ELECTRICITE

Analyse des signaux et des circuits électriques

Michel Piou

Chapitre 13
Régimes transitoires
des circuits RC et RL

Edition 14/03/2014

Table des matières

Temps de travail estimé pour un apprentissage de ce chapitre en autonomie : 9 heures

1 POURQUOI ET COMMENT ?

Le comportement des circuits comportant des dipôles linéaires tels que des résistances, des inductances et des condensateurs a déjà été étudié dans le cas du régime alternatif sinusoïdal. Nous avons alors constaté que des outils tels que les vecteurs de Fresnel ou les complexes étaient très utiles pour calculer les tensions et les courants.
Lorsque ces dipôles ne sont pas utilisés en régime alternatif sinusoïdal, on ne peut pas faire appel aux vecteurs de Fresnel et aux complexes. Il faut alors revenir aux lois des mailles et des nœuds et résoudre des équations différentielles.

On sait qu'une inductance s'oppose aux variations du courant qui la traverse et qu'un condensateur s'oppose aux variations de la tension à ses bornes.
En associant une résistance et une inductance ou une résistance et un condensateur, on peut produire des signaux dont l'évolution est progressive. Ces associations sont fréquemment rencontrées en électronique dans les circuits oscillateurs et monostables (utilisés par exemple dans les horloges). On les retrouve également en électronique de puissance dans les alimentations à découpage, les hacheurs ou les onduleurs.

Prérequis :
La notion de logarithme et d'exponentielle ainsi que des notions sur les équations différentielles du 1^{er} ordre à coefficients constants.

Objectifs :
Connaître les spécificités des tensions et des courants dans un circuit comportant une résistance « R » associée à une inductance « L » ou un condensateur « C ». Les associations comportant simultanément « R », « L » et « C » ne seront pas abordées dans ce chapitre.

Méthode de travail :
Les méthodes de résolution mathématiques des équations différentielles ne seront abordées que dans une première phase de présentation. Dans un second temps, on privilégiera une **démarche** plus **graphique** permettant dans un certain nombre de cas d'obtenir les résultats sans s'engager dans de grands calculs.
Il conviendra d'apprendre rapidement la méthode proposée pour tirer pleinement parti des exercices.

Travail en autonomie :
Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

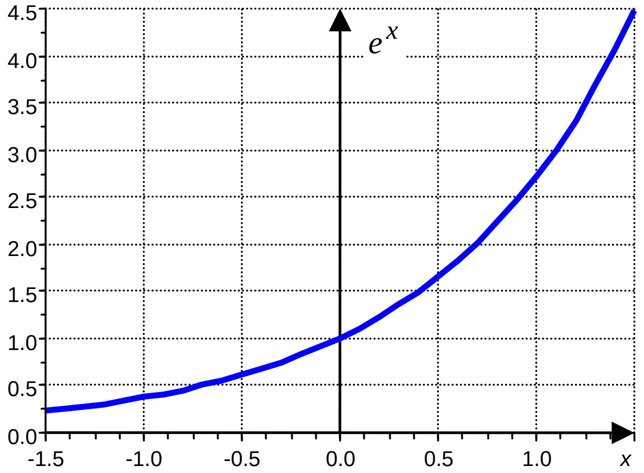
Corrigés en ligne :
Pour permettre une vérification autonome des exercices, consulter « Baselecpro »
(chercher « baselecpro accueil » sur Internet avec un moteur de recherche)

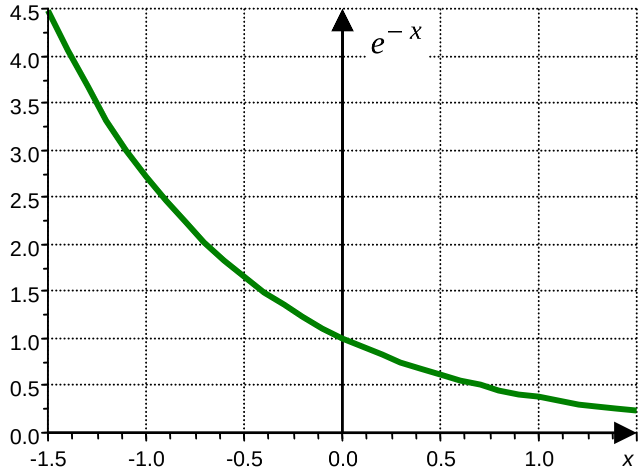
2 Regimes transitoires des circuits RC et RL.

(Ces circuits sont dits « circuits du 1° ordre ».)

2.1 Exponentielle décroissante.

2.1.1 Rappel sur la fonction exponentielle :





2.1.2 Graphe des fonctions du type $f(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

Nous allons étudier des systèmes électriques donc les courbes de réponse sont de type « exponentielle décroissante ». Commençons par étudier plusieurs fonctions de ce type.
Pour chaque fonction, on considèrera A = constante > 0 et τ = constante > 0.

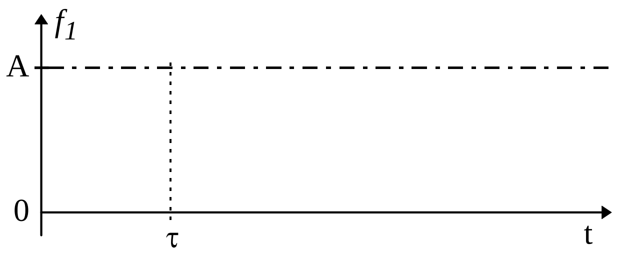
Soit $f_1(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

Calculer $f_1(0)$; $\lim_{t\to\infty} f_1(t)$; $\frac{d(f_1)}{dt}(0)$; $f_1(\tau)$; $f_1(4.\tau)$ et $f_1(5.\tau)$.

(Réponse 1:)

Représenter ci-contre le graphe de $f_1(t)$

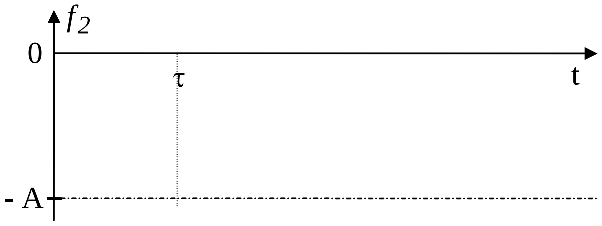
(Réponse 2:)



Soit $f_2(t) = -A.e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Représenter ci-dessous le graphe de $f_2(t)$.

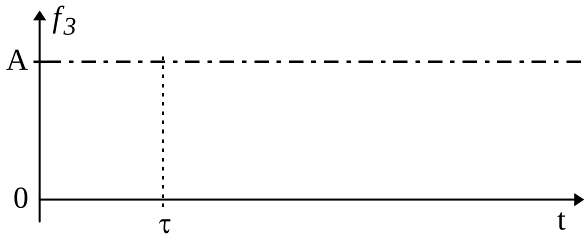
(Réponse 3:)



Soit $f_3(t) = A - A.e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Représenter ci-dessous le graphe de $f_3(t)$.

