

2009-2010

**ENTPE**  
**Cours de Mécanique des sols appliquée**

**Murs de soutènement**

M. BIETH Emmanuel

## Avertissement

Ce document n'est pas un traité de mécanique des sols. D'excellents ouvrages existent auxquels le lecteur pourra se reporter (voir bibliographie en annexe page 26) Ce document est largement inspiré de ces ouvrages. Le présent document est surtout un aide-mémoire permettant d'avoir facilement sous les yeux les définitions principales et de toucher du doigt les concepts principaux.

# Sommaire

1.Introduction.....	3
2.Description des principaux types d'ouvrages.....	4
2.1.Murs poids.....	4
2.2.Murs en béton armé ou mur cantilever.....	6
2.3.Massifs en sol renforcé.....	6
3.Dimensionnement des ouvrages de soutènement.....	7
3.1.Efforts qui s'appliquent sur un ouvrage.....	7
3.2.Modélisation des ouvrages présentés.....	8
3.2.1.Mur poids.....	8
3.2.2.Murs en béton armé ou mur cantilever.....	8
3.2.3.Murs en terre armée.....	8
3.3.Justification de la stabilité.....	9
3.3.1.Stabilité interne.....	9
3.3.2.Stabilité externe.....	9
3.3.3.Rôle de l'eau : stabilité à court terme et stabilité à long terme.....	11
3.4.Calcul des efforts de poussée-butée.....	12
3.4.1.Equilibre de Poussée-butée.....	12
3.4.2.Méthode de Coulomb.....	14
3.4.3.Méthode de Rankine.....	16
3.4.4.Théorie de Boussinesq.....	17
3.4.5.Frottement sol-mur.....	17
4. Annexes.....	18
4.1.Rappels sur le comportement des sols.....	18
4.1.1.Le sol est un matériau polyphasique.....	18
4.1.2.Contraintes et déformations dans les sols.....	18
4.1.3.Résistance et rupture d'un sol.....	21
4.1.4.Hydraulique des sols.....	24
4.2.Bibliographie.....	26

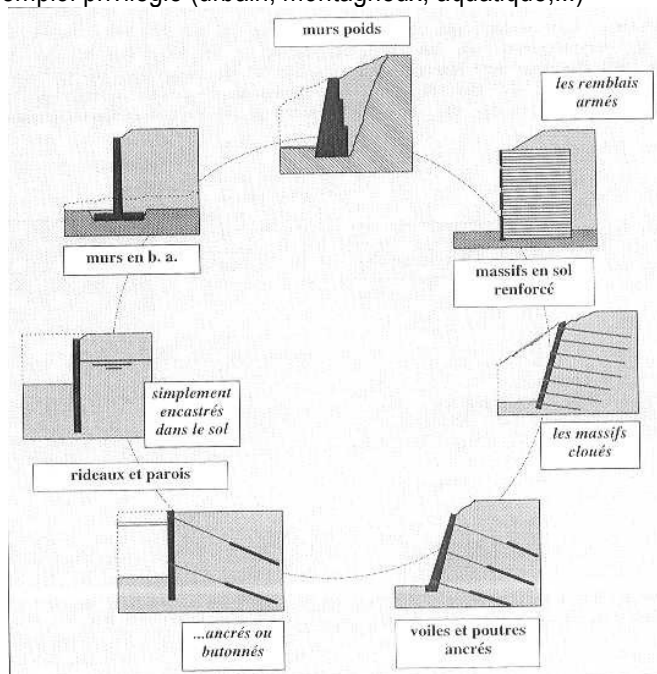
# 1. Introduction

Le rôle des ouvrages de soutènement est de retenir les massifs de terre. Ils sont conçus pour créer une dénivellée entre les terres situées à l'amont de l'ouvrage, c'est à dire soutenues par celui-ci, et les terres situées à l'aval. Cette dénivellée peut être réalisée en procédant à la mise en place de remblais derrière l'ouvrage ou par extraction des terres devant celui-ci. En pratique il est assez fréquent que l'on ait à procéder à la fois à un apport de remblai derrière l'ouvrage et à une extraction de terre devant celui-ci.

Il existe de nombreux types d'ouvrages de soutènement, qui ont été conçus pour répondre aux situations les plus diverses.

Ils se distinguent principalement par :

- leur morphologie
- leur mode de fonctionnement
- les matériaux qui les constituent
- leur mode d'exécution
- leur domaine d'emploi privilégié (urbain, montagnoux, aquatique,...)



Tous ces ouvrages ont en commun la force de poussée exercée par le massif de sol retenu.

Ainsi, si l'on excepte les techniques de soutènement de type « terre armée » ou parois ancrées, on peut classer les ouvrages de soutènements en deux catégories :

→ Les **ouvrages rigides**, pour lesquels la surface en contact avec le terrain est indéformable. Les contraintes sont dictées par les déplacements. Les murs de soutènement classiques sont les ouvrages les plus courants de cette catégorie. La poussée est reprise par le poids de l'ouvrage (murs poids) ou par encastrement de l'ouvrage dans le sol (murs en béton armé). Dans ce dernier cas, le poids des terres participe à la stabilité de l'ouvrage par l'intermédiaire de la semelle.

→ Les **ouvrages souples**, pour lesquels la surface de contact est déformable : Les contraintes dépendent non seulement des déplacements de l'écran de soutènement mais aussi de ses déformations propres (interaction sol/structure). L'ouvrage type représentatif de cette catégorie est le rideau de palplanches. Pour ce type de soutènement, la poussée est reprise soit par encastrement de l'ouvrage dans le sol, soit à l'aide d'ancrages.

Le présent cours « Ouvrages de soutènement » se distingue en deux parties :

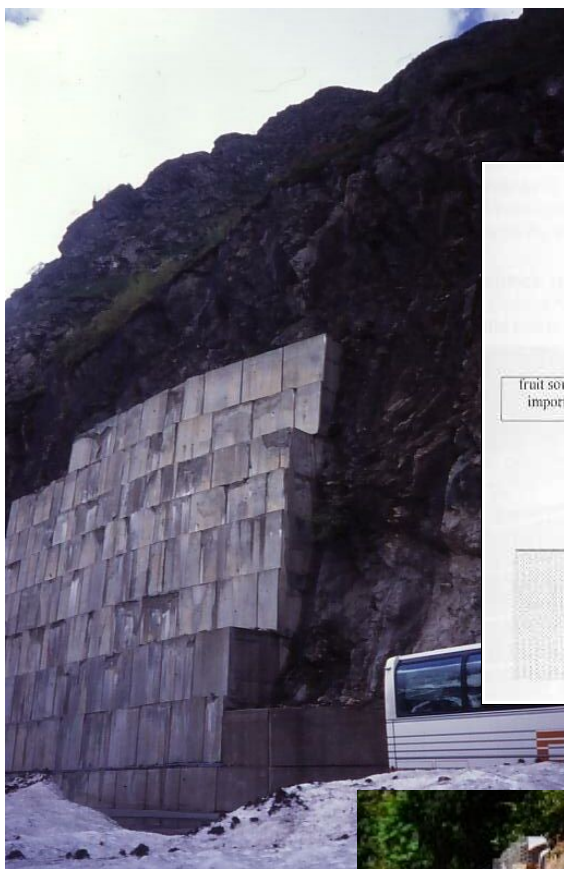
- Une première séance est consacrée à l'étude des soutènements rigides. C'est l'objet de ce propos.
- Une seconde partie s'attachera à l'étude particulière des rideaux de palplanches.

## 2. Description des principaux types d'ouvrages

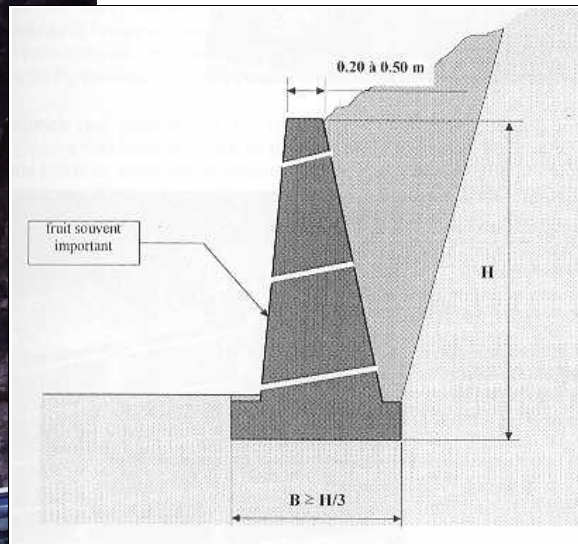
Le descriptif proposé ici ne concerne pas les ouvrages souples (rideaux de palplanches, parois moulées, murs ancrés).

### 2.1. Murs poids

C'est le type d'ouvrage le plus classique et le plus ancien. Ils peuvent être réalisés en béton non armé, en maçonnerie. Ils peuvent être constitués d'un assemblage de pierres sèches, de gabions ou d'éléments préfabriqués, en béton armé ou non (blocs, caissons ou boîtes remplis de terre,...). Ces murs, relativement étanches, sont la plupart du temps pourvus d'un dispositif de drainage.



