

## LES COMPOSANTES DU CYCLE DE L'EAU

Les mouvements de perte et de renouvellement des eaux consistent en un enchaînement fermé de processus d'échange englobé dans ce qu'on appelle : cycle hydrologique ou cycle de l'eau. Ce dernier est sujet à des mécanismes complexes et variés parmi lesquels nous citerons les précipitations, l'évaporation, la transpiration des végétaux, l'interception, le ruissellement, l'infiltration, la percolation, l'emmagasinement et les écoulements souterrains. D'une manière simplifiée, le sol recueille les pluies. Une partie de l'eau ruisselle plus ou moins rapidement selon la pente et la perméabilité des terrains. Le proche sous-sol s'humecte et retient une partie de l'eau qu'il redistribue vers l'atmosphère par évaporation et « transpiration » des plantes et vers le sous-sol profond.

### La précipitation : étude de la pluviométrie

Le débit d'un cours d'eau est en grande partie conditionné par la quantité de pluie tombée sur son bassin versant. Il nous est donc indispensable d'étudier la pluviométrie du site pour pouvoir déterminer le régime hydrologique des eaux de surface.

La précipitation du bassin versant de Manombo a été mesurée à partir de la station météorologique de Manombo. Nous disposons de 41 mesures de l'année 1949 à l'année 1989 présentées en annexe 2. L'ajustement statistique de ces données par la loi normale de GAUSS nous donnera les valeurs moyennes de la pluviométrie en année sèche pour diverses fréquences.

Les valeurs de la pluie qui nous intéressent sont celles en année sèche et les moyennes mensuelles inter-annuelles.

#### *i- Pluie moyenne mensuelle et interannuelle*

**Tableau 5:** Pluviométrie moyenne annuelle et interannuelle

| Mois                      | Nov  | Dec  | Jan   | Fev   | Mars | Avr  | Mai  | Juin | Juill | Aout | Sept | Oct  | Annuelle   |
|---------------------------|------|------|-------|-------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------------|
| P <sub>moye</sub><br>[mm] | 27,4 | 88,9 | 120,1 | 104,7 | 59,8 | 13,4 | 19,4 | 23,9 | 4,9   | 5,5  | 12,2 | 10,7 | <b>491</b> |

## ii- Pluviométrie en années sèches pour différentes périodes de retour

Une année quinquennale ou décennale sèche est l'année durant laquelle se produit une précipitation minimale ayant une fréquence d'occurrence d'une fois, respectivement tous les cinq ans ou dix ans.

La loi normale de GAUSS est fréquemment la plus utilisée pour le calcul de la pluie en année sèche. Cette loi est applicable si pour un seuil de signification considéré (généralement égal à 5%), la valeur de  $\chi^2$  correspondant est supérieure à celle de  $\chi^2$  calculée.

Pour un seuil de signification  $\alpha = 5\%$ , on lit  $\chi^2_{\text{table}} = 7,8147$  sur la table. Après calcul, on a trouvé  $\chi^2_{\text{calculé}} = 4,6081$

$\chi^2_{\text{calculé}} < \chi^2_{\text{table}}$  on peut donc utiliser la loi normale de GAUSS

### Ajustement de GAUSS

La loi de GAUSS est définie par une fonction de répartition de la forme

$$F(P) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$$

Cette valeur est tirée de la table statistique de la loi normale en fonction de la valeur de la variable réduite u

$$u = \frac{(P - P_{\text{moy}})}{\sigma}$$

#### ➤ Paramètres statistiques

##### • Moyenne

$$P_{\text{moy}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i$$

N: nombre de données = 41

$P_i$ : pluviométrie annuelle

$$\mathbf{P_{moy} = 491mm}$$

##### • Ecart-type

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (P_i - P_{\text{moy}})^2}$$

$$\mathbf{\sigma = 242 \text{ mm}}$$

#### ➤ Calcul de $P_{5s}$ , $P_{10s}$ et $P_{25s}$

A partir de l'expression de la variable réduite  $u = \frac{(P - P_{\text{moy}})}{\sigma}$ , on peut tirer la valeur de P

$$P = u\sigma + P_{\text{moy}}$$

**Tableau 6:** Pluviométrie annuelle de diverses fréquences

| <b>T (ans)</b> | 5     | 10    | 25    |
|----------------|-------|-------|-------|
| <b>F</b>       | 0,8   | 0,9   | 0,96  |
| <b>u</b>       | -0,84 | -1,28 | -1,75 |
| <b>P (mm)</b>  | 287   | 181   | 67    |