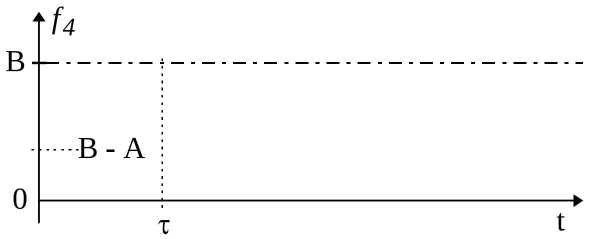
(Réponse 4:)



Soit $f_4(t) = B - A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $B = cte > A > 0$.

Représenter ci-dessous le graphe de $f_4(t)$.

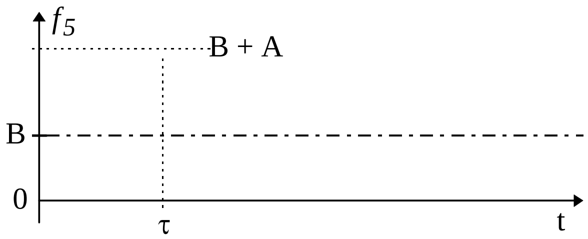
(Réponse 5:)



Soit $f_5(t) = B + A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $B = cte > 0$.

Représenter ci-dessous le graphe de $f_5(t)$.

(Réponse 6:)



De tous ces exemples, on retiendra :

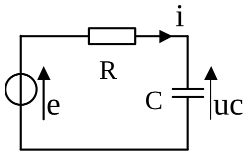
* La tangente à l'origine rejoint l'asymptote en une constante de temps τ.

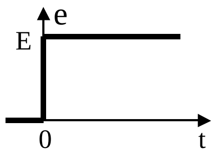
* En une constante de temps τ, la courbe parcourt 63% de l'écart entre le point de départ et l'asymptote.

* On peut considérer que la courbe rejoint son asymptote en 4τ (à 2% près)

2.2 Système électrique du 1° ordre avec une source de tension ou de courant constant.

2.2.1 Exemple N°1





Pour t < 0: e(t) = 0 ⇒ uc(t) = 0

Pour t > 0: $e(t) = E = R.i(t) + uc(t)$

$$\Rightarrow E = R.C.\frac{d\left(uc(t)\right)}{dt} + uc(t).$$

C’est une équation différentielle du 1° ordre à coefficients constants et second membre constant.

Pour déterminer uc(t) lorsque t > 0, il nous faut résoudre cette équation différentielle.

Nous allons procéder en parallèle avec deux méthodes différentes.

* La méthode « **mathématique** » (colonne de gauche) : **1** : recherche de la solution générale de l’équation sans second membre. **2** : recherche d’une solution particulière. **3** : détermination de la constante à partir de la valeur en un point particulier (appelé « condition initiale »)

* La méthode « **graphique** » (colonne de droite) : **1** : représentation du schéma de « **régime libre** ». **2** : représentation du schéma de « **régime forcé** ». **3** : représentation du schéma « des **conditions initiales** ».

Résolution de l'équation sans second membre:

$$0 = R.C.\frac{d(uc(t))}{dt} + uc(t)$$

La solution $uc(t) = 0$ est une solution évidente.

Recherchons une solution $uc(t) \neq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{d(uc(t))}{dt}}{uc(t)} = -\frac{1}{R.C}$$

Si deux expressions sont égales, leurs primitives sont égales à une constante près.

$$\Leftrightarrow l_n(|uc(t)|) = -\frac{1}{R.C}.t + \text{constante}$$

$$\Leftrightarrow e^{[l_n(|uc(t)|)]} = e^{\left[-\frac{1}{R.C}.t + \text{constante}\right]}$$

$$\Leftrightarrow |uc(t)| = e^{\left[-\frac{1}{R.C}.t + \text{constante}\right]}$$

$$\Leftrightarrow |uc(t)| = e^{\left[-\frac{1}{R.C}.t\right]}.e^{[\text{constante}]}$$

En conclusion :

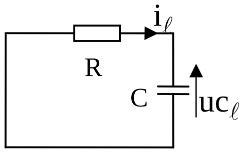
$$uc(t) = A.e^{\left[-\frac{t}{R.C}\right]}$$

avec « A » : constante positive, négative ou nulle à définir ultérieurement.

Schéma de régime libre :

L'équation sans second membre ci-contre est obtenue à partir de l'équation différentielle de départ, en mettant la source « e » à zéro.

Elle correspond au schéma ci-contre (dit « **schéma de régime libre** ») :



Lorsqu'on obtient ce schéma en régime libre, on sait (voir ci-contre) que la solution de l'équation sans second membre est de type :

$$i_\ell(t) = A.e^{\left[-\frac{t}{\tau}\right]} \quad \text{ou} \quad uc_\ell(t) = A.e^{\left[-\frac{t}{\tau}\right]}$$

avec :

$\tau = R.C$: constante de temps

On peut aussi écrire l'équation différentielle de $uc(t)$ sous la forme générale :

$$f(t) + \tau.\frac{d(f(t))}{dt} = b \text{ et identifier } \tau$$

Solution particulière *(obtenue lorsque $t \to \infty$ donc en régime permanent)*

Lorsque $t \to \infty$, tous les courants et les tensions sont constants car la source « E » est constante. (Il n'y a pas d'excitation susceptible d'engendrer des variations)

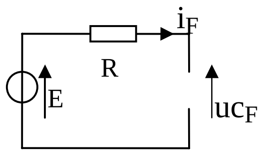
$$uc(t) = \text{constante} \Rightarrow i = C.\frac{d(uc(t))}{dt} = 0$$

$$R.i = 0 \Leftrightarrow uc(t) = E$$

Schéma de régime forcé:

Le « schéma du régime forcé » n'est autre que la traduction de la phrase ci-contre sous forme d'un schéma.

Lorsque $t \to \infty$, tous les courants et tensions sont constants et le condensateur se comporte comme un circuit ouvert.



On constate que $uc_F = E$ et $i_F = 0$

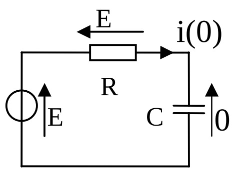
Solution générale:

La solution générale est égale à la somme de la solution de l'équation sans second membre et de la solution particulière : $uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

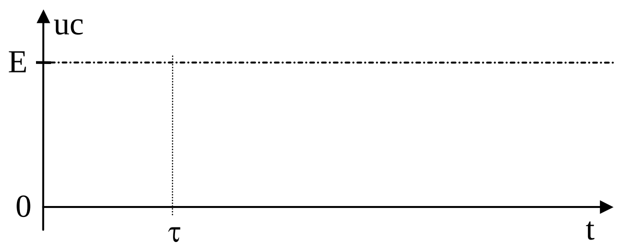
Solution générale:

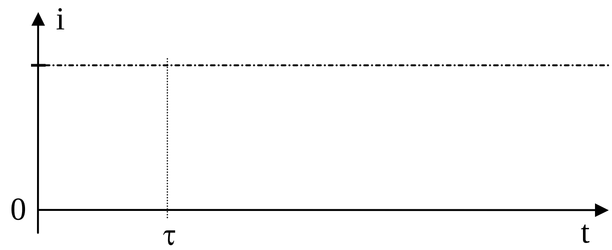
La solution générale est égale à la somme de la solution de régime libre et de la solution de régime forcé:

$$uc(t) = uc_\ell(t) + uc_F = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$$

