

**DCG 6**

# **Finance d'entreprise**

**L'essentiel en fiches**

## Collection « Express Expertise comptable »

### DCG

- J.-F. Bocquillon, M. Mariage, *Introduction au droit* DCG 1
- L. Siné, *Droit des sociétés* DCG 2
- V. Roy, *Droit social* DCG 3
- E. Disle, J. Saraf, *Droit fiscal* DCG 4
- J. Longatte, P. Vanhove, *Économie* DCG 5
- J. Delahaye, F. Duprat, *Finance d'entreprise* DCG 6
- J.-L. Charron, S. Sépari, F. Bertrand, *Management* DCG 7
- J. Sornet, *Système d'information de gestion* DCG 8
- C. Disle, *Introduction à la comptabilité* DCG 9
- R. Maéso, *Comptabilité approfondie* DCG 10
- F. Cazenave, *Anglais* DCG 12

### DSCG

- H. Jahier, V. Roy, *Gestion juridique, fiscale et sociale* DSCG 1
- P. Barneto, G. Grégorio, *Finance* DSCG 2
- S. Sépari, G. Solle, L. Le Cœur, *Management et contrôle de gestion*
- R. Obert, *Fusion-Consolidation*, DSCG 4

# DCG 6

# Finance d'entreprise

## L'essentiel en fiches

**4<sup>e</sup> édition**

Jacqueline **DELAHAYE**

Agrégée de techniques économiques de gestion

Florence **DUPRAT**

Agrégée d'économie et gestion

Ancienne élève de l'ENS Cachan

Diplômée de l'expertise comptable

Enseignante à l'IUT de Nantes



EDITIONS  
FRANCIS LEFEBVRE

DUNOD

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, Paris, 2015  
5 rue Laromiguière 75005 Paris  
www.dunod.com  
ISBN : 978-2-10-072446-8

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2<sup>o</sup> et 3<sup>o</sup> a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# Table des matières

<b>Fiche 1.</b>	La valeur et le temps	1
<b>Fiche 2.</b>	La valeur et le risque	8
<b>Fiche 3.</b>	Les marchés financiers	14
<b>Fiche 4.</b>	L'analyse de l'activité : les soldes intermédiaires de gestion (SIG)	22
<b>Fiche 5.</b>	L'analyse de l'activité : la capacité d'autofinancement – Le risque d'exploitation	30
<b>Fiche 6.</b>	L'analyse fonctionnelle du bilan	38
<b>Fiche 7.</b>	L'analyse par les ratios	47
<b>Fiche 8.</b>	L'analyse de la rentabilité	56
<b>Fiche 9.</b>	Le tableau de financement	62
<b>Fiche 10.</b>	L'analyse de la trésorerie d'exploitation	71
<b>Fiche 11.</b>	Les tableaux de flux de trésorerie	77
<b>Fiche 12.</b>	La gestion du besoin en fonds de roulement	85
<b>Fiche 13.</b>	Caractéristiques des projets d'investissement – Taux d'actualisation	93
<b>Fiche 14.</b>	Les projets d'investissement : critères de sélection	100
<b>Fiche 15.</b>	Le financement par fonds propres	106
<b>Fiche 16.</b>	Le financement par emprunt et par crédit-bail	113
<b>Fiche 17.</b>	Le choix de financements	121
<b>Fiche 18.</b>	Le plan de financement	129
<b>Fiche 19.</b>	La gestion de la trésorerie	137
<b>Fiche 20.</b>	La gestion du risque de change	145



# La valeur et le temps

1

- 1 Intérêts simples et intérêts composés
- 2 Capitalisation et actualisation
- 3 Évaluation d'une dette à taux fixe
- 4 Taux de rendement actuariel (TRA)

