

Commande d'une unité de stockage de gaz naturel par réseaux de Petri hybrides

Introduction

Les processus industriels présentent des comportements de nature très différente selon les technologies mises en œuvre, selon les domaines d'application et selon le point de vue avec lequel on les considère. Dans la classification des processus il est usuel de distinguer les comportements discrets de ceux qui sont continus. Par discret on entend que la représentation du système est connue à partir d'un ensemble dénombrable d'états, et que les grandeurs caractéristiques du système évoluent de manière discontinue pour passer d'un état à un autre.

La représentation de ces grandeurs et l'état du système sont habituellement représentés par des variables logiques ou des nombres entiers naturels. Des exemples caractéristiques de systèmes discrets sont les systèmes manufacturiers, les automates ou les calculateurs numériques. On considère par exemple qu'une machine outil dans une chaîne de production peut être en état de marche ou d'arrêt. A l'opposé, une représentation continue suppose que l'état du système appartient à un domaine continu, et que les grandeurs caractéristiques évoluent de manière continue à l'intérieur de ce domaine. Des exemples caractéristiques de systèmes continus sont les processus chimiques, et les asservissements analogiques. Enfin, certains systèmes présentent à la fois des aspects continus et discrets : il s'agit des systèmes hybrides. Si la machine outil précédente est un tour numérique, on peut s'intéresser non seulement à son état discret (marche ou arrêt), mais aussi à la vitesse de rotation de la broche et à son avance qui sont à l'évidence des grandeurs continues. On peut donc constater que pour un même système, les aspects continus et discrets coexistent et sont complémentaires. Ce document présente un outil spécifique développé pour la modélisation et la commande des systèmes dynamiques hybrides : il s'agit des réseaux de Petri hybrides. L'application de cet outil à la commande d'une unité de stockage de gaz naturel est ensuite décrite.

Réseaux de Petri

Le terme « réseaux de Petri » désigne une famille de graphes orientés, munis d'un formalisme mathématique qui fait intervenir la manipulation des nombres entiers ou réels positifs ainsi que l'algèbre linéaire. Plusieurs classes de réseaux de Petri ont été développées et étudiées.

Parmi celles – ci on distinguera les réseaux de Petri autonomes dépourvus d'horloge interne et les réseaux de Petri dépendant du temps qui en sont pourvus. Pour les premiers, seul l'ordre d'apparition des événements est pris en compte alors que pour les seconds les instants d'occurrence des événements interviennent également. On retiendra également les réseaux de

Petri continus utilisés pour représenter les systèmes continus et les réseaux de Petri hybrides utilisés pour représenter les systèmes hybrides. A ces réseaux, il faut ajouter les réseaux de Petri commandés pour lesquels l'évolution est dictée par des événements extérieurs. Ces derniers ne seront pas abordés dans ce document.

Réseaux de Petri autonomes

Un réseau de Petri autonome est un graphe orienté qui comporte deux types de nœuds : les *places* représentées par des cercles et les *transitions* représentées par des traits (figure 1a). A chaque place est associé un *marquage* qui est un nombre entier correspondant au nombre de jetons dans la place. Un *jeton* est un petit disque noir qui représente généralement une ressource disponible dans la place où il se trouve. Le marquage initial indiqué sur la figure 1a est $(2, 1, 0, 0)$. Le marquage correspond à l'ordre croissant des indices, c'est à dire à (m_1, m_2, m_3, m_4) . Les transitions T_1 et T_3 sont *sensibilisées* parce qu'il y a au moins un jeton dans chaque place d'entrée de ces transitions. Le *franchissement* consiste à retirer un jeton de chacune des places d'entrée et à rajouter un jeton à chaque place de sortie de la transition franchie. Le franchissement de T_1 conduirait au marquage $(1, 1, 1, 0)$ et le franchissement de T_3 conduirait à $(2, 0, 0, 1)$. Tous les franchissements possibles apparaissent sur le *graphe des marquages*. Notons que, pour l'exemple de la figure 1a, il y a deux *invariants* de marquage $m_1 + m_3 = 2$ et $m_2 + m_4 = 1$. L'état du PN peut donc être représenté par (m_1, m_2) au lieu de (m_1, m_2, m_3, m_4) qui est redondant. Le graphe des marquages peut être représenté dans le plan (m_1, m_2) (figure 1b) et on peut constater qu'il y a 6 états possibles.

Plus formellement un réseau de Petri (PN) avec n places et p transitions est défini par $\langle P, T, \text{Pre}, \text{Post}, M_0 \rangle$ où $P = \{P_i\}_{i=1, \dots, n}$ est un ensemble non vide de places, $T = \{T_j\}_{j=1, \dots, p}$ est un ensemble non vide de transitions, tel que $P \cap T = \emptyset$. IN représente l' ensemble des nombres entiers et IR^+ celui des nombres réels positifs. $\text{Pre}: P \times T \rightarrow IN$ est l' application d' incidence avant : $\text{Pre} (P_i, T_j)$ correspond au poids de l' arc qui relie la place P_i à la transition T_j . $W_{PR} = (w^{PR}_{ij})_{i=1, \dots, n, j=1, \dots, p} \in IN^{n \times p}$ avec $w^{PR}_{ij} = \text{Pre} (P_i, T_j)$ est la matrice d' incidence avant. $\text{Post}: P \times T \rightarrow IN$ est l' application d' incidence arrière : $\text{Post} (P_i, T_j)$ est le poids de l' arc qui relie la transition T_j à la place P_i . $W_{PO} = (w^{PO}_{ij})_{i=1, \dots, n, j=1, \dots, p} \in IN^{n \times p}$ avec $w^{PO}_{ij} = \text{Post} (P_i, T_j)$ est la matrice d' incidence arrière. La matrice d' incidence W du réseau de Petri est définie par $W = W_{PO} - W_{PR} \in IN^{n \times p}$. Soit $M = (m_i)_{i=1, \dots, n} \in IN^n$ le vecteur de marquage et $M_0 \in IN^n$ le vecteur de marquage initial. \mathcal{T}_j (resp. T_j°) représente l' ensemble des places d' entrée (resp. de sortie) de T_j . L' évolution du marquage est donnée par l'équation [1]:

$$M' = M + W.X, \quad [1]$$

où $X = (x_j)_{j=1,\dots,p} \in \mathbb{N}^p$ représente la séquence des transitions franchies lorsque le PN évolue du marquage M au marquage M' . Chaque composante x_j du vecteur X correspond au nombre de franchissements de la transition T_j . Pour être franchie, la transition T_j doit être sensibilisée. Elle est sensibilisée seulement si chaque composante du vecteur de marquage des places d'entrée P_i est supérieur à $\text{Pre}(P_i, T_j)$. Des **conflits** apparaissent lorsqu'une place est en amont de plusieurs transitions, et que le marquage de la place commune ne permet pas de franchir toutes les transitions qui la partagent. Dans ce cas, un outil de prise de décisions complète le PN. Il résout le conflit en précisant quelles transitions sont franchies.

