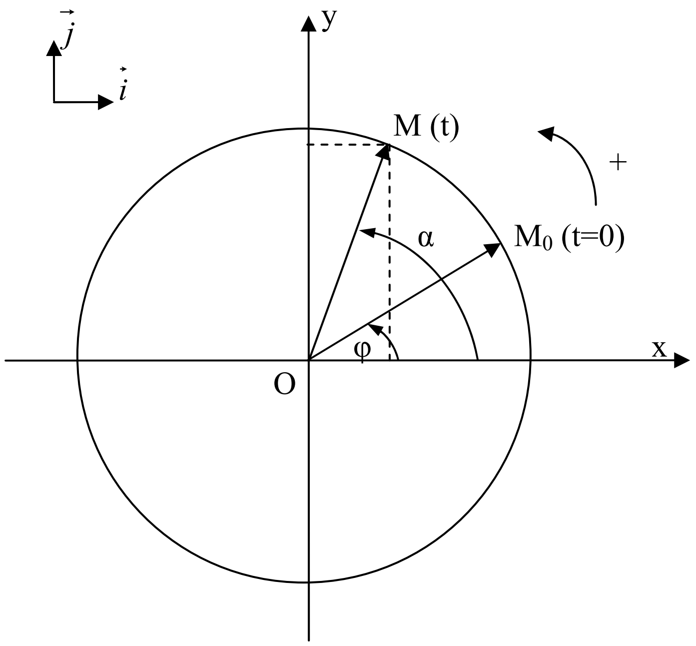
LA CONSTRUCTION DE FRESNEL

I°/ Le vecteur de Fresnel associé à une grandeur sinusoïdale :



a/ Questions préliminaires :

Le point M se déplace à vitesse angulaire constante **ω** sur le cercle de centre O.
Que représente l'angle φ ?
……………………………………………...

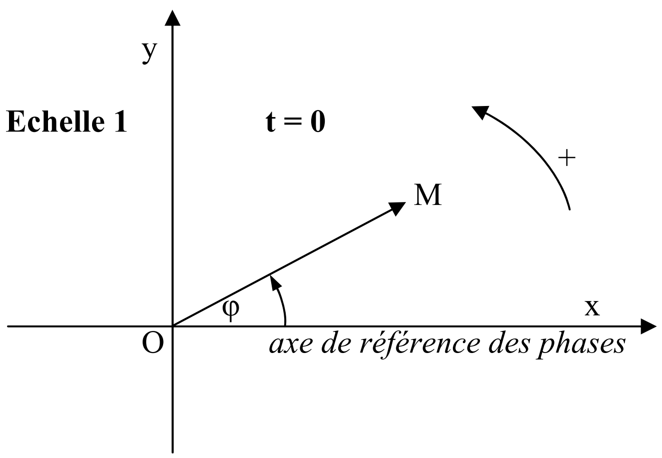
α est l' angle que fait le vecteur $\overrightarrow{OM}$ avec l'axe Ox à la date t. Donner son expression littérale en fonction de t et de constantes.
α =……………………………..

Donner l'expression littérale de l'abscisse x du point M à la date t en fonction de t et de constantes)
x =……………………………….

Donner l'expression littérale de l'ordonnée y du point M à la date t, en fonction de t et de constantes)
y =……………………………….

b/ Définition du vecteur de Fresnel :

- A tout vecteur $\overrightarrow{OM}$ tournant à vitesse constante autour de O, on peut associer une fonction sinusoïdale y représentant l'ordonnée de l'extrémité du vecteur tournant.
- Réciproquement, à toute fonction sinusoïdale y, on peut associer un vecteur dit vecteur de Fresnel tournant à vitesse angulaire constante ω autour du point O.
- Ce vecteur est représenté dans la position qu'il occupe à la date t=0, l'axe de référence des phases étant l'axe Ox.



Vecteur de Fresnel : à t = 0

$\overrightarrow{OM}$ | *Norme :*………………
$(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM}) =$ ....……..

Fonction sinusoïdale associée :
y = ………………………

c/ Applications :

Représenter à **l'échelle 1** les vecteurs de Fresnel $\overrightarrow{OM_1}$, $\overrightarrow{OM_2}$, $\overrightarrow{OM_3}$ associés aux fonctions sinusoïdales suivantes :

$y_1 = 4 \sin (\omega \times t + \frac{\pi}{6})$ $\quad$ $y_2 = 2{,}5 \sin (\omega \times t - \frac{\pi}{3})$ $\quad$ $y_3 = 3 \sin (\omega \times t + \frac{4\pi}{3})$ $\quad$ y en cm

+

O $\longrightarrow$ x $\qquad$ O $\longrightarrow$ x

$\overrightarrow{OM_1}$ | *Norme :*………………
$(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM_1}) =$ ……….……..

$\overrightarrow{OM_2}$ | *Norme :* ………………
$(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM_2}) =$ ……….……..

O $\longrightarrow$ x

$\overrightarrow{OM_3}$ | *Norme :*……………..
$(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM_3}) =$ ……….…….

