

INSTITUT GRAMME – UNITE CONSTRUCTION

Dr Ir P. BOERAEVE

Manuel de Calcul de Béton Armé

Selon EN 1992-1-1(12/2004) et Annexe Belge de 02/2006

MISE EN GARDE

Ce manuel est une compilation très partielle de l'EN-1992-1.1 (12/2004) et de l'annexe Belge (02/2006). Pour des renseignements plus complets, il est conseillé de se référer au texte original de ce code.

TABLE DES MATIERES

MISE EN GARDE	2
TABLE DES MATIERES	2
INTRODUCTION.....	4
1 UNITES	4
2 TEXTES NORMATIFS ASSOCIÉS	4
3 PROCEDURE GENERALE DE VERIFICATION	4
3.1 DALLE	4
3.2 POUTRE.....	4
3.3 COLONNE	5
4 DUREE D'UTILISATION DU PROJET	5
5 EXIGENCES DE DURABILITE	6
5.1 CLASSES INDICATIVES DE RESISTANCE POUR DURABILITE	6
5.2 CLASSES D'EXPOSITION.....	7
5.3 CALCUL DES ENROBAGES MINIMUM (C_{NOM})	8
6 ACTIONS (EC1-1-1)	9
6.1 CHARGES PERMANENTES	9
6.2 CHARGES D'EXPLOITATION	9
7 COMBINAISONS D'ACTIONS	10
8 COMBINAISONS DE CHARGES	11
9 ELEMENTS STRUCTURAUX	11
9.1 DEFINITIONS	11
10 SOLLICITATIONS M, N, V	11
10.1 POUTRES EN TE / LARGEUR PARTICIPANTE DE DALLE.....	11
10.2 PORTEE DE CALCUL	12
10.3 POUTRES ET DALLES CONTINUES : CALCUL DES MOMENTS ELASTIQUES	12
10.4 POUTRES ET DALLES CONTINUES : REDISTRIBUTION DES MOMENTS	12
10.5 DALLES PORTANT DANS DEUX SENS.....	12
10.5.1 Calcul des moments dans une dalle à partir d'un logiciel de calcul des structures.....	12
10.5.2 Abaques donnant les moments M_{max} et M_{min}	13
11 MATERIAUX.....	15
11.1 BETONS.....	15
11.1.1 Classes de résistance à la compression.....	15
11.1.2 Diagrammes contraintes-déformations	15
11.1.3 Caractéristiques mécaniques propres au béton.....	17
11.1.4 Dimension nominale maximale du granulat (D_{max}).....	17
11.1.5 Données complémentaires à spécifier lors de la commande du béton	17
11.1.6 Comment commander un béton en Belgique ?	18
11.2 ACIERS	19

12	VERIFICATION A L'ELU	19
12.1	FLEXION	19
12.1.1	Calcul de la hauteur utile	19
12.1.2	Configurations de calcul (poutre rectangulaire)	19
12.1.3	Vérification de section (M_{ED}, h, b, d, A_s connus)	20
12.1.4	Dimensionnement des armatures	20
12.1.5	Dimensionnement complet : formule de prédimensionnement rapide de la section et des armatures	21
12.1.6	Tables d'armatures	22
12.1.7	Dispositions constructives des armatures de flexion	24
12.2	ANCORAGE DES BARRES TENDUES	26
12.2.1	Valeurs de calcul de la contrainte d'adhérence f_{bd}	26
12.2.2	Méthode générale	27
12.2.3	Méthode simplifiée	29
12.3	EFFORT TRANCHANT	29
12.3.1	Procédure générale de vérification	29
12.3.2	Dalles sans armature d'effort tranchant	29
12.3.3	Poutres (dalles) avec armature d'effort tranchant	30
12.3.4	Dispositions constructives des étriers	31
12.3.5	Vérifications au droit des appuis d'extrémité	32
12.3.6	Cisaillement entre l'âme et les membrures des sections en T	32
12.4	ELEMENTS COMPRIMES ET FLECHIS	34
12.4.1	Diagramme d'interaction simplifié	34
12.4.2	Particularités	35
12.4.3	Excentricité minimale des charges axiales	35
12.4.4	Imperfections géométriques	35
12.4.5	Longueur efficace (longueur de flambement)	35
12.4.6	Non prise en compte du second ordre	36
12.4.7	Prise en compte du second ordre	36
12.5	DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES POUR LES POTEAUX	38
13	VERIFICATION A L'ELS	39
13.1	CONTROLE DES DEFORMATIONS (FLECHES) – CONDITION DE DISPENSE DU CALCUL RIGoureux	39
13.2	CONTRAINTES LIMITES	40
13.2.1	Calcul des contraintes	40
13.2.2	Dans le béton	40
13.2.3	Dans l'acier	40
13.3	CONTROLE DE FISSURATION	40
13.3.1	Sections minimales d'armatures pour maîtrise fissuration	41
13.3.2	Module de Young du béton pour charges quasi-permanentes	41
13.3.3	Maîtrise de la fissuration sans calcul direct	43
13.3.4	Calcul de l'ouverture des fissures	43
	ANNEXE A : LIGNES D'INFLUENCE	45
	ANNEXE B. FORMULAIRE POUR LE CALCUL DES FLECHES	51

INTRODUCTION

Les calculs de béton armé décrits dans ce manuel sont menés selon les Règles de l'Eurocode 2 (EN 1992-1-1 de décembre 2004). Ces règles appliquent des prescriptions issues de la théorie des États Limites (EC 2 Art. 2.2).

1 UNITES

1 N/mm² = 1 MPa

1 GPa = 1000 MPa = 1000 N/mm²

2 TEXTES NORMATIFS ASSOCIÉS

Eurocodes	N° CEN	Objet	Matériau	N° CEN
EC0	EN 1990	Bases de calcul des structures	Ciments	EN 197-1
EC1	EN 1991	Actions sur les structures	Granulats	EN 12620
EC2	EN 1992	Calcul des structures en béton	Eau	EN 1008
EC3	EN 1993	Calcul des structures en acier	Adjuvants	EN 934-2 à EN 934-6
EC4	EN 1994	Calcul des structures mixtes acier-béton	Bétons (fabrication')	EN 206-1
EC5	EN 1995	Calcul des structures en bois	Bétons (mise en oeuvre)	EN 13670
EC6	EN 1996	Calcul des structures en maçonnerie		
EC7	EN 1997	Calcul géotechniques		
EC8	EN 1998	Calculs para-sismiques		
EC9	EN 1999	Calcul des structures en aluminium		

3 PROCEDURE GENERALE DE VERIFICATION

3.1 DALLE

1 Déterminer la durée d'utilisation du projet
2 Etablir les exigences de durabilité et déterminer la résistance minimum du béton
3 Calculer l'enrobage minimum pour durabilité, adhérence et résistance au feu éventuelle
4 Identifier les actions agissant sur l'élément
5 Déterminer les combinaisons d'actions
6 Déterminer les dispositions de charge les plus défavorables (Lignes d'influence)
7 Analyser la dalle pour obtenir les moments(+ et -) et efforts tranchants critiques.
8 Calculer les armatures nécessaires pour assurer la résistance en flexion à l'ELU des sections critiques.
9 Contrôler ces armatures nécessaires par rapport aux écartements mini et maxi ainsi que par rapport aux sections d'armatures minimum et maximum
10 Contrôler à l'ELS les flèches (soit la condition de dispense, soit le calcul rigoureux)
11 Contrôler à l'ELS les contraintes.
12 Contrôler l'espacement des barres de flexion
13 Contrôler la résistance à l'effort tranchant à l'ELU des sections critiques
14 Si nécessaire dimensionner les étriers et vérifier leur espacement par rapport aux valeurs maxima et minima de l'EC
15 Vérifier les contraintes sur appui et dans les bielles comprimées arrivant sur appui.
16 Contrôler à l'ELS, la fissuration et l'état limite de vibration

3.2 POUTRE

Si la poutre est rectangulaire, la procédure est la même que pour les dalles.

Dans le cas d'une poutre solidaire d'une dalle, on envisage le comportement en **poutre en Té** (voir 10.1).

Dans ce cas, pour l'analyse de la poutre, celle-ci sera considérée avec la largeur collaborante de dalle correspondant aux travées. Les étapes 7 et suivantes deviennent alors

7 Analyser la poutre pour obtenir les moments(+ et -) et efforts tranchants critiques. Ce calcul se fait avec les largeurs collaborantes correspondant à une flexion positive (dalle comprimée lors de la flexion de la poutre)
8 Calculer les armatures nécessaires pour assurer la résistance en flexion à l'ELU des sections critiques. Ce calcul se fait avec la largeur collaborante correspondant à la section que l'on calcule.
9 Contrôler ces armatures nécessaires par rapport aux écartements minima ainsi que par rapport aux sections d'armatures minimum et maximum (flexion positive et négative)
10 Contrôler à l'ELS les flèches (soit la condition de dispense, soit le calcul rigoureux)
11 Contrôler à l'ELS les contraintes.
12 Contrôler l'espacement des barres de flexion
13 Contrôler la résistance à l'effort tranchant à l'ELU des sections critiques
14 Si nécessaire dimensionner les étriers et vérifier leur espacement par rapport aux valeurs maxima et minima de l'EC
15 Vérifier les contraintes sur appui et dans les bielles comprimées arrivant sur appui.
16 Contrôler à l'ELS, la fissuration et l'état limite de vibration

3.3 COLONNE

Les étapes concernant la vérification d'une colonne comprimée par un effort normal N_{ED} et fléchie par un moment M'_{ED} de premier ordre sont les suivantes:

1. Calculer l'excentricité de premier ordre $e_0 = \max(M'_{ED}/N_{ED}; h/30; 20 \text{ mm})$, h étant la hauteur de la section.
2. Déterminer la longueur de flambement l_0 de la colonne
3. Si colonne isolée dans une structures contreventée, calculer l'excentricité additionnelle $e_i = l_0/400$ pour couvrir les imperfections liées aux tolérances normales d'exécution (si structure non contreventée, voir EC2)
4. Le moment de premier ordre tenant compte des imperfections vaut : $M_{0ED} = N_{ED} \cdot (e_0 + e_i)$
5. Vérifier s'il faut prendre en compte le second ordre en calculant l'élançement et l'élançement limite λ_{lim}
6. Si le second ordre doit être pris en compte, calculer $M_{ED} = M_{0ED} + M_2 = M_{0ED} + N_{ED} \cdot e_2$ dû à l'effet du second ordre. Sinon, $M_{ED} = M_{0ED}$
7. Placer le point (M_{ED}, N_{ED}) dans le diagramme d'interaction et vérifier si la colonne se trouve dans la zone autorisée du diagramme

4 Durée d'utilisation du projet

La durée d'utilisation recommandée est reprise au tableau suivant (Annexe Belge) :

Tableau 2.1 ANB : Durées d'utilisation de projet

Catégorie d'utilisation de projet	Durée d'utilisation de projet prescrite (années)	Exemple ⁽²⁾
1	2 - 10	Structures provisoires ⁽¹⁾
2	10 - 25	Éléments structuraux remplaçables ⁽³⁾
3	15 - 30	Structures agricoles et similaires
4 : 4a 4b 4c	20 - 100 50 100	Cheminées, tours, mâts, silos et citernes Engins de levage (y compris ponts roulants), pipelines Immeubles : habitations, équipements collectifs, bureaux
5	100	Structures monumentales, ponts et ouvrages de génie civil

(1) Les structures ou parties de structures qui peuvent être démontées dans un but de réutilisation ne doivent normalement pas être considérées comme provisoires.

(2) Il s'agit des définitions des ouvrages au sens des Annexes A1 à A6 : A1 pour les bâtiments, etc. Au sens strict, l'EN 1990 n'est applicable ni à des éléments non structuraux, ni à des éléments constitués de matériaux non couverts par les EN 1992 à 1999 ou soumis à des actions non couvertes par les EN1991, ni à des ouvrages ou éléments existants en vue de projeter des réparations. Dans ces cas on peut toutefois s'inspirer de l'EN 1990 en la complétant là où nécessaire.

(3) Les éléments structuraux concernés doivent être facilement inspectables et leur mode de remplacement doit avoir été prévu, sinon la durée de vie de l'ensemble de la construction doit être appliquée.

a

Remarque : la tendance des bureaux d'études est de prendre une durée de 50 ans pour les immeubles.

5 Exigences de durabilité

5.1 Classes indicatives de résistance pour durabilité

Selon la classe d'exposition de l'ouvrage (voir tableau 4.1 de l'EC2), une classe de résistance minimale est conseillée par l'EC2 pour respecter une durabilité suffisante.

Tableau E.1N : Classes indicatives de résistance

Classes d'exposition selon le Tableau 4.1										
Corrosion										
	Corrosion induite par carbonatation				Corrosion induite par les chlorures			Corrosion induite par les chlorures de l'eau de mer		
	XC1	XC2	XC3	XC4	XD1	XD2	XD3	XS1	XS2	XS3
Classe indicative de résistance	C20/25	C25/30	C30/37		C30/37		C35/45	C30/37	C35/45	
Dommmages au béton										
	Aucun risque	Attaque par gel et dégel				Attaque chimique				
	X0	XF1	XF2	XF3	XA1	XA2	XA3			
Classe indicative de résistance	C12/15	C30/37	C25/30	C30/37	C30/37			C35/45		

XF4
C35/45

5.2 Classes d'exposition

Tableau 4.1 : Classes d'exposition en fonction des conditions d'environnement, conformément à l'EN 206-1

Désignation de la classe	Description de l'environnement :	Exemples informatifs illustrant le choix des classes d'exposition
1 Aucun risque de corrosion ni d'attaque		
X0	Béton non armé et sans pièces métalliques noyées : toutes expositions sauf en cas de gel/dégel, d'abrasion et d'attaque chimique Béton armé ou avec des pièces métalliques noyées : très sec	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est très faible
2 Corrosion induite par carbonatation		
XC1	Sec ou humide en permanence	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est faible Béton submergé en permanence dans de l'eau
XC2	Humide, rarement sec	Surfaces de béton soumises au contact à long terme de l'eau Un grand nombre de fondations
XC3	Humidité modérée	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est moyen ou élevé Béton extérieur abrité de la pluie
XC4	Alternativement humide et sec	Surfaces de béton soumises au contact de l'eau, mais n'entrant pas dans la classe d'exposition XC2
3 Corrosion induite par les chlorures		
XD1	Humidité modérée	Surfaces de béton exposées à des chlorures transportés par voie aérienne
XD2	Humide, rarement sec	Piscines Éléments en béton exposés à des eaux industrielles contenant des chlorures
XD3	Alternativement humide et sec	Éléments de ponts exposés à des projections contenant des chlorures Chaussées Dalles de parcs de stationnement de véhicules
4 Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer		
XS1	Exposé à l'air véhiculant du sel marin mais pas en contact direct avec l'eau de mer	Structures sur ou à proximité d'une côte
XS2	Immergé en permanence	Éléments de structures marines
XS3	Zones de marnage, zones soumises à des projections ou à des embruns	Éléments de structures marines
5. Attaque gel/dégel		
XF1	Saturation modérée en eau, sans agent de déverglaçage	Surfaces verticales de béton exposées à la pluie et au gel
XF2	Saturation modérée en eau, avec agents de déverglaçage	Surfaces verticales de béton des ouvrages routiers exposés au gel et à l'air véhiculant des agents de déverglaçage
XF3	Forte saturation en eau, sans agents de déverglaçage	Surfaces horizontales de béton exposées à la pluie et au gel
XF4	Forte saturation en eau, avec agents de déverglaçage ou eau de mer	Routes et tabliers de pont exposés aux agents de déverglaçage. Surfaces de béton verticales directement exposées aux projections d'agents de déverglaçage et au gel. Zones des structures marines soumises aux projections et exposées au gel
6. Attaques chimiques		
XA1	Environnement à faible agressivité chimique selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol
XA2	Environnement d'agressivité chimique modérée selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol
XA3	Environnement à forte agressivité chimique selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol

5.3 Calcul des enrobages minimum (c_{nom})

L'enrobage est la distance entre la surface de l'armature la plus proche de la surface du béton et cette dernière.

Un enrobage minimal doit être assuré afin de garantir :

- la bonne transmission des forces d'adhérence
- la protection de l'acier contre la corrosion (durabilité)
- une résistance au feu convenable (voir EN 1992-1-2).

$$c_{nom} = c_{min,dur} + 10\text{mm (tolérance)}$$

Note : les valeurs reprises au tableau 4.4N ne tiennent pas compte des impositions liées à la résistance au feu (voir EN 1992-1-2).

Tableau 4.4N : Valeurs de l'enrobage minimal $c_{min,dur}$ requis vis-à-vis de la durabilité dans le cas des armatures de béton armé conformes à l'EN 10080

Exigence environnementale pour $c_{min,dur}$ (mm)							
Classe Structurale	Classe d'exposition selon Tableau 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1 / XS1	XD2 / XS2	XD3 / XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

La Classe Structurale recommandée (durée d'utilisation de projet de 50 ans) est la classe S4.

Tableau 4.3N : Classification structurale recommandée

Classe structurale							
Critère	Classe d'exposition selon Tableau 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1	XD2 / XS1	XD3 / XS2 / XS3
Durée d'utilisation de projet de 100 ans	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes
Classe de résistance ¹⁾²⁾	≥ C30/37 minoration de 1 classe	≥ C30/37 minoration de 1 classe	≥ C35/45 minoration de 1 classe	≥ C40/50 minoration de 1 classe	≥ C40/50 minoration de 1 classe	≥ C40/50 minoration de 1 classe	≥ C45/55 minoration de 1 classe
Élément assimilable à une dalle (position des armatures non affectée par le processus de construction)	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe
Maîtrise particulière de la qualité de production du béton	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe

²⁾ La limite peut être réduite d'une classe de résistance si l'air entraîné est supérieur à 4%.

Tableau 6.2 ANB – Charges d'exploitation sur les planchers, balcons et escaliers dans les bâtiments

Catégorie de la surface chargée	q_k (kN/m ²)	Q_k ³⁾ (kN)
Catégorie A		
• Planchers	2,0	2,0
• Escaliers	3,0	2,0
• Balcons	4,0	2,0
Catégorie B²⁾	3,0	3,0
Catégorie C²⁾ :		
C1	3,0	4,0 ⁴⁾
C2	4,0	4,0 ⁴⁾
C3	5,0	4,0
C4 ¹⁾	5,0	7,0
C5	5,0	4,5
Catégorie D²⁾ :		
D1	5,0	4,0
D2	5,0	7,0

NOTES :

1) Les charges définies pour les catégories B, C et D s'appliquent aux planchers, aux escaliers et aux balcons. La charge répartie sur les balcons ne sera toutefois pas inférieure à 4 kN/m².

2) EC2 6.2.1(3)P Pour assurer que le plancher présente une résistance locale minimale, une vérification séparée doit être effectuée avec une charge concentrée seule s'appliquant sur une surface carrée de 50 mm de côté.

3) Pour les marches d'escaliers, $Q_k = 3,0$ kN.

7 COMBINAISONS D'ACTIONS

	Actions permanentes		Actions variables favorables	Actions variables défavorables	
	favorables	défavorables	favorables	dominante	d'accompagn.
ELU	1,00	1,35	0	1,5	1,5 Ψ_0
ELS caractéristique	1	1	0	1	Ψ_0
ELS fréquente	1	1	0	Ψ_1	Ψ_2
ELS quasi-permanente	1	1	0	Ψ_2	Ψ_0

Pour les charges permanentes, il convient d'appliquer à toute la structure la valeur qui conduit à l'effet le plus défavorable.

