

**EVALUATION EMPIRIQUE DE LA RELATION PROBABILITE DE DEFAUT ET SEUIL
DE DEFAUT : UNE APPROCHE STRUCTURELLE**

Nihed MRABET¹ et Lotfi BELKACEM²

Résumé

L'objet de ce papier étant de tester la performance des estimations de probabilité de défaut calculés par les modèles structurels dans la prédiction des taux de défaut tout en mettant en exergue l'effet de choix de la barrière de défaut sur les probabilités calculées. Nous nous proposons d'analyser quatre modèles structurels deux ayant un seuil de défaut endogène et deux ayant un seuil exogènes. Nous testons comme modèles endogènes ceux de Leland & Toft (1996)(LT) et de Andersen Sundersan & Tychon (1996)(AST). Pour ce qui est des modèles exogènes nous choisissons le modèle de Longstaff & Schwartz (1995)(LS) et celui de Collin Dufresne & Goldstein (2001)(CDG). Nous comparons les Probabilités de Défaut (PD) qu'ils produisent aux taux de défaut effectifs, sur un échantillon de 118 entreprises canadiennes privées, sur une période de six ans allant de 2000 à 2005. Et nous avons comme résultat : les modèles endogènes AST(1996) et LT(1996) aboutissent à des meilleures estimations de la PD comparés à celles trouvées par les modèles à seuil exogène surtout pour les sociétés ayant de bonnes notations (Baa, A, Aa et Aaa). Quand aux modèles exogènes, les bonnes estimations n'ont été repérées que dans le modèle de LS(1995) et seulement pour les sociétés notées A. L'adoption pour le modèle CDG (2001) d'un horizon de temps plus long (5 ans), n'améliore guère ses ajustements. Ce qui justifie la faiblesse de performance des estimations modèles structurels à seuil exogène.

Mots clés : Seuil de défaut, probabilité de défaut, modèles structurels, taux de défaut.

JEL Classification : G12, G13, G33, G52.

¹Nihed Mrabet : Docteur en Gestion ; Unité de Recherche Finance Quantitative IHEC SOUSSE (URFQ). Mail : nihed.mrabet@isgs.rnu.tn // nihed_mrabet@topnet.tn

²Lotfi BelKacem : Professeur ; Directeur Unité de Recherche Finance Quantitative IHEC SOUSSE Mail : Lotfi.belkacem@isgs.rnu.tn



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Abstract: Empirical assessment of the relation between threshold default and probabilities of default: a structural approach

The credit risk models derived from the structural approach, introduced by Merton in 1974, attempt to estimate the risk of default from the specific financial characteristics of the firm. The aim of the article is to describe four structural models and to examine their capacity to foresee the average default rates and to predict their chronological evolutions in the time, while bringing out, the effect of the default barrier in assessing probability of default. Threshold, value or event, the element that causes default in structural model, can be exogenous indifferent to the motivations of the borrower; or can be endogenous fixed by the strategy of the borrower. So we suggest analyzing two endogenous models Leland & Toft (1996) and Andersen Sundersan and Tychon (1996) henceforth (LT & AST) and two exogenous ones: Longstaff and Schwartz (1995) and Collin Dufresne and Goldestein (2001) hereafter (LS and CDG). We compare the Probability of default produced by models to the actual default rate, on a sample of Canadian borrower's companies, over a period of six years going from 2000 till 2005. The endogenous models AST (1996) & LT (1996) provide better estimations compared to those found by the exogenous ones, for the Investment grade firms. While in exogenous models, good estimations were revealed only in LS model for the class A. The adoption of a long horizon of time (5 years), do not improve the adjustment of these models. What still justifies the weakness of performance of exogenous structural models estimates.

Keywords: Default Threshold, probability of default, structural models, default rate

JEL Classification : G12, G13, G33, G52



Introduction

Mesurer et tester empiriquement les performances des différents modèles structurels d'évaluation de la dette a de nombreuses implications pratiques et théoriques et conduit à se poser plusieurs questions. Ces questions portent sur les méthodologies suivies pour effectuer ces tests, sur la nature des tests mis en œuvre, sur l'ampleur de biais que peuvent présenter les modèles et finalement sur les capacités de ces modèles à prévoir les prix et les valeurs futures des dettes négociées sur le marché.

Les tests empiriques pionniers furent réalisés sur le modèle de Black et Scholes (1973) et Merton (1974) et constituent des références incontournables pour les études empiriques des modèles d'option. Ces tests sont généralement des tests de biais ou des tests de robustesse. Les tests de robustesse s'intéressent aux écarts entre les prix du modèle théorique et ceux du marché, consécutif à une modification des hypothèses du modèle ou à une estimation incorrecte de ses paramètres. Les tests exigent de comparer directement les prix du modèle et ceux du marché.

Pour les utilisateurs de ces modèles, l'idéal est d'obtenir des prix théoriques et des estimations qui correspondent parfaitement aux prix réellement observés sur le marché. Toute différence apparente entre les prix peut être imputée au modèle utilisé ou au marché. Par conséquent, plusieurs raisons peuvent expliquer l'incohérence des estimations du modèle aux réalisations réelles, notamment :

- La spécification du modèle est incorrecte.
- Les paramètres d'évaluation sont observés ou mesurés avec une grande marge d'erreur ;
- L'inefficience du marché.

Dans cette même optique, nous allons essayer de faire une analyse de performance empirique des modèles structurels dans l'estimation de risque de défaut et d'évaluer leur pouvoir prédictif dans la détermination de taux de défaut futurs. Cette performance sera testée sur un échantillon de 118 entreprises canadiennes privées appartenant à cinq classes de notation différentes et à des



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

différents secteurs³. L'application empirique demande le recours à trois sources de données une pour la notation et les taux des défaut⁴, une pour les données d'entreprises (structure financière et économique de l'entreprise et une troisième pour les données de marché tel que indice de rendement, taux d'intérêt sans risque, taux de rendement des obligations privées et d'état). En plus le marché des obligations est plus développé en USA, et comme plusieurs études ont été faites sur ce marché on a choisi le marché canadien. Les rares vérifications qui ont été faites sur ce marché ont été appliquées sur des obligations gouvernementales et non privées. Ce sont donc les raisons de choix de canada comme échantillon.

Cette analyse est de nature comparative qui agit en deux sens :

Le premier est de comparer les probabilités implicites entre les modèles structurels eux même pour en déceler quelles sont les paramètres et les hypothèses du modèle contribuant le plus à des meilleures estimations.

Le second est comparer les probabilités de défaut implicites avec les probabilités calculées par les organismes spécialisés (tel que Moody's ; Fitch ou aussi Standards & Poor's) et ceci dans le but de connaître les taux de défaut moyens et prévoir leurs évolutions dans le temps.

