Syllabus INFO-F-101 Programmation -

Release 3.4.0 (2015)

Thierry Massart

August 21, 2015

CONTENTS

CHAPTER

ONE

PRÉSENTATION DU COURS

1.1 Avant-propos

Author Thierry Massart <tmassart@ulb.ac.be>

Version 2.1.3

Date August 21, 2015

1.2 But du cours

Le but premier de ce cours et des exercices associés est de donner aux étudiants une connaissance *active* de l'algorithmique de base et de la programmation structurée. Le formalisme utilisé pour décrire les programmes développés dans ce cours est le langage de programmation *Python*.

Notons que, bien qu'une certaine partie de la *syntaxe* et *sémantique* du langage *Python* soit étudiée, ce cours n'est pas simplement un manuel de programmation *Python*. De nombreuses parties de *Python* n'y sont d'ailleurs pas étudiées.

Les concepts de base *Python* utilisés dans le cadre de ce cours pour écrire un algorithme ou un programme *Python* résolvant un problème algorithmique donné sont peu nombreux. Le cours théorique sert à expliquer ces concepts. Il ne vous est pas seulement demandé de comprendre ces notions de base, mais également de les assimiler et de pouvoir les utiliser pour concevoir et dans une moindre mesure analyser, des programmes *Python* résolvant les problèmes posés. La résolution de nombreux exercices ainsi que les travaux à effectuer vous permettront d'arriver à une connaissance de l'algorithmique beaucoup plus profonde, requise au terme de ce cours. Cette matière doit donc être pratiquée de façon constante à la fois pendant et en dehors des séances d'exercices sur papier et sur machine. Une étude entièrement comprise dans une courte période de temps ne peut pas aboutir au but final requis.

De façon complémentaire, ce cours aborde d'autres aspects essentiels pour maîtriser la matière: nous y verrons comment évaluer l'efficacité d'un algorithme (complexité); nous verrons également comment décrire formellement l'état d'un programme et des bribes de la théorie visant à

prouver qu'un programme est *correct*; nous placerons également *Python* dans le paysage des langages à la fois au niveau historique et pour les concepts et paradigmes manipulés.

Note: Le cours ne vise donc pas à passer en revue d'ensemble des notes mises à votre disposition. L'ordre de présentation ainsi que les éléments présentés au cours peuvent différer de celui donné dans ces pages. L'étudiant est invité à lire ces notes ainsi que les références données ci-dessous, en particulier le livre de Gérard Swinnen sur Python 3 (principalement les 11 premiers chapitres), avant d'assister au cours.

1.3 Compétences principales visées

Si vous avez suivi avec fruit le cours, vous aurez améliorer les compétences suivantes :

- L'apprentissage autonome : vous serez dans une dynamique d'apprentissage autonome et permanent dans ce domaine en constante et rapide évolution qu'est l'informatique ; vous pouvez vous adapter tout au long de votre carrière aux technologies nouvelles. Par exemple, vous apprendrez, en vous référant aux manuels.
- La résolution de problèmes : vous aurez la capacité d'analyser des besoins, de structurer l'information, de concevoir, modéliser et implémenter des solutions pertinentes et efficaces ; de façon plus globale on vous demandera dans les cours d'informatique d'acquérir la "pensée informatique" ("computational thinking") en étant capable de faire des abstractions adéquates pour un problème, et d'allier la théorie à la pratique avec l'ordinateur comme support;
- La communication : vous pourrez comprendre les problèmes posés, et expliquer les solutions proposées ; vous pourrez utiliser la communication scientifique et technique (formalismes mathématiques).

En particulier vous pourrez:

- démontrer une bonne compréhension des concepts de base de *Python* ainsi que lire et comprendre des programmes existants
- analyser un problème simple et proposer une solution informatique pour le résoudre et la mettre en oeuvre en *Python*
- exprimer formellement, en formalisme logique, les fonctionnalités attendues d'un programme informatique
- utiliser des outils informatiques de support à la programmation; exploiter la documentation technique
- réaliser des programmes *Python* corrects et bien structurés
- identifier les cas de test pour valider ces programmes.

1.4 Ressources

- Ces pages
- le livre de Gérard Swinnen sur Python 3 (pour la première partie du cours)
- l'Université Virtuelle (exercices, anciens examens, codes sources, éventuels compléments de matière)
- **python.org** (tutoriel, manuels, download, ...)
- un environnement python 3.2, ainsi qu'un éditeur simple comme gedit
- le site de test upylab
- le syllabus d'exercices
- Pour ceux qui veulent faire des calculs numériques : python2.7 avec pylab, numpy, scipy, mathplotlib, ...

1.5 Pourquoi Python ? (et pas C++, Java, ...)

Python est un langage créé début des années nonante par Guido van Rossum

- de haut niveau multi-paradigmes (programmation impérative, orientée-objet, fonctionnelle,...)
- qui permet d'illustrer rapidement et simplement de nombreux concepts de programmation
- portable
- interprété
- doté d'un typage dynamique fort, d'un ''Garbage collector" (ramasse-miettes) et d'une gestion des exceptions

Ces concepts seront expliqués lors du cours.

1.6 Un peu de vocabulaire

Le but de l'informatique est d'effectuer du *traitement de l'information*.

L'*information* est un ensemble d'éléments qui ont une signification dans le contexte étudié. Les *données* d'un problème sont représentées par l'ensemble des informations utilisées pour résoudre ce problème en vue d'obtenir les *résultats* escomptés.

Un *algorithme* n'est pas conçu uniquement pour obtenir un résultat pour une donnée bien précise, mais constitue une *méthode* qui permet, à partir de n'importe quelle autre donnée du même type, d'obtenir le résultat correspondant.

Un problème algorithmique peut être vu comme une fonction `f` dont l'image de toute donnée `d` de l'ensemble `D` des données possibles est un résultat `r (= f(d))` de l'ensemble `R` des résultats possibles.

L'algorithme qui résout le problème est la méthode calculant `f(d)` en un temps fini, pour toute donnée `d` valide.

Notons qu'il n'existe pas d'algorithme pour tout problème (Il est donc intéressant de *déterminer théoriquement l'existence d'un algorithme pour un problème donné* avant d'essayer de l'écrire effectivement). A côté de cela, il existe souvent de nombreux algorithmes pour résoudre un problème donné; leurs qualités propres permettront de les différencier.

Un algorithme doit être *implémenté* sur un ordinateur. Celui-ci ne possède jamais qu'un nombre limité de *mémoire de stockage* d'information dont la précision est limitée. De ce fait pour résoudre certains problèmes qui en théorie pourraient requérir un calcul trop long, ou une *précision* ou un stockage d'information trop importants, des algorithmes ne donnant qu'une *valeur approchée* du résultat doivent être conçus.

Ecrire un petit programme ou a fortiori développer un gros *logiciel* demande une démarche en plusieurs étapes, appelée *processus de développement* d'un programme, qui peut être divisé en plusieurs phases (partiellement) successives.

1. *Analyse* de ce qui est requis et spécification,
2. *Conception*,
3. *Implémentation*,
4. *Tests* et *installation*,
5. *Exploitation* et *maintenance*.

Chaque phase produit des résultats écrits soit sous forme de rapport : spécification de ce qui est requis (*cahier de charges*), *manuel utilisateur*, description du fonctionnement, description succincte ou détaillée de l'algorithme, programme dûment commenté, historique des modifications, ...

Ce cours n'abordera par tous ces points en détails.

CHAPTER

TWO

MON PREMIER PROGRAMME PYTHON

See Also:

Lire les chapitres 1, 2 et 6 pour `print()` et `input()` du livre de Gérard Swinnen sur Python 3

2.1 Notions fondamentales

Nous avons décrit l'algorithme comme étant une méthode de calcul d'une fonction `f`. Cette description donne une vue extérieure d'un algorithme.

Si nous regardons l'intérieur d'un algorithme, la notion fondamentale est celle d'*action*. Une **action** a une durée finie et un effet bien précis. Chaque action utilise une ou plusieurs entités ; les changements d'**états** de ces entités sont les "marques" laissées par les actions.

Pour pouvoir décrire cela, il faut que chaque action soit descriptible dans un langage:

– Soit une action est simple ; on peut alors la décrire sous forme d'une *instruction*.

– Soit elle est trop complexe pour être décrite en une instruction, elle doit alors être décomposée en plusieurs instructions : le groupement de ces instructions est appelé *processus*. Si chaque instruction d'un processus se suit l'une l'autre dans son déroulement, le processus est dit séquentiel.

Un algorithme ou programme est l'instruction, (au sens large) qui décrit un processus complet. L'ordre d'écriture de l'ensemble des instructions d'un algorithme ou d'un programme est généralement différent de l'ordre d'exécution de celles-ci.

Un programme *Python* décrit un tel processus. Regardons quelques programmes simples pour comprendre son fonctionnement.

2.2 *Python* pour faire des calculs

Après avoir installé l'environnement *Python* (nous utilisons ici la version 3.2), vous pouvez dialoguer directement au clavier avec l'interpréteur *Python* en tapant depuis la ligne de com-

mande (dans un *shell*) la commande `python3` ou `python` si la version par défaut sur votre ordinateur est la bonne.

Le *prompt* ">>>" invite l'utilisateur à *taper* une instruction *Python*. Toute commande ou instruction est *envoyée* à l'ordinateur en tapant la touche `return`.

La *session* suivante donne un exemple d'utilisation du mode interactif pour faire des calculs simples.

```
litpc30:~ tmassart$ python3
Python 3.2.3 (v3.2.3:3d0686d90f55, Apr 10 2012, 11:25:50)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5666) (dot 3)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 5 + 7
12
>>> 2 - 11
-9
>>> 7 + 3 * 2
13
>>> (7+3) * 2
20
>>> 20 /3
6.666666666666667
>>> 20 // 3
6
>>> -20 // 3
-7
>>> -20//-3
6
>>> 20//-3
-7
>>> 11/3
3.6666666666666665
>>> 9/3
3.0
>>> 3.14 * 5**2
78.5
>>> 3.14159 * 5**2
78.53975
>>> 3.14159 ** 100
5.187410133839704e+49
>>> 9 % 2
1
>>> exit()
litpc30:~ tmassart$
```

Note: les valeurs comme `5`, `7`, `3.14` sont appelées *constantes* ou *littéraux* (literal).

Note: la fonction quit() ou exit() permet de clôturer la *session* et revenir au *prompt* (symbole d'invite) du *shell*.

2.3 Erreur syntaxique

Malheureusement l'utilisateur (le programmeur) peut commettre des erreurs (*bugs*) dans ce qu'il demande à l'ordinateur.

Tout d'abord, le texte tapé peut ne pas correspondre à du code *Python* correct:

car le caractère "÷" ne correspond pas à l'opérateur de division en *Python* (il fallait utiliser "/" pour la division ou "//" pour la division *entière plancher*).

Comme indiqué par l'environnement *Python*, une erreur de *syntaxe* a été détectée.

Note: Les nombres sont représentés avec la convention anglo-saxonne (avec pour les valeurs très grandes ou très petites, une certaine précision et en notation scientifique (exemple "e+49")). Les expressions sont évaluées en utilisant les notions d'**associativité** et de **priorité** habituelles ainsi que des parenthèses pour modifier l'ordre d'évaluation. Pour les définitions précises sur le fonctionnement des différents opérateurs, vous devez vous référer aux pages Python Standard Library du site python.org

---

Note: Les opérateurs arithmétiques les plus fréquemment utilisés sont + (addition), − (soustraction), $\star$ (multiplication), / (division réelle), // (division entière plancher), $\star\star$ (exponentiation), % (modulo) ainsi que += (incrémentation) −= (décrémentation) $\star$= (multiplication par *w*), /= (division par *w*).

Note: Attention, les opérateurs habituels sont tous associatifs à gauche sauf l'exponentiation qui est associatif à droite (essayez 2**2**3)

2.4 *Python* pour manipuler du texte

Les valeurs et variables *textes* sont appelées *chaînes de caractères* ou *strings* en anglais (classes `str` *Python*). Une valeur de type *string* est représentée sous forme de texte délimité par des doubles apostrophes `"du texte"` ou par des simples apostrophes `'un autre texte'`.

```
>>> type("bonjour")
<class 'str'>
```

Les opérateurs + et $\star$ peuvent être utilisés sur du texte et ont comme sémantique la *concaténation* (mise bout à bout des textes) et la répétition.

```
>>> 'cha'+'peau'
'chapeau'
```

```
>>> "ha"*5
'hahahahaha'
```

2.5 Variables et assignation

L'exemple suivant illustre l'exécution d'un programme simple manipulant des *variables*.

```
>>> x = 3
>>> y = 12
>>> z = x
>>> x = 2 * x
>>> y = 2 * y
>>> z = x * y
>>> x, y, z
(6, 24, 144)
```

Le programmeur utilise 3 variables qu'il a nommées `x`, `y` et `z`. Chaque variable est une *référence* à une adresse mémoire où est stocké la valeur correspondante [1] .

Le *nom* (appelé *identificateur*) de chaque variable est choisi assez librement par le programmeur tout en respectant un ensemble de règles précis par rapport à sa syntaxe et en évitant de choisir un mot-clé (voir livre de Gérard Swinnen sur Python 3 pour une explication simple ou The Python Language Reference pour une définition complète de la syntaxe des identificateurs et la liste complète des *mots-clés Python*).

Par exemple une variable ne peut s'appeler `if` qui, comme on le verra plus tard, est un mot-clé du langage *Python*.

```
>>> if=3
  File "<stdin>", line 1
    if=3
      ^
SyntaxError: invalid syntax
```

Un type d'action essentiel en *Python* (et dans la plupart des langages de programmation) est l'*assignation* également appelée *affectation*.

L'opération d'assignation a la forme:

$$\mathtt{v} = w$$

où w est une expression donnant une valeur et `v` est le nom d'une variable.

Dans une première approximation cette opération consiste à mettre la valeur w dans la variable `v`

Ainsi la séquence d'instructions donnera les valeurs suivantes pour les variables, où `?` signifie que la variable n'existe pas (et donc que sa valeur est indéfinie):

[1] Plus précisément l'objet qui contient la valeur mais aussi d'autres attributs, comme nous le verrons plus loin.

instruction	x	y	z
x = 3	3	?	?
y = 12	3	12	?
z = x	3	12	3
x = 2 * x	6	12	3
y = 2 * y	6	24	3
z = x * y	6	24	144
(6, 24, 144)	6	24	144

Notons que la dernière instruction `x, y, z` a comme seul effet, dans l'environnement interactif, d'afficher les valeurs correspondantes (ici du tuple `(x, y, z)`).

2.6 print()

L'interpréteur *Python* a un certain nombre de fonctions prédéfinies à sa disposition (voir la liste dans la documentation de la Python Standard Library du site python.org). Nous verrons certaines de ces fonctions. Commençons par les fonctions `print()`, `float()` et `input()`.

Quand le programmeur désire, non pas faire des tests ou petits calculs rapides, mais écrire un programme complet, il édite un fichier qui par convention porte un suffixe `py`, contenant son code *Python*. Je peux par exemple *sauver* le fichier mon-premier-programme.py du code de mon premier programme sur disque (ou tout autre moyen de stockage) pour ensuite l'`exécuter` sur mon ordinateur en tapant la ligne de commande

```
python3 mon-premier-programme.py
```

L'exécution se fait en mode *script* par opposition au mode *interactif*.

> **Warning:** Vos fichiers *Python* doivent être sauvés dans l'encodage **UTF-8** (voir livre de Swinnen pour plus d'explications). Nous vous conseillons d'utiliser l'éditeur gedit pour écrire vos programmes *Python*.

Après un court instant, le *prompt* de la ligne de commande s'affiche ce qui montre que l'exécution est terminée: rien n'a été affiché.

```
litpc30:Exemples-cours tmassart$ python3 mon-premier-programme.py
litpc30:Exemples-cours tmassart$
```

Si l'on veut, en mode script, visualiser un résultat dans la *fenêtre de commande*, le programme doit utiliser l'instruction

```
print()
```

par exemple, si l'on remplace la dernière ligne par:

```
>>> print(x, y, z)
```

on obtient

```
litpc30:Exemples-cours tmassart$ python3 mon-premier-programme-corr.py
6 24 144
litpc30:Exemples-cours tmassart$
```

Note: Le tutoriel sur python 3.2 (section Fancier Output Formatting) illustre les possibilités d'écriture qu'offre le langage

---

2.7 Types

En *Python*, les objets ont un type. Lors de la création, d'un nouvel objet, son type est défini en fonction de l'objet créé. Plus précisément, *Python* est un langage orienté-objet: on dit que les entités créées sont des objets d'une certaine **classe**.

Les types les plus habituellement manipulés sont entier (integer), réel ou plus précisément nombre à virgule flottante (float), booléen ou logique (boolean), chaîne de caractères (string).

L'instruction *Python*

```
type(x)
```

où `x` est un objet, permet de connaître la classe de `x`.

```
>>> x = 3
>>> y = x / 2
>>> type(x)
<class 'int'>
>>> type(y)
<class 'float'>
```

Les exemples précédents n'utilisent que des objets (de type) entiers et réels. L'exemple suivant manipule d'autres types.

```
>>> t="Ceci est un exemple de texte"
>>> t2="C'est important de faire attention aux apostrophes"
>>> flag = t == t2
>>> print(t, t2, flag)
Ceci est un exemple de texte C'est important de faire attention aux apostrophes
>>> type(t)
<class 'str'>
>>> type(t2)
<class 'str'>
>>> type(flag)
<class 'bool'>
```

Si la *"traduction"* a un sens, il est possible et peut être utile de prendre une valeur d'un certain type et d'en construire une valeur *'correspondante'* dans un autre type. Par exemple

```
>>> r= 3.14
>>> r2 = int(r)
>>> print(r,r2)
```

```
3.14 3
>>> c = '52'
>>> i = int(c)
>>> type(c)
<class 'str'>
>>> type(i)
<class 'int'>
```

Une première application est la *lecture* de valeurs, comme expliqué dans la section suivante.

2.8 input()

Comme déjà expliqué, un algorithme ou un programme peut être vu comme une méthode pour résoudre un problème spécifié. Généralement, le programme reçoit des *données* et renvoie des *résultats*. L'instruction `input()` permet de lire des données lors de l'exécution du programme.

```
x = input("un texte qui invite l'utilisateur à entrer une
                                donnée")
```

Après cette instruction `x` contient le texte envoyé par l'utilisateur du programme et *lu* par le programme.

Prenons l'exemple d'un programme dont le but est de trouver les éventuelles racines d'une équation du second degré. Pour recevoir les trois valeurs réelles on pourra écrire

```
>>> a= float(input('valeur de a : '))
>>> b= float(input('valeur de b : '))
>>> c= float(input('valeur de c : '))
```

`float()` *traduit* le texte lu en valeur réelle s'il correspond bien à un réel dans une syntaxe correcte

2.9 Commentaires

Un programme *Python* doit être syntaxiquement correct pour être compréhensible par l'ordinateur (l'interpréteur qui le lit et l'exécute); il doit également être lisible pour le programmeur ou toute personne qui aurait envie de comprendre son fonctionnement.

Pour cela, il est important que le programmeur écrive dans son code des *commentaires* pertinents. Une façon de faire est de mettre le caractère #: tout ce qui suit sur la ligne ne sera ignoré par l'interpréteur.

```
# calcule le pourcentage de l'heure écoulée
percent = (minute * 100) / 60
v = 5                              # vitesse en mètres / secondes
```

Pour avoir des commentaires plus long qu'une ligne ou un fin de ligne, les commentaires multilignes peuvent être utilisés

```
"""
   Exemple de commentaire multiligne
   que l'on peut mettre dans un programme Python
   ...
"""
```

Nous verrons que les commentaires multilignes permettent de documenter les fonctions écrites par le programmeur qui pourra redemander ces informations plus tard.

2.10 Assignation multiple et assignation de tuples

Python permet d'assigner plusieurs variables en même temps

```
>>> x = y = 3
```

On peut aussi faire des assignations *parallèles*

```
>>> min, max = 4, 7
>>> x, y = y, x
```

Attention, ici la virgule est un délimiteurs des éléments d'une liste et sûrement pas le délimiteur entre la partie entière et la partie fractionnaire d'un nombre (*Python* utilise la convention scientifique et anglaise pour cela).

2.11 Autres fonctions prédéfinies intéressantes

- `abs(x)`
- `dir(objet)`
- `divmod(x,y)`
- `eval(expression)`
- `float(x)`
- `help(x)`
- `input()`
- `int(x)`
- `max(a,b,...)`
- `min(a,b,...)`
- `print()`
- `round(x,y)`
- `type(objet)`

Voir définition dans le manuel du Python Standard Library du site python.org

---

Note: Les fonctions `help()` et `dir()` donnent des exemples d'introspection que le programmeur peut utiliser (essayez par exemple `help(print)` après avoir importé le module, en utilisant éventuellement la `barre d'espace` pour passer à la suite de l'explication et la touche `q` pour terminer).

2.12 Mon premier programme complet

Voici un premier programme complet

```
"""
   Calcule la circonférence et la surface
   d'un cercle de rayon lu sur input
"""
__author__ = "Thierry Massart"
__date__ =  "18 août 2011"

from math import pi

rayon= int(input('rayon = '))      # rentrer la donnée
circ = 2.0 * pi * rayon            # calcule la circonférence
surface = pi * rayon**2            # calcule la surface
print('circonférence = ', circ)    # imprime les résultats
print('surface = ', surface)
```

__author__ et __ date__ sont des variables classiquement utilisées pour identifier l'auteur et la date d'écriture du programme.

2.12.1 Module math

Le module `math` contient de nombreuses constantes et fonctions prédéfinies bien utiles telles que :

`pi cos(x) sin(x) sqrt(x) log(x,b)`

Pour utiliser un module *python*, il faut l'importer; par exemple avec :

```
>>> import math
>>> math.cos(math.pi / 4)
0.70710678118654757
>>> math.log(1024, 2)
10.0
```

ou par exemple

```
>>> import math as m
>>> m.cos(m.pi/4)
```

```
0.70710678118654757
>>> m.log(1024, 2)
10.0
```

ou encore

```
>>> from math import pi, cos, log
>>> cos(pi/4)
0.70710678118654757
>>> log(1024, 2)
10.0
```

Warning: *Python* permet de faire l'importation de tous les éléments d'un module (exemple: `from math import *`): ceci est fortement déconseillé car

- ne permet pas de savoir d'où vient les éléments que l'on utilise ensuite,
- peut cacher des éléments existants qui ont le même nom
- rend le code difficile à debugger quand un symbole est indéfini
- peut provoquer des *clashs* entre plusieurs noms

Warning: **Apprendre python** : Plus important que d'avoir une connaissance encyclopédique de *Python*, il est important de pouvoir trouver l'information que l'on cherche et donc avoir une bonne méthode de recherche d'information. Une recherche du contenu du module `math` via `dir(math)`, `help(math)`, une recherche rapide (quich search) ou approfondie dans la documentation python (Tutorial, Library Reference, Language Reference) ou un bon livre sur *python* est un bon exemple pour vous entraîner. La méthode expérimentale (tester ce que fait une fonction, ...) constitue un complément important à toutes ces démarches.

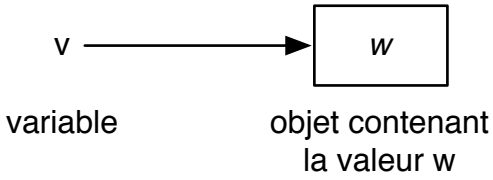
2.13 Sémantique précise de l'assignation

Note: Cette section est cruciale à la compréhension du fonctionnement de *Python*.

L'effet plus précis d'une affectation peut être décomposé en 3 étapes:

- si *w* n'est pas une référence à un objet déjà existant, évaluer la valeur *w* et créer un *objet Python* qui mémorise cette valeur ainsi que son type (et d'autres attributs)
- créer et mémoriser un nom de variable `v`
- établir le lien (par un système interne de pointeur) entre le nom de la variable (`v`) et l'objet contenant la valeur correspondant à *w* correspondante. Donc `v` contient l'adresse en mémoire de l'objet contenant la valeur correspondant à *w*. Ceci est illustré par une flèche entre `v` et l'objet.

Le résultat est illustré par le **diagramme d'état** suivant:



Attention: dans une instruction d'assignation, la variable assignée est toujours à gauche sur signe = et la valeur toujours à droite !

