

Algorithme de Résolution – Organigramme de Calcul

Nous allons résumer dans ce qui suit le processus de calcul pour la détermination des champs de vitesses, de la fonction de courant, de la vorticité, des températures et des concentrations.

1^{ère} Etape : On rentre d'abord les paramètres physiques (nombres de Reynolds, de *Grashof*, Prandtl, Débit à l'entrée,...), numériques (les pas d'espace et de temps, les nombres de nœuds, les paramètres d'itérations, le temps final, les précisions,...)

2^{ème} Etape : On donne les valeurs initiales des champs des vitesses, des fonctions de courant, de la vorticité, des températures et des concentrations ; $n = 1$.

3^{ème} Etape : On se donne des valeurs arbitraires de i_m et j_m

4^{ème} Etape : On se donne des profils arbitraires des vitesses et on en déduit un champ de fonction de courant arbitraire

5^{ème} Etape : On détermine à partir de la relation (4.0.27) les champs des températures, concentrations et de la vorticité. Si le critère (4.0.31) n'est pas satisfait pour une fonction, on continue le calcul itératif. Sinon on passe à l'étape 6

6^{ème} Etape : On résout l'équation de la fonction de courant puis on la compare avec la fonction arbitraire. Si le test n'est pas satisfaisant on range les nouvelles valeurs de la fonction de courant dans les anciennes et on retourne à l'étape 5. Sinon on passe à l'étape 7

7^{ème} Etape : On vérifie si aux frontières les températures et les concentrations y sont nulles. Si oui, on converse les valeurs de i_m et j_m puis on incrémente n d'une unité et on retourne à l'étape 4. Dans le cas contraire, on augmente les valeurs de i_m et j_m et on revient à l'étape 4

Ces étapes de calcul sont résumées sur l'organigramme suivant :