L'approche structurelle du risque de crédit est particulièrement bien établie sur les bases de la théorie financière. Elle offre un lien intuitif entre l'événement de défaut et la valeur des actifs de l'entreprise. Les nombreux raffinements qui ont été apportés au modèle original de Merton (1974) ont permis de lever certaines de ses hypothèses les plus restrictives et de rendre cette classe de modèle beaucoup plus réaliste. Néanmoins, leurs applications empiriques manque de maniabilité.

En effet, la modélisation structurelle suppose que les conditions de survenance d'un défaut soient estimées ex ante. Pratiquement, il s'agit de déterminer de combien la valeur des actifs doit être inférieure au montant de la dette pour que l'on puisse considérer que le « seuil de défaut » est effectivement franchi. Il serait, en effet très souvent irréaliste de considérer qu'une entreprise est en défaut dès que la valeur de ses actifs passe au dessous de la valeur faciale de sa dette. L'estimation du point du défaut effectif doit prendre en compte la structure par terme de la dette, il convient également de définir les suites d'un éventuel défaut, en particulier d'estimer le taux de recouvrement dont bénéficieraient les créanciers ;

³ Voir annexe 9 et 8 pour une classification de notre échantillon

⁴ Notament : Moody's ; S&P, fitch



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Elle repose, ensuite, sur l'application des techniques de valorisation optionnelles à la valeur de marché de ses actifs et leur volatilité d'une part, et le montant de la dette supportée par l'entreprise d'autre part. Dès lors que ces dernières ne sont pas directement observables, la capitalisation boursière et la volatilité du cours sont utilisées comme approximation de la valeur de marché des actifs et de leur volatilité. Les données boursières (cours et volatilité des actions) peuvent être considérées comme des « Proxy » de la valeur et de la volatilité des actifs, ou pour estimer ces dernières, selon une logique similaire à celle mise en œuvre pour estimer la volatilité implicite d'une option à partir de son prix de marché. A partir de cette base théorique, de nombreux modèles ont été développés, au cours des années récentes pour analyser et modéliser le risque de crédit.

Le papier est organisé comme suit. Dans la section 1 nous définissons les caractéristiques des modèles que nous avons testés, leurs hypothèses, leurs développements et leur calibrage. La section 2 est consacrée à la description des données. La section 3 présente la méthodologie suivie ainsi que les estimations empiriques des probabilités de défaut pour chacun des modèles. La section 4 est dédiée à la conclusion.

1- Les modèles

L'approche structurelle comporte une variété de modèles qui tentent sans cesse de mesurer le risque de défaut et ses composantes tels que la perte en cas de défaut, l'exposition au défaut et la probabilité de défaut. Mais les études qui ont été faites dans cette même optique sont peu abondantes, notamment l'étude de H. Leland (2004), AS (2000), Eom, Helwege et Huang (2004). Pour tous ces modèles, le défaut survient lorsque la valeur des actifs devient inférieure à un certain seuil pré spécifié qui dépend des caractéristiques financières de l'entreprise et/ou des conditions générales de recouvrement de la dette. Les probabilités de défaut qui en découlent dépendent alors de la façon dont le seuil est déterminé. Avant de définir les probabilités de défaut que nous allons calculés, nous allons essayer d'approcher la notion de défaut. Le défaut est enregistré lorsque l'un des points suivants survient :

- L'entreprise ne peut plus honorer sa dette, donc faillite



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

- Pas de paiement de coupon en bonne date (il peut exister une période de grâce ou un montant minimum de non paiement),
- Pas de paiement du principal en bonne date,

La probabilité de défaut sera donc une traduction numérique de l'éventualité de survenance de l'un des événements précités. Dans ce qui suit, nous allons estimer les probabilités de défaut implicites et les comparer avec leurs correspondants taux de défaut calculés ex-post par les agences spécialisées. Les modèles qu'on va essayer de tester se rassemblent dans le fait qu'ils évaluent tous la probabilité de défaut en fonction des caractéristiques de l'emprunteur mais se distinguent par la définition de l'élément déclenchant le défaut pour former deux groupes : des modèles à barrière exogène et des modèles à barrière endogène.

En effet, la performance de ces différents modèles académiques peut être expliquée à partir de la façon dont ils manipulent les deux éléments clés de crédit : la valeur de seuil de défaut des actifs de la firme et les coûts de faillite induisent lors de défaut. Pour les modèles à seuil endogène, la frontière de défaut augmente avec les coûts de défaut ; chose qui est en accord avec la règle empirique qui suppose que le taux de défaut et la perte en cas de défaut évoluent dans le même sens. Au contraire, les modèles à seuil exogène suggèrent des valeurs spontanées et improvisées pour les deux caractéristiques essentielles de défaut et varient donc beaucoup plus par coupe instantanée.

Nous allons tout d'abord, définir les modèles que nous allons tester et leurs principales hypothèses qui sont supposées avoir un effet important sur la probabilité de défaut implicite. Ensuite, nous allons donner une estimation statistique des probabilités de défaut.

Les quatre modèles structurels examinés, étendent le travail de Merton (1974) et s'intéressent au risque de crédit d'un obligataire individuel faisant défaut chaque fois que la valeur de leurs actifs devient inférieure à un certain seuil fixé. Les deux premiers modèles sont : celui de CDG (2001) et LS (95). Les deux autres sont ceux de LT (1996) et AST (1996) et dont le seuil de défaut est endogène fixée par la stratégie de créancier et faisant partie de son problème d'optimisation. Dans le modèle de LT (1996) qui postule la cession de l'entreprise défaillante aux prêteurs, le déclencheur maximise la valeur nette du capital de l'entreprise pour toute valeur de l'actif.



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Dans le modèle AST(1996) qui postule la possibilité pour l'emprunteur de restructurer sa dette. La définition de défaut dans ces modèles se rapproche de celle des agences de notation : l'emprunteur s'il veut renégocier son contrat peut faire défaut à une valeur des actifs plus grande que dans le modèle de LT (1996). En plus les deux modèles LT et AST se fondent sur les mêmes estimations de Perte en Cas de Défaut (PCD) moyenne ; et leurs déclencheurs endogènes dépendent d'un même éventail de caractéristiques spécifiques à l'emprunteur par exemple, ratio d'endettement, taux d'intérêt payé sur la dette, la volatilité des actifs, la maturité, le coût de faillite et le taux de taxe.

1-1- Les modèles à barrière exogène

Les deux modèles exogènes considérés comportent un déclencheur exogène indifférent aux motivations des créanciers et intègrent une estimation de la perte en cas de défaut (PCD) qui n'est que la valeur des actifs perdus, au moment de défaut, exprimée en pourcentage de la valeur nominale de la dette. Dans ce qui suit nous allons voir de près la spécificité de chacun de ces deux modèles.