Pourquoi choisit-on de représenter le vecteur de Fresnel à la date t = 0 ?
………………………………………………………………………………

II°/ Utilisation du vecteur de Fresnel pour les tensions et intensités de courant sinusoïdales:

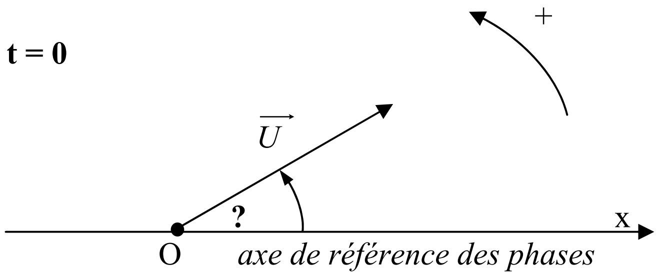
a/ Expression des tensions et intensités de courants sinusoïdaux :

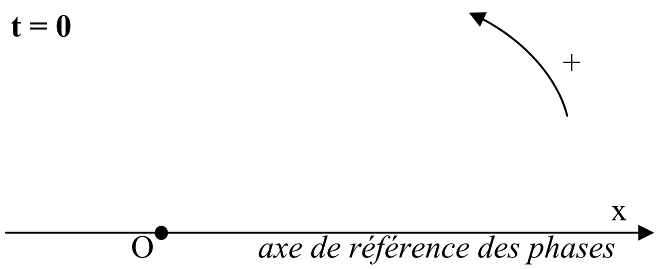
Exemples : $u = U_m \sin(\omega \times t + \frac{\pi}{6}) = U\sqrt{2}\sin(\omega \times t + \frac{\pi}{6})$

$i = I_m \sin(\omega \times t) = I\sqrt{2}\sin(\omega \times t)$.

Que représentent U et I ?...

Représentation des vecteurs de Fresnel associés : $\overrightarrow{U}$ et $\overrightarrow{I}$

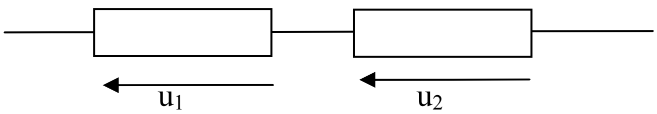




$(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{U}) =$ ....

Représenter le vecteur de Fresnel $\overrightarrow{I}$ *sur le schéma de droite (longueur arbitraire)*

b/ Addition de deux tensions sinusoïdales :



$u_1 = U_1\sqrt{2}\sin(\omega \times t + \varphi_1)$
$u_2 = U_2\sqrt{2}\sin(\omega \times t + \varphi_2)$

On cherche la tension $u = u_1 + u_2$

à u_1 on associe le vecteur de Fresnel $\overrightarrow{U_1}$ tel que $\overrightarrow{U_1}$ | Norme : U_1 ; $((\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{U_1}) = \varphi_1$

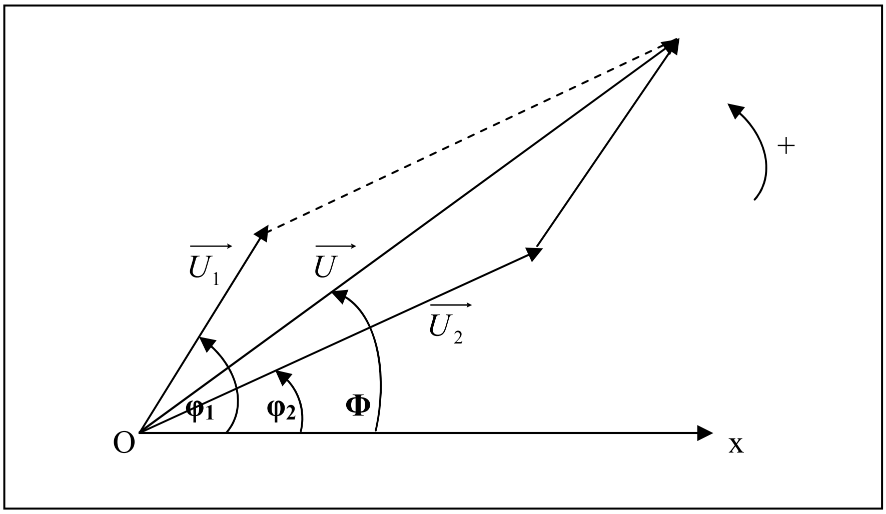
à u_2 on associe le vecteur de Fresnel $\overrightarrow{U_2}$ tel que $\overrightarrow{U_2}$ | Norme : U_2 ; $((\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{U_2}) = \varphi_2$

à u on associe le vecteur de Fresnel $\overrightarrow{U}$ tel que $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{U_1} + \overrightarrow{U_2}$ car u, u_1, et u_2 sont les projections sur le même axe Oy des vecteurs $\overrightarrow{U}$ $\overrightarrow{U_1}$ et $\overrightarrow{U_2}$ et si l'on a $u = u_1 + u_2$ on a aussi $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{U_1} + \overrightarrow{U_2}$.

