



Chapitre 8 – L'évaluation des obligations

Plan

- ◆ Actualiser un titre à revenus fixes
- ◆ Obligations zéro coupon
- ◆ Obligations ordinaires
- ◆ A échéance identique, rendements identiques ?
- ◆ Évolution du cours des obligations
- ◆ Quelques obligations



Les contrats à revenus fixes

Définition :

- ◆ tout type de contrat, ou de titre financier, dont on connaît à l'avance les cash-flows.

Exemple :

- ◆ une obligation, un emprunt, une rente viagère.

Pourquoi évaluer ces contrats :

- ◆ une obligation peut être revendue avant son échéance
- ◆ un emprunt peut être renégocié

Qu'est-ce qu'une obligation ?

Définition

- ◆ Une obligation est un titre de dette, émis par une société ou par l'État, avec les caractéristiques suivantes :
 - montant emprunté (nominal)
 - taux d'intérêt (taux nominal)
 - échéance (ou maturité)
 - prix d'émission (qui peut différer du nominal)
 - valeur de remboursement (qui peut différer du nominal)

 - modalité de paiement des intérêts (coupons) : une fois par an, *in fine*
 - modalité de remboursement du capital : *amortissement constant, annuités constantes, in fine*



Actualisation d'une séquence de flux

La valeur actuelle (en $t=0$) d'une série de flux monétaires identiques A est obtenue à partir de l'actualisation de chaque élément de la série. Les flux peuvent être positifs ou négatifs.

Avec i constant, on obtient pour n années :

$$VA = \sum_{t=1}^n \frac{A}{(1+i)^t}$$

soit

$$VA = A \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$



Évaluation d'un titre à revenus fixes

Exemple :

- ◆ un titre financier vous rapportera 50 euros par an sur les 4 prochaines années. Combien vaut ce titre, si le taux sans risque est de 4% ?

$$VA = A \times \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = 50 \times \frac{1 - (1 + 4\%)^{-4}}{4\%} = 181,5\text{€}$$

- ◆ Et si le taux sans risque augmente à 5% ?

$$VA = 50 \times \frac{1 - (1 + 5\%)^{-4}}{5\%} = 177,3\text{€}$$

**Quand les taux montent,
le cours des obligations baisse, et inversement**

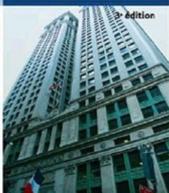
Comment évaluer une obligation ?

Etape 1

- ◆ évaluer une obligation zéro coupon (un seul cash-flow)

Etape 2

- ◆ évaluer une obligation ordinaire, **exprimée comme une suite d'obligations zéro coupon**



Etape 1 : les obligations zéro coupon

Définition :

- ◆ une obligation zéro coupon est une obligation qui ne verse qu'un seul cash-flow, à l'échéance (la valeur de remboursement). Aucun coupon n'est versé pendant sa durée de vie.

Intérêt des obligations zéro coupon

- ◆ toute obligation peut être décomposée en une somme d'obligations zéro coupon d'échéances différentes.
- ◆ La valeur de l'obligation globale est égale à la somme des valeurs des obligations zéro coupon qui la composent.



Le taux de rendement actuariel (TRA)

Exemple 1

- ◆ L'obligation Grük est émise à 880 euros, et sera remboursée dans un an pour 930 euros.

$$\text{Taux de rentabilité de l'obligation} = \frac{930 - 880}{880} = 5,68\%$$

- ◆ On parle de **Taux de Rendement Actuariel (TRA)** : le taux d'intérêt équivalent pour investisseur qui garde l'obligation jusqu'à l'échéance.

- ◆ On a $\text{TRA} = i$, tel que : $880 = \frac{930}{(1+i)}$.

- ◆ On trouve $i = 5,68\%$



Le taux de rendement actuariel (TRA)

Exemple 2

- ◆ L'obligation NoufNouf est émise à 850 euros, et sera remboursée dans deux ans pour 970 euros.

- ◆ On a $\text{TRA} = i$, tel que : $850 = \frac{970}{(1+i)^2}$

- ◆ On trouve $i = 5,68\%$



Les obligations à coupon zéro : taux d'actualisation unique

Exemple :

- ◆ une obligation ordinaire nous versera 100 € par an sur 3 ans.
- ◆ Tableau des cotations de 3 obligations zéro coupon distinctes :

Échéance	Cotation au % de valeur nominale	de TRA (annuel)
1 an	95%	5.26%
2 ans	88%	6.60%
3 ans	80%	7.72%

- ◆ Comment déterminer un taux d'intérêt unique, taux d'actualisation sur 3 ans ?