1- 1-1 Le modèle de Longstaff et Schwartz (1995) :

Le modèle de Longstaff et Schwartz (1995) constitue sans doute un travail de référence pour les modèles structurels à barrière exogène. Il constitue aussi une référence pour les modèles à deux facteurs et ses successeurs n'ont pas modifié la nature de la relation entre le taux et le Spread. Il introduit deux innovations essentielles au modèle original de Merton (1974). Tout comme Black et Cox (1976), il suppose une barrière exogène qui ouvre la possibilité d'un défaut à tout instant même avant l'échéance de la dette. Le taux de recouvrement, est aussi fixé de manière exogène, ce qui rend possible la valorisation de tout titre de dette risquée que ce soit couponnée ou zéro coupon, à taux fixe ou variable. Ici il faut remarquer que grâce à la propriété d'additivité une dette risquée couponnée peut être évaluée à partir des bons zéro coupons risqués la composant. La deuxième innovation est celle d'un taux d'intérêt stochastique. Le modèle de structure des taux qu'ils ont choisi est celui de Vasicek.

Les hypothèses du modèle :



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

$$H_1 : \text{La valeur totale de la firme suit un processus brownien géométrique.} \quad dV_t = (\mu - \delta)V_t dt + \sigma V_t dZ_t \quad (1)$$

$$H_2 : \text{Le taux d'intérêt suit un processus d'Oreshtein Uhlenbek de type :} \quad dr_t = a(\theta - r_t) dt + \sigma' V_t dZ'_t \quad (2)$$

H_3 : La prime de risque unitaire de taux λ' et la prime unitaire de risque d'exploitation λ sont constantes

H_4 : Les marchés de capitaux sont parfaits et se déroulent en temps continu.

Ici il faut faire la remarque que les hypothèses H_1 , H_3 ne sont pas compatibles. En effet, si le taux d'intérêt évolue d'une manière stochastique tandis que la rentabilité espérée de la valeur, notée μ , demeure constante alors la prime de risque est supposée amortir systématiquement les fluctuations du taux.

Dans le modèle de Longstaff et Schwartz (1995), la valeur des actifs s'interfère avec le taux d'intérêt sans risque. La corrélation entre les aléas affectant ces deux variables est assumée être négative. Ainsi sous cette spécification, un changement de taux d'intérêt aura un effet ambigu sur la probabilité de défaut.

Pour ce qui est de taux de recouvrement le modèle de Longstaff et Schwartz (1995) considère une frontière de défaut égale à la valeur faciale de la dette. Cette hypothèse n'est pas réaliste car les obligataires reçoivent à peu près 51% de la valeur faciale en cas de défaut. On sous entend ainsi que 49% de la valeur sont due à la violation de la règle de priorité absolue et au coût de banqueroute ce qui est très élevé.

1-1-2 Le modèle de Collin Dufresne et Goldstein (2001) :

Le modèle de Collin Dufresne et Goldstein (2001) étend le modèle de Longstaff et Schwartz (1995) en incorporant un ratio de levier stationnaire permettant ainsi à l'entreprise de dévier de son ratio cible, mais uniquement dans le court terme. En effet, les auteurs de cet article ont constaté à partir de l'observation que les firmes tendent à émettre d'avantage de dette lorsque la valeur de leurs actifs augmente et elles s'abstiennent d'émettre des dettes lorsqu'elles voient la valeur de leurs actifs baisser. Ceci mène à adopter un processus de retour à la moyenne pour le ratio d'endettement ce qui constitue une règle empirique non prise en compte par LS (1995). Le modèle



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

de Collin Dufresne et Goldestein (2001) adopte l'hypothèse empirique qui implique que le seuil de défaut, V_t^* , évolue dans le même sens que la valeur des actifs, V_t sous cette hypothèse, V_t^* devient une fraction constante de dette.

Tout comme Longstaff & Schwartz, ce modèle suppose que le taux d'intérêt suit un processus de Vasicek et que la valeur de l'entreprise suit un processus stochastique standard.

1-2- Les modèles à barrière de défaut endogène

Les deux modèles structurels que nous allons considérer ici, permettent aux emprunteurs de déterminer le temps de défaut. Leurs travaux diffèrent énormément dans les hypothèses principales prises pour la décision de défaut. Le modèle de AST (1996) permet aux obligataires de se rétracter et de modifier les conditions de leurs contrats de dette, ce qui n'est pas le cas dans le modèle de Leland et Toft(1996). Les deux modèles diffèrent aussi dans leur hypothèse concernant le temps de maturité de leur contrat de dette. Sachant que le modèle d'AST (1996) incorpore des obligations perpétuelles, celui de LT suppose une émission continue de dette mais pour des maturités finies.

1-2-1 Le modèle d'Anderson, Sundersan et Tychon (1996) :

Au moment de défaut, les créanciers dans le modèle de AST(1996) peuvent soit liquider la firme emprunteuse et déterminer ses actifs nets des coûts de faillite, soit accepter les nouvelles conditions de la dette. Puisque, la liquidation de l'entreprise endettée est l'issue la plus épouvantable pour les actionnaires, alors ils proposent une résolution après défaut qui est acceptable pour les créanciers. Dans le cas d'absence d'opportunité d'arbitrage, et étant donné un coût constant de faillite, K , encouru uniquement en cas de liquidation, la valeur de la dette après défaut fixée par les actionnaires est égale à la valeur $V_t - K$. Ce qui les rend indifférents entre la décision de liquider ou de redresser l'emprunteur. En plus, la valeur de la dette avant défaut est une fonction croissante des actifs de la firme mais elle est tournée vers le haut par un drift neutre au risque plus élevé dans leur processus : un principal de dette plus élevé, un taux de coupon plus important et une volatilité des actifs moins élevée et un taux de monitoring plus faible. En effet, les valeurs avant et après défaut peuvent être égales lorsque les actifs égalisent le seuil de défaut d'équilibre. La baisse des

Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

coûts de faillites amorce la valeur après défaut de dette, diminue le pouvoir de négociation des débiteurs et leur incitent à attarder toute renégociation probable en vue de diminuer la valeur V_{AST}^* de seuil de défaut. Au contraire, une augmentation de la valeur avant défaut va pousser les débiteurs à négocier plus tôt des contrats plus avantageux et menant à des valeurs plus élevées de seuil défaut V_{AST}^* .