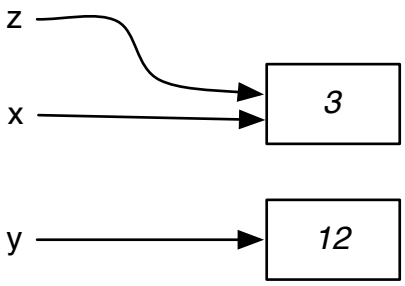
Dans l'exemple:

```
>>> x = 3
>>> y = 12
>>> z = x
>>> x = 2 * x
>>> y = 2 * y
>>> z = x * y
```

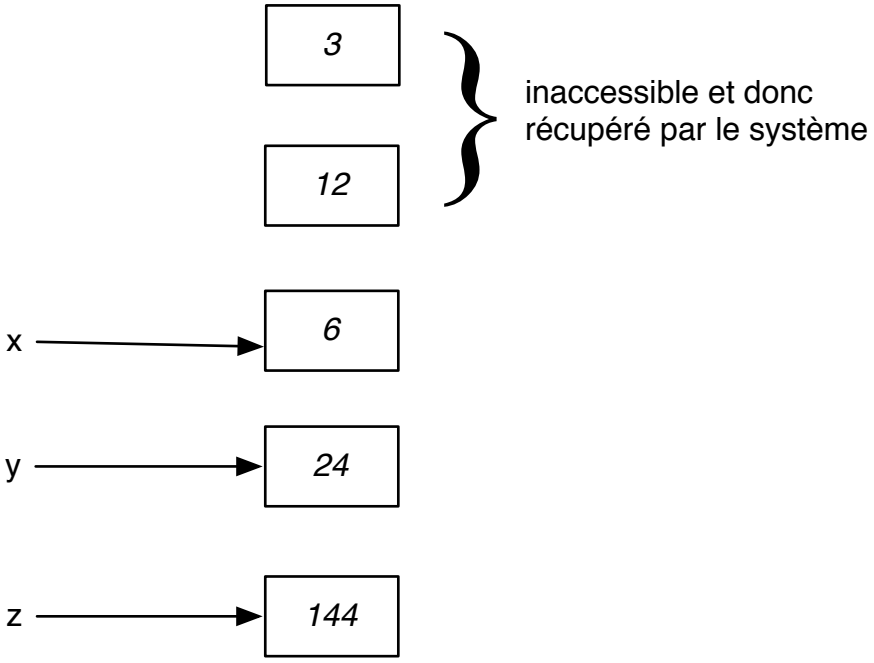
les instructions `x = 3` et `y = 12` créent 2 variables qui référencient respectivement un *objet* de type entier valant 3 et un autre également de type entier valant 12.

L'instruction `z = x` ne crée aucun nouvel objet; mais la variable `z` est créée et reçoit la valeur de `x`, **c'est-à-dire la référence vers l'objet de type entier et valant 3**.

Après ces 3 premières instructions, le *diagramme d'état* suivant illustre la situation:



A la fin du programme entier, 5 objets (de type) entiers ont été créés, dont ceux valant 6, 24 et 144 sont référencés respectivement par les variables `x`, `y` et `z`. Les objets valant 3 et 12 ne sont plus accessibles et donc potentiellement *récupérés* par le système (*garbage collector*).



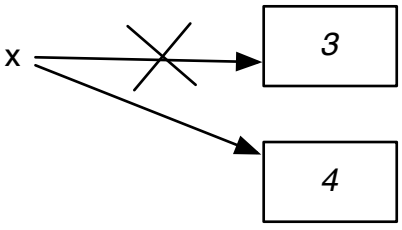
2.13.1 Incrémentation

L'*incrémentation* (respectivement la *décrémentation*) d'une variable `x` est le fait d'augmenter (resp. diminuer) sa valeur (généralement d'une unité).

le diagramme d'état de

```
>>> x = 3
>>> x = x + 1
```

donne donc:



et implique la création de 2 *objets* de type (classe) `int` : l'un valant `3` et l'autre `4` .

Note: Le fonctionnement précis de l'assignation, sera important pour comprendre le fonctionnement général d'un programme *Python*

CHAPTER

THREE

CONTRÔLE DE FLUX (INSTRUCTIONS IF ET WHILE)

See Also:

Lire les chapitres 3 et 4 du livre de Gérard Swinnen sur Python 3

Un programme dans un *langage impératif* comme l'est le langage *Python* exécute une séquence d'instructions dans un certain ordre. Jusqu'à présent, les programmes présentés exécutaient les instruction en séquence.

```
>>> a, b = 3, 7
>>> a = b
>>> b = a
>>> print(a,b)
```

donne un résultat différent de

```
>>> a, b = 3, 7
>>> b = a
>>> a = b
>>> print(a,b)
```

L'ordre d'exécution, appelé *flux d'exécution*, peut être modifié par des instructions dites *composées*. Nous allons voir ici les instructions conditionnelles (if) et les instructions répétitives (while, for). Ce chapitre présente les instructions *if*, *while* et *for*.

3.1 Conditions et instruction conditionnelle if

Donnons des exemples simples d'instructions `if` :

```
>>> a = 150
>>> if a > 100:
...     print("a dépasse la centaine")
...
```

`a > 100` est appelée la condition du *test if*. C'est une expression booléenne qui peut donc être évaluée à `vrai` ou `faux`. Si la condition est vraie, ce qui dépend du `if` est exécuté.

```
>>> a = 20
>>> if (a > 100):
...   print("a dépasse la centaine")
... else:
...   print("a ne dépasse pas cent")
...
```

Reprenons le calcul des éventuelles racines d'une équation du second degré. Après avoir lu les **données** du problème, c'est-à-dire les valeurs `a`, `b` et `c`, il faut calculer le `delta` et tester s'il est négatif, nul ou positif. Le code du programme donne :

```
"""
   Calcul des racines éventuelles d'une équation du second degré
"""
__author__="Thierry Massart"
__date__="22 août 2012"

from math import sqrt

a= float(input('valeur de a : '))
b= float(input('valeur de b : '))
c= float(input('valeur de c : '))

delta = b**2 - 4*a*c

if delta < 0:
    print(" pas de racines réelles")
elif delta == 0:
    print("une racine : x = ", -b/(2*a))
else:
    racine = sqrt(delta)
    print("deux racines : x1 = ",
          (-b + racine)/(2*a), " x2 = ", (-b - racine) / (2*a))
```

On a donc les trois mots-clés `if`, `else` et `elif`; ce dernier est donc la contraction d'un `else` et d'un `if`. N'oubliez pas de terminer la ligne d'en-tête du `if`, `else`, `elif` par le caractère `:`.

Note: En *Python* il est préférable de mettre une instruction par ligne sauf si l'instruction prend trop de place et prend plusieurs ligne (auquel cas, parfois il est nécessaire de terminer la ligne par le caractère `\` qui indique que l'instruction continue sur la ligne suivante. Le `;` permet également de séparer les instructions d'une même ligne.

L'*indentation* (décalage de certaines instructions de quelques - on conseille 4 - caractères) est essentielle en *Python* car il détermine quelle(s) instruction(s) dépendent de la condition.

Note: Les opérateurs relationnels *Python* sont :

`==`, `!=`, `<`, `>`, `<=`, `>=`, `is`, `is not`, `in`.

Note: Les opérateurs booléens *Python* sont :

`and`, `or` et `not`.

La sémantique (valeur) des opérateurs est donnée par leur **table de vérité**, qui exprime le résultat de l'expression en fonction des valeurs des opérandes:

a	b	not a	a and b	a or b
False	False	True	False	False
False	True	True	False	True
True	False	False	False	True
True	True	False	True	True

Les lois de *De Morgan* sont fréquemment utilisées pour simplifier les tests; ayant des expressions logiques `A` et `B`

1) `not (A or B) == (not A) and (not B)`

2) `not (A and B) == (not A) or (not B)`

Ainsi à la place de `not ((x >= 0) and (x <10))` on écrira `x < 0 or x >= 10`

3.1.1 If imbriqués

L'indentation est très importante et peut être une source d'erreur en cas d'instructions if (ou while, for) imbriquées.

Le code suivant :

```
if a > 0 :
    if  b > 0 :
        print("cas 1")
    else :
        print("cas 2")
```

imprime "cas 1" quand a et b sont positifs, "cas 2" quand a est positif et b négatif ou nul et n'imprime rien si a est négatif ou nul. Le `else` dépend du second `if`.

Le code suivant :

```
if a > 0 :
    if  b > 0 :
        print("cas 1")
else :
    print("cas 2")
```

imprime "cas 1" quand a et b sont positifs, "cas 2" quand a est négatif ou nul et donc rien quand a est positif et b négatif ou nul. Le `else` dépend du premier `if`.

3.1.2 Evaluation paresseuse (lazy evaluation)

Lorsqu'une expression booléene `b1 and b2` est évaluée, si `b1` est fausse, `b2` ne doit pas être évaluée car on sait que le résultat de l'expression est faux.

Idem si `b1 or b2` est évalué avec `b1` évalué à vrai, le résultat est d'office vrai.

Dans ces 2 cas, *Python* n'évalue pas `b2`.

On peut, par exemple, utiliser cela dans le code:

```
>>> if x != 0 and y/x > 1.0:
...     print('ok')
```

3.1.3 Syntaxe générale du if

La syntaxe générale de l'instruction `if` est :

```
"if" expression ":" suite
("elif" expression ":" suite )*
["else" ":" suite]
```

où

- expression est une expression booléenne,
- suite un bloc d'instructions (indentées)
- `( ... )*` est une méta-notation signifiant que la ligne peut ne pas être mise, mise une ou plusieurs fois
- `[...]` est une méta-notation signifiant que la ligne est optionnelle, c'est-à-dire peut être ou ne pas être mise.

3.1.4 is

l'opérateur `is` peut être utilisé: il teste si deux variables référencent le même objet

```
>>> x=3
>>> y=3
>>> x is y
True
>>> z = x
>>> x is z
True
>>> x = x + 1
>>> x is y
False
```

Ce code montre que l'objet entier contenant la valeur 3 n'est pas créé 2 fois, ce qui serait une perte de temps et d'espace mémoire. Par contre après incrémentation `x = x + 1`, `x` et `y` référencent bien sûr 2 objets différents (`y` vaut 3 et `x` vaut 4).

3.2 Instruction pass

Utilisée généralement quand le code doit être complété, l'instruction `pass` ne fait rien

```
if x < 0:
    pass  # TODO : gérer le cas où x est négatif
```

3.3 Instruction répétitive while

Le `while` est l'instruction répétitive la plus simple :

```
i = 3
while i < 10 :
    i = i + 2
    print(i)
print("exemple terminé")
```

imprime :

```
5
7
9
11
exemple terminé
```

3.3.1 Calcul du plus grand commun diviseur de 2 nombres

Un très bel exemple de l'utilisation du while consiste en le calcul du plus grand commun diviseur (pgcd) de deux entiers positifs x et y. Par exemple 6 est le pgcd de 102 et de 30 ; nous noterons ceci par

$$\text{pgcd}(102, 30) = 6$$

La méthode du mathématicien grec Euclide est basée sur l'observation que le pgcd de x et y est aussi le pgcd de y et du reste de la division entière de x par y. Ici 12 est le reste de la division entière de 102 par 30 et donc

$$\text{pgcd}(x, y) = \text{pgcd}(y, x \% y)$$

Donc :

$$\text{pgcd}(102, 30) = \text{pgcd}(30, 12)$$

$$\text{pgcd}(30, 12) = \text{pgcd}(12, 6)$$

$$\text{pgcd}(12, 6) = \text{pgcd}(6, 0)$$

Et comme

$$\text{pgcd}(x, 0) = x \text{ (puisque 0 est divisible par tout x; pour tout x : } 0.x = 0)$$

nous aurons

$$\text{pgcd}(102, 30) = 6$$

Le programme *Python* calculant le pgcd de 2 nombres entiers positifs est donné à la figure ci-dessous

```
"""
  calcule le pgcd de 2 nombres entiers positifs
"""

x = int(input("Introduisez le premier nombre entier positif : "))
y = int(input("Introduisez le second nombre entier positif : "))

while (y > 0):
     x, y  =  y, x % y

print("Le pgcd vaut: ", x)
```

La table d'état suivante donne les valeurs des variables durant les différentes phases de l'exécution du programme

instruction	**x**	**y**
x = int(input(...	102	?
y = int(input(...	102	30
x,y = y, x%y (1ère it	30	12
x,y = y, x%y (2ème it)	12	6
x,y = y, x%y (3ème it)	6	0
print(...	**6**	0

3.3.2 Conjecture de Syracuse

```
n = int(input('entier positif : '))
while n != 1:
    print(n, end=' ')
    if n % 2 == 0:
        n = n//2
    else:
        n = n*3+1
```

avec n = 27795317865557576576432145678

3.3.3 Autre exemple d'utilisation d'un while

Un autre exemple d'utilisation d'un while est illustré dans le bout de code suivant, qui fait le cumul des valeurs naturelles lues (terminées par une valeur -1 ne faisant pas partie de la liste) :

```
""" Somme cumulée des valeurs positives lues """
res = 0
i = int(input("Donnez une valeur entière (-1 pour terminer) : "))
while i > 0:
    res += i
    i = int(input("Donnez une valeur entière (-1 pour terminer) : "))

print("Somme des valeurs cumulées :  ", res)
```

Note: Notons que si la condition est fausse au début de l'exécution d'un while, l'instruction ne sera jamais exécutée. Inversément si la condition du while ne devient jamais fausse, l'instruction while continuera à s'exécuter indéfiniment et ceci jusqu'à ce que le processus qui exécute le programme soit "*tué*" c'est-à-dire arrêté de façon brutale par le programmeur ou le superviseur de l'ordinateur.

Tout programmeur novice va tôt ou tard avoir affaire à un tel programme qui **cycle**. Enfin notons qu'il se peut que la condition devienne fausse au milieu de l'exécution de l'instruction while. Ce n'est qu'à la fin de l'exécution de l'instruction que la condition est réévaluée. Ainsi dans le programme *Python* de la figure suivante, le corps de la boucle while est exécuté 4 fois.

```
i = 0;
print("Début du programme")
while i < 4 :
    i += 20
    print(i)
    i -= 19
print("terminé")
```

Le format général de l'instruction `while` est :

```
"while" expression ":" suite
["else" ":" suite]
```

où

- expression est une expression booléenne,
- suite un bloc d'instructions (indentées)
- `[...]` est une méta-notation signifiant que la ligne est optionnelle, c'est-à-dire peut être ou ne pas être mise.

Si la partie `else` est présente, elle est exécutée une seule fois quand la condition devient fausse.

3.4 Instruction for

Le `for` est une instruction répétitive qui itère avec une variable de *contrôle* qui à chaque itération, prend une valeur d'une séquence (ou d'un *container* [1]) donnée.

Nous verrons plus d'exemples au chapitre qui présente les strings et les listes. Donnons en seulement une utilisation *classique*:

```
>>> for i in range(10):
...     print(i)
...
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
```

3.5 break et continue

Python a également les instructions `break` et `continue` que nous ne verrons pas ici

Warning: N'utilisez pas d'instruction `break` ou `continue` dans vos programmes. Ces instructions peuvent être évitées et leur utilisation produit des programmes non *"bien structuré"*

[1] Un container est une donnée composée de plusieurs données plus simples (exemple: chaîne de caractère, liste, tuple, dictionnaire)

CHAPTER

FOUR

DÉFINITION DE NOUVELLES FONCTIONS

See Also:

Lire le chapitre 7 du livre de Gérard Swinnen sur Python 3

Python permet de découper les programmes en fonctions. Chaque fonction créée peut être vue comme un outil résolvant un certain problème. Les autres fonctions peuvent utiliser cet outil sans se soucier de sa structure. Il leur suffit, pour pouvoir l'utiliser, de savoir comment employer cet outil, c'est-à-dire, comme nous le verrons ci-dessous, de connaître le nom de la fonction, les objets (valeurs, variables) qu'elle nécessite et la façon dont elle renvoie un ou plusieurs résultats.

Cette technique a en particulier deux avantages:

- chaque fonction peut (généralement) être testée indépendamment du reste du programme;
- si une partie contient une séquence d'instructions qui doit être réalisée à différents endroits du programme, il est possible de n'écrire cette séquence qu'une seule fois.

En gros, une fonction peut être vue comme une opération dont la valeur est définie par le programmeur. Notons que, dans les chapitres précédents, nous avons déjà vu qu'en *Python*, il existe des fonctions prédéfinies que le programmeur peut utiliser. Ainsi par exemple print(), float(), cos() sont des fonctions; comme on l'a vu, cette dernière est prédéfinie dans le module `math` et doit être importée avant de pouvoir être utilisée.

4.1 Fonction retournant une valeur

Le code suivant définit une fonction `pgcd()` (le programmeur choisit le nom) qui reçoit en *entrée* (*données*) deux paramètres *formels* (ou juste paramètres) `x` et `y` qui sont supposés ici bien être des valeurs naturelles et renvoie le plus grand commun diviseur de `x` et de `y`.

```
def pgcd(x,y):
    """Renvoie le plus grand commun diviseur des 2 valeurs reçues
     qui doivent être des entiers positifs
   """
   while y > 0 :
```

```
        x,y = y, x%y
    return x
```

où

```
"""Un commentaire quelconque
   qui peut prendre plusieurs lignes
"""
```

est un commentaire multiligne qui constitue le `docstring` de la fonction `pgcd`.

Une fois définie la fonction `pgcd()` peut être utilisée en l'invoquant dans le code. On parle d'*appel* à la fonction et d'*argument* (ou paramètre effectif) passé lors de cet appel. On parle aussi du programme ou la fonction *appelante* et de la *fonction appelée*.

```
a = int(input("valeur entière positive : "))
z = pgcd(26,a)
...
if pgcd(47,z+1) != 1:
    ...
```

On peut aussi demander ce que fait la fonction avec

```
>>> help(pgcd)
```

qui donnera le *docstring* de la fonction.

Rappel: la touche clavier `q` sert à sortir du mode help

Note: En informatique, pour spécifier ce que fait un certain code et en particulier une fonction, on parle de *précondition* et de *postcondition*

- Précondition: condition que la fonction suppose vraie pour les entrées, avant d'exécuter son travail
- Postcondition: condition qu'une fonction garantit si l'ensemble des préconditions sont respectées (=la validité de son résultat)

4.2 Type des paramètres et du résultat

***Python* est un langage interprété avec typage dynamique fort. Cela** se remarque par exemple quand on défini une simple fonction `sum`:

```
def sum(a,b):
    return a+b
```

On aura

- `sum(3,5)` renvoie *8* qui est de type `int`
- `sum("bon","jour")` renvoie *"bonjour"* qui est de type `str` (string)

- `sum("bon",5)` génère une erreur de type (lève une exception lors de l'exécution de la somme)

```
Traceback (most recent call last):
File "<stdin>", line 1, in <module>
File "<stdin>", line 2, in sum
TypeError: Can't convert 'int' object to str implicitly
```

La raison est que l'on ne paut faire un + entre un entier et un string.

Warning: Il est donc impératif en *Python* de bien contrôler les types des objets que l'on manipule et éventuellement de gérer les erreurs possibles si le type reçu ne correspond pas au type ou à un des types attendus. Nous verrons que la gestion des exceptions permet de faciliter la gestion des erreurs.

Note: On dit communément d'une fonction qui renvoie un résultat d'un type `x`, que c'est une fonction de type `x` ou une fonction `x` (par exemple une fonction entière).

Note: Dans le vocabulaire des langages de programmation, une fonction qui peut faire des choses différentes en fonction du type des arguments, est dite *surchargée*. La fonction `sum` est un exemple simple de fonction surchargée qui tantôt effectue une somme, tantôt une *concaténation* de texte.

4.2.1 Fonction booléenne

Il est fréquent de devoir encoder une partie de programme qui réalise un test non élémentaire. La fonction booléenne `est_pair(x)` teste si `x` est pair;

```
def est_pair(x):
    """Renvoie vrai si et seulement si x est pair """
    return x%2 == 0

a = int(input("Entrez un nombre entier impair: ")
if est_pair(a):
    print("il n'est pas impair ! ")
```

4.3 Fonction ne retournant pas de valeur

On peut définir des fonctions dont le but n'est pas de calculer une valeur à renvoyer à la fonction appelante. Voici un simple exemple

```
def print_line(x,n):
     print(x*n)
```

Note: Par défaut une fonction renvoie la valeur `None` qui symbolise l'absence de valeur.

Cela signifie que `return` sans expression donnant une valeur à la fin équivaut à `return None`.

Par ailleurs, un `return` implicite existe à la fin de toute fonction.

Donc après avoir défini `print_line`, le code :

```
>>> print(print_line(5,7))
35
None
```

imprime le résultat de la multiplication et ensuite imprime le résultat de la fonction exécutée (`None`).

De même :

```
>>> print(print_line("*",10))
**********
None
```

imprime 10 fois le caractère "*" et ensuite imprime le résultat de la fonction exécutée (`None`).

4.4 Exécution de la fonction appelée (passage de paramètres par valeur)

Dans la suite, nous parlerons de la fonction appelante pour identifier le fonction qui effectue l'appel à la fonction invoquée; cette dernière sera identifiée comme étant la fonction appelée.

4.4.1 Exécution d'une fonction

Lorsqu'une fonction est appelée par une autre fonction, la séquence du traitement est la suivante:

1. Les variables locales à la fonction appelée, correspondantes aux paramètres formels, sont créées (et mise dans le nouvel espace de nom associé à cette instance de la fonction).

2. Les paramètres sont transmis (passés) entre la fonction appelante et la fonction appelée. Ceci sera décrit en détails ci-dessous.

3. L'exécution de la fonction appelante est suspendue pour laisser la place à l'exécution de la fonction appelée.

4. Lorsque la fonction appelée termine son exécution, les variables locales sont "détruites" : plus précisément l'espace de nom associé à l'instance de la fonction est détruit.

5. La fonction appelante reprend son exécution. Si la fonction précédemment appelée était une fonction retournant une valeur, la valeur de cette fonction a été conservée pour permettre l'évaluation de l'expression utilisant le résultat de cette fonction.

Une fonction ou une procédure étant, en substance, une fonction de traitement paramétrisé, il faut clairement préciser à quoi correspond chaque paramètre formel au début de chacune de ses exécutions.

Tout d'abord, rappelons qu'une fonction est vue comme un opérateur: chaque appel à cette fonction produit un résultat (éventuellement `None`) qui est la valeur de cette fonction pour cet appel ; cette valeur résultat est donc transmise à la fonction appelante. Le passage des paramètres constitue l'autre façon de transmettre des valeurs ou des résultats entre la fonction appelante et la fonction appelée. Le seul mode de transmission des paramètres possible en *Python* est la passage par valeur.

4.4.2 Correspondance des paramètres

Il doit y avoir une correspondance entre les paramètres formels et les paramètres effectifs selon la position. Cela signifie que le ième paramètre effectif en ordre d'apparition dans la liste doit correspondre au ième paramètre formel.

Le passage de paramètre suit le même fonctionnement qu'une assignation: le paramètre effectif est soit une référence à un objet existant soit une expression dont la valeur donne un objet; le paramètre formel est une variable locale qui lors de l'appel recevra une référence à cet objet.

Donc avec `def pgcd(x,y):` l'appel pgcd(26,a) aura comme effet que dans la fonction, `x` référence l'objet entier valant *26* et y, la variable référencée par ailleurs par `a`.

4.4.3 Retour de plusieurs valeurs; modification de variables

Un exemple intéressant est celui de la fonction `min_et_max` qui reçoit 2 valeurs et qui trie ces valeurs, par ordre croissant.

La fonction suivante ne donnera pas le bon résultat:

```
def min_et_max(x,y):
    """Fonction qui ne fait rien d'utile  """
    if x > y:
        x,y = y,x

a=int(input("première valeur : "))
b=int(input("seconde valeur : "))

print(a,b)
min_et_max(a,b)
print(a,b)
```

La raison est que `x` et `y` sont des variables locales qui référencent les objets contenant les valeurs, mais que la fonction ne modifie ni les objets, ni les références données lors de l'appel.

La solution est que les valeurs soient renvoyées en résultat.

```
def min_et_max(x,y):
    """Renvoie min(x,y) suivit de max(x,y) """
    if x > y:
        x,y = y,x
    return x,y

a=int(input("première valeur : "))
b=int(input("seconde valeur : "))

print(a,b)
a,b = min_et_max(a,b)
print(a,b)
```

Warning: Règle de bonne pratique :
Une fonction de type `None` ne doit pas contenir de `return`. Une fonction d'un type différent de `None` ne doit contenir qu'un seul `return` avec le résultat, et ce `return` doit être placée comme dernière instruction de cette fonction.

4.5 Espace de noms (namespace), variables locales et globales

Chaque fois qu'une fonction est appelée, *Python* réserve pour elle (dans la mémoire de l'ordinateur) un nouvel *espace de noms* (*namespace*) où toutes les variables locales seront mises. Un espace de nom établit une correspondance (mapping) entre des noms (les variables) et des objets référencés.

