

UNIVERSITE D'ANTANANARIVO

FACULTE DES SCIENCES

FORMATION DOCTORALE EN PHYSIQUE





MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'ETUDES APPROFONDIES EN PHYSIQUE

Option :ENERGETIQUE

ETUDE DE DISTRIBUTION DE TEMPERATURE DANS UNE SECTION DROITE D'UN ELEMENT COMBUSTIBLE HOMOGENE SOUS FORME D'UN CYLINDRE CREUX

Présenté par : RAZAFINDRAMARO Hery Nambinina

Devant la commission d'examen composée de :

Président:	Mr RAKOTOMALALA Minoson
Rapporteur:	Mme RAZANAMALALA Louise Aimée
Examinateurs:	Mme RAFANJANIRINA Eulalie
	Mr RASAMIMANANA François de Salle

Professeur Titulaire Maître de Conférences Maître de Conférences Maître de Conférences



16 MAI 2015

UNIVERSITE D'ANTANANARIVO



FACULTE DES SCIENCES

FORMATION DOCTORALE EN PHYSIQUE



A CONTRACTOR OF A PARTY OF A PART

Laboratoire I M E

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'ETUDES APPROFONDIES EN PHYSIQUE

Option :ENERGETIQUE

ETUDE DE DISTRIBUTION DE TEMPERATURE DANS UNE SECTION DROITE D'UN ELEMENT COMBUSTIBLE HOMOGENE SOUS FORME D'UN CYLINDRE CREUX

Présenté par :

RAZAFINDRAMARO Hery Nambinina



Devant la commission d'examen composée de :

Président:	Mr RAKOTOMALALA Minoson	Prof
Rapporteur:	Mme RAZANAMALALA Louise Aimée	Maît
Examinateurs:	Mme RAFANJANIRINA Eulalie	Maît
	Mr RASAMIMANANA François de Salle	Maît



Professeur Titulaire Maître de Conférences Maître de Conférences Maître de Conférences

16 MAI 2015

REMERCIEMENTS

Je voudrais exprimer mes profondes gratitudes et reconnaissances à toutes les personnes qui ont collaboré, de près ou de loin, pour l'aboutissement de ce mémoire de fin d'étude. Je tiens à remercier particulièrement :

-Monsieur **RAHERIMANDIMBY Marson**, Professeur Titulaire et Doyen de la Faculté des Sciences de l'Université d'Antananarivo et Monsieur **RAKOTONDRAMANANA Hery Tiana**, Maître de conférence et Chef de Département de Physique à l'Université d'Antananarivo de m'avoir permis de suivre une formation Doctorale en Physique et d'avoir autorisé la soutenance de ce mémoire, soyez assuré de ma reconnaissance infinie.

- Monsieur **RAKOTOMALALA Minoson**, Professeur Titulaire à l'Université d'Antananarivo, C'est un grand honneur pour moi d'avoir votre acceptation à présider ce mémoire malgré vos multiples occupations.

-Madame **RAZANAMALALA Louise Aimée**, Maitre de Conférences à la Faculté des Sciences de l'Université d'Antananarivo de m'avoir proposé ce sujet et soutenu et dirigé tout au long de ma recherche.

-Mr **RASAMAMANANA François de Salle,** Maitre de Conférences à l'Université d'Antananarivo qui m'a enseigné et prodigué ses connaissances et savoir durant les années d'étude universitaire et d'avoir accepté à examiner ce travail.

- Madame **RAFANJANIRINA Eulalie**, Maitre de Conférences à l'Université d'Antananarivo de m'avoir donné conseils pour la rédaction de ce mémoire et de siéger comme étant membre du jury.

Enfin, j'exprime ma profonde gratitude à mes parents, à toute ma famille et à tous mes amis qui m'ont toujours donné réconfort durant ces longues années d'étude.

Sommaire

REMERCIEMENTS0
Liste des abréviations II
Liste des figuresIV
Liste des tableaux V
Introduction1
Chapitre I: GENERALITES SUR LES TRANSFERTS DE CHALEUR
1.1 Conduction thermique
1.2 Convection
Chapitre II : DESCRIPTION DU SYSTEME
2.1 Système à étudier
2.2 Bilan thermique
2 .3 ANALOGIE ELECTRIQUE 19
Chapitre III : MODELISATION DU SYSTEME
3.1 Transfert de chaleur dans une conduite cylindrique en régime stationnaire
3.2 Transfert de chaleur d'une conduite cylindrique recouverte d'un manchon isolant : 22
3.3 Transfert de chaleur dans un tube cylindrique
3.4 Résultats de simulation
Conclusion
Référence bibliographie
Annexes

SYMBOLE	NOMENCLATURE			
\vec{g}	: Accélération du fluide			
C_p	: Chaleur spécifique à pression constante			
h	: Coefficient d'échange par convection,			
β	: Coefficient de dilatation thermique à pression constante			
h_{c}	: Coefficient de transfert de chaleur par convection			
h _{ef 2}	: Coefficient de transmission de chaleur de l'enveloppe extérieur			
$h_{e\!f1}$: Coefficient de transmission de chaleur de l'enveloppe intérieur			
\overline{h}	: Coefficient d'échange moyenne			
λ_{en}	: Conductivité de l'enveloppe			
$\lambda_{_m}$: Conductivité de manchon			
λ	: Conductivité thermique			
$\lambda_{_f}$: Conductivité thermique du fluide			
δ	: Couche limite hydrodynamique			
arphi	: Densité de flux			
$q_{_{v}}$: Densité volumique de l'émission thermique			
d_2	: Diamètre extérieur du cylindre			
d_1	: Diamètre intérieur du cylindre			
q_1	: Densité de flux thermique à l'intérieur du combustible			
q_2	: Densité de flux thermique à l'extérieur du combustible			
$\pmb{\varphi}_{c1}$: Flux de chaleur			
ϕ	: Flux moyen locale échangé			
i	: Intensité du courant			
l	: Longueur du tube			
ρ Μ	: Masse volumique du fluide : Mètre			
G	: Nombre de Grashof			
N_{u}	: Nombre de Nuselt			
P_r	: Nombre de Prandlt			
R_{e}	: Nombre de Reynold			

Liste des abréviations

r_0	: Rayon à la section où la température est maximale
r_2	: Rayon extérieur
R_e	: Rayon extérieur du tube
<i>r</i> ₁	: Rayon intérieur
R_i	: Rayon intérieur du tube
R_{th}	: Resistance de Thevenin
R _e P	: Resistance électrique : Puissance
S	: Section du tube
A_{s}	: Surface du milieu
$T_{ m inf}$: Température à la surface du fluide
Т	: Température au point considéré
T_2	: Température à la surface extérieure du combustible
T_1	: Température à la surface intérieure du combustible
T_e	: Température extérieure du tube
T_i	: Température intérieur de tube
T_{f2}	: Température massique moyenne dans le canal extérieur
T_{f1}	: Température massique moyenne dans le canal intérieur
$T_{\rm max}$: Température maximal
T_{f2}	: Températures du fluide à l'extérieur
T_{f1}	: Températures du fluide à l'intérieur
ΔT	: Variation de Température
μ	: Viscosité dynamique du fluide
$U_{ m inf}$ W	: Vitesse du fluide : Watt

Liste des figures

Figure 1 : Description schématique du phénomène de diffusion en 2D	5
Figure 2 : Tube de flux thermique	5
Figure 3 : Variation de la conductivité thermique des métaux en fonction de température.	7
Figure 4 : Un barreau cylindrique est chauffé à une de ses extrémités	8
Figure 5 : Température au niveau des thermocouples 1 et 2 en fonction du temps	8
Figure 6 : Ecoulement de fluide par convection	9
Figure 7 : Couche limite hydrodynamique	10
Figure 8 : Développement de la couche limite thermique sur une surface	11
Figure 9 : Transition de régime de mouvement de fluide	12
Figure 10 : Fluide en contact avec une paroi plane horizontale	14
Figure 11: Représentation du système à étudier	16
Figure 12: Transfert thermique dans le système	18
Figure 13 : Analogie électrique et thermique	20
Figure 14 vue de dessue	23
Figure 15: algorithme de résolution	31
Figure 16 : Distribution de température à l'intérieur du cylindre combustible diamètre	
extérieur = 26mm	33
Figure 17: Variation de température à l'intérieur du cylindre combustible de diamètre	
extérieur d= 50mm	33
Figure 18: Distribution de température avec différente conductivité thermique	36

Liste des tableaux

Tableau 1: Conductivité de différents matériaux à température ambiante	6
Tableau 2: Valeur de ce coefficient est changée selon le type de régime	. 10
Tableau 3: Caractéristique d'un uranium (combustible)	. 32
Tableau 4: Tableau indiquant les valeurs critiques de la courbe de température en fonction	de
la dimension du combustible	. 34
Tableau 5: valeur de la température maximale selon le type de combustible	36

Introduction

Les problèmes des transferts de chaleur sont abondants, et on peut essayer de les classifier selon les objectifs visés. Parmi ceux-ci figurent principalement, l'augmentation de l'énergie transmise ou absorbée par une surface, l'obtention du meilleur rendement d'une source de chaleur, la réduction ou l'augmentation du passage d'un débit de chaleur d'un milieu à un autre. Un intérêt fort se manifeste sur ce sujet. En effet, la chaleur est la forme d'énergie qui prend une place importante dans les processus industriels.