Réseaux de Petri continus

Un réseau de Petri continu autonome CPN est défini comme un cas limite de réseau de Petri discret : chaque jeton est découpé en k jetons plus petits et k tend vers l'infini. La figure 1c montre un CPN : les places et transitions sont représentées à l'aide de doubles traits. Le marquage initial indiqué est aussi $(2, 1, 0, 0)$ mais dans ce cas le marquage est représenté par un vecteur de nombres réels et non plus entiers. Dans l'état initial, les transitions T_1 et T_3 sont sensibilisées, puisque les marquages de leur place d'entrée ne sont pas nuls. Ces deux transitions peuvent être franchies. On définit maintenant une quantité de franchissement qui est un nombre réel compris entre 0 et 1. Par exemple pour une quantité de franchissement de 0.2 de la transition T_1 , on atteint le marquage $(1.8, 1, 0.2, 0)$. On peut observer qu'il y a un nombre infini de marquages accessibles qui correspondent à la partie grisée du plan (figure 1d).

Plus formellement, un réseau de Petri continu CPN avec n places et p transitions est défini comme un PN, mais $\text{Pre}: P \times T \rightarrow \mathbb{R}^+$ et $\text{Post}: P \times T \rightarrow \mathbb{R}^+$. De plus $M = (m_i)_{i=1,\dots,n} \in \mathbb{R}^+{}^n$, $M_0 \in \mathbb{R}^+{}^n$, et $X = (x_j)_{j=1,\dots,p} \in \mathbb{R}^+{}^p$.

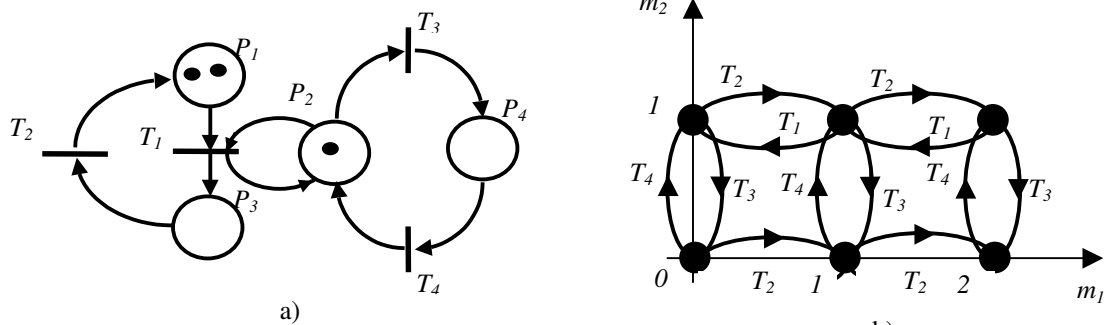
Réseaux de Petri hybrides

Un réseau de Petri hybride HPN comporte des places continues et discrètes ainsi que des transitions continues et discrètes (figure 1e) Sur cet exemple, les places continues sont P_1 et P_3 et les transitions continues correspondent à T_1 et T_2 . D'autre part, les places discrètes sont P_2 et P_4 et les transitions discrètes correspondent à T_3 et T_4 . Considérons le franchissement de la transition continue T_1 . Pour une quantité de franchissement de 0.1 on obtient le marquage $(1.9, 1, 0.1, 0)$. On a retiré 0.1 à P_1 et P_2 qui sont les places d'entrée de la transition et on a ajouté la même quantité à P_2 et à P_3 qui sont les places de sortie. On peut constater que le marquage de la place P_2 reste un nombre entier car on a retiré et ajouté la même quantité. Le

100 marquage accessible correspond aux deux segments grisés (figure 1f) On se déplace de façon
 continue le long d'un segment par franchissement continu de T_1 ou T_2 et on commute d'un
 segment à l'autre par le franchissement discret de T_3 ou T_4 .

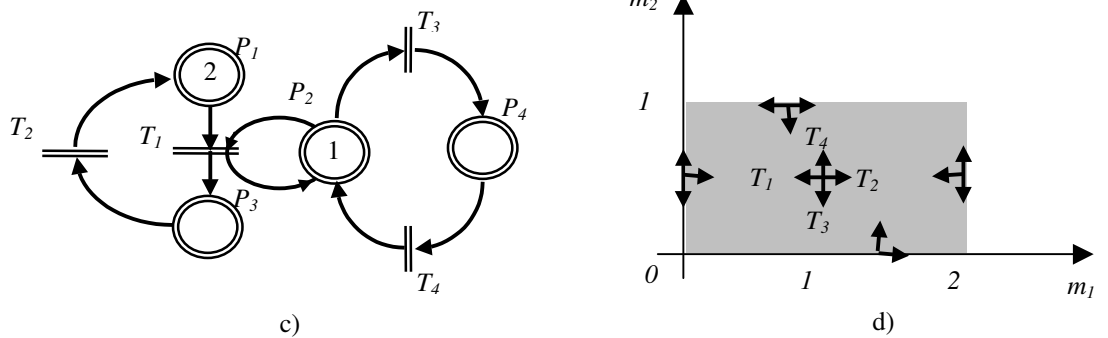
Plus formellement, un réseau de Petri hybride HPN avec n places et p transitions est défini par
 105 $\langle PN, h \rangle$ où PN est un réseau de Petri et $h : P \cup T \rightarrow \{D, C\}$ est la fonction « hybride » qui
 indique pour chaque nœud s'il est continu ou discret. Les fonctions Pre et Post doivent
 satisfaire le critère suivant : si P_i est une place discrète et T_j est une transition continue alors
 $Pre(P_i, T_j) = Post(P_i, T_j)$.

