



## MICRO-ÉCONOMIE

### TD 5

#### Exercice 1

Soit une entreprise dont l'évolution de la production en fonction du nombre d'unités de travail utilisée est donnée dans le tableau ci-dessous :

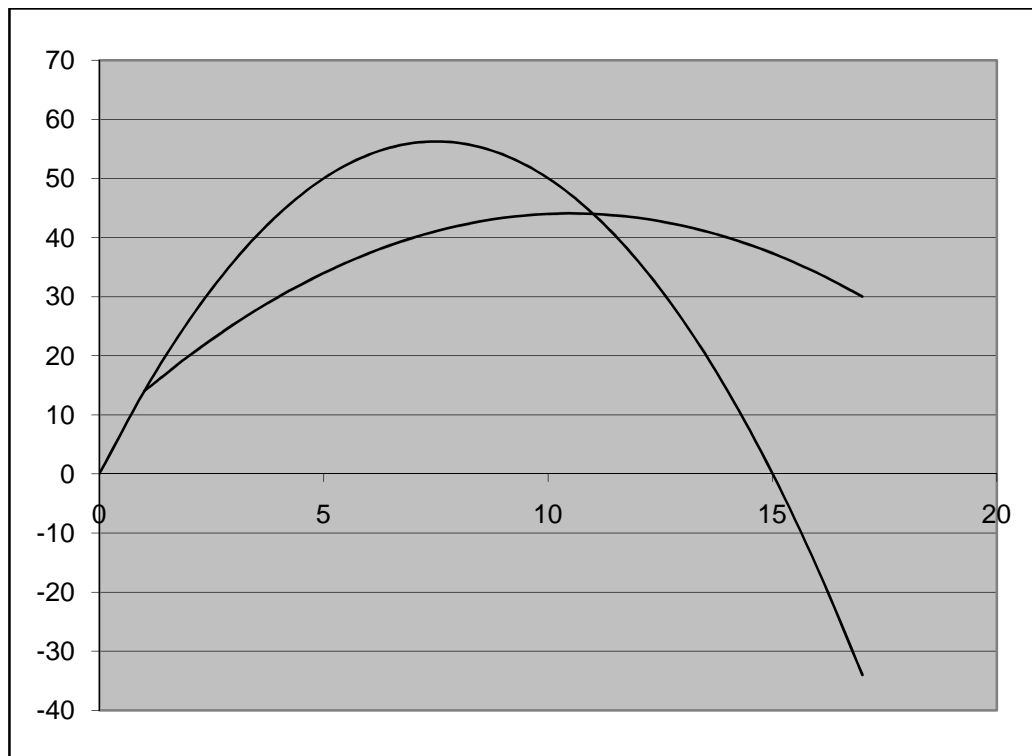
L et y sont respectivement le nombre d'unités de travail et la quantité produite. PmL et PML sont respectivement la productivité marginale et moyenne du travail.

L	y	PmL	PML
0	0	0	
1	14	14	14
2	40		20
3	76	36	25,3333333
4	120	44	
5		50	
6	224	54	37,3333333
7	280		40
8	336		42
9	390		43,3333333
10	440	50	
11	484	44	
12	520	36	43,3333333
13	546	26	
14	560	14	
15	560	0	37,3333333
16	544	-16	34
17	510	-34	30

- 1- Cet exercice se situe-t-il dans une optique de court terme ou de long terme ?
- 2- Calculez les valeurs manquantes dans le tableau.

La représentation graphique de PmL et PML est donnée ci-dessous :

- 3- Indiquez sur le graphique le nom de chacune des courbes, ainsi que le nom de l'axe des abscisses.
- 4- Quelle loi est illustrée par ce graphique ?
- 5- Justifiez la position respective des courbes.
- 6- Que pensez-vous d'une utilisation de plus de 15 unités de travail ?



### Exercice 2

Soit une entreprise dont la technique de production peut être résumée par la fonction de production ci-dessous :

$$y = (K)^\alpha (L)^\beta$$

Où  $y$  représente l'output,  $K$  et  $L$  les quantités de capital et de travail utilisées.  $\alpha$  et  $\beta$  étant des paramètres compris entre 0 et 1.