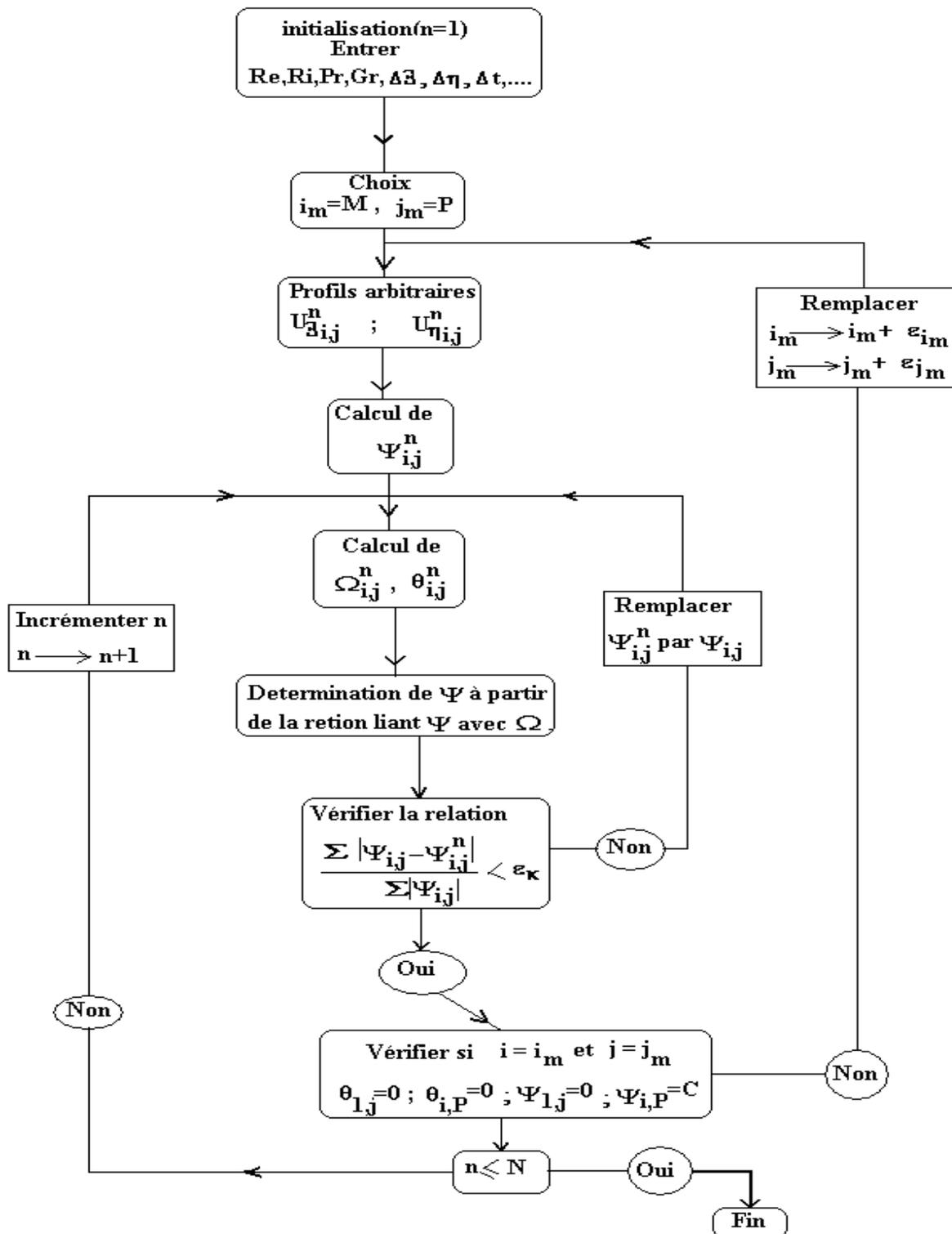


Figure 4 : Organigramme de calcul

Conclusion

Le but de ce chapitre est de développer un modèle numérique de notre problème. Pour se faire, nous avons tout d'abord transformé notre domaine continu en un domaine discret. Cette discrétisation du domaine est suivie de celle de nos équations de transferts adimensionnelles et des conditions initiales et aux limites, en utilisant une méthode de différences finies. Comme la plus part des modèles numériques, il est souhaitable de développer une étude de stabilité, donnant ainsi une fiabilité à notre modèle numérique. Car ce critère de stabilité prime sur tous autres critères, pour avoir des solutions exactes. Pour ces raisons, nous avons effectué une étude de stabilité qui débouche sur des estimations de pas d'espaces.

Ce chapitre se termine sur un schéma des étapes de résolution du calcul itératif qui nous mènent aux solutions de nos équations.

Conclusion Générale

Tout au long de ce mémoire, notre souci principal était de développer un modèle théorique et numérique cohérent, permettant de déterminer le champ dynamique et thermique de l'écoulement de l'air dans un tunnel ouvert aux extrémités. Le tunnel, en question, a un plancher de trace sinusoïdale et un plafond constitué par une paroi plane horizontale. La première démarche que nous avons effectuée dans ce sens, c'est de regarder la tendance actuelle des recherches concernant les tunnels. La mécanique des fluides numérique s'avère être une option incontournable, vu la situation de notre pays : le manque d'infrastructure, accentué par le coût élevé de mener des expériences sur des tunnels réels. Cela a orienté notre étude sur une première partie présentée dans ce mémoire, qu'on a divisé en deux chapitres, à savoir la modélisation théorique et la modélisation numérique.

Pour la modélisation théorique, nous avons formulé des hypothèses simplificatrices, en adéquation avec notre phénomène étudié. L'utilisation du formalisme vorticité-fonction de courant, pour simplifier l'approche de notre étude, en termes de conditions aux limites et de nombre d'équations à traiter. L'adimensionnalisation de nos équations de transferts générées par la convection mixte au sein du tunnel, élargie cette étude, puis qu'elle devient indépendant des systèmes d'unité. La transformation homotopique opérée, nous permet de transformer avec une modélisation numérique notre domaine curviligne en un domaine rectangulaire.

En ce qui concerne la modélisation numérique, on a utilisé une méthode de différence finie, avec un schéma explicite pour discrétiser nos équations de transferts adimensionnelles obtenues. On a formulé une méthode de résolution de notre problème et pour clore une étude de stabilité du modèle numérique proposé.