1-2-2 Le modèle de Leland et Toft (1996) :

Dans le modèle de LT(1996), les emprunteurs perdent la valeur de leurs actifs aussitôt qu'ils ne peuvent pas tenir leurs engagements contractés. Ainsi, la motivation à servir la dette augmente dans la valeur des actifs qui est égale à la valeur de la firme nette de la valeur de ses dettes. La valeur de la firme va baisser avec les coûts de faillite qui sont supposés être une fraction exogène des actifs. Au contraire, et dès qu'on se fixe un horizon infini, la valeur de la firme devient insensible à la maturité, T , des dettes émises d'une façon continue. En effet, lorsque le service de la dette augmente, la barrière de défaut V_{LT}^* diminue. Dans ce modèle aussi, le taux de coupon, c , le principal, P , et le ratio de distribution δ diminuent tous la valeur de l'entreprise, alors que le taux d'intérêt, r , la volatilité des actifs, σ , et taux d'impôt, τ , la font augmentée.

2-Les Données

Pour appliquer les modèles structurels sur des données réelles, il faut recourir à plusieurs sources de données dont l'accès est souvent difficile : une spécifique pour les données d'entreprises, une pour les données de marché et une pour les notations et les taux de défaut. Nous avons alors restreint notre échantillon aux entreprises ayant une structure de capital simple et qui n'ont pas connu des modifications de leur rating sur la période d'étude⁵. Ce qui a malheureusement eu pour conséquence d'écarter une très large majorité des titres.

⁵ Les modifications qui peuvent être faites dans une même classe tel que Baa¹ à Baa² ou à Baa³ ne sont pas considérées comme des changements de classe de notation. Car les changements d'une note de 1 à 2, 3 ou de 'plus' au 'moins' ou aussi de 'high' au 'low' sont considérées comme des appréciations intra classe plutôt qu'une migration d'une classe à l'autre vue qu'on a supposé des grandes classes à savoir A, Baa, Ba, B et C uniquement.

Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Notre échantillon est composé des entreprises canadiennes privées cotées à la bourse de Toronto. Il est réparti comme suit : 74 entreprises d'investissement ou aussi « Investment Grade » et 44 entreprises de types spéculatives ou « Spéculative garde ».

Les entreprises d'investissement comprennent quatre classes de notation de Aaa, Aa, A et Baa. Et la classe spéculative comprend les notations inférieures à Baa i.e Ba B et C. L'appellation investissement provient des caractéristiques spécifiques de cette classe : en effet elles sont les plus robuste financièrement, elles ont une structure financière rassurante ; elles sont donc les moins risquées et les moins rentables. Elles n'offrent pas un gain rapide et une rentabilité meilleure et proche mais plutôt une participation stable et plus sûre. Elles constituent donc un investissement durable. Quand à la classe spéculative, elles sont dotées d'un potentiel de croissance important d'une rentabilité élevée se qui fait d'elles des entreprises risquées sur lesquelles les acteurs de marché peuvent spéculer et peuvent dégager des profits importants.

Dans le souci de mieux interpréter nos résultats on a fait une classification de notre échantillon par secteur. Nous allons essayer de voir si l'appartenance à un secteur bien spécifique pourrait influencer nos estimations de la probabilité de défaut ou dans la détermination du Spread de crédit.

3- Méthodologie et calibrage

La frontière de défaut varie d'un modèle à l'autre, selon qu'il soit endogène ou exogène. Pour les modèles à barrière exogène ; elle est supposée être constante. Cependant ceux à barrière endogène, supposent qu'elle varie en fonction des paramètres constants. Pour Longstaff et Schwartz, elle est plutôt constante dans le temps et proportionnelle à une valeur du principale de la dette.

$$V_{LS}^*(t) = \beta P \quad \text{où } \beta \leq 1 \quad (3)$$

Dans leur travail, Longstaff et Schwartz, assument que la frontière de défaut est égale à la valeur du principal de la dette $\beta = 1$. β est souvent inférieur à 1. Huang et Huang (2003) supposent que la firme fait défaut lorsque la valeur V^* de ses actifs atteint 60% de la valeur faciale de ses obligations. Cette hypothèse est compatible avec des coûts de faillite de l'ordre de 15% et un taux de recouvrement de 51% de la valeur des actifs. En effet, la proportion 51% constituent 85% de la



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

valeur de V^* ; les 9% résiduelles représentent 15 % de cette valeur et sont donc les coûts dus à la faillite. Ici il faut noter que ces hypothèses sont fondées, puisque historiquement les coûts de faillite sont comprises entre 10 % et 20%.

Il est important de noter que la barrière de Longstaff et Schwartz (1995) n'est pas affectée par le temps ni par le risque de l'entreprise, ni le ratio de distribution, ni par le taux d'intérêt sans risque, ni le taux de recouvrement et ni la maturité. Seule la valeur du principal de la dette constitue un problème lorsque β est une constante. Ainsi, et avec la formule (3) le taux de recouvrement devient :

$$R = (1 - \alpha) \beta \quad (5)$$

Par conséquent, le taux de recouvrement dans le modèle de LS(1995) est indifférent de risque de l'entreprise, du levier et de la maturité du crédit.

Certains auteurs notamment Nelson et al. (1993) permettent à la barrière de défaut d'augmenter avec l'augmentation du taux d'intérêt sans risque. Contrairement à ce qui précède, les modèles ayant une frontière de défaut qui varie en fonction du risque de l'entreprise du levier et de la maturité de crédit devraient avoir un taux de recouvrement qui varie en fonction avec ses paramètres, même si α est constante. Lorsque la frontière de défaut est déterminée d'une façon endogène, tout comme dans Leland et Toft (1996), le ratio $R = (1 - \alpha) V_B / P$ tend à décroître avec P , impliquant un taux de recouvrement qui diminue avec le levier. D'autres études montrent l'existence d'une corrélation négative entre les taux de défaut (positivement reliés au levier) et les taux de recouvrement notamment Altman et Reseti et Sironi (2001)⁶.

Leland et Toft (1996) assument une structure de capital stationnaire, pour une barrière de défaut constante. Les dettes d'une maturité constante T sont émises avec un taux continu donné P . Lorsque les dettes arrivent à maturité, elles seront remplacées par une nouvelle dette de même principale et de même maturité. Le principal de la dette devient constant à un taux de $P = pT$.

⁶Edward I Altman; Brooks Brady; Andrea Resti; Andrea Sironi (2001) « The Link between Default and Recovery Rates: Theory, Empirical Evidence, and implications *The Journal of Business*; Nov 2005; 78, 6; pg. 2203



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Bien que l'entreprise ayant une structure globale de dette qui est stationnaire, n'importe qu'elle obligation particulière peut être évaluée comme dans LS (1995), mais plutôt avec la barrière de défaut de LT(1996) que celle de LS(1995). Ici il faut rappeler que le modèle de LT(1996) suppose un taux d'intérêt sans risque supposé constant, cependant celui de LS(1995) permet un taux stochastique mais suppose une barrière de défaut constante. Un modèle hybride adéquat devrait permettre un taux d'intérêt stochastique pour l'évaluation des obligations à la façon de LS (1995), mais suppose une barrière endogène tout comme LT(1996), avec une tendance centrale de taux d'intérêt utilisé comme Proxy pour un taux, r constant.