Rappelons qu'en *Python* une variable `x` contient la référence à un objet `o`; c'est l'assignation qui établit le lien entre `x` et `o`. Un objet, une fois créé, existera tant qu'il sera référencé quelque part.

Rappelons aussi que la *sémantique* de `x = y` où `x` et `y` sont des variables, ne fait que mettre la valeur de `y`, c'est-à-dire la référence vers un objet, dans la variable `x`.

Note: Nous verrons lorsque nous aborderons les types de données *modifiables* à quoi il faudra faire attention.

Chaque module a également son espace de nom. Ainsi `import math` permet de *connaître* le module `math` (en fait de créer un objet `math` de type `class module`) et donc d'accéder à la fonction `cos( )` avec la syntaxe `math.cos( )` en utilisant la *dot dotation*.

Note: Le module par défaut est dénommé `__main__` (avec deux souligné au début et à la fin).

Lors de l'exécution d'une fonction, elle peut accéder aux variables locales ainsi qu'aux variables globales (visibles). Par exemple:

```
>>> def f():
...     p=1
...     print(p,q)
...
>>> p,q=10,20
>>> f()
1 20
>>> print(p,q)
10 20
```

On parle de la *portée* (*scope*) des variables : zone du programme dans laquelle elle est disponible. La portée d'une variable locale ou d'un paramètre est limitée à sa fonction.

4.5.1 Traceback

Lorsqu'une erreur se produit lors de l'exécution d'un programme *Python* l'utilisateur reçoit un message d'erreur qui commence par `Traceback (most recent call last):`

Pour identifier où a eu lieu l'erreur, le message *retrace* dans quelle fonction `f0` et où a eu lieu l'erreur ainsi que, si c'est le cas, la fonction `f1` et le lieu où `f0` a été appelée, et ainsi de suite.

Par exemple:

```
def ma_fun():
    une_autre_fun()

def une_autre_fun():
    encore_une_fun()

def encore_une_fun():
    # une_erreur utilisé sans avoir été définie auparavant
    une_erreur= une_erreur + 1

ma_fun()
```

donnera:

```
litpc30:Exemples-cours tmassart$ python3 traceback.py
Traceback (most recent call last):
  File "traceback.py", line 10, in <module>
    ma_fun()
  File "traceback.py", line 2, in ma_fun
    une_autre_fun()
  File "traceback.py", line 5, in une_autre_fun
    encore_une_fun()
  File "traceback.py", line 8, in encore_une_fun
    une_erreur= une_erreur + 1 # une_erreur utilisé sans avoir été définie aupra
UnboundLocalError: local variable 'une_erreur' referenced before assignment
```

4.6 Passage de fonction comme argument et fonction lambda [1]

Python permet de passer des fonctions comme paramètre.

```
from math import sqrt, sin

def fun(f,x):
    return f(x)

fun(sqrt,4)
fun(sin,0.5)
```

Cela peut être intéressant ou essentiel dans certain code. Ceci sera illustré dans un chapitre ultérieur dans un code qui dessine une fonction, celle-ci étant donnée en paramètre, dans un certain intervalle.

Par ailleurs, l'aspect dynamique de *Python* permet également de définir des nouvelles fonctions lors de l'exécution et d'avoir des variables qui référencient ces fonctions. En particulier on peut utiliser des définition *lambda*, par exemple

```
>>> f = lambda x : x**2 - 3.0*x
>>>      # Définit une fonction (x^2-3x) référencée par la variable f
...
>>> print(f(2.0))  # appel f(2.0) et imprime le résultat
-2.0
```

4.7 Valeur par défaut pour les paramètres et argument *mots-clés*

Voir livre de Gérard Swinnen ou manuels.

[1] Matière avancée

CHAPTER

FIVE

CHAÎNES DE CARACTÈRES (STRINGS), TUPLES, LISTES ET INSTRUCTION FOR

See Also:

Lire les chapitres 5 et 10 du livre de Gérard Swinnen sur Python 3

Python manipule des types de données *non simples* c'est-à-dire où une donnée est formée de parties. Nous allons étudier ici les types de données qui forment des *séquences* : les chaînes de caractères (strings) que nous avons déjà présentées, ainsi que les listes, et les tuples.

5.1 Chaînes de caractères (strings)

Une valeur de type string est entourée des caratères '...' ou "..." ou """..."""". Les """..."""" permettent de taper librement les passages à la ligne, sinon on peut utiliser `\n`

```
>>> a = "bonjour"
>>> b = """ ici je mets
... mon texte
... sur plusieurs lignes"""
>>> print(b)
 ici je mets
mon texte
sur plusieurs lignes
```

Nous avons déjà vu que les strings pouvaient être concaténés `a+b` ou répétés `a*5`.

On peut également comparer 2 strings: l'ordre de la codification `unicode UTF-8` est utilisée

Les composantes (caractères) d'un *string* `s` sont indicées de 0 à `len(s)` où `len()` est une fonction prédéfinie qui donne le nombre de caractères dans le string.

Warning: Donc quand `len(s)` vaut 5 on peut manipuler `s[0]` à `s[4]` (= `s[len(s)-1]`).

***Python* permet aussi d'utiliser des indices négatifs sachant que** `s[-1]` est le dernier caractère du string `s`, `s[-2]` l'avant dernier ....

On peut aussi avoir une *tranche* (*slice*) de `s` (exemple: `s[2:5]` correspond à la partie de `s` depuis le caractère d'indice 2 compris jusqu'au caractère 5 **non compris**.

`s[:j]` est synonyme de `s[0:j]` et `s[i:]` est synonyme de `s[i:len(s)]`.

Enfin, on peut prendre certains éléments, par exemple :

- `s[::2]` est le string formé des caractères pairs de `s` ou
- `s[::-1]` est le string formé de tous les caractères de `s` mais dans l'ordre inverse.

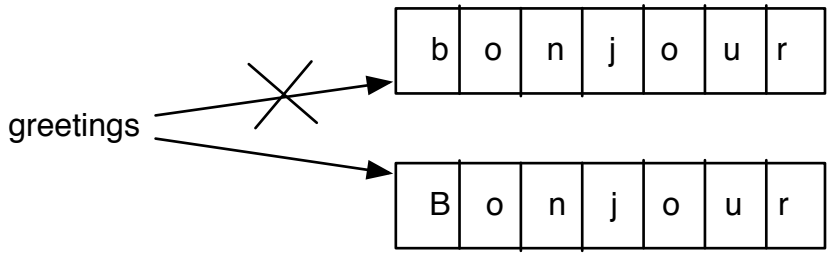
```
>>> s = "bonjour"
>>> print(len(s))
7
>>> print(s[1])
o
>>> print(s[-1])
r
>>> print(s[2:5])
njo
>>> s2 = s[::-1]
>>> print(s2)
ruojnob
>>> print(s[::2])
bnor
>>> print(len(s))
7
>>> print(s[-len(s)])
b
>>> s3 = 'B'+s[1:]
>>> print(s3)
Bonjour
>>> print(s[:3]*2)
bonbon
>>> vide=""
>>> len(vide)
0
```

Un string est une séquence **immuable**: on ne peut donc pas la modifier

```
>>> s = "bonjour"
>>> s[0]="B"
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: 'str' object does not support item assignment
```

Ayant `"bonjour"` dans la variable `greetings`, le code correct pour mettre la première lettre en majuscule est :

```
>>> greetings = "B" + s[1:]
```



5.1.1 L'instruction for ... in

permet de parcourir tous les éléments d'une séquence. Par exemple :

```
nom = "Gilles"
for car in nom:
   print(car + ".", end =’’)
print()
```

imprime `G.i.l.l.e.s.`.

Le for ... in peut également être utilisé avec les autres types de séquences (tuples, listes) et également les dictionnaires (voir plus loin dans la matière).

5.1.2 Le test in

permet de tester si un élément appartient à une séquence. Par exemple :

```
car = "a"
voyelles = "aeiouyAEIOUYàâéèêëùîï"
if car in voyelles:
   print(car, " est une voyelle.")
```

imprime `a est une voyelle.`.

De la même façon le `in` peut être utilisé pour tester l'appartenance dans d'autres *containers* (tuples, listes, dictionnaires).

5.1.3 Comparaison de strings

les opérateurs relationnels <, <=, >, >=, ==, != permettent de comparer les strings en utilisant l'ordre donné par la codification *unicode utf-8*. (voir livre de Gérard Swinnen). Sur la codification unicode UTF-8, vous devez juste savoir que les lettres sont codifiées les unes à la suite des autres :

- `a, b, c , ..., z`
- `A, B, ...Z`
- `0, 1, ... 9`

Notez que les fonctions prédéfinies

- `ord(c)` donne la valeur entière correspondant à la codification du caractère `c`
- `chr(i)` donne le caractère correspondant au code i

```
nom = "Joseph"
nom2 = "Josephine"


if nom < "Caroline":
   print("Caroline c'est ma tortue")

if nom < nom2:
   print("Josephine passe après !")

print(ord('0'), ord('9'), ord('A'), ord('B'), ord('a'))
for i in range(20000):
   print(chr(i), end="")
```

imprimera :

```
Josephine passe après !
48 57 65 66 97
```

suivi des 20000 premiers caractères (certains ne sont pas imprimables) dans la codification *UTF-8*.

Notez que certains "caractères" ne sont pas imprimables à proprement parler: par exemple `print(chr(7))` a comme effet d'envoyer le code de signal (beep) au haut-parleur de l'écran. D'autres caractères représentent des pictogrammes: par exemple les codes 9812 à 9823 représentent les pièces du jeu d'échec.

5.2 Tuples

Un tuple est une séquence immuable d'éléments; chaque élément pouvant être du même type ou d'un type différent.

```
mes_nombres_lotto = 7, 21, 27, 32, 35, 41
x=int(input("nombre gagnant : ")
if x in mes_nombres_lotto:
  print("le ", x," est gagnant et est dans mes nombres ", mes_nombres_lotto)
```

Les tuples peuvent , par exemple, servir pour assigner plusieurs valeurs en une seule assignation multiple

```
a,b = b, a # permute les valeurs de a et de b
```

ou encore quand on veut renvoyer plusieurs valeurs dans une fonction

```
def min_et_max(x,y):
  """ renvoie min(x,y) suivit de max(x,y) """
```

```
  if x > y:
     x,y = y,x
  return x,y

a=int(input("première valeur : "))
b=int(input("seconde valeur : "))

print(a,b)
a,b = min_et_max(a,b)
print(a,b)
```

Notez que habituellement, on entoure les éléments du tuple par des parenthèses pour mieux identifier les éléments

```
...
(x,y) = (y,x)
return (x,y)
```

Les opérateurs + (concaténation) et * (répétition) et `in` ainsi que le slicing `t[i:j]` fonctionnent comme avec les strings. La comparaison de 2 tuples est similaire à ce qui se passe avec les strings (par exemple `(1,2,3) < (1,2,3,4)` est vraie).

L'assignation peut définir un tuple dont les éléments sont les valeurs données à droite du symbole = d'assignation,

```
>>> s = 1,2,3
```

C'est ce que l'on appelle le *packing*. L'inverse (unpacking) est également possible, quand ayant une séquence (tuple ou string ou liste,...) de *n* éléments, on demande d'assigner à *n* variables les valeurs de ces *n* éléments:

```
>>> s=(1,2,3)
>>> print("s =", s)
s = (1, 2, 3)
>>> a,b,c = s          # unpack les 3 valeurs dans respectivement a, b et c
>>> print("a = ", a)
a =  1
>>> print("b = ", b)
b =  2
>>> print("c = ", c)
c =  3
>>> d, g = s          # s a 3 composantes !!!
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
ValueError: too many values to unpack (expected 2)
```

Notez que l'instruction `d, g = s` demande 2 valeurs mais `s` a 3 composantes, d'où l'erreur.

Les comparaisons, le `in` dans un for ou dans une condition ou des fonctions comme `len()` fonctionnent avec tout type de séquences que ce soient des tuples, des strings, ou des listes, ou même des dictionnaires (voir plus loin), ...

Notons que l'on peut avoir des tuples d'éléments non homogènes et qui peuvent être des élé-

ments non simples comme des strings, listes, tuples, dictionnaires (voir plus loin), ...

```
>>> mon_tup = 'bon', 'voici', 1, 'exemple', (2,3)
>>> print(mon_tup)
('bon', 'voici', 1, 'exemple', (2, 3))
>>> len(mon_tup)
5
>>> print(mon_tup[4])
(2, 3)
>>> len(mon_tup[4])
2
>>> a,b,c,d,e=mon_tup
>>> print(a)
bon
```

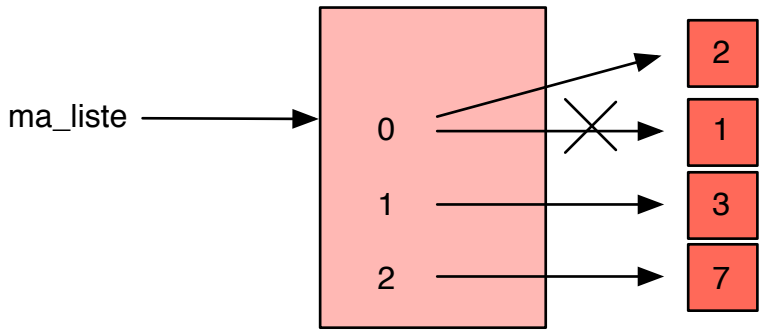
Note: Le tuple contenant un seul élément (par exemple `3` se note (3,). Le tuple vide de note `()` (exemple `t = ()`)

5.3 Listes

Un liste *Python* est une séquence que l'on peut modifier (*muable*) d'éléments, chaque élément pouvant avoir le même type ou un type différent des autres :

```
>>> ma_liste = [1,3,7]
>>> ma_liste[0] = 2
```

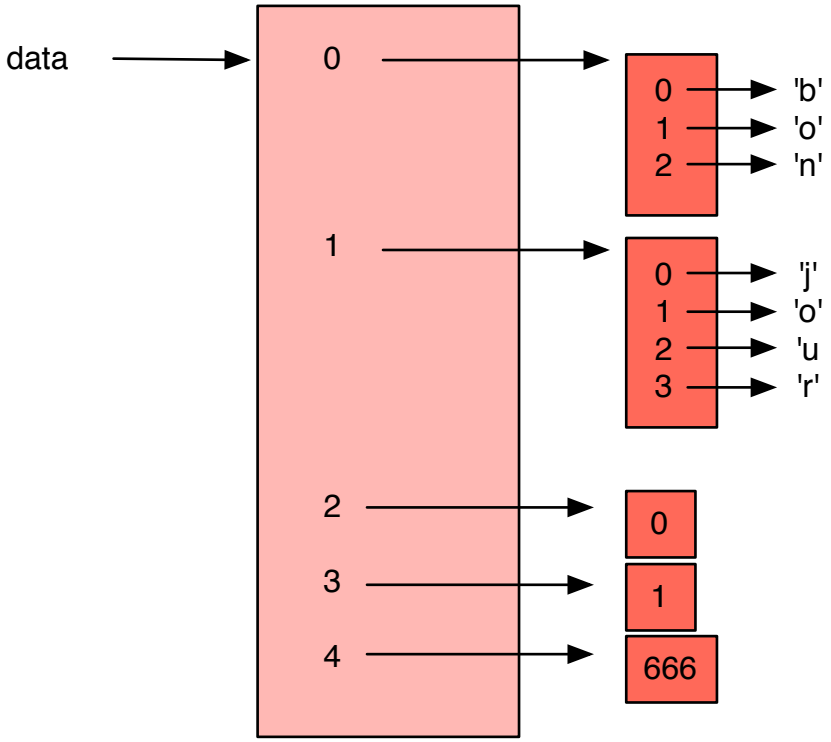
donne le diagramme d'état suivant:




```
>>> ma_liste=[3,7,21,42]
>>> print(ma_liste)
[3, 7, 21, 42]
>>> print(len(ma_liste))
4
>>> empty=[]     # liste vide
>>> type(empty)
<type 'list'>
>>> len(empty)
```

```
0
>>> data=['bon',"jour",0,1,[2,3,4]]
>>>len(data)
5
>>> type(data[0])
<type 'str'>
>>> type(data[4])
<type 'list'>
>>> data[4]=666
>>> print(data)
[bon', 'jour', 0, 1, 666]
>>> print(data[-1])
666
```

Le diagramme d'état de `data` à la fin de l'exécution du code précédent est :



Ici aussi, les opérateurs + (concaténation) et * (répétion) et `in` fonctionnent comme avec les strings. La comparaison de 2 tuples est similaire à ce qui se passe avec les strings (par exemple `[1,2,3] < [1,2,3,4]` est vraie).

Contrairement aux strings et aux tuples, cette séquence est modifiable: chaque élément (composante) de la séquence peut être modifié. On peut aussi rajouter des éléments ou en supprimer :

```
>>> data=["bon","jour",0,1,[2,3,4], (7,8)]
>>> len(data)
6
```

```
>>> data[0]= "Bonne"
>>> data[1:1]=" "      # insert en composante 1
>>> data[2]="journée"
>>> del data[3]  # supprime la composante 3 de data
>>> del data[3:] # supprime les composantes 3 et suivantes de data
>>> print(data)
['Bonne', ' ', 'journée']
>>> len(data)
3
>>> data.append(1515)
>>> print(data)
['Bonne', ' ', 'journée', 1515]
>>> len(data)
4
>>> data.extend([3.14,21,[3,5]])
>>> print(data)
['Bonne', ' ', 'journee', 1515, 3.14, 21, [3, 5]]
>>> len(data)
7
data.insert(1," et heureuse")
>>> print(data)
['Bonne', ' et heureuse', ' ', 'journee', 1515, 3.14, 21, [3, 5]]
>>> print(data[0][0])
'B'
>>> print(data[7][1])
5
```

5.3.1 Copie de liste

```
t = [1,3,7]
s = t         # s et t référencient la même liste
copy = t[:]   # copy est une copie de la liste t
t[0] = 36
print(s)
print(t)
print(copy)
```

imprime

```
[36, 3, 7]
[36, 3, 7]
[1, 3, 7]
```

Le type de copie que nous venons de présenter s'appelle *shallow* copy (copie superficielle).

Nous verrons plus bas que pour des listes complexes, un shallow copy peut ne pas être suffisant et qu'un *deepcopy* devra être effectué.

5.3.2 Objet et méthodes

Comme déjà brièvement expliqué lorsque nous avons parlé de l'assignation, *Python* manipule des variables qui sont des références à des *objets*. Généralement, associées à une classe d'objets, des procédures de traitement, appelées *méthodes*, manipulent ces *objets* pour les modifier.

Une méthode ressemble à une fonction mais où le traitement est propre à un objet donné.

Le format général pour *exécuter* une méthode `meth` sur un objet `o` est

```
o.meth(...)
```

où à l'intérieur des parenthèses `( )`, sont mis les éventuels arguments

Par exemple:

- `data.append(1515)`
- `data.extend([3.14,21,[3,5]])`

Comme le but de ce cours n'est pas de retenir par coeur, l'ensemble des méthodes existantes pour les différentes classes d'éléments, un aide mémoire est toujours mis à votre disposition (Voir le chapitre *Aide-mémoire Python 3.2* et cliquer sur le logo :

en début du chapitre pour obtenir la dernière version *pdf* imprimable sur une feuille A4 recto verso.

5.3.3 Différentes façons de manipuler des listes

Notez que, comme très souvent en *Python* différentes opérations peuvent effectuer le même traitement. Par exemple ayant une liste quelconque `s`,

```
>>> s.append(37)        # rajoute un élément à la fin de la liste t
```

est équivalent à :

```
>>> s[len(s):len(s)] = [37]        # rajoute un élément à la fin de la liste t
```

ou encore à :

```
>>>  s.extend([37]) : rajoute à s les éléments de la liste en paramètre
```

ou à :

```
>>>  s.insert(len(s),37) : insère 37 en fin de liste
```

De même:

```
>>> s[0:1] = []      # supprime le premier élément de la liste s
```

est équivalent à :

```
>>> del s[0]      # supprime le premier élément de la liste s
```

Egalement :

```
>>> del s[len(s)-1]  # supprime le dernier élément de la liste s
```

est équivalent à :

```
>>> s[len(s)-1:] = []  # supprime le dernier élément de la liste s
```

Le programmeur a donc intérêt à décider une fois pour toute qu'il utilise toujours la même façon de faire pour réaliser un certain traitement, et à s'y tenir.

Warning: Il est interdit de manipuler en "lecture" (essayer de prendre la valeur de l'élément) ou en "écriture" (essayer de changer la valeur) une composante inexistante d'une liste `s` c'est-à-dire en dehors de l'intervalle `0 .. len(s)`

```
>>> s= ['a','b','c']
>>> s[3] = 'd'
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
IndexError: list assignment index out of range
>>> print(s[3])
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
IndexError: list index out of range
```

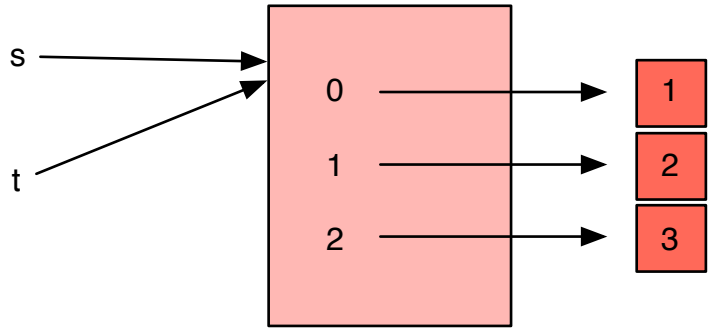
En particulier pour étendre une liste, il faut donc utiliser par exemple une des méthodes vues plus haut (`append`, `extend`, slicing).

5.3.4 Liste et références

Warning: Comme pour les valeurs simples l'effet précis des instructions

```
>>> s = [1,2,3]
>>> t = s
>>> s is t
True
```

est de créer une liste de 3 objets entiers (valant 1, 2 et 3), de mettre dans `s` la référence à cette liste et ensuite de donner la même référence à `t`; et donc `s is t` répond `True`.
Donc `s` et `t` référencent la **même liste** comme le montre le diagramme d'état suivant:



Donc s[1] = 36 modifie la liste et donc print(s) et print(t) impriment tous les 2 `[1,36,3]`.
Quand on utilise `s[i:j] = l2` pour certains indices `i` et `j` et une liste l2 donnés, ou `del s[i]` ou encore `s.append(v)`, on modifie la liste `s` (et donc `t`).
Rappelons que le test `s is t` (qui répond donc `True` ou `False`) permet de savoir si `s` et `t` référencent le même objet.
Si l'on fait par exemple:

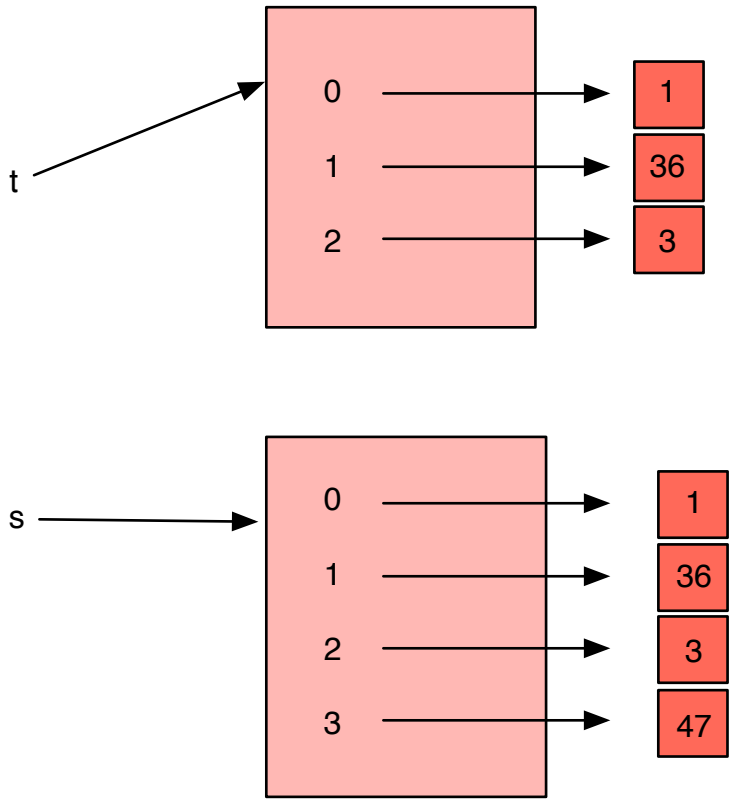
```
>>> s = s + [37]
```

on crée une nouvelle liste avec les éléments de l'ancienne liste `s` et la liste `[37]`. `s` reçoit la référence à la nouvelle liste. Donc `s` référence cette nouvelle liste, `t` référence toujours l'ancienne (`s is t` vaut `False`).