NBN EN 1990-ANB :2005 (F)

A1.2.2 Valeurs des coefficients ψ

Tableau A1.1 ANB : Coefficients ψ pour les bâtiments

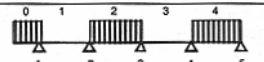
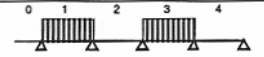
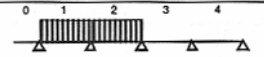
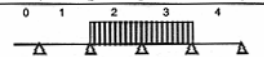
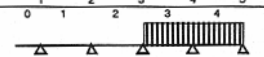
Action	ψ_0	ψ_1	ψ_2
<i>Charges d'exploitation des bâtiments selon la catégorie (cf. EN 1991-1.1)⁽¹⁾</i>			
Catégorie A : habitation, usage résidentiel	0,7	0,5	0,3
Catégorie B : bureaux	0,7	0,5	0,3
Catégorie C : lieux de réunion (sauf surfaces de catégorie A, B et D)	0,7	0,7	0,6
Catégorie D : commerces	0,7	0,7	0,6
Catégorie E : aire de stockage	1,0	0,9	0,8
Catégorie F : aire de circulation/stationnement pour véhicules légers (poids en mouvement ≤ 30 kN; nombre de places < 8 hors conducteur)	0,7	0,7	0,6
Catégorie G : aire de circulation/stationnement pour véhicules moyens (30 kN $<$ poids en mouvement ≤ 160 kN)	0,7	0,5	0,3
Catégorie H : toitures	0	0	0
<i>Actions de la neige et de la glace (cf. EN 1991-1.3)</i>			
Pour toute la Belgique (altitude $H \leq 1000$ m)	0,5 ⁽³⁾	0 ⁽⁴⁾	0
<i>Actions du vent sur les bâtiments (cf. EN 1991-1.4)</i>			
	0,6 ⁽³⁾	0,2 ⁽⁵⁾	0
<i>Actions de la température (hormis les cas d'incendie) (cf. EN 1991-1.5)</i>			
	0,6	0,5	0
<i>Tassements (cf. EN 1997)</i>			
	1,0	1,0	1,0
<i>Actions particulières pendant l'exécution⁽²⁾ (cf. EN 1991-1.6)</i>			
	1,0	-	0,2

8 COMBINAISONS DE CHARGES

Pour les bâtiments, on peut limiter les combinaisons aux trois cas suivants:

- travées paires chargées,
- travées impaires chargées,
- deux travées adjacentes quelconques chargées.

Exemple pour une poutre sur 5 appuis (n appuis= n combinaisons)

travées paires	a) 
travées impaires	b) 
travées adjacentes de l'appui 2	c) 
travées adjacentes de l'appui 3	d) 
travées adjacentes de l'appui 4	e) 

9 Eléments structuraux

9.1 Définitions

Poutre : $L \geq 3 h$, sinon **poutre-cloison**.

Dalle : $\min(L_x; L_y) \geq 5$ fois son épaisseur totale.

Si charges uniformément réparties : porteuse dans une seule direction si : deux bords libres (sans appuis) sensiblement parallèles, ou appuyée sur quatre côtés et dont le rapport de la plus grande à la plus faible portée est supérieur à 2. Dans ce cas se calcule comme une poutre de largeur unitaire.

Poteau : $\max(b, h) \leq 4 \min(b, h)$ et $L \geq 3 \max(b, h)$ sinon : **voile**.

10 Analyse structurale : M, N, V

L'analyse structurale a pour objet de déterminer la distribution des sollicitations (M, N, V), de l'ensemble ou d'une partie de la structure.

Les modèles de comportements pouvant être utilisés pour l'analyse sont les suivants :

1. comportement élastique-linéaire : on prend en compte uniquement les sections de béton seul (armatures non prises en compte) et on suppose que les pièces ne sont pas fissurées.
2. comportement élastique-linéaire avec redistribution (voir 10.3) : idem que 1. mais on réduit forfaitairement les moments sur appuis tout en augmentant ceux en travée pour respecter l'équilibre
3. comportement plastique (mécanismes avec rotules plastiques),
4. comportement non-linéaire (par logiciels spécialisés).

10.1 Données géométriques

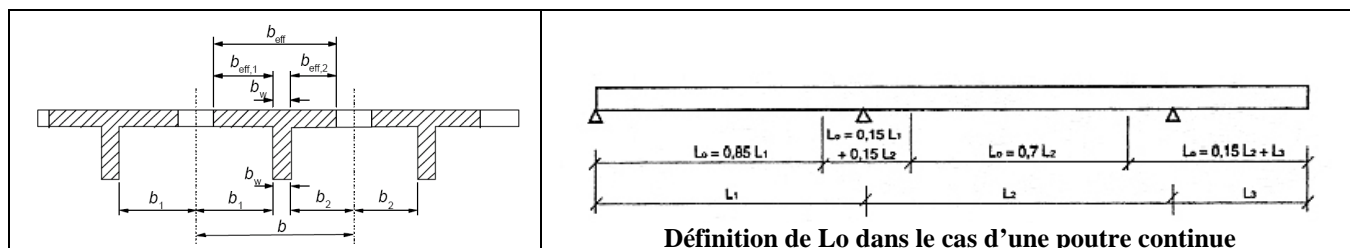
10.1.1 Largeur participante de dalle - Poutres en T

Les poutres en béton armé d'un bâtiment supportent souvent des dalles et sont, par construction, solidaires de celles-ci.

Dans ce cas, si la poutre subit un moment positif, la dalle reprend une partie des contraintes de compression induites par la flexion de la poutre. La poutre travaille donc comme une poutre en T. En général, la partie comprimée est contenue dans la dalle, et donc calculer une poutre en T revient dans ce cas à calculer une poutre rectangulaire de largeur $b_{eff,+}$.

Si la poutre subit un moment négatif, ce qui est le cas sur appuis pour une poutre continue, la poutre se calcule comme une poutre rectangulaire de largeur égale à la largeur de l'âme, ses armatures devant alors être situées dans la largeur $b_{eff,-}$.

L'Eurocode 2 définit la largeur participante à prendre en compte de façon forfaitaire.



Débord participant (efficace) de table est limité

- à gauche: $b_{\text{eff},1} = \text{Min}[b_1 ; 0,2 b_1 + 0,1 L_0 ; 0,2 L_0]$
- à droite: $b_{\text{eff},2} = \text{Min}[b_2 ; 0,2 b_2 + 0,1 L_0 ; 0,2 L_0]$

$L_0 =$ portée entre points de moments nuls !!!

Donc pour une poutre isostatique $L_0=L$ entre appuis, pour une poutre continue : voir figure ci-dessus.

Largeur participante de la table

$$b_{\text{eff}} = b_w + b_{\text{eff},1} + b_{\text{eff},2}$$

10.1.2 Portée de calcul

Pour l'analyse : $l_{\text{eff}} = l_n + a_1 + a_2$ avec $l_n =$ portée entre nus (=bords intérieurs) des appuis, a_1 et $a_2 = \min(h/2; t/2)$ où $h =$ hauteur de l'élément et $t =$ largeur de l'appui considéré.

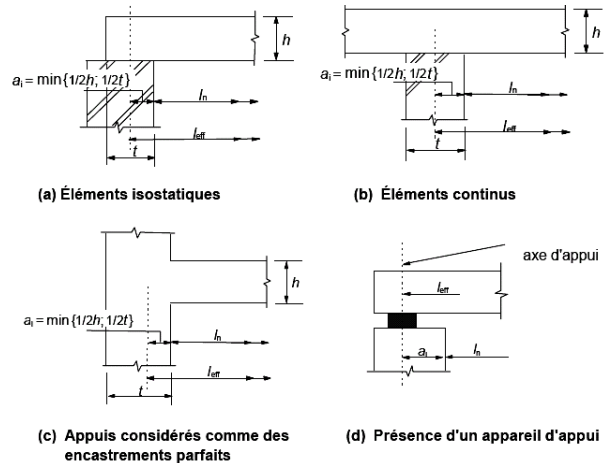
Si appuis et poutre ou dalle liés monolithiquement : le dimensionnement sur appuis se fera sur base des moments aux nus des appuis.

Sinon écrêtage possible du diagramme de moments : diminution de $\Delta M = F.t/8$ avec

Avec $F =$ réaction d'appui
et $t =$ largeur de l'appui.

10.2 Poutres et dalles continues : calcul des moments élastiques

En annexe on trouvera les lignes d'influence des moments et réactions dans des éléments continus composés de travées identiques



10.3 Poutres et dalles continues : redistribution des moments

On peut diminuer les moments sur appuis pour tenir compte de la fissuration, sous réserve que la nouvelle distribution des moments continue à équilibrer les charges appliquées.

$$\delta = \text{Moment après redistribution} / \text{Moment avant redistribution}$$

pour des classes de béton inférieures ou égales à C35/45

$$\delta \geq 0,44 + 1,25 x_u / d$$

pour des classes de béton supérieures à C35/45

$$\delta \geq 0,56 + 1,25 x_u / d$$

pour des aciers à haute ductilité, $\delta \geq 0,7$

pour des aciers de ductilité courante, $\delta \geq 0,85$

avec : $x_u =$ hauteur de l'axe neutre à l'ELU après redistribution, mesurée à partir de la fibre comprimée du béton.

et: $d =$ hauteur utile.

10.4 Dalles portant dans deux sens

10.4.1 Calcul des moments dans une dalle à partir d'un logiciel de calcul des structures

Un calcul de ce type fournit en tout point de la dalle deux moments de flexion : m_x , m_y , et un moment de torsion m_{xy} . La référence¹ donne une formule de dimensionnement simplifiée et sécuritaire pour dimensionner les armatures orthogonales d'une dalle soumise à des moments m_x , m_y , et m_{xy} .

Il faut respecter les inégalités :

¹ Traité de Génie Civil. Dimensionnement des structures en béton : dalles, murs, colonnes et fondations. Favre et al. Presses polytechniques et universitaires romandes.

$$m_{xd} + |m_{xyd}| \leq m_{xRd} \quad ; \quad m_{yd} + |m_{xyd}| \leq m_{yRd}$$

$$-m_{xd} + |m_{xyd}| \leq m'_{xRd} \quad ; \quad -m_{yd} + |m_{xyd}| \leq m'_{yRd}$$

Où :

m_{xd} , m_{yd} et m_{xyd} sont les valeurs de calcul à l'ELU de m_x , m_y , et m_{xy}

m_{xRd} , m_{yRd} (m'_{xRd} , m'_{yRd}) sont les moments résistants positifs(négatifs) de calcul dans les directions x et y (=directions des armatures)

- Au cas où la valeur absolue du moment de torsion est plus grande que la valeur absolue de m_{xd} ou m_{yd} , il faut prévoir une armature supérieure (pour reprendre un moment négatif) selon la direction concernée.
- L'armature n'est nécessaire que si le résultat de ces additions est positif

10.4.2 Abaques donnant les moments M_{max} et M_{min}

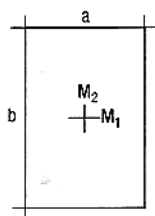
Calcul des dalles isotropes uniformément chargées.

Les diagrammes et tableaux des pages 122 à 126 fournissent les moments fléchissants (Nm/m) se produisant dans les dalles horizontales uniformément chargées (p), sous charges verticales, reposant sur des appuis de types divers.
Les moments négatifs = armatures supérieures tendues,
les moments positifs = armatures inférieures tendues.

Symbolique adoptée :

- a, b côtés de la dalle
- appui simple
- ////// encastrement
- côté libre (non appuyé)
- M(i) moment pour armatures dans le sens du trait

1. 4 côtés simplement appuyés

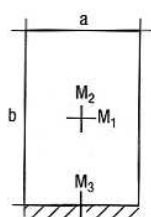


$\frac{a}{b}$	α_1	α_2
0,50	0,0991	0,0079
0,55	0,0923	0,0103
0,60	0,0857	0,0131
0,65	0,0792	0,0162
0,70	0,0730	0,0194
0,75	0,0669	0,0230
0,80	0,0611	0,0269
0,85	0,0557	0,0307
0,90	0,0507	0,0344
0,95	0,0462	0,0383
1,00	0,0423	0,0423

$$M_1 = p a^2 \alpha_1$$

$$M_2 = p b^2 \alpha_2$$

2. 3 côtés simplement appuyés 1 petit côté encastré



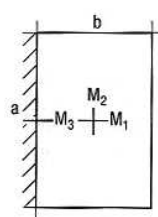
$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3
0,50	0,0908	0,0084	-0,0305
0,55	0,0826	0,0109	-0,0362
0,60	0,0747	0,0135	-0,0421
0,65	0,0670	0,0162	-0,0479
0,70	0,0599	0,0192	-0,0537
0,75	0,0533	0,0221	-0,0594
0,80	0,0472	0,0249	-0,0650
0,85	0,0417	0,0277	-0,0703
0,90	0,0369	0,0304	-0,0750
0,95	0,0327	0,0330	-0,0797
1,00	0,0291	0,0354	-0,0840

$$M_1 = p a^2 \alpha_1$$

$$M_2 = p b^2 \alpha_2$$

$$M_3 = p b^2 \alpha_3$$

3. 3 côtés simplement appuyés 1 grand côté encastré



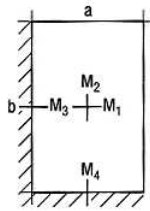
$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3
1,00	0,0354	0,0291	-0,0840
1,10	0,0399	0,0228	-0,0917
1,20	0,0438	0,0180	-0,0980
1,30	0,0471	0,0143	-0,1032
1,40	0,0500	0,0115	-0,1075
1,50	0,0524	0,0094	-0,1109
1,60	0,0544	0,0076	-0,1136
1,70	0,0561	0,0062	-0,1160
1,80	0,0575	0,0052	-0,1184
1,90	0,0586	0,0044	-0,1203
2,00	0,0594	0,0037	-0,1213

$$M_1 = p b^2 \alpha_1$$

$$M_2 = p a^2 \alpha_2$$

$$M_3 = p b^2 \alpha_3$$

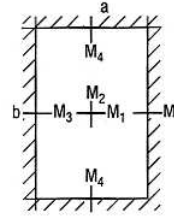
4. 2 côtés adjacents simplement appuyés
2 côtés adjacents encastrés



$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3	α_4
0,50	0,0570	0,0040	-0,1189	-0,0205
0,55	0,0543	0,0054	-0,1148	-0,0249
0,60	0,0514	0,0072	-0,1104	-0,0294
0,65	0,0483	0,0092	-0,1057	-0,0341
0,70	0,0451	0,0114	-0,1008	-0,0390
0,75	0,0418	0,0139	-0,0957	-0,0442
0,80	0,0385	0,0164	-0,0905	-0,0496
0,85	0,0354	0,0191	-0,0852	-0,0548
0,90	0,0324	0,0217	-0,0798	-0,0598
0,95	0,0295	0,0243	-0,0745	-0,0648
1,00	0,0269	0,0269	-0,0699	-0,0699

$M_1 = p a^2 \alpha_1$
 $M_2 = p b^2 \alpha_2$
 $M_3 = p a^2 \alpha_3$
 $M_4 = p b^2 \alpha_4$

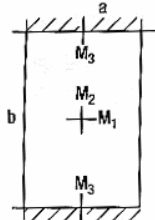
5. 4 côtés encastrés



$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3	α_4
0,50	0,0405	0,0024	-0,0833	-0,0143
0,55	0,0394	0,0033	-0,0817	-0,0172
0,60	0,0378	0,0046	-0,0794	-0,0206
0,65	0,0360	0,0061	-0,0767	-0,0242
0,70	0,0339	0,0079	-0,0737	-0,0280
0,75	0,0315	0,0098	-0,0704	-0,0320
0,80	0,0293	0,0103	-0,0668	-0,0360
0,85	0,0269	0,0139	-0,0631	-0,0400
0,90	0,0247	0,0160	-0,0593	-0,0440
0,95	0,0224	0,0181	-0,0554	-0,0480
1,00	0,0202	0,0202	-0,0515	-0,0515

$M_1 = p a^2 \alpha_1$
 $M_2 = p b^2 \alpha_2$
 $M_3 = p a^2 \alpha_3$
 $M_4 = p b^2 \alpha_4$

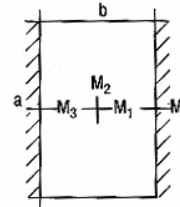
6. 2 grands côtés simplement appuyés
2 petits côtés encastrés



$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3
0,50	0,0835	0,0088	-0,0297
0,55	0,0738	0,0113	-0,0350
0,60	0,0647	0,0137	-0,0400
0,65	0,0563	0,0166	-0,0450
0,70	0,0489	0,0187	-0,0497
0,75	0,0423	0,0212	-0,0540
0,80	0,0363	0,0233	-0,0578
0,85	0,0313	0,0254	-0,0612
0,90	0,0270	0,0274	-0,0644
0,95	0,0232	0,0292	-0,0677
1,00	0,0201	0,0309	-0,0699

$M_1 = p a^2 \alpha_1$
 $M_2 = p b^2 \alpha_2$
 $M_3 = p b^2 \alpha_3$

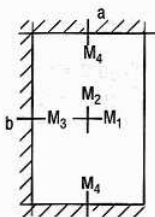
7. 2 petits côtés simplement appuyés
2 grands côtés encastrés



$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3
1,00	0,0309	0,0201	-0,0699
1,10	0,0335	0,0151	-0,0741
1,20	0,0357	0,0113	-0,0770
1,30	0,0374	0,0088	-0,0793
1,40	0,0386	0,0068	-0,0811
1,50	0,0396	0,0053	-0,0815
1,60	0,0404	0,0042	-0,0825
1,70	0,0410	0,0034	-0,0830
1,80	0,0414	0,0028	-0,0832
1,90	0,0416	0,0023	-0,0833
2,00	0,0417	0,0019	-0,0833

$M_1 = p b^2 \alpha_1$
 $M_2 = p a^2 \alpha_2$
 $M_3 = p b^2 \alpha_3$

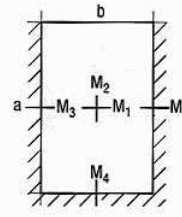
8. 1 grand côté simplement appuyé
3 côtés encastrés



$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3	α_4
0,50	0,0550	0,0045	-0,1135	-0,0203
0,55	0,0514	0,0062	-0,1078	-0,0247
0,60	0,0476	0,0081	-0,1021	-0,0291
0,65	0,0436	0,0101	-0,0964	-0,0336
0,70	0,0398	0,0122	-0,0906	-0,0381
0,75	0,0359	0,0145	-0,0845	-0,0427
0,80	0,0323	0,0169	-0,0881	-0,0471
0,85	0,0289	0,0191	-0,0720	-0,0513
0,90	0,0257	0,0211	-0,0661	-0,0551
0,95	0,0228	0,0232	-0,0603	-0,0586
1,00	0,0202	0,0252	-0,0546	-0,0617

$M_1 = p a^2 \alpha_1$
 $M_2 = p b^2 \alpha_2$
 $M_3 = p a^2 \alpha_3$
 $M_4 = p b^2 \alpha_4$

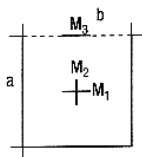
9. 1 petit côté simplement appuyé
3 côtés encastrés