La frontière de défaut dans le modèle de LT est donnée par :

$$V_{B(LT)} = \frac{((C/r)(A/rT) - B) - AP/(rT) - \tau Cx/r}{1 + \alpha x - (1 - \alpha)B} \quad (6)$$

$$A = 2a e^{-rT} N[a \sigma \sqrt{T}] - 2ZN[Z \sigma \sqrt{T}] - \frac{2}{\sigma \sqrt{T}} n[z \sigma \sqrt{T}] + \frac{2e^{-rT}}{\sigma \sqrt{T}} n[a \sigma \sqrt{T}] + (z - a) \quad (7)$$

$$B = -\left(2Z + \frac{2}{Z\sigma^2 T}\right) N[Z \sigma \sqrt{T}] - \frac{2}{\sigma \sqrt{T}} n[Z \sigma \sqrt{T}] + (Z - a) + \frac{1}{Z\sigma^2 T} \quad (8)$$

$$a = \frac{r - \delta - \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma^2} \quad Z = \frac{\left((a\sigma^2) + 2r\sigma^2\right)^{1/2}}{\sigma^2} \quad x = a + Z$$

C : coupon ; τ = taux d'impôt sur les sociétés ;

T = maturité ; σ = volatilité ;

P = principal de la dette ; δ = taux de distribution ;

α = coûts de faillites ; r_i = taux d'intérêt sans risque

Quant à Leland (1994), il assume que les coûts de faillite sont élevés et que la liquidation partielle des actifs n'est pas possible. Au-delà, il suit les traces de Black et Cox (1976) en assumant que le service de la dette est assuré par l'émission de nouvelles actions et il suppose que la firme payera le service convenu de la dette dès que la valeur de ses actifs franchit le seuil ou la valeur de ses actions devient nulle. A ce niveau, la société sera liquidée et les obligataires reçoivent le collatéral nécessaire. Ils supposent ensuite que le ratio de distribution des actifs et les coûts de faillite sont

Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

tous les deux nulles. Sous ses hypothèses ils parviennent à démontrer que le seuil de défaut est donné par l'expression suivante :

$$V_{LT}^* = \frac{cP}{(r + 0,5\sigma^2)} \quad (9)$$

C = coupon ; σ = volatilité ;

P = principal de la dette ; r_i = taux d'intérêt sans risque ;

Il faut noter ici que la frontière de défaut $V_{(LT)}^*$ est proportionnelle au service de la dette, décroît avec la volatilité σ des actifs et le taux d'intérêt r et croît avec le principal de la dette. Elle ne dépend ni de la valeur actuelle des actifs de la firme, ni du taux de recouvrement.

Vu l'importance primordiale qu'acquière la barrière de défaut dans le régime de faillite qui s'applique à l'entreprise, Andersean Sandersean et Tychon (1996) caractérisent ce point de départ dans leur modélisation de la dette privée comme suit : Le seuil de défaut noté V_{AST}^* est égal au ratio suivant :

$$V_{AST}^* = \frac{(cP/r + K)}{R(1 - 1/\gamma_2)} \quad (10)$$

$$\text{Avec } \gamma_2 = 0,5 - (r - \delta)/\sigma^2 - \sqrt{((r - \delta)/\sigma^2 - 0,5) + 2r/\sigma^2} \quad (11)$$

D'après l'équation on peut déduire que cette barrière de défaut croît avec le coupon c et peut aussi décroître avec la volatilité des actifs, σ^2 . Cependant, et contrairement à la barrière de défaut déterminée par Leland, V_{AST}^* décroît marginalement avec le taux de recouvrement R et augmente avec les coûts pénalisant de faillite K .

Dans le modèle CDG (2001) le seuil de défaut est défini comme on a signalé précédemment comme étant une fraction constante de la dette vu qu'il évolue dans le même sens que les actifs de la firme. Étant donné que le log de la valeur de la firme $y_t = \log V_t$ suit le processus suivant :

$$d\ln V_t = (\mu_t - \delta - \frac{\sigma^2}{2})dt + \sigma dz(t) \quad (12)$$



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Le log de la barrière de défaut suit la dynamique suivante :

$$d\ln V_t^* = k_l (\ln V_t - v - \ln V_t^*) dt \quad (13)$$

Ou le log levier L est défini comme :

$$L \equiv \ln V_t^* - \ln V_t \quad (14)$$

Sa dynamique suit le processus suivant :

$$d\ln L_t = k_l (\bar{\ell} - \ell_t) dt + v dz_2(t) \quad (15)$$

Et sous la mesure neutre au risque

$$d\ln L_t = k_l (\bar{\ell}^Q - \ell_t) dt + v dz_2^Q(t) \quad (16)$$

$$\text{Ou : } \bar{\ell} \equiv -k_l + \left\{ \left[\delta + \left(\frac{\sigma^2}{2} \right) \right] - r \right\} / v$$

Ainsi, ce modèle génère un ratio de levier stationnaire. Les paramètres sont choisis de la sorte : $k_l = 0,15$, $\bar{\ell} = -1$ et $\ell_0 = -1$

$$\bar{\ell}^Q \equiv -k_l + \left\{ \left[\delta + \left(\frac{\sigma^2}{2} \right) \right] - r \right\} / v = -0,6$$

$$d\ln V_{\text{cdgt}}^* = k_l (\ln V_t - \ln V_t^* - v) dt, \quad k_l > 0 \text{ et } v > 0. \quad (17)$$

Les deux paramètres v et k_l ont des implications directes sur les probabilités de défaut théoriques. Plus que v s'approche de zéro plus que V_t et V_t^* tendent à converger vers une même valeur, donc la possibilité que V_t tombe en dessous de la barrière V_t^* devient très probable et la probabilité de défaut s'élève. Quand à k_l de sa part, plus qu'il est élevé plus qu'il est probable que le ratio $\ln(V_t/V_t^*)$ reste proche de sa valeur de long terme v . Dès que cette valeur est supposée être positive, toute augmentation de k_l va réduire la probabilité de défaut.

Lorsqu'on suppose une barrière de défaut constante, toutes les mathématiques des options à barrière simple sont applicables. La fonction densité de probabilité du premier temps de passage pour franchir la barrière V^* au temps t est donnée par l'équation suivante :

Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

$$f(t, b, \mu, \delta, \sigma) = \left(\frac{b}{\sigma \sqrt{2t^3 \pi}} \right) e^{-(b+(r-\delta-0,5\sigma^2)t)/(2\sigma^2 t)} \quad (18)$$

Avec $b = \ln(V/V^*)$

Cette fonction est souvent nommée « fréquence attendue du défaut au temps t ».