Dans les installations industrielles, il est souvent nécessaire d'apporter une quantité de chaleur importante dans une partie du système. En outre, le potentiel qui provoque le transport et le transfert de l'énergie thermique est la température.

Dans le travail que nous présentons, nous avons cherché à connaître la distribution de la température dans la section droite d'un élément combustible homogène sous forme d'un cylindre creux en uranium. Les deux surfaces de l'élément sont couvertes d'une enveloppe adhérente en acier inoxydable d'émissivité nulle. L'élément est refroidi au gaz carbonique qui se déplace dans les canaux intérieur et extérieur. Nous limitons notre étude aux régimes permanents, c'est-à-dire à des systèmes qui n'accumulent ni énergie ni matière. Nous considérons dans le cadre de cette étude que la densité volumique de l'émission thermique dans l'uranium est uniforme suivant la section. Les principes fondamentaux de la thermodynamique sont supposés connus.

Le mémoire comporte trois chapitres.

Dans le premier chapitre, nous cherchons à acquérir l'ensemble des concepts qui nous permettrons ultérieurement d'approfondir nos connaissances. Il s'agit en fait d'un rappel de ce que nous avons vu en cours de thermique. Nous rappelons que le transfert de chaleur au sein d'une phase ou, plus généralement, entre deux phases, se fait de trois façons : par conduction, par convection, par rayonnement. Afin que nous puissions entrer dans le vif du sujet, nous commencerons par étudier deux modes de transferts de chaleur : le transfert par conduction d'une part, et d'autre part, le transfert par convection. L'émissivité de l'enveloppe étant nulle, il n'y a pas de transfert de chaleur par rayonnement.

Nous passons ensuite à la description du système dans le second chapitre. Au cours de cette deuxième étape, nous commencerons par consolider nos connaissances en étudiant la similitude de la loi de Fourier avec la loi d'Ohm. Cette similitude a permis de définir la notion de résistance thermique. Il importe en particulier que nous comprenions bien cette notion de résistance thermique car elle sera utilisée ultérieurement. La résistance thermique d'un élément exprime sa résistance au passage d'un flux thermique. L'approche simplifiée de l'analogie électrique présentée dans cette partie, présente l'intérêt de faire apparaître facilement l'expression de la résistance thermique en conduction.

Le chapitre trois prolonge donc le travail effectué dans le chapitre deux par la modélisation du système.

Une première approche consiste à étudier le transfert de chaleur dans une conduite cylindrique en régime permanent. Ensuite, pour aller plus loin, nous consolidons nos connaissances en étudiant le transfert de chaleur, également dans une conduite cylindrique mais cette fois, elle est recouverte d'un manchon isolant. En effet, nous cherchons à amplifier la résistance thermique pour diminuer le flux thermique. Avec ces bagages, nous pourrons calculer la distribution de la température suivant la section de l'élément à partir de l'équation de la chaleur en faisant trois hypothèses. D'abord, il y a un flux généré dans l'élément. Ensuite, il n'y a pas de dérivée par rapport au temps : le système est en régime permanent. Enfin la température n'est qu'une fonction du rayon, ce qui provient de la symétrie cylindrique. On peut ramener le problème à un problème à une dimension en coordonnées cylindriques. En outre, le tube se trouve plongé dans un fluide qui est du gaz carbonique, et il se produit alors un transfert de chaleur par convection entre la surface externe de l'enveloppe et le fluide dans les canaux intérieur et extérieur. Dans ce cas, nous sommes conduit à calculer

les coefficients de transmission de chaleur efficaces qui rendent compte de la résistance thermique des enveloppes.

La présentations des résultats obtenus achève ce travail

<u>Chapitre</u> I: GENERALITES SUR LES TRANSFERTS DE CHALEUR

1.1 Conduction thermique

Diffusion de la chaleur dans les structures solides :

Lorsque l'on chauffe un matériau solide, les atomes les plus proches de la source de chaleur se mettent à vibrer de façon intense et communiquent ces vibrations aux atomes voisins par le biais du réseau, que celui-ci soit cristallin ou amorphe. Ces vibrations ont pour conséquence la production de chaleur et sa diffusion dans le matériau. Cet état d'excitation est fonction de l'intensité de la source de chaleur. Le phénomène de propagation des ondes à l'échelle microscopique est observable sous la forme d'un phénomène de diffusion de chaleur à l'échelle macroscopique. Ce phénomène de diffusion de la chaleur est souvent appelé conduction de la chaleur et on verra plus loin que l'analogie électrique donne une légitimité évidente à cette terminologie. On associe à cette diffusion un flux de chaleur, qui représente la quantité d'énergie thermique transportée par unité de temps. Le flux de chaleur est donc comparable à une puissance et il s'exprime en Watts. Le phénomène dont nous venons de parler est représenté sur la figure 1 de manière schématique. Cette représentation simplifiée en deux dimensions met bien en évidence le lien entre le phénomène de diffusion à l'échelle macroscopique et le phénomène de vibration des atomes à l'échelle microscopique. On voit donc que la notion de conduction thermique est obligatoirement associée à l'existence d'un gradient de température. Cela veut donc dire que la chaleur ne diffuse entre deux points de l'espace, à l'intérieur du matériau, que si la température de ces deux points est différente. Et bien entendu, afin de respecter les principes fondamentaux de la thermodynamique et plus particulièrement le second relatif à l'entropie, la chaleur diffuse dans la direction de la température la plus haute vers la température la plus basse.



Figure 1 : Description schématique du phénomène de diffusion en 2D <u>Modélisation de la diffusion</u> :

Loi de Fourier

Le transfert de chaleur par diffusion a été pour la première fois abordée par J. Fourier, dans son livre Théorie analytique de la chaleur (Paris, 1822). Un flux de chaleur apparaît dans la direction des hautes températures vers les basses températures. Les lignes de flux sont définies comme les lignes perpendiculaires aux surfaces isothermes. Un tube de flux thermique est formé par un paquet de lignes de champ, comme le montre la figure 2.



Figure 2 : Tube de flux thermique

$$\vec{\phi} = \lambda S \ \frac{T1 - T2}{l} \vec{x}$$
(1.1)

Avec λ : est la conductivité thermique.

Lorsqu'un matériau laisse facilement diffuser la chaleur on dit qu'il est conducteur, c'est le cas notamment des métaux dont la conductivité thermique est élevée.

Matière	Valeur[W.m- 1.K-1]	Matière	Valeur[W.m- 1.K-1]
Air	0,025104	Glace (H2O) (solide)	2,092
Aluminium	225,94	Fer	71,965
Aluminium (liquide)	92,048	Plomb	34.309
Antimoine	18,41	Plomb (liquide)	16,318
Argon (gaz)	0,017991	Magnésium	150,62
Arsenic	4,184	Magnésium (liquide)	83,68
Béryllium	184,1	Mercure (liquide)	8,368
Bismuth	8.368	Molybdène	133,89
Bismuth (liquide)	10,878	Nickel	87,864
Bronze	117,15	Platine	69,036
Carbone, diamand	543.92	Plutonium	82.006
Carbone, graphite (type k)	167,36	Polyéthylène, haute densité	0,50208
Cuivre	397,48	Polystyrène mouse (d=0.038) (1 atm)	0,032844
Gallium	33,472	Silicium	125,52
Germanium (intrinsèque, p- type)	58,576	Titane	20,92
Germanium (n- type)	58,576	Tungstène	196,65
Verre	1,046	Eau (H2O) (liquide)	0,6025
Or	317,98	Zinc	111,71
Or (liquide)	167,36	Zinc (liquide)	59,413

Tableau 1: Conductivité de différents matériaux à température ambiante

La conductivité thermique des matériaux peut varier très significativement en fonction de la température comme on peut le voir sur les courbes indiquées dans de la figure 3:



<u>Figure 3</u> : Variation de la conductivité thermique des métaux en fonction de température

Une notion très importante en transfert thermique est celle de régimes permanent et transitoire. Imaginons un barreau cylindrique tel que celui représenté sur la figure 4. Supposons, que l'on dispose une source de chaleur à proximité d'une extrémité du barreau à un instant initial. La température du barreau proche de la source de chaleur va alors augmenter et la chaleur va diffuser de cette zone chaude vers la zone plus froide située à l'autre extrémité. Supposons d'autre part que nous ayons disposé deux thermocouples (voir encart plus loin) en deux points de l'axe du barreau afin de mesurer l'évolution de la température en ces points au cours du temps



Figure 4 : Un barreau cylindrique est chauffé à une de ses extrémités

L'acquisition de ces températures au cours d'une durée assez longue va conduire à la représentation de la figure 5. On remarque alors trois domaines temporels bien distincts. Sur le domaine 1, la température n'évolue pas et reste identique à la température initiale du barreau. Cela correspond au temps que met la chaleur pour diffuser de la source chaude jusqu'au thermocouple. Ce temps est plus important pour le thermocouple 2, qui est situé plus loin de la source de chaleur, que pour le thermocouple 1. On peut estimer les temps de retard $\tau 1$ et $\tau 2$ si on connaît la diffusivité thermique du matériau.



