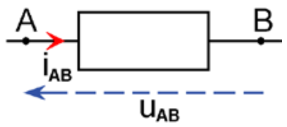
Electricité n° 1 : CONDENSATEUR ET CIRCUIT RC

I) Convention d'algébrisation des grandeurs électriques :

1) Intensité et tension :

L'intensité i du courant électrique et la tension u aux bornes d'un dipôle sont des grandeurs algébriques dont le signe dépend d'une convention. Dans la convention des récepteurs, on a deux possibilités pour le définir :

* soit, on oriente géométriquement le dipôle par une flèche :



- si un courant circule réellement de la gauche vers la droite, on dira que son intensité i(t) > 0, et inversement.
- la tension est mesurée en prenant le potentiel du point par lequel on entre, moins le potentiel du point par lequel on sort. Cette différence de potentiel (d.d.p.) est représentée par une flèche.

* soit, on désigne les bornes du dipôle par des lettres (A et B), l'intensité et la tension sont algébrisées par l'ordre des lettres placées en indice : si un courant circule réellement de A vers B, on dira que son intensité $i_{AB}(t) > 0$, et inversement. De même pour la tension.

2) Rappel de la loi d'Ohm :

La relation entre l'intensité du courant qui traverse un conducteur ohmique et la tension appliquée à ses bornes est connue sous le nom de loi d'Ohm.

En convention des récepteurs, et en courant continu, elle s'écrit : $U = R.I$ ou $U_{AB} = R.I_{AB}$

Nous admettrons que cette loi reste vraie en régime variable :

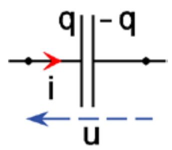
A chaque instant $u(t) = R.i(t)$ ou $u_{AB}(t) = R.i_{AB}(t)$

3) Cas du condensateur :

Un condensateur est formé de deux plaques conductrices (armatures) et séparées par un isolant (diélectrique).

Les dimensions des plaques sont grandes devant l'épaisseur de l'isolant.

Le condensateur est un dipôle, on le symbolise par :



La charge q est, par convention la charge portée par la plaque par laquelle on entre dans le condensateur.

La charge qui apparaît sur l'une des plaques est l'opposée de celle qui apparaît sur l'autre plaque en effet la conservation de la charge électrique s'écrit :

$$q + q' = 0 \quad \text{d'où} \quad q' = -q.$$

4) Relation entre charge et intensité :

L'intensité du courant est le débit de charges et est égale à la quantité de charges qui passent par unité de temps à travers une section de conducteur :

On a $$|I| = \left|\frac{Q}{\Delta t}\right|$$

On oriente le condensateur de A vers B (par exemple). Si des charges positives circulent de A vers B, alors l'intensité $i_{AB} > 0$. Ces charges viennent s'accumuler sur la plaque A par laquelle on entre : q_A augmente. Si q_A augmente alors la variation de q_A est $\frac{\Delta q_A}{\Delta t} > 0$.

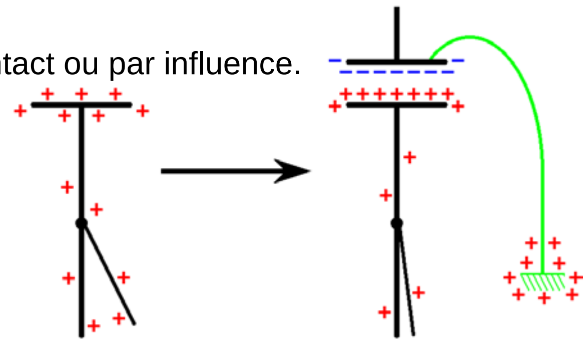
En passant à la limite $\Delta t \to \delta t \to dt$ et en convention des récepteurs :

$$\boxed{i_{AB} = \frac{dq_A}{dt} \quad \text{où} \quad i = \frac{dq}{dt}}$$

II) Capacité d'un condensateur :

1) Condensation de l'électricité :

On charge un électroscope muni d'un plateau par contact ou par influence. Avec une seule plaque, la charge portée par l'électroscope est répartie sur tout le conducteur comme le montre la lame levée de l'électroscope. Lorsqu'on approche une deuxième plaque, la déviation de la lame de l'électroscope diminue : les charges sont venues s'accumuler ou se condenser sur les plaques.



2) Variation de la charge avec la tension appliquée :

On peut montrer, à l'aide d'un galvanomètre balistique dont la déviation de l'aiguille est proportionnelle à la charge électrique totale qui le traverse, que la charge qui s'accumule sur les plaques d'un condensateur est proportionnelle à la tension qu'on applique à ses bornes.

On a $|Q| = C.|U|$

Algébriquement, en convention des récepteurs :

$$\boxed{Q = C.U}$$

Si Q est exprimé en coulomb (C) et U en volt (V) alors :

L'unité légale fondamentale de mesure de la capacité d'un condensateur est le farad (F).

Ne pas confondre avec 1 faraday 1 F = $\mathcal{N}_A$.e = 96500 C

Le farad étant une grande unité, on utilise souvent des sous-multiples :

1 nF = 10^{-9} F, 1 pF = 10^{-12} F

3) Relation algébrique instantanée :

On oriente géométriquement le condensateur de la borne A vers la borne B.