EDF $(t, b, \mu, \delta, \sigma) = N[-b-(\mu-\delta-0,5\sigma^2)t/\sigma t] +$

$$e^{-2b(\mu-\delta-0,5\sigma^2)/\sigma^2} N[-b+(\mu-\delta-0,5\sigma^2)t/\sigma t]. \quad (19)$$

Dans le modèle de Merton (1974), la formule de probabilité de défaut au temps t (t représente la maturité de la dette : ici c'est l'obligation prioritaire non garantie) est donnée par l'équation suivante :

$$PD_t = N [(-b-(\mu-\delta-0,5\sigma^2) t) / \sigma t] \quad (20)$$

A ce niveau, il convient de comparer les probabilités de défaut calculées à l'aide des modèles testés avec les taux de défaut calculés par l'agence de notation Moody's. On attend d'une estimation qu'elle ait une valeur proche de la vraie valeur du paramètre. Un paramètre tel que le taux de défaut peut avoir plusieurs estimateurs parmi lesquels il faut choisir (ces estimateurs peuvent être les taux de défaut implicites calculés à partir des modèles structurels). La question centrale pour notre estimation est : Quelles sont les qualités qui font de ces estimateurs un "bon" estimateur du taux de défaut effectif à 1 an et à 5 ans des entreprises canadiennes privées ? Dans la pratique, un bon estimateur doit être convergent, c'est à dire le plus proche de sa valeur réelle, cette proximité est souvent mesurée par la moyenne du carré de l'erreur d'estimation, que l'on appelle aussi Ecart Quadratique Moyen (EQM).

Les estimateurs d'EQM minimale, ont de "bonnes" propriétés mathématiques en termes de biais par rapport à la vraie valeur du paramètre, et de réduction de sa variance pour de grands échantillons.

Les deux tableaux 1 et 2 nous exposent les biais ainsi que l'EQM de tous les modèles testés.



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Tableau 1 : Les Biais d'estimation engendrés par les modèles structurels (à seuil endogène)

	Biais dans les estimateurs de taux de défaut par an LT					Biais dans les estimateurs de taux de défaut par an AST				
	A	Baa	Ba	B	C	A	Baa	Ba	B	C
2000	0,0056	0,0215	0,0123	-0,0208	0,2079	0,0056	-0,0026	0,0233	0,0379	0,0825
2001	0,0098	-0,0062	0,0583	0,1095	0,2019	0,0047	0,0365	0,0704	0,0736	-0,2108
2002	0,1038	0,1777	0,4887	0,1216	0,4986	0,0055	0,0506	0,1348	0,2033	0,0293
2003	0,1371	0,1918	0,2335	0,2334	0,4133	0,0095	0,1164	0,2482	0,2075	0,4642
2004	0,0136	0,0407	0,123	0,2148	0,0233	0,0035	0,0533	0,2032	0,2578	0,0384
2005	0,0243	0,1374667	0,0497	0,236467	-0,2685	0,0061	0,0514	0,0912	0,874	0,3253
MOY HIST	0,049	0,1025	0,1609	0,172	0,6814	0,0058	0,05096667	0,1285	0,27567	0,1099
EQM	0,01605	0,036597	0,15913	0,05025	0,3829	2E-05	0,00736595	0,0358	0,46557	0,28633
Biais	0,15163	0,23407	0,47233	0,30575	0,82096	0,0109	0,1200	0,2796	0,7546	0,6864
EQM moy.	0,128985					0,159013				
Biais Moy	0,3969					0,3703				



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Tableau 2 : Les Biais d'estimation engendrés par les modèles structurels (à seuil exogène)

	Biais dans les estimateurs de taux de défaut à 1 an CDG					Biais des estimateurs de taux de défaut à 5 ans de CDG				
	A	Baa	Ba	B	C	A	Baa	Ba	B	C
2000	0,3137	0,0956	0,2031	0,3239	-0,1997	0,0921	0,0878	0,1505	0,2456	0,0512
2001	0,1156	0,1396	0,4729	0,6401	-0,1107	0,075	0,1168	0,3962	0,483	-0,1141
2002	0,3215	0,3099	0,5709	0,8774	0,1473	0,3791	0,3072	0,407	0,5603	0,0796
2003	0,6485	0,4042	0,5969	0,4028	0,7659	0,1517	-0,026	0,3159	0,1559	-0,0684
2004	0,3204	0,382	0,6866	0,6138	0,4562	0,075	0,4621	0,314	0,4025	-0,397
2005	0,5384	0,5916	0,659	0,5929	0,7922	0,1181	0,1809	0,0872	0,2254	-0,1356
MOY HIST	0,3763	0,320467	0,5316	0,57517	0,3085	0,1485	0,19866667	0,3343	0,45897	0,2131
EQM	0,17838	0,1677	0,15742	0,19021	0,92498	0,0681	0,15029523	0,086	0,12865	0,14575
Biais	0,753407	0,660117	0,986725	1,065401	0,881138	0,34732	Biais (-)	Biais (-)	0,20288	0,8767061
EQM moy.	0,323739					0,115758				
Biais Moy	0,86935778									



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

	Biais dans les estimateurs de taux de défaut par an LS				
	A	Baa	Ba	B	C
2000	0,0386	0,3794	0,3751	0,3534	-0,1835
2001	0,0185	0,2459	0,4867	0,4294	-0,0208
2002	0,0153	0,6351	0,415	0,6003	0,0071
2003	0,0223	0,5511	0,8195	0,4888	0,6159
2004	0,0248	0,7967	0,3712	0,3482	0,4791
2005	0,0113	0,6087	0,7291	0,6834	0,5717
MOY HIST	0,0218	0,536167	0,6995	0,48397	0,4116
EQM	0,00045	0,19198	0,18772	0,09179	0,60996
Biais	0,04230395	1,009565	1,000847	0,878383	0,747172
EQM moy.	0,21638007				
Biais Moy	0,7357				



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Tableau 3 : Probabilité de défaut de l'emprunteur type*

	LT	AST
Baa	0,0005%	0,0002%
Ba	0,01%	0,05%
B	0,40%	0,90%

* PD de l'emprunteur type se satisfait des données agrégées par catégorie de notation

Les tableaux précédents nous permettent de conclure ce qui suit :