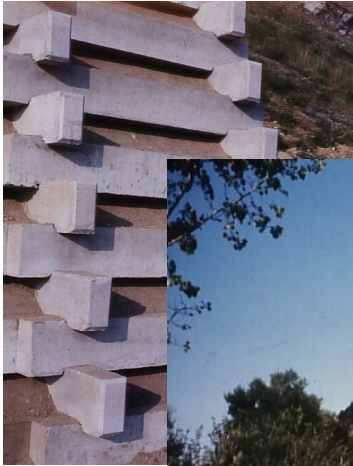
Exemple de mur poids en béton



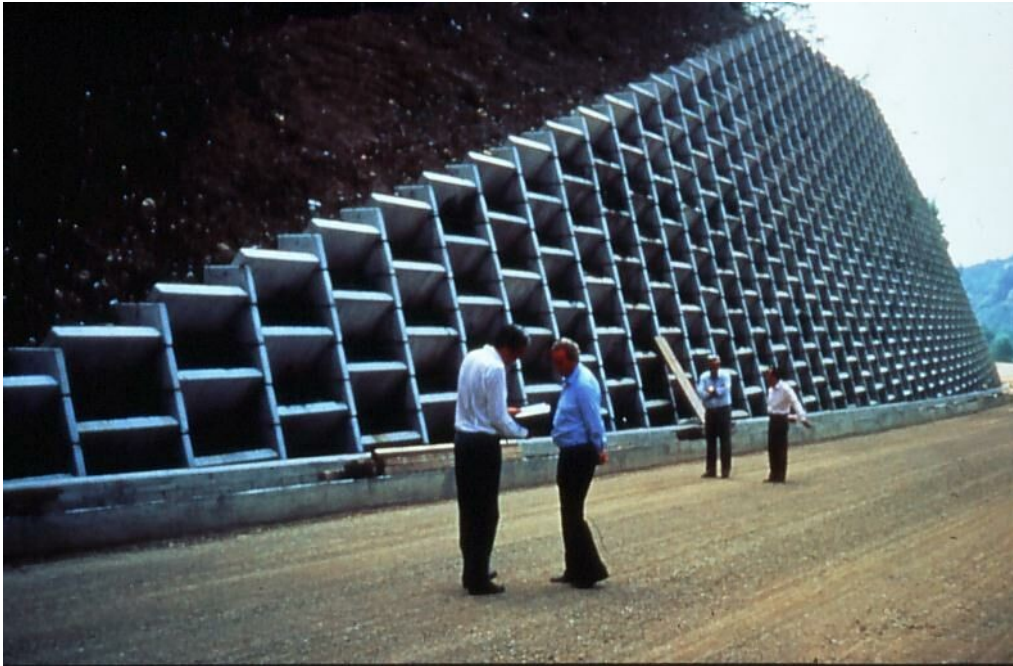
Mur formé de gabions c'est-à-dire de cubes grillagés remplis de blocs de carrière ou de blocs d'alluvions. Ils réalisent un massif de butée autodrainant, en pied de glissement (de même que les massifs de butée en enrochements).

A l'origine, le gabion est un cylindre en tressage de branches que l'on remplissait de terre et utilisait dans les fortifications.



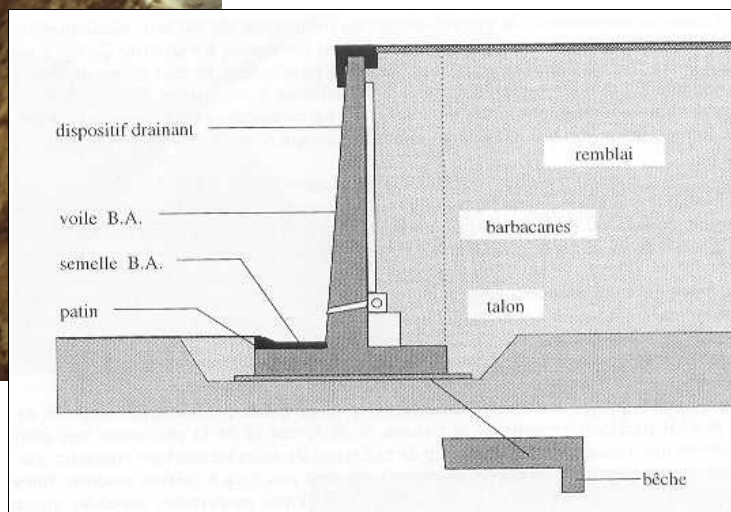
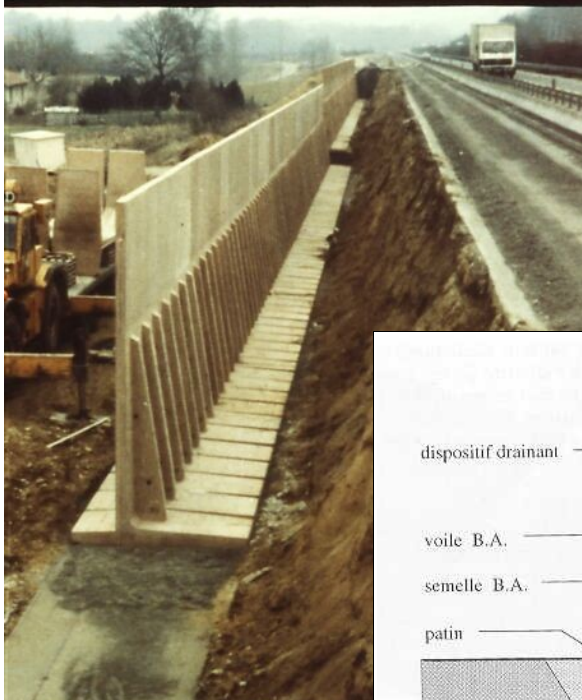


Murs  
constitués  
d'éléments  
préfabriqués



## 2.2. Murs en béton armé ou mur cantilever

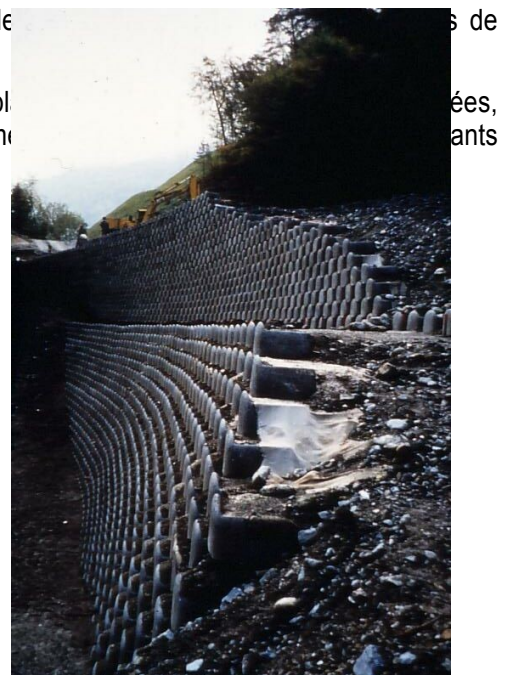
Les murs en béton armé sont probablement le type d'ouvrage de soutènement le plus couramment employé.



## 2.3. Massifs en sol renforcé

La principale caractéristique de ces ouvrages est que c'est le renforcement qui participe directement à la stabilité.

Ces ouvrages sont constitués d'un massif de remblai mis en place entre lesquelles sont disposés des éléments de renforcement (géotextiles par exemple), généralement reliés à un parement.



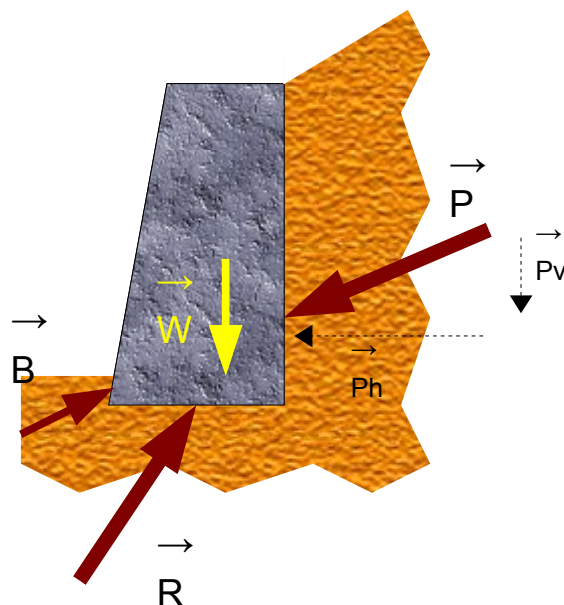
### 3. Dimensionnement des ouvrages de soutènement

Le dimensionnement d'un ouvrage de soutènement consiste à déterminer les éléments géométriques et structuraux afin qu'il soit stable sous l'action des forces qui lui sont appliquées et notamment de la poussée des terres qu'il retient.

La plupart des méthodes de dimensionnement reposent sur des **calculs à la rupture** avec prise en compte de coefficients de sécurité. C'est le cas en particulier pour les ouvrages « rigides » (murs poids, murs en béton armé).

Dans le cas des parois souples (rideaux de palplanches, parois moulées,...) il est courant de dimensionner l'ouvrage par un calcul en déformation. Les méthodes correspondant à ce deuxième cas ne sont pas l'objet de ce document. Elles seront développées dans le cadre du cours consacré aux rideaux de palplanches.