- 1- Montrer que si on multiplie toutes les quantités d'input par 2, alors la production est multipliée par  $2^{(\alpha+\beta)}$ .
- 2- Caractériser alors les rendements d'échelle selon la valeur de  $(\alpha+\beta)$ .
- 3- Sommes-nous dans une analyse de court terme ou de long terme ?

### Exercice 3

Soit une entreprise dont la technique de production peut être résumée par l'équation suivante :

$$y = \sqrt{K} + 2\sqrt{L}$$

- 1- Quel sera le niveau de production obtenu si on utilise 25 unités de capital et 100 unités de travail ?
- 2- Même question si on utilise 49 unités de capital et 81 unités de travail ?
- 3- Quel commentaire peut-on faire si on considère les deux points des questions 1 et 2 dans le plan  $(K ; L)$  ?
- 4- Montrer que le TMST s'écrit :

$$TMST = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{K}}$$

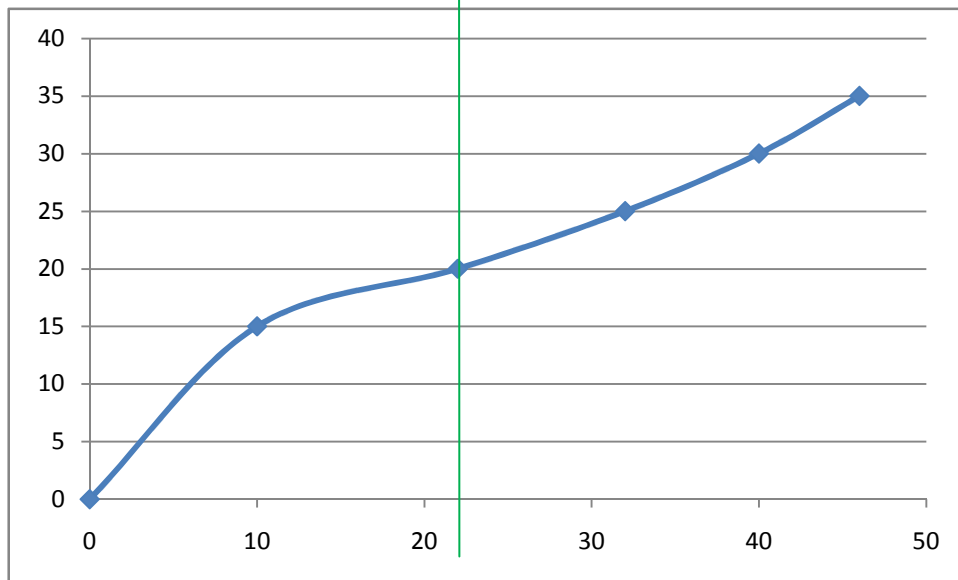
- 5- Combien fait le TMST dans le cas de la question 1 ? et pour la question 2 ? Que peut-on en déduire sur la forme d'une courbe d'iso-production (on pourra utiliser un graphique sommaire comme base de raisonnement).

#### Exercice 4

Un pêcheur note la relation suivante entre le nombre de cannes à pêche utilisées et les kilos de poissons pêchés :

Nb de cannes à pêche	Kilos de poissons	Productivité marginale	Coût total
0	0		
1	10		
2	22		
3	32		
4	40		
5	46		

- 1- Quelle est la productivité marginale de chaque canne à pêche ? En déduire la forme de la fonction de production (plan : nombre de cannes à pêche ; kilos de poissons pêchés)
- 2- Le pêcheur a un coût d'opportunité de 10€ à pêcher. Le coût de chaque canne à pêche est de 5€. Calculez le coût total dans chaque cas, puis vérifiez que cela donne la courbe de coût total suivante :



- 3- Complétez le tableau ci-dessous :

CT	Entre 0 et 22	Entre 22 et 46
Signe dérivée première		
Signe dérivée seconde		
Cm		

- 4- Faire le lien entre les questions 1 et 3.



## MICRO-ÉCONOMIE

### TD 5-corrigé

#### Exercice 1

Soit une entreprise dont l'évolution de la production en fonction du nombre d'unités de travail utilisée est donnée dans le tableau ci-dessous :

L et y sont respectivement le nombre d'unités de travail et la quantité produite. PmL et PML sont respectivement la productivité marginale et moyenne du travail.