$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3	α_4
1,00	0,0252	0,0202	-0,0617	-0,0546
1,10	0,0287	0,0158	-0,0676	-0,0467
1,20	0,0316	0,0123	-0,0722	-0,0399
1,30	0,0340	0,0096	-0,0757	-0,0341
1,40	0,0359	0,0075	-0,0782	-0,0293
1,50	0,0374	0,0060	-0,0800	-0,0254
1,60	0,0386	0,0048	-0,0814	-0,0221
1,70	0,0395	0,0039	-0,0825	-0,0193
1,80	0,0402	0,0031	-0,0834	-0,0171
1,90	0,0408	0,0026	-0,0842	-0,0154
2,00	0,0412	0,0022	-0,0847	-0,0141

$M_1 = p b^2 \alpha_1$
 $M_2 = p a^2 \alpha_2$
 $M_3 = p b^2 \alpha_3$
 $M_4 = p a^2 \alpha_4$

10. 1 côté libre (non appuyé)
3 côtés simplement appuyés



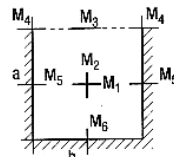
$$M_1 = p b^2 \alpha_1$$

$$M_2 = p a^2 \alpha_2$$

$$M_3 = p b^2 \alpha_3$$

$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3
0,3	0,0143	0,1133	0,0256
0,4	0,0245	0,0994	0,0415
0,5	0,0341	0,0832	0,0575
0,6	0,0441	0,0683	0,0724
0,7	0,0535	0,0559	0,0848
0,8	0,0611	0,0459	0,0922
0,9	0,0699	0,0373	0,1037
1,0	0,0764	0,0305	0,1108
1,2	0,0883	0,0213	0,1201
1,5	0,0992	0,0128	0,1264
2,0	0,1114	0,0063	0,1316

11. 1 côté libre (non appuyé)
3 côtés encastrés



$$M_1 = p b^2 \alpha_1$$

$$M_2 = p a^2 \alpha_2$$

$$M_3 = p b^2 \alpha_3$$

$$M_4 = p b^2 \alpha_4$$

$$M_5 = p b^2 \alpha_5$$

$$M_6 = p a^2 \alpha_6$$

$\frac{a}{b}$	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
0,3	0,0019	-0,0489	0,0078	-0,0333	-0,0131	-0,3833
0,4	0,0068	-0,0025	0,0173	-0,0545	-0,0242	-0,2783
0,5	0,0120	0,0132	0,0268	-0,0709	-0,0335	-0,2004
0,6	0,0177	0,0192	0,0333	-0,0798	-0,0416	-0,1476
0,7	0,0217	0,0190	0,0384	-0,0837	-0,0493	-0,1106
0,8	0,0247	0,0173	0,0413	-0,0848	-0,0561	-0,0865
0,9	0,0270	0,0154	0,0426	-0,0850	-0,0616	-0,0691
1,0	0,0288	0,0125	0,0435	-0,0851	-0,0664	-0,0559
1,2	0,0327	0,0086	0,0443	-0,0848	-0,0734	-0,0387
1,5	0,0370	0,0047	0,0449	-0,0846	-0,0793	-0,0248
2,0	0,0406	0,0021	0,0450	-0,0845	-0,0830	-0,0139

11 MATERIAUX

11.1 BETONS

11.1.1 Classes de résistance à la compression

C Classe de résistance à la compression

C X/Y	C X/Y
C 8/10	C 45/55
C 12/15	C 50/60
C 16/20	C 55/67
C 20/25	C 60/75
C 25/30	C 70/85
C 30/37	C 80/95
C 35/45	C 90/105
C 40/50	C 100/115

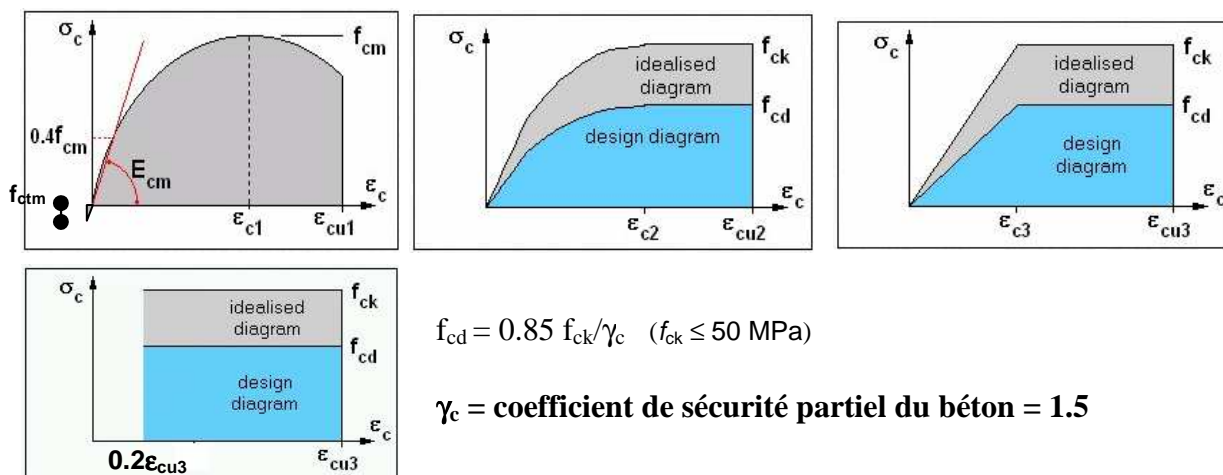
BÉTON À HAUTE RÉSISTANCE

C = Concrete = Béton
 $X = f_{ck,cyl}$ [N/mm²]
 $Y = f_{ck,cube}$ [N/mm²]

28 jours sous eau à 20°C
(EN 12390-2: 2000)

11.1.2 Diagrammes contraintes-déformations

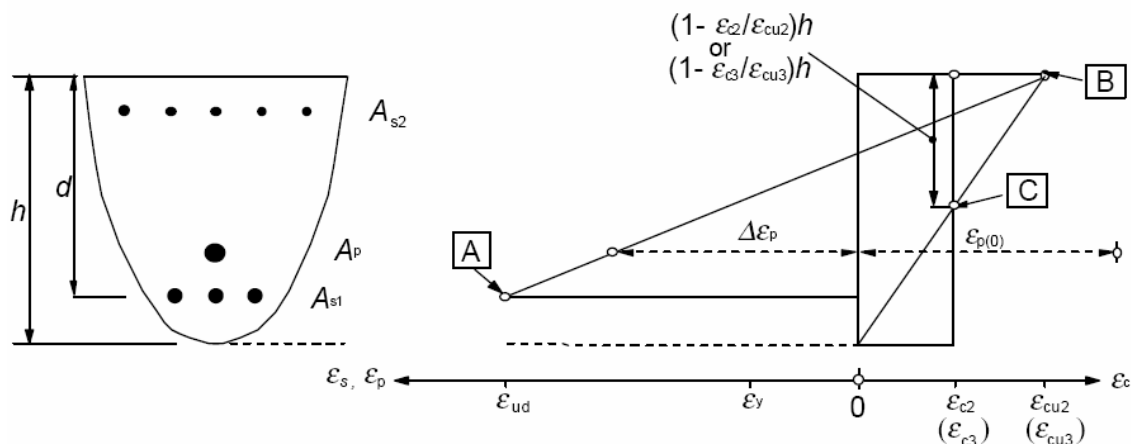
Trois diagrammes sont admis pour le calcul des sections des éléments en BA : le plus simple est le diagramme rectangulaire.



Si la largeur de la zone comprimée diminue dans la direction de la fibre extrême la plus comprimée, il convient de réduire f_{cd} de 10%.

EC2 6.1(5) Dans les parties des sections qui sont soumises à une charge approximativement centrée (Excentricité/hauteur < 0,1), telles que les membrures comprimées des poutres-caissons ou les colonnes, il convient de limiter la déformation moyenne en compression dans cette partie de la section à ϵ_{c2} (ϵ_{c3} si diagramme bilinéaire ou rectangulaire simplifié).

EC2 6.1 (6) La Figure 6.1 montre les valeurs limites des déformations relatives admissibles.



- A** - limite de déformation relative en traction des armatures de béton armé
- B** - limite de déformation relative du béton en compression
- C** - limite de déformation relative du béton en compression pure

Figure 6.1 : Diagramme des déformations relatives admissibles à l'état-limite ultime

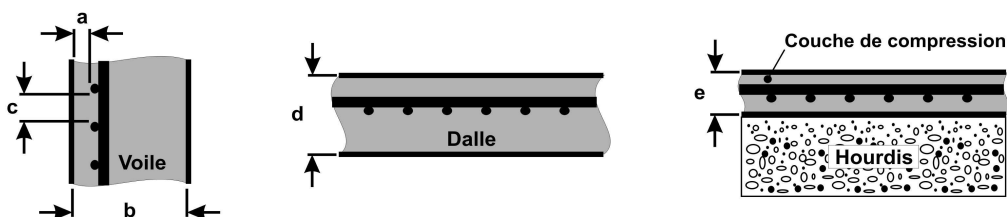
11.1.3 Caractéristiques mécaniques propres au béton

Classes de résistance	C 12/15	C 16/20	C20/25	C 25/30	C30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
f_{ck} (N/mm ²)	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck,cube}$ (N/mm ²)	15	20	25	30	37	45	50	55	60
f_{cd} (N/mm ²)	6.8	9.1	11.3	14.2	17	19.8	22.7	25.5	28.3
f_{ctm} (N/mm ²)	1.6	1.9	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.1
E_{cm} (N/mm ²)	27000	29000	30000	31000	33000	34000	35000	36000	37000
ϵ_{cu3} (10 ⁻³)	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
ϵ_{c3} (10 ⁻³)	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75
Contrainte d'adhérence de calcul f_{bd} (N/mm ²) (Adh.améliorée)	1.7	2	2.3	2.7	3	3.3	3.8	4.1	4.4

11.1.4 Dimension nominale maximale du granulat (Dmax)

6	8	10	11	12,5	14	16	20	22	31,5	40	45	63	mm
---	---	----	----	------	----	----	----	----	------	----	----	----	----

Veiller à : $D_{max} \leq a$ (enrobage)
 $\leq b/5$
 $\leq 0,75 c$
 $\leq d/5$
 $\leq 0,4 e$
mais le plus grand possible



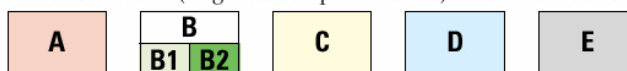
11.1.5 Données complémentaires à spécifier lors de la commande du béton

- Type de ciment
- Teneur minimum en ciment
- Adjuvants (retardateur/accélérateur de prise...)
- E/C max
- ...

11.1.6 Comment commander un béton en Belgique ?

EN PRATIQUE: COMMENT PRESCRIRE UN BÉTON À PERFORMANCES SPÉCIFIÉES?

En exigeant que le béton soit conforme aux normes NBN B 15-001:2004 et NBN EN 206-1:2001, en remplissant **obligatoirement** les cases de A à D (exigences de base) et en remplissant de manière **facultative** la case E (exigences complémentaires) avec les caractéristiques voulues de ce béton :



Donnée de base A: choisir la classe de résistance									
CLASSE	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55
$f_{ck,cyl}$	8	12	16	20	25	30	35	40	45
$f_{ck,cube}$	10	15	20	25	30	37	45	50	55
CLASSE	C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105	C100/115		
$f_{ck,cyl}$	50	55	60	70	80	90	100		
$f_{ck,cube}$	60	67	75	85	95	105	115		
$f_{ck,cyl}$: résistance sur cylindre (N/mm ² ; cyl. de 300 mm de hauteur x 150 mm de diam.)						Les éprouvettes sont conservées pendant 28 jours à (20±2)°C sous eau ou dans une chambre où l'humidité relative est ≥ 95 %			
$f_{ck,cube}$: résistance sur cube (N/mm ² ; cube de 150 mm de côté)									

Donnée de base B1: choisir le domaine d'utilisation	
BNA	Béton non armé (teneur en ions chlore ≤ 1,0 % Cl ⁻)
BA	Béton armé (teneur en ions chlore ≤ 0,40 % Cl ⁻)
BP	Béton précontraint (teneur en ions chlore ≤ 0,20 % Cl ⁻)
Donnée de base B2: choisir la classe d'environnement	
CLASSE	DESCRIPTION
E0	Environnement non agressif (uniquement valable pour béton non armé)
EI	Application intérieure (parois intérieures des habitations ou de bureaux)
EE	Application extérieure
EE1	Pas de gel (fondation sous le niveau de gel,...)
EE2	Gel, mais pas de contact avec la pluie (garage ouvert couvert, vide sanit., passage ouvert dans un bâtiment,...)
EE3	Gel et contact avec la pluie (murs extérieurs exposés à la pluie,...)
EE4	Gels et agents de déverglaçage (éléments d'infrastructure routière,...)
ES	Environnement marin
	<i>Pas de contact avec l'eau de mer, mais bien avec de l'air marin (jusqu'à 3 km de la côte) et/ou avec de l'eau saumâtre</i>
ES1	Pas de gel (fondations sous le niveau de gel exposées à de l'eau saumâtre,...)
ES2	Gel (murs extérieurs de bâtiments en zone côtière,...)
	<i>Contact avec de l'eau de mer</i>
ES3	Éléments immergés
ES4	Éléments exposés aux marées et aux éclaboussures (murs de quai,...)
EA	Environnement agressif (toujours en combinaison avec une des classes d'environnement ci-dessus)
EA1	Environnement à faible agressivité chimique
EA2	Environnement d'agressivité chimique modérée
EA3	Environnement à forte agressivité chimique

Donnée de base C: choisir la classe de consistance			
CLASSE	AFFAISSEMENT (<i>Slump</i>) en mm	CLASSE	ETALEMENT (<i>Flow</i>) en mm
S1	10 - 40	F1	≤ 340
S2	50 - 90	F2	350 - 410
S3	100 - 150	F3	420 - 480
S4	160 - 210	F4	490 - 550
S5	≥ 220	F5	560 - 620
		F6	≥ 630

Donnée de base D: choisir la dimension nominale maximale du granulat (D_{max})													
Choisir D_{max} dans cette série:	6	8	10	11	12	14	16	20	22	32	40	45	63

Données complémentaires E
En rapport avec la composition
En rapport avec le béton frais
En rapport avec la mise en œuvre
En rapport avec le béton durci

11.2 ACIERS

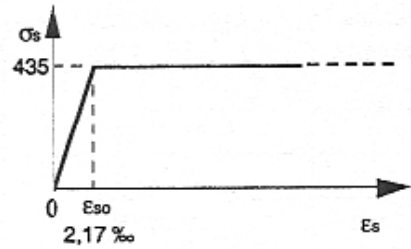
Limite élastique: $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ (**S500**)

Module de Young : $200\,000 \text{ MPa}$

Contrainte de calcul ELU = $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 435 \text{ MPa}$

Avec $\gamma_s = 1,15$ (sauf actions accidentelles: $\gamma_s = 1$)

Diagramme de calcul pour l'acier (limité en pratique à $\epsilon = 1\%$):



12 Vérification à l'ELU

12.1 FLEXION

12.1.1 Calcul de la hauteur utile

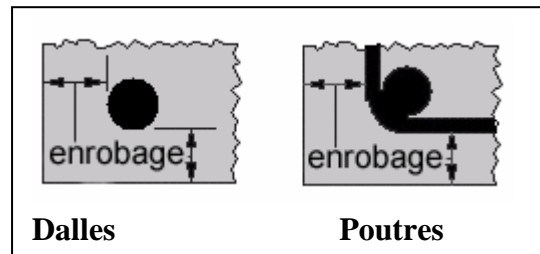
La hauteur utile d est définie comme étant la distance z entre les fibres les plus comprimées et le centre de gravité des armatures tendues.

Pour rappel, l'enrobage c_{nom} est la distance entre la surface de l'armature la plus proche de la surface du béton et cette dernière. Au paragraphe 5.3 on a vu comment les enrobages minimum étaient calculés en fonction des classes d'exposition.

Donc, dans le cas d'une poutre comportant des étriers d'effort tranchant,

$$d = h - c_{nom} - \text{diamètre étrier} - \text{diamètre barre} / 2$$

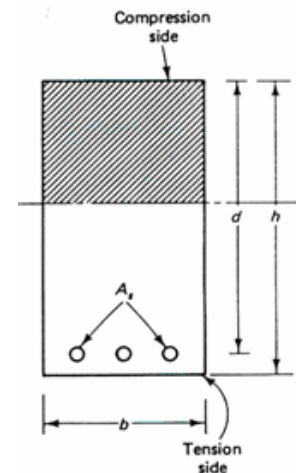
Il n'y a d'étriers que dans les poutres, et ils sont généralement de diamètre 8 ou 10mm.



12.1.2 Configurations de calcul (poutre rectangulaire)

Notations :

- h, b, d, A_s : voir figure
- M_{Ed} (Moment agissant)
- M_{rd} (Moment résistant)



Trois situations peuvent se présenter :

Type de calcul	Données	Inconnues	Exemple de situation réelle
Vérification de section	h, b, d, A_s, M_{Ed} (Moment agissant)	M_{rd} (Moment résistant)	Rénovation
Dimensionnement des armatures	h, b, d, M_{Ed}	A_s	Géométrie de l'élément en BA imposée par l'architecte
Dimensionnement complet	M_{Ed}	h, b, d, A_s	L'architecte n'impose pas la géométrie de l'élément en BA.

12.1.3 Vérification de section (M_{ED}, h, b, d, A_s connus)

Vérifier une poutre en BA fléchi à l'ELU revient à calculer son moment résistant M_{rd} . En effet, comme la poutre est soumise à flexion pure, on a :

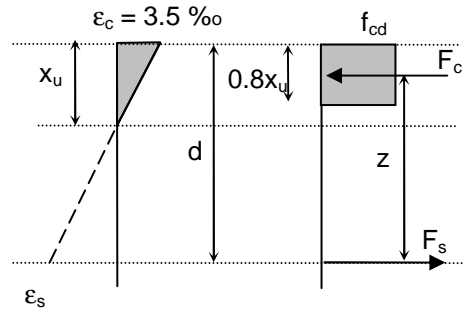
- $F_c = F_s$ (équilibre de translation),
- $M_{rd} = F_s \cdot z = F_c \cdot z$ (équilibre moment).

La première équation conduit à :

$$x_u = \frac{A_s f_{yd}}{0.8 b f_{cd}}$$

Et la seconde à :

$$M_{rd} = F_s \cdot (d - 0.4 x_u)$$



12.1.4 Dimensionnement des armatures ($M_{ED}, h, b,$ et d connus ; A_s inconnu)

12.1.4.1 Calcul de la position de l'axe neutre plastique

On calcule :

$$f_{cd} = 0.85 \cdot f_{ck} / 1.5 \quad \text{et} \quad x_u = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{2M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}}{0.8}$$

Si $x_u/d \leq (x_u/d)_{lim}$, il n'y a pas besoin d'armatures comprimées (souhaitable et + économique, sauf si on ne peut faire autrement par manque de place)

Pour des poutres ou dalles continues avec redistribution, $(x_u/d)_{lim}$ est déterminé à partir des formules du 10.2.

Pour des poutres ou dalles isostatiques, on a :

$(x_u/d)_{lim} = 0,45$ pour des bétons de classe de résistance $\leq C35/45$ et

$(x_u/d)_{lim} = 0,35$ pour des bétons de classe de résistance $\geq C40/50$.