Warning: Cette façon de faire a beaucoup d'avantages, mais est une source d'erreur importante !!
Le code suivant:

```
>>> s= [1,2,3]
>>> t = s
>>> s[1] = 36
>>> s
[1,36,3]
>>> t
[1,36,3]
>>> t is s
True
>>> s = s + [47]
>>> s
[1,36,3,47]
>>> t
[1,36,3]
>>> s is t
False
```

donne en fin d'exécution le diagramme d'état suivant:



Note: Plus précisément, chaque constante (1, 3, 36,...) n'est créée qu'une seule fois (un objet) et si une composante d'une séquence a cette *valeur*, *Python* implémente cela comme une référence vers cet objet ayant cette *valeur* (voir diagrammes d'état suivants).

Warning: Notons que :

```
>>> s = [1,2,3]
>>> t = [1,2,3]
>>> s is t
False
```

crée deux listes distinctes.
tandis que

```
>>> s = 'hello'
>>> t = 'hello'
>>> s is t
True
```

crée un string pointé par les deux variables `s` et `t`.
L'idée est que comme un string est immuable, il n'y a aucun risque à faire pointer plusieurs variables vers le même string, tandis que pour les listes, a priori, elles seront modifiées par la suite et donc il semble clair que dans le code plus haut, `s` et `t` doivent référencer deux listes différentes. Sinon on aurait écrit :
`s = t = [1,2,3]`

5.3.5 range()

La fonction `range()` génère une séquence de valeurs entières.

On a déjà vu que

```
for i in range(10):
   print(i, end=" " )
```

imprime : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

La fonction `range()` est un itérateur, c'est-à-dire une fonction qui génère une séquence d'éléments; `range()` génère une séquence d'entiers.

`range()` peut avoir 2 ou même trois arguments donnant le nombre de départ, la borne et le *pas* qui peut être positif ou négatif. Par défaut le nombre de départ vaut 0 et le pas vaut 1. Les arguments doivent être des nombres entiers.

Notons qu'il est possible d'utiliser la fonction `list()` avec la fonction `range()`, pour obtenir la liste des éléments correspondants.

```
>>> t = list(range(10))
>>> print(t)
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
```

5.4 Instruction for

Généralement, l'instruction `for` sert à assigner à une variable de *contrôle*, une valeur d'une séquence donnée.

Ainsi dans :

```
>>> seq = ['bon', 'jour', 1,  'peu', 2, 'tout']
>>> for elem in seq:
...   print(elem, " / ", end = "")
...
bon  / jour  / 1  / peu  / 2  / tout  /
```

la variable `elem` prend à chaque itération une autre valeur de la liste.

Cela fonctionne aussi avec un autre type de séquence telle que un string ou un tuple ou même un dictionnaire comme nous le verrons plus loin.

```
>>> mon_texte = "hello world"
>>> for c in mon_texte:
...   print(c)
...
h
e
l
l
o

w
o
r
l
d
```

Le code suivant illustre comment manipuler l'indice de la séquence, en même temps que l'élément.

```
>>> mon_texte = "hello world"
>>> for i in range(len(mon_texte)):
...   print(i, " ",  mon_texte[i])
...
0   h
1   e
2   l
3   l
4   o
5
6   w
7   o
8   r
9   l
10   d
```

Note: Il est possible d'écrire les résultats dans un format plus propre (par exemple, en réservant systématiquement 3 espaces pour une donnée ou en demandant d'imprimer le résultat réel avec une certaine précision). **Voir livre de Gérard Swinnen, section "formatage des chaînes de caractères"**.

Notez que si on a, par exemple, une liste de strings, on peut avec deux `for` imbriqués, passer en revue tous les caractères de chaque string.

```
>>> ma_liste = ["bon", "jour", " tu vas ", " bien"]
>>> for s in ma_liste:
...   for c in s:
...     print(c, end =" ")
...
b o n j o u r   t u   v a s    b i e n
```

Le premier for assigne à `s` chaque string de `ma_liste`, le `for` imbriqué, assigne à `c` chaque caractère du string mis dans `s`.

5.5 Autres opérations et méthodes sur les séquences, strings, listes

Note: Dans le livre de Gérard Swinnen, et dans l'aide mémoire, vous verrez que d'autres méthodes existent sur les séquences (strings, tuple, listes) ou plus spécifiquement sur un type de séquence (les listes par exemple).

Exemple :

- `del(s[i])`
- `del(s[i:j])`
- `s.append(x)`
- `s.extend(liste2)`
- `s.count(x)`
- `s.index(x)`
- `s.sort()`
- `s.pop()`
- `s.reverse()`
- `s.remove(v)`

5.5.1 zip

Cette fonction peut être bien pratique quand on veut parcourir deux ou plusieurs séquences en parallèle. Par exemple le code suivant est équivalent au code vu un peu plus haut :

```
>>> mon_texte = "hello world"
>>> for i, c  in zip(range(len(mon_texte)),mon_texte):
...   print(i, " ",  c)
...
0   h
1   e
2   l
3   l
4   o
5
6   w
7   o
8   r
9   l
10   d
```

Notez que `zip` peut recevoir plus de deux séquences, et qu'il s'arrête dès que la plus courte est épuisée.

```
>>> mon_texte = "hello world"
>>> for i in zip([1,2,3],"bonjour","truc"):
...   print(i)
...
(1, 'b', 't')
(2, 'o', 'r')
(3, 'n', 'u')
```

5.6 Compréhension de liste (list comprehension)

La *compréhension de listes* (*list comprehension*) est une méthode efficace et concise pour créer une liste à partir des éléments d'une autre séquence satisfaisant une certaine condition. Le tutoriel python3 dans le site officiel (python.org) donne de très bons exemples d'utilisation de la compréhension de liste.

on peut écrire :

```
squares = [x**2 for x in range(10)]
```

à la place de :

```
>>> squares = []
>>> for x in range(10):
...     squares.append(x**2)
...
```

```
>>> squares
[0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81]
```

De même :

```
>>> combs = [(x, y) for x in [1,2,3] for y in [3,1,4] if x != y]
>>> combs
[(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 4)]
```

est équivalent à :

```
>>>
>>> combs = []
>>> for x in [1,2,3]:
...     for y in [3,1,4]:
...         if x != y:
...             combs.append((x, y))
...
>>> combs
[(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 4)]
```

Ayant une matrice:

```
>>> matrix = [
...     [1, 2, 3, 4],
...     [5, 6, 7, 8],
...     [9, 10, 11, 12]]
```

Le code suivant construit sa transposée:

```
>>> trans = [[row[i] for row in matrix] for i in range(4)]
>>> trans
[[1, 5, 9], [2, 6, 10], [3, 7, 11], [4, 8, 12]]
```

5.7 Copie de listes complexes et réference cyclique

On a vu que l'on pouvait faire une copie d'une liste en en prenant une tranche (slicing) depuis le début jusqu'à la fin:

```
s = [1,5,9]
t = s[:]  # t référence une nouvelle liste dont les valeurs sont les mêmes
          # que celles de s
```

Malheureusement, stricto sensu, `s[:]``copie les valeurs des composantes de ``s` et donc si on a

```
s = [1,5,[7,9]]
t = s[:]  # t référence une nouvelle liste dont les valeurs sont les mêmes
          # que celles de s
```

- `t[0]` est une référence vers un objet contenant la valeur entière 1

- `t[1]` est une référence vers un objet contenant la valeur entière 5
- `t[0]` est une référence vers un objet contenant la sous-liste à 2 éléments `[7, 9]`

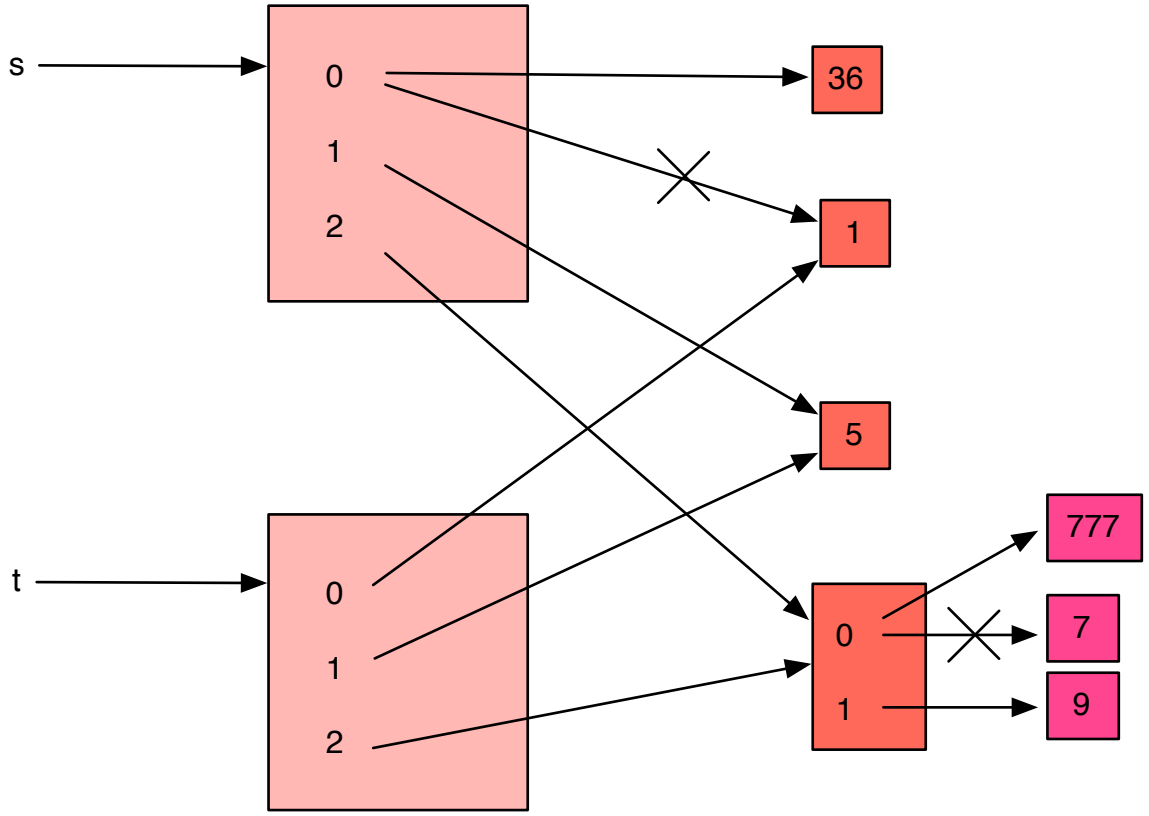
Si le fait que `s[0]` et `s[1]` référencent les mêmes valeurs que respectivement `t[0]` et `t[1]` ne posent pas de problèmes (les valeurs 1 et 5 étant non modifiables), il n'en va pas de même avec la sous-liste `[7,9]`.

Ainsi on aura :

```
>>> s = [1,5,[7,9]]
>>> t = s[:]  # t référence une nouvelle liste (shallow copy)
>>> s[0] = 36 # modifie s[0] mais pas t[0]
>>> s[2][0] = 777  # modifie la sous liste pointée par s[2] et t[2] !!
>>> print(s)
[36,5,[777,9]]
>>> print(t)
[1,5,[777,9]]
```

avec s[2] et t[2] modifiés de la même façon puisqu'ils référencent la même sous liste.

Le diagramme d'état précis correspondant donne :



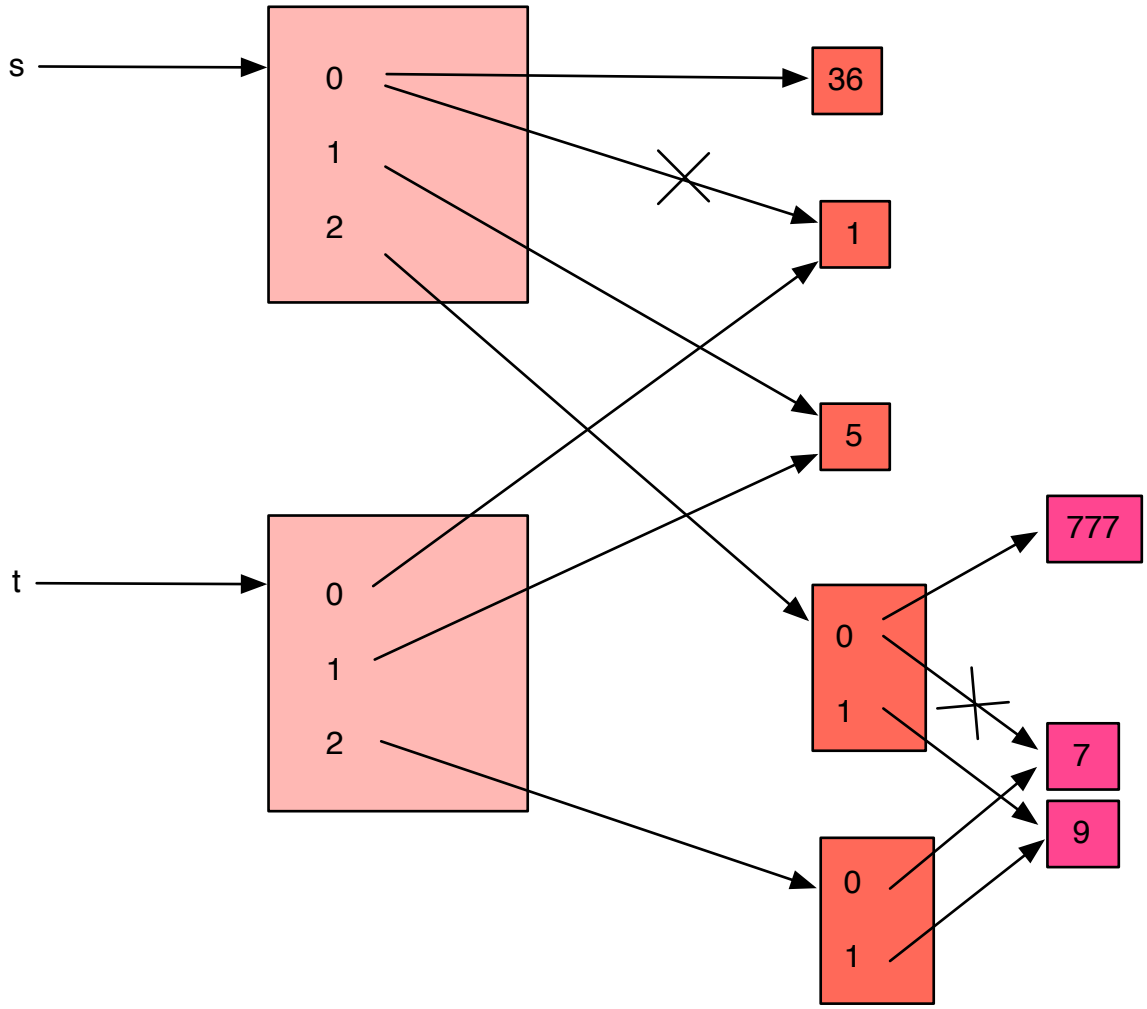
La sous liste référencée par `t[2]` (et par `s[2]`) est donc modifiée.

C'est pour cette raison que ce type de copie est dit superficiel (shallow copy).

Si l'on désire une structure totalement séparée, même au niveau des sous-listes, la fonction `deepcopy` du module `copy` peut être utilisée :

```
>>> from copy import deepcopy
>>> s = [1,5,[7,9]]
>>> t = deepcopy(s) # t référence une nouvelle liste totalement séparée de s
>>> s[0] = 36 # modifie s[0] mais pas t[0]
>>> s[2][0] = 777  # modifie la sous liste pointée par s[2]
>>> print(s)
[36, 5, [777, 9]]
>>> print(t) # t n'a pas été modifié
[1, 5, [7, 9]]
```

Ici la liste t n'a pas été modifiée. Le diagramme d'état précis correspondant donne :



Notez que les objets immuables (comme les constantes 1, 5, ...) ne sont pas recopiés puisqu'ici aucun risque n'est possible, étant donné justement qu'ils ne sont pas modifiables.

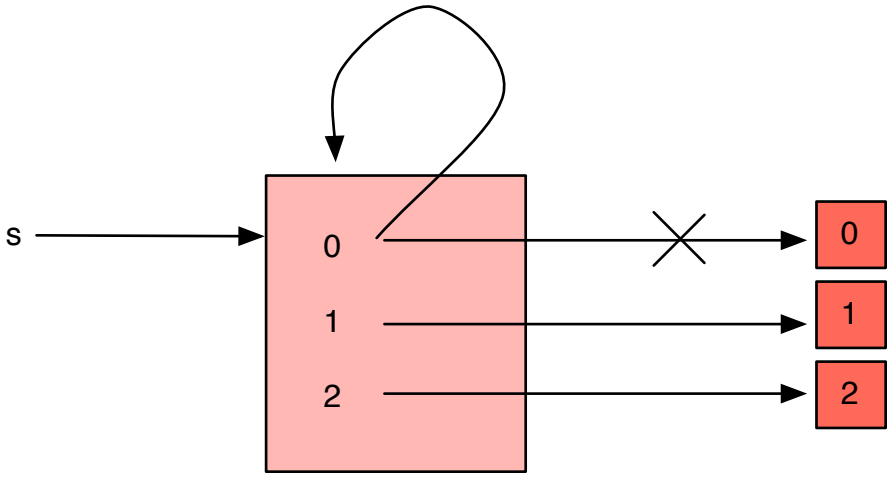
5.7.1 Référence cyclique

le code suivant crée une liste `s` à 3 éléments dont le premier élément référence la liste elle même.

```
>>> s = list(range(3))
>>> s[0] = s
>>> print(s)
[[...], 1, 2]
```

Dans le `print`, le `[...]` signifie une référence cyclique à une liste sans plus de précision.

Le diagramme d'état correspondant à `s` en fin de code donne :

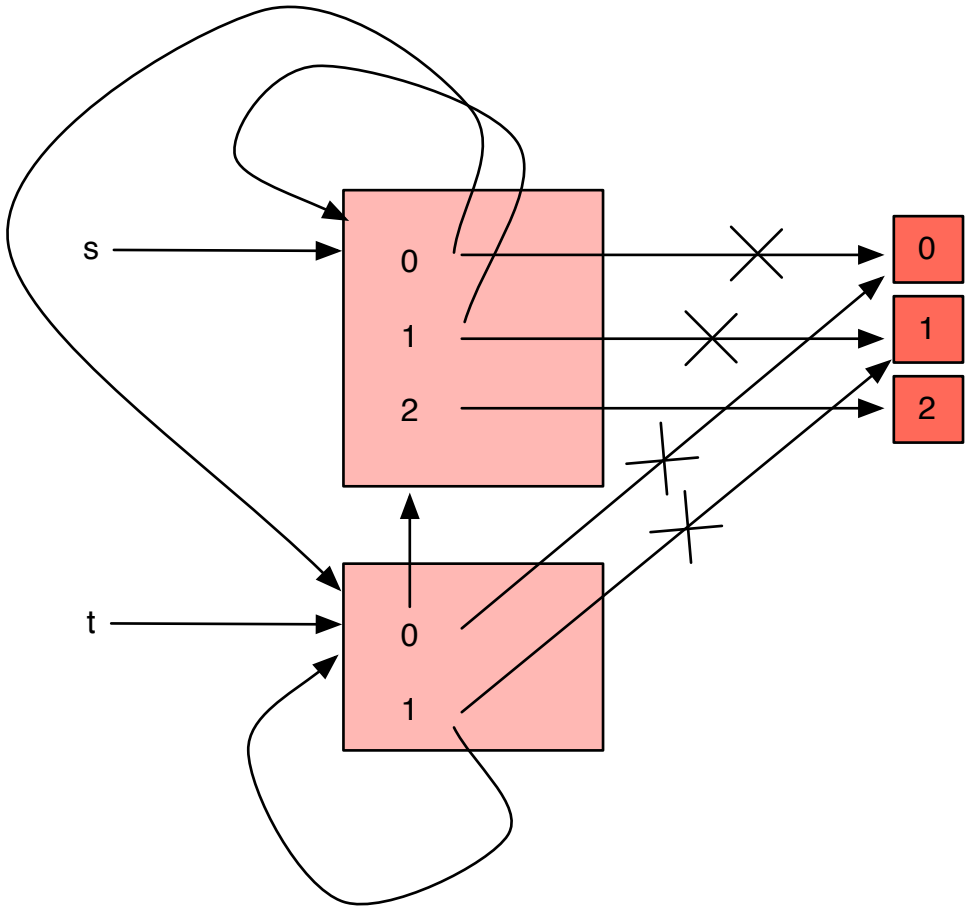


Le code suivant :

```
>>> s = list(range(3))
>>> t = list(range(2))
>>> s[0]= t
>>> t[0] = s
>>> t[1] = t
>>> s[1] = s
>>> print(s)
[[[...], [...]], [...], 2]
```

Ici, `[...]` signifie tantôt une référence valant `s` tantôt une référence valant `t`.

Ce code donne la structure représentée par le diagramme d'état suivant:



Tout ceci peut vous paraître dans un premier temps assez compliqué: le chapitre suivant revient sur des choses plus abordables en passant en revue des algorithmes utilisant des séquences plus simples.

Note: Le mot **conteneur** (**container**) est utilisé pour signifier un objet qui référence d'autres objets. Les listes, tuples (mais aussi dictionnaires) sont des exemples de conteneurs.

CHAPTER

SIX

CONCEPTION D'ALGORITHMES SIMPLES

See Also:

Lire les chapitres 5 et 10 du livre de Gérard Swinnen sur Python 3

6.1 Récurrences simples

6.1.1 Approximation de e

Bien que la bonne connaissance de la syntaxe et de la sémantique d'un langage sont deux éléments indispensables pour écrire un algorithme, la *conception* proprement dite de ce dernier est une tâche souvent bien plus complexe. Pour mener à bien cette tâche, il faut pouvoir analyser et décomposer proprement le problème donné en parties, trouver une méthode de résolution pour chacune de ces parties, traduire ces méthodes dans le langage de programmation, et enfin s'assurer que le programme obtenu est suffisamment *efficace* et répond *correctement* au problème posé: en un mot être **expert en programmation structurée**.

Pour le devenir il faut tout d'abord apprendre à *décomposer* proprement le problème.

Prenons un exemple: supposons que l'on veuille écrire un programme donnant une approximation du nombre *e* (la constante de Néper). *Python* contient de nombreuses fonctionnalités ou modules qu'il peut importer. Mais ici, faisons l'hypothèse que *e* n'est pas connu via le module `math`. *e* peut être défini comme la limite de la série:

$$e = 1 + 1/1! + 1/2! + ... + 1/n! + ...$$

Etant donné que le programme ne peut pas s'exécuter pendant une infinité de temps et que la précision de la machine utilisée est finie, il faudra s'arrêter à un terme donné.

Il est connu que l'approximation

$$1 + 1/1! + 1/2! + ... + 1/n!$$

diffère de *e* d'au plus deux fois le terme suivant dans la série, c'est-à-dire d'au plus 2/(n+1)!.

Si l'on estime qu'une précision `eps` donnée (exemple: `eps = 1.0 e-8`) est suffisante, il faut donc écrire un programme qui calcule `e` avec une erreur inférieure à la constante `eps` c'est-à-dire de sommer les termes 1/i! jusqu'à ce que 2/(i+1)! < eps.

L'algorithme devra donc calculer :

$$1 + 1/1! + 1/2! + ... + 1/n!$$

avec 2/n! <= eps et 2/(n+1)! < eps

ce qui ne peut pas être fait en une seule instruction puisque le nombre *n* n'est pas connu a priori.

Il semble naturel de décomposer l'algorithme en une répétitive qui calcule à chaque tour de boucle un nouveau terme et qui teste si ce nouveau terme doit être inclus dans l'approximation.

Le canevas général sera alors donné par le code suivant :

```
"""  Approximation de la valeur de e  """

eps = 1.0e-8
n = 1
e  = 1.0
terme = 1.0
while 2*terme >= eps:
   e += terme
   n += 1
   ...  # calculer le terme 1/n! suivant
print("l'approximation de e = ", e)
```

De plus étant donné que

$$n! = 1.2.3. ... .n$$

Calculer n! se fait grâce au code:

```
fact_n = 1
for i in range(2,n+1):
  fact_n  *= i
```

la valeur n! grandit très rapidement avec n, ce qui peut ne pas être très efficace pour les calculs.

Remarquons que :

```
fact_n = 0
for i in range(1,n+1):
   fact_n *= i
```

n'est évidemment pas correct.