Soit i_{AB} l'intensité algébrique du courant allant de A vers B et q_A la charge qui apparaît sur la plaque par laquelle on entre dans le condensateur.

Nous admettrons que la relation algébrique Q = C.U est vraie à chaque instant.

On a physiquement donc : $q_A = -\,q_B = C.(V_A - V_B)$

En tenant compte de la relation entre i_{AB} et q_A, on a :

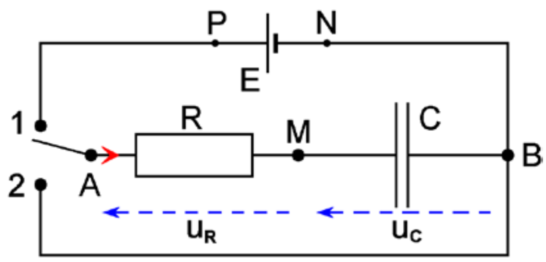
Soit $$i_{AB} = \frac{dq_A}{dt} = C.\frac{d(V_A - V_B)}{dt} = C.\frac{du_{AB}}{dt}$$

On retiendra les relations algébriques dans la convention des récepteurs :

$$\boxed{u(t) = \frac{1}{C}.q(t) \;\text{ et }\; i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C.\frac{du(t)}{dt}}$$

III) Réponse d'un dipôle RC à un "échelon de tension" :

1) Expérience théorique :



Un dipôle RC est l'association en série d'un conducteur ohmique (conducteur ohmique) de résistance R et d'un condensateur de capacité C.

Un échelon de tension est un signal électrique de forme : u(t) = 0 si t < 0 et u(t) = E si t > 0.

On considère un circuit formé de deux mailles, dont l'une comporte un générateur de tension continue U_{PN} = E et l'autre un conducteur parfait.

2) "Charge" du condensateur :

a) Etablissement de l'équation différentielle :

Le condensateur étant déchargé, on bascule l'interrupteur en position 1 (générateur).
A chaque instant t > 0, on a : $V_A - V_B = u_R(t) + u_C(t) = R.i(t) + u_C(t) = E$

On a $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ et $q(t) = C.u_C(t)$ donc $i(t) = C.\dfrac{du_C(t)}{dt}$ soit $R.C.\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$

D'où l'équation : $$\boxed{\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C(t) = \frac{E}{R.C}}$$

On dit que $u_C(t)$ satisfait à une équation différentielle non homogène du premier ordre.

Avec $q(t) = C.u_C(t)$, on a $$\boxed{\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.q(t) = \frac{E}{R}}$$

b) Solution de l'équation différentielle :

On cherche l'allure de la courbe représentative de l'évolution de $u_C(t)$ au cours du temps.

A t = 0, le condensateur est déchargé et $q(0) = C.u_C(0) = 0$, on en déduit : $\left.\dfrac{du_C}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{E}{R.C}$

On a donc un point de la courbe représentative de $u_C(t)$: (0 ; 0) ainsi que la valeur de la pente de la tangente à cette courbe à l'origine des dates.

Au bout d'un temps assez long ($t = \infty$) on peut considérer que le condensateur est chargé et qu'il ne passe plus de charge dans le circuit : $\left.\dfrac{dq}{dt}\right)_{t=\infty} = C.\left.\dfrac{du_C}{dt}\right)_{t=\infty} = 0$ donc $\left.\dfrac{du_C}{dt}\right)_{t=\infty} = 0$

De l'équation différentielle, on tire : $u_C(\infty) = E$ tension aux bornes du générateur.

La courbe représentative de $u_C(t)$ tend vers la valeur E qui représente une asymptote avec une pente nulle. La courbe tend exponentiellement vers cette valeur.

Résolution mathématique : les solutions de l'équation différentielle sont de la forme :
$u_C(t) = A.e^{-m.t} + B$ où $m > 0$, m et B constantes d'intégration, A constante non définie.

Introduisons cette expression dans l'équation : $\dfrac{d(A.e^{-m.t}+B)}{dt} + \dfrac{1}{R.C}.(A.e^{-m.t} + B) = \dfrac{E}{R.C}$

D'où : $$-m.A.e^{-m.t} + \frac{A}{R.C}.e^{-m.t} + \frac{B}{R.C} = \frac{E}{R.C}$$

Cette équation doit être vérifiée à chaque instant, on en déduit : B = E

D'où : $$-m.A.e^{-m.t} + \frac{A}{R.C}.e^{-m.t} = 0 \quad \text{et} \quad m = \frac{1}{R.C}$$

La solution générale de l'équation différentielle s'écrit : $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{R.C}} + E$
A est une constante qui dépend des conditions initiales.
Ici, à t = 0, le condensateur est déchargé, donc : $u_C(0) = 0 = A.e^{-0} + E$ d'où $A = -E$
Compte tenu des conditions initiales imposées par l'expérience, la solution est :

$$\boxed{u_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})}$$

On retrouve l'allure prévue. En particulier, au bout d'un temps long : $u_C(\infty) = E$

c) Charge et intensité du courant :