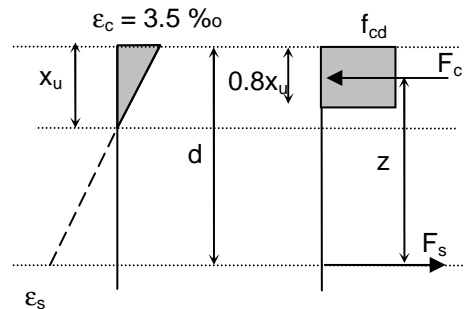
12.1.4.2 Armatures simples- calcul de la section d'armatures

Le bras de levier $z = d - 0.4 x_u$

Vu les limites de x_u/d imposées par l'EC2, on a toujours :

$f_s = f_{yd}$. On calcule alors la section d'armatures

$$A_s = M_{Ed} / (f_{yd} \cdot z)$$



12.1.4.3 Armatures doubles : (pas souhaitable en général)

Si $x_u/d > (x_u/d)_{lim}$, on doit ajouter des armatures comprimées pour ramener le x/d dans les limites (cela nécessite un bon armaturage transversal : intervalle maxi entre étriers = 15diamètres des barres comprimées).

On calcule :
 $x_u = (x_u/d)_{lim} * d$

contrainte dans l'armature comprimée :
 $f_{s2} = \min(700(x_u-d_2)/x_u ; 435) - f_{cd}$
 effort complémentaire de compression apporté par l'armature comprimée :
 $F_{s2} = f_{s2} . A_{s2}$

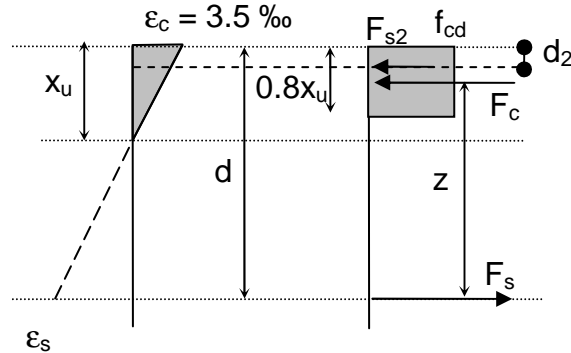
$$\Delta M = M_{Ed} - 0.8x_u . b . f_{cd} . (d - 0.4x_u)$$

Et l'aire d'armature comprimée se calcule par : $A_{s2} = \frac{\Delta M}{f_{s2} . (d - d_2)}$

Puisque on a $x_u/d = (x_u/d)_{lim}$, on sait que la contrainte dans l'armature tendue vaut $f_{yd} = 435$ Mpa

et la section d'armatures tendues se détermine par :

$$A_s = \frac{0.8x_u . b . f_{cd} + F_{s2}}{f_{yd}}$$



12.1.5 Dimensionnement complet : formule de prédimensionnement rapide de la section et des armatures

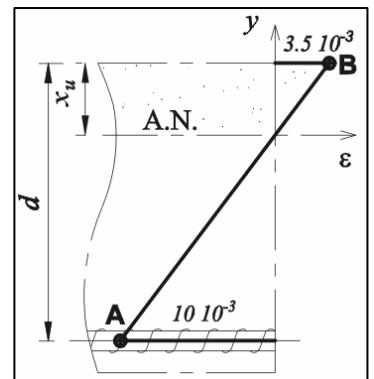
12.1.5.1 Hauteur basée sur la sollicitation

La formule ci-dessous est basée sur une utilisation rationnelle du béton ($\epsilon = 3.5 \cdot 10^{-3}$) et de l'acier ($\epsilon = 10 \cdot 10^{-3}$).

On a dans ce cas $x_u/d = 3.5 / (10 + 3.5) = 0.259$.

$$bh^2 \geq 10 M_{Ed} / f_{ck} \text{ (unités cohérentes)}$$

Si on prend $z \approx 0.9d$, on a alors : $A_s \cong \frac{M_{Ed,ELU}}{0.9d \cdot f_{yd}}$



12.1.5.2 Hauteur basée sur la limitation de la flèche

Si on veut respecter les flèches, on peut estimer la hauteur à partir des valeurs de L/d (portée/hauteur utile) limites reprises au tableau ci-dessous (hypothèse classe béton standard C30) et prendre en première approximation $d = 0.9h$:

	<i>L/d</i>	
	poutres	dalles
Poutre sur appuis simples, dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions	14	20
Travée de rive d'une poutre continue, d'une dalle continue portant dans une direction ou d'une dalle continue le long d'un grand côté et portant dans deux directions	18	26
Travée intermédiaire d'une poutre ou d'une dalle portant dans une ou deux directions	20	30
Dalle sans nervures sur poteaux, (plancher-dalle) – pour la portée la plus longue	17	24
Console	6	8

Note : Dans le cas des dalles portant dans deux directions, *L* représente la plus petite portée.

12.1.5.3 Procédure pratique

Dans le cas des dalles, la valeur basée sur la sollicitation ne respecte pas, la condition de flèche.

Celle sur la limitation de flèche est en général non économique.

Un bon compromis, si la condition de flèche est la plus contraignante, est de prendre la hauteur moyenne entre les deux approches, sinon de prendre celle basée sur la sollicitation.

La largeur de la poutre est prise entre 0.3 et 0.6h pour une poutre rectangulaire, et entre 0.2 et 0.4h dans le cas d'une poutre en T.

12.1.6 Tables d'armatures

12.1.6.1 DALLES - barres

Barème d'espacement des barres dans les dalles – Sections par mètre de largeur de dalle (mm ² /m)																
	Ecartement des barres (mm) et nombre de barres															
	200	190	180	170	160	150	140	130	120	110	100	90	80	70	60	50
Nbre	5.0	5.3	5.6	5.9	6.3	6.7	7.1	7.7	8.3	9.1	10.0	11.1	12.5	14.3	16.7	20.0
Diam.																
6	142	149	157	166	177	189	202	218	236	257	283	314	354	404	472	566
8	252	265	279	296	314	335	359	387	419	457	503	559	629	719	838	1006
10	393	413	436	462	491	523	561	604	654	714	785	872	981	1121	1308	1570
12	566	595	628	665	707	754	808	870	943	1028	1131	1257	1414	1616	1885	2262
14	769	810	855	905	962	1026	1099	1184	1282	1399	1539	1710	1924	2199	2565	3078
16	1006	1058	1117	1183	1257	1341	1436	1547	1676	1828	2011	2234	2514	2873	3352	4022

12.1.6.2 Dalles- TREILLIS STANDARDS disponibles en Belgique

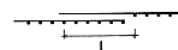
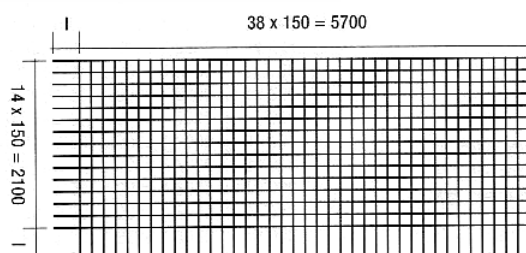
Composition longitudinale (mm)		Composition transversale(mm)		Section en cm ² /m		Dimensions en mm	Masse par treillis kg
φ	intervalle	φ	intervalle	long. trans		long. trans	
5	100	5	100	1.96	1.96	5000 x 2000	30.8
6	100	6	100	2.83	2.83	5000 x 2000	44.4
8	100	8	100	5.03	5.03	5000 x 2000	78.9
10	100	10	100	7.85	7.85	5000 x 2000	123.3
4	150	4	150	0.84	0.84	5000 x 2000	13.2
5	150	5	150	1.31	1.31	5000 x 2000	20.6
6	150	6	150	1.88	1.88	5000 x 2000	29.6
8	150	8	150	3.35	3.35	5000 x 2000	52.6
4	200	4	200	0.63	0.63	5000 x 2000	9.9
5	200	5	200	0.98	0.98	5000 x 2000	15.4
6	200	6	200	1.41	1.41	5000 x 2000	22.2
8	200	8	200	2.51	2.51	5000 x 2000	39.5
10	200	10	200	3.93	3.93	5000 x 2000	61.7
Treillis à mailles rectangulaires							
6	150	7	300	1.88	1.28	6000 x 2400	35.8
7	150	7	300	2.57	1.28	6000 x 2400	43.5
6	100	7	300	2.83	1.28	6000 x 2400	46.5
7	100	7	300	3.85	1.28	6000 x 2400	58.0
8	100	8	300	5.03	1.68	6000 x 2400	75.8
9	100	8	200	6.36	2.51	6000 x 2400	100.3
4.5	200	4.5	300	0.80	0.53	3600 x 2400	9.0
4.5	160	4.5	200	0.99	0.80	3200 x 2400	10.1

Treillis à peigne

longitudinal ∅	Composition (mm)		Section en cm ² /m long. trans.	Dimensions en mm long. x trans.	Masse par treillis kg
	transversal ∅	intervalle			
6	150	6 150	1,88 1,88	6000 x 2400	38,894
7	150	7 150	2,57 2,57	6000 x 2400	52,910
8	150	8 150	3,35 3,35	6050 x 2450	70,232
9	150	9 150	4,24 4,24	6100 x 2500	90,020
10	150	10 150	5,24 5,24	6150 x 2550	112,911
11	150	11 150	6,34 6,34	6200 x 2600	138,458
12	150	12 150	7,54 7,54	6250 x 2650	167,122

N.B. Ces treillis se recouvrent dans un même plan et ont un effet utile maximal : quel que soit le type, la surface utile de treillis, compte tenu du recouvrement correspondant, est de 5,7 x 2,1 = 11,97 m²

Schéma de treillis à peigne



I est donné en fonction du diamètre des barres:

∅ =	6	7	8	9	10	11	12
I =	450	450	500	550	600	650	700

12.1.6.3 POUTRES

Section totale des armatures (en mm ²)																
Diam. (mm)	Nombre de barres placées dans la poutre															Poids (N/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
6	28	57	85	113	141	170	198	226	254	283	311	339	368	396	424	2.2
8	50	101	151	201	251	302	352	402	452	503	553	603	653	704	754	3.9
10	79	157	236	314	393	471	550	628	707	785	864	942	1021	1100	1178	6
12	113	226	339	452	565	679	792	905	1018	1131	1244	1357	1470	1583	1696	8.7
14	154	308	462	616	770	924	1078	1232	1385	1539	1693	1847	2001	2155	2309	11.9
16	201	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1810	2011	2212	2413	2614	2815	3016	15.5
20	314	628	942	1257	1571	1885	2199	2513	2827	3142	3456	3770	4084	4398	4712	24.2
25	491	982	1473	1963	2454	2945	3436	3927	4418	4909	5400	5890	6381	6872	7363	37.8
32	804	1608	2413	3217	4021	4825	5630	6434	7238	8042	8847	9651	10455	11259	12064	61.9
40	1257	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	12566	13823	15080	16336	17593	18850	96.8

12.1.7 Dispositions constructives des armatures de flexion**12.1.7.1 Sections minimales et maximales**

Section minimale d'armatures tendues : $A_{s,min} = \max\left(0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d; 0,0013 b_t d\right)$

Note : une section minimale est aussi définie pour maîtriser la fissuration (voir ELS : 14.3 Contrôle de fissuration)

Section maximale d'armatures tendues ou comprimées : $A_{s,max} = 0,04A_c$ où :

b_t = largeur moyenne de la zone tendue

A_c = section de béton

12.1.7.2 Espacements minimum des barres

$s_{min} = \max(\text{diamètre de la barre}; (d_g + 5) \text{ mm}; 20 \text{ mm})$

(où d_g est la dimension du plus gros granulat).

12.1.7.3 Dalles (EC2 : 9.3)

Il convient de prévoir, dans les dalles uni-directionnelles, des armatures transversales secondaires représentant au moins 20% des armatures principales.

12.1.7.3.1 Espacements maxi des barres

Pour les armatures principales, $s_{max} = \min(3h, 400 \text{ mm})$, où h est l'épaisseur totale de la dalle;

Pour les armatures secondaires, $s_{max} = \min(3,5h, 450 \text{ mm})$.

Dans les zones sollicitées par des charges concentrées ou dans les zones de moment maximal, ces dispositions deviennent respectivement :

- pour les armatures principales, $s_{max} = \min(2h, 250 \text{ mm})$

- pour les armatures secondaires, $s_{max} = \min(3h, 400 \text{ mm})$.

12.1.7.3.2 Armatures dans les dalles au voisinage des appuis

Dans les dalles sur appuis simples, il convient de prolonger jusqu'à l'appui la moitié des armatures calculées en travée, et de les y ancrer.

Lorsqu'un encastrement partiel se produit le long du bord d'une dalle mais n'est pas pris en compte dans l'analyse, il convient que les armatures supérieures soient capables de résister à au moins 25% du moment maximal de la travée adjacente. Il convient que ces armatures se prolongent sur une longueur d'au moins 0,2 fois la longueur de la travée adjacente, mesurée à partir du nu de l'appui, qu'elles soient continues au droit des appuis intermédiaires et qu'elles soient ancrées aux appuis d'extrémité. Sur un appui d'extrémité, le moment à équilibrer peut être réduit jusqu'à 15% du moment maximal de la travée adjacente.

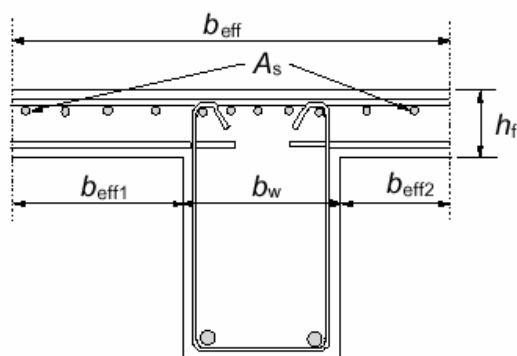
12.1.7.3 Armatures d'angles

Lorsque les dispositions constructives sur un appui sont telles que le soulèvement de la dalle dans un angle est empêché, il convient de prévoir des armatures d'angle : on placera deux treillis d'armatures en face inférieure et supérieure, d'une section égale à $0.75A_s$ où A_s est la section prévue pour le moment maxi en travée, et on prolongera ces treillis sur une longueur égale à $0.2 l_x$ où l_x est la plus petite portée (source CALCRETE, The Concrete Centre, UK).

12.1.7.4 Poutres (EC2 : 9.2)

9.2.1.2 (1) Pour une poutre formant une construction monolithique avec ses appuis, il convient de dimensionner la section sur appuis pour un moment fléchissant résultant de l'encastrement partiel d'au moins 0.15 fois le moment fléchissant maximal en travée, y compris lorsque des appuis simples ont été adoptés dans le calcul.

(2) Aux appuis intermédiaires des poutres continues, il convient de répartir la section totale des armatures tendues A_s d'une section transversale en T sur la largeur participante de la membrure supérieure. Une partie de ces armatures peut être concentrée au droit de l'âme.

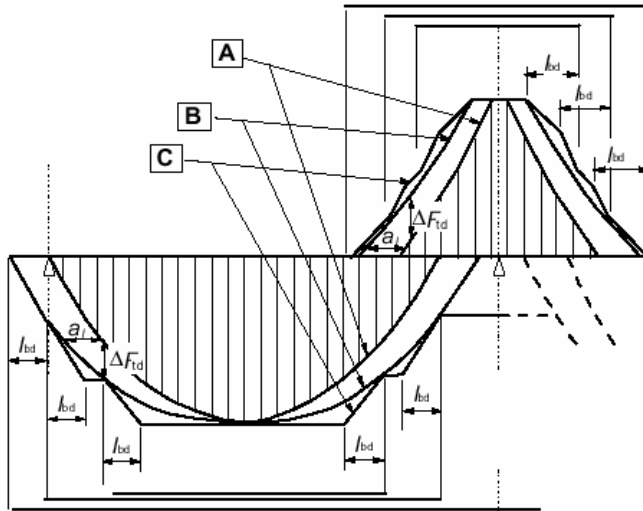


(3) Il convient de maintenir toute armature longitudinale comprimée (de diamètre ϕ) prise en compte dans le calcul de résistance au moyen d'armatures transversales espacées au plus de 15ϕ .

(2) Pour des éléments avec des armatures d'effort tranchant, il convient de calculer l'effort de traction supplémentaire Δ_{Ftd} conformément à l'article 6.2.3 (7) de l'EC2. Pour des éléments sans armatures d'effort tranchant (en particulier les dalles), Δ_{Ftd} peut être estimé en décalant la courbe enveloppe des moments d'une distance $a_1 = d$. Cette "règle de décalage" peut également être employée pour des éléments comportant un ferrailage d'effort tranchant, où :

$$a_1 = z (\cot \theta - \cot \alpha) / 2$$

L'effort de traction supplémentaire est illustré sur la Figure 9.2.



A - Enveloppe de $M_{Ed}/z + N_{Ed}$ **B** - effort de traction agissant F_s
C - effort de traction résistant F_{Rs}

Figure 9.2 : Illustration de l'épure d'arrêt des armatures longitudinales, tenant compte de l'effet des fissures inclinées et de la résistance des armatures dans leur longueur d'ancrage

(3) La résistance des barres sur leur longueur d'ancrage peut être prise en compte en supposant une variation linéaire de l'effort, voir la Figure 9.2. Par sécurité, la contribution de cette longueur d'ancrage peut être négligée.

12.2 ANCRAGE DES BARRES TENDUES

La **longueur d'ancrage de référence** $l_{b,rqd}$ nécessaire pour ancrer l'effort $A_s \cdot f_{sd}$ qui règne dans une barre droite vaut

$$l_{b,rqd} = (\phi / 4) (f_{sd} / f_{bd}) \text{ où}$$

où :

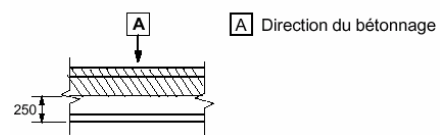
- f_{sd} est la contrainte de calcul de la barre dans la section à partir de laquelle on mesure l'ancrage. En flexion simple, on peut prendre $f_{sd} = f_{yd} \cdot A_{s,req} / A_{s,prov}$ où $A_{s,req}$ est la section d'armatures requise, et $A_{s,prov}$ la section d'armatures réellement mise en place.
- f_{bd} est la valeur de calcul de la contrainte d'adhérence

12.2.1 Valeurs de calcul de la contrainte d'adhérence f_{bd}

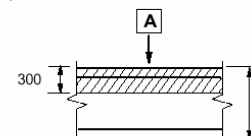
Classes de résistance	C 12/15	C 16/20	C20/25	C 25/30	C30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
f_{bd} barres à adhérence améliorée ($\phi \leq 32$ mm)	1.7	2	2.3	2.7	3	3.3	3.8	4.1	4.4

Corrections :

- pour $\phi > 32$ mm, multiplier f_{bd} par $(132 - \phi) / 100$
- si conditions d'adhérence médiocres, multiplier f_{bd} par 0.7



c) $h > 250$ mm



d) $h > 600$ mm

c) & d) zone non hachurée – conditions d'adhérence "bonnes"
 zone hachurée – conditions d'adhérence "médiocres"

12.2.2 Méthode générale

La longueur d'ancrage de calcul l_{bd} vaut :

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min}$$

où les coefficients α_i tiennent compte : de la forme de la barre (droite, pliée, crochet...), de l'enrobage, de la présence d'armatures transversales soudées ou non, d'une compression transversale (par exemple sur un appui),

(2) Différents modes d'ancrage sont illustrés par la Figure 8.1 (voir aussi 8.8 (3)).