➤ Répartition mensuelle de la pluviométrie en année sèche

La distribution mensuelle de la pluie est obtenue en affectant à la pluviométrie annuelle un coefficient de répartition qui n'est autre que le pourcentage de la pluie tombée chaque mois.

$$P_{5s \text{ mens}} = \frac{P_{5s} * P(\%)}{100}$$

$P_{5s \text{ mens}}$  : pluie quinquennale sèche du mois considéré

$P(\%)$  : pourcentage de la pluie moyenne interannuelle du mois considéré par rapport à la moyenne annuelle interannuelle

On procède de la même manière pour  $P_{10s}$  et  $P_{25s}$

| Mois        | N     | D     | J    | F    | M    | A    | M    | J    | J    | A    | S    | O     |
|-------------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| <b>P(%)</b> | 27,91 | 21,50 | 9,61 | 4,90 | 3,80 | 2,97 | 1,27 | 1,22 | 2,16 | 2,17 | 4,91 | 17,60 |
| <b>P5s</b>  | 16    | 52    | 70   | 61   | 35   | 8    | 11   | 14   | 3    | 3    | 7    | 6     |
| <b>P10s</b> | 10    | 33    | 44   | 39   | 22   | 5    | 7    | 9    | 2    | 2    | 4    | 4     |
| <b>P25s</b> | 4     | 12    | 16   | 14   | 8    | 2    | 3    | 3    | 1    | 1    | 2    | 1     |

**Tableau 7:** Répartition mensuelle de la pluviométrie de diverses fréquences

Remarque :

Dans le contexte de cette étude, notre intérêt porte plus sur la maîtrise de l'eau en termes d'adéquation aux besoins. Notre attention devrait donc s'attarder sur la situation en eau durant les périodes sèches car c'est là que la gestion de l'eau est la plus délicate. Dans notre cas, l'étape de l'étude de crue ne s'avère donc pas nécessaire, de plus qu'il n'y a pas d'ouvrage à protéger. C'est pour cette raison que nous en sommes restés à la pluviométrie en années sèches.

## II-1-2 L'évapotranspiration

L'évapotranspiration est un phénomène non négligeable dans le cycle de l'eau. En effet, la quantité d'eau consommée par évapotranspiration constitue une part assez importante des out-put, surtout dans les régions sèches comme dans notre cas. L'étude de cette composante nous est indispensable pour connaître le potentiel hydrique de la région.

Il n'y a pas d'expression exacte de l'ETP mais le calcul se fait à partir de formules empiriques. Il existe plusieurs méthodes d'estimation de l'évapotranspiration, mais le paramètre fondamental qui intervient dans le calcul est la radiation solaire car c'est le facteur principal régissant le phénomène.

### i- Méthode de THORNTWAITE

$$ETP = 1,6 \lambda \left( \frac{10t}{I} \right)^a$$

$$a = \frac{1,6}{100} I + 0,5 \text{ et } I = \sum i = \sum \left( \frac{t}{5} \right)^{1,514}$$

Où ETP : Evapotranspiration [cm/ mois]

$\lambda$ : Facteur de correction régional (en fonction de la latitude du lieu)

t : Température moyenne mensuelle [°C]

I: Indice thermique annuel

| Mois    | N    | D    | J    | F    | M    | A   | M   | J   | J   | A   | S   | O   | Annuelle |
|---------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| ETP[cm] | 11,0 | 12,8 | 11,9 | 10,5 | 10,4 | 8,3 | 5,9 | 4,5 | 4,8 | 5,5 | 6,5 | 9,4 | 101,6    |