En appliquant les relations : $q(t) = C.u_C(t)$ et $i(t) = C.\dfrac{du_C(t)}{dt}$

On a : $\boxed{q(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}) \text{ et } i(t) = \dfrac{E}{R}.e^{-\frac{t}{R.C}}}$

Au bout d'un temps long : $q(\infty) = C.E = Q_0$ le condensateur est chargé
Et : $i(\infty) = 0$ il n'y a plus de courant

3) Décharge du condensateur dans une résistance :

a) Etablissement de l'équation différentielle :

Le condensateur étant chargé ($q(0) = Q_0$), on bascule K en 1 (court-circuit).
A chaque instant $t > 0$, on a : $V_A - V_B = u_R(t) + u_C(t) = R.i(t) + u_C(t) = 0$

On a $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ et $q(t) = C.u_C(t)$ donc $i(t) = C.\dfrac{du_C(t)}{dt}$ soit $R.C.\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$

D'où l'équation : $\boxed{\dfrac{du_C(t)}{dt} + \dfrac{1}{R.C}.u_C(t) = 0}$

On dit que $u_C(t)$ satisfait à une équation différentielle homogène du premier ordre.

Avec $q(t) = C.u_C(t)$, on a $\boxed{\dfrac{dq(t)}{dt} + \dfrac{1}{R.C}.q(t) = 0}$

b) Solution de l'équation différentielle :

Cherchons l'allure de la courbe représentative de l'évolution de $u_C(t)$ au cours du temps.
Pour cela, on considère que l'équation différentielle est vraie à chaque instant.

A $t = 0$, le condensateur est chargé $q(0) = C.u_C(0) = C.E$, on en déduit : $\left.\dfrac{du_C}{dt}\right)_{t=0} = -\dfrac{E}{R.C}$

On a donc un point de la courbe représentative de $u_C(t)$: (0 ; E) ainsi que la valeur de la pente de la tangente à cette courbe à l'origine des dates.
Au bout d'un temps assez long ($t = \infty$) on peut considérer que le condensateur est déchargé et qu'il ne passe plus de charge dans le circuit : $\left.\dfrac{dq}{dt}\right)_{t=\infty} = C.\left.\dfrac{du_C}{dt}\right)_{t=\infty} = 0$ donc

$\left.\dfrac{du_C}{dt}\right)_{t=\infty} = 0$ de l'équation différentielle, on tire : $u_C(\infty) = 0$ tension nulle.

La courbe représentative de $u_C(t)$ tend vers 0 qui représente une asymptote avec une pente nulle. La courbe tend exponentiellement vers 0.
Résolution mathématique : les solutions de l'équation différentielle sont de la forme :
$u_C(t) = A.e^{-m.t} + B$ où $m > 0$, m et B constantes d'intégration, A constante non définie.

Introduisons cette expression dans l'équation : $\dfrac{d(A.e^{-m.t}+B)}{dt} + \dfrac{1}{R.C}.(A.e^{-m.t} + B) = 0$

D'où : $-m.A.e^{-m.t} + \dfrac{A}{R.C}.e^{-m.t} + \dfrac{B}{R.C} = 0$

Cette équation doit être vérifiée à chaque instant, on en déduit : $B = 0$

D'où : $-m.A.e^{-m.t} + \dfrac{A}{R.C}.e^{-m.t} = 0$ et $m = \dfrac{1}{R.C}$

La solution générale de l'équation différentielle s'écrit : $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{R.C}}$

Là encore A est une constante qui dépend des conditions initiales.
Ici, à t = 0, le condensateur est chargé, donc : $u_C(0) = E = A.e^{-0}$ d'où A = E
Compte tenu des conditions initiales imposées par l'expérience, la solution est :

$$\boxed{u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{R.C}}}$$

On retrouve l'allure prévue. En particulier, au bout d'un temps long : $u_C(\infty) = 0$

c) Charge et intensité du courant :

En appliquant les relations : $q(t) = C.u_C(t)$ et $i(t) = C.\frac{du_C(t)}{dt}$

On a : $$\boxed{q(t) = C.E.\ e^{-\frac{t}{R.C}} \quad \text{et} \quad i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{R.C}}}$$

Au bout d'un temps long : $q(\infty) = 0$ le condensateur est déchargé
Et : $i(\infty) = 0$ il n'y a plus de courant

4) Constante de temps du dipôle RC :

a) Analyse dimensionnelle :

Le produit : $\tau = R.C$ est homogène à un temps, appelé constante de temps du dipôle RC.