$\overrightarrow{U}$ | Norme : U
$((\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{U}) = \phi$

On fait la somme géométrique des deux vecteurs $\overrightarrow{U_1}$ et $\overrightarrow{U_2}$ pour obtenir le vecteur $\overrightarrow{U}$
On en déduit u

$u = U\sqrt{2}\sin(\omega \times t + \Phi)$



<u>c/ applications</u> :

1°/ On donne les tensions suivantes :

$u_1 = 5\sqrt{2}\sin(100\pi \times t + \frac{\pi}{4})$ en V

$u_2 = 3{,}5\sqrt{2}\sin(100\pi \times t + \frac{\pi}{3})$ en V

- *On demande à partir de la construction de Fresnel de déterminer, l'expression de la tension sinusoïdale u= f (t) tel que :*

$u = u_1 + u_2$

- *Puis toujours à partir de la construction de Fresnel, l'expression de la tension sinusoïdale u' = f (t) tel que*

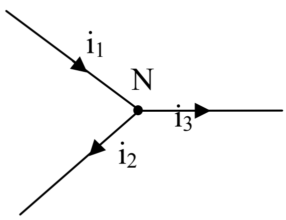
$u' = u_1 - u_2$

On utilisera du papier millimétré pour la construction et on précisera l'échelle choisie

2°/ On donne les intensités de courant suivantes

$i_1 = 0{,}06\sin(200\pi \times t + \frac{2\pi}{3})$ en A

$i_2 = 0{,}04\sin(200\pi \times t)$ en A



- *Ecrire la loi des nœuds au nœud N.*
- *A partir de la construction de Fresnel, déterminer l'expression de l'intensité $i_3 = f(t)$*

On utilisera du papier millimétré pour la construction et on précisera l'échelle choisie.

d/ Utilisation d'Excel :

1°/ $u = u_1 + u_2$

- Ligne N°1, en se déplaçant d'une colonne à l'autre avec la touche tabulation, on écrit dans l'ordre t, u_1, u_2 et u avec les unités entre parenthèses

- Dans la colonne A, ligne 2 c'est à dire dans la cellule A2, on écrit 0
  dans la cellule A3 0,001
  A3-A2 = 0,001 s
  La période étant T =.......ms, l'intervalle de temps séparant ces deux mesures est donc $\Delta t = \frac{T}{\dots}$
  Pour répéter le même intervalle de temps entre deux mesures consécutives, on sélectionne ensemble les deux cellules A2 et A3 et on fait apparaître en bas à droite de la cellule A3 par un clic gauche une petite croix; on descend la colonne en maintenant la pression sur le bouton gauche. Les valeurs de t séparées par un intervalle constant s'affichent. Afficher un nombre de valeurs correspondant à deux ou trois périodes.

- Dans la cellule B2, écrire l'expression de u_1
  =7*sin (314*A2 + 0,785) ↵

- Dans la cellule C2, écrire l'expression de u_2
  = 4,95*sin (314*A2-1,046) ↵

- Dans la cellule C2, écrire l'expression de u
  = B2+C2 ↵

Remarque : pour éviter d'écrire le nom des cellules, il suffit de cliquer (clic gauche) dans la cellule considérée; son nom s'affiche alors à côté du curseur

	A	B	C	D
1	t (s)	u_1 (V)	u_2 (V)	u (V)
2	0	4,94777627	4,28385874	9,231635
3	0,001	6,23527323	4,84042978	11,075703
4	0,002	6,9130318	4,92366217	11,836694
5	0,003	6,91477494	4,52541672	11,4401917
6	0,004	6,2403322	3,68463729	9,92496949
7	0,005	4,95565636	2,48354248	7,43919884
8	0,006	3,18637402	1,03958563	4,22595965
9	0,007	1,10550075	-0,5060308	0,59946995
10	0,008	-1,08347785	-2,00216321	-3,08564106
11	0,009	-3,1665047	-3,30250696	-6,46901167
12	0,01	-4,93988362	-4,27990331	-9,21978694
13	0,011	-6,23019844	-4,83877408	-11,0689725
14	0,012	-6,91127112	-4,9244681	-11,8357392
15	0,013	-6,91650055	-4,52860547	-11,445106
16	0,014	-6,24537535	-3,68989704	-9,93527239

- graphique : u =f (t)
  Sélectionner la colonne A, puis en appuyant sur la touche Ctrl, sélectionner aussi la colonne D
  La première colonne sélectionnée est l'abscisse, la deuxième l'ordonnée.
  Cliquer sur l'icône graphique. Choisir nuages de points puis le graphique correspondant aux courbes lissées.

- Utilisation du graphique : sur le graphique relever la valeur de U_{max}, puis celle de u_0 c'est à dire la valeur de la tension u à la date t = 0

  $u = U_{max} \sin (100\pi \times t + \varphi)$
  Ecrire la relation entre u_0 et φ.   En déduire la valeur de φ

- Comparer les valeurs de U_{max} et φ avec celles trouvées à partir de la construction de Fresnel.

2°/ Refaire le même travail pour les intensités de courant; déterminer la valeur maximale de i_3 et sa phase initiale φ
Comparer les résultats avec ceux trouvés avec la construction de Fresnel.