projets de développements globaux.

Références

Aidt, T. 2009. Corruption, institutions, and economic growth. *Oxford Review of Economic Policy,* 25, 2, 271-291.

Aidt, T. 2003. Economic analysis of corruption: a survey. *The Economic Journal,* 113, 491, 622-652.

Ali, AM,. Isse, HS .2003. Determinants of Economic Corruption: A Cross-Country Comparison . *Cato Journal,* 2003, vol. 22, issue 3, pages 449-466.

Anderson J.E., Wincoop Van E. 2001. Gravity with Gravitas : A Solution to the Border Puzzle, *NBER Working Paper,* 8079.

Anderson J.E. 1979. A Theoretical Foundation for the Gravity Equation, *American Economic Review,* 69: 106-116.

Auty, R.M. 2001a. Resource Abundance and Economic Development (Oxford:Oxford University Press).

Auty, R.M. 2001b. The Political Economy of Resource-driven Growth, *European Economic Review,* 45(4), 839-846.

Auty R.M. 1993. Sustaining development in mineral economies: the resource curse thesis. Routledge, London.

Bardhan, P,. 1997. Corruption and Development: A Review of Issues. *Journal of Economic Literature,* Vol. 35, No. 3, pp. 1320–46.

Beck, P.J., Maher M.W. 1986. A comparison of bribery and bidding in thin markets. *Economics Letters* 20, 1-5.

Bouchaud, J. 2008. Economics needs a scientific revolution. *Nature,* 2008, 455, 1181.
Felipe J., Abdon A. 2012. Product complexity and economic development, *Structural Change and Economic Dynamics*, Volume 23, Issue 1, Pages 36-68.

Brock, W.A., Hommes, C.H. 1998. Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model. *Journal of Economic Dynamics and Control,* 22, 1235–1274.

Chatterjee, A., Chakrabarti, B.K. 2005a , Stinchcombe, R.B. 2005. Master equation for a kinetic model of trading market and its analytic solution. *Physical Review Economic 7*2, 026126.

Chiarella, C., He, X., Hommes, C. 2006. A dynamic analysis of moving average rules. *Journal of Economic Dynamics and Control,* 2006, 30, 1729–1753.

Egger, P., Winner, H. 2005. Evidence on corruption as an incentive for foreign direct investment. *European Journal of Political Economy, December*, pp. 932–952.

Einstein, A. 1905. Zur Elektrodynamik bewegter Körper (On the Electrodynamics of Moving Bodies), dans *Annalen der Physik,* vol. 322, no 10, 26 septembre 1905, p. 891-921.

Farmer, J.D., Foley, D. 2009. The economy needs agent-based modelling. *Nature,* 460, 685–686.

Felipe, J., Kumar U., Abdon A. 2010. How Rich Countries Became Rich and Why Poor Countries Remain Poor: It's the Economic Structure. *Levy Economics Institute,* WP n°.644, Asian Development Bank.

Ferrarini, B., Scaramozzino P. 2015. Production complexity, adaptability and economic growth. *Structural Change and Economic Dynamics,* Volume 37, June 2016, Pages 52-61.

Hamilton, K.2002. Sustaining Economic Welfare: Estimating Changes in total and per capita wealth. *Environment, Development and Sustainability,* 5, pp.419-436.

Hausmann, R., Hwang, J., Rodrik, D. 2007. What you export matters. *Journal of Economic Growth*, 12(1), 1–25.

Hausmann, R., Hidalgo, C. 2011. The network structure of economic output. *Journal of Economic Growth*, 16, 309–342.

Hidalgo, C. 2009. The dynamics of economic complexity and the product space over a 42 year period. Working Paper No. 189. Cambridge, MA: Center for International Development, Harvard University.

Hidalgo, C., Hausmann, R. 2009. The building blocks of economic complexity. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 106(26), 10570–10575.

Hirschman, A., 1958. The strategy of economic development. *Yale University Press*, New Haven.