La résistance R = u/i est homogène à $\frac{[\text{Tension}]}{[\text{Intensité}]}$, or $i = \frac{dq}{dt}$ est homogène à $\frac{[\text{Charge}]}{[\text{Temps}]}$

On en déduit que R est homogène à $\frac{[\text{Tension}]\times[\text{Temps}]}{[\text{Charge}]}$

La capacité du condensateur C = q/u est homogène à $\frac{[\text{Charge}]}{[\text{Tension}]}$

La constante de temps $\tau = R.C$ est homogène à $\frac{[\text{Tension}]\times[\text{Temps}]}{[\text{Charge}]} \times \frac{[\text{Charge}]}{[\text{Tension}]} = [\text{Temps}]$

b) Détermination de la constante de temps :

- Si on dispose de l'oscillogramme $u_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$. On trace la tangente à la courbe à l'origine : elle coupe l'asymptote y = E au point d'abscisse $t = \tau$. En effet, la tangente à la courbe représentative de $u_C(t)$, à l'origine des dates, a pour équation :

$$y = \left.\frac{d[u_C(t)]}{dt}\right)_{t=0}.t = -E.(-\frac{1}{R.C}).t = \frac{E}{R.C}.t$$

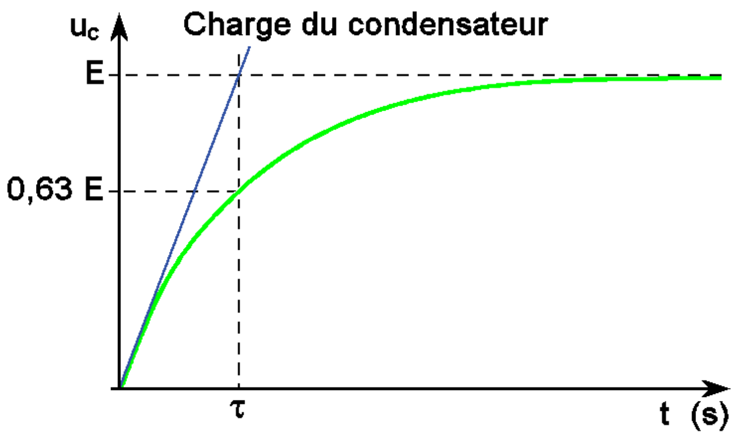
  Elle coupe l'asymptote y = E en un point d'abscisse t : $E/(R.C).t = E$ soit $t = R.C = \tau$
- Si on dispose de l'oscillogramme $u_C(t)$, on se place à la date $t = \tau$:
  * Lors de la charge :

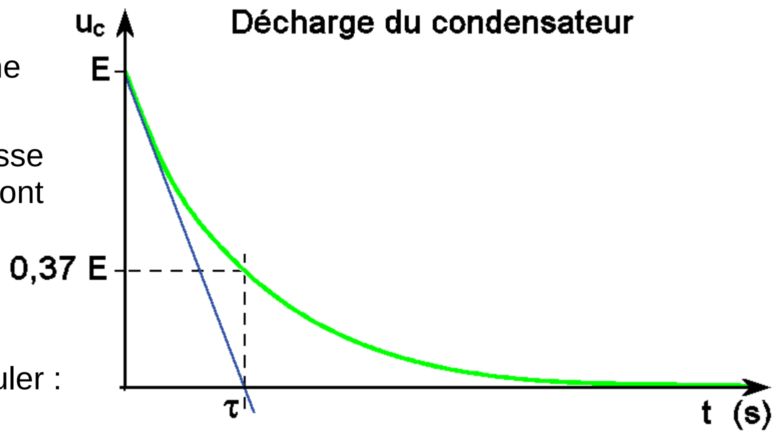
  $$u_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$$

  On détermine :

  $$u_C(\tau) = E.(1 - e^{-1}) \approx 0{,}63.E.$$

  Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe dont l'ordonnée est égale à 0,63.E, on obtient la valeur de τ.





* Lors de la décharge :

$u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{R.C}}$, on détermine $u_C(\tau) = E.e^{-1}) \approx 0{,}37.E$.

Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe dont l'ordonnée est égale à 0,37.E : on obtient la valeur de τ.

- Si on connaît R et C, on peut calculer :

$\tau = R.C$

Exemple : Pour un circuit formé d'un conducteur ohmique de résistance R = 100 Ω et d'un condensateur de capacité C = 1 μF, on a : $\tau = R.C = 10^{-4}$ s = 0,1 ms.

c) Influence de la constante de temps :

Pendant une durée Δt de quelques τ (de l'ordre $5.\tau$) le condensateur se charge ou se décharge : c'est le régime transitoire du phénomène.