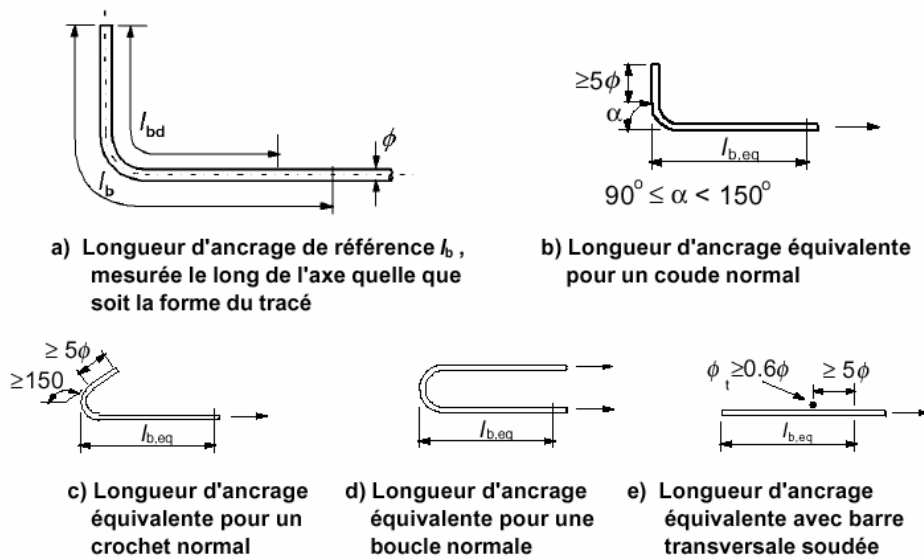


Figure 8.1 : Méthodes d'ancrage autres que le scellement droit

Tableau 8.2 : Valeurs des coefficients α_1 , α_2 , α_3 , α_4 et α_5

Facteur d'influence	Type d'ancrage	Armature de béton armé	
		tendue	comprimée
Forme des barres	Droit	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Autre (voir Figure 8.1 b), c) et d))	$\alpha_1 = 0,7$ si $c_d > 3\phi$ sinon $\alpha_1 = 1,0$ (voir Figure 8.3 pour les valeurs de c_d)	$\alpha_1 = 1,0$
Enrobage	Droit	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Autre (voir Figure 8.1 b), c) et d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (voir Figure 8.3 pour les valeurs de c_d)	$\alpha_2 = 1,0$
Confinement par des armatures transversales non soudées aux armatures principales	Tous types	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Confinement par des armatures transversales soudées*	Tous types, positions et diamètres comme indiqué sur la Figure 8.1 e)	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Confinement par compression transversale	Tous types	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	-

où :

- $\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}) / A_s$
- ΣA_{st} aire de la section des armatures transversales le long de l_{bd} (longueur d'ancrage de calcul)
- $\Sigma A_{st,min}$ aire de la section minimale d'armatures transversales
= 0,25 A_s pour les poutres et 0 pour les dalles
- A_s aire de la section d'une barre ancrée individuelle de diamètre maximal
- K valeurs apparaissant sur la Figure 8.4
- p pression transversale à l'état-limite ultime le long de l_{bd} en MPa

* Voir également 8.6 : Dans le cas d'un appui direct, l_{bd} peut être inférieure à $l_{b,min}$ sous réserve qu'au moins un fil transversal soit soudé à l'intérieur de l'appui. Il convient que ce fil soit situé à 15 mm au moins du nu de celui-ci.

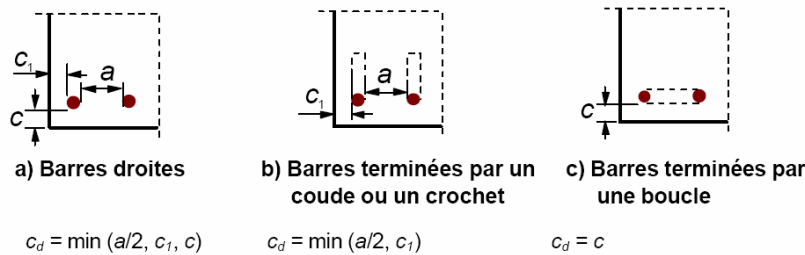


Figure 8.3 : Valeurs de c_d pour les poutres et les dalles

Le produit vérifie :
 $(\alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5) \geq 0,7$

$l_{b,min}$ est la longueur d'ancrage minimale en l'absence de toute autre limitation :

$$l_{b,min} > \max\{0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}\}$$

Dans le cas des barres pliées, il convient de mesurer la longueur d'ancrage de référence $l_{b,rqd}$ et la longueur de calcul l_{bd} le long de l'axe de la barre (voir Figure 8.1a)).

12.2.3 Méthode simplifiée

Une simplification consiste à considérer que l'ancrage de barres tendues selon les formes de la Figure 8.1 peut être assuré moyennant la prise en compte d'une longueur d'ancrage équivalente $l_{b,eq}$ (définie sur cette même figure), qui peut être prise égale à:

- $\alpha_1 l_{b,rqd}$ pour les formes des Figures 8.1b) à 8.1d) avec $\alpha_1 = 0,7$ si $c_d > 3\phi$ sinon $\alpha_1 = 1,0$
- $\alpha_4 l_{b,rqd}$ pour les formes de la Figure 8.1e) avec $\alpha_4 = 0,7$

12.3 EFFORT TRANCHANT

Transmission des charges directement aux appuis pour des charges réparties : on peut prendre comme valeur de l'effort tranchant sollicitant celle à l'abscisse d du nu de l'appui.

12.3.1 Principe général de vérification

Pour la vérification de la résistance à l'effort tranchant, on définit:

- V_{Ed} est l'effort tranchant agissant de calcul dans la section considérée, résultant des charges extérieures appliquées. Dans le cas de charges réparties, on peut prendre la valeur de V_{Ed} à une distance d de l'appui (mais les étriers calculés pour cette valeur doivent continuer jusqu'à l'appui).
- $V_{Rd,c}$ est l'effort tranchant résistant de calcul de l'élément en l'absence d'armatures d'effort tranchant
- $V_{Rd,s}$ est l'effort tranchant de calcul pouvant être repris par les armatures d'effort tranchant travaillant à la limite d'élasticité
- $V_{Rd,max}$ est la valeur de calcul de l'effort tranchant maximal pouvant être repris par l'élément, avant écrasement des bielles de compression

Dans les zones où $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ (cas des dalles en général), aucune armature d'effort tranchant n'est requise par le calcul.

Dans le cas des poutres, même si aucune armature d'effort tranchant n'est requise, il convient de prévoir un ferrailage transversal minimal (voir plus loin : « Dispositions constructives des étriers »).

12.3.2 Dalles sans armature d'effort tranchant

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = \text{Max}[0,15.k(100\rho_L f_{ck})^{1/3}; v_{\min}] b_w \cdot d$$

$$k = \text{Min}[1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2,0] \quad \text{avec } d \text{ en mm}$$

$$\rho_L = \text{Min}\left(\frac{A_{sL}}{b_w \cdot d}; 0,02\right) \quad A_{sL} = \text{section d'armatures longitudinales}$$

$$v_{\min} = 0,035 k^{3/2} \sqrt{f_{ck}}$$

b_w = épaisseur de l'âme en mm (=b si dalle pleine).

f_{ck} en MPa

$V_{Rd,c}$ en Newtons.

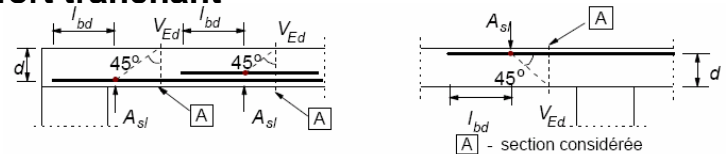


Figure 6.3 : Définition de A_{s1} dans l'Expression (6.2)

12.3.3 Poutres (dalles) avec armature d'effort tranchant

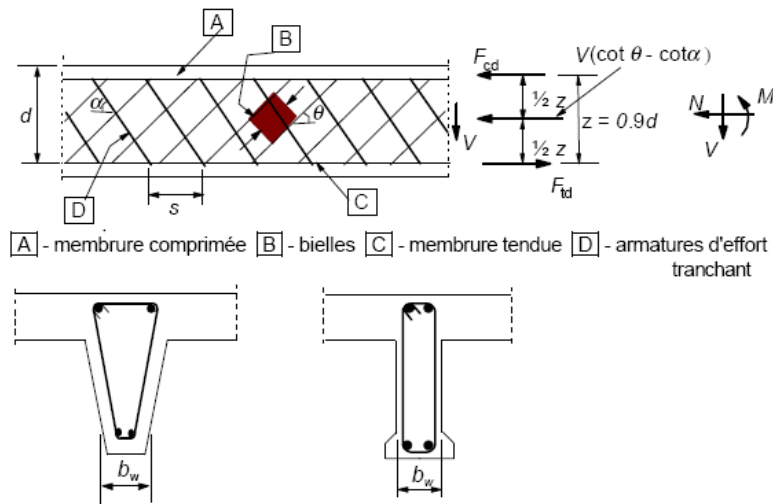


Figure 6.5 : Modèle de treillis et notations dans le cas d'éléments comportant des armatures d'effort tranchant

Inclinaisons θ des bielles sur l'horizontale: $0,5 < \cot \theta < 2$ ou encore $26,6^\circ < \theta < 63,4^\circ$.

12.3.3.1 Effort tranchant résistant vis-à-vis d'une rupture des bielles de béton en compression

Inclinaison des étriers : $\alpha = 90^\circ$ en général (\perp à fibre neutre).

$$V_{Rd,max} = b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\sin 2\vartheta}{2} \quad \text{où}$$

- $\nu_1 = 0.6 [1 - f_{ck}/250]$ est un coefficient de réduction de la résistance du béton fissuré à l'effort tranchant (f_{ck} en MPa).
- b_w est la plus petite largeur de la section comprise entre la membrure tendue et la membrure comprimée
- z est le bras de levier des forces internes, pour un élément de hauteur constante, correspondant au moment fléchissant dans l'élément considéré. Pour les calculs à l'effort tranchant d'une section de béton armé sans effort normal, on peut normalement adopter la valeur approchée $z = 0,9d$

12.3.3.2 Effort tranchant résistant vis-à-vis d'une rupture des étriers

Inclinaison des étriers : $\alpha = 90^\circ$ en général (\perp à fibre neutre).

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad \text{où :}$$

- A_{sw} est l'aire de la section des armatures d'effort tranchant
- s est l'espacement longitudinal des cadres ou étriers
- f_{ywd} est la limite d'élasticité de calcul des armatures d'effort tranchant

12.3.3.3 Dimensionnement économique des étriers (méthode des bielles d'inclinaison variables)

La solution la plus économique est celle pour laquelle $\cot \theta$ est maximale tout en respectant $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$ (rupture de la bielle de béton).

Il faut que la solution vérifie que : $V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$ (rupture des étriers) et $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$ (rupture de la bielle de béton).

On calcule d'abord $\theta = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2.V_{Ed}}{b_w \cdot z \cdot v_1 f_{cd}}\right)$ avec $v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$ (f_{ck} en MPa)

La valeur de θ retenue doit vérifier $26,56^\circ < \theta < 63,43^\circ$ (Document d'Application National Belge de l'EC2 : $0,5 < \cot\theta < 2$)

On se fixe ensuite A_{sw} (on se limite en général à des étriers constitués de $\phi 8$ ou $\phi 10$) et le pas « s » des étriers se déduit par :

$$s = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\theta}{V_{Ed}}$$

12.3.4 Dispositions constructives des étriers

12.3.4.1 Taux d'armatures d'effort tranchant minimal

Le taux d'armatures d'effort tranchant est donné par l'Expression:

$$\rho_w = A_{sw} / (s \cdot b_w) > \rho_{w,\min} \quad \text{où :}$$

ρ_w est le taux d'armatures d'effort tranchant

A_{sw} est l'aire de la section des armatures d'effort tranchant régnant sur la longueur s

s est l'espacement des armatures d'effort tranchant, mesuré le long de l'axe longitudinal de l'élément

b_w est la largeur de l'âme de l'élément

$$\rho_{w,\min} = 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (f_{ck} \text{ et } f_{yk} \text{ en MPa})$$

12.3.4.2 Taux d'armatures d'effort tranchant maximal

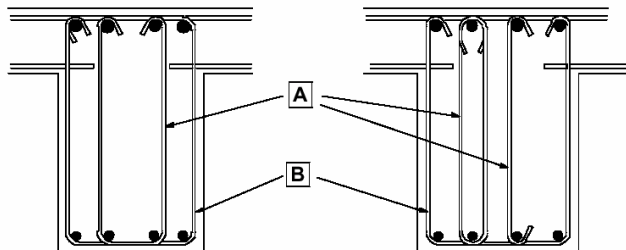
Pour assurer une rupture ductile (rupture des étriers avant rupture des bielles de compression), on doit respecter :

$$\frac{A_{sw}}{s} \leq \frac{A_{sw,\max}}{s} = b_w \cdot v_1 \cdot \frac{f_{cd}}{2f_{ywd}}$$

12.3.4.3 Espacements des étriers

L'espacement longitudinal s maximal entre les cours d'armatures d'effort tranchant ne peut être supérieur à $s_{l,\max} = 0,75d$

L'espacement transversal des brins verticaux dans une série de cadres, étriers ou épingles d'effort tranchant ne peut être supérieur à $s_{t,\max} = 0,75d \leq 600$ mm. Pour respecter cette condition, il faut parfois rajouter des étriers ou épingles, comme sur la figure suivante :



[A] Cadres, épingles et étriers intérieurs

[B] Cadre extérieur

La contrainte de cisaillement longitudinale v_{Ed} , développée à la jonction entre un côté de la membrure et l'âme est déterminée par la variation d'effort normal (longitudinal) dans la partie de membrure considérée :

$$v_{Ed} = \Delta F_d / (h_f \cdot \Delta x)$$

où :

h_f est l'épaisseur de la membrure à la jonction

Δx est la longueur considérée, voir Figure

ΔF_d est la variation de l'effort normal dans la membrure sur la longueur Δx

La valeur maximale que l'on peut admettre pour Δx est égale à la moitié de la distance entre la section de moment nul et la section de moment maximal. Lorsque des charges ponctuelles sont appliquées, il convient de plafonner Δx à la distance entre charges.

Si v_{Ed} est inférieure à $0.23 f_{ctm}$, aucune armature supplémentaire n'est nécessaire en plus de celles requises pour la flexion de la dalle.

Dans le cas contraire (v_{Ed} supérieur à $0.23 f_{ctm}$), on calcule :

$$\theta_f = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2 \cdot v_{Ed}}{v \cdot f_{cd}}\right) \text{ (condition de non écrasement des bielles de compression dans la membrure)}$$

avec :

θ_f respectant les limites:

$$1,0 \leq \cot \theta_f \leq 2,0 \text{ pour les membrures comprimées } (45^\circ \geq \theta_f \geq 26,5^\circ)$$

$$1,0 \leq \cot \theta_f \leq 1,25 \text{ pour les membrures tendues } (45^\circ \geq \theta_f \geq 38,6^\circ)$$

$v = 0.6 [1 - f_{ck}/250]$ est le coefficient de réduction de la résistance du béton fissuré à l'effort tranchant (f_{ck} en MPa).

On calcule ensuite la section des armatures transversales par unité de longueur par :

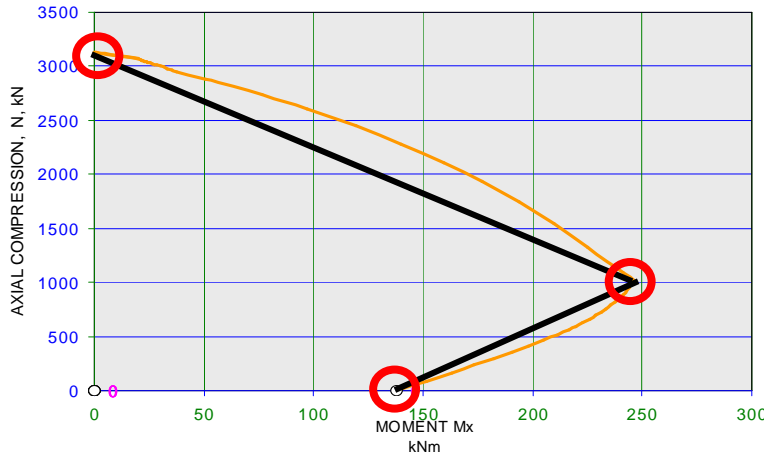
$$\frac{A_{sf}}{s_f} = \frac{v_{Ed} \cdot h_f}{f_{yd} \cdot \cot \theta_f},$$

où s_f est l'écartement des armatures de couture.

Dans le cas où le cisaillement entre membrure et âme est combiné à la flexion transversale, il convient de prendre pour l'aire de la section des armatures la valeur A_{sf} déterminée ci-dessus, ou la moitié de celle-ci plus l'aire requise pour la flexion transversale, si l'aire ainsi obtenue est supérieure.

12.4 ELEMENTS COMPRIMES ET FLECHIS

12.4.1 Diagramme d'interaction simplifié



12.4.1.1 Point sur l'axe N

Dans ce cas, la déformation maximale en compression est $\epsilon_{cu3}=1,75 \cdot 10^{-3}$ et est uniforme sur la section.

L'effort normal ultime se calcule en intégrant le diagramme des contraintes dans la section pour cet état de déformation.

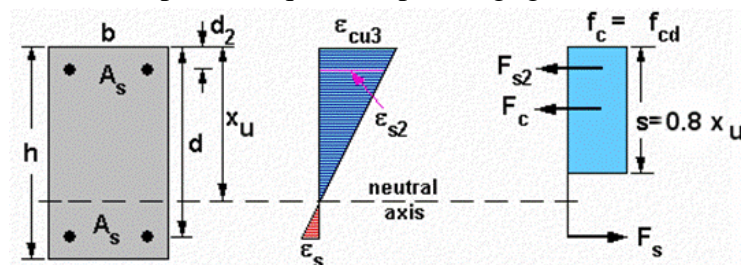
12.4.1.2 Point sur l'axe M

On peut pour ce point négliger les armatures comprimées. On se retrouve alors dans un cas de flexion pure classique.

12.4.1.3 Calcul du point du diagramme correspondant à M_{max}

Ce point correspond à un diagramme de déformation qui passe par $\epsilon_{cu3}=3,5 \cdot 10^{-3}$ dans la fibre comprimée de béton et par la déformation élastique maximale en traction dans l'armature tendue, soit $\epsilon_s=435/200000=0.002175$. Par ailleurs, par triangles semblables, on a :

- $\epsilon_{cu3}/x_u = (\epsilon_{cu3} + \epsilon_s)/d$ ce qui permet de déterminer x_u
- $\epsilon_{cu3}/x_u = \epsilon_{s2}/(x_u - d_2)$ ce qui permet de déterminer f_{s2} , contrainte dans les armatures comprimées, qu'on ne peut négliger ici.



N et M, pour ce point du diagramme d'interaction se calculent en intégrant le diagramme des contraintes dans la section pour cet état de déformation (les moments se calculent ici par rapport au centre de gravité de la section)

12.4.2 Particularités

EC2 5.2(1) et (2) : L'analyse des éléments et des structures doit tenir compte des effets défavorables des imperfections géométriques éventuelles de la structure ainsi que des excentricités des charges axiales.

12.4.3 Excentricité minimale des charges axiales

EC2 6.1(4) Dans le cas de sections droites avec un ferrailage symétrique, soumises à un effort de compression, il convient de tenir compte d'une excentricité minimale $e_0 = \max(h/30; 20 \text{ mm})$, h étant la hauteur de la section.