L	Y	PmL	PML
0	0	0	
1	14	14	14
2	40	26	20
3	76	36	25,3333333
4	120	44	30
5	170	50	34
6	224	54	37,3333333
7	280	56	40
8	336	56	42
9	390	54	43,3333333
10	440	50	44
11	484	44	44
12	520	36	43,3333333
13	546	26	42
14	560	14	40
15	560	0	37,3333333
16	544	-16	34
17	510	-34	30

1- Cet exercice se situe-t-il dans une optique de court terme ou de long terme ?

*Comme on fait varier seulement le facteur L, on se situe dans le court terme.*

2- Calculez les valeurs manquantes dans le tableau. Cf tableau.

La représentation graphique de PmL et PML est donnée ci-dessous :

3- Indiquez sur le graphique le nom de chacune des courbes, ainsi que le nom de l'axe des abscisses. *Cf graphique*

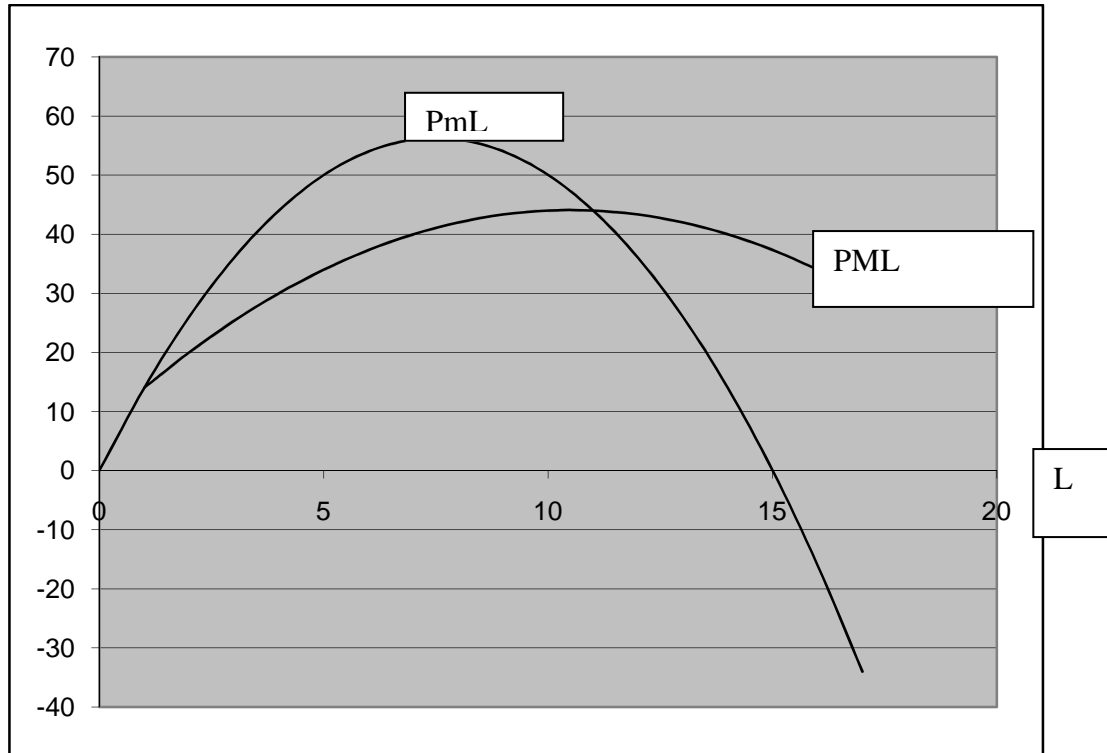
4- Quelle loi est illustrée par ce graphique ? *la loi des rendements factoriels décroissants.*

5- Justifiez la position respective des courbes.

*Tant que la productivité marginale est supérieure à la moyenne, il est logique que la moyenne continue d'augmenter ; en revanche, dès lors que la marge devient*

*inférieure à la moyenne, elle fait baisser la moyenne : donc la marge coupe la moyenne à son maximum.*

- 6- Que pensez-vous d'une utilisation de plus de 15 unités de travail ? *Cela serait irrationnel de la part du producteur car cela entraîne une diminution de la production.*



### **Exercice 2**

Soit une entreprise dont la technique de production peut être résumée par la fonction de production ci-dessous :

$$y = (K)^\alpha (L)^\beta$$

Où y représente l'output, K et L les quantités de capital et de travail utilisées.  $\alpha$  et  $\beta$  étant des paramètres compris entre 0 et 1.