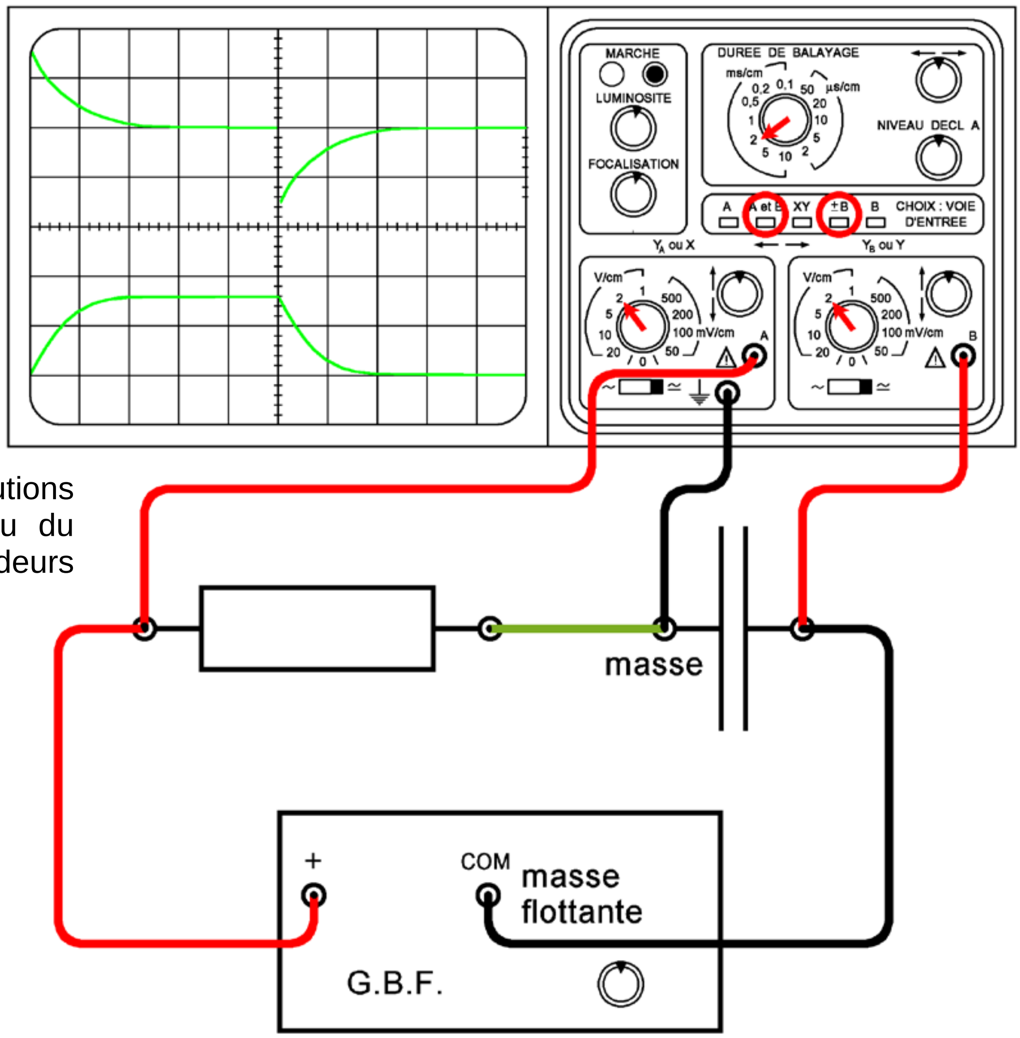
Au bout de quelques τ (de l'ordre $5.\tau$), le condensateur est chargé ou déchargé et l'intensité du courant est nulle : c'est le régime permanent du phénomène.

5) Etude expérimentale :

On considère le montage suivant :

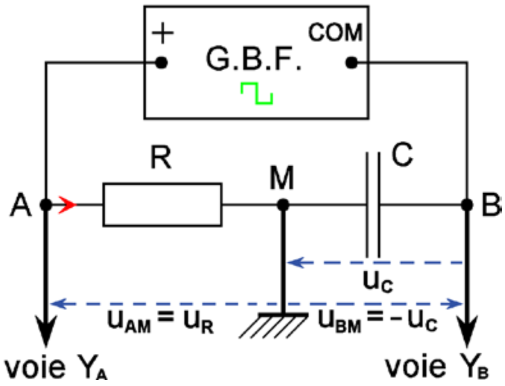
Le bouton +/- B est enfoncé.

Attention aux précautions à prendre au niveau du signe des grandeurs visualisées !



Soient A et B les bornes de la "branche" conducteur ohmique-condensateur.
On veut vérifier les résultats théoriques :
On veut visualiser la charge q(t) portée par le condensateur et l'intensité i(t) du courant.

- Pour avoir l'allure de q(t), on peut visualiser $u_C(t) = \frac{1}{C}.q(t)$ qui nous donne q(t) à 1/C près.
- Pour visualiser i(t), il faut se placer aux bornes du conducteur ohmique, on a en effet : $u_R(t) = R.i(t)$



IV) Energie emmagasinée par le condensateur :

On sait que la puissance électrique dissipée, à un instant donné, dans un dipôle traversé par un courant d'intensité i(t) et aux bornes duquel règne une tension u(t), est : p(t) = u(t).i(t)

Considérons la charge du condensateur, on a : $u_R(t) + u_C(t) = R.i(t) + \frac{1}{C}.q(t) = E$

Chaque terme étant homogène à une tension, multiplions le par i(t) :

$$R.i(t).i(t) + \frac{1}{C}.q(t).i(t) = E.i(t) \quad \text{ou} \quad R.[i(t)]^2 + \frac{1}{C}.q(t).\frac{dq(t)}{dt} = E.i(t)$$

Chaque terme représente une puissance. Une partie de la puissance fournie par le générateur (E.i(t)) est dissipée par effet Joule ($R.[i(t)]^2$) dans le conducteur ohmique et une partie sert augmenter l'énergie stockée par le condensateur ($\frac{1}{C}.q(t).\frac{dq(t)}{dt}$) (dérivée totale exacte).