Kaldor, N. 1967. Strategic Factors in Economic Development. *New York State School of Industrial and Labor Relations, Cornell University, Ithaca, NY.*

Kaufmann, D., Kraay A, Zoido-Lobatón P. 1999. Governance Matters. *World Bank Policy Research Working Paper* No. 2196 .

Kremer, M. 1993. The O-ring Theory of Economic development. *Quarterly Journal of Economics,* 108. pp. 551–575.

Lall, S. 1992. Technological Capabilities and Industrialization. *World Development,* 20. pp. 165–188.

Langevin, P. 1908. On the Theory of Brownian Motion. *Comptes Rendus de l'Académie des Science (Paris)* 146, 530–533 .

Leff, N.H. 1964. Economic development through bureaucratic corruption. *American Behavioral Scientist* 8, 3, 8-14. Reprinted in Political corruption: A handbook, A.J.

Leite, C., Weidmann, J. 2002. Does mother nature corrupt? Natural resources, corruption and economic growth, in G. Abed and S. Gupta (eds.), Governance, corruption, and economic performance (Washington DC: *International Monetary Fund*), 156–69.

Lewis, A. 1955. The Theory of Economic Growth *(London: Allen & Unwin).*

Lucas, R. 1988. On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics* 22 (1988) 3-42. North-Holland.

Lui, F.T. 1985. An equilibrium queuing model of bribery. *Journal of Political Economy* 93, 4, 760-

781.

Lux, T. , Westerhoff, F. 2009. Economics crisis. *Nature Physics*, 5, 2–3.

Lux, T. , Marchesi, M. 2000. Volatility clustering in financial markets. *International Journal Theorical Applied Finance,* 2000, 3, 675–702.

Mauro, P. 1995. Corruption and Growth. *Quarterly Journal of Economics,* Vol. 110, No. 3, pp. 681–712.

McMillan, M., Rodrik, D. 2011. Globalization, structural change and productivity growth. *NBER Working Paper* 17143.

Méon, P.-G., Sekkat K. 2005. Does corruption grease or sand the wheels of growth?. *Public Choice* 122, 1-2, 69-97.

Mimkes, J,.2006. Thermodynamic formulation of economics. Chapiter in Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives.

Murshed, M., Goulart, P., Serino, L. 2011. Globalization and the South at the Crossroads of Change'. *In South-South Globalization: Challenges and Opportunities for Development. Sinnott*.

Nash EJ, and Torre A. 2010. Natural Resources in Latin America: Beyond Booms and Busts? *World Bank,* Washington DC.

Nyquist, H. 1928. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Physical Review* 32(1), 110{113.

Pajot, S. 2003. Intégration du marché global dans un système composé de marchés locaux. Analyse par la théorie de la percolation. *Revue économique* 2003/3 (Vol. 54), p. 675-686.

Paldam, M. 2002. The Cross-Country Pattern of Corruption: Economics, Culture and Seesaw Dynamic. *European Journal of Political Economy,* Vol. 18, pp. 215-240.

Papyrakis, E., Gerlagh, R. 2004. The resource curse hypothesis and its transmission channels. *Journal of Comparative Economics* 32(1), 181-193.

Péridy, N., Abedini, J. 2008. The Greater Arab Free Trade Area(GAFTA): an Estimation of Its Trade Effects. *Journal of Economic Integration,* vol. 23, pages 848-872.

Poncet S, DE Waldemar, M. 2013. Export Upgrading and Growth: The Prerequisite of Domestic Embeddedness. *World Development* Vol. 51, pp. 104–118, 2013.

Prebisch, R. 1964. Toward a new trade policy for development, in Proceedings of the United

Conference on *Trade and Development,* New York, Vols I–VIII

Rostow, W. 1959. The Stages of Economic Growth *(Cambridge University Press).*

Sachs, J., Warner A. 1995. Economic reform and the process of global integration, *Brookings Papers of Economic Activity* 1, 1-18.