## PRINCIPES CLÉS

- Le temps, c'est de l'argent ! Un principe de base de la finance est qu'un euro aujourd'hui vaut plus qu'un euro demain. En effet, cet euro peut être placé et générer des intérêts qui rémunèrent la renonciation à une consommation immédiate. Si cet euro peut être placé au taux d'intérêt annuel de 4 %, un euro aujourd'hui sera équivalent à 1,04 € dans un an.
- Parce qu'un euro aujourd'hui vaut plus qu'un euro demain, il n'est pas possible de comparer deux sommes versées à deux dates différentes. Leur comparaison est rendue possible par un calcul de capitalisation ou un calcul d'actualisation.
- Les taux proposés par les banques et les taux utilisés pour les calculs d'actualisation sont le plus souvent des taux annuels. Il s'agit par ailleurs de taux nominaux. Le taux d'intérêt réel est le taux d'intérêt nominal corrigé de l'inflation.
- Lorsque la durée du placement (ou de l'emprunt) est inférieure ou égale à un an, on calcule en général des intérêts simples prorata temporis (c'est-à-dire proportionnellement au temps écoulé). Pour des durées supérieures à un an, les intérêts sont le plus souvent composés.

## 1 Intérêts simples et intérêts composés

### a. Intérêts simples

- Si on note  $C_0$  le montant du capital initial,  $t$  le taux d'intérêt nominal et  $n$  le nombre d'années de placement, le montant total des intérêts versés après  $n$  années se calcule de la façon suivante :

$$I = C_0 \times t \times n$$

- Le montant du capital final après  $n$  années est :  $C_n = C_0 + I$

**Exemple**

Soit un capital de 5 000 € placé pendant 3 ans au taux de 4 % par an.

Quel est le montant total des intérêts simples versés  $I$  ?

$$I = 5\,000 \times 0,04 \times 3 = 200 \times 3 = 600 \text{ €}$$

Quel est le montant du capital final  $C_3$  ?

$$C_3 = 5\,000 + 600 = 5\,600 \text{ €}$$

**Remarque**

Attention,  $t$  et  $n$  doivent être exprimés dans la même unité de temps. Si  $n$  est un nombre de mois, il faut alors calculer un taux d'intérêt proportionnel mensuel  $t_m = \frac{t}{12}$ .

En reprenant l'exemple ci-dessus et en retenant une période de placement de 9 mois, on aurait alors :

$$I = 5\,000 \times \frac{0,04}{12} \times 9 = 150 \text{ €}.$$

**b. Intérêts composés**

- Les intérêts sont rajoutés au capital à la fin de chaque période. Les intérêts de la période suivante sont calculés sur ce total. Les intérêts génèrent donc eux-mêmes des intérêts.
- Après  $n$  années, le montant du capital final  $C_n$  s'obtient de la façon suivante :

Années	Capital	Intérêts	Valeur acquise
1	$C_0$	$C_0 \times t$	$C_1 = C_0(1 + t)$
2	$C_0(1 + t)$	$C_0(1 + t)(1 + t)$	$C_2 = C_0(1 + t)^2$
.			
.			
$n$	$C_0(1 + t)^{n-1}$	$C_0(1 + t)^{n-1}(1 + t)$	$C_n = (1 + t)^n$

- Le montant total des intérêts versés s'obtient dans un second temps :  $I = C_n - C_0$

**Exemple**

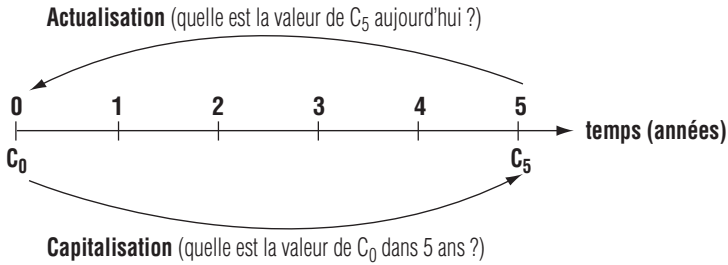
La valeur acquise par un capital de 5 000 € placé pendant 3 ans au taux de 4 % est de 5 624,32 € ( $C_3 = 5\,000 \times 1,04^3$ ), dont 624,32 € d'intérêts.