Cependant, il faut reconnaître que notre modèle simple doit être renforcé, car certains paramètres comme des sources de chaleur, ou encore des puits de ventilation doivent être introduits dans notre modélisation afin de se rapprocher de la réalité. Cela rendra notre étude un peu plus complexe, du point de vue numérique, en augmentant le temps de calcul. Si on regarde les archives sur les tunnels, les premiers tunnels sont construits, en général, avec une ventilation naturelle (puits creusés au plafond, pour de l'air frais). Actuellement la majeure partie des tunnels sont

équipées de système de ventilation (longitudinal ou transversal) qui influence sur l'écoulement de l'air.

Pour éviter que notre mémoire ne soit qu'un artifice de calcul, basé sur la théorie physique et numérique. La deuxième partie (la suite de ce mémoire) sera donc consacrée, après quelques ajustements au préalable, à la simulation numérique et des expériences sur le tunnel de soubédjouné.... Mais aussi des expériences sur des maquettes, si l'occasion se présente, seront vraiment l'idéale. Ainsi on pourra faire, des analyses, et la confrontation des résultats, pour obtenir un modèle rigoureusement fiable.

Annexe

Les vecteurs de base dans le plan $(o\mathfrak{S}, o\eta)$

$$\vec{e}_i = \frac{\partial \overline{OM}}{\partial x^i} ; \overline{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$$

$$\vec{e}_1 = \vec{e}_{\mathfrak{S}} = \frac{\partial \overline{OM}}{\partial \mathfrak{S}} = \vec{e}_x \frac{\partial x}{\partial \mathfrak{S}} + \vec{e}_y \frac{\partial y}{\partial \mathfrak{S}} \quad (\text{A.0.1})$$

$$\vec{e}_2 = \vec{e}_{\eta} = \frac{\partial \overline{OM}}{\partial \eta} = \vec{e}_x \frac{\partial x}{\partial \eta} + \vec{e}_y \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (\text{A.0.2})$$

$$\frac{\partial x}{\partial \mathfrak{S}} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{\partial y}{\partial \mathfrak{S}} = f'(\mathfrak{S})(1-\eta) \quad (\text{A.0.3})$$

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial y}{\partial \eta} = g(\mathfrak{S}) - f(\mathfrak{S}) \quad (\text{A.0.4})$$

$$\begin{cases} \vec{e}_{\mathfrak{S}} = \vec{e}_x + \vec{e}_y f'(1-\eta) = \vec{e}_1 \\ \vec{e}_{\eta} = \vec{e}_y (g - f) = \vec{e}_2 \end{cases} \quad (\text{A.0.5})$$

Les composantes physiques dans le système homotopique

Soit $\vec{u} = \vec{e}_x u_x + \vec{e}_y u_y$: un vecteur dans le plan (ox, oy)

$\vec{u} = \vec{e}_1 u^1 + \vec{e}_2 u^2$: dans le plan $(o\mathfrak{S}, o\eta)$

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \left\{ \vec{e}_x + \vec{e}_y [\eta(g' - f') + f'] \right\} u^1 + \left[\vec{e}_y (g - f) \right] u^2 \\ &= \vec{e}_x u^1 + \vec{e}_y \{ f'(1-\eta) u^1 + (g - f) u^2 \} \\ &= \vec{e}_x u_x + \vec{e}_y u_y \end{aligned}$$

Par identification:

$$\begin{cases} u_x = u^1 \\ u_y = f'(1-\eta) u^1 + (g - f) u^2 \end{cases} \quad (\text{A.0.6})$$

$$1 \rightarrow \mathfrak{S}$$

$$2 \rightarrow \eta$$

Les composantes physiques de u^1 et u^2

$$(u)_i = \sqrt{g_{ii}} \cdot u^i \Rightarrow u^i = \frac{u_i}{\sqrt{g_{ii}}} \quad \text{avec } g_{ii} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_i$$

$$\begin{cases} u_x = \frac{u_{\mathfrak{Z}}}{\sqrt{e_{\mathfrak{Z}} \cdot e_{\mathfrak{Z}}}} \\ u_y = [\eta(g' - f') + f'] \frac{u_{\mathfrak{Z}}}{\sqrt{e_{\mathfrak{Z}} \cdot e_{\mathfrak{Z}}}} + (g - f) \frac{u_{\eta}}{\sqrt{e_{\eta} \cdot e_{\eta}}} \end{cases}$$