On a donc $p_C = \frac{dW_C(t)}{dt} = \frac{d(\frac{1}{2}.\frac{[q(t)]^2}{C})}{dt}$, on voit que l'énergie instantanée stockée par le condensateur est :

$$\boxed{W_C(t) = \frac{1}{2}.\frac{[q(t)]^2}{C} = \frac{1}{2}.C.[u(t)]^2}$$

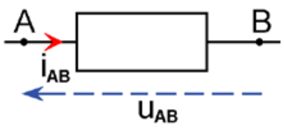
W_C en J, q en C, u en V et C en F.

Condensateur et circuit RC

A RETENIR

I) Rappels :

Algébrisation des grandeurs électriques :

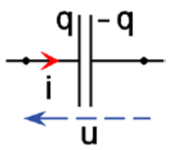


Rappel de la loi d'Ohm :

A chaque instant $u(t) = R.i(t)$ ou $u_{AB}(t) = R.i_{AB}(t)$

Cas du condensateur :

Le condensateur est un dipôle, on le symbolise par :



La charge q est, par convention la charge portée par la plaque par laquelle on entre dans le condensateur.

Relation entre charge et intensité :

$$i_{AB} = \frac{dq_A}{dt} \quad \text{où} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

II) Capacité d'un condensateur :

Variation de la charge avec la tension appliquée :

Algébriquement, en convention des récepteurs :

$$Q = C.U$$

L'unité légale fondamentale de mesure de la capacité d'un condensateur est le farad (F).

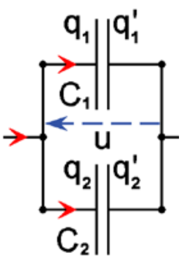
Relation algébrique instantanée :

On retiendra les relations algébriques dans la convention des récepteurs :

$$u(t) = \frac{1}{C}.q(t) \quad \text{et} \quad i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C.\frac{du(t)}{dt}$$

Association de condensateurs :

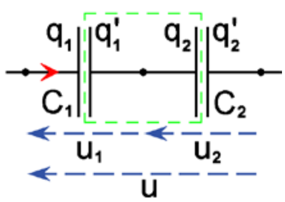
Condensateurs en parallèle :



Le condensateur équivalent aux deux condensateurs en parallèle est celui qui porte sur sa plaque d'entrée la même charge que la somme des charges portées par les deux plaques d'entrée des condensateurs lorsqu'on applique à ses bornes la même tension u(t) qu'aux bornes des deux condensateurs :

$$C = C_1 + C_2$$

b) Condensateurs en série :



Le condensateur équivalent aux deux condensateurs en série est celui qui porte sur sa plaque d'entrée la même charge q(t) que celle portée par la plaque d'entrée du premier condensateur lorsqu'on applique à ses bornes la même tension u(t) que celle appliquée aux bornes des deux condensateurs : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

5) Capacité du condensateur plan :

Si l'isolant est le vide (ou l'air) on a : $C_0 = \varepsilon_0 . \dfrac{S}{d}$

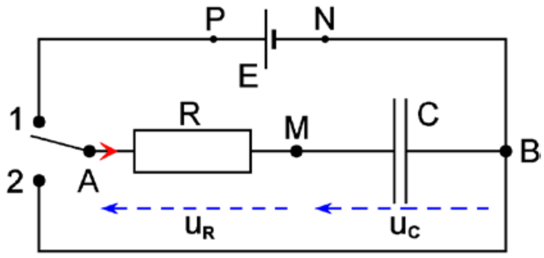
ε_0 est la permittivité diélectrique du vide, avec $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4.\pi.9.10^9}$ S.I. = $8{,}84.10^{-12}$ S.I.

Si l'isolant est un matériau : $C = \varepsilon.S/d$ où ε est la permittivité diélectrique du matériau.
On pose $\varepsilon = \varepsilon_r.\varepsilon_0$ où ε_r est la permittivité relative du matériau par rapport au vide (ou à l'air).

III) Réponse d'un dipôle RC à un "échelon de tension" :

Expérience théorique :

Un dipôle RC est l'association en série d'un conducteur ohmique (conducteur ohmique) de résistance R et d'un condensateur de capacité C.



"Charge" du condensateur :

Etablissement de l'équation différentielle :

Equation : $$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C(t) = \frac{E}{R.C}$$

On dit que $u_C(t)$ satisfait à une équation différentielle non homogène du premier ordre.

Avec $q(t) = C.u_C(t)$, on a $$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.q(t) = \frac{E}{R}$$

Solution de l'équation différentielle :

La solution générale de l'équation différentielle s'écrit : $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{R.C}} + E$
A est une constante qui dépend des conditions initiales.
Si, à t = 0, le condensateur est déchargé, donc : $u_C(0) = 0 = A.e^{-0} + E$ d'où $A = -E$

$$u_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$$

Charge et intensité du courant :

$$q(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}) \text{ et } i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{R.C}}$$

Décharge du condensateur dans une résistance :

Etablissement de l'équation différentielle :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C(t) = 0$$

On dit que $u_C(t)$ satisfait à une équation différentielle homogène du premier ordre.