## 2 Capitalisation et actualisation

### a. Notions de capitalisation et d'actualisation

Un capital versé aujourd'hui vaudra plus dans  $n$  années car il peut être placé et rapporter des intérêts. À l'inverse, un capital versé dans  $n$  années est équivalent à un capital aujourd'hui de montant inférieur.



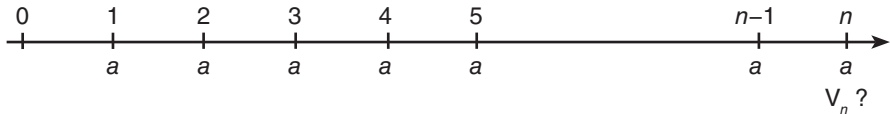
- Capitaliser consiste à calculer la valeur future d'une somme (ou d'une suite de sommes) pouvant être placée à un certain taux d'intérêt.
- Actualiser consiste à déterminer la valeur présente d'une somme (ou d'une suite de sommes) future. Un taux d'intérêt plus élevé ou une période de placement plus longue entraîne une diminution de la valeur actuelle d'un capital futur.

### b. Formules de capitalisation

- Pour un capital unique  $C_0$  placé au taux  $t$  pendant  $n$  périodes.

$$C_n = C_0 (1 + t)^n$$

- Pour une suite de  $n$  annuités constantes  $a$  versées en fin d'année :



$$V_n = a \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

#### Exemple

Soit un placement de 10 000 € en fin d'année au taux de 4 % chaque année pendant 5 ans. Calculez la valeur de ces versements au bout de 5 ans.

$$\Rightarrow C_5 = 10\,000 \times \frac{1,04^5 - 1}{0,04} = 54\,163,23 \text{ €}$$

### c. Formules d'actualisation

#### ■ Pour un capital unique $C_0$

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+t)^n}$$

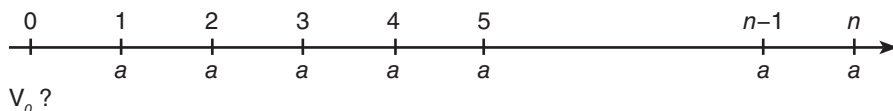
#### Exemple

Soit un capital de 3 000 € à percevoir dans 2 ans.

Quelle est sa valeur actuelle en retenant un taux de 4 % ?

$$\Rightarrow C_0 = \frac{3\,000}{1,04^2} = 2\,773,67 \text{ €}$$

#### ■ Pour une suite de $n$ annuités constantes $a$ versées en fin d'année



$$V_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

#### Exemple

Soit un placement de 10 000 € en fin d'année au taux de 4 % chaque année pendant 5 ans.

Calculez la valeur actuelle de ces versements.

$$\Rightarrow C_0 = 10\,000 \times \frac{1 - 1,04^{-5}}{0,04} = 44\,518,22 \text{ €}$$

### 3 Évolution d'une dette à taux fixe

- La valeur d'une dette à taux fixe est obtenue en actualisant au taux de l'emprunt les annuités ou mensualités restant à verser.
- Dans le cas d'un emprunt bancaire remboursé par annuités constantes, le montant de l'annuité constante est calculé à partir de la formule suivante :

$$a = E \times \frac{t}{1 - (1+t)^{-n}} \quad \text{avec } E \text{ le montant de l'emprunt bancaire.}$$

- En cours de remboursement, il est possible de calculer le montant du capital dû à la banque en appliquant la formule suivante :

$$E = a \times \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t} \quad \text{avec } n \text{ le nombre d'annuités restant à verser.}$$

**Exemple**

Considérons un emprunt bancaire d'un montant de 200 000 € remboursable par annuités constantes sur 20 ans à un taux de 4,5 %.