Tout d'abord, l'Erreur quadratique moyenne est plus faible pour les modèles endogènes, et elle est minimale pour le modèle de AST dans son estimation de taux de défaut de la classe A ($2E-05$). Ce qui mène à conclure que les meilleures estimations ont été faites par le modèles de AST pour les classes moins risquées de notation A et Baa et pour le modèle de LT aussi pour les classes de notation élevées A et Baa. Cependant pour les modèles exogènes les bonnes estimations sont détectées dans le modèle de LS pour la classe A seulement et dans le modèle de CDG aussi pour le classe A mais à un horizon de 5 an. Les Erreurs Quadratiques Moyennes des estimations de la probabilité de défaut à un an du modèle de CDG sont importantes par à rapport a tous les autres modèles testés dans notre travail, ce qui justifie encore la faiblesse de performance de ces modèles structurels sur les horizons courts, surtout pour ceux admettant un seuil exogène. Dans une tentative de connaître l'origine du biais qui se trouve dans ses estimations, Leland (2004) a fait référence à l'emprunteur type aux caractéristiques moyennes par classe de notation et il a démontré que la probabilité de défaut de l'emprunteur type est nettement inférieure au taux de défaut effectif ce qui peut être attribué au niveau de désagrégation et ce pour les modèles de LT et de AST. Cependant, la probabilité de défaut moyenne de l'emprunteur type se satisfait de données agrégées par catégorie de notation. Pour déterminer si le modèle est biaisé et si ce biais est lié au niveau de désagrégation, nous avons calculé la moyenne dans le temps des taux de défaut annuels effectifs et prévus par les modèles

Dans notre cas, Il est clair aussi que le biais des modèles dépend du niveau de désagrégation dans tous les modèles et pour toutes les catégories de notation (voir tableau 1 et 2). La probabilité de défaut de l'emprunteur type est nettement inférieure au taux de défaut effectif, chose qui est en



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

accord avec le résultat signalé par Leland (2004). Le calibrage par entreprises montre que les deux modèles endogènes sont pratiquement sans biais et ceux des modèles exogènes sont réduits sans toutes fois être négligeables spécialement pour le modèle de CDG à l'horizon de 1 an. La différence de biais peut être expliquée par la répartition sectorielle des firmes comme il peut être la résultante d'une grande dispersion dans les classes de notation. Cette dispersion est plus accentuée pour la classe A avec un écart moyen élevé de 45,26 %. En plus, en éliminant six entreprises de la classe Baa, appartenant en majorité au secteur industriel et de télécommunication, les probabilités moyennes de défaut s'effondrent de 10,8 % et réduit ainsi le biais élevé constaté dans cette classe. Et c'est le cas aussi pour la classe Ba et B. Ce qui fait preuve de l'existence d'une relation entre la probabilité de défaut et le secteur d'activité. Chose qui est confirmée par une étude qui a été faite par l'agence de notation Moody's sur des entreprises défaillantes sur durant les années 1998 à 2005 et à fait montrer deux résultats : la proportion des entreprises défaillantes est la très élevée en premier lieu pour le secteur industriel (42%) et en deuxième lieu pour le secteur de télécommunication (16,4%). Cependant en termes de valeur, les proportions s'inversent et le secteur de télécommunication occupera la première place.

Outre l'hétérogénéité sectorielle de notre échantillon et la grande dispersion qui existe entre les classes de notation, ce biais peut être dû à la structure elle-même des modèles et spécialement leur non linéarité.

4- Conclusion

Nous avons essayé, tout au long de ce papier, d'analyser empiriquement la performance de 4 modèles structurels : deux endogènes (LT et AST) et deux exogènes (CDG et LS). Nous avons cherché à déterminer aussi leur capacité à prévoir l'évolution des taux de défaut dans le temps. Nous comparons les Probabilités de Défaut (PD) des dits modèles aux taux de défaut effectifs. Il s'avère que les modèles endogènes (AST et LT) aboutissent à des meilleures estimations de la PD comparées à celles trouvées par les modèles exogènes surtout pour les firmes de bonne notation. Quand aux modèles exogènes, les bonnes estimations n'ont été détectées que dans le modèle de LS et seulement pour les sociétés notées A. L'adoption d'un horizon de temps plus long (5 ans) pour le modèle de CDG, n'améliore guère ses estimations. Nous concluons ainsi que les deux modèles endogènes sont pratiquement sans biais et les biais des modèles exogènes sont réduits sans mais



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

non négligeables spécialement pour le modèle de CDG à l'horizon de 1 an. Ce qui justifie encore la faiblesse de performance des modèles structurels exogènes. Toutefois, le biais constaté peut être attribuable à la structure de l'échantillon, à la dispersion des entreprises entre classes de notation ou aussi au non linéarité des modèles.

Les modèles structurels sont ainsi susceptibles d'améliorer la qualité de l'information sur le marché de crédit. Ils viennent aussi consolider la gamme des outils d'analyse du risque de crédit à la disposition des intervenants de marché, sans pour autant chercher à les remplacer.



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ALTMAN (1998): «The importance and subtlety of credit rating migration» *Journal of Banking and finance*, vol. 22, pp 1231-1247.

ANDERSON R., SANDERSEAN, S. (1996): «Design and Valuation of Debt Contracts», *Review of Financial Studies*, vol.9, pp 37-68.

ANDERSON R., S. SANDERSEAN ET P. TYCHON (1996): «Strategic Analysis of Contingent Claims», *European Economic Review*, vol.40, pp 871-881.

ANDERSON, R., PAN, Y., SANDERSEAN, S. (2000): «Corporate Bond Yield Spreads and the Term Structure», *Finance*, vol. 21, pp 15-37.

BLACK, F., SCHOLES, M. (1973): « the pricing of option and the corporate liabilities », *Journal of Political Economy*, vol. 81, pp 637-654.

COLLIN-DUFRESNE, P., GOLDSTEIN R. (2001): “Do Credit Spreads Reflect Stationary Leverage Ratios?” *Journal of Finance*, vol.56, pp 2177-2207.

DU, Y.,SUO, W. (2007): « Assessing Credit Quality from the Equity Market can Structural Approach forecast credit Rating », *Canadian Journal of Administrative Sciences* , vol.24, pp 212-228.

EOM Y, J. HELWEGE, HUANG, J. (2004): « Structural Models of Corporate Bond Pricing: An Empirical Analysis», *the Review of financial studies*, vol. 17, vol. 2, pp 499-544.



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

ERICSSON & RENEBY (2005): « Estimating, Structural Bond Pricing Models» *Journal of Business*, vol. 78, pp 707-735.

FAN H. & S. SANDERSEAN (2000): « Debt Valuation, Renegotiation, and Optimal Dividend Policy», *Review of Financial Studies*, vol. 13, pp 1057-1099.

GIESCKE, G. (2004): «Forecasting default in the face of uncertainty», *Journal of derivatives* vol. 12, pp 14-25.