Taux d'actualisation unique

1/ Estimer les valeurs actuelles des 3 Cash-Flows

- Cash-Flow 1 = $100 \times 0.95 = 100 / 1.0526 = 95 \text{ €}$
- Cash-Flow 2 = $100 \times 0.88 = 100 / 1.0660^2 = 88 \text{ €}$
- Cash-Flow 3 = $100 \times 0.80 = 100 / 1.0772^3 = 80 \text{ €}$

- VA totale = 263 €

2/ Calcul de i

n	i	VA	VF	PMT	Résultat
3	?	- 263	0	100	$i = 6.88\%$



BILAN

Évaluer un titre à revenus fixes / Étape 1

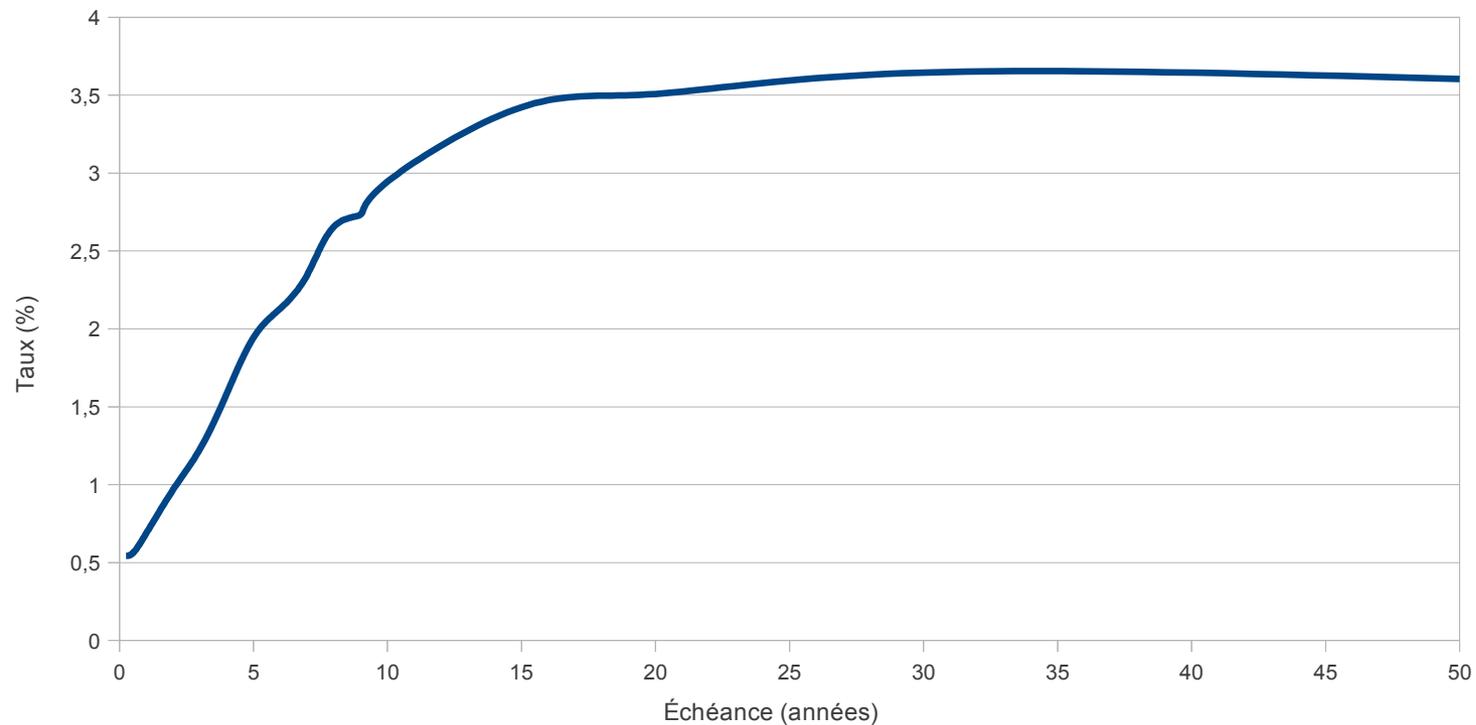
Si taux différents selon les échéances :

VA de l'obligation
= Σ (valeurs actuelles des Cash-Flows)



Courbe des taux (suivant les échéances)

France, septembre 2010





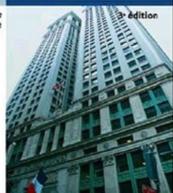
Étape 2 : les obligations ordinaires

Coupons multiples

- ◆ intérêts réguliers versés à l'obligataire,
- ◆ remboursement de l'obligation à échéance

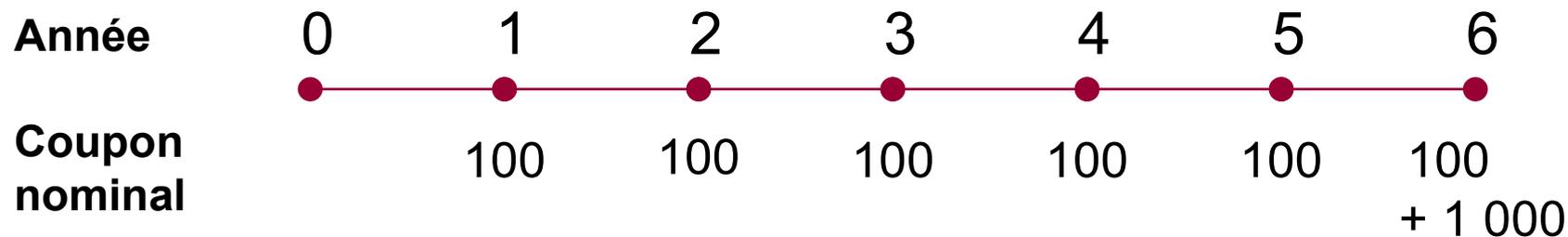
Taux nominal

- ◆ taux d'intérêt déterminant la valeur des coupons
- ◆ % de la valeur nominale du titre