Sala-i-Martin, X., Subramanian, A. 2003. Addressing the natural resource curse: an illustration from Nigeria, *NBER Working Paper* No. 9804.

Schaffar A., Péridy N,. 2015. Exploring spatial convergence of Maghreb regional areas: An application of a Markov chains approach. *Economics Bulletin,* AccessEcon, vol. 35(3), pages 1848-1855.

Shleifer, A., Robert, V. 1993. Corruption. *Quarterly Journal of Economics,* pp. 599–617.

Singer H. 1950. The distribution of gains between investing and borrowing countries. *American Economic Review,* vol40, may, pp.473-485.

Smoluchowski, M. 1906. Sur le chemin moyen parcouru par les molécules d'un gaz et sur son rapport avec la théorie de la diffusion, *Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie*, p. 202–213, (1906).

Smoluchowski, M. 1906. Essai d'une théorie cinétique du mouvement Brownien et des milieux troubles. *Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie,* p. 577–602, (1906).

Stevens, P. 2003. Resource impact: Curse or blessing? A literature survey, *Journal of Energy*

Literature, 9(1): 3–42.

Stiglitz J. 2012. De la malédiction à la bénédiction des ressources. *Les Echos.fr* (http://archives.lesechos.fr/archives/cercle/2012/08/06/cercle_51784.htm)

Stiglitz J. 1998c. Towards a New Paradigm for Development: Strategies, Policies and Processes 9th Raul Prebisch Lecture delivered at the Palais des Nations, Geneva, UNCTAD.

Tinbergen J. 1962. Shaping the World Economy : Suggestions for an International Economic Policy, *NewYork, The Twentieth Century Fund.*

Wiener, N,. 1923. Differential space. *Journal of Mathematics and Physics,* 2 :131-174.

Wright, G., Czelusta, J. 2004. The Myth of the Resource Curse. *Challenge,* 47(2), 6–38.

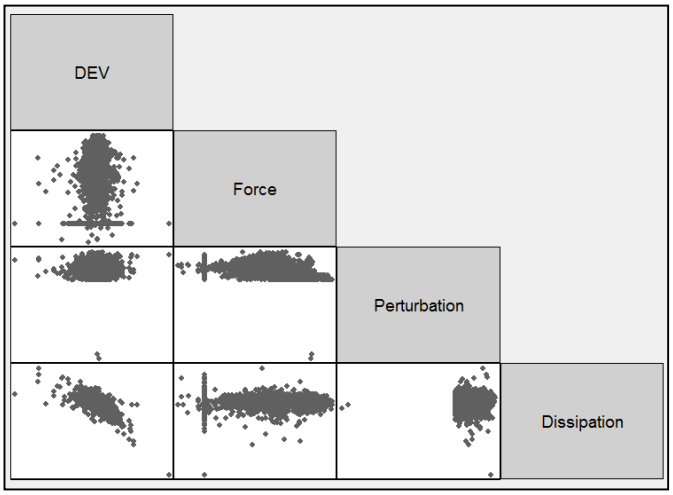
Annexe 1. Statistiques descriptives des variables.

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
DEV	4123	102.0675	2285.024	-31267.4	37930.5
Force	4123	.2078004	.5836056	-1.263215	2.311076
Perturbation	4123	70876.62	227527.7	.113349	3300000
Dissipation	4123	-413.8708	5529.743	-71405.5	72199.1

Annexe 2. Test de Variance Inflation Factor et matrice de corrélation

Annexe 2a. Test VIF

Variable	VIF	1/VIF
Force	1.07	0.936594
Perturbation	1.06	0.942454
Dissipation	1.01	0.992987
Mean VIF	**1.05**	

Annexe 2b. Matrice de corrélation

	DEV	Force	Perturb	Dissip
DEV	1.0000			
Force	0.0367	1.0000		
Perturbation	0.0057	-0.2521	1.0000	
Dissipation	0.1616	-0.0451	0.1136	1.0000