Tableau 8:ETP par la formule de Thorntwaite

### ii- Formule de TURC

$$ETP = 0,013j \frac{t}{t+15} (R_s+50) \left( 1 + \frac{(50-R_h)}{70} \right)$$

$$\text{Avec } R_s = R_a (0,29 \cos \phi + 0,52 \frac{n}{N})$$

ETP : évapotranspiration potentielle, en [mm /jour]

j : nombre des jours du mois.

t : température moyenne mensuelle, en [°C]

$R_s$  : radiation solaire, en [Cal / cm<sup>2</sup>]

$R_a$  : radiation solaire extraterrestre, en [Cal / cm<sup>2</sup>]

$n$  : durée moyenne de l'insolation réelle, en [h/jour]

$N$  : durée maximale de l'insolation possible, en [h/jour]

$n / N$  : insolation relative

$R_h$  : humidité relative moyenne en [%] (facteur utilisé seulement quand  $R_h < 50$  %)

$\Phi$  : Latitude du lieu en [°]

| Mois    | N   | D   | J   | F   | M   | A   | M  | J  | J  | A   | S   | O   | Annuelle |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|----------|
| ETP[mm] | 135 | 155 | 142 | 134 | 127 | 106 | 92 | 86 | 79 | 103 | 133 | 148 | 1440     |

Tableau 9: ETP par la formule de Turc

iii- Méthode de BLANEY CRIDDLE

$$ETP = (15 + 0,84t) \frac{H}{100}$$

Où ETP : Evapotranspiration potentielle mensuelle, en [mm] ;

$t$  : température moyenne mensuelle du mois considéré, en [°C] ;

$H$  : durée mensuelle du jour, exprimée en [h] en fonction de la latitude et de la période de l'année.

| Mois    | N   | D   | J   | F   | M   | A   | M   | J   | J   | A   | S   | O   | Annuelle |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| ETP[mm] | 148 | 159 | 155 | 137 | 142 | 126 | 117 | 105 | 110 | 117 | 123 | 141 | 1580     |

Tableau 10: ETP par la formule de Blaney Cridle

iv- Calcul de l'ETP par le logiciel CROPWAT

CROPWAT est un logiciel utilisé en irrigation. La méthode utilisée par ce logiciel pour le calcul de l'ETP est la formule de PENMAN-MONTEITH qui s'exprime comme suit :

$$ETP = \lambda ETo = \lambda \frac{0,48 \Delta(R_n - G) + \frac{900}{T+273} U_2 (e_s - e_a)}{\Delta + \gamma(1 + 0,34 U_2)}$$

Où  $ETo$ [mm/j] : Évapotranspiration de référence,

$\lambda$  [adimensionnel] : Coefficient de correction donné par le service météorologique,

$R_n$ [MJ. m<sup>-2</sup>. j<sup>-1</sup>] : Rayonnement net à la surface de la culture,

$G$ [MJ. m<sup>-2</sup>. j<sup>-1</sup>] : Densité de flux de chaleur dans le sol,

$T[^\circ\text{C}]$  : Température journalière moyenne de l'air à une hauteur de 2 m

$\Delta[\text{kPa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}]$  : Pente de la courbe température-pression de vapeur saturante,

$\gamma[\text{kPa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}]$  : Constante psychométrique

$U_2 [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$  : vitesse du vent à une hauteur de 2 m,

$e_s[\text{kPa}]$  : Pression de vapeur saturante,

$e_A[\text{kPa}]$  : Pression de vapeur réelle,

$e_s - e_A[\text{kPa}]$  : Déficit de pression de vapeur saturante.

Les paramètres climatiques à introduire dans le logiciel sont: les températures maximales et minimales, l'humidité relative, le vent, l'insolation et le rayonnement solaire. Une fois les données introduites, le logiciel calcul automatiquement  $ET_0$ .

| Mois    | N   | D   | J   | F   | M  | A  | M  | J  | J   | A   | S   | O   | Annuelle |
|---------|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|----------|
| ETP[mm] | 137 | 128 | 122 | 102 | 88 | 82 | 75 | 99 | 128 | 142 | 130 | 149 | 1382     |

Tableau 11: ETP calculé par le logiciel CROPWAT

Parmi ces 4 méthodes, la dernière, celle de PENMAN-MONTEITH est celle qui donne la valeur la plus proche de la réalité car l'expression de cette méthode tient compte du plus grand nombre de paramètres.