#### 3.1. Efforts qui s'appliquent sur un ouvrage



On raisonne dans le cas général schématisé ci-dessus. Les forces agissant sur le mur sont :

- **W** : poids propre du mur dont le point d'application est le centre de gravité de celui-ci,
- **P** : résultante des forces de poussée des terres
- **B** : résultante des forces de butée côté aval (en général, ce terme est négligé par sécurité)
- **R** : réaction du sol d'assise

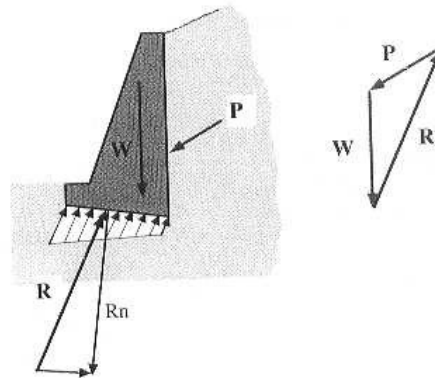
A ces forces peuvent également s'ajouter :

- Les résultantes des forces hydrostatiques sur les parements amont et aval et sous la semelle en cas de présence d'une nappe au repos,
- Les résultantes des forces d'écoulement en cas de présence d'une nappe en mouvement,
- Des forces concentrées en certains points (tirants d'ancrage par exemple).

## 3.2. Modélisation des ouvrages présentés

### 3.2.1. Mur poids

Les murs poids résistent à la poussée des terres par leur poids. La structure est considérée rigide indéformable.

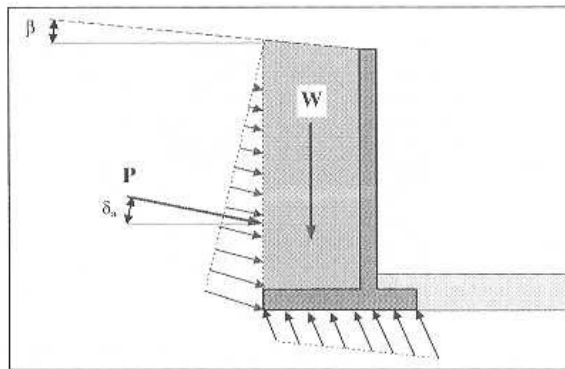


### 3.2.2. Murs en béton armé ou mur cantilever

Ces murs ont la forme indiquée ci-dessous. La poussée des terres s'applique sur la partie AB. La zone de zone comprise dans le triangle ABO est une zone dite de « coin mort ». Cette zone n'entre pas en déplacement et participe à la résistance du mur par le poids qu'elle exerce sur la semelle du mur.

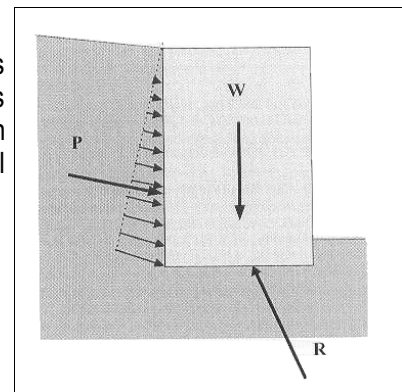
Le calcul d'un tel mur se fait en supposant que le coin mort de sol fait partie intégrante du mur. On détermine alors la force de poussée  $F_a$  qui s'exerce sur l'interface entre le sol et le coin mort.

Deux modèles de coins mort sont utilisés. Le second modèle simplifié est le plus utilisé en pratique.



### 3.2.3. Murs en terre armée

La modélisation de la stabilité externe de ces murs ne diffère pas, dans son principe, de celle des ouvrages de soutènement les plus classiques, du type murs poids poids ou murs en béton armé. On considère que la poussée des terres s'exerce sur le massif de sol renforcé.





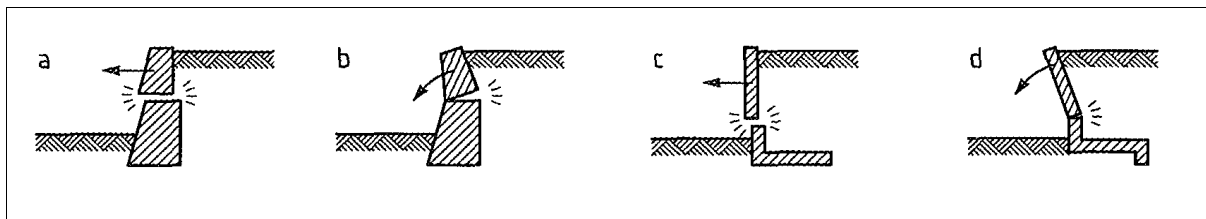
### 3.3. Justification de la stabilité

La stabilité d'un ouvrage de soutènement doit être étudiée à l'état limite ultime.

Plusieurs modes de rupture doivent être envisagés. La vérification doit être conduite pour chacun d'entre eux.

Parmi les modes de rupture possibles, on distingue la stabilité interne (rupture des éléments constitutifs de l'ouvrage sous l'action des forces extérieures) de la stabilité externe (renversement, instabilité d'ensemble, poinçonnement, glissement).

#### 3.3.1. Stabilité interne

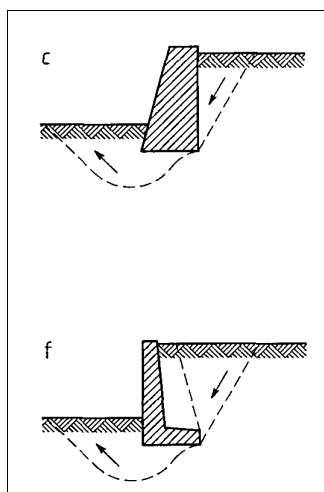
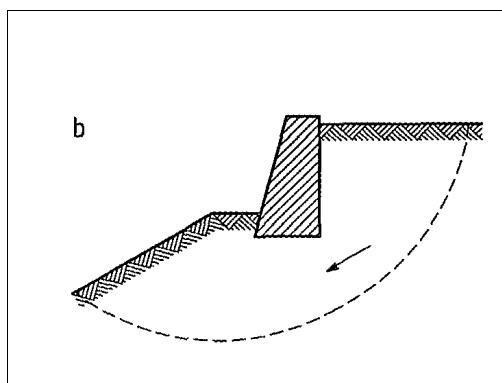


L'étude de la stabilité interne est propre à **chaque type d'ouvrage**. C'est la résistance propre de la structure, qu'il y a lieu de vérifier vis-à-vis des efforts (et déplacements) qui la sollicitent. Dans le cas des murs poids, cette étude relève des calculs classiques de béton. Pour les murs en béton armé (ou murs cantilever), la stabilité interne se vérifie par un calcul de béton armé.

#### 3.3.2. Stabilité externe

##### Stabilité d'ensemble

Il s'agit de la stabilité d'ensemble de l'ouvrage relative à une zone plus étendue de part et d'autre de celui-ci, et susceptible d'entrer en mouvement en l'absence même de toute défaillance de la structure considérée. Celle-ci est, toutefois, la cause initiatrice de ce mouvement d'ensemble, en raison des travaux de déblai ou de remblai qu'impose sa construction. Cette étude relève du domaine de la **stabilité des pentes**.



##### Stabilité au poinçonnement

La stabilité au poinçonnement consiste à vérifier que l'on se trouve suffisamment loin des conditions de rupture du sol de fondation.

Dans son principe, sa justification consiste à vérifier que la contrainte normale appliquée au sol de fondation reste inférieure à une fraction de la contrainte de rupture du sol.

Cette justification relève du **calcul des fondations** qui n'est pas l'objet de ce cours.

### Stabilité au glissement

Cette justification consiste à vérifier que l'ouvrage ne glisse pas sur sa base. On vérifie que le rapport entre les forces résistantes et les forces motrices est supérieur à un coefficient de sécurité généralement pris égal à 1,5. La nature du matériau en contact avec le sol aura une influence sur le glissement par l'intermédiaire de l'angle de frottement sol-mur.

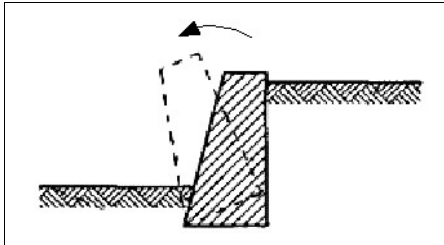
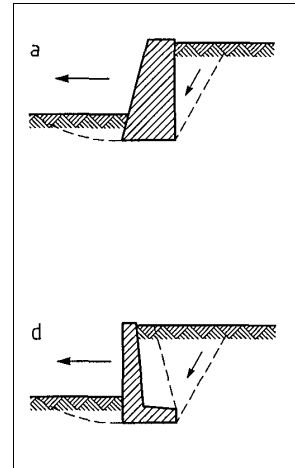
Avec les notations précédentes et pour un sol de caractéristiques  $(c', \varphi')$ , la vérification de la résistance au glissement s'écrit :

$$F = \{ (W + P_v). \operatorname{tg} \delta + c.B \} / Ph > 1,5$$

où :

$\delta$  : angle de frottement sol-mur (pour un mur en béton on prend généralement  $\delta = 2/3.\varphi'$ )

B : largeur de la fondation



### Stabilité au renversement

Cette justification est basée sur une hypothèse de rupture possible du mur par renversement de celui-ci autour de l'arête inférieure aval de sa fondation.