- 4- Montrer que si on multiplie toutes les quantités d'input par 2, alors la production est multipliée par  $2^{(\alpha+\beta)}$ .  
 $(2K)^\alpha (2L)^\beta = 2^{\alpha+\beta} (K)^\alpha (L)^\beta = 2^{\alpha+\beta} y$
- 5- Caractériser alors les rendements d'échelle selon la valeur de  $(\alpha+\beta)$ .  
*Si la somme des exposants est égal à 1 : rendements constants ; supérieure à 1 : rendements croissants ; inférieure à 1 : rendements décroissants.*
- 6- Sommes-nous dans une analyse de court terme ou de long terme ?  
*On fait varier tous les facteurs : donc analyse de long terme.*

### Exercice 3

Soit une entreprise dont la technique de production peut être résumée par l'équation suivante :

$$y = \sqrt{K} + 2\sqrt{L}$$

- 6- Quel sera le niveau de production obtenu si on utilise 25 unités de capital et 100 unités de travail ? *On trouve 25 unités*
- 7- Même question si on utilise 49 unités de capital et 81 unités de travail ? *On trouve également 25.*
- 8- Quel commentaire peut-on faire si on considère les deux points des questions 1 et 2 dans le plan (K ;L) ? *les deux points sont sur un même isoquant de production : c'est-à-dire que ce sont deux combinaisons de facteurs qui conduisent au même niveau de production.*
- 9- Montrer que le TMST s'écrit :

$$TMST = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{K}}$$

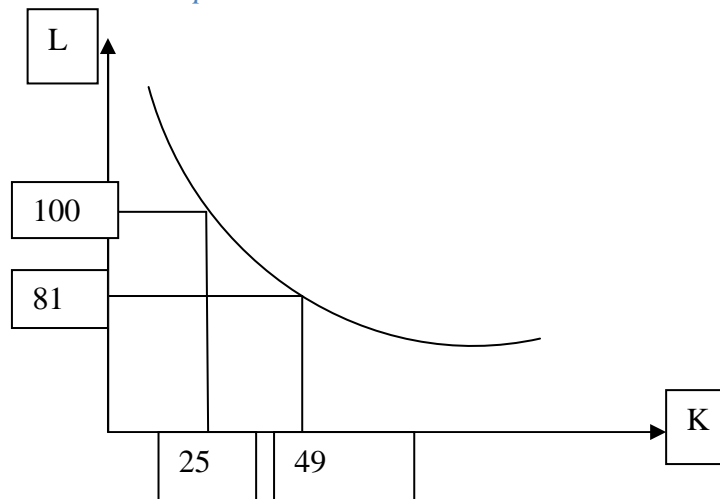
$$TMST = \frac{PmK}{PmL} = \frac{0.5K^{-0.5}}{2 * 0.5L^{-0.5}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{K}}$$

- 10- Combien fait le TMST dans le cas de la question 1 ? et pour la question 2 ? Que peut-on en déduire sur la forme d'une courbe d'iso-production (on pourra utiliser un graphique sommaire comme base de raisonnement).

$$TMST \text{ cas 1 : } \frac{1}{2} \sqrt{\frac{100}{25}} = 1$$

$$TMST \text{ cas 2 : } \frac{1}{2} \sqrt{\frac{81}{49}} = 0,64$$

*On vérifie que le TMST est décroissant le long d'un isoquant de production, c'est-à-dire qu'une courbe d'isoproduction est bien convexe.*