110



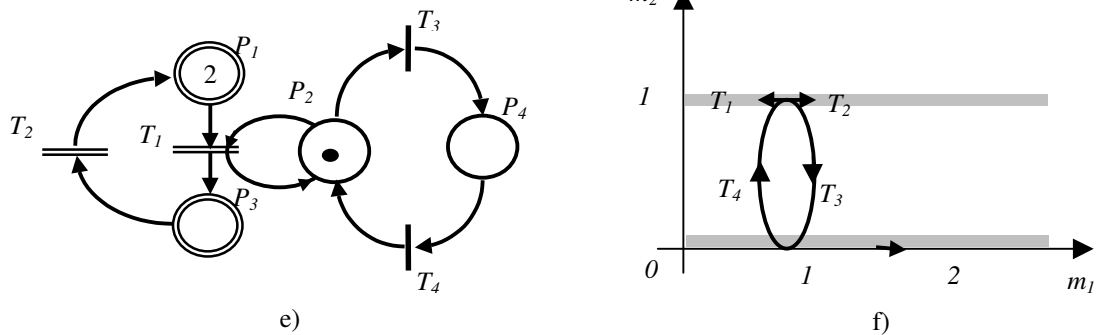
115

120



125

130



135

140

145

Figure 1. Réseaux de Petri
 a) PN b) Espace de marquage d'un PN c) CPN d) Espace de marquage d'un CPN
 e) HPN f) Espace de marquage d'un HPN

Un réseau de Petri hybride permet de représenter l'influence d'un système discret (par
 150 exemple un automate) sur un processus continu (par exemple une machine électrique). La
 figure 1e illustre cette influence. Supposons que les places P_1 et P_3 correspondent à des
 réservoirs entre lesquels un liquide s'écoule. Le marquage d'une place correspond à la
 quantité de liquide dans le réservoir correspondant. La transition T_1 représente un pompage
 entre P_1 et P_3 et la transition T_2 correspond à un flux par gravité. Quand la pompe est en
 155 marche (un jeton est présent dans la place discrète P_2), la partie continue évolue par
 franchissement continu des transitions T_1 et T_2 . Quand la pompe est arrêtée (un jeton est
 présent dans la place discrète P_4 , mais pas dans P_2), la transition T_1 n'est plus sensibilisée et
 seule la transition T_2 continue à être franchie tant que le marquage $m_3 > 0$. De la même
 manière, les réseaux de Petri hybrides permettent de représenter l'influence d'un processus
 160 continu sur un système discret.

Pour tirer pleinement partie des qualités de représentation des HPN, il est nécessaire de
 pouvoir réaliser la conversion d'un marquage continu en un marquage discret et vice – versa
 par le franchissement d'une transition discrète. Sur la figure 2a, la transition T_1 n'est pas
 165 sensibilisée car $m_1 < 0.75$. Par contre sur la figure 2b, T_1 est sensibilisée car $m_1 \geq 0.75$. Dans
 ce cas le franchissement de T_1 consiste à retirer une quantité de 0.75 jetons de P_1 et à ajouter
 un jeton au marquage de P_2 , ce qui conduit au marquage (0.05, 2). Ceci peut par exemple
 illustrer le mécanisme de remplissage de bouteilles : dès que l'on atteint 0.75 litre, la bouteille
 est déclarée pleine. On peut également réaliser la conversion inverse comme le montre la
 170 figure 2c. Le franchissement de T_1 consiste à retirer un jeton au marquage de P_1 et à ajouter
 une quantité de 0.75 jetons de P_2 , ce qui conduit au marquage (0, 0.75).

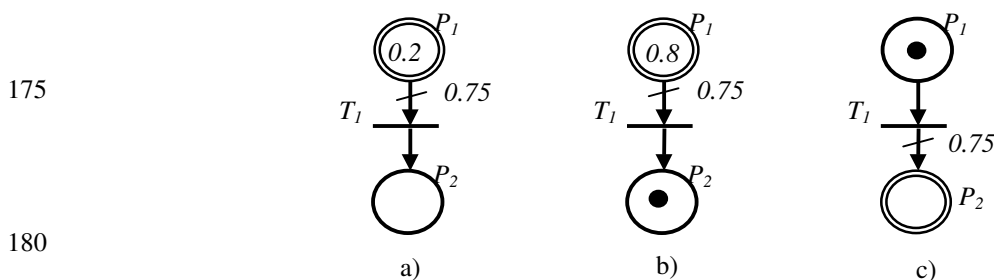


Figure 2. Conversion du marquage dans un HPN
 a) et b) Conversion continu vers discret c) Conversion discret vers continu

185 Plus généralement une transition discrète d'un HPN peut avoir des places d'entrée et de sortie
 continues ou discrètes sans restriction. Une transition continue peut aussi avoir des places
 d'entrée et de sortie continues ou discrètes, mais toutes les places d'entrée discrètes doivent

aussi être des places de sortie avec des arcs de même poids. Ceci est illustré par exemple par la place P_2 de la figure 1e. Cette propriété est fondamentale pour préserver un marquage en nombre entier des places discrètes.

Réseaux de Petri dépendant du temps

Pour représenter le comportement des systèmes dynamiques, il est nécessaire de modéliser le temps. Certaines extensions des réseaux de Petri permettent cette modélisation : il s'agit des PN temporisés. Le temps peut être associé indifféremment aux places ou aux transitions du PN. Nous considérerons ici uniquement le cas où le temps est associé aux transitions.

Un réseau de Petri discret temporisé TPN avec n places et p transitions est défini par $\langle \text{PN}, D_{\min} \rangle$ où PN est un réseau de Petri et $D_{\min} = (d_{\min j})_{j=1, \dots, p} \in \mathbb{R}^+{}^p$ est le vecteur des durées minimales de franchissement des transitions. Dans un TPN, les jetons sont *réservés* dans les places en amont de la transition T_j pendant une durée $d_{\min j}$, avant de franchir la transition T_j . Seuls les jetons non réservés sont pris en compte pour sensibiliser les transitions.

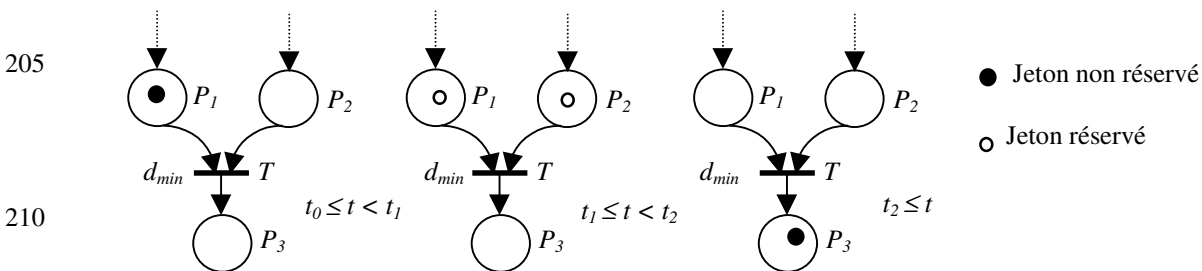


Figure 3 : Franchissement des transitions dans un TPN.