$$\vec{e}_{\mathfrak{Z}} \cdot \vec{e}_{\mathfrak{Z}} = 1 + [\eta(g' - f') + f']^2$$

$$\vec{e}_{\eta} \cdot \vec{e}_{\eta} = (g - f)^2$$

$$\begin{cases} u_x = \frac{v_{\mathfrak{Z}}}{\sqrt{1 + [\eta(g' - f') + f']^2}} \\ u_y = [\eta(g' - f') + f'] \frac{u_{\mathfrak{Z}}}{\sqrt{1 + [\eta(g' - f') + f']^2}} + u_{\eta} \end{cases} \quad (\text{A.0.7})$$

Expressions des dérivées partielles

•Dérivées premières

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathfrak{Z}} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial x} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{(g - f)^2} [-f'(g - f) - \eta(g - f)(g' - f')]$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathfrak{Z}} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial y} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{g - f}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \mathfrak{Z}} + \frac{1}{g - f} [-f' - \eta(g' - f')] \frac{\partial}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{g - f} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (\text{A.0.8})$$

•Dérivées secondes

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \mathfrak{S}} + \frac{1}{g-f} [-f' - \eta(g' - f')] \frac{\partial}{\partial \eta}$$

posons: $r = \frac{1}{g-f} [-f' - \eta(g' - f')] = r(\mathfrak{S}, \eta)$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \mathfrak{S}} + r \frac{\partial}{\partial \eta}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial \mathfrak{S}} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) + r \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial}{\partial \mathfrak{S}} + r \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \mathfrak{S}} \left(\frac{\partial}{\partial \mathfrak{S}} + r \frac{\partial}{\partial \eta} \right) + r \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \mathfrak{S}} + r^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + r \frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial \mathfrak{S}^2} + \frac{\partial r}{\partial \mathfrak{S}} \frac{\partial}{\partial \eta} + r \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \mathfrak{S}} + r \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \mathfrak{S}} + r^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + r \frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial \mathfrak{S}^2} + r^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + 2r \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \mathfrak{S}} + \frac{\partial r}{\partial \mathfrak{S}} \frac{\partial}{\partial \eta} + r \frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (\text{A.0.9})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{g-f} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{g-f} \frac{\partial}{\partial \eta} \right)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{(g-f)^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \quad (\text{A.0.10})$$

•La forme générale des équations de transfert :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial F}{\partial t} + \text{div} \vec{J} = S \quad (\text{A.0.11})$$

Exprimons cette relation dans le plan $(o\vec{\mathfrak{S}}, o\vec{\eta})$

$$\operatorname{div} \vec{J} = \vec{e}^i \frac{\partial \vec{J}}{\partial x^i} \quad \text{or} \quad \vec{J} = J^1 \vec{e}_1 + J^2 \vec{e}_2$$

$$\vec{J} = J^j \vec{e}_j$$

$$\Rightarrow \vec{J} = (J)_j \frac{\vec{e}_j}{\sqrt{g_{jj}}} \quad g_{jj} = \vec{e}_j \cdot \vec{e}_j$$

$$\begin{aligned} \text{d'où : } \operatorname{div} \vec{J} &= \vec{e}^i \frac{\partial}{\partial x^i} \left[(J)_j \frac{\vec{e}_j}{\sqrt{g_{jj}}} \right] \\ &= \vec{e}^i \left\{ \vec{e}_j \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\frac{J_j}{\sqrt{g_{jj}}} \right] + \frac{J_j}{\sqrt{g_{jj}}} \frac{\partial \vec{e}_j}{\partial x^i} \right\} \\ &= \vec{e}^i \cdot \vec{e}_j \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\frac{J_j}{\sqrt{g_{jj}}} \right] + \frac{J_j}{\sqrt{g_{jj}}} \frac{\partial \vec{e}_j}{\partial x^i} \cdot \vec{e}^i \end{aligned}$$