Figure 5 : Température au niveau des thermocouples 1 et 2 en fonction du temps

Le domaine temporel 2 correspond à une élévation de la température au cours du temps. Il définit donc le régime transitoire car les températures dépendent du temps. Enfin, on observe sur le domaine 3 une valeur constante de la température mesurée par les deux thermocouples. Cette valeur n'est pas la même étant donné que le thermocouple 2 est localisé

plus loin de la source de chaleur que le thermocouple 1 et donc que la température sera plus faible. Ce domaine correspond au régime permanent car les températures ne dépendent plus du temps mais seulement de l'espace. On doit absolument noter que la transition entre régime transitoire et régime permanent est la même pour tous les points du matériau.

1.2 Convection

Le terme « convection » est utilisé pour décrire le transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide en mouvement par rapport à cette surface. Il est à noter que le transport d'énergie par conduction a toujours lieu, néanmoins le mode dominant est celui dû aux mouvements de particules fluides.

Dans ce cas de transmission de chaleur, on distingue la convection forcée et la convection naturelle.

Modélisation :

Considérons l'écoulement présenté à la figure 6. Un fluide possédant une vitesse U_{inf} et une température T_{inf} passe sur la surface d'un milieu solide de forme arbitraire et de surface As. La surface du milieu est à une température uniforme T_s et les deux températures T_{inf} et T_s sont différentes. Cette différence provoque le transfert de la chaleur entre le solide et le fluide. Le flux moyen local échangé s'exprime sous la forme :

$$\phi = \bar{h}A_s(T_s - T_{inf}) \tag{1.2}$$

 \overline{h} : est le coefficient d'échange moyen



Figure 6 : Ecoulement de fluide par convection

La valeur de ce coefficient est changée selon le fluide :

Fluide	Convection naturelle	Convection forcée
Gaz	5-30	30-500
Eau	30-300	300-2.10 ⁴
Huile	5-100	$30-3.10^3$
Métal liquide	50-500	500-2.10 ⁴
Eau bouillante	2.10^3 - 2.10^4	$3.10^3 - 10^5$
Condensation de vapeur d'eau	$3.10^3 - 3.10^4$	$3.10^3 - 2.10^5$

Τ	ab	oleau	2:	Valeur	de	ce coefficient	est c	changée se	lon l	e tv	pe de	e régim	e

En d'autres termes, la convection de la chaleur est totalement couplée au transfert de masse dans un écoulement. L'influence de nombreuses variables sur le coefficient d'échange vient du fait que le phénomène de convection thermique se développe à la surface solide dans une couche fluide d'épaisseur très petite, appelée la couche limite.

Notion de couche limite hydrodynamique

Pour étudier le concept de couche limite hydrodynamique, on considère l'écoulement sur une plaque plane comme représenté à la figure 5. Les particules fluides en contact avec la surface ont une vitesse nulle. Ces particules freinent les particules voisines dans les couches supérieures et cela sur une épaisseur d, jusqu'à ce que cet effet de freinage devienne négligeable. Ce retard est accompagné de contraintes de cisaillement t intervenant dans les plans parallèles à la vitesse du fluide. En augmentant la distance à la surface, la vitesse u du fluide tend vers la vitesse U_{inf} .



Figure 7 : Couche limite hydrodynamique

 δ est appelée couche limite hydrodynamique et est calculée par U = 0,99 $U_{\rm inf}$

Notion de couche limite thermique :

Comme nous l'avons expliqué précédemment, la couche limite hydrodynamique se développe pour tout l'écoulement. Cependant, la couche limite thermique ne se développera que si la température du fluide et celle de la surface sont différentes.

Considérons l'écoulement représenté sur la figure 8. Le fluide arrive à une température T_{inf} sur une plaque horizontale. Les particules fluides en contact avec la surface de la plaque sont à la température de cette surface. Ces particules échangent de l'énergie avec les particules voisines, ce qui donne naissance à un gradient de température dans le fluide. Le domaine où ce gradient se développe est appelé la couche limite thermique et son épaisseur dt est définie comme la distance pour laquelle le rapport $(T - T_{inf}) / (T_s - T_{inf}) = 0,99$.

Comme pour la couche limite hydrodynamique, l'épaisseur de la couche limite thermique augmente avec la distance x.



<u>Figure 8 :</u> Développement de la couche limite thermique sur une surface <u>Signification :</u>

La couche limite hydrodynamique est caractérisée par la présence de gradients de vitesses et de contraintes de cisaillement.

La couche limite thermique est caractérisée par la présence de gradients de température.

Le paramètre clé pour la couche hydrodynamique est le coefficient de frottement.

Le paramètre clé pour la couche limite thermique est le coefficient d'échange thermique par convection.

Notion du type d'écoulement : laminaire ou turbulent

Pour traiter un problème de convection il est important de déterminer le régime d'écoulement du fluide : est-il laminaire ou turbulent ? Le coefficient d'échange convectif dépend fortement du régime d'écoulement.

Prenons l'exemple précédent : mouvement de fluide sur une plaque plane



Figure 9 : Transition de régime de mouvement de fluide

La couche limite est initialement laminaire mais, à partir d'une certaine distance, de petites fluctuations commencent à apparaître et sont amplifiées. C'est la région dans laquelle le régime est complètement turbulent, caractérisé par les mouvements du fluide dans les trois dimensions d'espace. Dans la couche laminaire l'écoulement est ordonné et il est possible d'identifier des lignes de courant suivant lesquelles les particules fluides se déplacent. La couche limite turbulente est plus épaisse que la couche laminaire à cause des fluctuations de vitesse.

Pour prédire le régime d'écoulement il est tout d'abord utile de déterminer la distance critique pour laquelle le régime de transition intervient. Pour cela un nombre sans dimension, appelé nombre de Reynolds local, est défini :

$$R_e = \frac{\rho U_{\inf} x}{\mu} \tag{1.3}$$

Avec :

 ρ_{\pm} est masse volumique du fluide μ_{\pm} la viscosité dynamique du fluide

<u>NB</u> :

A titre d'exemple, pour un écoulement le long d'une plaque plane, la valeur critique de ce nombre de Reynold varie entre 10^5 à 3.10^6 et en fonction de la rugosité de la surface et aussi la turbulence du fluide.

Convection Forcée :

Le cas de la convection forcée est rencontré très souvent en pratique dans les échangeurs de chaleur de tous genres. Ainsi, par exemple pour le refroidissement de centrales nucléaires, la récupération de chaleur dans les collecteurs solaires, la circulation des liquides cryogéniques dans les systèmes de refroidissement de machines thermiques. De tels systèmes peuvent mettre en jeu deux types d'écoulements :

- ✓ Externe : l'écoulement du fluide n'est pas confiné dans un domaine ;
- ✓ Interne : le fluide s'écoule dans un domaine confiné (tube, conduite, etc.).

La loi physique représentative des échanges convectifs forcés entre le fluide en circulation dans un domaine D (de type tube ou conduite, etc) confiné et la paroi interne du domaine est explicite généralement par le nombre de Nusselt qui est fonction des deux nombres de Prandtl (Pr) et Reynold (Re).

Nu = f(Pr, Re)

$$N_u = \frac{hD}{\lambda_f} \tag{1.4}$$

$$P_r = \frac{\mu C_p}{\lambda_f} , \ R_e = \frac{\rho U_{\inf} x}{\mu}$$
(1.5)

 ρ est masse volumique du fluide

 μ est la viscosité dynamique du fluide

- λ_f conductivité thermique du fluide
- C_p chaleur spécifique à pression constante

Signification de ces nombres

Le nombre de Reynolds, Re, compare les forces d'inertie et les forces visqueuses. Le nombre de Prandtl compare la diffusion de masse devant la diffusion thermique. Le nombre de Nusselt compare le transfert par convection devant le transfert par conduction dans le fluide. Il est proportionnel au coefficient d'échange et il est d'autant plus élevé que le transfert par convection est important.