Le franchissement de la transition T_j débute lorsque T_j est sensibilisée et se termine lorsque la temporisation est écoulee. Sur l'exemple de la figure 3, avant t_1 , il y a un seul jeton dans la place P_1 , et aucun jeton dans la place P_2 . Donc la transition T n'est pas sensibilisée et le jeton dans P_1 n'est pas réservé. A l'instant t_1 , un jeton est ajouté au marquage de P_2 . La transition T est maintenant sensibilisée et les deux jetons sont réservés pour le franchissement de T . A l'instant $t_2 = t_1 + d_{\min}$, la transition T est franchie, les deux jetons sont retirés de P_1 et P_2 et un jeton est ajouté au marquage de P_3 .

Un réseau de Petri continu temporisé VCPN avec n places et p transitions est défini par $\langle \text{PN}, X_{\max} \rangle$ où PN est un réseau de Petri et $X_{\max} = (x_{\max j})_{j=1, \dots, p} \in \mathbb{R}^+{}^p$ est le vecteur des fréquences maximales de franchissement des transitions. Chaque transition est franchie avec une fréquence de franchissement effective inférieure à la fréquence maximale. Soit

$X(t) = (x_j(t))_{j=1,\dots,p} \in \mathbb{R}^{+p}$ le vecteur des vitesses de franchissement à l'instant t .
 L'évolution du marquage est donnée par le système différentiel [2] :

$$\frac{dM(t)}{dt} = W \cdot X(t) \quad [2]$$

Pour chaque transition T_j , les composantes du vecteur des vitesses de franchissement $X(t)$
 230 dépendent continûment du marquage des places d'entrée de T_j selon l'équation [3] :

$$x_j(t) = x_{max j} \cdot \mu_j(t) \quad \text{avec} \quad \mu_j(t) = \min_{P_i \in {}^{\circ}T_j} (m_i(t)). \quad [3]$$

Les composantes du vecteur de marquage et du vecteur des vitesses de franchissement d'un
 VCPN sont des fonctions continues du temps.

Un réseau de Petri hybride temporisé THPN avec n places et p transitions est défini comme
 235 un HPN pour lequel on associe des durées minimales de franchissement aux transitions
 discrètes et des fréquences maximales de franchissement aux transitions continues.

Pour illustrer le comportement dynamique des réseaux de Petri dépendant du temps, on
 considère le système cyclique de la figure 4 qui représente l'allocation dynamique au cours du
 temps de 5 ressources réclamées par 3 clients. Ce système est successivement modélisé grâce
 240 à un TPN (figure 4a), grâce à un VCPN (figure 4b) et enfin grâce à un THPN (figure 4c).
 Les durées sont mesurées en unités de temps (UT). Le vecteur de marquage initial est dans
 les 3 cas identique : $M_0 = (1, 1, 1, 5, 0, 0)^T$. Les places P_1, P_2 et P_3 servent à limiter le
 nombre de franchissements simultanés pour chacune des transitions T_1, T_2 et T_3 . Le marquage
 de ces places n'évolue pas au cours du temps, il n'est donc pas représenté sur la figure 5.

245

250

255

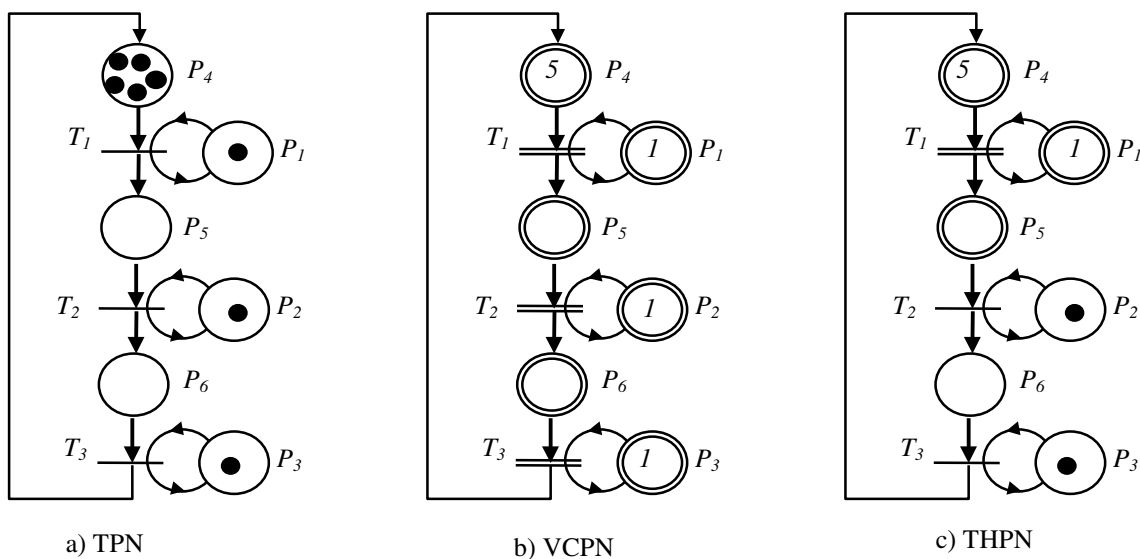


Figure 4 : Réseaux de Petri dépendant du temps

260 Le vecteur des durées minimales de franchissement du TPN correspond à $D_{min} = (2, 1, 3)^T$. Celui des fréquences maximales de franchissement du VCPN correspond à $X_{max} = (1/2, 1, 1/3)^T$. Enfin le THPN de la figure 4c comporte une transition continue T_1 avec $x_{max 1} = 1/2$ et 2 transitions discrètes T_2 et T_3 de durées minimales de franchissement respectives $d_{min 2} = 1$ et $d_{min 3} = 3$. Le marquage des places P_4 , P_5 et P_6 est représenté pour chaque type de réseaux dans la figure 5 (traits pleins pour P_4 , pointillés fins pour P_5 et pointillés larges pour P_6).