On obtient alors le programme *Python* suivant:

```
"""  Approximation de la valeur de e  """

eps = 1.0e-8
n = 1
e  = 1.0
```

```
terme = 1.0
while 2*terme >= eps :
    # n = prochain indice, e = éval jusque n-1, terme = terme d'indice n
    fact_n = 1
    e += terme
    n += 1
    for i in range(2,n+1):
        fact_n  *= i
    terme = 1/fact_n  # calcul du terme 1/n! suivant
print("l'approximation de e = ", e)
```

Etant donné qu'au nième tour de boucle on calcule *n!*, on voit aisément que l'on peut diminuer le nombre de calculs: il suffit de reprendre la valeur du `terme` obtenu au tour précédent et de la diviser par *n*.

On obtient la version améliorée suivante :

```
"""  Approximation de la valeur de e  """

eps = 1.0e-8
n = 1
e  = 1.0
terme = 1.0
while 2*terme >= eps : # n = prochain indice, e = éval jusque n-1, terme = terme
    e += terme
    n += 1
    terme /= n  # calcul du terme 1/n! suivant
print("l'approximation de e = ", e)
```

Remarquons, dans le code, que le nom des objets (e, terme, n, eps, ...) donne une idée de leur usage. De plus, ce programme est commenté et proprement *indenté*. Ces pratiques facilitent la tâche de toute personne qui doit comprendre le fonctionnement du programme.

Warning: Une chose essentielle également pour comprendre le fonctionnement du while est de décrire la "situation" chaque fois que l'on va faire le test (ici: `2*terme >= eps`): ici on explique que lorsque l'on fait ce test, que le résultat soit `True` ou `False`,

- *n* contient le prochain indice que l'on va considérer pour la série,
- *e* contient l'évaluation de la série jusque l'indice *n-1*,
- terme contient le terme suivant, c'est-à-dire d'indice *n*

À chaque itération, cette description est vraie; ce qui change d'une itération à l'autre, est l'indice *n* (`n += 1`) et donc le fait que l'on avance dans l'évaluation.

6.1.2 Evaluation de la racine carrée d'un nombre

La méthode de Héron permet de calculer la racine carrée d'un nombre *a*. Si *x* est une approximation de la racine carrée de *a*, alors *(x+a/x)/2* est une meilleure approximation de cette racine.

```
import math

__author__ = "Thierry Massart"
__date__ = "16 september 2011"

EPSILON =10**-20

def almost_equal(x, y, EPS = 10 ** -7):
    return abs(y - x) < EPS

def square_root(a):
    """Calcul de la valeur approchée de la racine carrée de a
       Par la méthode de Héron
    """
    x = 0.0
    y = 1.0
    while not almost_equal(x, y,EPSILON):
        # rq : pas almost_equal(a,y*y,epsilon) qui peut cycler
        x = y
        y = (y + a / y) / 2
    return y

help(square_root)
print("valeur calculée par la méthode de Héron : \t" \
            "{0:20.18}".format(square_root(2)))
print("valeur calculée par le module math :      \t" \
            "{0:20.18}".format(math.sqrt(2)))
```

6.1.3 Somme des nombres pairs dans l'intervalle [i,j[

Ecrire une fonction qui calcule la somme des nombres pairs présents dans l'intervalle [n, m[(n <= m).

```
>>> def sum_even(n, m):
...     if n % 2 == 1:
...         n = n + 1
...     sum = 0
...     for i in range(n, m, 2):
...         sum = sum + i
...     return sum
...
>>> sum_even(2, 5)
6
>>> sum_even(1, 6)
6
```

6.2 Manipulation de séquences

6.2.1 Nettoyage d'un string

La fonction keepAlnum retourne la chaîne passée en argument, en lui ayant retiré tous les caractères qui ne sont pas des lettres ou des chiffres.

```
def keepAlnum(s):
   res = ''
   for letter in s:
      if  letter.isalnum():
         res = res + letter
   return res

>>> keepAlnum('he23.?56th')
'he2356th'
```

6.2.2 Fonction qui construit la liste des lettres communes à 2 mots

```
def in_both(word1, word2):
  res=[]
  for letter in word1:
    if letter in word2 and letter not in res:
      res.append(letter)
  return res

print(in_both('pommeees', 'oranges'))
```

imprime: ['o', 'e', 's']

6.2.3 Fonction qui lit une liste de valeurs (entières)

La fonction demande à l'utilisateur d'encoder une liste de valeurs entières sur une ou plusieurs lignes, terminée par une ligne vide (return sans rien avant), et renvoie la liste des nombres entiers lus.

La méthode `split` est utilisée pour décortiquer les lignes lues.

```
def lecture(invite):
   res = []
   x = input(invite)
   while x != '':
      decoupe = x.split()
        # liste des parties de x séparées par un/des espace(s) ou tab
      for elem in decoupe:
         res.append(int(elem))
```

```
        x = input()
    return res

print(lecture("liste d'entiers terminée par une ligne vide : "))
```

6.2.4 Jouer avec les mots

Le fichier words.txt (disponible sur l'Université Virtuelle) contient 113809 mots anglais qui sont considérés comme les mots officiels acceptés dans les mots-croisés. C'est un fichier "plain text", c-à-d que vous pouvez le lire dans n'importe quel éditeur de texte, mais également via Python. Nous allons l'utiliser pour résoudre quelques problèmes sur les mots.

Lire un fichier de texte, ligne par ligne

La fonction open prend en argument le nom d'un fichier, "ouvre" le fichier (par défaut, en mode lecture : mode 'r' (read)), et retourne un objet fichier qui permet de le manipuler.

```
>>> fichier = open('words.txt') # cherche ce fichier dans le repertoire courant
>>> print(fichier)
<open file 'words.txt', mode 'r' at 0x5d660>
```

La méthode `readline` invoquée sur un objet fichier permet de lire une ligne. Lors de la première invocation, la première ligne est retournée. Lors de l'invocation suivante de cette même méthode, la prochaine ligne sera lue.

```
>>> fichier.readline()
'aa\r\n'
>>> fichier.readline()
'aah\r\n'
```

"aa" est une sorte de lave.

La séquence `\r\n` représente deux caractères "blancs" (comme le sont espaces, tabulation,...) : un "retour chariot" et une nouvelle ligne, qui sépare ce mot du suivant. l'objet fichier retient l'endroit où l'on se trouve dans la lecture, la seconde invocation permet d'obtenir le mot suivant.

La méthode `strip` invoquée sur un objet (comme un string) retourne une copie de la chaîne en retirant les caractères "blancs" qui se trouvent au début et en fin de la chaîne.

```
>>> line = fichier.readline()
>>> line.strip()
'aahed'
>>> fichier.readline().strip()
'aahing'
```

Comprenez-vous la dernière instruction ? (Hint : que retourne readline ?)

Puisque la valeur retournée par une méthode est un objet (tout est objet), la notation point permet d'invoquer des méthodes en cascade à lire de gauche à droite : c'est une forme de la composition.

Une boucle for peut être utilisée pour lire les lignes d'un fichier de texte une à une.

```
>>> for line in fichier:
...     print(line.strip())
aahs
aal
aalii
aaliis
...
zymoses
zymosis
zymotic
zymurgies
zymurgy
```

Problème: écrivez un script qui lit le fichier words.txt et qui n'affiche que les mots qui ont plus de 20 caractères (sans compter les caractères blancs).

Solution :

```
fichier = open('words.txt')
for line in fichier:
    word = line.strip()
    if len(word) > 20:
        print(word)
```

Problème: en 1939, Ernest Wright a publié une nouvelle de 50000 mots appelée Gadsby qui ne contient pas la lettre "e". Comme "e" est la lettre la plus commune en anglais (et dans d'autres langues), ce n'était pas une tâche facile. Ecrivez un script qui n'affiche que les mots qui ne contiennent pas de "e" et calculez le pourcentage de ceux-ci par rapport à l'ensemble des mots du fichier words.txt.

Notez que Georges Perec a fait le même exercice en français, dans son livre La disparition (1969) où il définit ce qui a disparu comme "un rond pas tout à fait clos, fini par un trait horizontal".

Solution :

```
fichier = open('words.txt')
total = 0
cnt = 0
for line in fichier:
   total = total + 1
   word = line.strip()
   if 'e' not in word :
      print(word)
      cnt = cnt + 1
print('Pourcentage de mots sans e:', cnt / total * 100.0)
```

Problème:

Donnez un mot anglais avec 3 doubles lettres consécutives. Je vous donne un couple de mots qui sont presque candidats, mais pas tout à fait. Par exemple, le mot "committee" serait parfait s'il n'y avait pas ce "i" au milieu. Ou "Mississippi" : si on retirait les "i", cela marcherait. Il y

a cependant au moins un mot qui possède trois paires consécutives de lettres. C'est peut-être le seul mot, ou il peut y en avoir 500.

Problème:

Ecrire un script qui demande à l'utilisateur le nom d'un fichier de texte (.txt), puis affiche les mots contenus dans le fichier par ordre alphabétique (grâce à une liste). Un même mot ne peut pas être affiché deux fois. Tous les caractères qui ne sont pas des lettres ou des chiffres seront supprimés dans la création de la liste de mots.

Hints :

- la méthode isalnum invoquée sur une chaîne retourne vrai ssi tous les caractères de la chaîne sont des lettres ou des chiffres.
- la méthode split invoquée sur une chaîne retourne une liste des "mots" de la chaîne (c-à-d les sous-chaînes séparées par des caractères blancs (Espaces, retours à la ligne, tabulations, etc.)). On peut spécifier d'autres séparateurs que des blancs avec le paramètre optionnel sep.

Solution :

```
filename = input('Nom du fichier: ')
file = open(filename)
wordsList = []
for line in file:
   for word in line.split():
      cleanWord = keepAlnum(word)
      if not cleanWord in wordsList:
         wordsList.append(cleanWord)
wordsList.sort()
print(wordsList)
```

6.3 argv et eval

6.3.1 argv

La fonction input permet d'obtenir des entrées de l'utilisateur. Un autre moyen (rapide et donc souvent apprécié à l'utilisation) d'obtenir des entrées de l'utilisateur, est de récupérer les "arguments de la ligne de commande".

Exemples :

De la même manière que la commande **shell** `cd myDir` vous permet de changer de répertoire dans une console (le nom du répertoire *myDir* est un argument de la commande cd), la commande `python3 myscript.py` vous permet d'interpréter le script *Python3* myscript.py.

Tous les arguments passés après la commande *python3* (et séparés par des espaces [1]) sont disponibles via l'attribut argv du module sys. La valeur argv est une liste qui contient ces arguments.

[1] Pour passer un argument qui contient des espaces, on peut le mettre entre apostrophes.

Ainsi pour le script args.py suivant :

```
import sys
print(sys.argv)
```

La commande

```
python3 args.py un deux trois "x + y"
```

initialise la liste `sys.argv` à :

```
['args.py', 'un', 'deux', 'trois', 'x + y']
```

6.3.2 eval

***Python* étant un langage interprété, fournit une** fonction `eval(exp)` qui évalue le string `exp` donné en paramètre comme s'il s'agissait de code supplémentaire.

Cela permet par exemple d'écrire un script *Python* qui reçoit en paramètre un polynôme `p` et une valeur `x` et calcule la valeur `p(x)`.

```
"""
  utilisation : python3 eval-poly.py p x
  où p représente un polynôme en format python (ex: 3*x**2+2*x-2)
  sans espace entre les valeurs et les opérateurs
  x donne la valeur pour laquelle on veut la valeur p(x)
"""
import sys

p = sys.argv[1]
x = float(sys.argv[2])

print(eval(p))
```

6.4 Polygones réguliers avec le module *turtle*

Turtle est un module permettant de faire des dessins simples (lignes). Les principales fonctions mises à votre disposition dans le module *turtle* sont les suivantes :

Commande	Effet
reset()	On efface tout et on recommence
goto(x, y)	Aller à l'endroit de coordonnées x, y
forward(distance)	Avancer d'une distance donnée
backward(distance)	Reculer
up()	Relever le crayon (pour pouvoir avancer sans dessiner)
down()	Abaisser le crayon (pour recommencer à dessiner)
color(couleur)	couleur peut être 'red' , 'blue', etc.
left(angle)	Tourner à gauche d'un angle donné (exprimé en degrés)
right(angle)	Tourner à droite
width(épaisseur)	Choisir l'épaisseur du tracé
begin_fill()	Début de la zone fermée à colorier
end_fill()	Fin de la zone fermée à colorier
write(texte)	texte doit être une chaîne de caractères

Après avoir installé *turtle* et fait `import turtle`, n'hésitez pas à utiliser `help(turtle.write)` par exemple pour avoir les détails des fonctions (tailles des caractères écrits, alignement, ...).

Ecrire une fonction poly(n,long,t) qui reçoit deux entiers *n* et *long* et le module turtle et qui dessine un polygone régulier à *n* côtés, chacun de longueur *long*.

```
import turtle

def poly(n,long,t):
   for i in range(n):
      t.forward(long)
      t.left(360/n)

turtle.reset()

for i in range(3,12):
   poly(i,50,turtle)

x=input('tapez return pour terminer : ')
```

Modifiez votre code pour produire des *étoiles* à un nombre impair (et ensuite pair) de branches.

6.5 Création d'un module de gestion de polynômes

6.5.1 Encodage d'un polynôme

Une façon simple d'encoder un polynôme :

a_n x^n + a_n-1 x^n-1 + ... + a_1 x + a_0

est d'avoir une liste p contenant les coefficients, c'est-à-dire avec p[i] qui contient le coefficient a_i (pour i dans 0.. n)

Il devient alors assez facile d'effectuer les opérations habituelles sur des polynômes.

6.5.2 Opérations sur les polynômes

Voici les codes pour les opérations habituelles sur un ou des polynômes :

```
def peval(plist,x):
    """
    Eval le polynôme plist en x.
    """
    val = 0
    for i in range(len(plist)): val += plist[i]*x**i
    return val

def add(p1,p2):
    """ Renvoie la somme de 2 polynômes."""
    if len(p1) < len(p2):
        p1,p2 = p2,p1
    new = p1[:]
    for i in range(len(p2)): new[i] += p2[i]
    return new

def sub(p1,p2):
    """ Renvoie la différence de 2 polynômes
    """
    return add(p1,mult_const(p2,-1))

def mult_const(p,c):
    """ Renvoie p multiplié par une  constante"""
    res = p[:]
    for i in range(len(p)):
       res[i] = res[i]*c
    return res

def multiply(p1,p2):
    """ Renvoie le produit de 2 polynômes"""
    if len(p1) > len(p2):
        p1,p2 = p2,p1
    new = []
    for i in range(len(p1)):
        new = add(new,mult_one(p2,p1[i],i))
    return new

def mult_one(p,c,i):
    """Renvoie le produit du polynôme p avec le terme c*x^i
    """
    new = [0]*i #termes 0 jusque i-1 valent 0
    for pi in p:
        new.append(pi*c)
    return new

def power(p,e):
    """Renvoie la e-ième puissance du polynôme p"""
```

```
    assert  type(e) is int  " s'assure que e est entier
    new = [1]
    for i in range(int(e)):
        new = multiply(new,p)
    return new

def derivee(plist):
    """Calcule la dérivee du polynôme dans plist.
    """
    new = []
    for i in range(1,len(plist)):
        new.append(i*plist[i])
    return new

def integrale(plist, c=0):
    """Renvoie le polynôme integrale de plist avec la constante c
       (0 par défaut).
    """
    new = [c]
    for i in range(len(plist)):
        v = plist[i]/(i+1.0)
        new.append(v)
    return new
```

6.5.3 Plot de polynômes avec *turtle*

Le module *turtle*, associé à la fonction `eval()` et à l'importation des paramètres via `argv` avec le module `sys`, permet facilement de dessiner (plot) la valeur d'un polynôme dans un certain intervalle.

Le code suivant utilise turtle pour tracer une fonction donnée en paramètre à la commande, en traçant des sections de droite entre les points connexes pour toutes les valeurs `x, f(x)` avec `x` valeurs entières dans l'intervalle [-100, 100].

la commande sera par exemple

```
python simple_dessin_f.py "100*cos(x/10)+x"
```

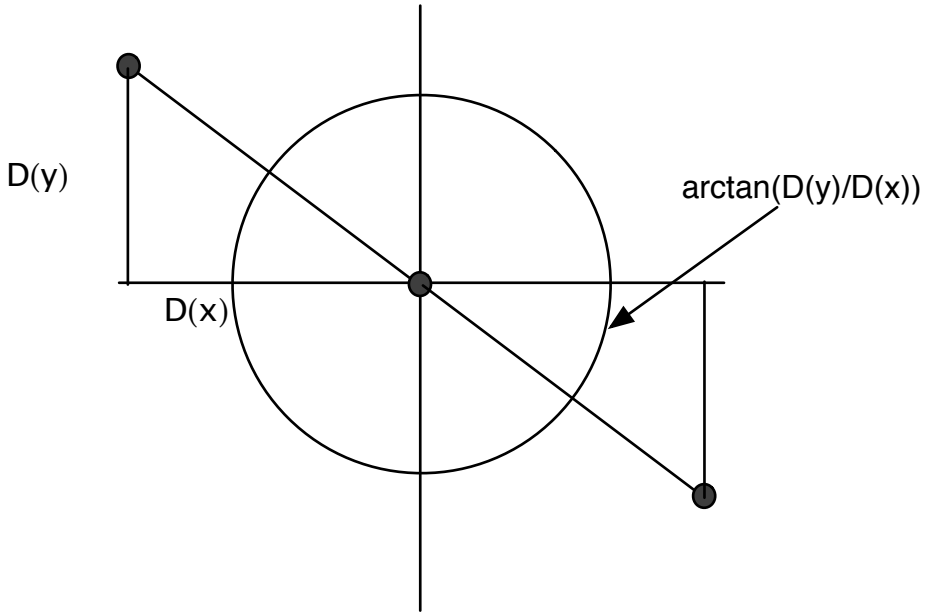
Notez que nous avons exceptionnellement fait `from math import *` dans le code pour permettre à l'utilisateur d'utiliser librement les fonctions mathématiques disponibles dans le module `math`.

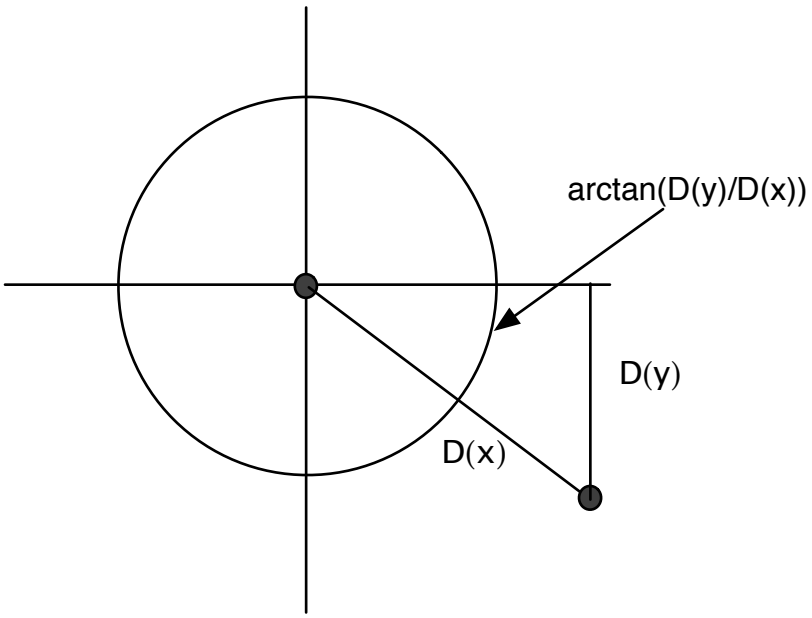
Notez que turtle affiche une fenêtre dans les valeurs environ (-300,-300) à (300, 300).

La difficulté principale du code dans `simple_dessin_f.py` est de calculer l'orientation et la longueur des déplacements que doit effectuer la *tortue*.

- **La distance euclidienne entre les anciennes valeurs des coordonnées** `(old_x,old_y)` et les nouvelles `(x,y)` est utilisée.
- arc tangente `atan(diff_y/diff(x))` est utilisée pour calculer l'angle (r: pour mettre la tortue en position initiale, comme on doit déplacer la tortue vers la gauche, et donc

on rajoute `pi` à l'angle). Voir dessin.






```
import sys
from math import *
import turtle

def dessin_fun(t,f):
    """
       exemple simple de tracé d'une fonction entre 2 bornes (ici -100,100)
    """
    t.radians()
    borne_inf = -100 # valeur imposée pour simplifier le code
    borne_sup = 100  # valeur imposée pour simplifier le code
```

```
    old_x, old_y = borne_inf, f(borne_inf)
    # position initiale
    alpha = atan(old_y/old_x) + pi  # sachant que old_x est négatif
    t.left(alpha)
    t.up()
    t.forward((old_x**2+old_y**2)**0.5)
    t.right(alpha)
    old_alpha = 0
    t.down()

    # trace la fonction
    for x in range(borne_inf+1, borne_sup+1):
        y = f(x)
        diff_x = x - old_x
        diff_y = y - old_y
        d = (diff_x**2 + diff_y**2)**0.5 # distance
        alpha = atan(diff_y / diff_x) # angle
        t.left(alpha - old_alpha)
        t.forward(d)
        old_x, old_y, old_alpha  = x, y,  alpha

f = lambda x: eval(sys.argv[1]) # fonction à dessiner
turtle.reset() # initialise turtle
dessin_fun(turtle,f) # appel la fonction qui dessine
input("type return to finish ")
```

Un code plus élaboré est disponible ici. Il est utilisé avec la commande

```
python3 dessin_f.py f bi bs zoom
```

où

- `f` est la fonction à tracer
- `bi` la borne inférieure de l'intervalle où f est tracée
- `bs` la borne supérieure de l'intervalle
- `zoom` : le zoom pour le dessin

`dessin_f.py` trace les axes pour les valeurs -200..200 et utilise un incrément de 0.1 pour `x`. Pour cela, la fonction `range` est remplacée par un générateur `drange` défini dans le code. Un générateur est une sorte de fonction qui génère une séquence: pour cela il remplace le return habituel par la commande `yield` pour fournir les valeurs successives.

Note: les librairies pylab, numpy, scipy et mathplotlib permettent (**!! en python 2.7 !!**) de faire des calculs numériques et des dessins en particulier en utilisant de nombreuses fonctions disponibles.

6.6 Tableaux à plusieurs dimensions

6.6.1 Produit de 2 matrices c = a * b

Une *matrice* est représentée en *Python* sous forme de liste de listes de valeurs (exemple: `x=[[1,2,3],[4,5,6]]` donne la matrice 2x3 `x`.

Le code suivant définit une fonction réalisant le produit de deux matrices données en paramètre et renvoie la matrice résultat.

```
def produit(a, b):
    """
       Produit de la matrice a par la matrice b
       Hypothèse a: m x l - b : l x n (produit possible)
    """
    c = []
    for i in range(len(a)):
       c_i = []
       for j in range(len(b[0])):
          c_i_j = 0
          for k in range(len(a[0])):
             c_i_j +=  a[i][k] * b[k][j]
          c_i.append(c_i_j)
       c.append(c_i)
    return c


x=[[1,2,3],[4,5,6]]
y=[[1,2],[4,5],[7,0]]

print("le produit vaut : ", produit(x,y))
```

Une version plus simple, crée la matrice résultat avec des valeurs 0 au départ et ensuite calcule les bonnes valeurs:

```
def produit(a, b):
    """
       Produit de la matrice a par la matrice b
       Hypothèse a: m x l - b : l x n (produit possible)
    """
    c = [[0 for i in range(len(b[0]))] for j in range(len(a))]
    for i in range(len(a)):
       for j in range(len(b[0])):
          for k in range(len(a[0])):
             c[i][j] +=  a[i][k] * b[k][j]
    return c


x=[[1,2,3],[4,5,6]]
y=[[1,2],[4,5],[7,0]]
```

```
print("le produit vaut : ", produit(x,y))
```

CHAPTER

SEVEN

ENSEMBLES ET DICTIONNAIRE

See Also:

Lire le chapitre 10 du livre de Gérard Swinnen sur Python 3

7.1 Set

Le type ensemble (set) existe en *Python* y compris de nombreux opérateurs ensemblistes (exemple venant du tutoriel de python.org):

```
>>> basket = {'apple', 'orange', 'apple', 'pear', 'orange', 'banana'}
>>> print(basket)                      # show that duplicates have been removed
{'orange', 'banana', 'pear', 'apple'}
>>> 'orange' in basket                 # teste d'appartenance
True
>>> 'crabgrass' in basket
False

>>> # Demonstrate set operations on unique letters from two words
...
>>> a = set('abracadabra')
>>> b = set('alacazam')
>>> a                                  # lettres dans a
{'a', 'r', 'b', 'c', 'd'}
>>> a - b                              # lettres dans a mais pas dans b
{'r', 'd', 'b'}
>>> a | b                              # lettres soit dans a soit dans b
{'a', 'c', 'r', 'd', 'b', 'm', 'z', 'l'}
>>> a & b                              # lettres à la fois dans a et dans b
{'a', 'c'}
>>> a ^ b # lettres dans un des 2 mais pas dans les deux ensembles a et b
{'r', 'd', 'b', 'm', 'z', 'l'}
>>> s2 = set({})           # ensemble vide : {} donne un dictionnaire vide
```

L'exemple précédent qui détermine les lettres communes de deux mots peut simplement s'écrire :

```
>>> s = set("pommeee")
>>> t = set("banane")
>>> s & t  # ensemble des lettres communes
{'e'}
>>> list(s & t)  # si on veut une liste pas un ensemble
['e']
```

En une ligne :

```
>>> list(set("pommeee") & set("banane")) # liste des lettres communes
['e']
```

7.2 Dictionnaire

7.2.1 Définition et manipulation

Un dictionnaire est une séquence modifiable, où les indices peuvent être de (presque) n'importe quel type non modifiable.

