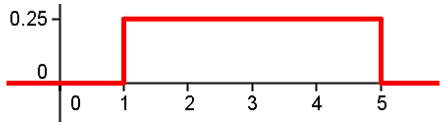
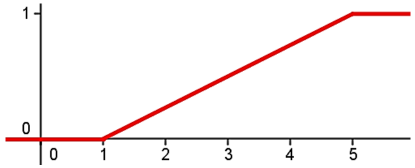
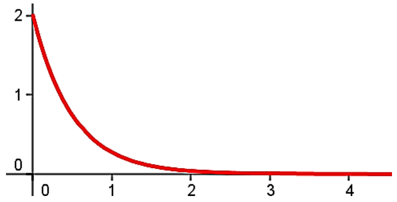
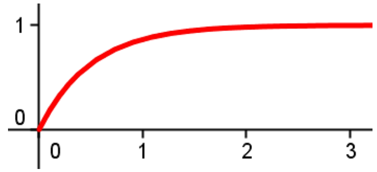
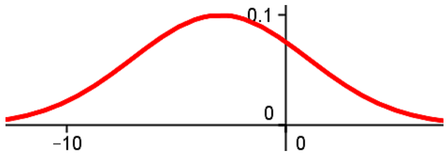
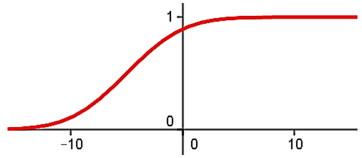
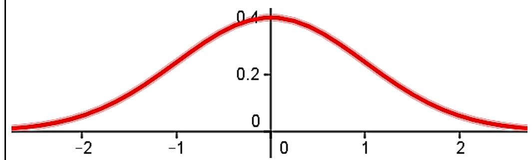
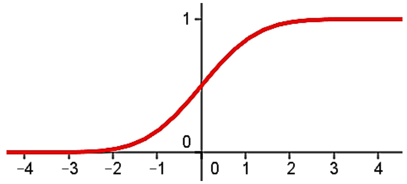
Formulaire des lois de probabilités discrètes usuelles

Lois de probabilités	Notation	Cadre	Variable aléatoire X	$X(\Omega)$	$p(X=k)$	$E(X)$	$V(X)$
Loi Uniforme	$\mathcal{U}(n)$	Équiprobabilité. Cas particulier du tirage d'une boule parmi n boules numérotées de 1 à n.	Associe à chaque boule son numéro.	$X(\Omega)=\{1,\dots,n\}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{n+1}{2}$	$\frac{n^2-1}{12}$
Loi de Bernoulli	$\mathcal{B}(1,p)$	Une épreuve de Bernoulli.	Indicatrice du succès.	$X(\Omega)=\{0,1\}$	$\begin{cases} p(X=1)=p \\ p(X=0)=1-p \end{cases}$	p	$p(1-p)$
Loi Binomiale	$\mathcal{B}(n,p)$	Schéma de Bernoulli : répétition de n épreuves de Bernoulli.	Compte le nombre de succès obtenus au cours d'un schéma de Bernoulli.	$X(\Omega)=\{0,\dots,n\}$	$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$
Loi Géométrique	$\mathcal{G}(k,p)$	Schéma de Bernoulli : répétition de $k\geq 1$ épreuves de Bernoulli dont $k-1$ échecs suivis d'un succès.	Compte le nombre k de répétitions pour obtenir un succès.	$X(\Omega)=\mathbb{N}^*$	$p(1-p)^{k-1}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Loi Hypergéométrique	$\mathcal{H}(n,p,A)$	Tirage simultané de n éléments parmi A dont pA éléments gagnants et $(1-p)A$ éléments perdants.	Compte le nombre d'éléments tirés simultanément.	$X(\Omega)=\{0,\dots,n\}$	$\frac{\binom{pA}{k}\binom{(1-p)A}{n-k}}{\binom{A}{n}}$	np	$np(1-p)\frac{A-n}{A-1}$
Loi de Poisson	$\mathcal{P}(\lambda)$	Dénombrer k succès dans un laps de temps donné. Le nombre moyen de succès sur cet intervalle de temps est noté $\lambda=np$. Approximation de la loi binomiale lorsque $\lambda\leq 10$ et $n\geq 50$.	Compte le nombre d'apparitions d'un évènement rare sur un intervalle de temps donné.	$X(\Omega)=\mathbb{N}$	$e^{-\lambda}\times\frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ

Formulaire des lois de probabilités continues usuelles

Lois de probabilités	Notation	Cadre	Densité de probabilité	Fonction de répartition	$E(X)$	$V(X)$
Loi Uniforme	$\mathcal{U}(a,b)$	Loi du manque d'information ou « hypothèse nulle ».	$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & \text{si } x\in[a;b]\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$ 	$F(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a}{b-a} & \text{si } x\in[a;b]\\ 0 \text{ si } x<a\\ 1 \text{ si } x>b\end{cases}$ 	$\dfrac{a+b}{2}$	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$
Loi Exponentielle	$\varepsilon(\lambda)$	La loi exponentielle modélise généralement un temps d'attente ou une durée de vie. Par ex : - Temps d'attente entre l'arrivée de deux clients à une caisse. - Durée de vie d'un composant électronique.	$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x\geq 0\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$ 	$F(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x} & \text{si } x\geq 0\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$ 	$\dfrac{1}{\lambda}$	$\dfrac{1}{\lambda^2}$
Loi Normale ou Gaussienne	$\mathcal{N}(\mu,\sigma)$	La loi normale correspond au comportement d'un schéma de Bernoulli lorsque le nombre d'expériences est assez grand (théorème centrale limite).	$f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ 	$F(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}dt$ 	μ	σ
Loi Normale Centrée Réduite	$\mathcal{N}(0,1)$	Identique à la loi normale.	$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ 	$F(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ 	0	1

Comparaison cas discret - cas continu

	Cas discret	Cas continu
$\boldsymbol{X(\Omega)}$	Fini	$\mathbb{R}$
Évènement $\boldsymbol{A}$	$A \in \mathcal{P}(\Omega)$	$A = [a, b]$
Axiome de positivité	$\forall A \in \mathcal{P}(\Omega),\ p(A) \geq 0$	$\forall t \in \mathbb{R}, \quad f(t) \geq 0$
Axiome de totalité	$\sum_{\omega_i \in \Omega} p(\{\omega_i\}) = 1$	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$
Fonction de répartition $\boldsymbol{F(x) = p(X \leq x)}$	Croissante en escaliers	Croissante continue
Calcul des probabilités	$\forall A \in \mathcal{P}(\Omega),\ p(A) = \sum_{i : \omega_i \in A} p(\{\omega_i\})$	$p([a, b]) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
$\boldsymbol{E(X)}$	$\sum_{x \in \mathrm{X}(\Omega)} x \times p(\mathrm{X} = x)$	$\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\, dx$
$\boldsymbol{V(X)}$	$\sum_{x \in \mathrm{X}(\Omega)} (x - E(\mathrm{X}))^2 \times p(\mathrm{X} = x)$	$\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(\mathrm{X}))^2 f(x)\, dx$