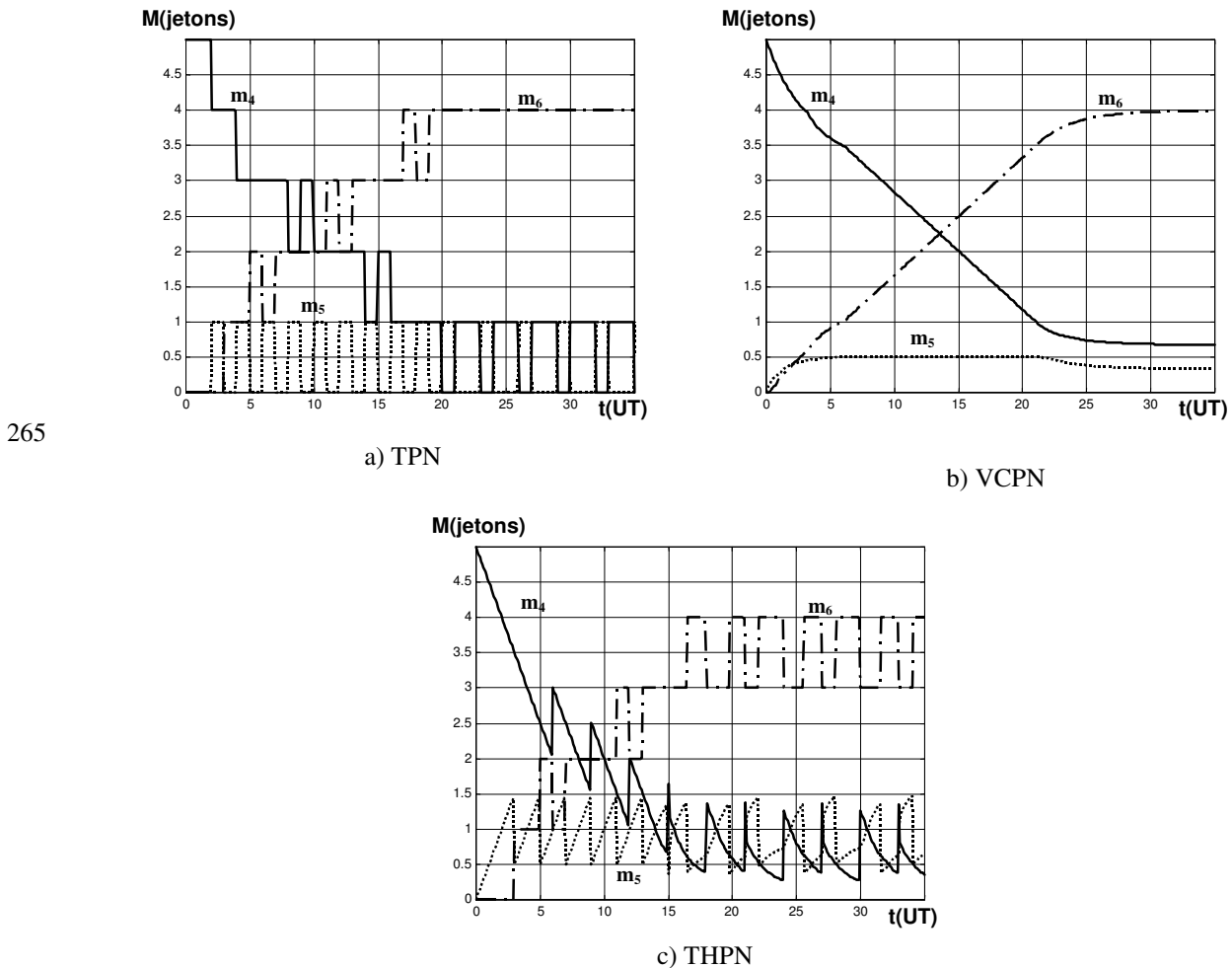


Figure 5 : Evolution du marquage de réseaux dépendant du temps

270 Nous allons voir dans ce qui suit comment les THPN sont utilisés pour la modélisation et la commande d'un système physique.

Unité de stockage des gaz

L'installation est composée d'un réservoir de stockage de gaz S , caractérisé par sa pression P_s , son volume V_s et le nombre de moles U_s , et de deux compresseurs C_p et C_c dédiés l'un à l'alimentation par l'unité de production et l'autre à la distribution de l'unité client (figure 6).
Les débits dp et dc de l'unité de production et du réseau de distribution aux clients sont supposés constants sur des intervalles de temps prédéfinis.

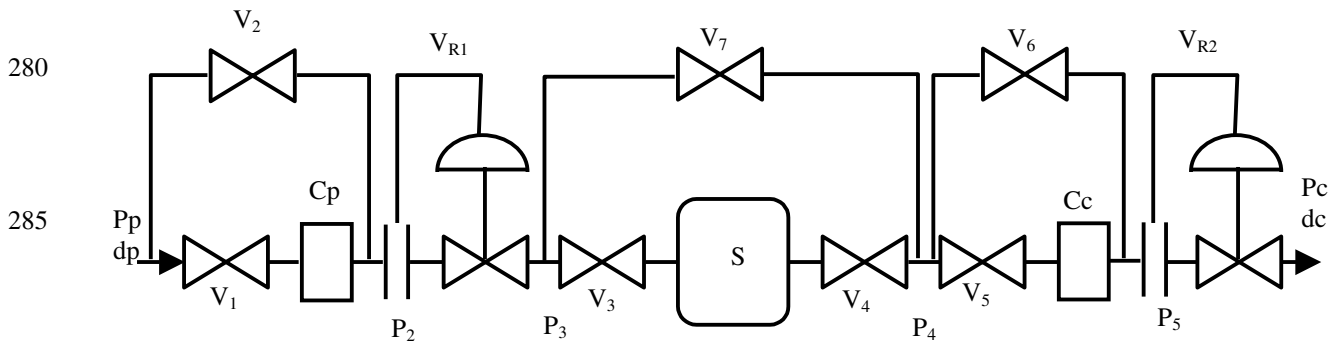


Figure 6 : Unité de stockage de gaz.

Fonctionnement de l'unité de stockage et des compressions en amont et en aval

L'unité de stockage du gaz en aval d'un site de production a pour rôle d'assurer l'interface entre l'unité de production et le réseau de distribution aux clients. L'unité de production fournit un gaz à une pression P_p et à un débit dp . Le réseau de distribution soutire pour sa part du gaz à une pression P_c et à un débit dc . La température est supposée constante et égale à 298 K ($T_s = T_p = T_c = 298$ K).

Le procédé comporte trois fonctions

- Une compression en amont
- Un stockage
- Une compression en aval

La compression en amont est située entre l'unité de production et le stockage. Son but est de permettre le transport entre les deux sites. Cette fonction est utile si la pression P_p n'est pas suffisante pour maintenir le débit dp dans la partie amont jusqu'à l'unité de stockage (P_s). S'il est nécessaire de comprimer, la vanne V_2 est fermée et la vanne V_1 est ouverte. Le compresseur est supposé fournir un travail constant quel que soit le débit.