Le montant de l'annuité constante est de 15 375,23 € :

$$a = 200\,000 \times \frac{0,045}{1 - 1,045^{-20}}$$

Le montant du capital restant à rembourser après 5 ans est de 165 122,99 € :

$$E = 15\,375,23 \times \frac{1 - 1,045^{-15}}{0,045}$$

**4 Taux de rendement actuariel (TRA)****a. Définition**

Le taux de rendement actuariel est le taux réel d'une opération. Il tient compte de tous les frais annexes aux intérêts.

En général, le taux actuariel est supérieur au taux nominal pour un emprunt.

**b. Calcul**

C'est le taux  $t$  pour lequel il y a équivalence entre le montant net décaissé au départ et la valeur actuelle des encaissements reçus dans le cas d'un placement.

C'est le taux qui égalise le montant net reçu au départ et la valeur actuelle des décaissements dans le cas d'un emprunt.

**Exemple**

Soit un emprunt remboursé in fine dans 3 ans d'un montant de 25 000 €. Le taux d'intérêt nominal est de 4 % et les frais d'assurance annuels s'élèvent à 0,5 % du capital emprunté. Les frais de dossier, payés au moment du versement du montant emprunté, s'élèvent à 450 €.

*Quel est le TRA de cet emprunt ?*

⇒ Somme reçue à la date 0 : 25 000 – 450 = 24 550 €

Sommes décaissées :

• fin des années 1 et 2 :  $25\,000 \times 0,045 = 1\,125$  €

• fin de la 3<sup>e</sup> année :  $1\,125 + 25\,000 = 26\,125$  €

On cherche le taux actuariel qui égalise la somme reçue et les décaissements :

$$24\,550 = + \frac{1\,125}{(1+t)^2} + \frac{26\,125}{(1+t)^3}$$

d'où  $t = 5,16\%$  ( $> 4\%$  car on a tenu compte des frais de dossier et des frais d'assurance).

En pratique, ce taux est appelé TEG (taux effectif global).

## Applications

- 1** La SA First souhaite placer ses excédents de trésorerie sur un livret d'épargne dont les caractéristiques sont les suivantes :
- taux d'intérêt annuel : 4 % ;
  - versement des intérêts le 31/12 (capitalisation annuelle des intérêts).
1. Calculez la valeur acquise de l'excédent de trésorerie si la SA place 12 000 € pendant 5 ans.
  2. À quel taux d'intérêt la SA devrait-elle placer ces 12 000 € pour obtenir un capital après 5 ans de 16 000 € ?
  3. Quel capital la SA devrait-elle placer aujourd'hui à 4 % pour obtenir un capital de 16 000 € dans 5 ans ?
  4. Calculez la valeur acquise des excédents de trésorerie si la SA place 2 400 € en fin d'année pendant 5 ans.
  5. La société aura besoin de 15 000 € dans 3 ans pour financer un projet d'investissement. Quelle somme doit-elle placer à la fin de chaque année en considérant un taux de 4 % par an ?

### Corrigé

#### 1. Valeur acquise

$$C_{12} = 12\,000 \times 1,04^5 = 14\,599,83 \text{ €}$$

#### 2. Taux d'intérêt

$$\text{On cherche } t \text{ tel que : } 12\,000 \times (1 + t)^5 = 16\,000$$

$$1 + t = (16\,000/12\,000)^{1/5}$$

$$t = 1,05922 - 1, \text{ soit } t \approx 5,92 \%$$

#### 3. Capital à placer

$$C_0 = \frac{16\,000}{1,04^5} = 13\,150,83 \text{ €}$$

#### 4. Valeur acquise

$$V_5 = 2\,400 \times \frac{1,04^5 - 1}{0,04}$$

$$V_5 = 2\,400 \times 5,41632$$

$$V_5 = 12\,999,17 \text{ €}$$

#### 5. Montant de l'annuité constante

$$V_n = a = \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$\Leftrightarrow a = V_n \times \frac{t}{(1 + t)^n - 1} = 15\,000 \times \frac{0,04}{1,04^3 - 1} = 4\,805,23 \text{ €}$$