La justification consiste à s'assurer que :

$$\text{somme des momoents résistants} / \text{somme des moments moteurs} > 1,5$$

- Les moments résistants sont induits par :
  - ▶ l'action du poids propre de l'ouvrage ou éventuellement celle du volume de sol qui charge sa fondation.
  - ▶ L'action de la butée, bien que participant à la résistance au renversement est négligée par sécurité.
- Les moments moteur sont ceux induits par :
  - ▶ la poussée des terres
  - ▶ éventuellement l'action de l'eau si celle-ci est retenue par l'ouvrage.

Rq : pour les murs poids, il existe une règle qui consiste à vérifier que la résultante des efforts reste dans le tiers central, c'est à dire que le sol est entièrement comprimé sous la semelle.

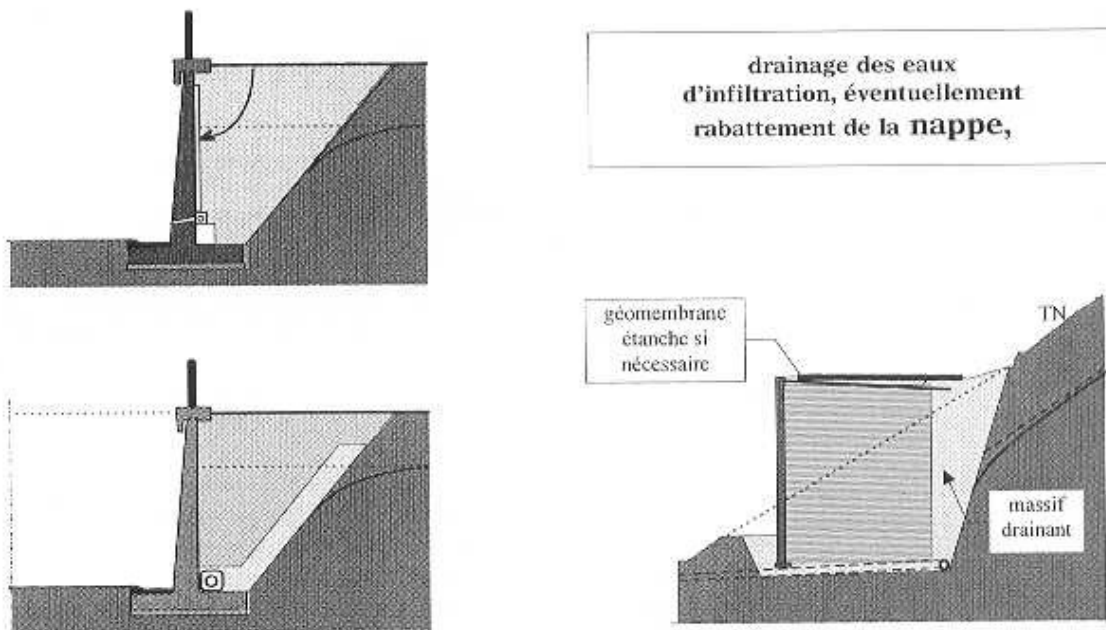
### 3.3.3. Rôle de l'eau : stabilité à court terme et stabilité à long terme

La présence d'eau dans le sol conduit à envisager deux types de comportement : le comportement à court terme (non drainé) et le comportement à long terme (drainé). (voir annexe page 21).

En présence d'eau, la vérification de la stabilité des ouvrages de soutènement doit donc nécessairement être conduite à la fois à court terme et à long terme.

Plus généralement, la présence d'eau derrière un ouvrage de soutènement, qu'il s'agisse d'eau d'infiltration ou d'une véritable nappe, est pratiquement toujours une situation défavorable. Les pressions hydrostatiques exercées sur la structure sont généralement très pénalisantes vis-à-vis du dimensionnement et presque toujours cause de désordres lorsqu'elles n'ont pas été appréciées correctement.

Pour s'affranchir de ces difficultés, lorsque cela est possible, un système de drainage efficace et pérenne est mis en place derrière l'ouvrage. Il permet de garantir, en particulier, que la situation de « mise en charge » de celui-ci ne puisse se produire. Ces dispositions sont à prévoir même en l'absence de nappe derrière l'ouvrage. Dans ce cas, un dispositif constitué simplement de barbacanes peut suffire.

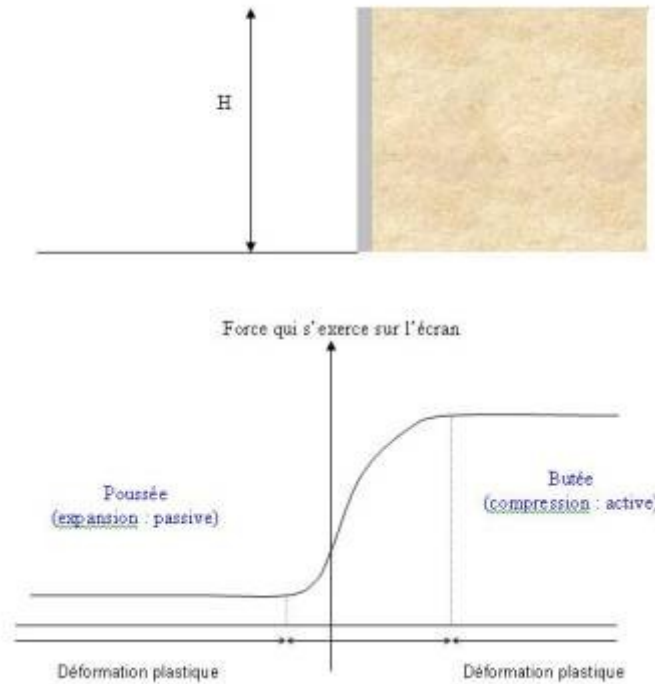


### 3.4. Calcul des efforts de poussée-butée

Il existe plusieurs méthodes pour calculer les efforts de Poussée-Butée. Les principales sont présentée dans ce chapitre par ordre chronologique après un rappel de la notion de Poussée-butée.

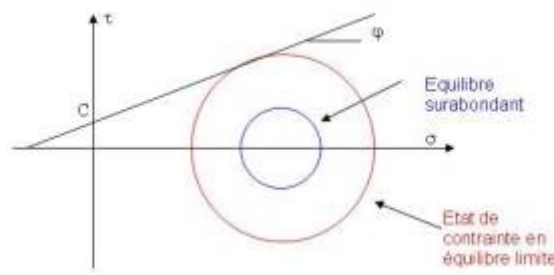
#### 3.4.1. Equilibre de Poussée-butée

Les sollicitations dites de poussée et de butée se rencontrent dans tous les cas où un ouvrage comprend une surface subverticale en contact avec le sol. C'est typiquement le cas des écrans de soutènement par exemple.



Si l'on déplace un mur par rapport au sol, dans un sens ou dans l'autre, on observe que pour un certain déplacement, le massif va se rompre. Selon le sens de ce déplacement, cet équilibre est différent. On parle alors d'**équilibre limite de poussée ou de butée**.

On dit qu'un milieu semi-infini est en équilibre limite, si en tout point du milieu le cercle de Mohr des contraintes est tangent aux droites de Coulomb, donc si le critère de plasticité est satisfait en tout point du milieu.



*Remarque : toute augmentation de la sollicitation entraîne la rupture par écoulement plastique.*

Si l'on imagine un déplacement horizontal dans le sens d'une décompression du massif : après un déplacement de l'ordre de  $h/1000$  ( $h$  hauteur du mur), le massif va atteindre la rupture. On appelle cette limite : **l'équilibre limite de poussée**.

Si l'on imagine un déplacement horizontal du mur dans le sens d'une compression du massif : après un déplacement de l'ordre de  $h/100$  (soit environ 10 fois plus que dans le cas précédent), le massif situé à droite du mur va atteindre la rupture. On appelle cette limite : **l'équilibre limite de butée**.