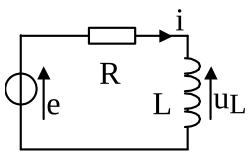
Détermination de la constante *A* par les conditions initiales (La tension aux bornes du condensateur ne peut pas présenter de discontinuités) donc $uc\left(0^-\right)=0 \Leftrightarrow uc(0+)=0$.	**Schéma pour les conditions initiales:** Le « schéma pour les conditions initiales » n'est autre que la traduction de la phrase ci-contre sous forme d'un schéma :  On constate que $uc(0)=0$ et $i(0)=\dfrac{E}{R}$

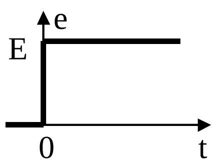
Représenter ci-dessous uc(t) et i(t).
Exprimer les équations de uc(t) et i(t).
(Réponse 7:)





2.2.2 Exemple N°2





Pour t < 0: e(t) = 0 ⇒ i(t) = 0

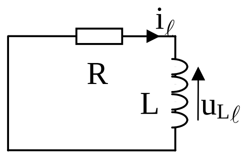
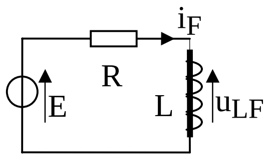
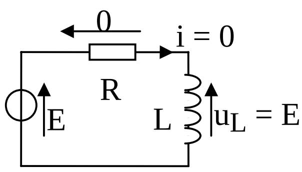
Pour t > 0: $e(t)=E=R.i(t)+u_L(t)$

$$\Rightarrow E=R.i(t)+L.\frac{d(i(t))}{dt}.$$

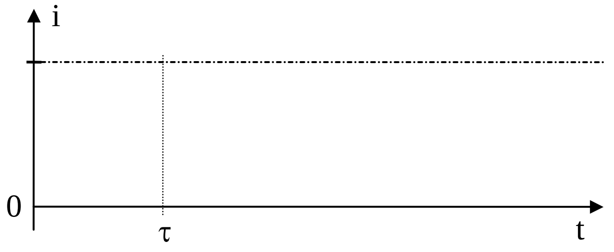
C'est une équation différentielle du 1° ordre à coefficients constants et second membre constant.

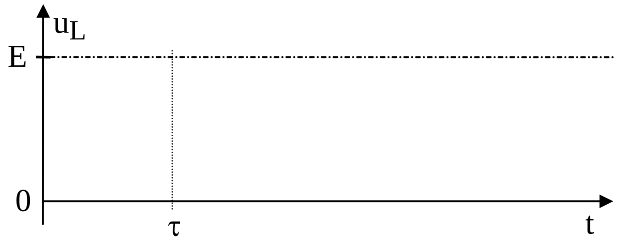
Pour déterminer i(t) lorsque t > 0, il nous faut résoudre cette équation différentielle:

Nous allons procéder comme dans l'exemple précédent :

Résolution de l’équation sans second membre: $0 = i(t) + \frac{L}{R}.\frac{d(i(t))}{dt}$ Cette équation est de même type que celle de l’exemple N°1. Sa résolution s’effectue de la même façon. Et sa solution est : $i(t) = A.e^{\left[-\frac{t}{L/R}\right]}$ avec « A » : constante à définir ultérieurement.	**Schéma de régime libre :** L’équation sans second membre ci-contre est obtenue à partir de l’équation différentielle de départ, en mettant la source « e » à zéro. Elle correspond au schéma ci-contre (dit « schéma de régime libre ») :  Lorsqu’on obtient ce schéma en régime libre, on sait (voir ci-contre) que la solution de l’équation sans second membre est de type : $i_\ell(t) = A.e^{\left[-\frac{t}{\tau}\right]}$ ou $u_{L\ell}(t) = A.e^{\left[-\frac{t}{\tau}\right]}$ avec : $\tau = L/R$: constante de temps On peut aussi écrire l’équation différentielle de $uc(t)$ sous la forme générale : $f(t) + \tau.\frac{d(f(t))}{dt} = b$ et identifier τ
Solution particulière *(obtenue lorsque $t \to \infty$ donc en régime permanent)* Lorsque $t \to \infty$, tous les courants et les tensions sont constants car la source « E » est constante. *i = constante* $\Rightarrow$ $u_L(t) = L.\frac{d(i(t))}{dt} = 0$ et $i(t) = \frac{E}{R}$	**Schéma de régime forcé:** Lorsque $t \to \infty$, tous les courants et tensions sont constants et l’inductance se comporte comme un court-circuit.  On constate que $u_{LF} = 0$ et $i_F = \frac{E}{R}$
Solution générale: La solution générale est égale à la somme de la solution de l’équation sans second membre et de la solution particulière : $i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R}$	**Solution générale**: La solution générale est égale à la somme de la solution de régime libre et de la solution de régime forcé: $i(t) = i_\ell(t) + i_F = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R}$
Détermination de la constante *A* par les conditions initiales (Le courant dans l’inductance ne peut pas présenter de discontinuités) . $i(0^-) = 0 \Leftrightarrow i(0+) = 0$.	**Schéma pour les conditions initiales:**  On constate que $i(0) = 0$ et $u_L(0) = E$

Représenter ci-dessous i(t) et u_L(t).
Exprimer les équations de i(t) et u_L(t).
(Réponse 8:)





Pour tracer les graphes du courant et de la tension, il faut le point de départ, l'asymptote et la constante de temps. Ces trois informations sont obtenues avec le **schéma des conditions initiales**, le **schéma de régime forcé** et **le schéma de régime libre ou l'équation différentielle**.

Ces observations sur les deux exemples précédents peuvent être généralisées *(sans démonstration)*

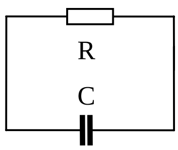
2.3 Résumé de la méthode par les schémas de régime libre, de régime forcé et des conditions initiales.

- **Solution de l'équation sans second membre: (régime libre)**

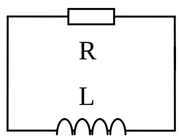
Elle correspond au comportement du montage sans ses excitations:

- Les sources de tension indépendantes sont mises à zéro $\rightarrow$ u = 0 $\Rightarrow$ court-circuit.
- Les sources de courant indépendantes sont mises à zéro $\rightarrow$ i = 0 $\Rightarrow$ circuit ouvert.

Le schéma ainsi obtenu ("schéma de régime libre") permet de dire si c'est effectivement un 1° ordre (boucle RC ou RL); et dans ce cas on obtient la constante de temps. (On peut aussi écrire l'équation différentielle de $uc(t)$ sous la forme générale : $f(t)+\tau.\frac{d\left(f(t)\right)}{dt}=b$ et identifier τ)



$\Leftrightarrow \tau = R.C$



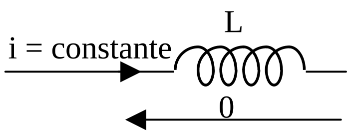
$\Leftrightarrow \tau = \frac{L}{R}$

La solution du régime libre est alors du type $A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

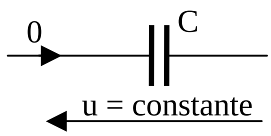
- **Solution particulière de l'équation générale: (régime forcé ou régime permanent) obtenue lorsque $t \rightarrow \infty$: *ff(t)*:**

<u>* Si les sources de tension et de courant sont continues:</u>

$\Rightarrow$ les tensions et les courants dans le montage sont continus en régime forcé. La solution du régime forcé est une constante.