Un dictionnaire peut être vu comme une correspondance entre un ensemble d'indices (les clés) et un ensemble de valeurs. À chaque clé correspond une valeur; l'association entre une clé et une valeur est vue comme une paire clé-valeur ou comme un élément de la séquence.

Exemple: construisons un dictionnaire anglais-français : les clés et les valeurs seront des chaînes de caractères.

```
>>> eng2fr = {'one': 'un', 'two' : 'deux', 'three' : 'trois'}  # initialisation
>>> type(eng2fr)
<type 'dict'>
>>> eng2fr['four'] = 'quatre' # ajoute un élément d'"indice" 'four'
>>> print(eng2fr)
{'four': 'quatre', 'three': 'trois', 'two': 'deux', 'one': 'un'}
>>> print(eng2fr['two'])
deux
>>> print(eng2fr['five']) # élément inexistant
KeyError: 'five'
>>> dico2 = {} # dictionnaire vide
```

En général, l'ordre des éléments d'un dictionnaire est imprévisible. Ce n'est pas un problème : on n'accède pas aux éléments avec des indices entiers, on utilise les clés.

Type des valeurs et des clés: les valeurs peuvent être de n'importe quel type (comme pour les listes); les clés doivent être des éléments non modifiables (exemple: valeur simple, string, tuple) et donc pas une liste ou un autre dictionnaire qui sont des types modifiables.

```
>>> dico = {'bon':'good', 'jour':'day'}
>>> dico
{'jour': 'day', 'bon': 'good'}
>>> dico[(1,2)]= 36 # rajoute l'élément d'"indice" (1,2)
>>> dico[[3,4]]= 49  # erreur : car [3,4] est une liste : et ne peut être une cl
```

```
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: unhashable type: 'list'
```

Plus précisément, le type d'une clé doit être "hachable", c-à-d que l'on peut le convertir en un nombre entier d'une manière déterministe.

```
>>> hash(6)
6
>>> hash('hello')
-1267296259
>>> hash( (1, 2) )
1299869600
```

Les objets modifiables ne possèdent pas cette propriété.

```
>>> hash([3, 4])
TypeError: unhashable type: 'list'
>>> hash({'bon':'good'})
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: unhashable type: 'dict'
>>> hash((1,2,[3,4]))
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: unhashable type: 'list'
```

Exemple plus compliqué:

```
>>> eng2fr = {'one': 'un', 'two' : 'deux', 'three' : 'trois'}
>>> d = {'entier' : 1, 'liste' : [1, 2, 3], 3 : 'trois', 'dico' : eng2fr}
>>> d
{'liste': [1, 2, 3], 'dico': {'three': 'trois', 'two': 'deux', 'one': 'un'}, 3:
>>> d['entier']
1
>>> d['liste']
[1, 2, 3]
>>> d[3]
'trois'
>>> d['dico']['two']
'deux'
```

Un dictionnaire est une séquence : on peut lui appliquer certaines opérations déjà vues avec les autres séquences (strings, tuples, listes).

```
>>> d = {'entier' : 1, 'liste' : [1, 2, 3], 3 : 'trois', 'dico' : eng2fr}
>>> len(eng2fr)
4
>>> 'one' in eng2fr # eng2fr a une clé 'one'
True
>>> 'deux' in eng2fr # eng2fr n'a pas de  clé 'deux'
False
>>>for elem in d: # pour toutes les clés du dictionnaire
```

```
...    print("l'élément : ", elem, " vaut ", d[elem])
...
l'élément :  liste  vaut  [1, 2, 3]
l'élément :  dico  vaut  {'three': 'trois', 'two': 'deux', 'one': 'un'}
l'élément :  3  vaut  trois
l'élément :  entier  vaut  1
```

Par contre on ne pourra pas utiliser le "slice" puisqu'on ne travaille pas avec des indices entiers.

Il est fréquent d'utiliser des tuples comme clés d'un dictionnaire (principalement car on ne peut pas utiliser des listes). Par exemple, on peut utiliser un dictionnaire pour stocker un répertoire téléphonique dont les clés sont un tuple (nom, prénom).

```
>>> tel = {}
>>> tel['Baroud','Bill'] = '065-37-07-56'
>>> tel['II','Albert'] = '02-256-89-14'
>>> tel['Poelvoorde','Benoit'] = '081-23-89-65'
>>> for last, first in tel:
...    print'first, last, tel[last, first])
Benoit Poelvoorde 081-23-89-65
Bill Baroud 065-37-07-56
Albert II 02-256-89-14
```

Pour déterminer si une valeur est présente dans le dictionnaire, on peut utiliser la méthode values qui retourne toutes les valeurs sous la forme d'une liste.

```
>>> vals = eng2fr.values()
>>> 'deux' in vals
True
>>> print(vals)
['quatre', 'trois', 'deux', 'un']
```

7.2.2 Dictionnaires comme ensembles de compteurs

Problème (Histogramme de la fréquence des lettres): comment compter la fréquence de chaque lettre dans une chaîne de caractères ?

Plusieurs solutions :

- créer 26 variables, une pour chaque lettre. Traverser la chaîne et, pour chaque caractère, incrémenter le compteur correspondant, par ex. en utilisant une instruction conditionnelle chaînée (26 cas !).
- créer une liste de 26 éléments puis convertir chaque caractère en un nombre (en utilisant la fonction `ord()` par exemple). Utiliser ce nombre comme indice de la liste pour incrémenter le compteur approprié.
- créer un dictionnaire avec les caractères comme clés et les compteurs comme valeurs. La première fois que l'on rencontre un caractère, on l'ajoute dans le dictionnaire avec une valeur 1. Lors d'une prochaine occurrence de la lettre, on incrémente la valeur.

Avantage du dictionnaire : code simplifié et on utilise uniquement les compteurs utiles.

Solution utilisant un dictionnaire :

```
def histogram(s):
    d = {}
    for c in s:
        if c not in d:
            d[c] = 1
        else:
            d[c] += 1
    return d

>>> h = histogram('brontosaurus')
>>> print(h)
{'a': 1, 'b': 1, 'o': 2, 'n': 1, 's': 2, 'r': 2, 'u': 2, 't': 1}
```

7.2.3 Méthodes des dictionnaires

Les objets de type dictionnaire possèdent une série de méthodes.

```
>>> dir(eng2fr)
['__class__', '__contains__', '__delattr__', '__delitem__', '__doc__',
...
'clear', 'copy', 'fromkeys', 'get', 'items', 'keys', 'pop', 'popitem',
'setdefault', 'update', 'values']
```

Nous allons en voir quelques unes.

La méthode `copy()` permet de faire une copie superficielle (shallow copy) d'un dictionnaire (qui n'est pas un alias).

La méthode `clear()` permet de supprimer tous les éléments du dictionnaire.

```
>>> d = {'yes' : 'oui', 'no' : 'non'}
>>> e = d.copy()
>>> e
{'yes': 'oui', 'no': 'non'}
>>> e['yes'] = 'Oui'
>>> e
{'yes': 'Oui', 'no': 'non'}
>>> d
{'yes': 'oui', 'no': 'non'}
>>> d.clear()
>>> d
{}
```

La méthode `get()` prend une clé et une valeur par défaut en paramètre. Si la clé est présente dans le dictionnaire, get retourne la valeur correspondante. Sinon, elle retourne la valeur par défaut.

```
>>> help(dict.get)
Help on method_descriptor:
```

```
get(...)
    D.get(k[,d]) -> D[k] if k in D, else d.  d defaults to None.
(END)
```

```
>>> d = {'yes' : 'oui', 'no' : 'non'}
>>> d.get('yes','Mot inconnu')
'oui'
>>> d.get('five','Mot inconnu')
'Mot inconnu'
```

Ceci permet de réécrire `histogram()` sans instruction conditionnelle explicite.

```
def histogram(s):
    d = {}
    for c in s:
        d[c] = d.get(c,0) + 1
    return d
```

La méthode `setdefault()` prend une clé et une valeur par défaut en paramètre. Si la clé existe : retourne la valeur, si la clé n'existe pas : ajoute la paire (clé, valeur par defaut) et retourne la valeur par défaut.

```
>>> eng2fr = {'one': 'un', 'two' : 'deux', 'three' : 'trois'}
>>> eng2fr.setdefault('two','dos')
'Deux'
>>> eng2fr.setdefault('ten', 'dix')
'dix'
>>> eng2fr
{'three': 'trois', 'two': 'deux', 'ten': 'dix', 'one': 'un'}
>>> 'one' in eng2fr
True
>>> 'five' in eng2fr
False
```

Comme l'exemple précédent l'illustre, l'opération `in` permet de savoir si une clé est présente dans le dictionnaire.

Les méthodes keys, values et items permettent d'obtenir respectivement les clés, les valeurs et des 2-uples "clé-valeur".

```
>>> eng2fr = {'one': 'un', 'two' : 'deux', 'three' : 'trois', 'four':'quatre'}
>>> eng2fr.keys()
dict_keys(['four', 'three', 'two', 'one'])
>>> eng2fr.values()
dict_values(['quatre', 'trois', 'deux', 'un'])
>>> eng2fr.items()
dict_items([('four', 'quatre'), ('three', 'trois'), ('two', 'deux'), ('one', 'un
```

La méthode pop supprime une paire clé-valeur à partir d'une clé et retourne la valeur supprimée.

```
>>> eng2fr = {'one': 'un', 'two' : 'deux', 'three' : 'trois', 'four':'quatre'}
>>> help(dict.pop)
Help on method_descriptor:
```

```
pop(...)
    D.pop(k[,d]) -> v, remove specified key and return the corresponding value.
    If key is not found, d is returned if given, otherwise KeyError is raised

>>> print(eng2fr.pop('five', None))
None
>>> print(eng2fr.pop('one', None))
un
>>> eng2fr
{'four': 'quatre', 'three': 'trois', 'two': 'deux'}
```

La méthode popitem supprime une paire clé-valeur (indéterminée) et retourne la paire supprimée sous la forme d'un 2-uple.

```
>>> eng2fr = {'one': 'un', 'two' : 'deux', 'three' : 'trois', 'four':'quatre'}
>>> help(dict.popitem)
Help on method_descriptor:
popitem(...)
    D.popitem() -> (k, v), remove and return some (key, value) pair as a 2-tuple
    but raise KeyError if D is empty.

>>> eng2fr.popitem() ('four', 'quatre') >>> eng2fr {'three': 'trois', 'two': 'de
```

7.2.4 Quelques algorithmes sur des dictionnaires

Problème: trouver la (les) clé(s) d'une valeur donnée ?

Idée : on va traverser linéairement le dictionnaire et retourner une liste avec les clés correspondant à une valeur donnée (les clés sont uniques, mais il peut y avoir une même valeur pour différentes clés).

```
def get_keys(d, value):
   t = []
   for k in d:
      if d[k] == value:
         t.append(k)
   return t

>>> d = histogram('evenement')
>>> d {'m': 1, 'n': 2, 'e': 4, 't': 1, 'v': 1}
>>> get_keys(d,4)
['e']
>>> get_keys(d,1)
['m', 't', 'v']
```

La fonction histogram est pratique mais on pourrait avoir besoin d'obtenir ces informations de manière inversée.

Exemple : Au lieu de {'m': 1, 'n': 2, 'e': 4, 't': 1, 'v': 1},

on aimerait avoir {1 : ['m', 't', 'v'], 2 : ['n'], 4: ['e']}.

Problème: comment inverser les clés et les valeurs d'un dictionnaire ?

Idée : on va créer un nouveau dictionnaire qui contiendra des listes : pour chaque valeur du dictionnaire de départ, on ajoute une paire dans le nouveau dictionnaire si celle-ci n'est pas présente, sinon, on met à jour la paire.

```
def invert_dict(d):
    inv = {}
    for k in d:
        val = d[k]
        if val not in inv:
            inv[val] = [k]
        else:
            inv[val].append(k)
    return inv

>>> d = histogram('evenement')
>>> inv_d = invert_dict(d)
>>> inv_d
{1: ['m', 't', 'v'], 2: ['n'], 4: ['e']}
```

7.3 Changement de type

Comme on l'a déjà déjà vu *Python* a une batterie de fonctions prédéfinies pour passer d'un type à l'autre

Voici une liste plus complète :

- int(x) : donne la valeur entière tronquée de x
- float(x) : donne la valeur réelle (float) de x
- bool(x) : donne la valeur booléenne de x (si x==0 : False, sinon True)
- list(seq) : transforme la séquence en liste
- str(s): construit un string qui représente la valeur de s
- repr(s) : construit un string qui représente la valeur canonique de s (donc on utilise les notations `\t` quand il y a une tabulation `\n` pour le passage à la ligne ...
- tuple(s) : transforme en tuple
- dict(s) : transforme en dictionnaire : s doit être une séquence de couples
- set(s) : transforme en ensemble

Notez que les fonctions qui génèrent des séquences peuvent parfois avoir des itérateurs comme argument (exemple: set(range(10)))

La méthode `dict()` utilise une liste de tuples pour initialiser un dictionnaire avec la fonction dict. Combiner dict et zip permet de créer de manière concise un dictionnaire.

```
>>> t = [('d', 3), ('e', 4), ('f', 5)]
>>> d = dict(t)
>>> print(d)
{'e': 4, 'd': 3, 'f': 5}
>>> d = dict(zip('abc',range(3)))
>>> print(d)
{'a': 0, 'c': 2, 'b': 1}
```

La méthode `update()` sur un dictionnaire prend une liste de tuples en argument et les ajoute au dictionnaire existant. En combinant items, l'assignation de tuples et une boucle for, on peut facilement traverser les clés et les valeurs d'un dictionnaire.

```
>>> d['a'] = '0'
>>> d.update(zip('bcd',range(1,4)))
>>> for key, val in d.items():
...     print(key, val)
a 0
c 2
b 1
d 3
```

7.3.1 Gather et scatter

Pour définir ses propres fonctions avec un nombre indéfini d'arguments, on utilise un paramètre dont le nom commence par `*`. Ce paramètre rassemble (gather) les arguments en un tuple, quel que soit leur nombre.

```
>>> def f(*args):
...     print(type(args), 'of length', len(args))
...     print(args)

>>> f(2, 4)
<type 'tuple'> of length 2 (2, 4)
>>> f('hello',2.0,[1, 2])
<type 'tuple'> of length 3 ('hello', 2.0, [1, 2])
```

Remarque : il ne peut y avoir qu'un seul paramètre de ce type, et il doit se trouver à la fin de la liste des paramètres.

On peut combiner l'opérateur gather `*` avec des paramètres requis et optionnels (avec valeurs par défaut). On commence par les paramètres requis, puis les optionnels et enfin le paramètre de taille variable.

```
>>> def g(required, optional=0, *args):
...     print('required:', required)
...     print('optional:', optional)
...     print('others:', args)

>>> g()
TypeError: g() takes at least 1 argument (0 given)
```

```
>>> g(1)
required: 1
optional: 0
others: ()
>>> g(1,2)
required: 1
optional: 2
others: ()
>>> g(1,2,3)
required: 1
optional: 2
others: (3,)
>>> g(1,2,3,4)
required: 1
optional: 2
others: (3, 4)
```

L'opérateur $\star$ appliqué sur un tuple lors de l'appel à une fonction permet également de faire l'inverse : il sépare le tuple en une séquence d'arguments.

```
>>> help(divmod)
Help on built-in function divmod in module __builtin__:

divmod(...)
    divmod(x, y) -> (div, mod)


    Return the tuple ((x-x%y)/y, x%y). Invariant: div*y + mod == x.
>>> t = (7,3)
>>> divmod(t)
TypeError: divmod expected 2 arguments, got 1
>>> divmod(*t)
(2, 1)
```

Warning: Nous avons vu que les séquences peuvent être manipulées soit avec des opérateurs (+, *, ...) soit avec des méthodes. En fait les opérateurs sont des notations alternatives de méthodes.
Par exemple si l'on demande la liste des attributs d'un entier (2 par exemple),

```
>>> dir(2)
['__abs__', '__add__', '__and__', '__bool__',
'__ceil__', '__class__', '__delattr__', '__divmod__', '__doc__',
'__eq__', '__float__', '__floor__', '__floordiv__', '__format__',
'__ge__', '__getattribute__', '__getnewargs__', '__gt__',
'__hash__', '__index__', '__init__', '__int__', '__invert__',
'__le__', '__lshift__', '__lt__', '__mod__', '__mul__', '__ne__',
'__neg__', '__new__', '__or__', '__pos__', '__pow__', '__radd__',
'__rand__', '__rdivmod__', '__reduce__', '__reduce_ex__',
'__repr__', '__rfloordiv__', '__rlshift__', '__rmod__',
'__rmul__', '__ror__', '__round__', '__rpow__', '__rrshift__',
'__rshift__', '__rsub__', '__rtruediv__', '__rxor__',
'__setattr__', '__sizeof__', '__str__', '__sub__',
'__subclasshook__', '__truediv__', '__trunc__', '__xor__',
'bit_length', 'conjugate', 'denominator', 'from_bytes', 'imag',
'numerator', 'real', 'to_bytes']
```

la méthode `__add__` apparaît : l'opération + renvoie à cette méthode qui s'exécute donc lors de l'"'appel" à l'opération.
Pour ne pas écrire de code erroné, il est, en particulier, essentiel de bien connaître l'effet d'une méthode: si l'objet est non modifiable (valeur simple, styring, tuple, ...), généralement, la méthode renvoie un résultat (différent de `None`); dans le cas des objets modifiables (list, dict, set, ...), il faut bien voir, si l'effet de la méthode est

- de modifier l'objet mais renvoie `None`
- de renvoyer un résultat sans modifier l'objet
- à la fois de modifier l'objet et de renvoyer un résultat.

CHAPTER

EIGHT

RECHERCHES ET TRIS

Un certain nombre d'algorithmes font partie de la culture informatique. Parmi ceux-ci, les algorithmes de

- recherche de l'élément minimum (ou maximum) dans une séquence;
- recherche d'un élément dans un ensemble représenté sous une forme ou une autre (séquence, séquence triée, structure plus élaborée);
- tri des éléments d'une séquence

sont probablement les "classiques des classiques". Je me dois donc d'en donner une version Python.

Heureusement pour le programmeur, mais malheureusement pour l'algorithmicien désirant utiliser ses connaissances, ces fonctions sont déjà implémentées en *Python*:

```
>>> texte = "voici mon texte qui contient le mot que je cherche"
>>> min(texte)  # l'espace est l'élément qui a le plus petit code dans ce texte
' '
>>> if "mot" in texte:
...     print("mot est dans mon texte")
...
mot est dans mon texte
>>> copains = ["Michelle", "Marie", "Alain", "Sophie", "Didier", "Ariane", "Gill
... "Bernadette", "Philippe", "Anne-Françoise", "Pierre"]
>>> x = input("Dis-moi ton nom")
>>> if x in copains:
...     print("bonjour", x)
...
bonjour Gilles
>>> copains.sort()
>>> for c in copains:
...     print(c)
...
Alain
Anne-Françoise
Ariane
Bernadette
Didier
Gilles
```

```
Marie
Michelle
Philippe
Pierre
Sophie
```

Notons qu'une recherche du minimum ou un tri dépend d'un *ordre*.

Un *ordre* pour un ensemble *S* d'éléments est une relation *R réflexive, transitive* et *anti-symétrique*. (Dans certains ouvrages, un ordre est une relation irréflexive, transitive et anti-symétrique. Dans ce cas nous parlerons d'*ordre strict*.). L'ordre *R* est *total* si pour toute paire *(a,b)* d'éléments de *S*, *a R b* ou *b R a*. Sinon, on dit que l'ordre est partiel, ce qui signifie qu'il peut exister des éléments *a,b* tels que ni *a R b* ni *b R a* ne sont vérifiées.

Dans d'autres langages où sont disponibles le `if`, `while` et `for` avec un indice (for i in range(len(s)), mais où la recherche ou le tri ne sont pas fournis au départ, on a des fonctions qui ressemblent aux codes suivants (à la syntaxe près). On suppose que les algorithmes de recherche ou de tri se passent sur des séquences (des listes pour les tris) dont les éléments sont des tuples (*clés*, *information satellite*).

Exemple: un annuaire: chaque *clé* est donnée par les prénom et nom d'une personne et l'information satellite est son adresse.

Les recherches et tris se font à partir des clés (recherche un élément ayant cette clé ou trie selon les clés) mais en cas de tri, tout l'élément y compris l'information satellite doit être déplacé. On suppose que chaque élément `s[i]` de la liste `s` contient la clé en `s[i][0]` (et donc l'information satellite en `s[i][1]`)

8.1 Les classiques : recherches

8.1.1 Recherche de l'élément minimum dans une séquence

Le principe est de retenir l'indice du meilleur candidat trouvé jusqu'à présent (0 au départ) et de parcourir la séquence complètement en comparant avec le candidat actuel.

```
def indice_min(s):
    res = 0
    for i in range(1,len(s)):
        if s[i][0] < s[res][0]:
            res = i
    return res
```

Notons qu'ici c'est l'indice du minimum qui est renvoyé: cela permet d'avoir à la fois sa valeur `s[indice_min(s)]` mais aussi sa position.

8.1.2 Recherche séquentielle

Le principe est de parcourir séquentiellement la séquence jusqu'à avoir trouvé ou être arrivé en fin de séquence. Notez l'utilisation de l'évaluation paresseuse avec l'opérateur `and`.

De nouveau, c'est l'indice dans `s` où se trouve la première instance de `x` qui est retournée.

```
def recherche(s,x):
    """ donne l'indice où se trouve la valeur de x dans s (-1 si n'existe pas) ""
    i = 0
    while i < len(s) and s[i][0] != x:
        i = i+1
    if i == len(s):
        i = -1 # pas trouvé
    return i
```

Version améliorée

Si `s` est modifiable on peut ajouter l'élément recherché (et ensuite le retirer à la fin).

```
def recherche(s,x):
    """
       donne l'indice où se trouve la valeur de x dans s (-1 si n'existe pas)
       version améliorée quand s est modifiable
    """
    i = 0
    s.append((x,0))
    while s[i][0] != x:  # ne teste pas si on est en fin de séquence
        i = i+1
    del s[-1]
    if i == len(s):
        i = -1 # pas trouvé
    return i
```

8.1.3 Recherche dichotomique (ou binaire)

Cet algorithme effectue la recherche de la position d'un élément, de clé x donnée, dans une liste à n éléments indicés 0..n - 1 ; mais ici la liste est obligatoirement triée en ordre non décroissant sur les clés , ce qui veut dire que pour tout indice i et j de la liste avec i <= j on a sûrement s[i][0] <= s[j][0].

Définissons nous une fonction *recherche_dichotomique* qui reçoit la liste s et la clé x et dont le résultat est l'indice, dans s, d'un élément quelconque dont la clé vaut x (ou -1 si x n'est pas dans s). Sachant que x est supposé être dans la liste s, la recherche s'effectue dans la tranche de liste s[bi:bs]. Initialement bi = 0 et bs = len(s).

La recherche de x dans s[bi:bs] consiste à regarder l'élément milieu d'indice m = (bi + bs)//2.

1. Soit s[m][0] < x et il faut recommencer la recherche avec une nouvelle borne inférieure (bi = m + 1).

2. Soit s[m][0] > x et il faut recommencer la recherche avec une nouvelle borne supérieure (bs = m - 1).
3. Soit s[m][0] = x et m est l'indice recherché.