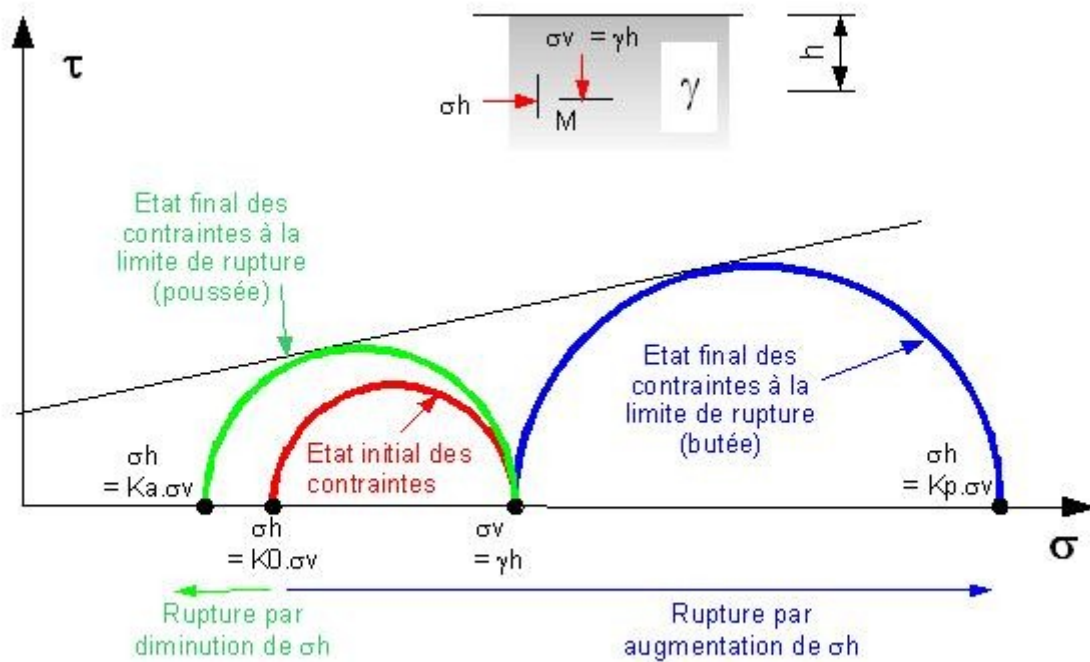
On s'intéresse à présent à l'état de contrainte dans le sol.

- **L'état initial** dans le massif est donné par le cercle d'extrémités ( $\sigma'_{vo}; \sigma'_{ho}$ )
- **Poussée** : à partir de l'état de repos, on diminue  $\sigma'_v$  en imposant une expansion, c'est-à-dire un relâchement du massif jusqu'à ce que le cercle atteigne la courbe intrinsèque.

$$\sigma'_h = K_a \sigma'_v \text{ en poussée}$$

- **Butée** : à partir de l'état de repos, la contrainte horizontale augmente jusqu'à atteindre la valeur limite maximale pour laquelle le cercle de Mohr tangente la droite de rupture.

$$\sigma'_h = K_p \sigma'_v \text{ en butée}$$



On appelle « a » pour « actif » et « p » pour « passif », ces termes se référant à « l'action » du sol.  
Remarque :  $K_a \cdot K_p = 1$  si  $C=0$

D'une manière générale, le calcul de la force de poussée ou de butée doit tenir compte de l'amplitude et de la direction du mouvement relatif de l'ouvrage par rapport au sol

### 3.4.2. Méthode de Coulomb

Charles Augustin Coulomb (1736 - 1806) a été d'abord un ingénieur du génie militaire avant de devenir plus tard un physicien encore plus célèbre par ses mémoires sur l'électricité et le magnétisme entre 1785 et 1791. Son premier ouvrage important fut, en tant que " Lieutenant en Premier du Génie ", la construction de 1764 à 1772 à la Martinique du fort Bourbon. A son retour en métropole en 1773 il publie à l'Académie des Sciences un important mémoire de mécanique appliquée intitulé :

*Sur une application des règles de Maximis & Minimis à quelques Problèmes de Statique, relatifs à l'Architecture. (Par M. COULOMB, Ingénieur du Roi).*

La méthode de Coulomb permet de déterminer les forces de poussée et de butée limites s'exerçant derrière un écran ou un mur quelconque sans considérations de l'état de contrainte s'exerçant dans le sol derrière le mur.

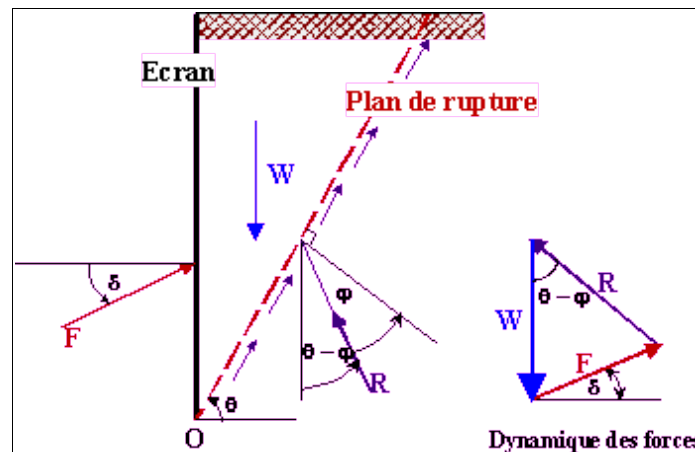
Elle repose sur les hypothèses suivantes :

- sol semi-infini, homogène, isotrope,
- condition de déformation plane,
- courbe intrinsèque de MOHR-COULOMB,
- massif à surface libre plane,

**COULOMB suppose que la surface de rupture est plane (coin de Coulomb).**

#### Calcul de la force de poussée

Soit un écran vertical de hauteur  $H$  soutenant un massif de sol sans cohésion avec un terre-plein horizontal :



- On suppose que la surface de rupture potentielle est un plan (coin de Coulomb) passant par le pied de l'écran et faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale.
- On fait l'hypothèse que la contrainte de cisaillement  $\tau = \sigma' \operatorname{tg}\phi$  (sol sans cohésion) est complètement mobilisée le long de ce plan. Le coin de Coulomb se comporte de façon rigide-plastique, ce qui n'est pas le cas généralement surtout si l'écran est de grande hauteur.
- La réaction totale du sol  $R$  sur lequel glisse le coin de Coulomb est inclinée de l'angle  $\phi$  sur la normale au plan de rupture.
- La force  $F = -P$  (poussée du sol) est inclinée de  $\delta$  sur la normale à l'écran.  $\delta$  est supposée connue.
- Le principe consiste simplement à écrire l'équilibre des forces qui s'appliquent sur le coin de sol ( $R$ ,  $W$  et  $F = -P$  ;

$W$  est le poids du mur et  $F$  est l'opposé de la force de poussée qu'exerce le sol sur le mur.

- On détermine ainsi  $F$  en fonction de l'angle  $\theta$ .

- La méthode de Coulomb consiste à prendre le maximum de  $F(\theta)$  (Maximis) pour calculer la poussée, ce serait le contraire pour la butée (Minimis).

En application de la méthode de Coulomb, on calcule la poussée en supposant que  $\delta = 0$ .

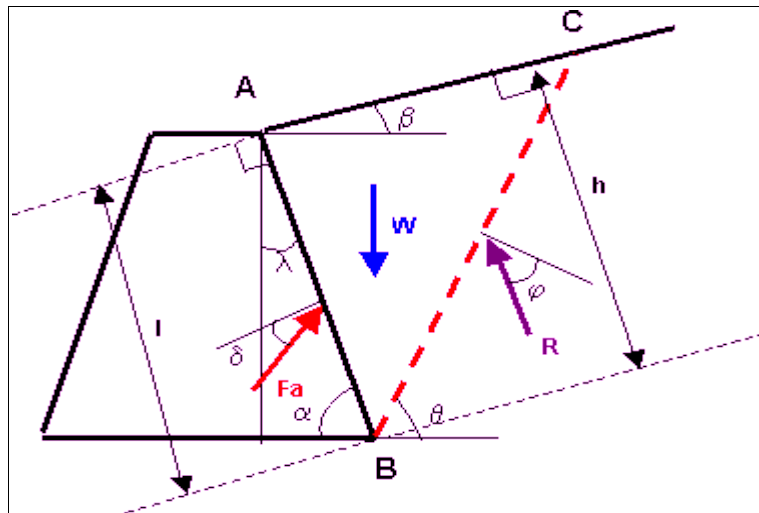
Le maximum de  $F$  est donné pour  $\theta = \pi/4 + \varphi/2$

$$F_a = 1/2 \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot \text{tg}^2 (\pi/4 - \varphi/2)$$

et  $K_a = \text{tg}^2 (\pi/4 - \varphi/2)$

Poncelet a généralisé la méthode de Coulomb à un écran incliné de  $\lambda$  et à un sol surmonté d'un talus d'angle  $\beta$ . Par la même procédure, on détermine le coefficient de poussée  $K_a$ .

avec  $\delta$ ,  $\lambda$  et  $\beta$  positifs dans le sens trigonométrique.



$$K_a = \frac{\sin^2(\alpha + \varphi)}{(\sin^2 \alpha)(\sin(\alpha - \delta)) \left[ 1 + \frac{(\sin(\varphi + \delta)(\sin(\varphi - \beta))}{(\sin(\alpha - \delta)(\sin(\alpha + \beta))} \right]^2}$$

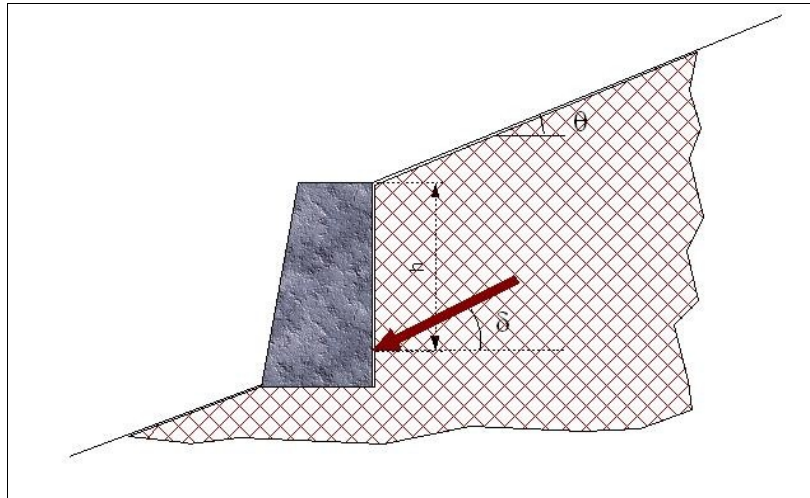
et  $F_a = 1/2 \cdot K_a \cdot \gamma \cdot h^2$

**Remarques :**

- La méthode de Coulomb, qui suppose des plans de rupture, n'est pas applicable dans le cas de la butée pour laquelle les surfaces de rupture ne peuvent être assimilées à des plans.
- La méthode de Coulomb donne des résultats acceptables pour le calcul de la poussée de sols sans cohésion, spécialement si  $\delta$ ,  $\lambda$  et  $\beta$  sont positifs. Par contre elle n'indique pas la répartition des contraintes le long de l'écran. La méthode de Coulomb ne permet donc pas de déterminer le point d'application de la force  $F_a$ .