JONES P, S. MASON, ROSENFELD, E., (1984): « contingent claims analysis of corporate capital structures: an empirical investigation», *journal of finance*, vol. 39, pp 611-625.

LELAND H. & K. TOFT (1996): «Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy and the Term Structure of Credit Spreads», *Journal of Finance*, vol.51, pp 987-1019.

LELAND H. (2004): «Corporate Debt Value, Bond Covenants and Optimal Capital Structure», *Journal of Finance*, vol.49, pp 1213-1252.

LONGSTAFF F. & E. SCHWARTZ (1995): « A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt», *Journal of Finance*, vol.50, pp 789-819.

MELLA-BARREL, P. (1999): «The Dynamics of Default and Debt Reorganization», *Review of Financial Studies*, vol. 12(3), pp 535-578.

MERTON, R.C. (1974): « On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rate », *Journal of Finance*, vol. 29, pp 449-470.

VASSALOU, M., XING, Y. (2004): « Default Risk in Equity Returns » *Journal of Finance*. Vol. LIX, NO 2, pp 831-868.



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Annexe 1: Probabilité de défaut selon le modèle de AST

		Pd AST 05	Pd AST 04	Pd AST 03	Pd AST 02	Pd AST01	Pd AST 00	Moy Historique
Investement Grade	A	0,56%	0,47%	0,55%	0,95%	0,35%	0,61%	0,58%
	Baa	2,14%	3,65%	9,16%	11,64%	5,33%	5,14%	6,18%
Spéculatif grade	Ba	2,33%	7,04%	13,48%	24,82%	20,32%	9,12%	12,85%
	B	6,79%	14,26%	20,33%	25,15%	25,78%	87,40%	29,95%
	C	61,55%	23,32%	56,23%	46,42%	23,84%	32,53%	39,49%
Investment Grade		1,35%	2,06%	4,86%	6,30%	2,84%	2,87%	3,38%
Spéculative grade		23,56%	14,87%	30,02%	32,13%	23,39%	43,02%	27,83%



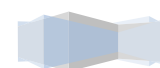
Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Annexe 2 : Probabilité de défaut selon le modèle de LT

		2005	2004	2003	2002	2001	2000	Moyenne Historique
Investment Grade	A	0,56%	0,98%	10,38%	13,71%	1,36%	2,43%	4,90%
	Baa	2,15%	3,48%	17,77%	19,18%	4,07%	14,83%	10,25%
Spéculative grade	Ba	1,23%	5,83%	48,87%	23,35%	12,30%	4,97%	16,09%
	B	4,82%	10,95%	16,56%	23,34%	21,48%	26,03%	17,20%
	C	65,19%	73,49%	49,86%	61,33%	2,33%	1,65%	68,14%

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	Moyenne historique
Investment Grade	1,35%	2,23%	14,07%	16,45%	2,71%	8,63%	7,57%
Spéculative grade	23,75%	30,09%	38,43%	36,01%	12,03%	10,88%	33,81%



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Annexe 3 : Probabilité de défaut selon le modèle de LS

		2005	2004	2003	2002	2001	2000	Moyenne Historique
Investment Grade	A	3,86%	1,85%	1,53%	2,23%	2,48%	1,13%	2,18%
	B aa	40,34 %	24,59%	67,61%	55,11 %	79,67%	60,87%	54,70%
Spéculative grade	B a	37,51 %	48,67%	41,50%	81,95 %	37,12%	72,91%	69,95%
	B	38,34 %	49,84%	60,03%	53,28 %	34,82%	68,34%	50,78%
	C	34,95 %	42,32%	54,01%	61,59 %	67,91%	57,17%	69,66%
Investment Grade		22,10 %	13,22%	34,57%	28,67 %	41,07%	31,00%	28,44%
Spéculative grade		36,93 %	46,94%	85,18%	65,61 %	46,62%	99,47	63,46%



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Annexe 4 : Probabilité de défaut à 5 ans du modèle de C. D et Goldestein

	EDF 2005	EDF 2004	EDF 2003	EDF 2002	EDF 2001	EDF 2000	Moy.Hist
A	9,21%	7,50%	37,91%	15,17%	7,50%	11,81%	14,85%
Baa	9,28%	12,98%	32,92%	0,00%	49,31%	21,19%	20,95%
Ba	21,05%	41,22%	44,20%	3 17,59%	39,60%	16,92%	33,43%
B	27,76%	56,60%	68,53%	32,19%	61,15%	43,44%	48,28%
C	33,52%	33,79%	67,26%	64,56%	36,80%	62,94%	49,81%

Annexe 5 : Probabilité de défaut à 1an du modèle de C. Dufresne et Goldestein

	2005	2004	2003	2002	2001	2000	Moy.hist
A	31,37%	11,56%	32,15%	64,85%	32,04%	53,84%	37,63%
Baa	11,96%	13,96%	35,09%	40,42%	38,20%	59,16%	33,13%
Ba	20,31%	47,29%	57,09%	59,69%	68,66%	65,90%	53,16%
B	35,39%	70,91%	87,74%	44,68%	61,38%	59,29%	59,90%
C	33,33%	33,33%	68,03%	76,59%	65,62%	79,22%	59,35%



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Annexe 6 : Taux de défaut annuel des entreprises canadiennes privées à 1 an

Année	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Investment grade	Spéculative grade	ALL corporates
2000	0,00%	0,00%	0,00%	2,40%	0,00%	3,00%	53,30%	0,90%	12,90%	5,70%
2001	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	6,90%	44,40%	0,00%	10,00%	3,50%
2002	0,00%	0,00%	0,00%	4,10%	0,00%	0,00%	53,30%	1,60%	7,90%	3,40%
2003	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,40%	0,00%	0,00%	1,80%	0,60%
2004	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	20,00%	0,00%	1,80%	0,60%
2005	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Moody's Special Comment (April 2006)



Evaluation empirique de la relation probabilité de défaut et seuil de défaut : une approche structurelle

Nihed MRABET et Lotfi BELKACEM

Annexe 7: Répartition de l'échantillon selon les différentes classes de notation

Catégorie de notation	Notation Moody's	Nombre d'entreprises	Nombre par catégorie de notation	Type de Firme
AAA	Aaa 1	1	1	Entreprises d'investissement (74)
AA	Aa1	0	3	
	Aa2	0		
	Aa3	3		
A	A1	3	10	
	A2	3		
	A3	4		
BBB	Baa1	22	60	
	Baa2	27		
	Baa3	11		
BB	Ba1	3	24	Entreprises Spéculatives (44)
	Ba2	11		
	Ba3	10		
B	B1	9	16	
	B2	4		
	B3	3		
CCC	Caa1	1	4	
	Caa2	2		
	Caa3	1		
CC	Ca			
	C			



Annexe 8 : La répartition sectorielle de l'échantillon