#### Exercice 4

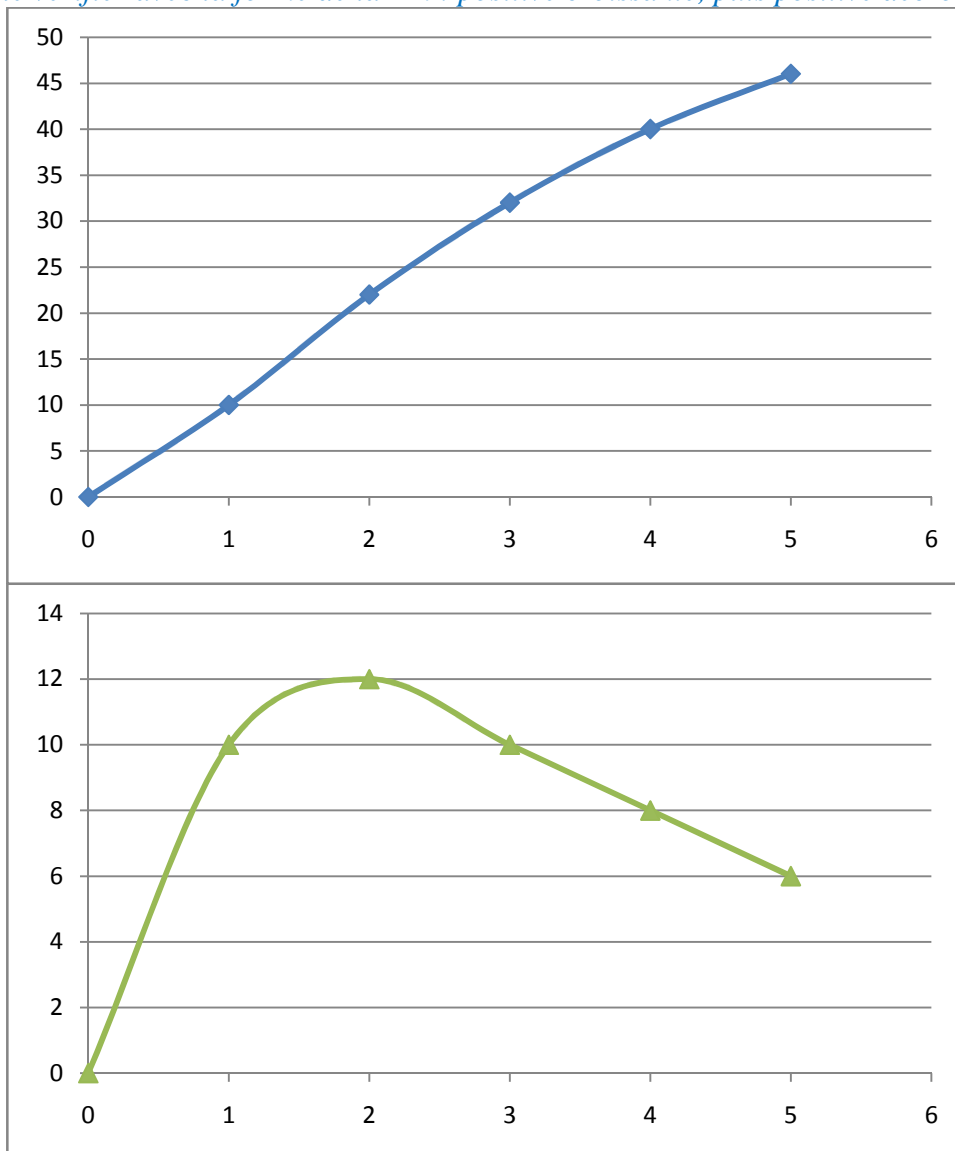
Un pêcheur note la relation suivante entre le nombre de cannes à pêche utilisées et les kilos de poissons pêchés :

		$P_m$	$CT$
0	0	0	0
1	10	10	15
2	22	12	20
3	32	10	25
4	40	8	30
5	46	6	35

- 1- Quelle est la productivité marginale de chaque canne à pêche? En déduire la forme de la fonction de production (plan : nombre de cannes à pêche ; kilos de poissons pêchés)

$P_m$  : cf tableau

Forme de la fonction de production : elle est d'abord croissante à taux croissant, puis croissante à taux décroissant (cf. loi des rendements factoriels décroissants). On peut le vérifier avec la forme de la  $P_m$  : positive croissante, puis positive décroissante.