**2** La SA First souhaite par ailleurs souscrire un emprunt in fine d'un montant de 30 000 € sur 4 ans :

- la banque A propose un taux de 3,5 %, une assurance annuelle égale à 0,6 % du capital dû, des frais de dossier de 400 € et des frais de garantie de 1 500 € (frais réglés lors du versement du capital emprunté) ;
- la banque B propose un taux de 3,75 %, une assurance annuelle égale à 0,4 % du capital dû, des frais de dossier de 150 € et des frais de garantie de 1 200 € (frais réglés lors du versement du capital emprunté).

**Calculez le taux de rendement actuariel dans les deux cas et concluez.**

## Corrigé

### **Taux de rendement actuariel $t$ pour la banque A**

Somme nette reçue = 30 000 – 400 – 1 500 = 28 100 €

Sommes versées en contrepartie :

- Années 1 à 3 :  $30\,000 \times (3,5\% + 0,6\%) = 30\,000 \times 0,041 = 1\,230$  €
- Année 4 :  $1\,230 + 30\,000 = 31\,230$  €

On cherche  $t$  tel que :  $28\,100 = \frac{1\,230}{1+t} + \frac{1\,230}{(1+t)^2} + \frac{1\,230}{(1+t)^3} + \frac{31\,230}{(1+t)^4}$

Soit  $t \approx 5,92\%$

### **Taux de rendement actuariel $t$ pour la banque B**

Somme nette reçue = 30 000 – 150 – 1 200 = 28 650 €

Sommes versées en contrepartie :

- Années 1 à 3 :  $30\,000 \times (3,75\% + 0,4\%) = 30\,000 \times 0,0415 = 1\,245$  €
- Année 4 :  $1\,245 + 30\,000 = 31\,245$  €

On cherche  $t$  tel que :  $28\,650 = \frac{1\,245}{1+t} + \frac{1\,245}{(1+t)^2} + \frac{1\,245}{(1+t)^3} + \frac{31\,245}{(1+t)^4}$

Soit  $t \approx 5,43\%$

### **Conclusion**

L'offre de la banque B est plus intéressante car  $5,43\% < 5,92\%$ .

# 2

## La valeur et le risque

- |   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| 1 | Mesure de la rentabilité d'une action      | 4 | Risque diversifiable et non diversifiable                              |
| 2 | Mesure du risque d'une action              | 5 | Estimation du taux de rentabilité exigé avec un modèle à deux facteurs |
| 3 | Réduction du risque par la diversification |   |  |

### PRINCIPES CLÉS

- Tous les actifs financiers ne présentent pas le même degré de risque. Les **actifs sans risque** (obligations d'État à taux fixe par exemple) se caractérisent par une rentabilité certaine. Les **actifs risqués** (actions par exemple) sont caractérisés par une rentabilité aléatoire.
- D'une manière générale, plus le risque est élevé, plus le taux de rentabilité exigé par les investisseurs est élevé. Cette relation entre risque et rentabilité explique pourquoi les actions des petites entreprises ont une rentabilité plus élevée que celle des actions des grandes entreprises, et pourquoi ces dernières ont une rentabilité supérieure à celle des obligations d'État.

### 1 Mesure de la rentabilité d'une action

#### a. Rentabilité passée d'une action

La rentabilité d'une action sur une période dépend du montant des dividendes versés chaque année et de la plus-value (parfois moins-value) réalisée au moment de la cession de l'action. Considérons une action dont le cours est  $C_0$  à la date 0 et  $C_1$  à la date 1, et désignons par  $D$  le dividende versé entre la date 0 et la date 1. La rentabilité  $R$  de l'action entre ces deux dates est donnée par la relation suivante :

$$R = \frac{C_1 - C_0 + D}{C_0}$$

La rentabilité moyenne d'une action ( $\bar{R}$ ) sur plusieurs périodes se calcule de la façon suivante :