La pression de sortie correspond donc à un taux de compression connu. La vanne V_{R1} dissipe l'énergie excédentaire pour atteindre la pression P_3 et permettre l'installation d'un débit dp dans le circuit en amont du stockage.

310 Le stockage est de type souterrain aquifère. La capacité volumique de stockage dépend de la
 pression comme le montre la figure 7. De plus le fluide stocké est gazeux et donc
 compressible. La capacité molaire de stockage U_s dépend de la pression, de la température et
 du volume. Ce stockage ne peut être alimenté et soutiré simultanément, mais le gaz peut
 circuler à travers un by – pass et la vanne V_7 pour passer directement de l'unité de production
 315 au réseau de distribution. Les états des vannes V_3 et V_4 sont donc liés. Si l'une est ouverte,
 l'autre est obligatoirement fermée. Lorsque le débit de gaz est partagé entre le stockage et le
 by – pass, on utilise soit la vanne V_{R1} soit la vanne V_{R2} pour assurer une adaptation entre la
 pression de stockage d'une part et la pression de production ou de consommation d'autre part.

320 La compression en aval sert à assurer le débit entre le stockage et le débit de distribution. Elle
 est identique à la compression en amont, excepté pour la valeur du taux de compression.

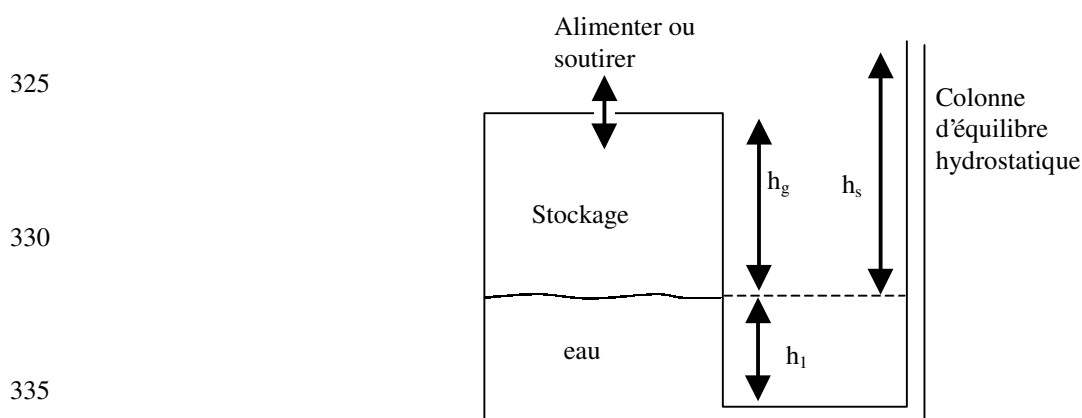


Figure 7 : Fonctionnement du réservoir de stockage

Configuration de l'unité de production

340 La contrainte principale du stockage est qu'il ne peut être alimenté et soutiré simultanément.
 Ceci est justifié par des raisons de sécurité et aussi à cause de la conception de l'unité. Par
 conséquence le stockage ne peut être que dans l'une des configurations suivantes :

Configuration A : La première configuration correspond au cas où le débit de production et
 le débit de stockage sont identiques . Le stockage est alors court circuité.

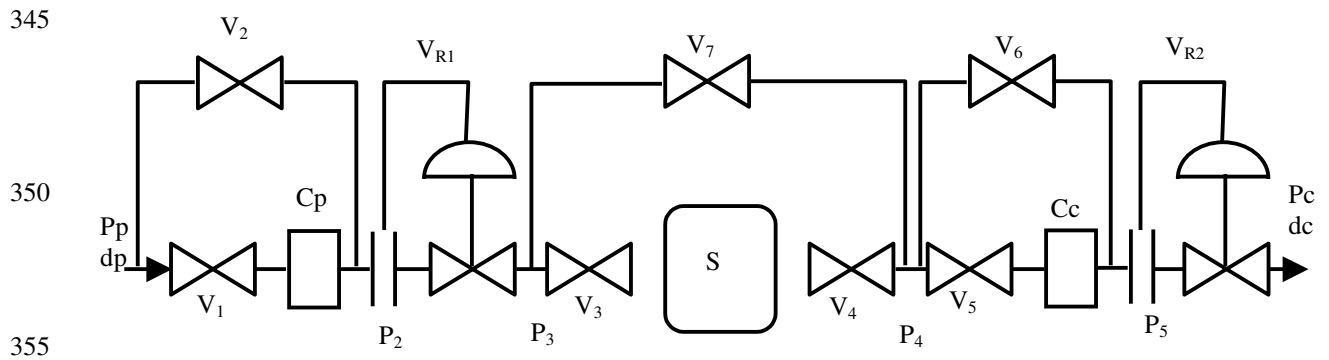


Figure 8 : Configuration A

Configuration B : Dans la seconde configuration le débit de production est plus important que le débit de distribution. Le gaz passe de l'unité de production au circuit de distribution et l'excédent est placé dans la zone de stockage.

360

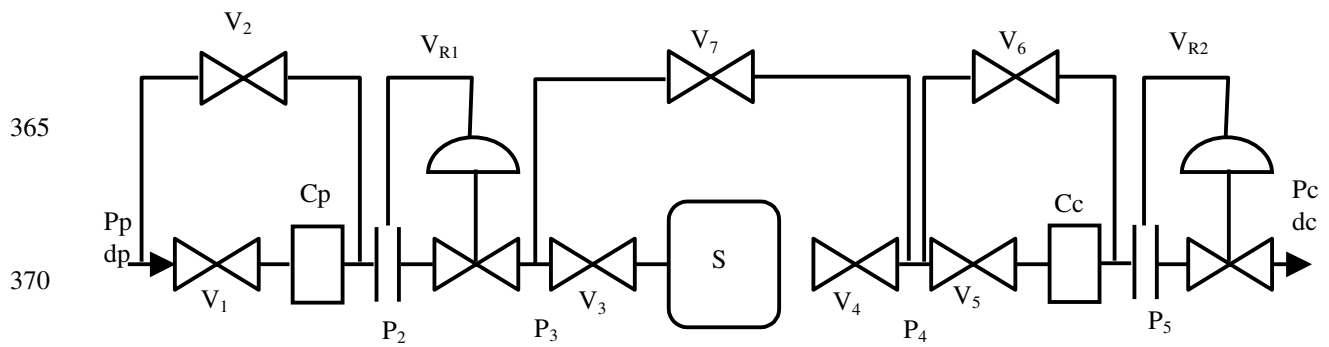


Figure 9 : Configuration B

Configuration C : Dans la troisième configuration le débit de production est inférieur au débit de distribution. La production passe directement au réseau de distribution et le stockage fournit le complément.