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.q(t) = 0$$

Solution de l'équation différentielle :

La solution générale de l'équation différentielle s'écrit : $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{R.C}}$
Là encore A est une constante qui dépend des conditions initiales.
Si, à t = 0, le condensateur est chargé, donc : $u_C(0) = E = A.e^{-0}$ d'où $A = E$

$$u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{R.C}}$$

Charge et intensité du courant :

$$q(t) = C.E.\,e^{-\frac{t}{R.C}} \quad \text{et} \quad i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{R.C}}$$

Constante de temps du dipôle RC :

Le produit : $\tau = R.C$ est homogène à un temps, appelé constante de temps du dipôle RC.

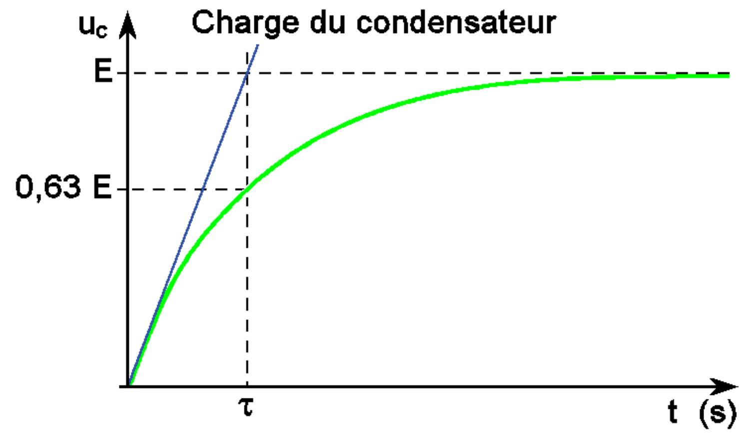
* Lors de la charge :

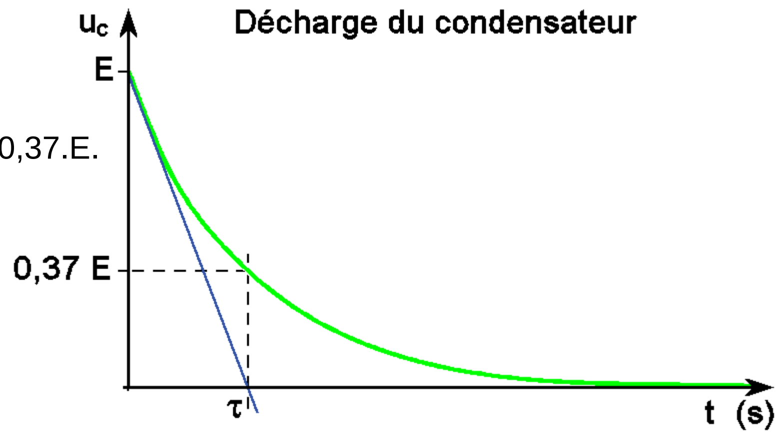
$$u_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$$

On détermine :

$$u_C(\tau) = E.(1 - e^{-1}) \approx 0{,}63.E.$$

Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe dont l'ordonnée est égale à 0,63.E, on obtient la valeur de τ.





* Lors de la décharge :

$u_C(t) = E.\,e^{-\frac{t}{R.C}}$, on a $u_C(\tau) = E.e^{-1}) \approx 0{,}37.E.$

Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe dont l'ordonnée est égale à 0,37.E :
on obtient la valeur de τ.

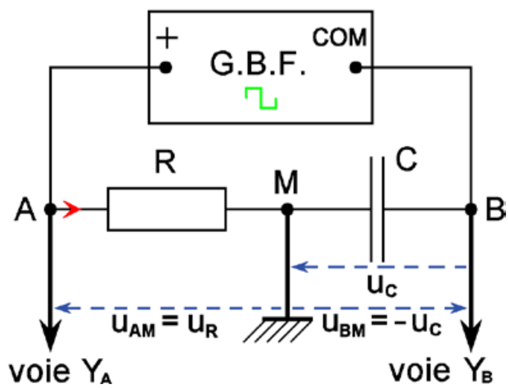
- Si on connaît R et C, on a : $\tau = R.C$

Pendant une durée Δt de quelques τ (de l'ordre $5.\tau$) le condensateur se charge ou se décharge : c'est le régime transitoire du phénomène.
Au bout de quelques τ (de l'ordre $5.\tau$), le condensateur est chargé ou déchargé et l'intensité du courant est nulle : c'est le régime permanent du phénomène.

Etude expérimentale :

On considère le montage suivant :

- Pour avoir l'allure de q(t), on peut visualiser $u_C(t) = \frac{1}{C}.q(t)$ qui nous donne q(t) à 1/C près.
- Pour visualiser i(t), il faut se placer aux bornes du conducteur ohmique, on a en effet : $u_R(t) = R.i(t)$



IV) Energie emmagasinée par le condensateur :

$$W_C(t) = \frac{1}{2}.\frac{[q(t)]^2}{C} = \frac{1}{2}.C.[u(t)]^2$$

W_C en J, q en C, u en V et C en F.

POUR S'ENTRAÎNER

I) Condensateur variable.