= court-circuit



= circuit ouvert

<u>* Si les sources de tension et de courant sont alternatives sinusoïdales de même fréquence:</u>

$\Rightarrow$ utiliser le calcul complexe. La solution du régime forcé est de type alternatif sinusoïdal.

<u>* Si les sources de tension et de courant sont autres:</u> non traité ici.

<u>* Si les sources de tension et de courant sont diverses:</u> utiliser le théorème de superposition.

- **Solution générale:**

$$\boxed{f(t)=A.e^{-\frac{t}{\tau}}+f_f(t)}$$

- **Conditions initiales:**

La tension aux bornes d'un condensateur ne peut pas présenter de discontinuité.
Le courant dans une inductance ne peut pas présenter de discontinuité.

* La condition initiale permet de déterminer la valeur de la constante A.

* La « condition initiale » n'est pas nécessairement à $t = 0$:

Soit t_0 un instant pour lequel on connaît la valeur de f.
Exprimer $f(t)$ en fonction de $f(t_0)$, $f_f(t)$.

(Réponse 9:)

(Cette relation peut être utilisée directement sans la redémontrer à chaque utilisation)

Remarque :

Lorsque les sources de tension et de courant sont continues, on peut tracer directement le graphe des signaux recherchés à partir des schémas de régime libre, forcé et des conditions initiales en utilisant les trois propriétés suivantes:

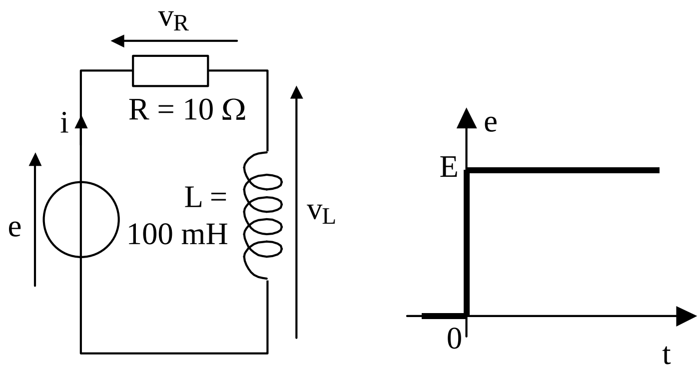
- **63%** de l'écart entre un point de la courbe et l'asymptote sont parcourus en une constante de temps. (**63% ≈ 2/3**)

- La tangente en un point de la courbe est obtenue par construction graphique: c'est une droite qui passe par le point considéré et qui atteint l'asymptote au bout d'une constante de temps.

- On peut considérer que la courbe rejoint son asymptote en 4 constantes de temps (à 2% près). (Si on accepte un écart de 5%, on peut se contenter de 3 constantes de temps)

3 PROBLEMES ET EXERCICES

Chap 13. Exercice 1 : Dipôle RL soumis à un échelon de tension.



Soit le dipôle R.L série ci-contre alimenté par une source de tension e(t) produisant un échelon de tension E à partir de $t = 0$.

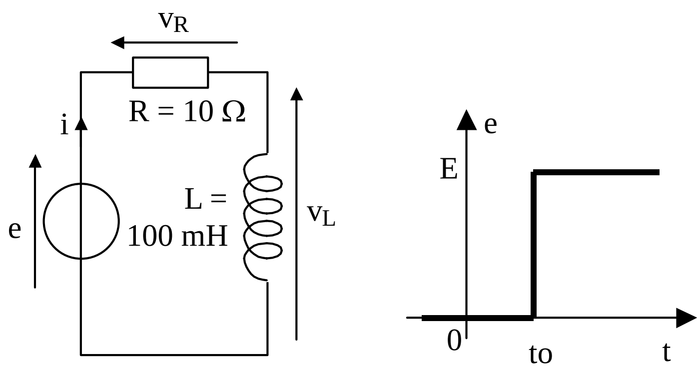
Pour $t < 0 : i(t) = 0$ et $e(t) = 0$.

a) Ecrire les équations différentielles de $v_L(t)$ et $v_R(t)$ pour t > 0.

b) Représenter les schémas du régime libre, du régime forcé et des conditions initiales (à $t = 0^+$).

c) Exprimer et représenter $v_L(t)$ et $v_R(t)$ pour t > 0.

Chap 13. Exercice 2 : Dipôle RL soumis à un échelon de tension retardé.



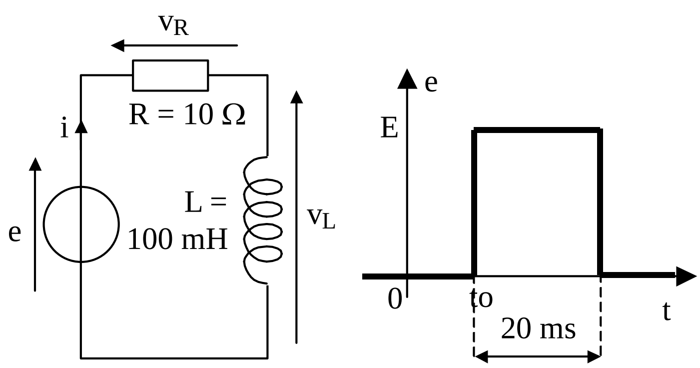
Soit le dipôle R.L série ci-contre alimenté par une source de tension e(t) produisant un échelon de tension E à partir de *to*.

Pour $t < to : i(t) = 0$ et $e(t) = 0$.

a) Représenter les schémas du régime libre, du régime forcé et des conditions initiales (à $t = to^+$).

b) Exprimer et représenter $v_L(t)$ et $v_R(t)$ pour t > to.

Chap 13. Exercice 3 : Dipôle RL soumis à une impulsion de tension retardée.

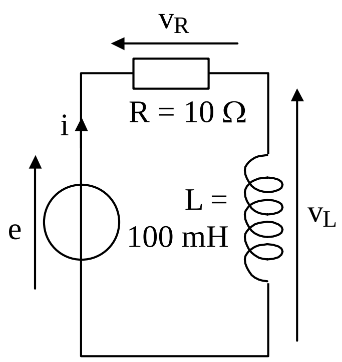


Soit le dipôle R.L série ci-contre alimenté par une source de tension e(t) produisant une impulsion de tension de largeur 20 ms et d'amplitude E. à partir de l'instant *to*.

Pour $t < to : i(t) = 0$ et $e(t) = 0$.

Exprimer et représenter $v_L(t)$ et $v_R(t)$ pour t > to.