Le tableau suivant récapitule les valeurs de l'ETP annuelle calculée par les 4 différentes méthodes.

| Méthode                 | ETP annuelle [mm] |
|-------------------------|-------------------|
| <b>THORNTWAITE</b>      | 1016              |
| <b>BLANEY - CRIDDLE</b> | 1580              |
| <b>TURC</b>             | 1440              |
| <b>PENMAN-MONTEITH</b>  | 1397              |

Les détails des calculs sont annexés en annexe 4

On constate, d'après ces résultats, que l'ETP calculée par la méthode de Thornthwaite est plutôt faible tandis que la méthode de Blaney-Criddle donne des valeurs un peu surestimées.

### II-1-3 Le ruissellement

Mesurer le ruissellement est en général une tâche complexe. En effet, il dépend d'un assez grand nombre de facteur, notamment la topographie, l'occupation du sol, l'état initial du sol et le climat. Toutefois certains auteurs ont tenté d'établir une expression plus ou moins empirique du ruissellement. Appliquées à des moyennes calculées sur une longue durée, ces formules, bien que négligeant des facteurs de première importance cités précédemment, se révèlent plus précises qu'on pourrait le penser a priori.

#### Formule de M.COUTAGNE

La formule de M.Coutagne pour le calcul du ruissellement s'exprime comme suit :

$$r = \frac{P^2}{0,8+0,14T} \text{ [m]}$$

Avec P : pluviométrie annuelle [mm]

T : température moyenne annuelle [°C]

Notons  $\lambda = \frac{1}{0,8+0,14T}$ . Cette formule n'est applicable que pour une valeur de la pluie entre  $\frac{1}{8\lambda}$  et

$\frac{1}{2\lambda}$  soit 0,485m et 1.92m

| T (ans) | 2   | 5   | 10  | 25 |
|---------|-----|-----|-----|----|
| P[mm]   | 491 | 287 | 181 | 67 |
| T [°C]  | 24  |     |     |    |
| r [mm]  | 58  | 20  | 8   | 1  |

Tableau 12 : Ruissellement annuel de différentes fréquences

M.ALDEGHERI a établi des coefficients de répartition mensuelle des écoulements notés R. Selon le classement de la région hydrologique, R peut prendre 4 valeurs R1, R2, R3 ou R4 présentées en annexe 3. Ces coefficients ne sont autres que le pourcentage d'écoulement du mois considéré par rapport à la totalité des écoulements durant toute l'année. Par application de ce taux de répartition au module annuel, on peut passer au module mensuel.

R4 est la série adaptée à notre région hydrologique située dans la bordure occidentale des hautes terres.

| Mois   | N       | D    | J    | F    | M    | A   | M   | J   | J   | A    | S    | O   |
|--------|---------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|
| R4     | 3,2     | 15,7 | 23,7 | 18,9 | 17,1 | 6,6 | 3,7 | 2,7 | 2,3 | 1,95 | 1,53 | 1,5 |
| r [mm] | T=2ans  | 2    | 9    | 14   | 11   | 10  | 4   | 2   | 2   | 1    | 1    | 1   |
|        | T= 5ans | 1    | 3    | 5    | 4    | 3   | 1   | 1   | 1   | 0,5  | 0,4  | 0,3 |