12.4.4 Imperfections géométriques

EC2 5.2 (9) Une solution simplifiée, applicable aux voiles et aux poteaux isolés dans les structures contreventées, consiste à utiliser une excentricité additionnelle $e_i = l_0/400$ pour couvrir les imperfections liées aux tolérances normales d'exécution

12.4.5 Longueur efficace (longueur de flambement)

12.4.5.1 Eléments isolés de section constante.

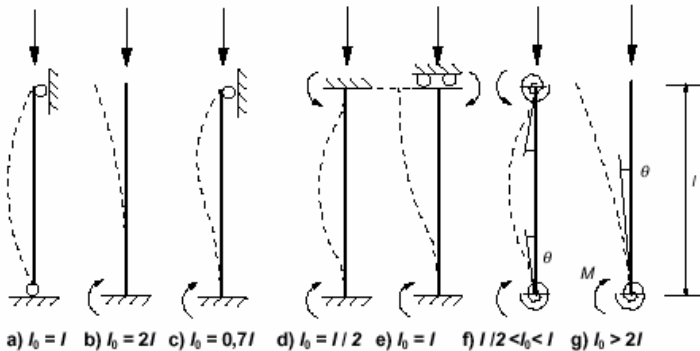


Fig 5.7 de l'Eurocode

12.4.5.2 Eléments comprimés de portiques réguliers

Éléments contreventés

$$l_0 = 0,5l \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)}$$

Éléments non contreventés

$$l_0 = l \cdot \max \left(\sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right)$$

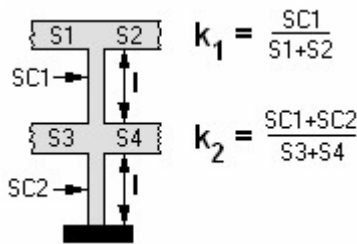
où :

k_1, k_2 sont les souplesses relatives des encastremets partiels aux extrémités 1 et 2 : $k = (\theta / M) \cdot (EI / l)$

θ est la rotation des éléments s'opposant à la rotation pour le moment fléchissant M ; voir également la Figure 5.7 (f) et (g)

EI est la rigidité en flexion de l'élément comprimé, voir également EC2 5.8.3.2 (4) et (5)

l est la hauteur libre de l'élément comprimé entre liaisons d'extrémité



Souplesse colonne 1 = $SC1=EI_1/l$

Souplesse colonne 2 = $SC2= EI_2/l$

Souplesse poutre i = $3EI_{poutre i}/l_{poutre i}$ si autre extrémité appuyée

Souplesse poutre i = $4EI_{poutre i}/l_{poutre i}$ si autre extrémité encastree

Remarque :

L'eurocode (EC2 5.8.3.2(5)) recommande, pour le calcul de l_0 , de tenir compte de l'effet de la fissuration dans la rigidité des éléments s'opposant à la déformation. Dans les formules précédentes, on pourra prendre pour $I_{poutre i}$ la moitié de l'inertie non-fissurée.

12.4.6 Non prise en compte du second ordre

EC2 5.8.3.1 (1) Les effets du second ordre peuvent être négligés si le coefficient d'élançement λ est inférieur à une valeur λ_{lim} , avec :

$\lambda = l_0 / i$ où :

l_0 est la longueur efficace de la colonne

i est le rayon de giration de la section de béton non fissurée

et $\lambda_{lim} = 20 A B C / \sqrt{n}$ où :

$A = 1 / (1 + 0,2 \varphi_{ef})$ (si φ_{ef} n'est pas connu, on peut prendre $A = 0,7$)

$B = (1 + 2\omega)^{0,5}$ (si ω n'est pas connu, on peut prendre $B = 1,1$)

$C = 1,7 - r_m$ (si r_m n'est pas connu, on peut prendre $C = 0,7$)

φ_{ef} coefficient de fluage effectif

$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$ (ratio mécanique d'armatures)

A_s est l'aire totale de la section des armatures longitudinales

$n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$; effort normal relatif

$r_m = M_{01} / M_{02}$; rapport des moments

M_{01}, M_{02} sont les moments d'extrémité du premier ordre, $|M_{02}| \geq |M_{01}|$

Si les moments d'extrémité M_{01} et M_{02} provoquent des tractions sur une même face, il convient de prendre r_m positif (c.-à-d. $C \leq 1,7$), sinon, de prendre r_m négatif (c.-à-d. $C > 1,7$).

Dans les cas suivants, il convient de prendre $r_m = 1,0$ (c.-à-d. $C = 0,7$) :

- éléments contreventés, pour lesquels les moments du premier ordre résultent uniquement ou sont dus de manière prépondérante à des imperfections ou aux charges transversales
- éléments non contreventés en général

12.4.7 Prise en compte du second ordre

Trois méthodes sont proposées par l'Eurocode. Seule la méthode basée sur une courbure nominale est résumée ici. Cette méthode convient avant tout pour les éléments isolés soumis à un effort normal constant, et de longueur efficace donnée.

Le moment de calcul qui en résulte est utilisé pour le dimensionnement des sections vis-à-vis du moment fléchissant et de l'effort normal.

12.4.7.1 Moments fléchissants

(1) Le moment de calcul vaut :

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (5.31)$$

où :

M_{0Ed} est le moment du premier ordre, compte tenu de l'effet des imperfections,

M_2 est le moment nominal du second ordre et vaut :

$$M_2 = N_{Ed} e_2$$

où :

N_{Ed} est l'effort normal agissant de calcul

e_2 est la déformation $e_2 = (1/r) l_0^2 / c$

$1/r$ est la courbure, voir 12.4.7.2.

Dans le cas d'une section constante, on adopte normalement $c = 10 (\approx \pi^2)$. Si le moment du premier ordre est constant, il convient d'adopter une valeur inférieure (8 constituant une limite inférieure, qui correspond à un moment total constant).

La valeur maximale de M_{Ed} est donnée par les distributions de M_{0Ed} et M_2 ; la distribution de M_2 peut être prise comme parabolique ou comme sinusoïdale sur la longueur efficace.

Des moments d'extrémité du premier ordre M_{01} et M_{02} différents peuvent être remplacés par un moment d'extrémité du premier ordre équivalent M_{0e} :

$$M_{0e} = 0,6 M_{02} + 0,4 M_{01} \geq 0,4 M_{02}$$

Il convient de prendre M_{01} et M_{02} de même signe s'ils provoquent la traction sur la même face et de signes opposés dans le cas contraire. En outre, $|M_{02}| \geq |M_{01}|$.

12.4.7.2 Courbure

(1) Dans le cas des éléments de section droite constante et symétrique (ferraillage compris), on peut adopter :

$$1/r = Kr \cdot K\phi \cdot 1/r_0 \quad \text{où :}$$

Kr est un coefficient de correction dépendant de l'effort normal,

$K\phi$ est un coefficient tenant compte du fluage,

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd} / (0,45 d)$$

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$$

d est la hauteur utile.

$$Kr = (n_u - n) / (n_u - n_{bal}) \leq 1 \quad \text{où :}$$

$n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$; effort normal relatif

N_{Ed} est l'effort normal agissant de calcul

n_{bal} est la valeur de n correspondant au moment résistant maximal ; on peut supposer que $n_{bal} = 0,4$

$$n_u = 1 + \omega$$

$$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$$

A_s est l'aire totale de la section des armatures

A_c est l'aire de la section droite du béton.

L'effet du fluage peut être ignoré, ce qui revient à admettre $K\varphi = 1$, si les trois conditions suivantes sont satisfaites conjointement :

$$\varphi(\infty, t_0) \leq 2$$

$$\lambda \leq 75$$

$$M_{0Ed}/N_{Ed} \geq h \text{ où :}$$

M_{0Ed} est le moment du premier ordre et h est la hauteur de la section dans la direction correspondante.

On peut tenir compte de l'effet du fluage au moyen du coefficient :

$$K\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1 \quad \text{où :}$$

$$\beta = 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150$$

λ est le coefficient d'élanement.

φ_{ef} est le coefficient de fluage effectif

La durée du chargement peut être prise en compte d'une manière simplifiée au moyen d'un coefficient de fluage effectif φ_{ef} qui, utilisé conjointement avec la charge de calcul, donne une déformation de fluage (courbure) correspondant à la charge quasi-permanente :

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot M_{0Eqp} / M_{0Ed} \quad \text{où :}$$

$\varphi(\infty, t_0)$ est la valeur finale du coefficient de fluage, comme indiqué en 13.3.2

M_{0Eqp} est le moment fléchissant du premier ordre dans le cas de la combinaison quasi-permanente de charges (ELS)

M_{0Ed} est le moment fléchissant du premier ordre dans le cas de la combinaison de charges de calcul (ELU)

12.5 Dispositions constructives pour les poteaux

Armatures longitudinales

(1) diamètre des barres longitudinales $\geq \phi_{\min} = 12 \text{ mm}$.

(2) quantité totale d'armatures longitudinales $\geq A_{s,\min.} = \max(0,10 N_{Ed} / f_{yd} ; 0,002 A_c)$ où :

f_{yd} est la limite d'élasticité de calcul des armatures

N_{Ed} est l'effort normal agissant de compression.

(3) aire de la section des armatures longitudinales $\leq A_{s,\max} = 0,04 A_c$ hors des zones de recouvrement, et $0,08 A_c$ au droit des recouvrements.

(4) Pour des poteaux de section polygonale, il convient de disposer au moins une barre dans chaque angle. Dans un poteau circulaire, il convient que le nombre de barres longitudinales ne soit pas inférieur à quatre.

Armatures transversales

(1) diamètre des armatures transversales (cadres, boucles ou armature en hélice) $\geq \max(6 \text{ mm ou au quart du diamètre maximal des barres longitudinales})$.

Diamètre des fils du treillis soudé utilisé pour les armatures transversales $\geq 5 \text{ mm}$.

(2) Il convient d'ancrer convenablement les armatures transversales.

- (3) Espacement des armatures transversales le long du poteau $\leq s_{cl,tmax} = \min(15 \text{ fois le diamètre minimal des barres longitudinales ; la plus petite dimension du poteau ; } 400 \text{ mm})$
- (4) Il convient de réduire l'espacement maximal exigé en (3) par un facteur de 0,6 :
- (i) dans les sections situées à une distance au plus égale à la plus grande dimension de la section transversale du poteau ; ces sections peuvent se trouver au-dessus ou au dessous d'une poutre ou d'une dalle ;
- (ii) dans les zones de recouvrement d'armatures, si le diamètre maximal des barres longitudinales est supérieur à 14 mm. Un minimum de 3 barres transversales régulièrement disposées dans la longueur de recouvrement, est nécessaire.
- (5) Lorsque la direction des barres longitudinales change (aux changements de dimensions du poteau par exemple), il convient de calculer l'espacement des armatures transversales en tenant compte des efforts transversaux associés. Ces effets peuvent être ignorés si le changement de direction est inférieur ou égal à 1 pour 12.
- (6) Il convient que chaque barre longitudinale ou paquet de barres longitudinales placé dans un angle soit maintenu par des armatures transversales. Il convient, dans une zone comprimée, de ne pas disposer de barre non tenue à plus de 150 mm d'une barre tenue.

13 Vérification à l'ELS

13.1 Contrôle des déformations (flèches) – Condition de dispense du calcul rigoureux

Le calcul des flèches dans une structure en béton armé est très complexe du fait que le béton se fissure et présente des déformations différées (fluage et retrait).

L'EC2 propose, comme alternative, un rapport l/d (portée/hauteur utile) limite, qui s'il est supérieur au l/d réel, dispense du calcul exact des flèches.

On calcule :

$$\rho_0 = 0,1\sqrt{f_{ck}} \text{ (en \%)} \text{ (pourcentage d'armatures de référence)}$$

$$\rho = \frac{100A_s}{b.d} \text{ (pourcentage d'armatures de traction nécessaire à mi-portée (ou sur appui dans le cas des consoles) pour reprendre le moment sollicitant à l'ELU)}$$

cas des consoles) pour reprendre le moment sollicitant à l'ELU)

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{lim} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^2 \right] \quad \text{si } \rho \leq \rho_0$$

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{lim} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{si } \rho > \rho_0$$

où :

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{lim} \text{ est la valeur limite du rapport portée/hauteur utile}$$

K est un coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux

K

- 1,0 Poutre sur appuis simples, dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions
- 1,3 Travée de rive d'une poutre continue, d'une dalle continue portant dans une direction ou d'une dalle continue le long d'un grand côté et portant dans deux directions

- 1,5 Travée intermédiaire d'une poutre ou d'une dalle portant dans une ou deux directions
- 1,2 Dalle sans nervures sur poteaux, (plancher-dalle) – pour la portée la plus longue
- 0,4 Console

ρ' est le pourcentage d'armatures de compression nécessaire à mi-portée (ou sur appui dans le cas des consoles) pour reprendre le moment engendré par les charges de calcul
 f_{ck} est en MPa

Si on place plus d'armatures ($A_{s,prov}$) que celles strictement nécessaires ($A_{s,req}$) à reprendre $M_{Ed,ELU}$ dans cette section, alors on peut multiplier le rapport $\left(\frac{l}{d}\right)_{lim}$ par $A_{s,prov}/A_{s,req}$

$A_{s,prov}$ est la section d'acier prévue (**provided**) dans la section considérée
 $A_{s,req}$ est la section d'acier nécessaire (**requested**) dans la section aux ELU

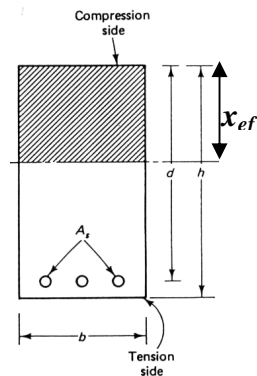
Correctifs.

- multiplier par 0,8 pour les poutres en T si $b_{eff} > 3 b_w$
- multiplier par $7/L_{eff}$ pour les poutres ou dalles (autres que planchers-dalles) si $L > 7$ m et supportant des cloisons fragiles
- multiplier par $8,5/L_{eff}$ pour des planchers-dalles si $L > 8,5$ m et cloisons fragiles.

13.2 Contraintes limites

13.2.1 Calcul des contraintes

13.2.1.1 Section rectangulaire élastique fissurée (sans armatures comprimées)



$$\left(\frac{x_{ef}}{d}\right) = \sqrt{(n\rho)^2 + 2n\rho} - n\rho \quad n = \frac{E_s}{E_c} \quad \rho = \frac{A_s}{bd}$$

Formules utilisant l'inertie l'inertie :

$$I = \frac{bx_{ef}^3}{3} + (d - x_{ef})^2 nA_s$$

$$f_c = \frac{M \cdot x_{ef}}{I} \quad f_s = n \cdot \frac{M \cdot (d - x_{ef})}{I}$$

Formules utilisant le bras de levier z :

$$z = d - \frac{x_{ef}}{3}$$

$$f_c = \frac{2M}{bx_{ef} \cdot z} \quad f_s = \frac{M}{A_s \cdot z}$$

13.2.2 Dans le béton

- $f_c \leq 0,5 \cdot f_{ck}$ pour classes exposition XD, XF et XS.
- $f_c \leq 0,6 \cdot f_{ck}$ pour autres classes exposition.

13.2.3 Dans l'acier

- $f_s \leq 0,8 f_{yk}$ (=500*0.8=400 MPa pour du S500).

13.3 Contrôle de fissuration

EC2 7.3.3 (1) Dans le cas des **dalles** en béton armé ou précontraint dans les bâtiments, sollicitées à la flexion sans traction axiale significative, aucune disposition particulière n'est nécessaire pour la maîtrise de la fissuration lorsque l'épaisseur totale de la dalle n'excède pas 200 mm.

Il convient de définir une valeur limite de l'ouverture calculée des fissures (w_{\max}) en tenant compte de la nature et du fonctionnement envisagés de la structure ainsi que du coût de la limitation de la fissuration.

Tableau 7.1N : Valeurs recommandées de w_{\max} (mm)

Classe d'exposition	Éléments en béton armé et éléments en béton précontraint à armatures non adhérentes	Éléments en béton précontraint à armatures adhérentes
	Combinaison quasi-permanente des charges	
X0, XC1	0,4 ¹	0,2
XC2, XC3, XC4	0,3	0,2 ²
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3		Décompression

Note 1 : Pour les classes d'exposition X0 et XC1, l'ouverture des fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité et cette limite est fixée pour garantir un aspect acceptable. En l'absence de conditions sur l'aspect, cette limite peut être traitée de manière moins stricte.

Note 2 : Pour ces classes d'exposition, en outre, il convient de vérifier la décompression sous la combinaison quasi-permanente des charges.

13.3.1 Sections minimales d'armatures pour maîtrise fissuration

$$A_{s,\min} = k_c k f_{ct,\text{eff}} A_{ct} / f_{yk}$$

où :

$A_{s,\min}$ est la section minimale d'armatures de béton armé dans la zone tendue

A_{ct} est l'aire de la section droite de béton tendu. La zone de béton tendue est la partie de la section dont le calcul montre qu'elle est tendue juste avant la formation de la première fissure

$f_{ct,\text{eff}} = f_{ctm}$ (ou $f_{ctm}(t)$ si fissuration se produit en $t < 28$ jours)

$k = 1,0$ pour les âmes telles que $h \leq 300$ mm ou les membrures d'une largeur inférieure à 300 mm

$k = 0,65$ pour les âmes telles que $h \geq 800$ mm ou les membrures d'une largeur supérieure à 800 mm

les valeurs intermédiaires peuvent être obtenues par interpolation

k_c est un coefficient qui tient compte de la répartition des contraintes dans la section immédiatement avant la fissuration ainsi que de la modification du bras de levier :

En traction pure :

$$k_c = 1,0$$

En flexion simple ou en flexion composée de sections rectangulaires et âmes des caissons et des sections en T : $k_c = 0,4$

13.3.2 Module de Young du béton pour charges quasi-permanentes

Le fluage est un phénomène **très important** pour les calculs aux états limites de service (déformations). Il faut se rendre compte que le **poids propre** du béton constitue la part la plus importante de la mise ne charge de toute structure en béton... et que cette charge est constante dans le temps.