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} \quad \text{avec } n \text{ le nombre de périodes retenues pour le calcul.}$$

## b. Rentabilité espérée d'une action

- Afin d'estimer la rentabilité d'une action dans le futur, il convient de faire des hypothèses sur les cours et les dividendes futurs. On parle alors de rentabilité espérée (ou attendue). La rentabilité effective de l'action ne sera connue qu'a posteriori et pourra donc être supérieure ou inférieure à la rentabilité espérée.
- Les cours et dividendes futurs d'une action sont appréciés en fonction des perspectives économiques et des informations relatives à la stratégie suivie par la société. Tout changement de ces facteurs entraîne une modification de la rentabilité espérée (ou attendue).

## c. Prime de risque

- On appelle **prime de risque** le supplément de rentabilité exigé d'un investissement risqué par rapport à la rentabilité d'un actif sans risque.
- Le risque se décompose en risque spécifique (ou risque diversifiable) et en risque de marché (ou risque non diversifiable).
- Le modèle d'évaluation à deux facteurs permet de calculer la rentabilité espérée d'une action en fonction de son risque.

## 2 Mesure du risque d'une action

### a. Principe

- Le risque est mesuré par l'**écart type** ou par la **variance** de la rentabilité. Ces deux mesures reflètent la dispersion de la rentabilité d'un titre autour de sa valeur moyenne.
- Plus l'écart type (ou la variance) est élevé, plus le titre est risqué.
- L'écart type (ou la variance) de la rentabilité d'un actif sans risque est nul.

### b. Variance et écart type de la rentabilité d'une action

- Si l'on note  $\text{VAR}(R)$  la variance de la rentabilité d'une action et  $\sigma(R)$  l'écart type de la rentabilité de cette action, on a sur  $n$  périodes retenues pour le calcul :

$$\text{VAR}(R) = \frac{\sum_{i=1}^n R_i^2}{n} - \bar{R}^2 \text{ et } \sigma(R) = \sqrt{\text{VAR}(R)}$$

### 3 Réduction du risque par la diversification

#### a. Principe de la diversification d'un portefeuille

- Il existe une relation positive entre rentabilité espérée et risque, ce qui signifie qu'un investisseur recherchant une rentabilité élevée devra accepter une prise de risque plus importante.
- Il est possible de réduire partiellement le risque en ayant recours à la diversification. Cette dernière consiste à combiner dans un portefeuille des titres de différents secteurs d'activité de façon à limiter l'écart type de la rentabilité du portefeuille.

#### b. Rentabilité et risque d'un portefeuille composé de deux actions

- Dans le cas d'un portefeuille composé de deux actions, la rentabilité espérée du portefeuille  $E(R_p)$  est égale à la moyenne pondérée des rentabilités espérées des deux actions ( $p_1$  et  $p_2$  sont les proportions respectives des deux titres) :

$$E(R_p) = p_1 E(R_1) + p_2 E(R_2)$$

- Lorsque les rentabilités des titres varient de façon indépendante, la variance de la rentabilité du portefeuille  $VAR(R_p)$  se calcule de la façon suivante :

$$VAR(R_p) = p_1^2 VAR(R_1) + p_2^2 VAR(R_2)$$

- L'écart type de la rentabilité du portefeuille  $\sigma(R_p)$  est obtenu à partir de  $VAR(R_p)$  en appliquant la formule suivante :

$$\sigma(R_p) = \sqrt{VAR(R_p)}$$

#### Remarque

Lorsque les rentabilités des titres ne sont pas indépendantes, on a :