Convection naturelle :

La convection naturelle est la forme d'échange convectif le plus souvent. Les transferts par convection naturelle résultent simplement du mouvement du fluide provoqué par les différences de densité dues aux variations spatiales de température. La convection naturelle peut être observée à la surface d'un solide immergé dans un fluide d'extension infinie ou dans un espace confiné. Comme pour la convection forcée, il existe en convection naturelle une couche limite. En convection naturelle les échanges sont nettement moins intenses qu'en convection forcée. La convection naturelle explique les mouvements des grandes masses d'air autour de la Terre, l'action des vents, les formations nuageuses et la formations des courants océaniques.

L'application de l'analyse dimensionnelle de la paroi pour cette convection met en évidence un nouveau constant adimensionnel appelé nombre de Grashof noté par G_r lors du calcul du nombre de Nusselt.

Prenons par exemple un fluide en contact avec une paroi plane horizontale représenté dans la figure suivante :



Figure 10 : Fluide en contact avec une paroi plane horizontale

Le fluide est initialement au repos et en équilibre thermique avec la paroi à la température T_{inf} . La masse volumique du fluide est ρ . Quand la température de la paroi augmente, le fluide le plus proche de celle-ci s'échauffe avec une variation $\Delta T = T_p - T_{inf}$. Il se dilate et donc sa masse volumique varie aussi comme : $\Delta \rho = \rho - \rho_0 < 0$. Il sera alors soumis à une

force ascensionnelle notée: la poussée d'Archimède d'intensité $\Delta \rho g$ (par unité de volume). Cette force engendre l'accélération du fluide.

Dans ce cas, le constant G_r est finalement définie par la formule suivante :

$$G_r = \frac{\beta \rho^2 g L^3 \Delta T}{\mu^2} \tag{1.6}$$

Où

g: Accélération de la pesanteur

 β : Coefficient de dilatation thermique à pression constante en tenant compte de la variation de la masse volumique par rapport à la variation de température

ho est masse volumique du fluide

 μ est la viscosité dynamique du fluide

En convection naturelle, les échanges thermiques peuvent être décrits par les corrélations des trois constantes Nu, Pr et Gr tels que :

Nu=f(Pr, Gr)

Il y a aussi le mode de transfert par rayonnement mais nous ne tient compte que les deux modes de transferts cités précédemment. La quantité de chaleur obtenu par rayonnement peut être négligeable par rapport à la convection et à la conduction vue la conception de la structure géométrique du système à étudier dans ce travail.

<u>Chapitre</u> II : DESCRIPTION DU SYSTEME

2.1 Système à étudier

Dans cette étude, le système est formé par:

- un élément combustible sous forme d'un cylindre creux de rayon r₁ et r₂. C'est la source de chaleur dans notre système. Dans le quel, la température varie en fonction

du rayon de l'intérieur vers les extérieurs. Comme il s'agit d'est un corps homogène, on définit donc un rayon r_0 dont la valeur de la température est maximale.

- des couches comme des enveloppes à l'intérieur et à l'extérieur de l'élément combustible. Ils ont une épaisseur et de conductivité thermique λ
- des fluides en contact avec les enveloppes.

Hypothèses :

On prend comme hypothèses que les cylindres creux sont infiniment longs et de types homogènes.



Figure 11: Représentation du système à étudier

2.2 Bilan thermique

_

Dans ce système, nous n'avons que deux transferts thermiques à savoir :

La conduction : c'est le transfert thermique à l'intérieur d'un élément combustible, vers l'extérieur, c'est-à dire l'échange de chaleur dissipée vers les enveloppes extérieures. - Le Transfert par convection : c'est le transfert thermique entre l'enveloppe et le fluide à l'intérieur et à l'extérieur de l'élément combustible.

NB : Ici on néglige le transfert de chaleur par rayonnement par rapport au transfert de chaleur par convection.

A partir du rayon r_0 où la température est maximale, la distribution de la chaleur se propage aux deux cotés intérieur et extérieur. Dans ce cas, pour déterminer la variation de la température à l'intérieur de l'élément combustible, il faut tout d'abord calculer ce rayon r_0 . Nous verrons dans le troisième chapitre l'algorithme à suivre pour déterminer cette variation de température.

Le schéma suivant nous montre les différents transferts thermiques.



 T_{f1} et T_{f2} : Températures du fluide à l'intérieur et extérieur



2.3 ANALOGIE ELECTRIQUE

La résolution du problème de conduction de la chaleur en régime permanent utilise très souvent la méthode d'analogie électrique lorsque le transfert est unidimensionnel.

Selon la loi d'Ohm, une différence de potentielle engendre une distribution de charge électrique à travers une résistance électrique :

$$U_1 - U_2 = R_e \, i \tag{2.1}$$

Dans cette relation, la différence $U_1 - U_2$ définit la différence de potentiel aux bornes d'une résistance électrique R_e parcourue par le courant *i*.

Par contre, d'après la relation (1.1), la relation de Fourier en transfert unidirectionnel est :

$$T_1 - T_2 = \frac{e}{\lambda} \varphi \tag{2.2}$$

Le flux de chaleur qui traverse à l'intérieur une paroi de dimension e, de conduction thermique λ est définie par la différence de température entre les deux surfaces extérieures.

En comparant les deux relations (2.1) et (2.2), on voit une relation analogie directe entre la loi d'Ohm et la loi de Fourier. La différence de température s'apparente à la différence de potentiel et la densité de flux s'apparente au courant. Ceci nous conduit à définir la résistance thermique :

$$R = \frac{e}{\lambda} \tag{2.3}$$

On exprime alors la loi de Fourier en régime permanent sous la forme :

$$T_1 - T_2 = R \varphi \tag{2.4}$$

Si on exprime la loi de Fourier à partir du flux et non plus de la densité de flux, on aura alors

$$T_1 - T_2 = R \emptyset$$

avec : $R = \frac{e}{\lambda S}$

Une représentation électrique équivalente du transfert de chaleur dans une paroi est représentée par la figure suivante :



Figure 13 : Analogie électrique et thermique

L'intérêt de cette représentation est qu'elle permet d'utiliser les outils propres au réseau électrique, tels que la loi de mailles et la loi des nœuds, pour résoudre des problèmes thermiques complexes.

On voit aussi que la condition d'échange par convection peut aussi bénéficier de cette analogie. Dans ce cas, si h est le coefficient d'échange par convection, on définit la résistance thermique équivalente par la formule suivante:

$$R = \frac{1}{h} \tag{2.5}$$

Chapitre III : MODELISATION DU SYSTEME

Dans cette partie, nous allons introduire le calcul de flux thermique pour différents cas. D'une manière générale, le flux de chaleur transféré par conduction dans une direction donnée est donné par la loi de FOURIER :

$$\varphi_x = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \tag{3.1}$$

Avec

- φ_x :Densité de flux
- T : la température au point considéré
- λ : conductivité ou conductibilité thermique

3.1 <u>Transfert de chaleur dans une conduite cylindrique en régime</u> <u>stationnaire</u>

En supposant que la longueur de la conduite est très grande par rapport à son diamètre donc on ne prend que de la transmission de chaleur dans le sens radial. Soit \emptyset le débit de chaleur transféré par conduction sur une surface cylindrique comprise entre la surface interne et la surface externe et donné par la formule suivante :

$$\phi = \varphi \cdot S = \varphi \cdot (2.\pi.r.L) = -\lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot 2.\pi.r.L$$
(3.2)

$$\int_{T_1}^{T_2} 2.\pi . \lambda . L . dT = \int_{R_1}^{R_2} \emptyset . \frac{dr}{r}$$
(3.3)

$$T_1 - T_2 = \frac{\emptyset}{2.\pi.\lambda.L} ln \frac{R_2}{R_1}$$
(3.4)

$$\emptyset = \lambda \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} (T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \ln \frac{R_2}{R_1}}$$
(3.5)

3.2 Transfert de chaleur d'une conduite cylindrique recouverte d'un manchon isolant :

Généralement, la conduite se trouve plongée dans un fluide, de température du T_f qui se produit un transport de chaleur par convection entre la surface externe du manchon isolant et le fluide. Soient, T_i , T_e , R_i et R_e les températures et rayons intérieur et extérieur du tube, et λ sa conductivité thermique.