$$\text{or } \vec{e}^i \cdot \vec{e}_j = \delta_j^i$$

$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{J} = \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\frac{J_i}{\sqrt{g_{ii}}} \right] + \frac{J_1}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial \vec{e}_1}{\partial x^i} \cdot \vec{e}^i + \frac{J_2}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial \vec{e}_2}{\partial x^i} \cdot \vec{e}^i$$

$$\operatorname{div} \vec{J} = \frac{\partial}{\partial x^1} \left[\frac{J_1}{\sqrt{g_{11}}} \right] + \frac{\partial}{\partial x^2} \left[\frac{J_2}{\sqrt{g_{22}}} \right] + \frac{J_1}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial \vec{e}_1}{\partial x^1} \cdot \vec{e}^1 + \frac{J_1}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial \vec{e}_1}{\partial x^2} \cdot \vec{e}^2 + \frac{J_2}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial \vec{e}_2}{\partial x^1} \cdot \vec{e}^1 + \frac{J_2}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial \vec{e}_2}{\partial x^2} \cdot \vec{e}^2$$

$$\operatorname{div} \vec{J} = \frac{\partial}{\partial \vec{\mathfrak{S}}} \left[\frac{J_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\sqrt{g_{\vec{\mathfrak{S}}\vec{\mathfrak{S}}}}} \right] + \frac{\partial}{\partial \vec{\eta}} \left[\frac{J_{\vec{\eta}}}{\sqrt{g_{\vec{\eta}\vec{\eta}}}} \right] + \frac{J_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\sqrt{g_{\vec{\mathfrak{S}}\vec{\mathfrak{S}}}}} \frac{\partial \vec{e}_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\partial \vec{\mathfrak{S}}} \cdot \vec{e}^{\vec{\mathfrak{S}}}$$

$$+ \frac{J_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\sqrt{g_{\vec{\mathfrak{S}}\vec{\mathfrak{S}}}}} \frac{\partial \vec{e}_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\partial \vec{\eta}} \cdot \vec{e}^{\vec{\eta}} + \frac{J_{\vec{\eta}}}{\sqrt{g_{\vec{\eta}\vec{\eta}}}} \frac{\partial \vec{e}_{\vec{\eta}}}{\partial \vec{\mathfrak{S}}} \cdot \vec{e}^{\vec{\mathfrak{S}}} + \frac{J_{\vec{\eta}}}{\sqrt{g_{\vec{\eta}\vec{\eta}}}} \frac{\partial \vec{e}_{\vec{\eta}}}{\partial \vec{\eta}} \cdot \vec{e}^{\vec{\eta}} \quad (\text{A.0.12})$$

$$\frac{\partial \vec{e}_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\partial \vec{\mathfrak{S}}} = [\eta(g'' - f'') + f''] \vec{e}_y \quad \text{or} \quad \vec{e}_y = \frac{1}{g - f} \vec{e}_{\vec{\eta}}$$

$$\frac{\partial \vec{e}_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\partial \vec{\mathfrak{S}}} = \frac{[\eta(g'' - f'') + f'']}{g - f} \cdot \vec{e}_{\vec{\eta}}$$

$$\frac{\partial \vec{e}_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\partial \vec{\eta}} = (g' - f') \vec{e}_y \Rightarrow \frac{\partial \vec{e}_{\vec{\mathfrak{S}}}}{\partial \vec{\eta}} = \frac{g' - f'}{g - f} \cdot \vec{e}_{\vec{\eta}}$$

$$\frac{\partial \vec{e}_{\vec{\eta}}}{\partial \vec{\mathfrak{S}}} = (g' - f') \vec{e}_y \Rightarrow \frac{\partial \vec{e}_{\vec{\eta}}}{\partial \vec{\mathfrak{S}}} = \frac{g' - f'}{g - f} \cdot \vec{e}_{\vec{\eta}}$$

$$\frac{\partial \vec{e}_{\vec{\eta}}}{\partial \vec{\eta}} = 0 \quad ; \quad \vec{e}_{\vec{\eta}} \cdot \vec{e}^{\vec{\mathfrak{S}}} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{e}_{\vec{\eta}} \cdot \vec{e}^{\vec{\eta}} = 1$$