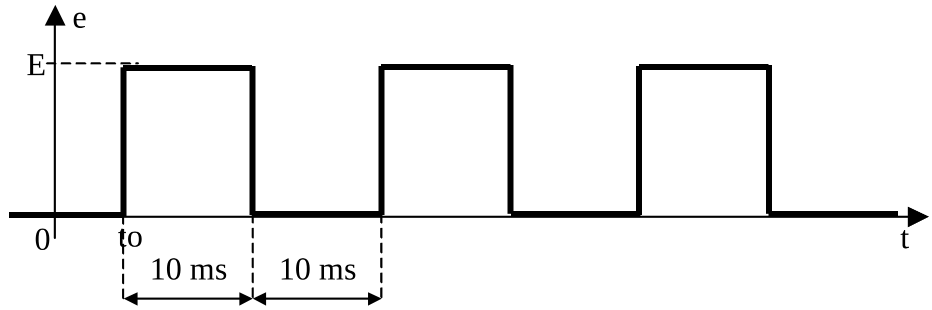
Chap 13. Exercice 4 : Dipôle RL soumis à un train d'impulsions de tension.

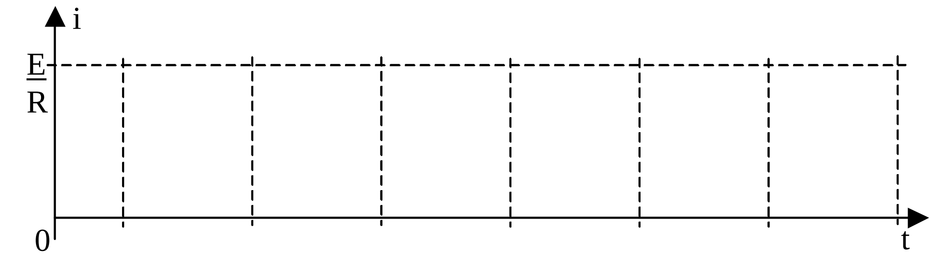


Soit le dipôle R.L série ci-contre alimenté par une source de tension $e(t)$ produisant un train d'impulsions de tension de largeur 10 ms, de période 20 ms et d'amplitude E. à partir de l'instant *to*.

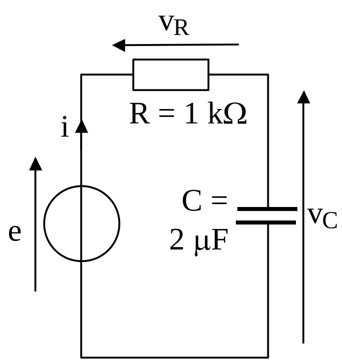
Pour $t < to : i(t) = 0$ *et* $e(t) = 0$.

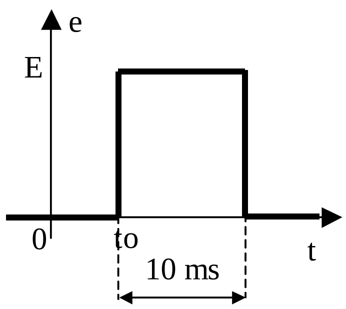
Représenter $i(t)$ et $v_L(t)$ pour t > to.





Chap 13. Exercice 5 : Dipôle RC soumis à une impulsion de tension retardée.





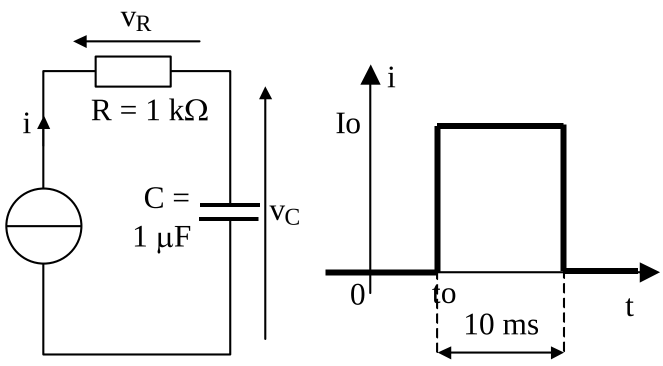
Soit le dipôle R.C série ci-contre alimenté par une source de tension $e(t)$ produisant une impulsion de tension de largeur 10 ms et d'amplitude E. à partir de l'instant t_0.

Pour $t < to : i(t) = 0$ *et* $e(t) = 0$.

a) Ecrire les équations différentielle de $v_C(t)$ et $v_R(t)$ pour t > 0.

b) Représenter $v_C(t)$ et $v_R(t)$ pour t > to.

Chap 13. Exercice 6 : Dipôle RC série alimenté par une source de courant

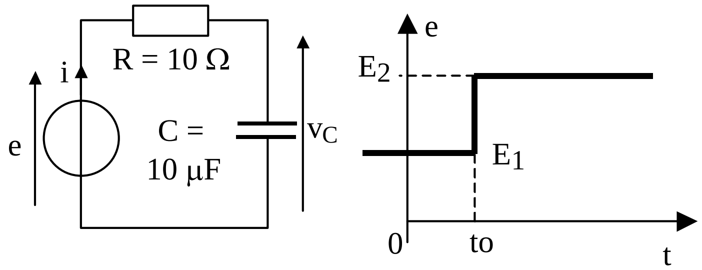


Soit le dipôle R.C série ci-contre alimenté par une source de courant i(t) produisant une impulsion de courant de largeur 10 ms et d'amplitude $I_o = 1\ mA$ à partir de l'instant *to*.

Pour $t < to$: $v_C(t) = 0$.

Représenter $v_C(t)$ et $v_R(t)$.

Chap 13. Exercice 7 : Régime transitoire avec une condition initiale 1.



Soit le dipôle R.C série ci-contre alimenté par une source de tension e(t) produisant une brusque variation à l'instant *to*.

Pour $t < to$: $e(t) = E_1$
et pour $t > to$: $e(t) = E_2$.

a) Ecrire l'équation différentielle de $v_C(t)$ pour $t > t_0$. *(On ne demande pas de la résoudre).*

b) Etablir le schéma de régime libre (pour $t > t_0$). Qu'en déduit-on ?

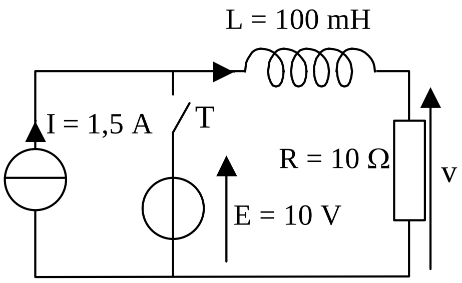
c) Etablir le schéma de régime forcé (pour $t > t_0$). Qu'en déduit-on pour $v_C(t)$?

d) Exprimer $v_C(t_0^+)$. Justifier en quelques mots.

e) Représenter le graphe de $v_C(t)$. Mettre en évidence la constante de temps et l'asymptote.

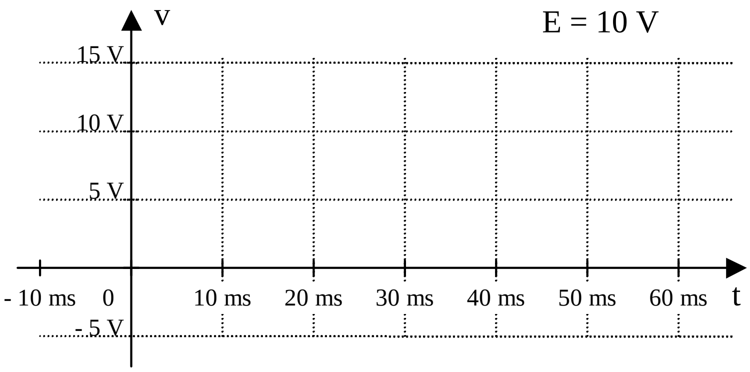
f) Etablir l'expression analytique de $v_C(t)$ pour $t > t_0$.