Ajoutons un manchon concentrique d'épaisseur e, de température T_m et de conductivité λ_m qui l'enveloppe. On suppose que la température du fluide extérieure est inferieure aux températures intérieures et que le débit de chaleur est donc dirigé vers l'extérieur.

Le débit de chaleur transféré est donné par la formule (3.6) pour le tube et le manchon :

$$\emptyset = \frac{T_{i-}T_e}{\frac{1}{2.\pi.L.\lambda} ln \frac{R_e}{R_i}}$$
(Tube) (3.6)

Et

$$\phi = \frac{T_{e} - T_m}{\frac{1}{2.\pi.L.\lambda_m} ln \frac{R_e + e}{R_i}}$$
(Manchon) (3.7)

D'après les relations précédentes, on peut écrire le débit de chaleur transféré par convection :

$$\phi = S. h_c (T_m - T_f) = 2. \pi. (R_e + e). L. h_c (T_m - T_f)$$
(3.8)

D'où

$$\phi = \frac{T_m - T_f}{\frac{1}{2.\pi.(R_e + e).L.h_c}}$$
(3.9)

D'après les trois relations (3.7), (3.8), (3.9) du débit de chaleur, on déduit que :

$$\phi = \frac{T_i - T_f}{\frac{1}{2.\pi.L.\lambda} ln \frac{R_e}{R_i} + \frac{1}{2.\pi.L.\lambda_m} ln \frac{R_e + e}{R_i} + \frac{1}{2.\pi.(R_e + e).L.h_c}}$$
(3.10)

Ou encore :

$$\emptyset = \frac{2.\pi.L.(T_i - T_f)}{\frac{1}{\lambda} ln \frac{R_e}{R_i} + \frac{1}{\lambda_m} ln \frac{R_e + e}{R_i} + \frac{1}{(R_e + e).h_c}}$$
(3.11)

On en déduit que la résistance thermique est la somme de deux résistances de conduction et d'une résistance de convection.

3.3 Transfert de chaleur dans un tube cylindrique

Soit un tube de rayon intérieur r_1 et de rayon extérieur r_2 infiniment long, de conductivité thermique λ . les conditions thermique sont telles que $T = T_1$ en $r = r_1$ et $T = T_2$ en $r = r_2$.



Figure 14 vue de dessue

Il y a un terme de production à l'intérieur de l'élément combustible. L'équation de diffusion thermique s'écrit alors en régime permanent :

$$-\lambda\Delta T = q_{\nu} \tag{3.12}$$

En coordonnées cylindriques, elle s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{q_v}{\lambda} = 0$$
(3.13)

Trouvons l'expression de T(r) à partir de la relation précédente et pour résoudre cette équation posons :

$$f(r) = \frac{dT}{dr} \tag{3.14}$$

On en déduit que :

$$\frac{1}{r}\frac{d(rf)}{dr} = -\frac{q_{\nu}}{\lambda} \tag{3.15}$$

Après intégration membre à membre, on a :

$$rf = -\frac{q_v}{\lambda}\frac{r^2}{2} + A$$
 avec A est un constant.

Et on obtient $f = -\frac{q_v}{2\lambda}r + \frac{A}{r}$

Puis on remplace f(r) par son expression, et la relation (3.15) devient :

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q_v}{2\lambda}r + \frac{A}{r}$$
(3.16)

On intègre la relation (3.16) et on obtient :

$$T(r) = -\frac{q_{\nu}}{4\lambda}r^2 + A\ln r + B \tag{3.17}$$

On détermine A et B avec les conditions aux limites: pour $T = T_1$ on a $r = r_1$, et pour $T = T_2$

on a
$$r = r_2$$
, et posons $C = -\frac{q_v}{4\lambda}$;

Après calcul, on trouve que

$$A = \frac{T_1 - T_2 + Cr_1^2 - Cr_2^2}{\ln r_1 - \ln r_2}$$

et

$$B = \frac{\ln r_1 (T_2 + Cr_2^2) - \ln r_2 (T_1 + Cr_1^2)}{\ln r_1 - \ln r_2}$$

et on les remplace dans l'équation (3.17).

L'équation devient :

$$T(r) = -\frac{q_{\nu}}{4\lambda}r^{2} + \frac{T_{1} - T_{2} + Cr_{1}^{2} - Cr_{2}^{2}}{\ln r_{1} - \ln r_{2}}\ln r + \frac{\ln r_{1}(T_{2} + Cr_{2}^{2}) - \ln r_{2}(T_{1} + Cr_{1}^{2})}{\ln r_{1} - \ln r_{2}}$$
(3.18)

Pour obtenir la température maximale (T_{max}) , on dérive T(r) (dans l'équation 3.18) par rapport à r avec la condition $r = r_0$, et on obtient l'expression :

$$\left(-2Cr + \frac{T_1 - T_2 + Cr_1^2 - Cr_2^2}{\ln r_1 - \ln r_2}\right) = 0$$
(3.19)

avec $r = r_0$ et on trouve :

$$r_0^2 = -\frac{A}{2C}$$
(3.20)

L'équation (3.18) donne la température maximale:

$$T_{\max} = -Cr_0^2 + A\ln r_0^2 + B \tag{3.21}$$

Dans ce cas,

$$r_0^2 = \frac{1}{2C} \frac{T_1 - T_2 + Cr_1^2 - Cr_2^2}{\ln r_1 - \ln r_2}$$
(3.22)

Ou

$$-2Cr_0^2 \left(\ln r_1 - \ln r_2 \right) = T_2 - T_1 - Cr_1^2 + Cr_2^2$$
(3.23)

On tire $T_2 - T_1$ dans l'expression ci dessus, et on obtient la relation :

$$T_2 - T_1 = C \left\{ 2r_0^2 \ln \frac{r_2}{r_1} - \left(r_2^2 - r_1^2\right) \right\}$$
(3.24)

On trouve finalement l'expression de la température T(r) en fonction du rayon r et de r_0 . Pour calculer le rayon r_0 , nous introduisons le calcul de la résistance thermique de Thevenin entre l'enveloppe et le combustible.

La loi de Fourier permet d'écrire :

$$\vec{j} = -\lambda_{en} \frac{T_1 - T_{p1}}{\ln r_1 - \ln(r_1 - \delta)} \frac{1}{r} \vec{u}_r$$
(3.25)

Et de plus, le long d'une surface cylindrique de rayon *r* nous avons l'expression de la surface élémentaire :

$$\overrightarrow{dS} = -rd\theta dz \overrightarrow{u_r}$$

Nous obtenons le flux à travers la surface cylindrique par intégration du flux élémentaire, en tenant compte que le tube est suffisamment long :

$$\phi = \iint d\phi = \iint \vec{j} \, dS = \int_{0}^{2\pi} \lambda_{en} r d\theta \frac{T_1 - T_{p1}}{\ln r_1 - \ln(r_1 - \delta)} \frac{1}{r} = \frac{2\pi \lambda_{en}}{\ln r_1 - \ln(r_1 - \delta)} (T_1 - T_{p1})$$
(3.26)

Par analogie avec la loi d'Ohm, la résistance thermique R_{th} est définie par la relation :

$$T_1 - T_{p1} = R_{th}\phi$$
(3.27)

La loi de Fourier a donc la même forme que la loi d'Ohm. En effet, c'est cette similitude qui nous permet de définir la notion de résistance thermique. L'analogie est la suivante :

- température ⇔ potentiel électrique
- flux thermique ⇔ courant électrique
- résistance thermique \Leftrightarrow résistance électrique.

Par ailleurs, à l'interface entre l'enveloppe et le fluide qui est le gaz carbonique dans le canal intérieur, les échanges thermiques convectifs obéissent à la loi de Newton :

$$\vec{j}_1 = h_1 (T_{p1} - T_{f1}) \vec{n}$$
 (3.28)
Où :

 $\vec{j_1}$ est le vecteur densité surfacique de flux thermique échangé entre la paroi de l'enveloppe à la température T_{p1} et le gaz carbonique dont la température loin de la paroi est T_{f1} .

- \vec{n} est la normale à la paroi, orientée vers le fluide.
- h_1 est le coefficient d'échange convectif entre l'enveloppe et le gaz carbonique.