On obtient :

$$\operatorname{div} \vec{J} = \frac{\partial}{\partial \mathfrak{S}} \left[\frac{J_{\mathfrak{S}}}{\sqrt{g_{\mathfrak{S}\mathfrak{S}}}} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{J_{\eta}}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \right] + \frac{J_{\mathfrak{S}}}{\sqrt{g_{\mathfrak{S}\mathfrak{S}}}} \left(\frac{g' - f'}{g - f} \right) \quad (\text{A.0.13})$$

Ainsi la forme générale des équations de transfert dans le plan $(o\mathfrak{S}, o\eta)$ devient :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathfrak{S}} \left[\frac{J_{\mathfrak{S}}}{\sqrt{g_{\mathfrak{S}\mathfrak{S}}}} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{J_{\eta}}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \right] + \frac{J_{\mathfrak{S}}}{\sqrt{g_{\mathfrak{S}\mathfrak{S}}}} \left(\frac{g' - f'}{g - f} \right) = S \quad (\text{A.0.14})$$

• Expression de la vitesse d'entrée du tunnel

La vitesse d'entrée du tunnel a un profil parabolique.

Entrée : on considère à l'instant $t \leq 0$ (initial), la vitesse de l'air à l'entrée du tunnel est égale à \vec{u}_e .

$$\vec{u}_e = \vec{u}(x, y, t) = (\alpha y^2 + \beta y + \gamma) \vec{e}_x \quad (\text{A.0.15})$$

$$\mathfrak{S} = 0 ; u_y = 0 ; u_x(y) = \alpha y^2 + \beta y + \gamma$$

$$\text{Or } u(2a) = u(h) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha(2a)^2 + \beta(2a) + \gamma = 0 \\ \alpha(h)^2 + \beta(h) + \gamma = 0 \end{cases} \Rightarrow \beta = -(2a + h)\alpha$$

$$u(h) = 0 \Rightarrow \gamma = 2ah\alpha$$

$$\text{d'où } u_x(y) = \alpha \left[y^2 - (2a + h)y + 2ah \right] = \alpha(y - h)(y - 2a)$$

$$u_x(y) = \alpha(y - h)(y - 2a) \quad (\text{A.0.16})$$

La vitesse moyenne à l'entrée du tunnel :

$$\bar{u} = \frac{1}{h_e} \int_{2a}^h u \cdot dy = \bar{u}_e \quad (\text{A.0.17})$$

Le débit entrant de l'air (Q_e)

$$Q_e = h_e \bar{u}_e \Rightarrow Q_e = \int_{2a}^h u \cdot dy = \alpha \left[\frac{1}{3} y^3 - \frac{1}{2} (h + 2a) y^2 + 2ahy \right]_{2a}^h \quad (\text{A.0.18})$$

$$Q_e = -\frac{\alpha}{6} (h - 2a)^3 \Rightarrow \bar{u}_e = -\frac{\alpha}{6} (h - 2a)^2$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = 0 \Rightarrow y = a + \frac{h}{2} \Rightarrow u_{\max} = -\frac{\alpha}{4} (h - 2a)^2 = u_{\text{référence}}$$

$$\alpha = -\frac{4u_{\max}}{(h-2a)^2} \quad (\text{A.0.19})$$

$$\text{d'où } \bar{u}_e = \frac{2}{3}u_{\max} ; u_{\max} = \frac{3}{2}\bar{u}_e = \frac{3}{2} \frac{Q_e}{h-2a}$$

$$\text{Or } \begin{cases} u_x = \frac{u_{\xi}}{\sqrt{1+f'^2(1-\eta)^2}} \\ u_y = u_{\eta} + f'(1-\eta) \frac{u_{\xi}}{\sqrt{1+f'^2(1-\eta)^2}} \end{cases}$$

Ainsi à l'entrée:

$$\begin{cases} u_{\xi}(0;\eta) = 4u_{\max}\eta(1-\eta) \\ u_{\eta}(0;\eta) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.0.20})$$