Chap 13. Exercice 8 : Régime transitoire avec une condition initiale 2.

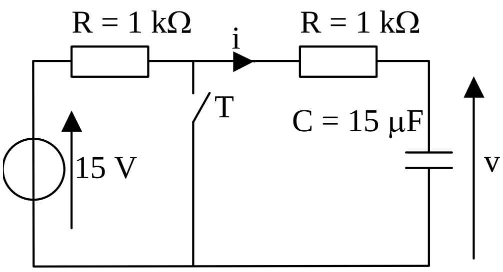


T : Interrupteur ouvert pour $t < 0$ et fermé pour $t > 0$.

Questions :
Représenter ci-dessous le graphe de v(t) pour $-10\ ms < t < 60\ ms$.
Etablir l'expression analytique de v(t) pour $t > 0$.

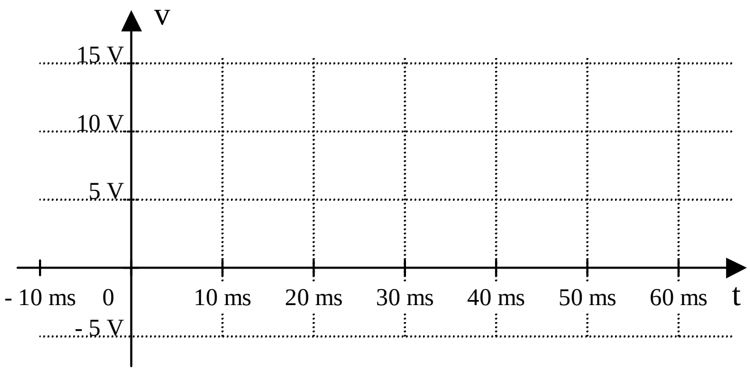


Chap 13. Exercice 9 : Régime transitoire avec une condition initiale 3.

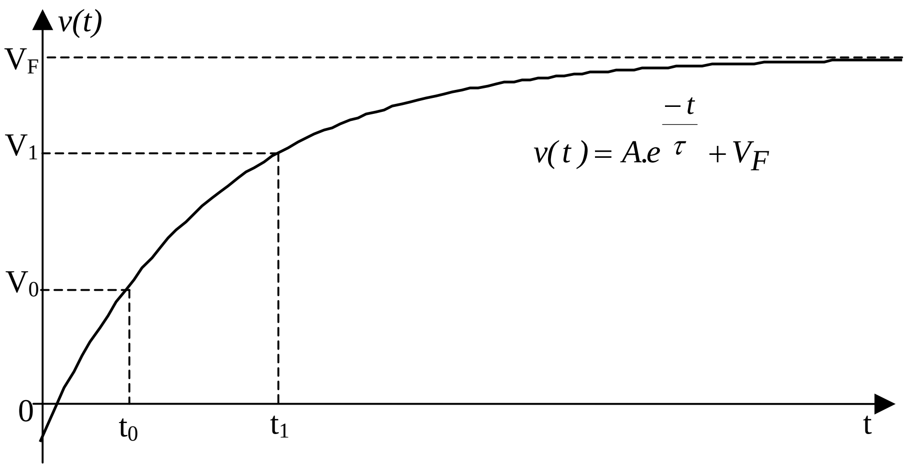


T : Interrupteur ouvert pour $t < 0$ et fermé pour $t > 0$.

Questions :
Représenter ci-dessous le graphe de v(t) pour $-10\ ms < t < 60\ ms$.
Etablir l'expression analytique de v(t) pour t > 0.

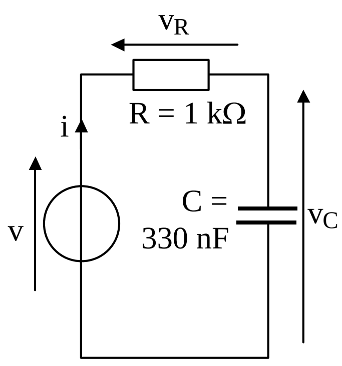


Chap 13. Exercice 10 : Calcul du temps nécessaire pour déplacer un point de fonctionnement.



Calculer la valeur de l'intervalle $\Delta t = [t_0, t_1]$ en fonction de V_0, V_1, V_F et τ.

Chap 13. Exercice 11 : Dipôle RC avec une source de tension alternative sinusoïdale



Soit le montage ci-contre.

a) Sachant que $v(t) = 20.\cos(6000.t)$

Avec la méthode des complexes, calculer $i(t)$ en **régime permanent**.

Vérifier l'ordre de grandeur du résultat par un diagramme de Fresnel (à main levée).

b) Sachant que $\forall t < 0 : \; v(t) = 0$, et $\forall t > 0 : \; v(t) = 20.\cos(6000.t)$, calculer $i(t)$.

4 Ce que j'ai retenu du chapitre « Regimes transitoires des circuits RC et RL»

a) Sur le graphe d'une exponentielle décroissante (de type $f(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B$ avec A et B constante :

La tangente à l'origine passe par l'origine et par un autre point particulier. Préciser cet autre point.

En une constante de temps, la courbe progresse de 63% ; Mais 63% de quoi ? *(Attention, sauf cas particulier, ce n'est pas 63% de la valeur finale).*

b) Qu'est ce que « le schéma de régime libre ? Qu'en déduit-on ?

c) Qu'est ce que « le schéma de régime forcé ? Qu'en déduit-on ?

d) Qu'est ce que « le schéma des conditions initiales »? Quelles non-discontinuités prend-t-il en compte ? Qu'en déduit-on ?

e) Si un régime transitoire a une solution de type $f(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B$:

Que représente « B » ?

Comment procède-t-on pour déterminer la valeur de la constante « A » ?

f) Lorsqu'un circuit RC ou RL est soumis à des sources constantes, pour obtenir l'expression des tensions ou des courants on utilise parfois la formule toute faite :

$$f(t) = \left(f(to) - F_f\right)e^{-\frac{t-to}{\tau}} + F_f$$

Préciser la signification de chaque paramètre présent dans cette formule.

g) Lorsqu'on est en présence d'une exponentielle décroissante de type $f(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B$, pour obtenir un intervalle de temps, on utilise parfois la formule toute faite :

$$\Delta t = t_1 - t_0 = \tau.\ln\left(\frac{F_o - F_f}{F_1 - F_f}\right) = (cte\ de\ temps).\ln\left(\frac{\text{"}ce\ qu'il\ \ fallait\ \ parcourir\text{"}}{\text{"}ce\ qui\ reste\ à\ parcourir\text{"}}\right)$$

Préciser la signification de chaque paramètre présent dans cette formule.