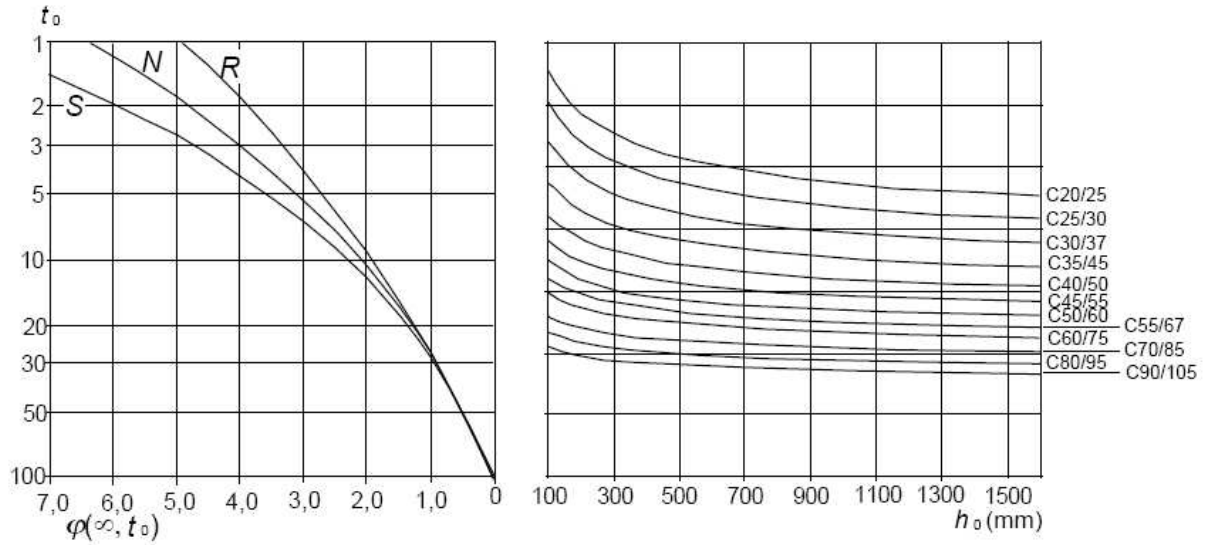
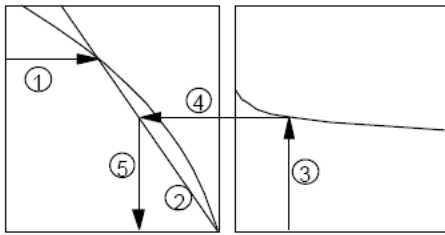
Pour prendre en compte le fluage sous charges quasi permanentes, on calcule

$$E_{c,\text{eff}} = E_{cm}(t_0) / (1 + \phi(t, t_0))$$

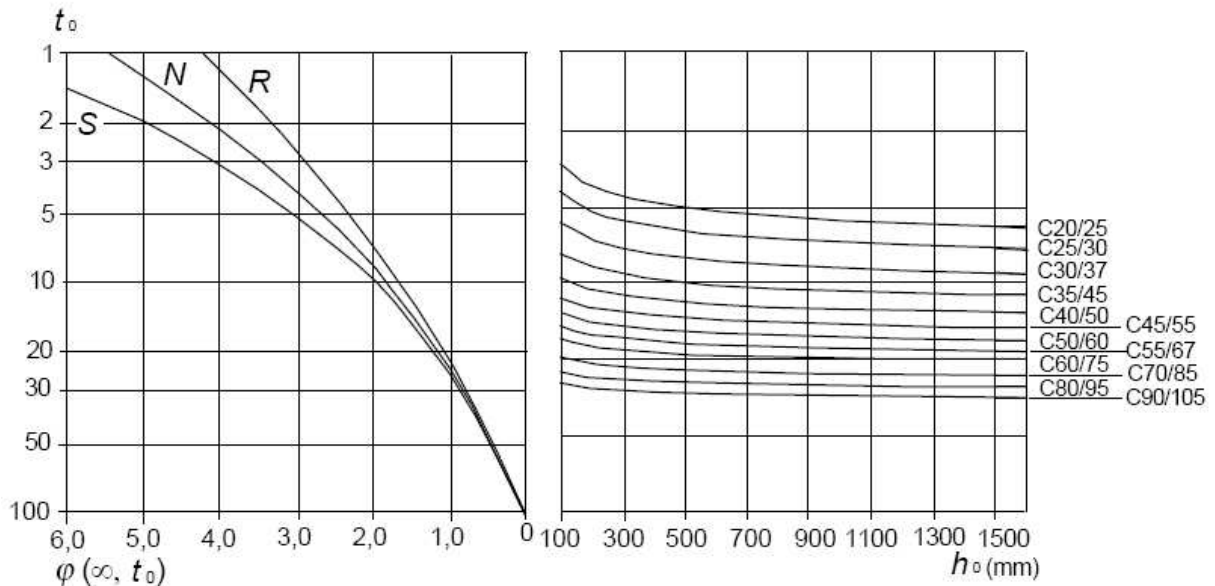
- t_0 est l'instant initial du chargement
- t est l'instant considéré du calcul
- $E_{cm}(t_0)$ le module d'Young au moment du chargement
- $\phi(t, t_0)$ le coefficient de fluage à la référence de 28 jours

En pratique on considère généralement $t_0=28$ jours et $t = \infty$, les charges quasi-permanentes étant supposées agir pendant cette période.

Le coefficient $\phi(\infty, t_0)$ (pour une température constante de 20°C) se détermine à l'aide des abaques suivants et dans l'ordre des opérations suivantes (1 à 5).



a) Environnement intérieur – RH = 50%



b) Environnement extérieur - RH = 80%

Note :

- h_0 = rayon moyen = $2A_c/u$, où A_c est l'aire de la section transversale du béton et u le périmètre de la partie exposée à la dessiccation (pour une dalle $h_0=h$)
- S désigne les ciments de Classe S (prise lente "slow")

- N désigne les ciments de Classe N
- R désigne les ciments de Classe R (prise rapide)
- le point d'intersection des droites 4 et 5 peut également se situer au-dessus du point 1
- pour $t_0 > 100$, il est suffisamment précis de supposer $t_0 = 100$ (et d'utiliser la tangente)

Pour la prise en compte de températures différentes de 20° , on se reportera à l'annexe B de l'EC2.

13.3.3 Maîtrise de la fissuration sans calcul direct

EC2 7.3.3(1) Dans le cas des dalles en béton armé ou précontraint dans les bâtiments, sollicitées à la flexion sans traction axiale significative, aucune disposition particulière n'est nécessaire pour la maîtrise de la fissuration lorsque l'épaisseur totale de la dalle n'excède pas 200 mm.

EC2 7.3.3 (2) Comme simplification, les règles données en 14.3.4 peuvent être présentées sous la forme de tableaux limitant le diamètre ou l'espacement des armatures.

Tableau 7.2N Diamètre maximal ϕ_s des barres pour la maîtrise de la fissuration

		Diamètre maximal des barres [mm]		
		$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
Contrainte de l'acier ¹ [MPa]	160	40	32	25
	200	32	25	16
	240	20	16	12
	280	16	12	8
	320	12	10	6
	360	10	8	5
	400	8	6	4
	450	6	5	-

Tableau 7.3N Espacement maximal des barres pour la maîtrise de la fissuration

Contrainte de l'acier ¹ [MPa]	Espacement maximal des barres [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

¹La contrainte est calculée juste après la fissuration et sous les combinaisons d'actions appropriées

13.3.4 Calcul de l'ouverture des fissures

L'ouverture des fissures, w_k , peut être calculée au moyen de l'expression :

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \text{ où}$$

$s_{r,max}$ est l'espacement maximal des fissures

ε_{sm} est la déformation moyenne de l'armature de béton armé sous la combinaison de charges considérée, incluant l'effet des déformations imposées et en tenant compte de la participation du béton tendu. Seul est pris en compte l'allongement relatif au-delà de l'état correspondant à l'absence de déformation du béton au même niveau

$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ peut être calculé au moyen de l'expression :

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \max \left(\frac{f_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s}; 0,6 \frac{f_s}{E_s} \right)$$

Où :

f_s est la contrainte dans les armatures de béton armé tendues, en supposant la section fissurée.

α_e est le rapport E_s/E_{cm}

$\rho_{p,eff} = A_s/A_{c,eff}$

$A_{c,eff}$ est l'aire de la section effective de béton autour des armatures tendues, c'est-à-dire l'aire de la section de béton autour des armatures de traction, de hauteur $h_{c,ef}$, où $h_{c,ef}$ est la plus petite des trois valeurs ci-après : $2,5(h-d)$, $(h-x)/3$ ou $h/2$

k_t est un facteur dépendant de la durée de la charge

$k_t = 0,6$ dans le cas d'un chargement de courte durée

$k_t = 0,4$ dans le cas d'un chargement de longue durée

$$s_{r,max} = 3,4.c + k_1 k_2 0,425 \phi / \rho_{p,eff} \quad (7.11)$$

où :

ϕ est le diamètre des barres. Lorsque plusieurs diamètres de barres sont utilisés dans une même section, il convient de retenir un diamètre équivalent ϕ_{eq} (voir EC2).

c est l'enrobage des armatures longitudinales

k_1 est un coefficient qui tient compte des propriétés d'adhérence des armatures adhérentes :

= 0,8 pour les barres à haute adhérence

= 1,6 pour les armatures ayant une surface effectivement lisse (armatures de précontrainte, par exemple)

k_2 est un coefficient qui tient compte de la distribution des déformations :

= 0,5 en flexion

= 1,0 en traction pure

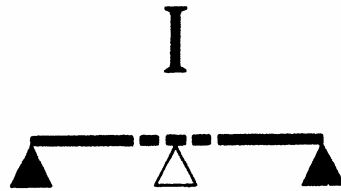
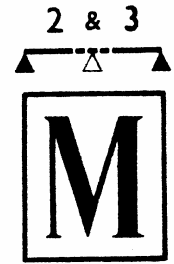
Dans le cas d'une traction excentrée voir l'EC2.

Lorsque l'espacement des armatures adhérentes excède $5(c + \phi/2)$ ou lorsqu'il

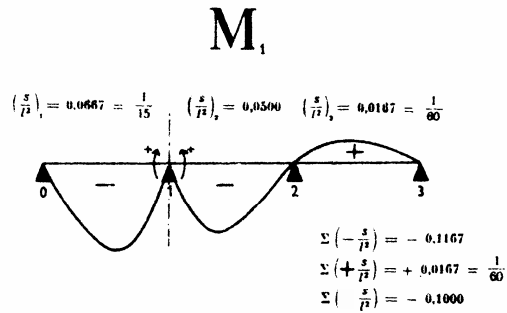
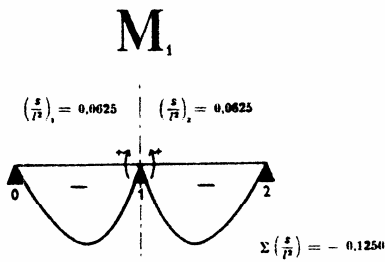
n'y a pas d'armatures adhérentes à l'intérieur du béton tendu, on peut définir une limite supérieure à l'ouverture des fissures en admettant un espacement maximal des fissures :

$$s_{r,max} = 1,3 (h - x)$$

Annexe A : Lignes d'influence



1°-Lignes d'Influence des
MOMENTS AUX APPUIS

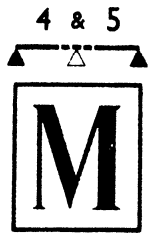


Valeurs de $\frac{y}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°
0	(-) 0	(-) 0
0,10	0,0248	0,0428
0,20	0,0480	0,0720
0,30	0,0683	0,0893
0,40	0,0840	0,0960
0,50	0,0938	0,0938
0,60	0,0960	0,0840
0,70	0,0893	0,0683
0,80	0,0720	0,0428
0,90	0,0428	0,0248
1	(-) 0	(-) 0
$(\frac{dy}{dx})$	-0,2500	+0,2500

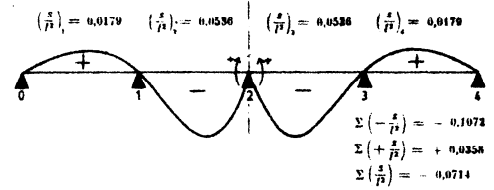
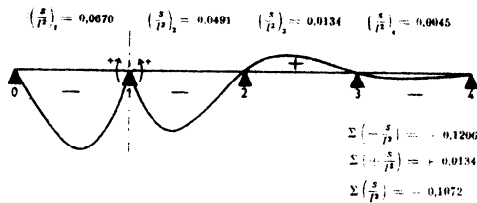
Valeurs de $\frac{y}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°
0	(-) 0	(-) 0	(+) 0
0,10	0,0264	0,0390	0,0114
0,20	0,0512	0,0640	0,0192
0,30	0,0728	0,0770	0,0238
0,40	0,0896	0,0800	0,0256
0,50	0,1000	0,0749	0,0250
0,60	0,1024	0,0640	0,0224
0,70	0,0952	0,0490	0,0182
0,80	0,0768	0,0320	0,0128
0,90	0,0456	0,0150	0,0066
1	(-) 0	(-) 0	(+) 0
$(\frac{dy}{dx})$	-0,2667		-0,0667



M_1

M_2



Valeurs de $\frac{x}{l}$

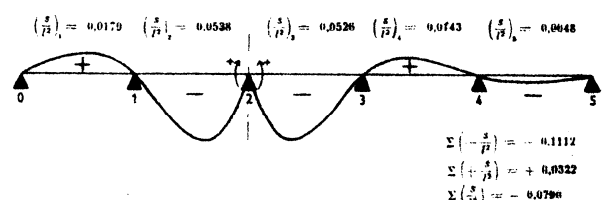
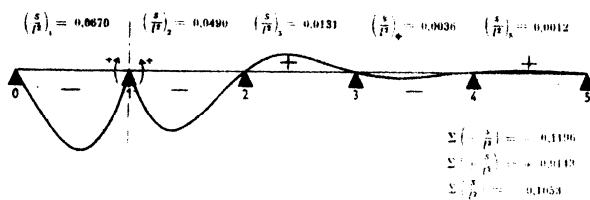
Valeurs de $\frac{x}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	$\frac{x}{l}$
0	(-) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	0
0,10	0,0265	0,0387	0,0105	0,0031	0,10
0,20	0,0514	0,0634	0,0171	0,0051	0,20
0,30	0,0731	0,0761	0,0206	0,0064	0,30
0,40	0,0900	0,0789	0,0214	0,0069	0,40
0,50	0,1005	0,0737	0,0201	0,0067	0,50
0,60	0,1029	0,0626	0,0172	0,0060	0,60
0,70	0,0956	0,0476	0,0131	0,0049	0,70
0,80	0,0772	0,0308	0,0086	0,0034	0,80
0,90	0,0458	0,0143	0,0040	0,0018	0,90
1	(-) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	1
$(\frac{dx}{dx})$	-0,2680			+0,0179	$(\frac{dx}{dx})$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 0	(-) 0	(-) 0	(+) 0	0
0,10	0,0071	0,0161	0,0418	0,0122	0,10
0,20	0,0137	0,0343	0,0686	0,0206	0,20
0,30	0,0195	0,0525	0,0825	0,0255	0,30
0,40	0,0240	0,0686	0,0857	0,0274	0,40
0,50	0,0268	0,0804	0,0804	0,0268	0,50
0,60	0,0274	0,0857	0,0686	0,0240	0,60
0,70	0,0255	0,0825	0,0525	0,0195	0,70
0,80	0,0206	0,0686	0,0343	0,0137	0,80
0,90	0,0122	0,0418	0,0161	0,0071	0,90
1	(+) 0	(-) 0	(-) 0	(+) 0	1
$(\frac{dx}{dx})$	+0,0715			-0,0715	$(\frac{dx}{dx})$

M_1

M_2

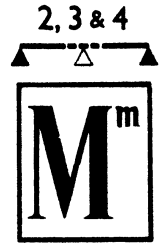


Valeurs de $\frac{x}{l}$

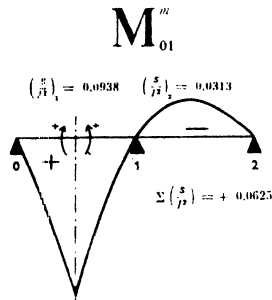
Valeurs de $\frac{x}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	5°	$\frac{x}{l}$
0	(-) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	0
0,10	0,0265	0,0387	0,0104	0,0026	0,0008	0,10
0,20	0,0515	0,0634	0,0170	0,0046	0,0014	0,20
0,30	0,0732	0,0761	0,0204	0,0065	0,0017	0,30
0,40	0,0900	0,0788	0,0211	0,0067	0,0018	0,40
0,50	0,1005	0,0736	0,0197	0,0054	0,0016	0,50
0,60	0,1029	0,0625	0,0168	0,0046	0,0016	0,60
0,70	0,0956	0,0476	0,0128	0,0035	0,0013	0,70
0,80	0,0772	0,0308	0,0083	0,0022	0,0009	0,80
0,90	0,0458	0,0143	0,0038	0,0011	0,0005	0,90
1	(-) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	1
$(\frac{dx}{dx})$	-0,2680				-0,0048	$(\frac{dx}{dx})$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	5°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 0	(-) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	0
0,10	0,0071	0,0162	0,0415	0,0112	0,0033	0,10
0,20	0,0138	0,0344	0,0680	0,0184	0,0055	0,20
0,30	0,0196	0,0527	0,0820	0,0222	0,0068	0,30
0,40	0,0241	0,0689	0,0845	0,0230	0,0074	0,40
0,50	0,0269	0,0807	0,0789	0,0216	0,0072	0,50
0,60	0,0276	0,0861	0,0671	0,0184	0,0064	0,60
0,70	0,0256	0,0829	0,0510	0,0141	0,0062	0,70
0,80	0,0207	0,0689	0,0330	0,0095	0,0037	0,80
0,90	0,0123	0,0420	0,0153	0,0043	0,0019	0,90
1	(+) 0	(-) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	1
$(\frac{dx}{dx})$	+0,0717				+0,0192	$(\frac{dx}{dx})$

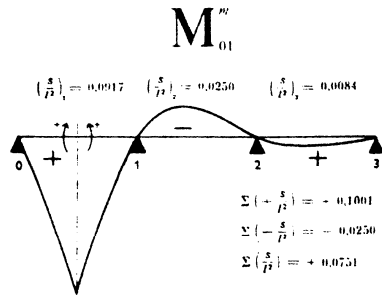


2° Lignes d'Influence des
MOMENTS AU MILIEU DES TRAVEES



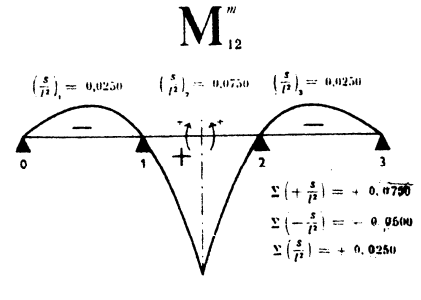
Valeurs de $\frac{y}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°
0	(+) 0	(-) 0
0,10	0,0376	0,0214
0,20	0,0760	0,0360
0,30	0,1159	0,0446
0,40	0,1580	0,0480
0,50	0,2031	0,0469
0,60	0,1520	0,0420
0,70	0,1054	0,0341
0,80	0,0640	0,0240
0,90	0,0286	0,0124
1	(+) 0	(-) 0
$(\frac{dy}{dx})$	+0,3750	+0,1250



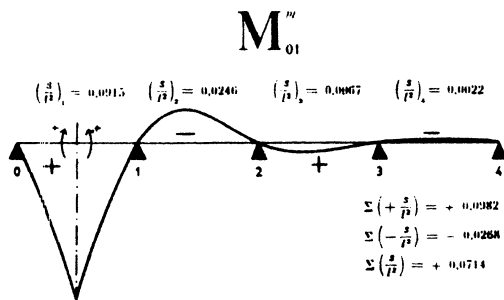
Valeurs de $\frac{y}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°
0	(+) 0	(-) 0	(+) 0
0,10	0,0367	0,0195	0,0057
0,20	0,0744	0,0320	0,0096
0,30	0,1136	0,0385	0,0119
0,40	0,1552	0,0400	0,0128
0,50	0,2000	0,0374	0,0125
0,60	0,1488	0,0320	0,0112
0,70	0,1024	0,0245	0,0091
0,80	0,0616	0,0160	0,0064
0,90	0,0272	0,0075	0,0033
1	(+) 0	(-) 0	(+) 0
$(\frac{dy}{dx})$	+0,3667		-0,0333



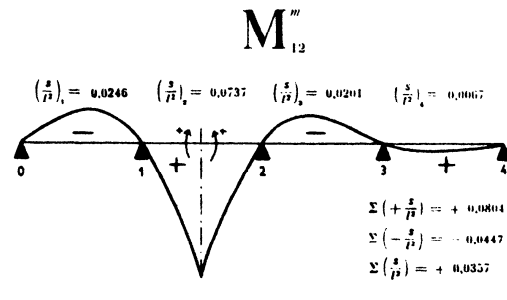
Valeurs de $\frac{y}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°
0	(-) 0	(+) 0	(-) 0
0,10	0,0099	0,0230	0,0171
0,20	0,0192	0,0520	0,0288
0,30	0,0273	0,0870	0,0357
0,40	0,0336	0,1280	0,0384
0,50	0,0375	0,1752	0,0375
0,60	0,0384	0,1280	0,0336
0,70	0,0357	0,0870	0,0273
0,80	0,0288	0,0520	0,0192
0,90	0,0171	0,0230	0,0099
1	(-) 0	(+) 0	(-) 0
$(\frac{dy}{dx})$	-0,1000		+0,1000