•Expression de l'équation de la fonction de courant

D'après la définition générale de la vorticité en fonction de la fonction de courant :

$$\bar{\Omega} = -\Delta\bar{\psi} \quad (\text{A.0.21})$$

Or $\Delta\bar{\psi} = \overrightarrow{grad}(div\bar{\psi}) - \overrightarrow{rot}(rot\bar{\psi})$, on sait aussi que : $\bar{\Omega} = rot\bar{u}$

$$\text{D'où } \bar{\Omega} = \frac{1}{\sqrt{G}} \vec{e}_z \left(\frac{\partial u_2}{\partial x^1} - \frac{\partial u_1}{\partial x^2} \right) \quad (\text{A.0.23})$$

Avec $u_2 = g_{21}u^1 + g_{22}u^2$ et $u_1 = g_{11}u^1 + g_{12}u^2$

$$\text{Ainsi on a : } \bar{\Omega} = \frac{1}{\sqrt{G}} \vec{e}_z \left\{ \frac{\partial}{\partial x^1} (g_{21}u^1 + g_{22}u^2) - \frac{\partial}{\partial x^2} (g_{11}u^1 + g_{12}u^2) \right\} \quad (\text{A.0.24})$$

$$\text{Les composantes physiques : } (u)_1 = \frac{\sqrt{g_{11}}}{\sqrt{G}} \frac{\partial \psi}{\partial x^2} \quad \text{et} \quad (u)_2 = -\frac{\sqrt{g_{22}}}{\sqrt{G}} \frac{\partial \psi}{\partial x^1} \quad (\text{A.0.25})$$

On obtient finalement :

$$-\Omega\sqrt{G} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{g_{22}}{\sqrt{G}} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{g_{12}}{\sqrt{G}} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{G}} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - \frac{g_{12}}{\sqrt{G}} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) \quad (\text{A.0.26})$$

Références Bibliographiques

- ◆ **Auguin. G**, Evolution d'un modèle de turbulence à tension de Reynolds et à flux de chaleur algébrique couplé à un modèle de rayonnement de la stratification d'air chaud due à un feu en tunnel non ventilé. *Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II, 2005.*

- ◆ **Beji .T, Ghrab. N, Le Palec. G, Vanquelin. O**, Etablissement et Exploitation d'un code de prédiction de l'évolution de la température dans un tunnel ferroviaire, *12ème Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, du 15 au 17 novembre 2005.*

- ◆ **CETU**, Dossier pilote des tunnels-fascicule ventilation. *Rapport technique, Centre d'Etude des Tunnels. France 2003.*

- ◆ **Charnoz. S, Daerr. A**, Résolution numérique des équations aux dérivées partielles (EDP), *Université Paris 7 Denis Diderot, CEA Saclay (2002).*

- ◆ **Carlotti. P**, Mécanique des fluides pour la ventilation des tunnels routiers, *centre d'études des tunnels (CETU). France (2005)*

- ◆ **Chirine L.**, Etude de la convection sous serres fermées et ouvertes en présence de la plante. *Université El-Hadj Lakhdar – Batna. Mémoire Présenté à La Faculté des Sciences, Département de Physique le 28 Juin 2008, Algérie.*

- ◆ **Dabdene. F, Paillere. H**, Initiation à la simulation numérique en mécanique des fluides : Eléments d'analyse numérique. *Cours ENSTA MF307, (2003).*

- ◆ **Deberteix P**, Etude thermoaéraulique des écoulements en conduite ventilée en présence d'une source de chaleur- Application à la propagation des fumées d'incendie en tunnel. *Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2000.*

- ◆ **Delache A.**, Etude analytique et numérique des instabilités Spatio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieu poreux : comparaison avec l'expérience. *Thèse de l'université de Lille 1, le 12 décembre 2005. France*

- ◆ **Haas. P**, Aérodynamique des trains rapides. Exposés des phénomènes relevant de la circulation en tunnel, *les notes techniques du CMEFE, Ecole D'Ingénieurs de Genève. CMEFE-NT-03. Mars 2000.*

- ◆ **Lequertier G., Raloz A., Tappy O., Schneider M.**, Genèse et Réalisation d'un projet d'assainissement, *TRACÉS numéro 15 / 16 -19 aout 2009. Suisse.*

- ◆ **Lacroix D.**, The Mont Blanc tunnel fire : *what happened and what has been learned. 4th International conference on safety in road and rail tunnels, 2001.*