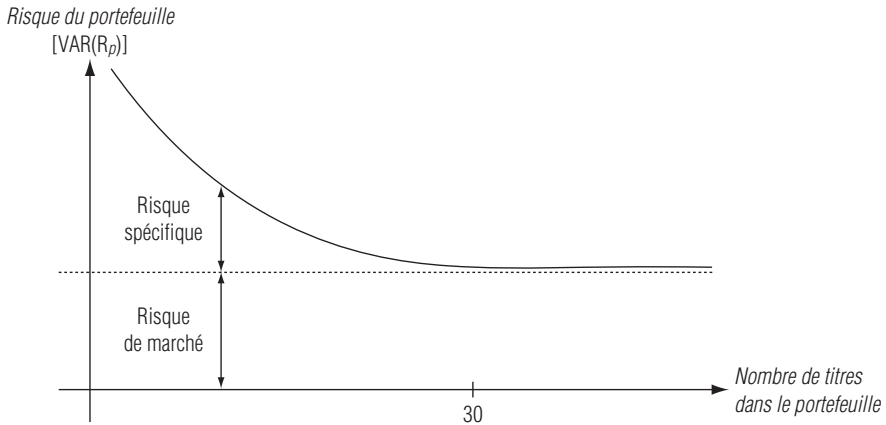
$$VAR(R_p) = p_1^2 VAR(R_1) + p_2^2 VAR(R_2) + 2p_1 p_2 COV(R_1, R_2)$$

### 4 Risque diversifiable et non diversifiable

Le risque se décompose en deux éléments : le risque de marché (ou risque non diversifiable) et le risque spécifique (ou risque diversifiable).

Nature du risque	Facteurs	Diversification
<b>Risque de marché</b>	Facteurs de type macroéconomique : taux d'inflation, taux de croissance économique, taux d'intérêt...	Il ne peut être éliminé par diversification du portefeuille
<b>Risque spécifique</b>	Facteurs propres à la société : qualité de la gestion ou de la recherche, risques industriels, risque d'OPA, risque de grèves...	Il peut être éliminé en diversifiant le portefeuille. Il faut au moins une trentaine de titres appartenant à des secteurs d'activité différents pour le réduire significativement (voir graphique ci-dessous).





## 5 Estimation du taux de rentabilité exigé avec un modèle à deux facteurs

- Le taux de rentabilité exigé par les actionnaires peut être évalué via un modèle à deux facteurs. Ce modèle repose sur l'hypothèse que les rendements des titres sont sensibles à deux facteurs (exemple : cours du pétrole brut, inflation, PIB...). Chaque facteur représente un risque qui ne peut pas être éliminé par la diversification.
- Le **risque de marché est mesuré par le bêta ( $\beta$ )**. Ce coefficient mesure le risque d'une action par rapport à un facteur de risque, c'est-à-dire la sensibilité de la rentabilité de cette action aux fluctuations d'un facteur de risque. Si, pour le risque d'inflation, une société a un  $\beta$  égal à 2, cela signifie que lorsque l'inflation augmente de 1 %, la rentabilité espérée de l'action augmente de 2 %. Plus le bêta par rapport à un facteur de risque donné est élevé, plus le risque supporté par l'action est important. Dans certains cas, le bêta peut être négatif.
- Dans un modèle à deux facteurs, la rentabilité espérée d'une action est exprimée de la façon suivante :

$$E(R) = R_F + \underbrace{\beta_1 [E(R_1) - R_F]}_{\text{Prime de risque relative au facteur 1}} + \underbrace{\beta_2 [E(R_2) - R_F]}_{\text{Prime de risque relative au facteur 2}}$$

avec

$R_F$ , le taux sans risque

$\beta_i$ , le bêta de l'action par rapport au facteur  $i$

$E(R_i)$ , la rentabilité espérée d'un portefeuille qui aurait un bêta de 1 par rapport au facteur  $i$  et un bêta de 0 par rapport au deuxième facteur.

### Exemple

Supposons que la rentabilité espérée d'une action puisse être obtenue grâce à un modèle à deux facteurs, le premier étant l'augmentation de la production industrielle (PI) et le deuxième étant l'inflation (I).

On a  $E(R) = 0,0425 + 0,08\beta_{PI} - 0,006\beta_I$ .