### 3.4.3. Méthode de Rankine

#### Hypothèses



La méthode de Rankine consiste à calculer les forces de poussée et de butée à partir d'une approximation de l'état des contraintes dans le sol au contact de l'écran.

La poussée est homogène à une **contrainte**, inclinée de  $\delta = \theta$  à une profondeur donnée  $h$  sur un écran vertical avec une surface libre du terrain inclinée de  $\theta$ . Le calcul de la force de poussée ou de butée s'effectue par intégration des contraintes sur la hauteur du mur.

L'inconvénient est que cette méthode on impose la **direction de la contrainte** qui s'exerce sur le mur en tout point du mur et qu'on ne tient pas compte du frottement entre le sol et le mur. Les contraintes de poussée et de butée qui s'exercent sur le mur sont, pour un sol pulvérulent :

$$\sigma'_a = K_a \cdot \sigma'_v$$

$$\sigma'_p = K_p \cdot \sigma'_v$$

$K_a$  et  $K_p$  s'appliquent sur les les contraintes effectives.

Ces contraintes sont inclinées de  $\delta = \theta$  par rapport à l'horizontale.

#### Cas particuliers

- Pour un milieu pulvérulent ( $c'=0, \varphi'$ ), dans le cas d'une surface libre horizontale :

$$\sigma'_h = K_a \cdot \sigma'_v$$

avec coefficient de poussée :  $K_a = \text{tg}^2 (\pi/4 - \varphi/2)$

$$\sigma'_h = K_p \cdot \sigma'_v$$

avec coefficient de butée :  $K_p = \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)$

Dans le cas d'un massif incliné, on a  $K_a = f(\theta, \varphi)$  et  $K_p = g(\theta, \varphi)$

- Prise en compte de la cohésion :

Le théorème des états correspondants permet de prendre en compte la cohésion.

Dans le cas d'un massif à surface horizontale, les contraintes de poussée et de butée sont alors :

$$\sigma'_a = K_a \cdot \sigma'_v - 2c' \cdot K_a^{(1/2)}$$

$$\sigma'_p = K_p \cdot \sigma'_v + 2c' \cdot K_p^{(1/2)}$$

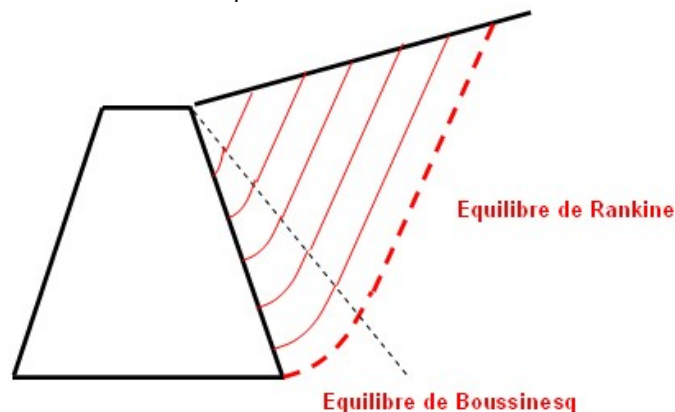


### 3.4.4. Théorie de Boussinesq

La théorie de Rankine ne permet pas de prendre en compte le frottement qui existe entre le sol et le mur. Ainsi, par exemple dans le cas d'un massif à surface horizontale et d'un mur à paroi verticale, la théorie de Rankine suppose que le frottement entre le mur et le sol est nul, ce qui suppose que le mur est parfaitement lisse.

BOUSSINESQ (1882) a amélioré la théorie de RANKINE en prenant en compte l'**interaction réelle** entre le sol et l'écran, c'est-à-dire en choisissant la valeur de l'angle de frottement  $\delta$  sol-écran. Les contraintes appliquées sur le mur de soutènement sont donc inclinées d'un angle  $\delta$  par rapport à la normale à l'écran.

Dans cet équilibre, BOUSSINESQ considère une première zone où on a l'équilibre de RANKINE se raccordant à une seconde zone où il tient compte des conditions aux limites sur l'écran.



Si BOUSSINESQ avait bien posé le problème, il n'a été résolu qu'en 1948 par **CAQUOT** et **KERISEL**.

Les résultats sont fournis dans les **tables de Caquot, Kérisel et Absi** qui donnent les coefficients de poussée et de butée du sol (pesant) purement frottant :  $K_a$  et  $K_p$

### 3.4.5. Frottement sol-mur

L'angle de frottement  $\delta$  entre le sol et l'écran dépend pour sa valeur de la rugosité de l'écran par rapport aux particules de sol et pour son signe du sens du déplacement relatif entre le sol et l'écran. En l'absence de déplacement entre le sol et l'écran  $\delta = 0$ .

Il dépend donc à la fois de la rugosité du parement et de l'angle de frottement interne  $\varphi$  du sol.

En première approximation on peut déterminer cet angle de frottement en fonction de l'état de surface du parement. Dans les cas courants de murs rugueux en béton ou en maçonnerie, la valeur de  $2/3 \cdot \varphi$  de est celle à retenir.

# 4. Annexes

## 4.1. Rappels sur le comportement des sols

### 4.1.1. Le sol est un matériau polyphasique

On considère généralement qu'un sol est constitué de 3 phases :

- Une phase solide

Cette phase, aussi appelée **squelette**, est constituée des particules de sols. Entre ces particules, se trouvent des vides (interstices ou pores) de taille plus ou moins importante.

Les particules de sols peuvent être :

- ▶ minérales non argileuses. Elles sont le résultat de la désagrégation mécanique d'une roche sous forme de grains. (sables)
- ▶ minérales argileuses. Elles sont le résultat d'une dégradation chimique d'une roche. Ces particules se présentent sous forme de plaquettes ou feuillets.
- ▶ Organiques (restes de végétaux par exemple)
- ▶ Autres (fragments de coquillages par exemple)

- Une phase liquide

Il s'agit généralement d'eau avec d'éventuels solutés.

On distingue généralement l'eau libre qui circule librement dans les interstices de l'eau liée (ou adsorbée) qui est attachée par liaison moléculaire à la particule de sol. (Attention : L'eau adsorbée est comptée dans la phase solide).

- Une phase gazeuse

Elle est généralement constituée d'air et de vapeur d'eau. On peut également rencontrer d'autres gaz comme par exemple du méthane dans les sols d'origine organique.

En mécanique des sols, **on travaillera généralement dans le cas particulier d'un milieu biphasique** c'est à dire que l'une des deux phases liquide ou gazeuse n'existe pas. Sols secs ou sols saturés.

### 4.1.2. Contraintes et déformations dans les sols

#### Notions de facettes et de contrainte

On imagine une coupure suivant une surface  $S$  dans un milieu continu. Pour maintenir l'équilibre, il faut assurer une force  $F$  sur cette surface.

Si  $S$  tend vers  $dS$  alors  $F$  tend vers  $dF$ .

On définit  $\sigma = \lim_{dS \rightarrow 0} dF/dS$  : c'est le **vecteur contrainte**

$$dS \rightarrow 0$$

Sur la **facette**  $dS$ , on décompose  $\sigma = \sigma_n + \tau$  qui représentent les contraintes **normale** et **tangentielle** (ou de **cisaillement**)

L'état de contrainte en un point  $M$  d'un milieu continu est complètement défini par le tenseur des contraintes.

Tenseur des contraintes :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Dans le repère orthonormé, le vecteur contrainte s'exprime par :

$$\vec{\sigma} = (\sigma_{ij}) e_{ij}$$

Le vecteur contrainte s'exerçant sur un plan  $\pi$  passant par un point M, plan repéré par les cosinus directeurs de sa normale n, est égal à :

$$\vec{\sigma}_n = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}$$

Ce vecteur peut être représenté par ses projections sur la normale n (contrainte normale) et sur le plan  $\pi$  (contrainte tangentielle)

### Convention de signe

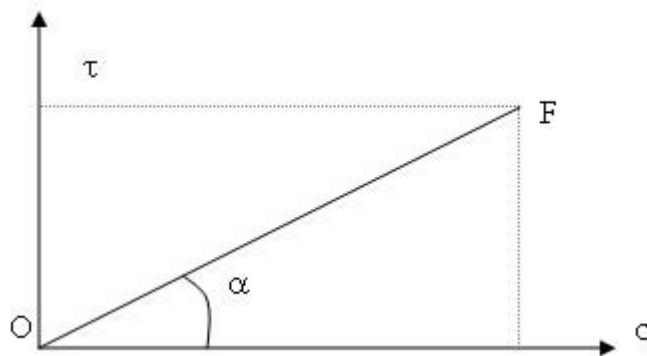
A la différence de la mécanique des milieux continus, en mécanique des sols, une contrainte de compression est exprimée positivement.