Calculons le flux thermique ϕ_1 à travers la paroi cylindrique de rayon $(r_1 - \delta)$ en tenant compte que le tube est suffisamment long :

$$\phi_{1} = \iint \overrightarrow{j_{1} \, dS} = \int_{0}^{2\pi} h_{1} (T_{p1} - T_{f1}) (r_{1} - \delta) d\theta = 2\pi (r_{1} - \delta) h_{1} (T_{p1} - T_{f1})$$
(3.29)

En appliquant l'analogie électrique, la résistance R_{c1} équivalente à l'échange convectif entre la paroi cylindrique de rayon $(r_1 - \delta)$ à la température T_{p1} et le gaz carbonique de température constante et uniforme T_{f1} est telle que :

$$T_{p1} - T_{f1} = R_{c1}\phi_1 \tag{3.30}$$

Le couplage conducto-convectif conduit ainsi à l'équation suivante :

$$\frac{2\pi\lambda_{en}(T_1 - T_{p1})}{\ln r_1 - \ln(r_1 - \delta)} = h_1 2\pi (r_1 - \delta) (T_{p1} - T_{f1})$$
(3.31)

Cette équation peut encore être écrite sous la forme :

$$\frac{T_1 - T_{p_1}}{\frac{1}{2\pi\lambda_{e_n}}\ln\left(\frac{r_1 - \delta}{r_1}\right)} = \frac{T_{p_1} - T_{f_1}}{\frac{1}{h_1 2\pi(r_1 - \delta)}} = \frac{T_1 - T_{f_1}}{\frac{1}{2\pi\lambda_{e_n}}\ln\left(\frac{r_1}{r_1 - \delta}\right) + \frac{1}{h_1 2\pi(r_1 - \delta)}}$$
(3.32)

Le coefficient de transmission de chaleur efficace R_{ef1} qui rend compte de la résistance thermique de l'enveloppe intérieure est alors tel que :

$$R_{ef1} = \frac{1}{2\pi\lambda_{en}} \ln\left(\frac{r_1 - \delta}{r_1}\right) + \frac{1}{h_1 2\pi(r_1 - \delta)}$$
(3.33)

L'intensité avec laquelle la chaleur est évacuée de la surface du combustible est exprimée par la relation :

$$R_{ef1} = \frac{1}{h_{ef1} 2\pi r_1}$$

D'où :

$$\frac{1}{h_{ef1}2\pi r_{1}} = \frac{1}{2\pi\lambda_{en}} \ln\left(\frac{r_{1}}{r_{1}-\delta}\right) + \frac{1}{h_{1}2\pi(r_{1}-\delta)}$$
(3.34)

Ou

$$\frac{1}{h_{ef1}d_1} = \frac{1}{h_1(d_1 - 2\delta)} + \frac{1}{2\lambda_{en}} \ln\left(\frac{d_1}{d_1 - 2\delta}\right)$$
(3.35)

On déduit de cette relation h_{ef1} :

$$h_{ef1} = \frac{1}{\frac{d_1}{h_1(d_1 - 2\delta)} + \frac{d_1}{2\lambda_{en}} \ln\left(\frac{d_1}{d_1 - 2\delta}\right)}$$
(3.36)

De même :

$$\frac{1}{h_{ef\,2}d_2} = \frac{1}{h_2(d_2 - 2\delta)} + \frac{1}{2\lambda_{en}} \ln\left(\frac{d_2}{d_2 - 2\delta}\right)$$
(3.37)

On tire de cette expression $h_{ef 2}$:

$$h_{ef2} = \frac{1}{\frac{d_2}{h_2(d_2 - 2\delta)} + \frac{d_2}{2\lambda_{en}} \ln\left(\frac{d_2 + 2\delta}{d_2}\right)}$$
(3.38)

La densité du flux thermique à l'intérieur du combustible est donnée par la relation :

$$q_1 2\pi r_1 L = q_\nu \pi L \left(r_0^2 - r_1^2 \right)$$
(3.39)

On tire q_1 dans cette expression et on obtient la relation ci-dessous :

$$q_1 = \frac{q_\nu}{2r_1} (r_0^2 - r_1^2) \tag{3.40}$$

Pour calculer $(T_1 - T_{f1})$, on applique l'analogie électrique pour un transfert de chaleur convectif entre l'élément combustible en uranium et le fluide qui circule dans le canal intérieur. Ainsi :

$$T_1 - T_{f1} = \varphi_{c1} R_{c1}$$

Où φ_{c1} représente le flux de chaleur et R_{c1} la résistance thermique. Leurs expressions sont respectivement :

$$\varphi_{c1} = q_1 2\pi r_1$$
 et $R_{c1} = \frac{1}{h_{ef1} 2\pi r_1}$

On aboutit ainsi à la relation :

$$T_1 - T_{f1} = \frac{q_1}{h_{ef1}} \tag{3.41}$$

Et on remplace l'expression q_1 par son expression et on obtient finalement, la valeur de la température à la surface intérieure du combustible :

$$T_1 = T_{f1} + \frac{q_v}{2h_{ef1}r_1} (r_0^2 - r_1^2)$$
(3.42)

En appliquant le premier principe de la thermodynamique, la densité de flux thermique à l'intérieur du combustible est donnée par la relation :

$$q_2 \cdot 2\pi r_2 L = q_v (\pi r_2^2 L - \pi r_0^2 L)$$
(3.43)

ou

$$q_2 = \frac{q_v}{2.r_2} (r_2^2 - r_0^2) \tag{3.44}$$

Dans même, en appliquant le raisonnement comme précédemment on obtient finalement :

$$T_2 = T_{f_2} + \frac{q_2}{h_{ef_2}} \tag{3.45}$$

Ou

$$T_2 = T_{f2} + \frac{q_v}{2h_{ef2}r_2}(r_2^2 - r_0^2)$$
(3.46)

Ton fait la différence entre l'équation (3.36) et (3.40) pour obtenir la différence de température $T_2 - T_1$:

$$T_{2} - T_{1} = T_{f2} - T_{f1} - \frac{q_{\nu}r_{0}}{2} \left(\frac{1}{h_{ef2}r_{2}} + \frac{1}{h_{ef1}r_{1}} \right) + \frac{q_{\nu}}{2} \left(\frac{r_{2}}{h_{ef2}} + \frac{r_{1}}{h_{ef1}} \right)$$
(3.47)

En égalisant les deux relations (3.41) et (3.23) on obtient :

$$r_{0}^{2} \frac{q_{\nu}}{2} \left(\frac{1}{h_{ef1}r_{1}} + \frac{1}{h_{ef2}r_{2}} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_{2}}{r_{1}} \right) = \left(T_{f2} - T_{f1}\right) + \frac{q_{\nu}}{2} \left\{ \frac{r_{1}}{h_{ef1}} + \frac{r_{2}}{h_{ef2}} + \frac{1}{2\lambda} \left(r_{2}^{2} - r_{1}^{2}\right) \right\}$$
(3.48)

On en déduit finalement l'expression du rayon r_0

$$r_{0} = \sqrt{\frac{\left(T_{f2} - T_{f1}\right) + \frac{q_{v}}{2} \left\{\frac{r_{1}}{h_{ef1}} + \frac{r_{2}}{h_{ef2}} + \frac{1}{2\lambda} \left(r_{2}^{2} - r_{1}^{2}\right)\right\}}{\frac{q_{v}}{2} \left(\frac{1}{h_{ef1}.r_{1}} + \frac{1}{h_{ef2}.r_{2}} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_{2}}{r_{1}}\right)}$$
(3.49)

Finalement, la distribution de la température suivant la section de l'élément est déterminée par l'équation :

$$T(r) = T_1 + \frac{q_{\nu}}{4\lambda} \left\{ 2r_0^2 \ln \frac{r}{r_1} - (r_2^2 - r_1^2) \right\}$$
(3.50)

Alors que la température maximale est donnée par la condition pour $r = r_0$ et $t = t_0$

$$T_0 = T_1 + \frac{q_V}{4\lambda} \left\{ 2r_0^2 \ln \frac{r_0}{r_1} - (r_2^2 - r_1^2) \right\}$$
(3.51)

Algorithme de résolution :



Figure 15: algorithme de résolution

Dans le troisième chapitre, nous aborderons l'outil de résolution avec les résultats de simulation de la modélisation ainsi décrite précédemment.

3.4 Résultats de simulation

Pour la résolution, nous utilisons le logiciel MATALB 7.8. C'est un logiciel éducatif très puissant dans le domaine de la recherche, c'est pour cette raison que nous le choisissons comme outil de programmation.

- <u>Type de combustible :</u>uranium

Le tableau suivant résume les caractéristiques du système formé par le combustible et par les couches intérieure et extérieure comme enveloppes.