(On peut se référer à Chap 13. Exercice 10 :)

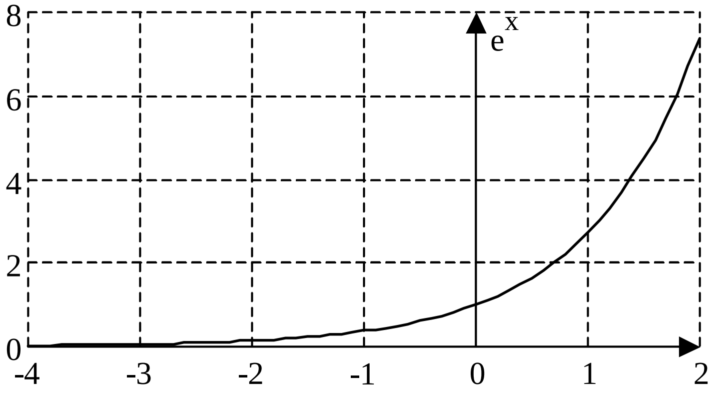
Des tests interactifs sont disponibles sur le site iutenligne. Dans l'onglet « ressources », indiquer « 1394 » ou « 1376 »

ou sur le site miel GEII/ Electricité / Systèmes du 1er et du 2ème ordre - Filtres

5 Reponses aux questions du cours

Réponse 1:

Rappel :



$e^0 = 1$

$e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$

$lim_{\,x\to-\infty}\ e^x = 0$

$e^{a+b} = e^a.e^b$

$\dfrac{d\left(e^x\right)}{dx} = e^x$

$\dfrac{d\left(e^{u(x)}\right)}{dx} = e^{u(x)}.\dfrac{d(u(x))}{dx}$

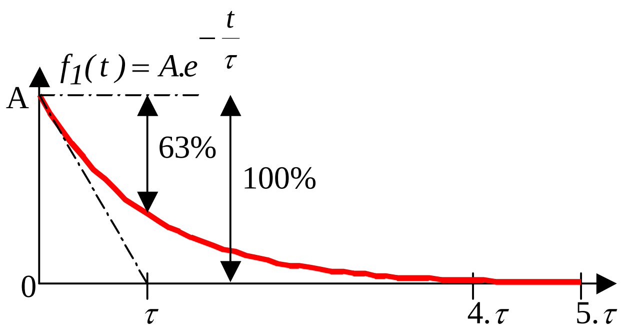
$f_1(0) = A.e^0 = A;\quad lim_{\,t\to\infty}\ f_1(t) = A.e^{-\infty} = 0$;

$\dfrac{d(f_1(t))}{dt} = A.e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)}.\dfrac{-1}{\tau} \Rightarrow \dfrac{d(f_1(t))}{dt}(0) = A.e^{\left(\frac{0}{\tau}\right)}.\dfrac{-1}{\tau} = \dfrac{-A}{\tau}$;

$f_1(\tau) = A.e^{-1} = 0{,}368.A$; $\quad f_1(4.\tau) = A.e^{-4} = 0{,}018.A$ $\quad$ et $\quad f_1(5.\tau) = A.e^{-5} = 6{,}7.10^{-3}.A$.

Retour

Réponse 2:



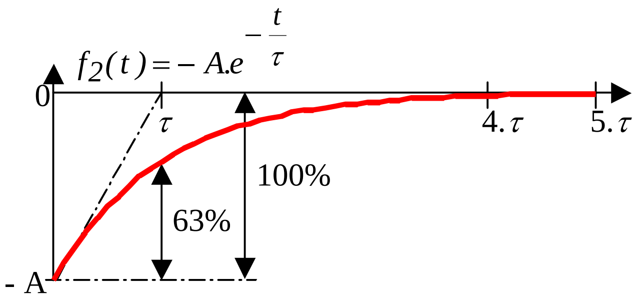
* $\dfrac{d(f_1(t))}{dt}(0) = \dfrac{-A}{\tau} \Rightarrow$ La tangente à l'origine rejoint l'asymptote en une constante de temps τ.

* $f_1(\tau) = 0{,}368.A \Rightarrow$ En une constante de temps τ, la courbe parcourt 63% **de l'écart entre le point de départ et l'asymptote**.

* $f_1(4.\tau) = 0{,}018.A \Rightarrow$ On peut considérer que la courbe rejoint son asymptote en 4τ (à 2% près)

Retour

Réponse 3:



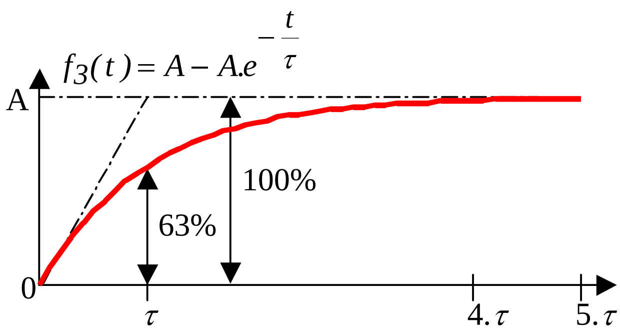
$\frac{d(f_2(t))}{dt}(0) = \frac{-A}{\tau} \Rightarrow$ La tangente à l'origine rejoint l'asymptote en une constante de temps τ.

$f_2(\tau) = 0{,}368.A \Rightarrow$ En une constante de temps τ, la courbe parcourt 63% de l'écart entre le point de départ et l'asymptote.

$f_2(4.\tau) = 0{,}018.A \Rightarrow$ On peut considérer que la courbe rejoint son asymptote en 4τ (à 2% près)
Cette courbe est le symétrique de $f_1(t)$ par rapport à l'axe des abscisses.

Retour

Réponse 4:



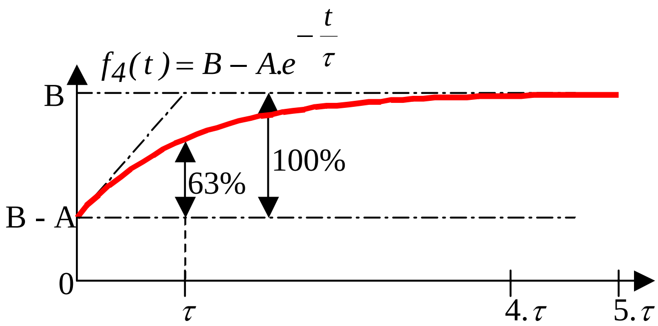
$\frac{d(f_3(t))}{dt}(0) = \frac{+A}{\tau} \Rightarrow$ La tangente à l'origine rejoint l'asymptote en une constante de temps τ.

$f_3(\tau) = 0{,}63.A \Rightarrow$ En une constante de temps τ, la courbe parcourt 63% de l'écart entre le point de départ et l'asymptote.

$f_3(4.\tau) = 0{,}982.A \Rightarrow$ On peut considérer que la courbe rejoint son asymptote en 4τ (à 2% près)
On retrouve $f_3(t)$ en translatant $f_2(t)$ par une translation de valeur « A » sur l'axe des ordonnées.

Retour

Réponse 5:



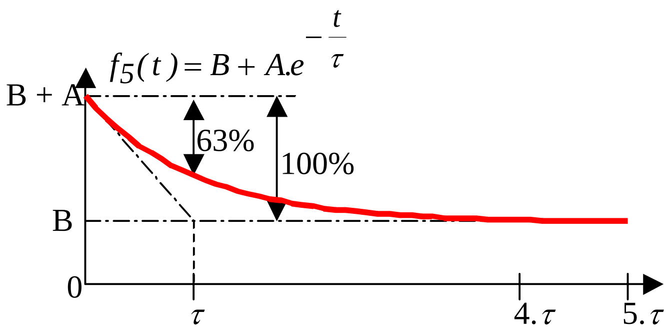
$\frac{d(f_4(t))}{dt}(0) = \frac{+A}{\tau} \Rightarrow$ La tangente à l'origine rejoint l'asymptote en une constante de temps τ.