- Contraintes positives en compression
- Déformations positives en compression
- Composantes tangentielles : idem MMC ( $> 0$  si  $+90^\circ$  / normale sortante à la facette)

### Représentation de Mohr

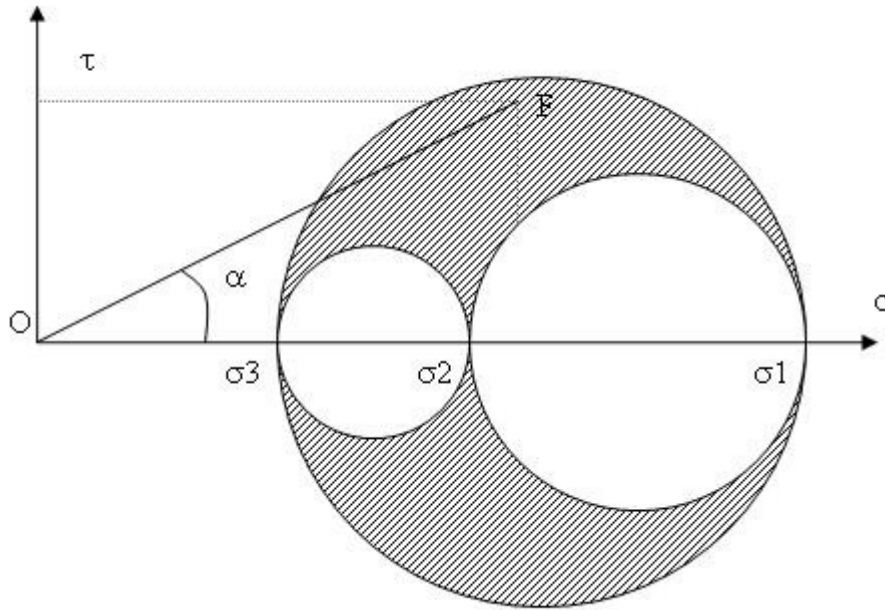
La représentation dite de Mohr est très utilisée en mécanique des sols. Cette représentation est équivalente à la donnée du tenseur des contraintes à six composantes.

On représente les variations de  $\sigma$  et  $\tau$  quand le plan  $\pi$  tourne autour du point M.



Le point F de coordonnées  $(\sigma, \tau)$  est tel que  $OF = f$  et l'angle  $(O\sigma, OF)$  est égal à l'angle  $\alpha$  du vecteur contrainte f avec la normale n au plan  $\pi$ .

Lorsque le plan  $\pi$  balaie l'ensemble des orientations possibles autour du point M, le point F se déplace dans la zone hachurée de la figure suivante ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  sont les contraintes principales) :



Le plus grand de ces cercle est appelé cercle de Mohr. Ainsi, chaque état de contrainte peut être représenté par un cercle.

### Contraintes totales et contraintes effectives

Pour les sols saturés, on définit le comportement d'un sol par trois champs de contraintes :

- **Le champ de contraintes totales  $\sigma$** . On considère pour le définir que le sol est monophasé c'est à dire qu'il n'est constitué que d'un seul composant « sol » qui regroupe l'ensemble des composants réels. Ce champ de contrainte vérifie les équations d'équilibre.
- **Le champ des pressions interstitielles  $u$** . C'est un tenseur isotrope qui représente l'état de la pression de l'eau dans l'espace des pores.  $u = \rho_w g d_w$ .
- **Le champ des pressions effectives  $s'$**  défini de la façon suivante :  $\sigma' = \sigma - u$ . Ce champ de contrainte représente les contraintes intergranulaires (comportement mécanique du squelette).

### Contrainte horizontale :

Les équations d'équilibre ne permettent pas de calculer les contraintes horizontales dans le massif.

L'expérience montre une proportionnalité entre les **contraintes effectives** horizontales et verticales. Le rapport entre la contrainte effective horizontale et la contrainte effective verticale est appelé **coefficient des terres au repos**. Il est noté  $K_0$ .

$$K_0 = \sigma'_h / \sigma'_v.$$

$K_0 \neq 0,5$  ou, Pour les sables, on peut utiliser la formule empirique de e Jaky :  **$K_0 = 1 - \sin \phi'$**

Exemple : calcul de la contrainte sous plusieurs couches de sol.

Pour  $n$  couches de terrain d'épaisseur  $d$  et de masse volumique  $\rho$ ,

$$\sigma_v = \sum \rho_i g d_i$$

### 4.1.3. Résistance et rupture d'un sol

La rupture d'un échantillon de sol s'apprécie d'après les déformations observées. Deux principaux modes de rupture sont observés : les ruptures par glissement sur une surface et les ruptures par plastification et écoulement d'une masse de sol. La résistance à la rupture d'un sol est habituellement appelée résistance au cisaillement.

#### Types de comportement des sols

On observe 3 grands types de comportement des sols :

- Le comportement élastique (généralement linéaire dans une certaine plage de déformations). Ce comportement se caractérise par des déformations réversibles.
- Le comportement visqueux pour lequel la contrainte dépend de la déformation et de la vitesse de déformation (donc du temps).
- Le comportement plastique pour lequel un incrément de déformation n'accroît plus la contrainte. La diminution des déformations se fait jusqu'à une valeur résiduelle non nulle. Le sol est en plasticité s'il vérifie le critère de Coulomb défini par deux paramètres : angle de frottement  $\varphi$  (°) et cohésion  $c$  (kPa).

Le schéma rigide parfaitement plastique est l'un des modèles rhéologiques le plus utilisé en géotechnique. L'adoption d'un tel modèle de comportement implique que **l'état de rupture existe simultanément en tout point du milieu**, ce qui n'est pas le cas réel. Toutefois, ce schéma est souvent utilisé par commodité.

La rupture d'un sol s'apprécie d'après les déformations observées. La résistance dépend de la nature, de l'état du sol, des efforts appliqués.

#### Comportement drainé et non drainé d'un sol

Dans les sols saturés, cette résistance est liée uniquement au squelette solide du sol, puisque l'eau interstitielle n'offre aucune résistance aux efforts de cisaillement ou de distorsion. Elle ne dépend, de ce fait, que des contraintes effectives qui s'exercent aux points de contact des particules solides. Elle est donc directement influencée par les conditions d'application de ces efforts, conditions qui commandent la répartition des contraintes totales appliquées entre les phases liquides (pression interstitielle) et solide (contrainte effective) du sol, selon le principe de Terzaghi :

$$\sigma = \sigma' + u$$

$$\tau = \tau'$$

On distingue de ce point de vue deux types de comportement du sol :

- - Le comportement drainé
- - Le comportement non drainé

#### Comportement drainé

Le comportement est de type drainé lorsque l'application de l'effort vérifie l'une des conditions suivantes :

1. Elle est lente compte tenu de la perméabilité du sol et de la longueur du chemin de drainage pour n'induire à aucun moment de surpression interstitielle importante.
2. Elle a duré assez longtemps pour que les surpressions interstitielles éventuelles se soient dissipées au moment où l'on veut mesurer ou calculer le comportement du sol.

En l'absence d'eau, le sol a toujours un comportement de type **non drainé**.

Les caractéristiques de résistance au cisaillement du sol dans un comportement de type drainé sont appelées **caractéristiques drainées**. Elles sont **représentatives du squelette solide**.

### Comportement non drainé

A l'opposé, dans le comportement non drainé, le chargement est rapide, compte tenu de la perméabilité du sol, pour provoquer l'apparition de surpressions interstitielles qui ne peuvent se dissiper pendant la période considérée.

Les caractéristiques non drainées traduisent le **comportement global des deux phases solide et liquide** et n'ont de signification que tant que la proportion de ces phases n'est pas modifiée, c'est-à-dire tant qu'il n'y a pas de drainage.

#### Relation avec la nature du sol

1 - **Pour les sols fins**, peu perméables, on distinguera le comportement à court terme et le comportement à long terme.

- La perméabilité du sol est trop faible ou le chargement qui lui est appliquée est trop rapide (**calcul à court terme**). Ces sollicitations rapides entraînent des phénomènes de surpression interstitielle dans les pores du sol. Ces phénomènes rendent impossible de distinguer les contraintes intergranulaires ( $\sigma'$ ) et les pressions interstitielles ( $u$ ). Dans ce cas, on considère le sol (grains + eau) comme un matériau unique dans lequel règne le champ de contraintes totales  $\sigma$ .
- Pour modéliser ce comportement en laboratoire, on empêche l'eau de s'échapper du sol. Les essais sont donc des essais **non drainés**. Les caractéristiques que l'on détermine  $E, C, \phi, \dots$  sont donc notées avec la lettre  $u$  pour undrained.  $E_u, \dots$

Ex : pour un sol fin en présence d'eau :  $\phi_u \neq 0$  ;  $c = C_u$

- La perméabilité du sol est suffisamment grande ou le chargement qui lui est appliquée est suffisamment long (**calcul à long terme**). Les surpressions interstitielles qui étaient présentes dans le sol au moment du chargement ont eu le temps de se dissiper. Dans ce cas (sols grenus ou sols fins et chargement lent), les calculs pourront s'effectuer en dissociant les contraintes totales en contraintes effectives d'une part et pression interstitielle d'autre part.