Tableau 3: Caractéristique d'un uranium (combustible)

Caractéristique	Valeur
Diamètre intérieur de l'uranium	$d_1 = 16[mm]$
Diamètre extérieur de l'uranium	$d_2 = 26[mm]$
Conductivité thermique du combustible	$100 \left[Wm^{-1}K^{-1} \right]$
Conductivité thermique de la couche intérieure et extérieure	$21 \left[Wm^{-1}K^{-1} \right]$
Epaisseur de la couche	$T_{f1} = 5[mm]$
Source de chaleur	$Q_{\nu} = 5.10^7$
Température à l'intérieure du fluide	$T_{f1} = 200 [^{\circ}C]$
Température à l'extérieur du fluide	$T_{f2} = 240 [^{\circ}C]$
Coefficient de transmission	h ₁ = 520
Coefficient de transmission	$h_2 = 560$

Après une résolution de l'algorithme, nous obtenons les courbes suivantes :



Figure 16 : Distribution de température à l'intérieur du cylindre combustible diamètre extérieur = 26mm



Figure 17: Variation de température à l'intérieur du cylindre combustible de diamètre extérieur d= 50mm

D'après ces deux figures, nous constatons que :

- La valeur du rayon à la section neutre varie en fonction de la dimension du combustible
- La valeur de la température maximale qui correspond à ce rayon est aussi changée.

Le tableau suivant résume les différentes valeurs critiques de la courbe de la température :

Tableau 4: Tableau indiquant les valeurs critiques de la courbe de température enfonction de la dimension du combustible

Type du combustible	Fype duDiamètreDimbustibleextérieur d2in[mm]d		Rayon à la section neutre r ₀ [mm]	Température maximale [°C]
Uranium	26	8	10,2	460,1
Uranium	50	8	13,8	1036

D'après ces résultats ci-dessus, on peut en interpréter la variation de la température à l'intérieure du combustible en calculant la pente de la variation :

- <u>De R_1 à R_0 on obtient</u> :

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{\dot{a} \text{ gauche de } r_0 \text{ pour } d_2 = 26} = \frac{460, 1 - 458, 8}{10, 2 - 8} = 0,59$$

De même pour :

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{a \text{ gauche de } r_0 \text{ pour } d_2 = 50} = \frac{1036 - 1025}{13,8 - 8} = 1,89$$

- <u>De R₀ à R₂ on obtient</u> :

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{a \text{ droite de } r_0 \text{ pour } d_2 = 26} = \frac{460, 1 - 458, 2}{13 - 10, 2} = 0,67$$

De même pour :

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{\dot{a} \text{ droite de } r_0 \text{ pour } d_2 = 50} = \frac{1036 - 1010}{25 - 13.8} = 2,31$$

Selon les calculs précédents, nous pouvons dire que la dissipation thermique à l'intérieure du combustible de part et d'autre du rayon à la section neutre augmente en fonction de la dimension du combustible.

Cette courbe nous montre l'évolution de la température dont la pente de la variation de température est presque brusque. De plus, nous trouvons que la température varie continuellement à l'intérieur de l'élément combustible.

Ces résultats nous permettent aussi de faire le dimensionnement et le choix de matériaux pour les éléments constitutifs du système dans le cas réel tel que: les enveloppes, l'élément combustible, les fluides pour le refroidissement à utiliser,...

On peut déterminer aussi le type de combustible à utiliser, c'est-à-dire le choix de la source à utiliser pour avoir la quantité de chaleur suffisante pour une installation industrielle souhaitée.

- Variation de la conductivité thermique du combustible

Dans cette simulation, nous allons varier le type de l'élément combustible en faisant varier sa conductivité thermique.

Donc, prenons les cas suivants :

- ✓ Cas n°1 pour : $\lambda_1 = 100$ [Wm⁻¹K⁻¹]
- ✓ Cas n°2 pour: $\lambda_2 = 50 \lceil Wm^{-1}K^{-1} \rceil$
- ✓ Cas n°3 pour : $\lambda_3 = 200 \left[Wm^{-1}K^{-1} \right]$

Après la simulation, nous obtenons la figure suivante :





N° Cas	Rayon à la section neutre	Température [°C]
$\lambda = 50 \left[Wm^{-1}K^{-1} \right]$	$r_0 = 10, 2[mm]$	461,7
$\lambda = 100 \left[\mathrm{Wm}^{-1} \mathrm{K}^{-1} \right]$	$r_0 = 10, 2[mm]$	460,4
$\lambda = 200 \left[\mathrm{Wm}^{-1} \mathrm{K}^{-1} \right]$	$r_0 = 10, 2[mm]$	459,7

Tableau 5: valeur de la température maximale selon le type de combustible

$$-\frac{De R_{l} \dot{a} R_{0} \text{ on obtient }:}{\left|\frac{dT}{dr}\right|_{\dot{a} \text{ gauche de } r_{0} \text{ pour } \lambda=50}} = \frac{461,7-459,1}{10,2-8} = 1,18$$

$$\frac{dT}{dr}\Big|_{\dot{a} \text{ gauche de } r_{0} \text{ pour } \lambda=100} = \frac{460,4-459,1}{10,2-8} = 0,59$$

$$\frac{dT}{dr}\Big|_{\dot{a} \text{ gauche de } r_{0} \text{ pour } \lambda=200} = \frac{459,7-459,1}{10,2-8} = 0,27$$

$$-\frac{De R_{0} \dot{a} R_{2} \text{ on obtient }:}{13-10,2} = 1,2$$

$$\frac{dT}{dr}\Big|_{\dot{a} \text{ droite de } r_{0} \text{ pour } \lambda=100} = \frac{460,4-458,1}{13-10,2} = 1,2$$

$$\frac{dT}{dr}\Big|_{\dot{a} \text{ droite de } r_{0} \text{ pour } \lambda=100} = \frac{460,4-458,6}{13-10,2} = 0,64$$

$$\frac{dT}{dr}\Big|_{\dot{a} \text{ droite de } r_{0} \text{ pour } \lambda=200} = \frac{459,7-458,8}{10,2-8} = 0,40$$

A partir de ce résultat, nous pouvons dire que la diffusion de la chaleur dépend de la valeur de la conductivité du combustible. Quand on augmente la valeur de cette conductivité, le combustible devient plus conducteur de chaleur et la chaleur se dissipe rapidement. C'est-à-dire, plus la conductivité de l'élément augmente, moins la valeur de la température maximale diminue. Dans ce cas, si on prend un combustible dont sa conductivité thermique tend vers l'infini, alors la température à l'intérieure de l'élément devient presque isotherme.

Conclusion

Nous avons souligné que dans les installations industrielles, il est souvent nécessaire d'apporter une quantité de chaleur importante dans une partie du système et que le potentiel qui provoque le transport et le transfert de l'énergie thermique est la température. A cet effet, l'étude que nous venons de présenter avait pour objectif d'établir la distribution de la température dans la section droite d'un élément combustible en uranium.

L'étude du transfert de chaleur par conduction d'une part, et d'autre part du transfert par convection est une étape préliminaire.

Nous avons ensuite décrit le système. Dans notre cas, au transfert de chaleur convectif s'ajoute un transfert par conduction au niveau de la paroi de la canalisation dans laquelle s'écoule le fluide. La formulation du problème nous a permis d'identifier la similitude da la loi de Fourier avec la loi d'Ohm. On notera l'importance de la résistance thermique d'un élément au passage d'un flux thermique. En effet, l'application de l'analogie électrique nous a permis de calculer les coefficients de transmission de chaleur efficaces qui rendent compte de la résistance thermique des enveloppes.

Par application du premier principe de la thermodynamique, nous avons pu établir les expressions : des températures aux surfaces des enveloppes et aux surfaces de l'uranium, de la distribution de la température suivant la section de l'élément, du rayon de la section où la température est maximale.

Malgré l'obtention de résultats satisfaisants, notre modélisation est susceptible d'améliorations et cette étude pourrait constituer, entre autres, une des perspectives du présent mémoire par exemple : utilisation d'un élément combustible non homogène au lieu de corps homogène.

Bibliographies

[1]: S.BENSAADA M.T. BOUZIANE « Transfert de chaleur », 112pages.

[2]: J. Brau, « conduction thermique », 40pages, Ed 2006, INSA

[3]: Frédéric DOUMENC, éléments de thermodynamique et thermique, 2009/2010, 25pages.