Tableau 13 : Répartition mensuelle du ruissellement

## **II-1-4 Infiltration**

### *i- Bilan hydrologique de THORNTWAITE*

La méthode de Thorntwaite nous permet de passer à une première analyse mois par mois du bilan hydrologique. Basé sur la compréhension de l'enchaînement du cycle de l'eau, le bilan consiste à établir une balance équilibrée entre les IN-PUT et les OUT-PUT de ce cycle. La pluie étant considérée comme ENTRANT, arrivée au niveau de la surface du sol, il se répartit entre l'évapotranspiration, le ruissellement et l'infiltration. Ces derniers constituent la SORTIE. Le bilan s'exprime alors comme suit :

$$P = R + I + ETR \pm \Delta S$$

P : Précipitation moyenne du site,

ETR : Évapotranspiration réelle exprimée en lame d'eau,

R : Hauteur d'eau ruisselée sur le BV

I: Fraction de la pluie qui s'infiltre dans le sous-sol

$\Delta S$  : variation de la réserve

Le stock S est difficilement mesurable. Thorntwaite en a fait une estimation à 100 mm ou 300 mm selon les terrains et le climat de la zone. Dans notre cas, S est pris égal à 100mm car nous nous trouvons en zone semi-aride.

### *ii- Principe du bilan*

#### ➤ Pour un mois donné.

.En premier lieu, la pluie couvre l'évapotranspiration potentielle. Deux cas peuvent se présenter.

- Si pour le mois étudié les précipitations excèdent la valeur de l'évapotranspiration potentielle, l'évapotranspiration réelle est égale à celle-ci et le solde d'eau disponible est réparti (suivant des règles un peu arbitraires) entre la reconstitution des réserves souterraines, dans le cas où ces dernières n'ont pas déjà atteint leur maximum pour les ramener à 100mm (dans notre cas) et le ruissellement et éventuellement l'infiltration
- Si, au contraire, les précipitations du mois sont inférieures à l'évapotranspiration potentielle, l'évaporation réelle sera égale au total des précipitations, éventuellement augmenté d'un prélèvement sur les réserves souterraines si celles-ci ne sont pas déjà épuisées. Cette quantité amputée au stock souterrain est déterminée à partir d'un abaque utilisé uniquement par Thorntwaite en fonction du déficit cumulé. Pour ce deuxième cas, le surplus est nul.

#### ➤ Pour une année hydrologique

L'enchaînement des processus d'échange dans le cycle de l'eau est bien plus complexe à l'échelle de temps annuelle car certains phénomènes sont imbriqués tout le long de l'année hydrologique. La démarche du bilan pour une année part du même principe que pour le bilan mensuel tout en tenant

compte de l'interdépendance de certaines composantes dans le temps. L'organigramme en annexe 5 nous explique la démarche du bilan.

| Mois           | N    | D   | J   | F   | M   | A   | M   | J   | J   | A   | S    | O    | Annuel |
|----------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|--------|
| P              | 27   | 89  | 120 | 105 | 60  | 13  | 19  | 24  | 5   | 6   | 12   | 11   | 491    |
| ETP            | 135  | 155 | 142 | 134 | 127 | 106 | 92  | 86  | 79  | 103 | 133  | 148  | 1440   |
| P-ETP          | -108 | -66 | -22 | -29 | -67 | -93 | -72 | -62 | -74 | -98 | -121 | -137 |        |
| Déficit cumulé | 882  | 948 | 22  | 51  | 118 | 211 | 283 | 345 | 419 | 516 | 637  | 774  |        |
| Stock S        | 0    | 0   | 81  | 59  | 30  | 12  | 6   | 3   | 2   | 0   | 0    | 0    |        |
| $\Delta S$     | 0    | 0   | -19 | -22 | -29 | -18 | -6  | -3  | -1  | -2  | 0    | 0    | -100   |
| ETR            | 27   | 89  | 139 | 127 | 89  | 31  | 25  | 27  | 6   | 8   | 12   | 11   | 591    |
| Surplus        | 0    | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0    | 0    | 0      |

Tableau 14: Bilan hydrologique de Thorntwaite à la station Manombo

$$P = R + I + ETR \pm \Delta S$$

$$491 = 0 + 0 + 591 - 100$$

D'après ce bilan, la pluie est déficitaire tout le long de l'année et aucune infiltration ne s'effectue dans la zone.

Remarque :

La méthode du bilan hydrologique par Thorntwaite est basée sur des hypothèses simplificatrices de la réalité et ne peut refléter d'une manière précise le processus en pratique..