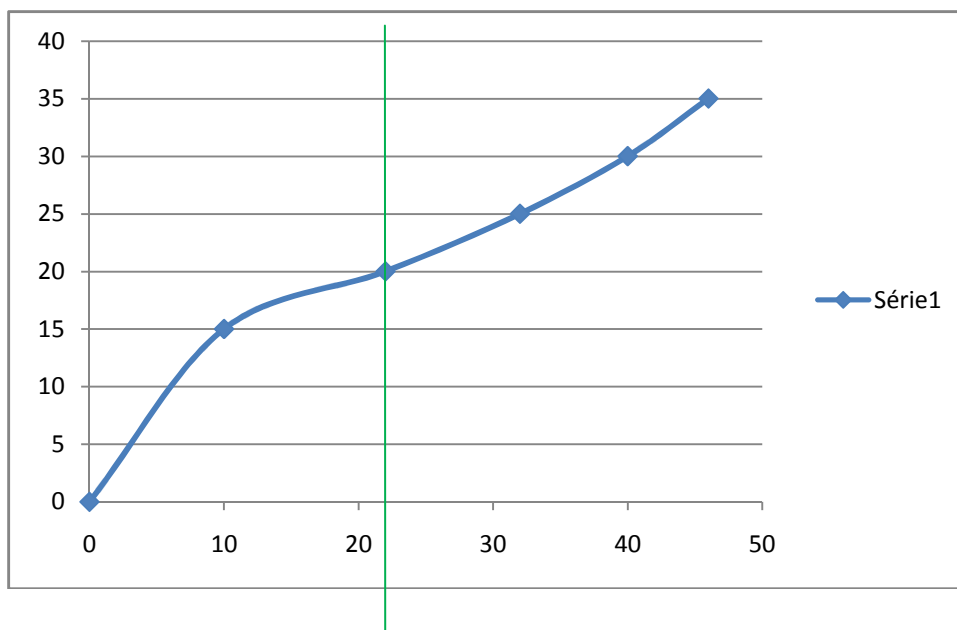


- 2- Le pêcheur à un coût d'opportunité de 10€ à pêcher. Le coût de chaque canne à pêche est de 5€. Calculez le coût total dans chaque cas, puis représentez la courbe de coût total.

*On peut calculer le coût de chaque ligne.*

*Attention pour la représentation graphique : le CT est l'évolution du coût en fonction du nombre d'unités produites, et non en fonction du nombre d'unités d'input utilisées.*

*La courbe de CT donnerait :*



- 3- Complétez le tableau ci-dessous :

CT	Entre 0 et 22	Entre 22 et 46
Signe dérivée première = $C_m$ !!	+	+
Signe dérivée seconde	-	+
$C_m$	décroissant	croissant

*On identifie deux zones : avant 22 et après :*

- *Avant 22 : le CT croît à taux décroissant : sa dérivée première est donc positive et sa dérivée seconde négative. Or le  $C_m$  est la dérivée première du CT : la dérivée seconde du CT est donc la dérivée première du  $C_m$  : Alors le  $C_m$  est décroissant dans cette zone.*
- *Après 22 : même logique, mais dans l'autre sens : dérivée seconde positive donc  $C_m$  croissant.*

- 4- Faire le lien entre les questions 1 et 3.

*La  $P_m$  était croissante jusqu'à 2 cannes à pêches, soit jusqu'à 22 kilos de poissons pêchés. Or dans cette zone, nous venons de montrer que le  $C_m$  est décroissant. Idem pour l'autre zone : quand la  $P_m$  est décroissante, le  $C_m$  est croissant.*

*Idée à comprendre :*

*Tant que la  $P_m$  est croissante, alors une unité d'input en plus produit à elle toute seule de plus en plus d'unités, donc une unité supplémentaire coûte de moins en moins cher (la première canne à pêche permet d'avoir 10 kilos de poissons pour un CT de 15€, soit 1,5€ le kilo. Pour la deuxième, on a 12 kilos de plus pour 5€ de plus, soit un  $C_m$  de 0,41€! :  $C_m$  décroissant !!*



*En revanche, quand la  $P_m$  est décroissante, chaque unité d'input fabrique de moins en moins, donc une unité sup coute de plus en plus cher : la 4<sup>ième</sup> canne permet de pêcher 8 kilos sup pour un coût sup de 5€ : un kilo coute 0,625€. Pour la 5<sup>ième</sup> canne, elle permet d'avoir 6 kilos en plus pour 5€ de plus, soit un  $C_m$  de 0,83 :  $C_m$  croissant !!!*

*Commentaire sup : on aurait évidemment des résultats différents si on pouvait augmenter le nb de pêcheurs en même temps que le nombre de cannes : raisonnement à long terme.*