

Faculté des Sciences

Formulaire : Différentiation et intégration numérique Méthode des différences finies

Cours : Analyse numérique

Professeur : Rachid Sehaqui

I – Approximation de la dérivée première $f'(x)$

Ordre de précision $O(h)$

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ avancée ou à droite}$$

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \text{ retardée ou à gauche}$$

Ordre de précision deux $O(h^2)$

$$f'(x) = \frac{-3f(x) + 4f(x+h) - f(x+2h)}{2h} \text{ avancée ou à droite}$$

$$f'(x) = \frac{3f(x) - 4f(x-h) + f(x-2h)}{2h} \text{ retardée ou à gauche}$$

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \text{ centrée}$$

Ordre de précision quatre $O(h^4)$

$$f'(x) = \frac{f(x-2h) - 8f(x-h) + 8f(x+h) - f(x+2h)}{12h} \text{ centrée}$$

II – Approximation de la dérivée seconde $f''(x)$

Ordre de précision $O(h)$

$$f''(x) = \frac{f(x) - 2f(x+h) + f(x+2h)}{h^2} \text{ avancée ou à droite}$$

$$f''(x) = \frac{f(x) - 2f(x-h) + f(x-2h)}{h^2} \text{ retardée ou à gauche}$$

Ordre de précision deux $O(h^2)$

$$f''(x) = \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2}$$

$$f''(x) = \frac{2f(x) - 5f(x+h) + 4f(x+2h) - f(x+3h)}{h^2} \text{ avancée ou à droite}$$

$$f''(x) = \frac{2f(x) - 5f(x-h) + 4f(x-2h) - f(x-3h)}{h^2} \text{ retardée ou à gauche}$$

Ordre de précision quatre $O(h^4)$

$$f''(x) = \frac{-f(x-2h) + 16f(x-h) - 30f(x) + 16f(x+h) - f(x+2h)}{12h^2}$$

III – Approximation de la dérivée troisième $f'''(x)$

Ordre de précision $O(h)$

$$f'''(x) = \frac{-f(x) + 3f(x+h) - 3f(x+2h) + f(x+3h)}{h^3} \text{ avancée ou à droite}$$

$$f'''(x) = \frac{f(x) - 3f(x-h) + 3f(x-2h) - f(x-3h)}{h^3} \text{ retardée ou à gauche}$$

Ordre de précision deux $O(h^2)$

$$f'''(x) = \frac{-5f(x) + 18f(x+h) - 24f(x+2h) + 14f(x+3h) - 3f(x+4h)}{2h^3}$$

$$f'''(x) = \frac{5f(x) - 18f(x-h) + 24f(x-2h) - 14f(x-3h) + 3f(x-4h)}{2h^3}$$

Ordre de précision quatre $O(h^4)$

$$f'''(x) = \frac{f(x-3h) - 8f(x-2h) + 13f(x-h) - 13f(x+h) + 8f(x+2h) - f(x+3h)}{8h^3}$$

IV – Approximation de la dérivée quatrième f^{IV}

Ordre de précision $O(h)$

$$f^{IV}(x) = \frac{f(x) - 4f(x+h) + 6f(x+2h) - 4f(x+3h) + f(x+4h)}{h^4} \text{ avancée ou à droite}$$

$$f^{IV}(x) = \frac{f(x) - 4f(x-h) + 6f(x-2h) - 4f(x-3h) + f(x-4h)}{h^4} \text{ retardée ou à gauche}$$

Ordre de précision deux $O(h^2)$

$$f^{IV}(x) = \frac{3f(x) - 14f(x+h) + 26f(x+2h) - 24f(x+3h) + 11f(x+4h) - 2f(x+5h)}{h^4}$$

$$f^{IV}(x) = \frac{3f(x) - 14f(x-h) + 26f(x-2h) - 24f(x-3h) + 11f(x-4h) - 2f(x-5h)}{h^4}$$

$$f^{IV}(x) = \frac{f(x-2h) - 4f(x-h) + 6f(x) - 4f(x+h) + 2f(x+2h)}{h^4}$$

Ordre de précision quatre $O(h^4)$

$$f^{IV} = \frac{-f(x-3h) + 12f(x-2h) - 39f(x-h) + 56f(x) - 39f(x+h) + 12f(x+2h) - f(x+3h)}{6h^4}$$