[4]: RAZAFIMAHATRATRA Jean Prince, "Approche thermodynamique de séchage et caisson des brique", Mémoire pour l'obtention de Certificat d'Aptitude Pédagogique de l'Ecole Normale, Université de Fianarantsoa, 2010/2011, 85pages

[5] : FRANCIS Meunier « Aide-mémoire thermodynamique de l'ingénieur, Energétique – Environnement », Dunod, 2004, 370pages

Webographies

[6] :http://fr.wikiversity.org/wiki/Introduction_aux_transferts_thermiques/Modes_de_ transfert_de_chaleur (03 /09/14)

[7] :http://www.utc.fr/~houde/index.html (12/04/15)

Annexes

```
TRACAGE DE LA COURBE DE TEMPERATURE
clf
clc
clear all
d1=0.016;
d2=0.026;
Lambda=100;
LambdaEn=21;
Sigma=0.0005;
%%Calcul de rayon R1 et R2
R1 = d1/2;
R2 = d2/2;
al=Alpha1*(d1-2*Siqma);
b1=2*LambdaEn;
c1=log(d1/(d1-2*Sigma));
AlphaEf1=a1*b1/(d1*(b1+(a1*c1)));
a2=Alpha2*(d2+2*Sigma);
b2=2*LambdaEn;
c2=log((d2+2*Sigma)/d2);
AlphaEf2=a2*b2/(d2*(b2+(a2*c2)));
%%%%%%%%%%%Calcul de Rayon R0 de la section
NUM = (Tf2 - Tf1) + (Qv/2) * ((R1/AlphaEf1) + (R2/AlphaEf2) + (R2^2 - R1^2) / (2*Lambda));
DEN=(Qv/2)*(1/(AlphaEf1*R1)+1/(AlphaEf2*R2)+log(R2/R1)/Lambda);
R0=sqrt(NUM/DEN);
%%%%%%Calcul de Quan tités de chaleur à l'itérieur du combustible% Q1 et
Q1=(Qv*R1/2)*((R0^2/R1^2)-1);
Q2=(Qv*R2/2)*(1-(R0^2/R2^2));
%%%%Calcul de la température T1 et T2
T1=Tf1+Q1/AlphaEf1;
T2=Tf2+Q2/AlphaEf2;
R= R1:0.0001:R2;
T=T1+(Qv/(4*Lambda))*(2*R0^{2}log(R./R1)-(R.^{2}-R1^{2}));
T0=T1+(Qv/(4*Lambda))*(2*R0^{2}\log(R0/R1)-(R0^{2}-R1^{2}))
т1
T2=T1+(Qv/(4*Lambda))*(2*R0^{2}log(R2/R1)-(R2^{2}-R1^{2}))
plot(R,T,'r')
xlabel('Rayon [m]')
ylabel('Température °C')
grid on;
```

```
TRACAGE DES DIFFERENTES COURBES DE TEMPERATURE EN FONCTION DE LA
                                          CONDUCTIVITE THERMIOUE
clc
clear all
***
%Création de la fonction
d1=0.016;
d2=0.026;
Lambda=10;
Lambda1=100;
Lambda2=1000;
LambdaEn=21;
Sigma=0.0005;
Ov=50000000;
Tf1=200;
Tf2=240;
Alpha1=520;
Alpha2=560;
%%Calcul de rayon R1 et R2
R1 = d1/2;
R2 = d2/2;
*****
a1=Alpha1*(d1-2*Sigma);
b1=2*LambdaEn;
c1=log(d1/(d1-2*Sigma));
AlphaEf1=a1*b1/(d1*(b1+(a1*c1)));
a2=Alpha2*(d2+2*Sigma);
b2=2*LambdaEn;
c2=log((d2+2*Sigma)/d2);
AlphaEf2=a2*b2/(d2*(b2+(a2*c2)));
%%%%%%%%%%%Calcul de Rayon R0 de la section
NUM = (Tf2-Tf1) + (Qv/2) * ((R1/AlphaEf1) + (R2/AlphaEf2) + (R2^2-R1^2) / (2*Lambda));
DEN=(Qv/2)*(1/(AlphaEf1*R1)+1/(AlphaEf2*R2)+log(R2/R1)/Lambda);
NUM1 = (Tf2 - Tf1) + (Qv/2) * ((R1/AlphaEf1) + (R2/AlphaEf2) + (R2^2 - NUM1) + (R2^2 - NUM1)
R1^2)/(2*Lambda1));
DEN1=(Qv/2)*(1/(AlphaEf1*R1)+1/(AlphaEf2*R2)+log(R2/R1)/Lambda1);
NUM2 = (Tf2-Tf1) + (Qv/2) * ((R1/AlphaEf1) + (R2/AlphaEf2) + (R2^2-
R1^2)/(2*Lambda2));
DEN2=(Ov/2)*(1/(AlphaEf1*R1)+1/(AlphaEf2*R2)+log(R2/R1)/Lambda2);
R0=sqrt(NUM/DEN)
R01=sqrt(NUM1/DEN1)
R02=sqrt(NUM2/DEN2)
%%%%%%Calcul de Quan tités de chaleur à l'itérieur du combustible% Q1 et
Q1=(Qv*R1/2)*((R0^2/R1^2)-1);
Q2=(Qv*R2/2)*(1-(R0^2/R2^2));
```

```
%%%%%%Calcul de Quan tités de chaleur à l'itérieur du combustible% Q1 et
Q11=(Qv*R1/2)*((R01^2/R1^2)-1);
Q21=(Qv*R2/2)*(1-(R01^2/R2^2));
%%%%%%Calcul de Quan tités de chaleur à l'itérieur du combustible% Q1 et
Q12=(Qv*R1/2)*((R02^2/R1^2)-1);
Q22=(Qv*R2/2)*(1-(R02^2/R2^2));
%%%%Calcul de la température T1 et T2
T1=Tf1+Q1/AlphaEf1;
T2=Tf2+Q2/AlphaEf2;
%%%%Calcul de la température T1 et T2
T11=Tf1+Q11/AlphaEf1;
T21=Tf2+Q21/AlphaEf2;
%%%%Calcul de la température T1 et T2
T12=Tf1+Q12/AlphaEf1;
T22=Tf2+Q22/AlphaEf2;
R= R1:0.0001:R2;
T=T1+(Qv/(4*Lambda))*(2*R0^{2}log(R./R1)-(R.^{2}-R1^{2}));
T0=T1+(Qv/(4*Lambda))*(2*R0^{2}\log(R0/R1)-(R0^{2}-R1^{2}))
TPrim=T1+(Qv/(4*Lambda1))*(2*R01^2*log(R./R1)-(R.^2-R1^2));
T0=T1+(Qv/(4*Lambda1))*(2*R01^2*log(R01/R1)-(R01^2-R1^2));
*****
TPrim2=T1+(Qv/(4*Lambda2))*(2*R02^2*log(R./R1)-(R.^2-R1^2));
T0=T1+(Qv/(4*Lambda2))*(2*R02^2*log(R02/R1)-(R02^2-R1^2));
т1;
T2=T1+(Qv/(4*Lambda))*(2*R0^2*log(R2/R1)-(R2^2-R1^2));
T2Prim=T1+(Qv/(4*Lambda1))*(2*R0^2*log(R2/R1)-(R2^2-R1^2));
T2Prim2=T1+(Ov/(4*Lambda2))*(2*R0^{2}log(R2/R1)-(R2^{2}-R1^{2}));
%%%%%%% courbe pour Lambda
plot(R,T,'-.r')
hold on
%%%%%%%% courbe pour Lambdal
plot(R,TPrim,'-.b')
%%%%%%% courbe pour Lambda2
hold on
plot(R,TPrim2,'-.g')
% pose de legende
legend('Lambda=10','Lambda=100','Lambda=200');
%axes
xlabel('Rayon [mm]')
ylabel('Température °C')
grid on;
```

<u>TITRE</u> : « Etude de distribution de température dans une section droite d'un élément combustible homogène sous forme d'un cylindre creux »

RESUME :

Dans le travail que nous présentons, nous avons étudié les transferts thermiques dans un tube cylindrique creux et suffisamment long. Ce tube, en uranium, constitue un élément combustible. Les deux surfaces de l'élément sont couvertes d'une enveloppe adhérente en acier inoxydable et il est refroidi au gaz carbonique qui se déplace dans les canaux intérieur et extérieur.

Nous avons cherché à établir la distribution de la température dans la section droite de cet élément combustible. Dans le cadre de cette étude, nous avons pu trouver la température maximale de l'élément, les températures aux surfaces des enveloppes et aux surfaces de l'uranium.

Cette étude ouvre des perspectives aux industriels dans le but d'obtenir un rendement thermique meilleur dans leurs installations.

Mots clés : transfert thermique, élément combustible, distribution de la température

ABSTRACT:

In the work that we present, we have studied heat transfer in a hollow long cylindrical tube and sufficiently. This tube is a fuel element. Both surfaces of the element are covered with an adherent layer in stainless steel and are cooled with carbon dioxide which moves in the inner and outer channels.

We sought to determine the temperature distribution in the cross section of the fuel element. As part of this memory, we were able to find the maximum temperature of the element, the temperatures at the surfaces of the envelopes and to the surfaces of uranium.

This memory opens up opportunities for manufacturers in order to obtain a better thermal efficiency in their facilities.

Keywords: fuel element, modeling, energy, thermal transfer.

Impétrant :

Nom et prénomsRAZAFINDRAMARO Hery NambininaRapporteur :Mailnrazafindramaro@gmail.comRAZANAMALALA Louise Aimée