Exemple

**Cash-Flows d'une obligation ordinaire au nominal de 1000 €,
taux nominal 10%**





Évaluation des obligations : 3 cas

Cours boursier & valeur nominale de l'obligation ?
Pas toujours identiques

Rendement ?

- ◆ **Cas des obligations au pair**
- ◆ **Cas des obligations au dessus du pair**
- ◆ **Cas des obligations en dessous du pair**



Principe 1 : obligations au pair

Prix d'émission = valeur nominale
⇒ rendement = taux nominal

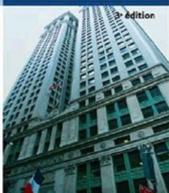


Principe 2 : obligations au-dessus du pair

Cours boursier > valeur nominale

Exemple

- ◆ Obligation au nominal de 1000 € émise pour 20 ans au taux nominal de 10% par an. A l'époque de l'émission la courbe des taux est plate.
- ◆ Aujourd'hui (19 ans après), le cours de l'obligation est de 1047.62€. Il reste encore 1 coupon.
 - Quel est son rendement ?



Exemple

$$\text{Rendement actuel} = \frac{\text{Coupon}}{\text{Cours}} = \frac{100}{1\,047,62} = 9,55\%$$

Le rendement actuel ne tient pas compte du fait que l'obligataire ne recevra pas 1047.62 € mais 1000 € à l'échéance du titre.

$$\begin{aligned} \text{Rendement à l'échéance} &= \frac{\text{Coupon} + \text{Nominal} - \text{Prix d'achat}}{\text{Prix d'achat}} \\ &= \frac{100 + 1\,000 - 1\,047,62}{1\,047,62} = 5\% \end{aligned}$$

Le rendement à l'échéance (ou TRA) intègre la totalité des revenus perçus de l'obligation, y compris son remboursement.



Généralisation du TRA

Généralisation du rendement à l'échéance (TRA) à 1 nombre n de cash-flows restant à verser :

$$VA = \frac{\text{Coupon}}{(1+i)} + \frac{\text{Coupon}}{(1+i)^2} + \dots + \frac{\text{Coupon}}{(1+i)^n} + \frac{\text{Nominal}}{(1+i)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{\text{Coupon}}{(1+i)^t} + \frac{\text{Nominal}}{(1+i)^n}$$

Où i = taux de rendement à l'échéance (TRA)



Obligations au-dessus ou en-dessous du pair

Principe 2 : obligations au-dessus du pair

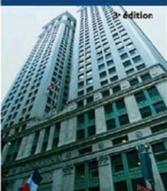
Cours boursier > valeur nominale

**⇒ rendement à l'échéance < rendement actuel
< taux nominal**

Principe 3 : obligations en-dessous du pair

Cours boursier < valeur nominale

**⇒ rendement à l'échéance > rendement actuel
> taux nominal**



Variation des rendements à même échéance

- ◆ 1er constat
 - Si courbe des taux non plate, obligations à même échéance et taux nominaux différents
⇒ rendements à l'échéance différents.

- ◆ 2ème constat
 - S'il existe un risque de défaut de paiement à échéance, le rendement à échéance est supérieur au taux nominal.
 - La taxation peut influencer sur le rendement à l'échéance (USA).

- ◆ 3ème constat
 - Clause de remboursement anticipé ⇒ rendement à l'échéance plus fort
 - Possibilité de conversion en actions => rendement plus faible



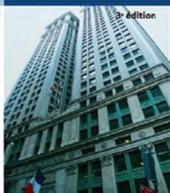
Évolution du cours des obligations

Le temps

- ◆ Si la courbe des taux est plate, à l'échéance, les obligations se rapprochent de leur valeur nominale.

Le risque de taux

- ◆ Le rendement d'une obligation diminue avec la hausse des taux d'intérêt.



Obligations particulières

Obligations démembrées (*strips*)

- ◆ Obligation ordinaire \Rightarrow série d'obligations à coupon zéro
- ◆ Soit une obligation : 3 coupons de 30 € par an avec remboursement de 600 € à échéance. Stripping \Rightarrow 3 obligations zéro coupon à 1 an, chacune de 30 €, et une obligation à 3 ans remboursée de 600 €.

Obligation avec prime d'émission ou de remboursement

- ◆ Obligation au prix d'émission $<$ nominal et/ou à valeur de remboursement $>$ nominal.