Si  $\beta_{PI} = 1,25$  et si  $\beta_I = 2$ , la rentabilité espérée de l'action est :

$E(R) = 0,0425 + 0,08 \times 1,25 - 0,006 \times 2 = 13,05 \%$ .

## Application

La SAS Deuz envisage d'investir une partie de ses liquidités en actions et/ou obligations afin d'obtenir une rentabilité intéressante tout en limitant le risque pris. La SAS s'intéresse en particulier à l'action Bada et a récolté les informations ci-dessous (en euros) :

Année	1	2	3	4	5
Cours de Bada en fin d'année	90	107	115	117	100
Dividendes versés	3	3,5	4,5	4,5	4

Le cours de l'action Bada au début de l'année 1 était de 80 €.

Par ailleurs, la SAS Deuz souhaite acheter des obligations d'État offrant un taux fixe annuel de 4 %.

1. Calculer la rentabilité annuelle moyenne et l'écart type de la rentabilité de l'action Bada sur les cinq dernières années.
2. Calculer la rentabilité espérée du portefeuille et l'écart type de la rentabilité espérée si la SAS Deuz constitue un portefeuille avec 40 % d'obligations d'État et 60 % d'actions Bada.
3. Commenter.

### Corrigé

#### 1. Rentabilité moyenne et écart type de l'action Bada

• Sur un an, on sait que  $R = \frac{C_1 - C_0 + D}{C_0}$ .

On a donc :

Année	1	2	3	4	5
Taux de rentabilité	$\frac{90 - 80 + 3}{80} = 16,25 \%$	22,78 %	11,68 %	5,65 %	- 11,11 %

Rentabilité annuelle moyenne =  $\frac{16,25 \% + 22,78 \% + 11,68 \% + 5,65 \% - 11,11 \%}{5}$

Rentabilité annuelle moyenne = 9,05 % =  $\bar{R}$

$$\bullet \text{VAR}(R) = \frac{\sum_{i=1}^n R_i^2}{5} - \bar{R}^2$$

$$\text{donc } \text{VAR}(R) = \frac{0,1625^2 + 0,2278^2 + 0,1168^2 + 0,0565^2 + (-0,1111)^2 - 0,0905^2}{5} = 0,0905^2$$

$$\text{VAR}(R) = 0,013305$$

$$\text{et } \sigma(R_B) = \sqrt{\text{VAR}(R)}$$

$$= \sqrt{0,013305}$$

$$\sigma(R_B) = 0,1153 = \mathbf{11,53 \%}$$

## 2. Rentabilité espérée du portefeuille et écart type

•  $E(R_p) = p_1 E(R_1) + p_2 E(R_2)$  avec  $p_1$  et  $p_2$  la proportion des deux titres

donc  $E(R_p) = 0,40 \times 0,04 + 0,60 \times 0,0905$

$$E(R_p) = 0,0703 = \mathbf{7,03 \%}$$

•  $\text{VAR}(R_p) = p_1^2 \text{VAR}(R_1) + p_2^2 \text{VAR}(R_2)$

(On suppose que les rentabilités des deux titres sont indépendantes).

La variance des obligations d'État est nulle car il s'agit d'un titre non risqué.

On a donc :

$$\text{VAR}(R_p) = p_2^2 \text{VAR}(R_2)$$

et  $\sigma(R_p) = p_2 \times \sigma(R_2)$

$$\sigma(R_p) = 0,60 \times 0,1153$$

$$\sigma(R_p) = 0,0692 = \mathbf{6,92 \%}$$

## 3. Commentaire

On peut établir le tableau récapitulatif suivant :

Portefeuille	$E(R_p)$	$\sigma(R_p)$
100 % d'actions Bada	9,05 %	11,53 %
60 % d'actions Bada et 40 % d'obligations d'État	7,03 %	6,92 %

La constitution du portefeuille permet de réduire fortement le risque (écart type de 6,92 % au lieu de 11,53 %) même si elle entraîne en parallèle une baisse de la rentabilité espérée (7,03 % contre 9,05 %).