375

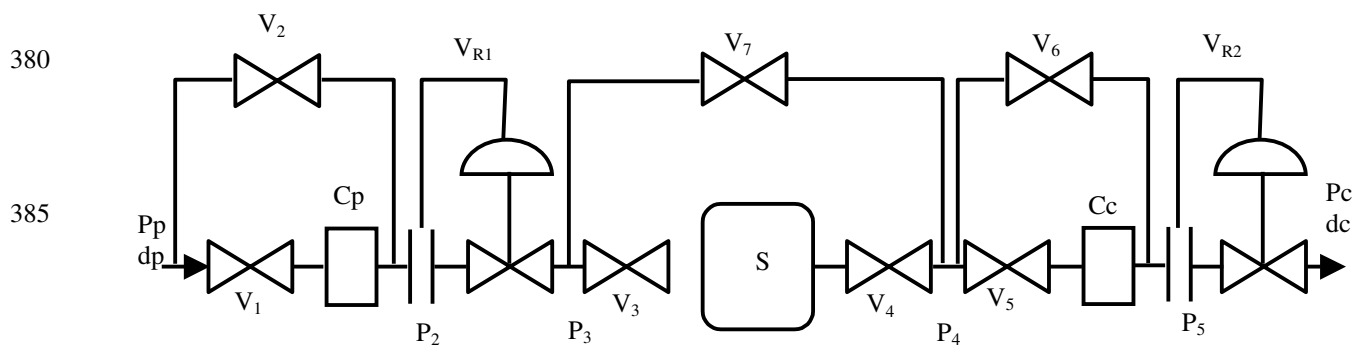


Figure 10 : Configuration C

Configuration D : La dernière configuration correspond au cas où le gaz provient uniquement du stockage. L'unité de production est déconnectée grâce aux vannes V_3 et V_7 , et le compresseur ainsi que le dissipateur en amont sont inactifs.

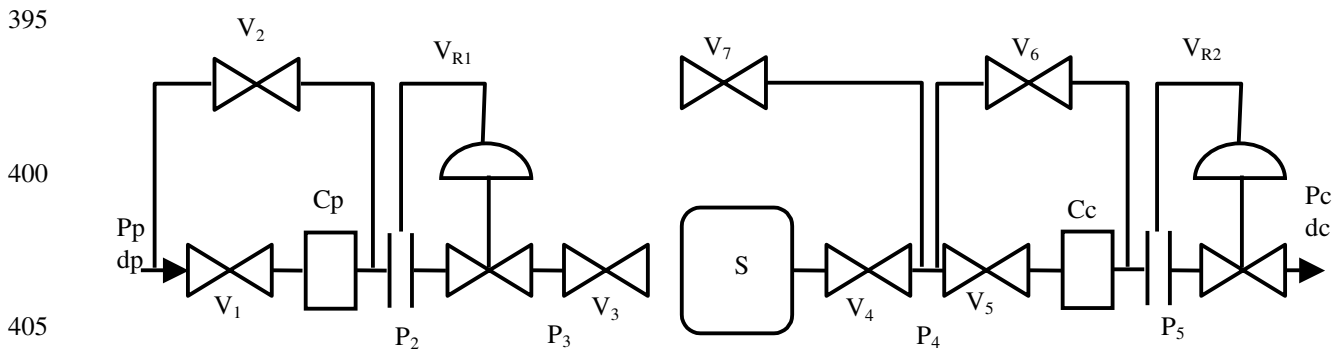


Figure 11 : Configuration D

Modélisation du stockage des gaz

410 Le stockage souterrain étant aquifère et la matière stockée étant un gaz compressible, le volume de stockage dépend de la pression. La position de la surface du liquide au fond du réservoir est repoussée, obéissant ainsi à la loi de l'hydrostatique lorsque la quantité de gaz dans le stock augmente. La figure 7 présente, de manière simplifiée, le principe physique qui régit la variation de volume du stockage. La somme des hauteurs $hg + hl$ des 2 phases gazeuse et liquide reste constante et égale environ à 130m. La pression du gaz à l'interface dépend de la hauteur hs de la colonne d'eau hydrostatique :

415

$$P_S = P_0 + \rho_l \cdot g \cdot h_s \cdot \quad [4]$$

où P_0 est la pression de référence, g est l'accélération due à l'attraction terrestre ($g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$) et ρ_l est la masse volumique du liquide. Lorsque P_s augmente V_s augmente également.

420 On suppose, compte tenue de la forme non régulière du stockage, que le calcul du volume obéit à l'équation suivante :

$$V_S = 356.3 \cdot (10(P_s - P_0))^{5/2} \cdot P_s, \quad [5]$$

avec P_s en bar et V_s en m^3 . De plus, nous supposons que la loi des gaz parfaits s'applique au fluide stocké :

425
$$V_S \cdot P_S = U_s \cdot R \cdot T, \quad [6]$$

avec P_s en Pascal, V_s en m^3 , U_s en moles, T en Kelvin. $R = 8.314 \text{ J/mol.K}$ représente la constante des gaz parfaits. Le bilan matière aux entrées / sorties du stockage donne l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dU_s}{dt} = d_p - d_c, \quad [7]$$

430 où dp et dc sont respectivement les débits massiques (en moles par seconde) imposés par la production et demandés par le consommateur. Le stockage est modélisé par différents systèmes d'équations selon la configuration dans laquelle il se trouve.

- Dans la configuration A nous avons $dc = dp$. La dissipation peut être effectuée par la vanne de dissipation en amont ou en aval. Dans le premier cas, $P_2 = P_3$, et dans le second
435 $P_5 = P_6$.
- Dans la configuration B nous avons $P_3 = P_4 = P_s$. Un débit $dp - dc$ s'instaure à travers la vanne V_3 , un débit nul pour V_4 et un débit dc pour V_7 .
- Dans la configuration C nous avons $P_4 = P_s$. Un débit nul s'instaure à travers la vanne V_3 , un débit $dc - dp$ pour V_4 et un débit dp pour V_7 .
- Dans la configuration D nous avons $P_4 = P_s$. Un débit nul s'instaure à travers les vannes
440 V_3 et V_7 , un débit dc pour V_4 .