Pour modéliser ce comportement en laboratoire, on réalise des essais en chargeant à vitesse lente et en laissant à l'eau le temps de sortir de l'échantillon. Ce sont des essais **drainés**. Les caractéristiques que l'on tire de ces essais sont notés avec un ' ( $c', E', \dots$ )

2 - **Pour les sols grenus ou pulvérulents**, la perméabilité est assez élevée pour que l'eau ait toujours la possibilité de s'écouler quelle que soit la vitesse de chargement. Il n'y a donc pas de distinction entre le court terme et le long terme. Les caractéristiques des sols grenus sont toujours des caractéristiques **drainées** (notées ').

Le comportement est toujours de type drainé pour les sols pulvérulents.

## Expression générale de la résistance au cisaillement

### Courbe intrinsèque

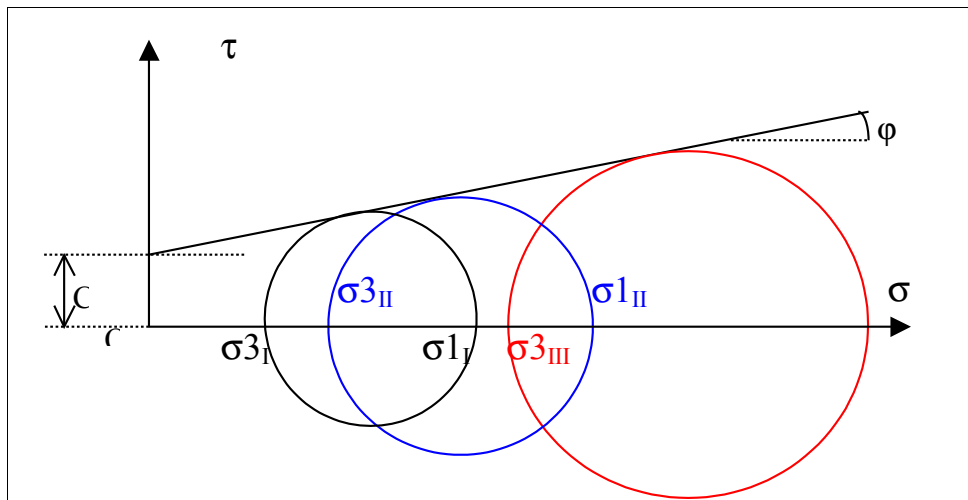
Si, pour un sol donné, on fait croître le déviateur des contraintes  $((\sigma_1 - \sigma_3) / 2)$  pour différentes valeurs de la contrainte moyenne  $((\sigma_1 + \sigma_3) / 2)$  et que l'on porte sur un plan de Mohr les cercles correspondants aux déviateurs appliqués juste avant la rupture, on constate que tous les cercles admettent une même enveloppe appelée courbe intrinsèque.

### Critère de Mohr-Coulomb

Pour les calculs de stabilité des ouvrages en géotechnique, la résistance au cisaillement des sols est classiquement représentée par la relation suivante entre les contraintes normale et tangentielle sur la surface de rupture :

$$\tau = c + \sigma \cdot \tan(\varphi)$$

Cette équation est celle de l'enveloppe des cercles de Mohr, dont on admet qu'elle est une droite (on assimile la courbe intrinsèque à une droite). Selon les cas, cette équation peut être décrite en contraintes totales ou en contraintes effectives.



### Détermination des caractéristiques à l'aide des essais de laboratoire

Les valeurs de  $C$  et  $\varphi$  dépendent des conditions d'essais (drainage, vitesse de chargement, consolidation...) trois grandes familles de paramètres peuvent être distinguées.

- $\varphi_{uu}$  et  $C_{uu}$  : Essais non consolidés non drainés. Si le sol est saturé ( $\varphi_{uu} \neq 0$ ). Ces caractéristiques servent à calculer le comportement des ouvrages à court terme.
- $\varphi_{cu}$  et  $C_{cu}$  : essais consolidés non drainés qui sont rapides, mais nécessitent la mesure de la pression interstitielle. Compte tenu du postulat de Terzaghi, on peut déterminer des propriétés des sols saturés en contraintes effectives.
- $\varphi_{cd}$  et  $C_{cd}$  : essais consolidés drainés. Ce sont des essais lents (d'autant plus que la perméabilité est faible). Ils conviennent pour des sols saturés ou non, de perméabilité assez élevée.

Ces paramètres peuvent être déterminés par des essais de laboratoire. Par exemple :

Essai triaxial : CU ; CU + u ; UU ; CD

Essai de cisaillement direct à la boîte

#### 4.1.4. **Hydraulique des sols**

L'eau joue un rôle déterminant dans les sols. On peut décomposer son action en deux :

- D'une part l'eau se déplace dans les pores. L'étude de ce déplacement fait l'objet de l'hydraulique des sols.
- D'autre part, l'eau exerce une pression sur la phase solide du sol et la déforme. Ces phénomènes, dits de consolidation, ne font pas l'objet du présent chapitre.

Pour étudier l'écoulement de l'eau dans le sol, nous ferons les hypothèses suivantes :

- ▶ L'eau interstitielle est incompressible
- ▶ La masse d'eau interstitielle se conserve. ( $\text{div } v = 0$ )
- ▶ Les contraintes totales et effectives ainsi que la pression de l'eau sont liées par la relation de Terzaghi.
- ▶ L'eau qui circule dans les grains présente de la viscosité
- ▶ Il est tenu compte de l'effet de la pesanteur
- ▶ Les mouvements sont permanents, c'est à dire que les vitesses de l'eau sont indépendantes du temps

##### **Vitesse d'écoulement**

Considérons une surface S traversée par de l'eau. L'enveloppe des trajectoires de l'eau forme un **tube de courant**.

On considère que les lignes de courant sont perpendiculaires à S.

Le débit q à travers la surface S est égal à  $q = \Delta V_w / \Delta t$  volume d'eau qui traverse S par unité de temps.

On appelle **vitesse d'écoulement** :  $v = q/S$

v représente la vitesse moyenne apparente de l'eau

##### **Charge hydraulique**

Dans l'eau en mouvement, on appelle charge hydraulique en un point M la quantité :

$$h = u / \gamma_w + z + v^2 / (2g)$$

u : pression de l'eau en un point M

v : vitesse de l'eau en un point M

z : cote au point M à partir d'un plan horizontal de référence

En mécanique des sols, le terme  $v^2 / (2g)$  est toujours très faible comparé aux autres termes et on le néglige.

Ainsi :  $h = u / \gamma_w + z$  (en mètres)

##### **Gradient hydraulique**

On appelle gradient hydraulique le vecteur i

$$\vec{i} = - \text{grad } h$$



### Loi de Darcy

La loi de Darcy est la loi fondamentale de l'hydraulique des sols. C'est une loi expérimentale qui exprime que la vitesse d'écoulement de l'eau et le gradient hydraulique sont proportionnels :

$$\vec{V} = k \cdot \vec{i}$$

Le coefficient  $k$  (en m/s) est appelé coefficient de perméabilité et il varie dans des proportions assez larges suivant la nature du sol.

Ainsi, en tout point  $M$ , le vecteur gradient hydraulique est tangent à la ligne de courant et il est orienté dans le même sens.

### Equation générale d'écoulement

La charge hydraulique satisfait à l'équation de Laplace :

$$\Delta h = 0$$

Les lignes sur lesquelles le potentiel est constant ( $h = \text{cste}$ ) sont appelées lignes équipotentielles. Elles forment avec les lignes de courant un réseau orthogonal.

### Forces d'écoulement

Dans un sol soumis à un écoulement d'eau, la perte de charge hydraulique est dissipée en frottement visqueux. Cette énergie dissipée en frottement crée sur les grains du sol, qui s'opposent à l'écoulement de l'eau, des forces dirigées dans le sens de l'écoulement.

$$\vec{f}_w = - \gamma_w \cdot \vec{\text{grad}} h$$

## 4.2. **Bibliographie**

- *Les ouvrages de soutènement t, guide de conception générale*. SETRA (1998).
- *SCHLOSSER (F.) Eléments de mécanique des sols*. Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées, (1988)
- *SCHLOSSER (F.) Murs de soutènement*. Techniques de l'ingénieur, traité construction.
- *SCHLOSSER (F.) Ouvrages de soutènement. Poussée et butée*. Techniques de l'ingénieur, traité construction.
- *ROBITAILLE (V.) et TREMBLAY (D.) Mécanique des sols, théorie et pratique*. Modulo (1997).
- *MAGNAN (J.P.) L'eau dans les sols*. Techniques de l'ingénieur, traité construction.