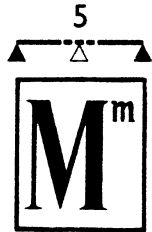
Valeurs de $\frac{y}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	0
0,10	0,0368	0,0194	0,0052	0,0015	0,10
0,20	0,0743	0,0317	0,0086	0,0026	0,20
0,30	0,1134	0,0381	0,0103	0,0032	0,30
0,40	0,1550	0,0395	0,0107	0,0034	0,40
0,50	0,1998	0,0368	0,0100	0,0034	0,50
0,60	0,1486	0,0313	0,0086	0,0030	0,60
0,70	0,1022	0,0238	0,0066	0,0024	0,70
0,80	0,0614	0,0154	0,0043	0,0017	0,80
0,90	0,0271	0,0072	0,0020	0,0009	0,90
1	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	1
$(\frac{dy}{dx})$	+0,3660			+0,0091	$(\frac{dy}{dx})$



Valeurs de $\frac{y}{l}$

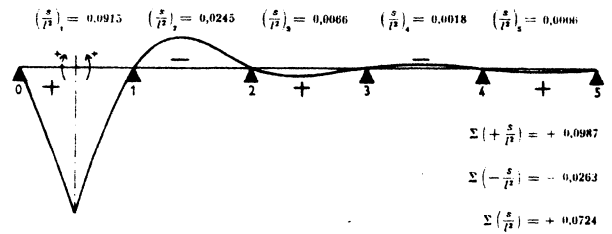
$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	$\frac{x}{l}$
0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	0
0,10	0,0097	0,0226	0,0157	0,0046	0,10
0,20	0,0189	0,0511	0,0237	0,0077	0,20
0,30	0,0268	0,0857	0,0309	0,0096	0,30
0,40	0,0330	0,1263	0,0321	0,0103	0,40
0,50	0,0368	0,1731	0,0300	0,0101	0,50
0,60	0,0377	0,1259	0,0257	0,0090	0,60
0,70	0,0351	0,0849	0,0197	0,0073	0,70
0,80	0,0283	0,0503	0,0129	0,0052	0,80
0,90	0,0168	0,0220	0,0060	0,0027	0,90
1	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	1
$(\frac{dy}{dx})$	-0,0981			-0,0269	$(\frac{dy}{dx})$



Valeurs de $\frac{y}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	5°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	0
0,10	0,0367	0,0194	0,0052	0,0014	0,0004	0,10
0,20	0,0743	0,0317	0,0085	0,0023	0,0007	0,20
0,30	0,1134	0,0380	0,0102	0,0028	0,0009	0,30
0,40	0,1550	0,0394	0,0106	0,0029	0,0009	0,40
0,50	0,1998	0,0368	0,0099	0,0027	0,0009	0,50
0,60	0,1486	0,0312	0,0084	0,0023	0,0008	0,60
0,70	0,1022	0,0238	0,0064	0,0018	0,0007	0,70
0,80	0,0614	0,0154	0,0041	0,0011	0,0005	0,80
0,90	0,0271	0,0071	0,0019	0,0005	0,0002	0,90
1	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	1
$(\frac{dy}{dx})_0$	+0,3660				-0,0024	$(\frac{dy}{dx})_1$

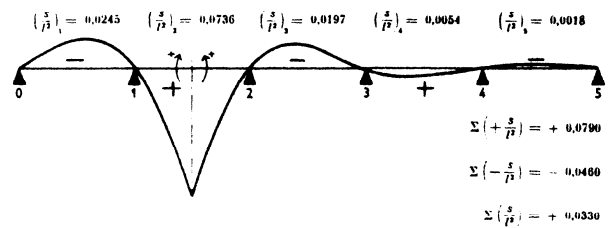
M_{01}^m



Valeurs de $\frac{y}{l}$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	5°	$\frac{x}{l}$
0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	0
0,10	0,0097	0,0226	0,0156	0,0042	0,0012	0,10
0,20	0,0188	0,0511	0,0255	0,0069	0,0021	0,20
0,30	0,0268	0,0856	0,0308	0,0083	0,0026	0,30
0,40	0,0330	0,1262	0,0317	0,0086	0,0028	0,40
0,50	0,0368	0,1729	0,0296	0,0081	0,0027	0,50
0,60	0,0377	0,1257	0,0251	0,0069	0,0024	0,60
0,70	0,0350	0,0848	0,0191	0,0054	0,0020	0,70
0,80	0,0283	0,0592	0,0124	0,0035	0,0014	0,80
0,90	0,0168	0,0219	0,0058	0,0015	0,0007	0,90
1	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	1
$(\frac{dy}{dx})_0$	-0,0981				-0,0072	$(\frac{dy}{dx})_1$

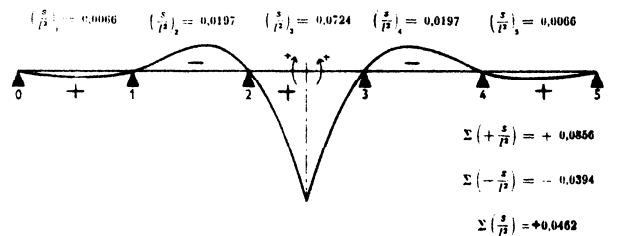
M_{12}^m



Valeurs de $\frac{y}{l}$

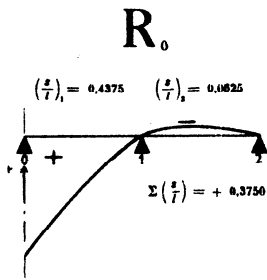
$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	5°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	0
0,10	0,0024	0,0059	0,0216	0,0154	0,0042	0,10
0,20	0,0047	0,0120	0,0495	0,0253	0,0070	0,20
0,30	0,0067	0,0193	0,0835	0,0304	0,0088	0,30
0,40	0,0083	0,0253	0,1242	0,0316	0,0094	0,40
0,50	0,0092	0,0296	0,1710	0,0296	0,0092	0,50
0,60	0,0094	0,0316	0,1242	0,0253	0,0083	0,60
0,70	0,0088	0,0304	0,0835	0,0193	0,0067	0,70
0,80	0,0070	0,0253	0,0495	0,0120	0,0047	0,80
0,90	0,0042	0,0154	0,0216	0,0059	0,0024	0,90
1	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	1
$(\frac{dy}{dx})_0$	+0,0245				-0,0245	$(\frac{dy}{dx})_1$

M_{23}^m



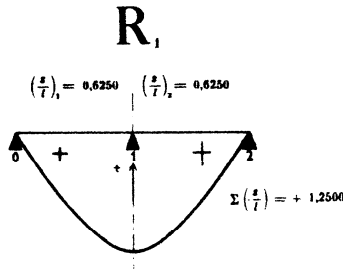


3^e-Lignes d'Influence des REACTIONS D'APPUIS



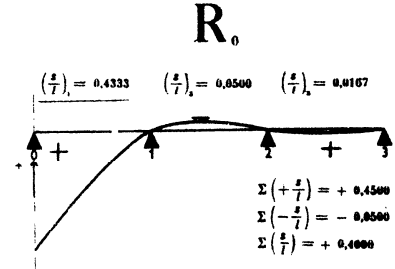
Valeurs de y

$\frac{x}{l}$	1°	2°
0	(+) 1	(-) 0
0,10	0,8753	0,0428
0,20	0,7520	0,0720
0,30	0,6318	0,0893
0,40	0,5160	0,0960
0,50	0,4063	0,0938
0,60	0,3040	0,0840
0,70	0,2108	0,0683
0,80	0,1280	0,0480
0,90	0,0573	0,0248
1	(+) 0	(-) 0
$(\frac{\partial y}{\partial x})/l$	-1,2500	+0,2500



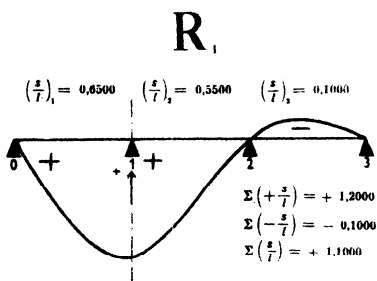
Valeurs de y

$\frac{x}{l}$	1°	2°
0	(+) 0	(+) 1
0,10	0,1495	0,9855
0,20	0,2960	0,9420
0,30	0,4365	0,8785
0,40	0,5680	0,7920
0,50	0,6875	0,6875
0,60	0,7920	0,5680
0,70	0,8785	0,4365
0,80	0,9440	0,2960
0,90	0,9855	0,1495
1	(+) 1	(+) 0
$(\frac{\partial y}{\partial x})/l$	+1,5000	-1,5000



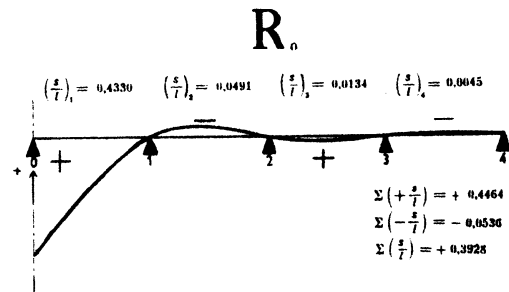
Valeurs de y

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°
0	(+) 1	(-) 0	(+) 0
0,10	0,8734	0,0390	0,0114
0,20	0,7488	0,0640	0,0192
0,30	0,6272	0,0770	0,0238
0,40	0,5104	0,0800	0,0256
0,50	0,4000	0,0749	0,0250
0,60	0,2976	0,0640	0,0224
0,70	0,2048	0,0480	0,0182
0,80	0,1232	0,0320	0,0128
0,90	0,0544	0,150	0,0066
1	(+) 0	(-) 0	(+) 0
$(\frac{\partial y}{\partial x})/l$	-1,2667		-0,0607



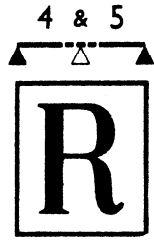
Valeurs de y

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°
0	(+) 0	(+) 1	(-) 0
0,10	0,1594	0,9630	0,0684
0,20	0,3153	0,8959	0,1152
0,30	0,4638	0,8060	0,1428
0,40	0,6016	0,6960	0,1536
0,50	0,7251	0,5749	0,1500
0,60	0,8305	0,4480	0,1344
0,70	0,9142	0,3210	0,1092
0,80	0,9728	0,2001	0,0768
0,90	1,0026	0,0910	0,0396
1	(+) 1	(+) 0	(-) 0
$(\frac{\partial y}{\partial x})/l$	+1,6000		+0,4000



Valeurs de y

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 1	(-) 0	(+) 0	(-) 0	0
0,10	0,8735	0,0387	0,0105	0,0031	0,10
0,20	0,7486	0,0634	0,0171	0,0051	0,20
0,30	0,6269	0,0761	0,0206	0,0064	0,30
0,40	0,5100	0,0789	0,0214	0,0069	0,40
0,50	0,3995	0,0737	0,0201	0,0067	0,50
0,60	0,2971	0,0626	0,0172	0,0060	0,60
0,70	0,2044	0,0476	0,0131	0,0049	0,70
0,80	0,1229	0,0308	0,0088	0,0034	0,80
0,90	0,0542	0,0143	0,0040	0,0018	0,90
1	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	1
$(\frac{\partial y}{\partial x})/l$	-1,2679			+0,0179	$(\frac{\partial y}{\partial x})/l$



Valeurs de y

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 0	(+) 1	(-) 0	(+) 0	0
0,10	0,1601	0,9613	0,0627	0,0183	0,10
0,20	0,3166	0,8925	0,1028	0,0309	0,20
0,30	0,4658	0,7997	0,1237	0,0383	0,30
0,40	0,6040	0,6892	0,1285	0,0412	0,40
0,50	0,7277	0,5673	0,1203	0,0402	0,50
0,60	0,8332	0,4395	0,1029	0,0360	0,60
0,70	0,9168	0,3128	0,0787	0,0293	0,70
0,80	0,9749	0,1931	0,0514	0,0206	0,80
0,90	1,0038	0,0868	0,0241	0,0106	0,90
1	(+) 1	(+) 0	(-) 0	(+) 0	1
$(\frac{dy}{dx})/l$	+1,6073			-0,1072	$(\frac{dy}{dx})/l$

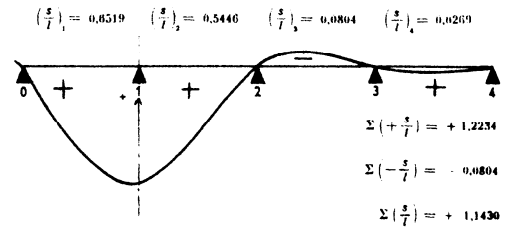
$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	$\frac{x}{l}$
0	(-) 0	(+) 0	(+) 1	(-) 0	0
0,10	0,0424	0,0975	0,9798	0,0733	0,10
0,20	0,0823	0,2139	0,9234	0,1235	0,20
0,30	0,1170	0,3420	0,8380	0,1530	0,30
0,40	0,1440	0,4755	0,7302	0,1646	0,40
0,50	0,1607	0,6072	0,6066	0,1607	0,50
0,60	0,1646	0,7302	0,4755	0,1440	0,60
0,70	0,1530	0,8380	0,3420	0,1170	0,70
0,80	0,1235	0,9234	0,2144	0,0823	0,80
0,90	0,0733	0,9798	0,0975	0,0424	0,90
1	(-) 0	(+) 1	(+) 0	(-) 0	1
$(\frac{dy}{dx})/l$	-0,4286			+0,4286	$(\frac{dy}{dx})/l$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	5°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 1	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	0
0,10	0,8735	0,0387	0,0104	0,0028	0,0008	0,10
0,20	0,7486	0,0634	0,0170	0,0046	0,0014	0,20
0,30	0,6268	0,0761	0,0204	0,0055	0,0017	0,30
0,40	0,5100	0,0788	0,0211	0,0057	0,0018	0,40
0,50	0,3995	0,0736	0,0197	0,0054	0,0018	0,50
0,60	0,2971	0,0625	0,0168	0,0046	0,0016	0,60
0,70	0,2043	0,0475	0,0128	0,0035	0,0013	0,70
0,80	0,1228	0,0308	0,0083	0,0022	0,0009	0,80
0,90	0,0542	0,0143	0,0038	0,0011	0,0005	0,90
1	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	(+) 0	1
$(\frac{dy}{dx})/l$	-1,2680				-0,0048	$(\frac{dy}{dx})/l$

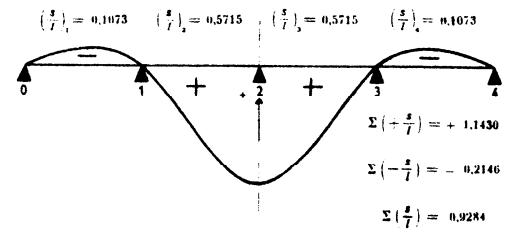
$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	5°	$\frac{x}{l}$
0	(+) 0	(+) 1	(-) 0	(+) 0	(-) 0	0
0,10	0,1602	0,9613	0,0622	0,0168	0,0049	0,10
0,20	0,3167	0,8923	0,1019	0,0275	0,0083	0,20
0,30	0,4659	0,7996	0,1223	0,0332	0,0103	0,30
0,40	0,6042	0,6896	0,1268	0,0344	0,0110	0,40
0,50	0,7279	0,5664	0,1184	0,0323	0,0108	0,50
0,60	0,8334	0,4388	0,1006	0,0276	0,0097	0,60
0,70	0,9170	0,3121	0,0766	0,0211	0,0079	0,70
0,80	0,9751	0,1925	0,0496	0,0130	0,0065	0,80
0,90	1,0039	0,0865	0,0230	0,0065	0,0028	0,90
1	(+) 1	(+) 0	(-) 0	(+) 0	(-) 0	1
$(\frac{dy}{dx})/l$	+1,6078				+0,0287	$(\frac{dy}{dx})/l$

$\frac{x}{l}$	1°	2°	3°	4°	5°	$\frac{x}{l}$
0	(-) 0	(+) 0	(+) 1	(-) 0	(+) 0	0
0,10	0,0427	0,0980	0,9780	0,0674	0,0197	0,10
0,20	0,0827	0,2150	0,9199	0,1106	0,0331	0,20
0,30	0,1176	0,3435	0,8334	0,1331	0,0410	0,30
0,40	0,1447	0,4775	0,7231	0,1382	0,0442	0,40
0,50	0,1615	0,6095	0,5987	0,1296	0,0431	0,50
0,60	0,1654	0,7327	0,4684	0,1106	0,0386	0,60
0,70	0,1538	0,8404	0,3328	0,0847	0,0314	0,70
0,80	0,1240	0,9254	0,2064	0,0525	0,0220	0,80
0,90	0,0737	0,9810	0,0930	0,0260	0,0114	0,90
1	(-) 0	(+) 1	(+) 0	(-) 0	(+) 0	1
$(\frac{dy}{dx})/l$	-0,4307				-0,1149	$(\frac{dy}{dx})/l$

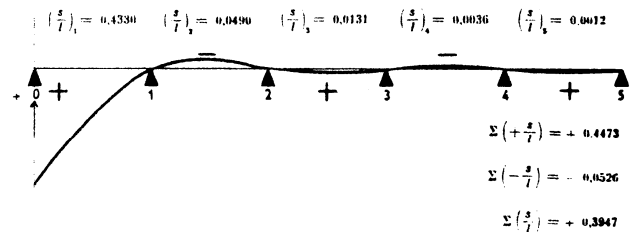
R₁



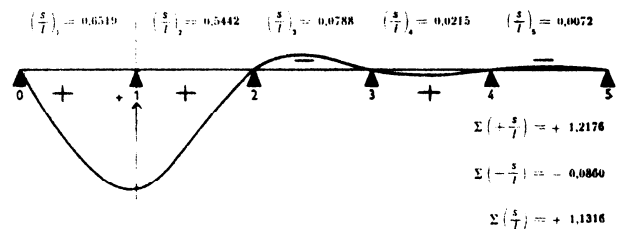
R₂



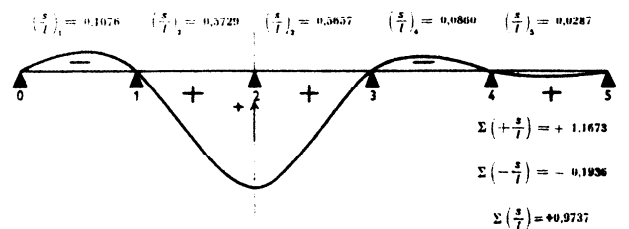
R₀



R₁



R₂



Annexe B. Formulaire pour le calcul des flèches

	M_{max}	V_{max}	δ_{max}	
	$WL^2/8$	$WL/2$	$\frac{5}{384}$	$\frac{WL^4}{EI}$
	$PL/4$	$P/2$	$\frac{1}{48}$	$\frac{PL^3}{EI}$
	$PL/3$	P	$\frac{8,625}{243}$	$\frac{PL^3}{EI}$
	$3PL/8$	$3P/2$	$\frac{19}{384}$	$\frac{PL^3}{EI}$
	$3PL/5$	$2P$	0,063	$\frac{PL^3}{EI}$
	$3PL/4$	$5P/2$	$\frac{4,95}{64,8}$	$\frac{PL^3}{EI}$
	M	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{ML^2}{EI}$
	M	M/L	$\frac{1}{16}$	$\frac{ML^2}{EI}$