Cette recherche se termine soit lorsque s[m][0] = x soit lorsque la tranche [bi:bs] est vide. Dans le premier cas m est l'indice recherché sinon, par convention, le résultat de la recherche vaudra -1.

```
def recherche_dichotomique(s,x):
  """
      recherche dichotomique ou binaire de x dans s
      résultat:
           donne l'indice où se trouve la valeur de x dans s
           (-1 si n'existe pas)
  """
  bi, bs = 0, len(s)
  m = (bi+bs)//2
  while bi < bs and x != s[m][0]:
     m = (bi+bs)//2
     if s[m][0] < x:
        bi = m+1
     else:
        bs = m  # x est avant ou est trouvé

  if  len(s) <= m or s[m][0] != x:  # pas trouvé
      m = -1
  return m
```

8.2 Les classiques : tris

Trier une collection d'objets est l'opération qui consiste à les ranger selon l'ordre donné. Un tel rangement revient à effectuer une permutation des éléments pour les ordonner. Généralement la relation <= est utilisée comme relation d'ordre.

Le tri peut être effectué

- soit par ordre croissant (ou plus précisément, non décroissant), ce qui signifie qu'on aura pour tout couple d'indice *i*, *j* avec *i<j*: *s[i] <= s[j]*
- soit par ordre décroissant (ou plus précisément, non croissant), ce qui signifie qu'on aura pour tout couple d'indice *i*, *j* avec *i<j*: *s[i] >= s[j]*.

Ici aussi on considère que les algorithmes de tri manipulent des listes d'éléments chacun contenant:

- une clé,
- une information satellite.

Par exemple, on pourrait avoir besoin de trier un tableau contenant des informations sur des personnes:

- les noms et prénoms peuvent constituer la clé sur laquelle on effectue les comparaisons pour trier les valeurs,
- les autres informations constituent l'information satellite associée.

Ainsi, après le tri, le tableau contiendra les informations sur les personnes, classées dans l'ordre alphabétique de leur nom. La figure suivante illustre un tel tableau avant et après le tri.

Avant le tri

Nom	Adresse
Vanbegin Marc	Av. Louise
Dupont Jean	rue du Moulin
Pascal Paul	...
Van Aa Michel	...
Dupont Jean	rue du Château
Milcamps René	rue de Liège
Alexandre Eric	...

Après le tri

Nom	Adresse
Alexandre Eric	...
Dupont Jean	rue du Moulin
Dupont Jean	rue du Château
Milcamps René	rue de Liège
Pascal Paul	...
Van Aa Michel	...
Vanbegin Marc	Av. Louise

Plusieurs remarques peuvent être formulées à partir de l'exemple précédent.

Tout d'abord, la relation d'ordre doit être précisément définie. Ici nous avons ignoré les espaces éventuels et considéré que les lettres majuscules sont équivalentes aux minuscules.

Ainsi: Van Aa = vanaa < vanbegin = Vanbegin.

Nous pouvons également constater que 2 Dupont Jean se trouvent dans la table; l'algorithme de tri peut, a priori, les classer dans n'importe quel ordre. Dans le cas où la table contient 2 entrées de même clé, il est parfois important que l'algorithme de tri conserve l'ancien ordre relatif: on dira alors que la méthode de tri est stable. On avait

- en indice 2 <Dupont Jean, rue du Moulin>
- en indice 5 <Dupont Jean, rue du Château>

et donc, si l'algorithme est stable, à la fin, <Dupont Jean, rue du Moulin> doit rester avant <Dupont Jean, rue du Château>

Il existe de nombreuses méthodes de tri. Dans les sections suivantes nous donnerons 4 méthodes de tri; chacune d'entre elles sera un représentant simple d'une technique de tri classiquement utilisée.

D'autres méthodes de tri ne seront pas présentées ici car elles font appel à des techniques de programmation non encore étudiées jusqu'à présent.

Comme pour les algorithmes de recherche, nous allons présenter nos algorithmes de tri sur des listes *s* d'éléments (les valeurs de *s[i][0]* représentant les clés).

Notons également que les tris présentés ci-dessous rangent les éléments par *ordre non décroissant*.

8.2.1 Tri par sélection

Le tri par sélection présenté ici est l'exemple le plus simple des tris qui utilisent la technique consistant à sélectionner les éléments à trier dans un certain ordre, afin de les mettre, un par un, à leur place définitive.

À chaque étape, la sélection consiste à repérer un élément minimum parmi les éléments qui n'ont pas encore été correctement placés, et à le placer à sa position définitive.

Si parmi les éléments non encore placés correctement, il existe plusieurs valeurs minimales, la sélection choisit le premier, c'est-à-dire celui qui a un indice minimum, afin que le tri soit stable.

> Ainsi, à l'étape 0, c'est-à-dire la première étape où l'on traite *s[0]*, la sélection choisit un minimum dans toute la liste (entre l'indice 0 et l'indice *n-1* inclus), et l'échange avec *s[0]*.

À la deuxième étape le minimum sélectionné dans l'intervalle entre 1 et *n-1* de *s* est échangé avec *s[1]*.

Ainsi, *au début* de l'étape *i*, les éléments *s[0]* jusque *s[i-1]* ont déjà pris leur place définitive, et les éléments *s[i]* jusque *s[n-1]* sont non encore triés **mais** on est assuré que toutes les valeurs de *s[i]* jusque *s[n-1]* sont supérieures ou égales à toutes les valeurs *s[0]* jusque *s[i-1]* incluses et en particulier à *s[i-1]*.

La situation de la liste au début de l'étape *i* du tri par sélection est illustré par la figure suivante :

éléments triés contenant les *i-1* premiers minima	**éléments non triés contenant des valeurs supérieures ou égales aux valeurs triées**
composantes 0 à i-1	composantes *i* à *n-1*

Ainsi après l'étape *n-2*, la liste *s* est entièrement triée puisque *s[n-1]* est supérieur ou égal aux éléments *s[0]* jusque *s[n-2]* triés.

La figure suivante montre les étapes du tri par sélection pour une liste dont on ne représente que les clés valant 1 à 7.

3	7	2	6	5	1	4
1	7	2	6	5	3	4
1	2	7	6	5	3	4
1	2	3	6	5	7	4
1	2	3	4	5	7	6
1	2	3	4	5	7	6
1	2	3	4	5	6	7

Code du tri par sélection d'une liste *s*.

```
def tri_selection(s):
    """
      Trie  la liste s par sélection
    """
    n = len(s)
    for i in range(n-1):
        # recherche du min dans s[i..n]
        min = i # min = indice du min provisoire
        for j in range(i+1,n):
          if  s[j][0] < s[min][0]:
              min = j
        # placement du ième élément: échange s[i]<->s[min]
        s[min],s[i] =  s[i],s[min]
```

Notons que ce tri n'est pas stable.

Essayons de nous assurer que l'algorithme fonctionne correctement même dans les cas limites.

- Si *n=0* ou 1, l'algorithme ne fait rien.
- Sinon, si à l'étape *i*, le *i+1ème* minimum est, au départ, en indice *i*, l'échange entre *s[i]* et *s[min]* ne modifie rien.

8.2.2 Tri par insertion

La technique consiste à considérer chaque élément à trier, un par un et à l'insérer en bonne place relative dans la partie des éléments déjà triés aux étapes précédentes.

À chaque étape, l'insertion d'un élément est effectuée.

Au départ, *s[0]* est l'élément de référence.

À l'étape 1, l'élément *s[1]* est placé correctement par rapport à la partie déjà triée, c'est-à-dire uniquement *s[0]*.

À la ième étape, *s[i]* est donc inséré.

La figure suivante donne la situation de *s* **au début** de cette ième étape.

Situation de la liste au début de la ième étape du tri par insertion

éléments triés entre eux	partie non encore modifiée
composantes 0 à *i-1*	composantes *i* à *n-1*

La ième étape peut donc être décomposée en 3 parties:

- La recherche de la place *j* où doit s'insérer *s[i]*,
- Le déplacement vers la droite d'une position des éléments qui doivent se mettre après l'élément à insérer (car leur valeur est supérieure à celle de *s[i]*),
- L'insertion de *s[i]* à sa nouvelle place.

Notons que la nouvelle place de la valeur insérée *x* n'est pas a priori, sa place définitive puisqu'il se peut que d'autres éléments soient insérés, par après, avant *x*.

La figure suivante montre les étapes du tri par insertion pour une liste dont on ne représente que les clés valant 1 à 7.

3	7	2	6	5	1	4
3	7	2	6	5	1	4
2	3	7	6	5	1	4
2	3	6	7	5	1	4
2	3	5	6	7	1	4
1	2	3	5	6	7	4
1	2	3	4	5	6	7

La procédure présentée à la figure suivante effectue le tri par insertion en fusionnant la partie 2 et 3. En effet, la recherche de la nouvelle position de l'élément à insérer (placé temporairement dans *Save* se fait dans ce cas ci linéairement en partant de l'indice *i-1* et en descendant. Tant que *s[j]* est strictement supérieur à l'élément à insérer, on le déplace en *s[j+1]* et on décrémente *j*.

```
def tri_insertion(s):
    """
      Trie liste s par insertion
    """
    n = len(s)
    for i in range(1,n):
        Save = s[i]   #utilisé pour l'échange
        # insertion de s[i]
        j = i-1
        while j>=0 and s[j][0] > Save[0]:
            s[j+1] = s[j]
            j=j-1
        s[j+1] = Save
```

L'algorithme fonctionne même si *n=0* ou 1 (dans ces cas il ne fait rien) et est stable.

8.2.3 Tri par échange (Bulle)

La technique d'échange consiste à comparer les éléments de la liste, 2 par 2, et à les permuter (ou échanger) s'ils ne sont pas dans le bon ordre, jusqu'à ce que la liste soit complètement triée.

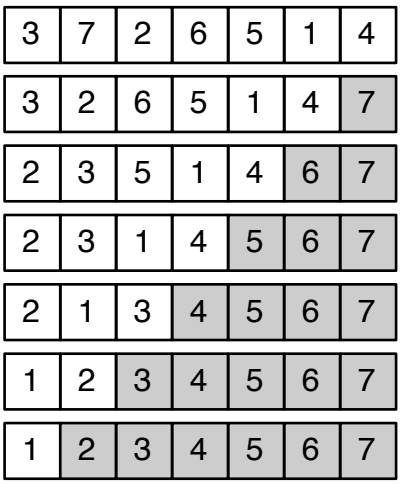
Le tri Bulle effectue des comparaisons entre voisins.

À la première étape, *s[0]* et *s[1]* sont comparés et éventuellement permutés. Ensuite, l'algorithme compare *s[1]* et *s[2]*, et ainsi de suite jusque *s[n-2]* et *s[n-1]*. Etant parti de *s[0]* jusqu'à *s[n-2]*, on peut voir qu'après cette première étape, *s[n-1]* contiendra le maximum des valeurs de *s*, la sous-liste de *s* d'indices *0..(n-2)* contenant les autres valeurs déjà légèrement réorganisées.

À la 2ème étape, on recommence donc les comparaisons/échanges pour les valeurs entre *s[0]* et *s[n-2]*, ce qui aura pour effet de mettre en place dans *s[n-2]*, le second maximum et de réorganiser à nouveau légèrement les autres valeurs dans la sous-liste de *s* d'indices *0..(n-3)*.

À la ième étape, on devra donc réorganiser la sous-liste de *s* d'indices *0..(n-i)*.

La figure suivante montre les étapes du tri Bulle d'une liste dont on ne représente que les clés valant 1 à 7.



Code du tri Bulle :

```
def tri_bulle(s):
    """
      Trie les n premières composantes de la liste s
      par méthode Bulle
    """
    n = len(s)
    for i in range(n,1,-1):  # réarrange s[0..i]
        for j in range(i-1):
            if s[j][0] > s[j+1][0]:
              s[j], s[j+1] = s[j+1], s[j]
```

Notons que l'algorithme donné donne un tri stable.

8.2.4 Tri par énumération (comptage)

La technique de tri par énumération consiste, grosso modo, à

- compter le nombre *n_i* de valeurs inférieures ou égales à toute valeur *s[i][0]* de la liste à trier,
- sachant que *n_i* valeurs devront être placées avant la valeur *s[i]*, placer cette dernière à sa position définitive.

Pour que cette technique soit praticable, il faut:

- que l'intervalle des valeurs possibles dans *s* soit petit,
- que l'on puisse travailler avec une liste *w* de même type que *s*.

Si le nombre de valeurs différentes possibles est grand (fort supérieur à n), l'algorithme devient non efficace et prend trop de place mémoire.

Nous supposons ici que les valeurs possibles sont dans l'intervalle *[0..m-1]*. L'algorithme doit se réserver une liste *count* de *m* composantes entières (d'indice *0..m-1*), qui est utilisée pour effectuer le comptage des valeurs. *m* ne peut donc pas être trop grand.

L'algorithme effectue plusieurs tâches successives:

- le comptage dans la liste *count* du nombre de chacune des valeurs possibles (initialement `count[0] = -1`), les autres compteurs sont mis à 0; ceci permet à la fin de placer les éléments aux positions 0 à n-1.
- le calcul dans les différentes entrées *count[i]* du nombre de valeurs inférieures ou égales à *i*: cette étape revient à sommer dans *count[i]*, les valeurs de *count[0]* à *count[i]* calculées à l'étape 1.
- le placement dans *w* des éléments de *s* de façon triée. Cette étape se base sur le fait qu'après l'étape 2, si *count[i] = p*, un élément de valeur *i* pourra se mettre en position *p* dans *w*, le suivant en position *p-1*, ...
- le copiage de *w* dans *s* pour remettre le résultat dans la liste initiale.

L'algorithme est donné par le code:

```
m = 5

def tri_enumeration(s):
    """
      Trie les n premières composantes de la liste s
      par énumération
    """
    n = len(s)
    w = [0]*n
    count = [-1]+[0]*(m-1)

    # 1 Comptage
    for j in range(n):
        count[s[j][0]] +=1
```

```
    # 2 Cumul des compteurs
    for i in range(1,m):
      count[i] += count[i-1]

    # 3 Placement des éléments dans w
    for j in range(n-1,-1,-1):
      w[count[s[j][0]]] = s[j]
      count[s[j][0]] -= 1

    # 4 Recopiage de w dans s
    s[:] = w
```

Notons que:

- l'étape 3. procède par un **for** dont la variable de contrôle a sa valeur qui va en décroissant, ceci pour que le tri soit stable.

Si $m < n$ ce tri est très efficace (voir plus loin).

CHAPTER

NINE

NOTION DE COMPLEXITÉ ET GRAND *O*

See Also:

Référence: livre de Thomas Cormen, Charles Leiserson, Ronald Rivest, Clifford Stein - Algorithmique

> Thomas Cormen, Charles Leiserson, Ronald Rivest, Clifford Stein - Algorithmique - 3ème édition - Cours avec 957 exercices et 158 problèmes, Dunod, 2010, ISBN: 978-2-10-054526-1 http://www.books-by-isbn.com/2-10/2100545264-Algorithmique-Cours-avec-957-exercices-et-158-problemes-2-10-054526-4.html

9.1 Motivation

Montrer qu'une version d'un programme est plus *efficace* qu'une autre n'est, a priori, pas aisé. La succession ou l'imbrication des tests et des boucles et la multitude des possibilités fait qu'il n'est généralement pas possible ou raisonnable d'évaluer l'efficacité de l'algorithme pour chaque cas possible.

Dans ce chapitre, nous donnerons un aperçu des techniques et méthodes d'estimation de l'efficacité d'un algorithme. En particulier nous définirons la notation *grand O* qui permettra de classer les algorithmes selon leur type d'efficacité sans devoir détailler le nombre exact d'instructions exécutées par l'algorithme.

9.1.1 Critères de choix d'un algorithme

Généralement, il existe plusieurs méthodes pour résoudre un même problème. Il faut alors en choisir une et concevoir un algorithme pour cette méthode de telle sorte que cet algorithme satisfasse le mieux possible aux exigences.

Parmi les critères de sélection d'une méthode et en conséquence d'un algorithme, deux critères prédominent: la *simplicité* et l'*efficacité* de cet algorithme.

Si parfois ces critères vont de paire, bien souvent ils sont contradictoires; un algorithme efficace est, en effet, bien souvent compliqué et fait appel à des méthodes fort élaborées. Le concepteur

doit alors choisir entre la simplicité et l'efficacité.

Si l'algorithme devra être mis en oeuvre sur un nombre limité de données qui ne demanderont qu'un nombre limité de calculs, cet algorithme doit de préférence être simple. En effet un algorithme simple est plus facile à concevoir et a moins de chance d'être erroné que ne le sera un algorithme complexe.

Si, par contre, un algorithme est fréquemment exécuté pour une masse importante de données, il doit être le plus efficace possible.

Au lieu de parler de l'efficacité d'un algorithme, on parlera généralement de la notion opposée, à savoir, de la complexité d'un algorithme.

La complexité d'un algorithme ou d'un programme peut être mesurée de diverses façons. Généralement, le temps d'exécution est la mesure principale de la complexité d'un algorithme.

D'autres mesures sont possibles dont:

- la quantité d'espace mémoire occupée par le programme et en particulier par ses variables;
- la quantité d'espace disque nécessaire pour que le programme s'exécute;
- la quantité d'information qui doit être transférée (par lecture ou écriture) entre le programme et les disques ou entre le programme et des serveurs externes via un réseau;
- ...

Nous n'allons pas considérer de programme qui échange un grand nombre d'informations avec des disques ou un autre ordinateur.

En général nous analyserons le temps d'exécution d'un programme pour évaluer sa complexité. La mesure de l'espace mémoire occupé par les variables sera un autre critère qui pourra être utilisé ici.

De façon générale, la complexité d'un algorithme pour un ensemble de ressources donné est une mesure de la quantité de ces ressources utilisées par cet algorithme.

Le critère que nous utiliserons dans la suite est un nombre d'actions élémentaires exécutées. Nous prendrons soin, avant toute chose, de préciser le type d'actions prises en compte et si nous voulons une complexité minimale, moyenne ou maximale.

Nous verrons que, généralement, la complexité d'un algorithme est exprimée par une fonction qui dépend de la taille du problème à résoudre.

9.1.2 Exemple: la recherche du minimum

Le travail nécessaire pour qu'un programme s'exécute dépend de la 'taille' du jeu de données fourni.

Par exemple, si nous analysons la fonction `indice_min(s)` donnée au début du chapitre, (recherche l'indice de l'élément de valeur minimale dans une liste `s`, il est intuitivement normal que cet algorithme prenne un temps proportionnel à `len(s)`, et soit noté, par exemple, *T(len(s))*.

Dénotons *len(s) = n*. *n* est la taille de la liste et donc par extension, également la taille du problème.

Redonnons ici la partie traitement de cet algorithme en ayant eu soin de transformer le *for* en *while* pour mieux détailler chaque étape d'exécution de l'algorithme et nous supposons `n = len(s)` connu dans le programme :

```
res = 0                          # 1
i = 1                            # 2
while  i< n :                    # 3
   if  s[i][0] < s[res][0]:      # 4
      res = i                    # 5
   i = i+1                       # 6
return res                       # 7
```

Pour obtenir des résultats qui restent valables quel que soit l'ordinateur utilisé, il faut réaliser des calculs simples donnant une approximation dans une unité qui soit indépendante du processeur utilisé. On peut, par exemple, faire l'approximation que chaque assignation de donnée simple ou test élémentaire représente une unité de temps d'exécution.

D'autres hypothèses auraient pu être faites. Par exemple, on aurait pu ne considérer que les assignations et rechercher la complexité en nombre d'assignations, ou ne considérer que les tests et rechercher la complexité en nombres de tests effectués par l'algorithme.

La complexité dépend donc fortement de l'unité prise qui doit être clairement précisée.

Avec nos hypothèses, les instructions des lignes 1, 2 et 7 prennent chacune une unité de temps d'exécution.

La boucle *while* de la ligne 3 à 6 s'exécute *n-1* fois, mais le test s'effectue *n* fois. La ligne 3 prend *n* unités et la ligne 6, *n-1* unités.

Le test de la ligne 4 prend une unité; il est effectué *n-1* fois et donc la ligne 4 utilisera au total *n-1* unités.

L'assignation de la ligne 5 prend une unité. Elle n'est effectuée que lorsque le test du `if` est vérifié. Si l'on ne désire pas uniquement faire une seule mesure sur un jeu de données bien précis, il faut donc expliciter si l'on désire connaître le temps d'exécution dans *le meilleur des cas T_min(n)*, *le pire des cas T_MAX(n))*, ou *en moyenne T_moyen(n)*. Ici:

- ***T_min(n)* est donné dans le cas où le test du `if` n'est jamais** vérifié, ce qui signifie que le minimum se trouve à la première composante. On a alors: T_min(n) = 1+1+n+(n-1)+(n-1)+1=3n+1
- ***T_MAX(n)* est donné dans le cas où le test du `if` est à chaque** fois vérifié, ce qui correspond au cas où toutes les valeurs de `s` sont distinctes et triées en ordre décroissant. On a alors: T_MAX(n) = 1+1+n+(n-1)+(n-1)+(n-1)+1= 4n

Le calcul de *T_moyen(n)* est généralement beaucoup plus difficile à effectuer. Pour cela, on peut faire des hypothèses sur les jeux de données possibles et leur distribution statistique; ces hypothèses doivent être le plus réaliste possible. Pour que le calcul de *T_moyen(n)* ne soit pas trop compliqué, on tolère généralement certaines hypothèses simplificatrices. Nous pouvons, par exemple, supposer que toutes les valeurs dans `s` sont distinctes et faire l'hypothèse que la distribution des valeurs est uniforme, la liste étant non triée a priori.

Pour faire ce calcul, séparons les actions dues au `while`, au `if` et à l'assignation finale, des actions d'assignation de la variable `res` et posons:

C(n) = le nombre moyen d'assignations à `res` pour une liste de taille *n*

Si nous posons *R(n)* = le nombre d'actions dues au `while`, au `if` et à l'assignation finale, ce nombre est connu et vaut: *R(n)* = 3n.

Nous avons: T_moyen(n) = C(n) + R(n)

Pour exprimer la valeur de *C(n)*, regardons d'abord sa valeur pour *n* valant *1,2,* ...

Pour *n* valant 1, *C(1)=1* puisqu'il y a une assignation en début, et que le corps de la boucle `while` ne s'exécute jamais.

Pour *n* valant 2, la liste contient une valeur maximale *Max* et une valeur minimale *min*. Deux possibilités équiprobables peuvent se présenter:

1. `s` = min suivi de Max
2. `s` = Max suivi de min

Le cas 1. donne une assignation et le cas 2. deux assignations, soit en moyenne: C(2) = 3/2

Essayons d'avoir une expression générale pour *C(n)*: *s[0]* a une chance sur *n* d'être le minimum, une chance sur *n* d'être le deuxième minimum, ... Donc *s[0]* a *1/n* chance d'être le ième minimum et cela pour tout *i* entre 1 et *n*.

Si nous posons *C(0) = 0* et si dans la sous-liste qu'il reste à traiter il y a *j* éléments plus petits que le minimum provisoire, le nombre d'assignations qu'il faudra encore effectuer vaudra, d'après la définition donnée, *C(j)*, car les nombres plus grands que le minimum provisoire n'impliqueront aucune assignation supplémentaire. Ce raisonnement est valable pour tout *i >= 1*.

En conséquence:

$$C(i) = 1 + \frac{1}{i}\sum_{j=0}^{i-1} C(j) \qquad (\forall i \geq 1)$$

le 1 étant dû à la première assignation (c'est-à-dire à l'instruction 1).

Pour avoir une idée précise de la valeur de *C(n)*, il faut éliminer les *C(j)* du membre de droite.

Pour cela exprimons cette équation d'une autre façon en le multipliant par *i*

$$i.C(i) = i + \sum_{j=1}^{i-1} C(j)$$

et de même si on multiplie *C(i+1)* par *i+1*:

$$(i+1).C(i+1) = (i+1) + \sum_{j=1}^{i} C(j)$$

En soustrayant la seconde équation de la troisième nous obtenons:

$$(i+1).C(i+1) - i.C(i) = 1 + C(i)$$

Ce qui peut s'écrire:

$$C(i+1) = \frac{1}{i+1} + C(i) \qquad (\forall i \geq 1)$$

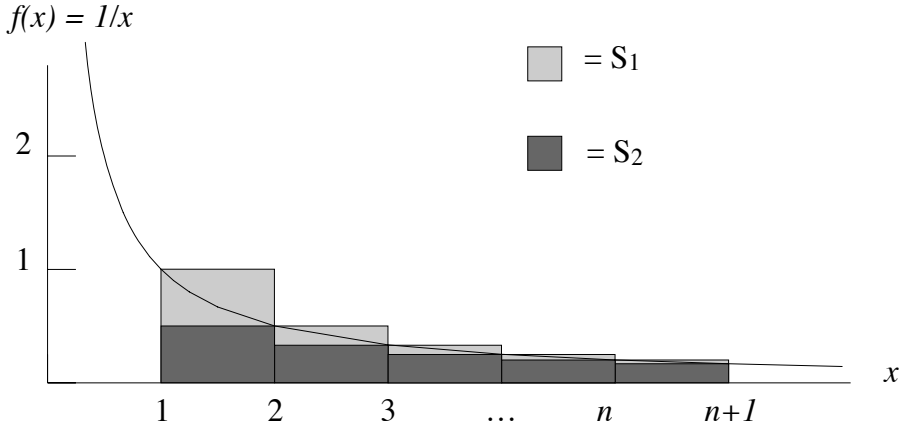
Pour *C(1)* la formule reste vrai *(C(1)=1)*

Et donc:

$$C(n) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \ldots + 1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$$

Notons que nous aurions pu déduire ce résultat plus rapidement en exprimant que *C(i+1)* vaut le nombre moyen d'assignations dû à la recherche du minimum pour les *i* premiers nombres, c'est-à-dire *C(i)*, plus la probabilité que le nombre *s[i]* soit le minimum, c'est-à-dire *1/i+1*, ce qui nous redonne l'équation précédente.