Un condensateur à lame d'air est formé de deux armatures semi-circulaires de rayon R = 6 cm distantes de d = 2 mm.
Les deux armatures, dont l'une est mobile autour de l'axe du demi-cercle, et l'autre fixe, se recouvrent partiellement.
Soit α l'angle correspondant à leur surface en regard.

a) Donner l'expression littérale de la capacité C en fonction des données, puis la calculer pour $\alpha = 0$ °, $\alpha = 90$ ° et $\alpha = 180$ °.

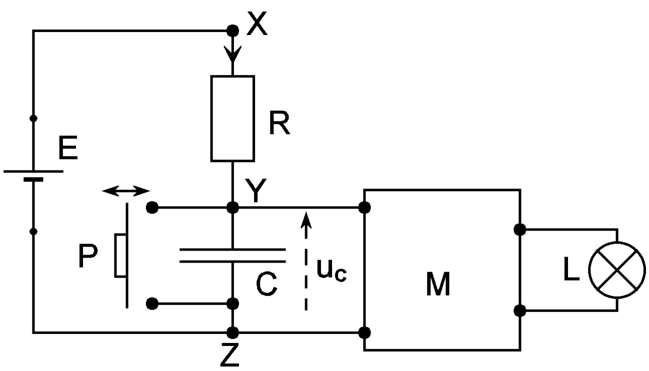
b) On fixe $\alpha = 90$ ° et on charge le condensateur sous une tension de $U_0 = 100$ V. Calculer la charge Q_0 du condensateur et le nombre d'électrons ayant migré lors de la charge ($\alpha = 90$ °).

c) Calculer W_0 l'énergie emmagasinée par le condensateur.

d) On branche alors ce condensateur ($\alpha = 90$ °) aux bornes d'un deuxième condensateur de capacité C' = 10 pF initialement déchargé.
Les deux condensateurs sont ainsi associés en parallèle.
   i. Calculer la tension U aux bornes des condensateurs, en régime permanent.
   ii. Calculer les charges Q et Q' de chaque condensateur en régime permanent.
   iii. Calculer l'énergie W_T de l'association et la perte d'énergie entre le moment où le condensateur C portait seul la charge Q_0 et le nouvelle équilibre résultant de l'association des deux condensateurs.
   iv. Qu'est devenue cette énergie perdue ? Expliquez

On donne : charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}$ C
permittivité diélectrique du vide (ou de l'air) $\varepsilon_0 = 8{,}84.10^{-12}$ S.I.

II) Principe de fonctionnement d'une minuterie.



Le générateur a une f.é.m. E = 15 V.
M est un montage électronique qui commande l'allumage de la lampe L lorsque la tension aux bornes du condensateur est <u>inférieure</u> à la valeur $U_{C1} = 8$ V.
La capacité du condensateur est C = 100 µF et la résistance du résistor est R = 150 kΩ.
P est un bouton poussoir qui permet de mettre en court-circuit le condensateur.
X et Y repèrent les bornes du résistor, Y et Z repèrent celles du condensateur.

a) Pourquoi la lampe L s'allume-t-elle lorsqu'on appuie brièvement sur le poussoir P ?

b) Quelle est la valeur U_{C0} de la tension aux bornes du condensateur quand celui-ci est complètement chargé ?

c) Exprimer sans démonstration $u_C(t)$ en fonction du temps.

d) Représenter l'allure de la courbe de variation de $u_C(t)$ en fonction du temps, en précisant les coordonnées de quelques points fondamentaux.

e) Quelle est la durée d'allumage de la lampe L ?

f) Proposer trois méthodes permettant de modifier (par exemple, allonger) la durée d'allumage de la lampe L. Quelle est celle qui semble la plus simple à réaliser ?

III) Durée de décharge.

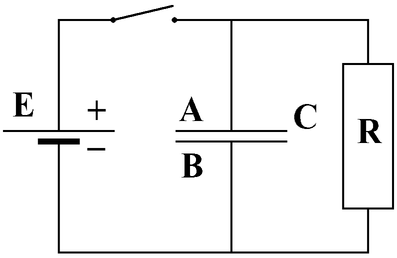
Un circuit comprend un générateur de f.é.m. $E = 15$ V et de résistance interne négligeable, un interrupteur, un condensateur de capacité $C = 47\ \mu F$ d'armature A et B, et une résistance R.

a) L'interrupteur étant fermé depuis longtemps, déterminer :

i. la tension U_{AB} aux bornes du condensateur,

ii. la charge Q du condensateur,

iii. l'énergie E emmagasinée par le condensateur.



b) A l'instant de date t = 0, on ouvre l'interrupteur.

Le condensateur se décharge alors dans la résistance R.

i. Etablir l'équation différentielle qui régit les variations de la charge q_A de l'armature A du condensateur en fonction du temps.

ii. Montrer que cette équation différentielle admet une solution de la forme $q_A = K.e^{-\lambda.t}$ et exprimer littéralement les constantes K et λ en fonction de Q, R et C.

On prendra comme condition initiale $q_A = Q$.

iii. Donner l'expression de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur en fonction du temps.

iv. Déterminer la valeur qu'il faut donner à R pour que $u_{AB} = 1{,}0$ V à $t = 1{,}0$ min.