Compresseur amont

On suppose que le compresseur délivre un taux de compression fixe. Seules deux configurations sont possibles : soit le compresseur est inactif (V_1 fermée et V_2 ouverte) soit le gaz est compressé (V_1 ouverte et V_2 fermée). En associant une variable booléenne v_i à
445 chaque vanne V_i ($v_i = 0$ si la vanne est fermée et $v_i = 1$ si elle est ouverte) la pression P_2 dépend de P_p en fonction de la relation suivante :

$$P_2 = 5.P_p.v_1 + P_p.v_2. \quad [8]$$

Compresseur aval

450 Les caractéristiques sont identiques à celles de la compression amont, excepté pour la valeur du taux de compression. Soit le compresseur est inactif (V_5 fermée et V_6 ouverte) soit le gaz est compressé (V_5 ouverte et V_6 fermée). La pression P_5 dépend de P_4 en fonction de la relation suivante :

$$P_5 = 5.P_4.v_5 + P_4.v_6. \quad [9]$$

455 Commande de l'unité

La commande de l'unité de stockage consiste à ouvrir ou à fermer les différentes vannes de manière à respecter un certain nombre de contraintes qui garantissent un bon fonctionnement : Pour des raisons de sécurité, les variations de P_s sont limitées entre une valeur minimale et maximale. Lorsque ces valeurs sont atteintes, le stockage doit être isolé, et les connexions
460 avec la production et la distribution sont fermées.

- Lorsque $P_p < P_3$, le compresseur amont doit être actif pour éviter un débit de retour du stockage vers l'unité de production.
- Lorsque $P_4 < P_c$, le compresseur aval doit être actif pour éviter un débit de retour du réseau de distribution vers le stockage.

465 **Modélisation par réseaux de Petri hybrides temporisés**

L'ensemble du processus est décrit à l'aide de 18 variables (pression, énergie, volume, nombre de moles, variables booléennes) et de 29 équations. Cependant, comme les différentes configurations l'ont montré, toutes les équations ne sont pas valables simultanément. Un modèle par réseaux de Petri hybrides temporisés permet de modéliser le
 470 stockage en tenant compte de la commutation entre les différentes configurations.

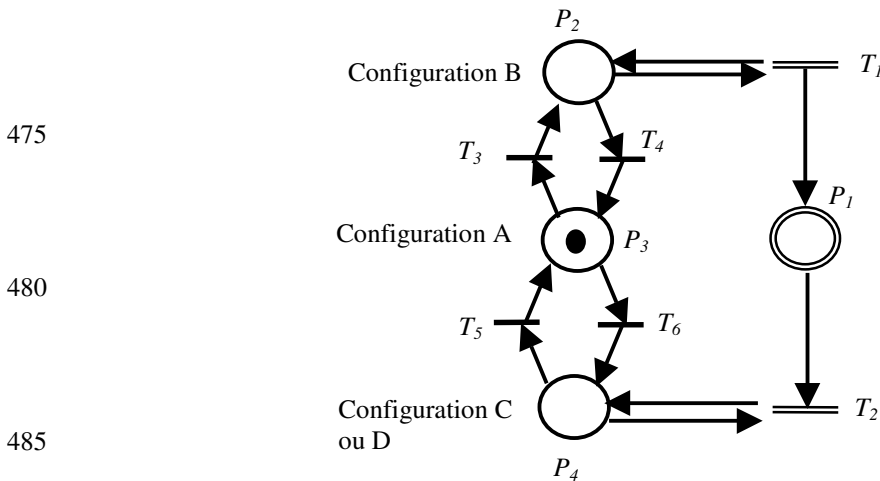


Figure 12 : Modèle HPN du stockage

La partie gauche de la figure 12 décrit la partie discrète du stockage, c'est à dire le
 490 changement de configurations. La partie droite correspond à l'évolution dynamique du nombre de moles de gaz dans le stockage. Le marquage de la place P_1 représente U_s . Le débit amont $dp - dc$ dans la configuration B correspond à la vitesse de franchissement de la transition continue T_1 . Le débit aval $dv - dp$ dans les configurations C et D correspond à la vitesse de franchissement de la transition continue T_2 . Comme les débits dc et dp sont
 495 supposés constants sur des intervalles prédéfinis, le marquage de la place P_1 peut être calculé à chaque instant par une interpolation linéaire. En fait l'équation [7] est directement modélisée par le sous réseau $\{ P_1, T_1, T_2 \}$.

Cette modélisation a pour avantage de permettre une représentation claire des configurations et des débits. Dans le cas de l'équation [7], le débit dp contribue à augmenter le nombre de
 500 moles U_s et dc contribue à le diminuer. De la même manière, les transitions en amont

augmentent le marquage de P_l , et les transitions en aval le diminuent. Mais si les THPN sont bien adaptés à la représentation des équations différentielles surtout lorsqu'elles sont linéaires, ils sont inadéquats pour représenter les contraintes algébriques. Lorsque les équations [5] et [6] sont utilisées pour calculer P_s à partir de U_s , rien n'est produit ni consommé. L'équation
505 doit être résolue à tout instant, les variables sont seulement lues et écrites, sans être consommées, ce qui ne peut pas être représenté par un réseau de Petri. Les équation [5] et [6] doivent donc être ajoutées au modèle pour calculer P_s puis U_s , et aussi pour vérifier que P_s n'atteint pas de seuil critique. La surveillance de la variable P_s doit être réalisée à l'extérieur du modèle par réseaux de Petri, et les simulations obtenues par animation du réseau de la
510 figure 12 sont toutes basées sur l'hypothèse que P_s n'atteint pas de valeur critique. La surveillance de P_s n'en demeure pas moins une contrainte forte du superviseur qui ne peut être réalisée que par l'évaluation périodique de P_s à l'aide de [5] et [6] Le modèle THPN est donc incapable de représenter dans un formalisme unique l'ensemble des parties discrète et continue du système.

515 Dans de nombreux cas, les réseaux de Petri hybrides permettent une représentation homogène des aspects continus et discrets au sein d'un même formalisme. Ces propriétés leur permettent de représenter efficacement les systèmes comportant des transferts de produits ou de pièces. Cependant, lorsque l'on introduit des contraintes algébriques, il faut compléter le modèle avec des équations non modélisées par réseaux de Petri. Il faut alors associer au réseau un
520 solveur capable de vérifier que le système satisfait les contraintes. Dans ce cas, on perd le principal avantage des réseaux de Petri hybrides.