$f_4(\tau) = B - 0{,}368.A \Rightarrow$ En une constante de temps τ, la courbe parcourt 63% de l'écart entre le point de départ et l'asymptote.

$f_4(4.\tau) = B - 0{,}018.A \Rightarrow$ On peut considérer que la courbe rejoint son asymptote en 4τ (à 2% près)
On retrouve $f_4(t)$ en translatant $f_2(t)$ par une translation de valeur « B » sur l'axe des ordonnées.

Retour

Réponse 6:



$\dfrac{d(f_5(t))}{dt}(0) = \dfrac{-A}{\tau} \Rightarrow$ La tangente à l'origine rejoint l'asymptote en une constante de temps τ.

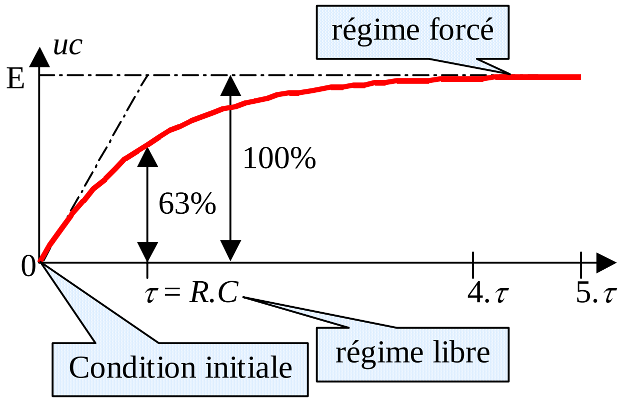
$f_5(\tau) = B + 0{,}368.A \Rightarrow$ En une constante de temps τ, la courbe parcourt 63% de l'écart entre le point de départ et l'asymptote.

$f_5(4.\tau) = B + 0{,}018.A \Rightarrow$ On peut considérer que la courbe rejoint son asymptote en 4τ (à 2% près)

On retrouve $f_5(t)$ en translatant $f_1(t)$ par une translation de valeur « B » sur l'axe des ordonnées.

[Retour]

Réponse 7:

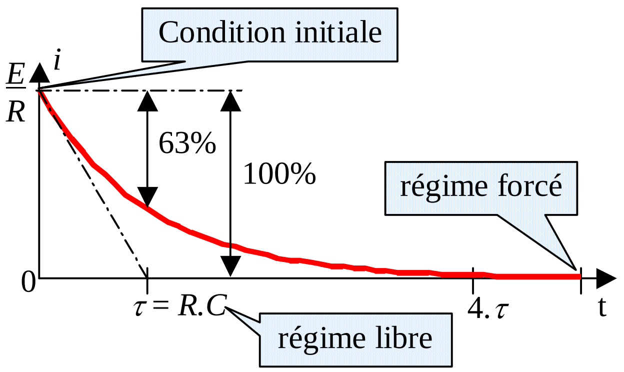


$uc(t) = uc_\ell(t) + uc_F = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

et $uc(0) = 0$

$\Rightarrow uc(0) = 0 = A.e^{-\frac{0}{\tau}} + E = A + E \Rightarrow A = -E$

$\boxed{\Rightarrow uc(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}} + E}$ avec $\tau = R.C$



$i(t) = i_\ell(t) + i_F = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + 0$

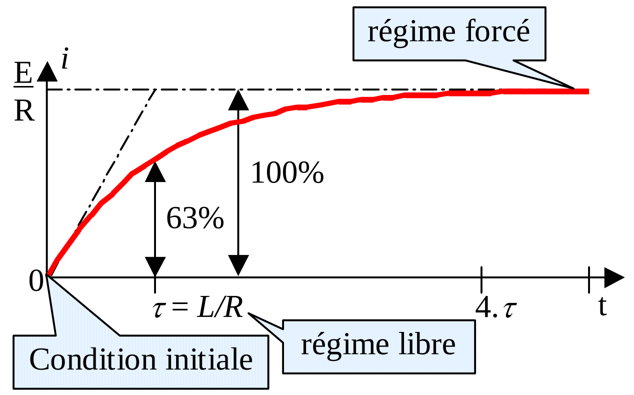
et $i(0) = \dfrac{E}{R}$

$\Rightarrow i(0) = \dfrac{E}{R} = A.e^{-\frac{0}{\tau}} = A$

$\boxed{\Rightarrow i(t) = \dfrac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$ avec $\tau = R.C$

[Retour]

Réponse 8:

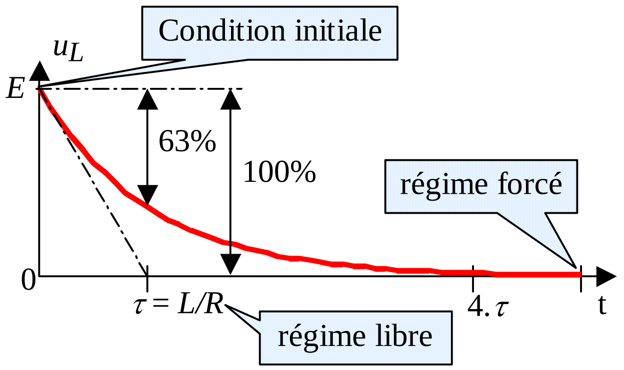


$$i(t)=i_\ell(t)+i_F = A.e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{R}$$

et $i(0)=0$

$$\Rightarrow i(0)=0=A.e^{-\frac{0}{\tau}}+\frac{E}{R}=A+\frac{E}{R} \Rightarrow A=-\frac{E}{R}$$

$$\boxed{\Rightarrow i(t)=-\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{R}} \quad \text{avec } \tau=\frac{L}{R}$$



$$u_L(t)=u_{L\ell}(t)+u_{LF} = A.e^{-\frac{t}{\tau}}+0$$

et $u_L(0)=E$

$$\Rightarrow u_L(0)=E=A.e^{-\frac{0}{\tau}}=A$$

$$\boxed{\Rightarrow u_L(t)=E.e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad \text{avec } \tau=\frac{L}{R}$$

[Retour](#)

Réponse 9:

$$f(t)=A.e^{-\frac{t}{\tau}}+f_f(t) \Rightarrow f(t_0)=A.e^{-\frac{t_0}{\tau}}+f_f(t_0)$$

$$\Rightarrow A=\left(f(t_0)-f_f(t_0)\right).e^{\frac{t_0}{\tau}}$$

$$f(t)=\left(f(t_0)-f_f(t_0)\right).e^{\frac{t_0}{\tau}}.e^{-\frac{t}{\tau}}+f_f(t)$$

$$\boxed{f(t)=\left(f(t_0)-f_f(t_0)\right).e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}+f_f(t)}$$

Cette relation peut éventuellement être mémorisée pour être utilisée directement dans les applications.

Si le régime forcé est une constante F_F (lorsque la ou les sources sont des constantes sur l'intervalle considéré) la relation devient :

$$\boxed{f(t)=\left(f(t_0)-F_F\right).e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}+F_F}.$$

[Retour](#)