Pour effectuer une approximation de *C(n)*, évaluons les aires *S1* et *S2* données en grisé dans la figure suivante où la fonction *f(x) = 1/x*.



Ayant

$$\int_{1}^{n+1} \frac{1}{x} dx = \ell n(n+1)$$

on voit que

$$S2 < \ell n(n+1) < S1$$

Comme

$$S1 = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = C(n)$$

$$S2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n+1} = \sum_{i=2}^{n+1} \frac{1}{i} = C(n+1) - 1$$

et ceci pour tout *n >= 1*.

On a donc:

$$C(n+1) - 1 < \ell n(n+1) < C(n) \qquad (\forall n \geq 1)$$

De ce fait:

$$C(n) < \ell n(n) + 1 \qquad (\forall n > 1)$$

Et finalement, comme *ln(n) < ln(n+1)*, on obtient:

$$\ell n(n) < C(n) < \ell n(n) + 1$$

Cette dernière équation permet de borner *T_moyen(n)* (rappelons-nous que *T_moyen(n) = C(n) + R(n)* avec *R(n) = 3n*)

Nous obtenons donc:

$$3n + \ell n(n) < T_{moyen}(n) < 3n + \ell n(n) + 1$$

9.1.3 Autre exemple: la recherche d'un élément

Calculons les *T_min(n)*, *T_Max(n)* et *T_moyen(n)* de l'algorithme de recherche d'un élément dans une liste `s`.

Redonnons ici la partie traitement de cet algorithme en supposant que `n = len(s)`:

```
i = 0                                   #1
while i < n and s[i][0] != x:           #2
    i = i+1                             #3
if i == n:                              #4
    i = -1 # pas trouvé                 #5
return i                                #6
```

T_min(n) est donné lorsque l'on trouve directement l'élément.

Si l'on suppose ici encore que toute assignation et tout test élémentaire prend une unité de temps et que le test du while est composé de deux tests élémentaires (le temps pour le and étant omis), on obtient: *T_min(n) = 5 (c'est-à-dire 1 en #1 + 2 en #2 + 1 en #4 + 1 en #6)*

T_MAX(n) est donné dans le cas où l'élément `x` n'est pas dans `s`: T_MAX(n) = 3n+5

T_moyen(n) dépend de la probabilité *p* que `x` soit dans `s`.

En supposant que si `x` est dans `s`, il a la même probabilité d'être dans n'importe quelle composante *s[i]* (pour *0 <= i < n*), en énumérant les cas possibles on obtient:

Cas possibles	Nombre d'unités
1: on trouve `x` en *s[0]*	*3+2*
2: on trouve `x` en *s[1]*	*6+2*
...	
n: on trouve `x` en *s[n-1]*	*3n+2*

Si `x` est dans `s`:

$$\begin{aligned} \text{moyen} &= \frac{3}{n}(1+2+\ldots+n)+2 \\ &= \frac{3(n+1)}{2}+2 \quad (\text{puisque } \sum_{i=1}^{n} i = \frac{(1+n)n}{2}) \\ &= \frac{3}{2}n+\frac{7}{2} \end{aligned}$$

Si `x` n'est pas dans `s`:

min = moyen = MAX = 3n+5

Finalement

$$T_{moyen}(n) = (1-p)(3n+5)+p(\frac{3}{2}n+\frac{7}{2}) = (3-\frac{3}{2}p)n+(-\frac{3}{2}p+5)$$

9.2 Le grand *O*

Les exemples précédents montrent qu'il est souvent très difficile de calculer le temps moyen (ou maximal) d'exécution d'un algorithme. Ces calculs précis sont, de plus, inutiles puisqu'ils se basent sur des approximations grossières du temps d'exécution des actions élémentaires; évaluations qui ne tiennent pas non plus compte, par exemple, de l'ordinateur et du compilateur ou de l'interpréteur utilisés.

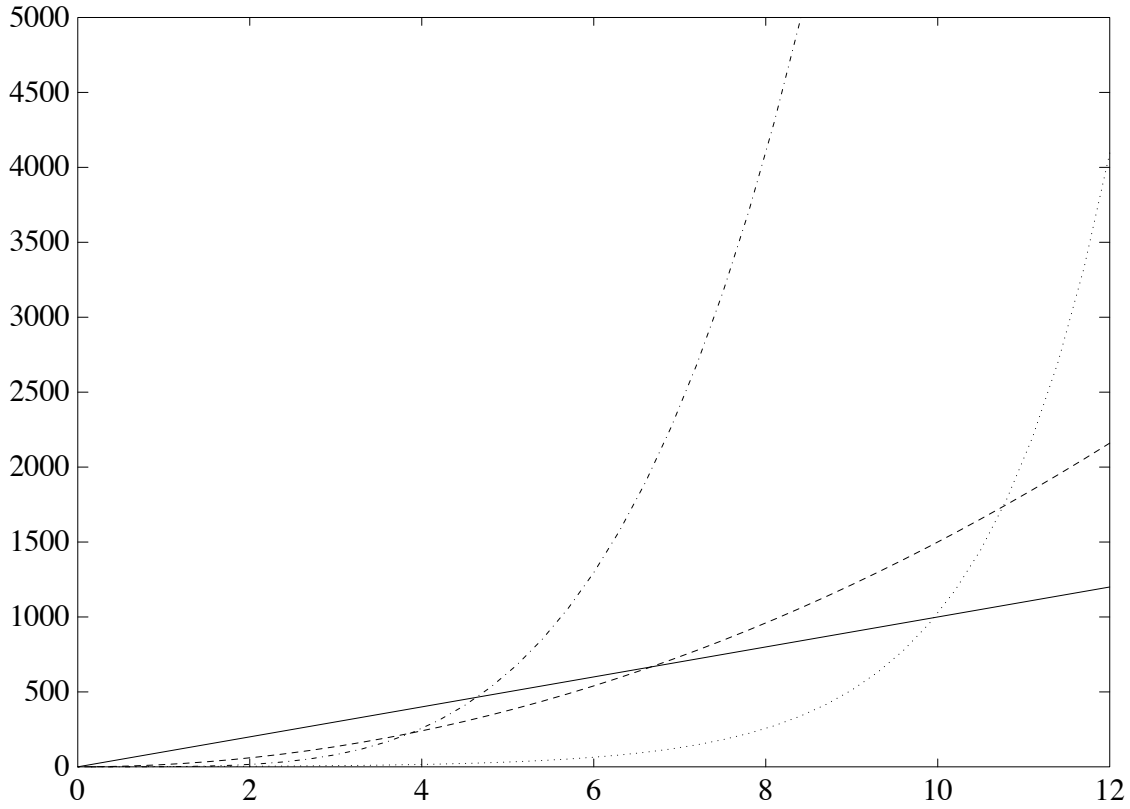
Une évaluation du temps d'exécution d'un algorithme ne devient généralement intéressante que lorsque la taille du jeu de données, c'est-à-dire de *n* dans nos exemples précédents, est grande. En effet pour *n* petit, les algorithmes s'exécutent généralement très rapidement.

Supposons que la complexité maximale d'un algorithme *A = 100.n*, que la complexité maximale d'un algorithme *B* = 15.n^2 , celle de *C = n^4* et celle de *D = 2^n*.

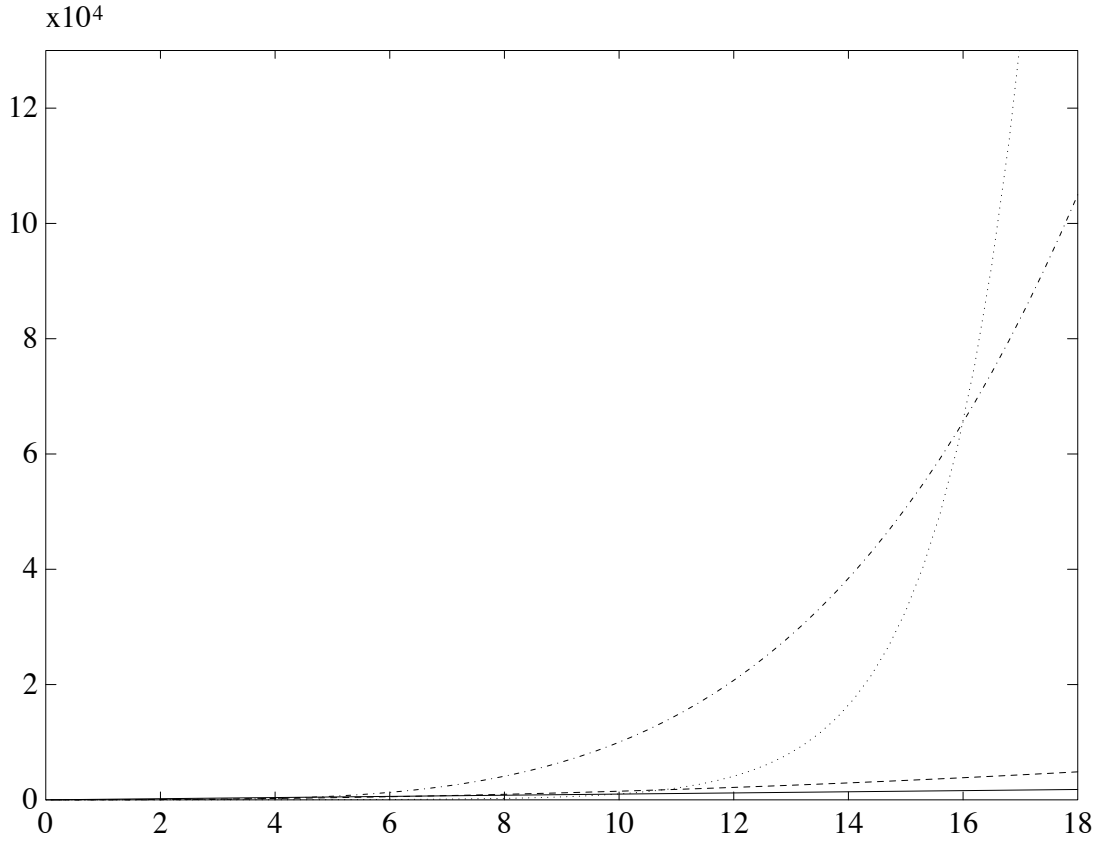
La table suivante donne les valeurs de complexité pour *n = 1,10,100,1000, 10^6* et *10^9*; les figures qui suivent donnent les valeurs des fonctions respectivement pour n variant entre 0 et 12, et 0 et 18.

$n =$	A	B	C	D
1	100	15	1	2
10	1000	1500	10000	$\approx 10^3$
100	10000	150000	10^8	$\approx 10^{30}$
1000	100000	15.10^6	10^{12}	$\approx 10^{300}$
10000	10^6	15.10^8	10^{16}	$\approx 10^{3000}$
10^6	10^8	15.10^{12}	10^{24}	$\approx 10^{300000}$
10^9	10^{11}	15.10^{18}	10^{36}	$\approx 10^{3.10^8}$

Valeur de *100.n*, *15.n^2*, *n^4* et *2^n* pour différentes valeurs de *n*



Valeur des fonctions A = –, B = - -, C = -.- et D = ... pour *n* allant de 0 à 12



Valeur des fonctions A = –, B = - -, C = -.- et D = ... pour *n* allant de 0 à 18

Ces valeurs doivent être divisées par le nombre d'instructions élémentaires par seconde pour obtenir un temps exprimé en seconde.

Les micro ou mini ordinateurs actuels permettent d'exécuter de l'ordre de *10^9* instructions par seconde soit environ *10^14* instructions par jour.

Cela signifie qu'en un jour, si aucune autre limitation ne perturbe l'exécution des algorithmes (telle que l'espace mémoire disponible par exemple), on peut résoudre avec l'algorithme

- *A* , un problème pour *n* valant approximativement *10^12*
- *B* , un problème pour *n* valant approximativement *10^7*
- *C* , un problème pour *n* valant approximativement *3000*
- *D* , un problème pour *n* valant approximativement *50*

et donc *A* est meilleur que *B*, *B* est meilleur que *C* et *C* est meilleur que *D* (sauf pour de petites valeurs de *n*).

En vertu des remarques précédentes et de ces chiffres, on préfère donner un ordre de grandeur permettant d'avoir une idée du type d'algorithme. Pour cela, on utilise la notation grand *O* définie ci-dessous, qui permet:

- de déterminer si un algorithme a une chance de s'exécuter pour un *n* donné,

- connaissant le temps d'exécution pour un n donné, de faire une approximation de ce temps pour une autre valeur de n.

9.2.1 Définition

La notation grand O est définie comme suit:

> Définition (O) : Une complexité $T(n)$ est dite en grand O de $f(n)$ (en $O(f(n))$ s'il existe un entier N et une constante $c > 0$ tels que pour tout entier $n > N$ nous avons $T(n) <= c.f(n)$

Cette définition permet d'effectuer de nombreuses simplifications dans les calculs. En effet de cette définition il résulte que:

- Les facteurs constants ne sont pas importants. En effet, si par exemple $T(n)=n$ ou si $T(n)=100n$, $T(n)$ est toujours en $O(n)$
- Les termes d'ordres inférieurs sont négligeables. Ainsi si $T(n) = n^3 + 4n^2 + 20n + 100$, on peut voir que pour $n > N = 5$
  - $n^3 > 4n^2$
  - $n^3 > 20n$
  - $n^3 > 100$

et donc pour $n>5$, $T(n) = n^3 + 4n^2 + 20.n + 100 < 4n^3$.

De ce fait $T(n)$ est en $O(n^3)$.

9.2.2 Calcul du grand *O*

Classes de complexité

Si on peut calculer qu'un algorithme est un $O(n^2)$, il n'est pas intéressant, même si cela est trivialement vrai, d'exprimer le fait que $T(n)$ est en $O(n^3)$, $O(n^4)$, ...

Lorsque l'on évalue le grand O d'une complexité, c'est la meilleure estimation "simple" que l'on cherche à obtenir.

Ainsi on classe généralement les complexités d'algorithmes selon leur grand O comme donné par la table suivante :

O	Classe d'algorithmes
O(1)	constant
O(log n)	logarithmique
O(n)	linéaire
O(n log n)	*n log n*
O(n^2)	quadratique
O(n^3)	cubique
O(2^n)	exponentiel en base 2
O(3^n)	exponentiel en base 3
...	
O(n^n)	exponentiel en base n
...	

Classes de complexité

Dans la suite, nous essayerons toujours de donner une approximation de la complexité des algorithmes vus.

Remarquons qu'en vertu du fait que *pour tout a,b* positif : log_a n = (log_a b).(log_b n)

et comme *log_a b* est une constante pour *a* et *b* fixés, si *T(n)* est en *O(log_a n)* il est également en *O(log_b n)*. (la base du logarithme n'a donc pas d'importance pour exprimer un grand *O*). Notons encore que ceci n'est pas vrai pour la base des complexités exponentielles.

Donnons ici un petit nombre de règles permettant d'évaluer la complexité d'un algorithme. Ces règles ne donnent en général qu'une surapproximation parfois grossière; une estimation plus précise devant tenir compte du fonctionnement de l'algorithme.

Règles de calcul du grand O

Règle sur l'unité :

Règle 1 (unité)

Il faut clairement définir l'unité utilisée et les éléments pris en compte. Ainsi si l'on tient compte des tests élémentaires, des assignations, des lectures de données et des écritures de résultats, une assignation à une variable simple, une instruction input ou print d'une donnée simple, ou l'évaluation d'une expression (ou d'une condition) simple ne donnant pas lieu à l'exécution de fonctions, prend un temps constant fixé et est donc en *O(1)*. L'assignation à des objets plus complexes ou des input ou print de données plus complexes peut ne plus être en *O(1)* en fonction de leur taille qui peut dépendre de la taille du problème (*n*).

Règle de la séquence :

Règle 2 (séquence)

Si un traitement 1 prend un temps *T_1(n)* qui est en O(f_1(n)) et un traitement 2 prend un temps *T_2(n)* qui est en *O(f_2(n))* alors le traitement 1 suivi du traitement 2 prend *T_1(n) + T_2(n)* et est en

O(f_1(n) + f_2(n)) = O (max(f_1(n) , f_2(n)))

où max prend la fonction qui croît le plus vite c'est-à-dire de plus grand ''ordre''.

Par exemple si *T_1(n)* est en *O(n^2)* et *T_2(n)* est en *O(n)*, *T_1(n) + T_2(n)* est en *O(n^2 + n) = O(n^2)*

En particulier une séquence d'instructions simples (dont on tient compte) ne faisant aucun appel à une procédure ou à une fonction ne dépend pas de *n* et sont donc en *O(1)*.

Règle du if :

Règle 3 (if)

Pour un `if condition: instruction_1 else: instruction_2`

où

- `instruction_1` est en *O(f_1(n))*
- `instruction_2` est en *O(f_2(n))*
- l'évaluation de la `condition` est en *O(g(n))*

suivant le test, le `if` sera en *O(max(f_1(n),g(n)))* ou en *O(max(f_2(n),g(n)))* et peut être borné par:

O(max(f_1(n), f_2(n), g(n)))

Notons que souvent *g(n)* est en *O(1)*.

Cette règle peut être généralisée pour une instruction `if` ayant une ou des parties `elsif`.

Règle du while :

Règle 4 (while)

Pour un `while`, sachant que le corps de la boucle est en *O(f_1(n))* et que l'évaluation de la condition est en *O(f_2(n))*, si on a une fonction en *O(g(n))* qui donne une borne supérieure du nombre de fois que le corps sera exécuté, alors le `while` est en *O(f(n).g(n))* avec *f(n) = max(f_1(n),f_2(n))*.

Règle du for :

Règle 5 (for)

Pour une boucle `for`, il suffit de ''traduire" le `for` en `while`.

Par exemple :

```
for i in range(n):
   print(i)
```

se traduit en:

```
i=0
while i < n:
   print(i)
   i=i+1
```

La fonction iter() appliquée sur une séquence ou un range, permet de pouvoir ensuite utiliser la fonction next() sur l'objet produit.

Par exemple :

```
st = "bonjour"
for i in st:
     print(i)
```

se traduit en:

```
st = "bonjour"
i = iter(st)
s=next(i)
while s != None:
   print(s)
   s=next(i)
```

Donnons de simples exemples de complexité avec des for où ici aussi *n* est la taille du problème :

```
for i in range(10):
  traitement
```

est en *O(10.f(n))* où *O(f(n))* est la complexité d'une exécution du `traitement` et donc le code complet est également en *O(f(n))*

```
for i in range(n):
  traitement
```

est en *O(n.f(n))* où *O(f(n))* est la complexité d'une exécution du `traitement`.

Ainsi le produit de matrice (*M.L* par *L.N*) est en *O(M.L.N)*.

Règle de la fonction :

Règle 6 (fonction)

L'appel à une fonction est en *O(f(n))* correspondant à la complexité du traitement de cette fonction pour les paramètres effectifs donnés.

On peut raffiner ces calculs, selon que l'on essaye de trouver une complexité minimale, moyenne ou maximale. Ce raffinement se situera dans le nombre de fois qu'une instruction sera répétée, ayant par exemple certaines hypothèses sur la probabilité que certaines conditions de `if` ou de boucles sont vérifiées.

9.3 Application des règles de calcul

Ayant ces règles d'évaluation du grand *O* pour chaque type d'instruction, le calcul de la complexité d'un algorithme se fait en partant des complexités des instructions simples, et en calculant, de proche en proche, les complexités des instructions non simples à partir des résultats déjà calculés. Ces calculs procèdent en quelque sorte par des regroupements en suivant la structure de l'algorithme.

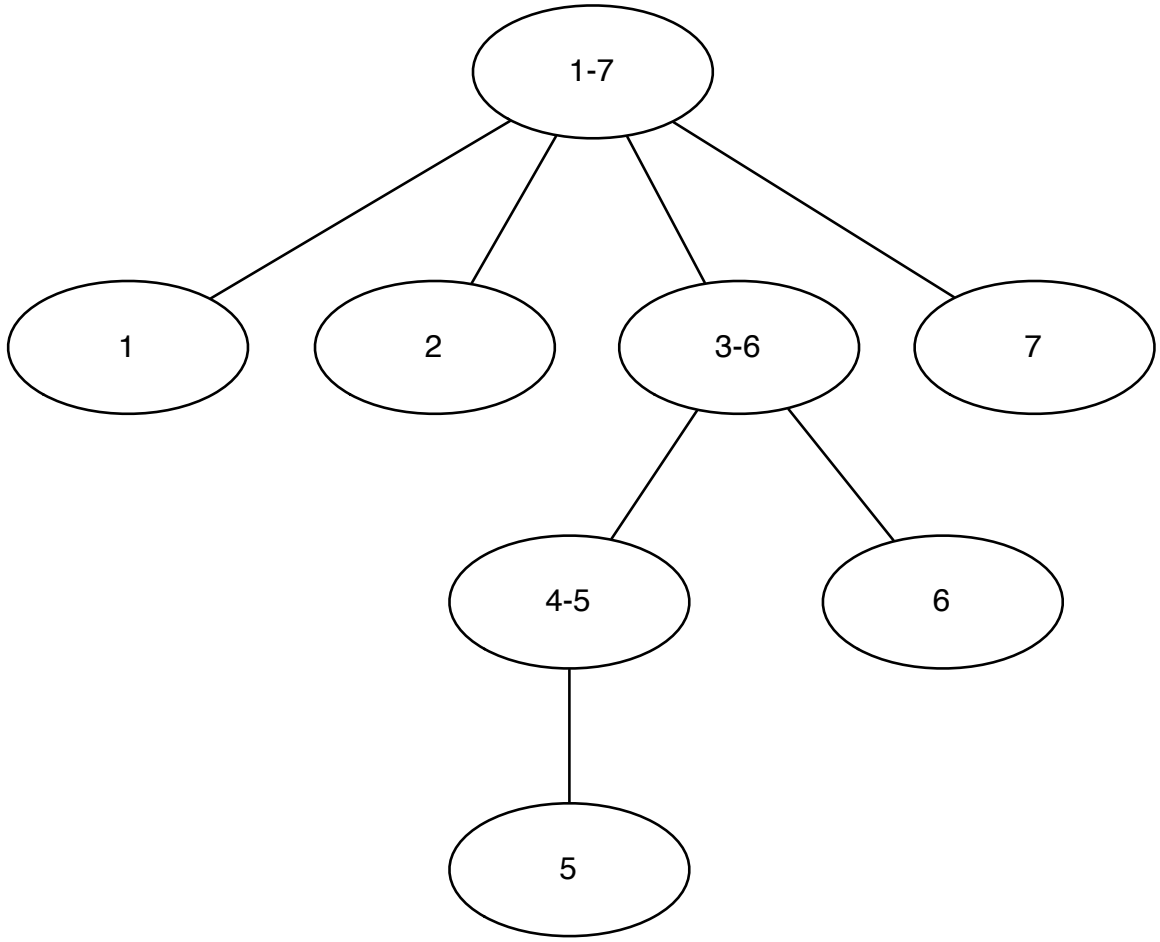
9.3.1 Complexité de la recherche du minimum

Prenons l'exemple de la recherche du minimum c'est-à-dire du traitement suivant (après traduction en utilisant un `while` en ayant `n = len(s)`:

```
res = 0                      #1
i = 1                        #2
while i < n      :           #3
   if s[i][0] < s[res][0]: #4
      res = i                #5
   i = i+1                   #6
return res                   #7
```

Nous supposons que chaque instruction simple est prise en compte pour le calcul de la complexité.

Le traitement, comme tout algorithme, peut être décomposé sous forme d'*arbre (informatique)* comme donné par la figure suivante où chaque *noeud représente* une instruction *Python* simple ou composée.



Décomposition d'un traitement en suivant la structure

Les noeuds sans *fils*, appelés les *feuilles* de l'arbre, correspondant aux instructions 1, 2, 5, 6 et 7, représentent des instructions d'assignations simples ou `return` qui, d'après la règle 1, sont en *O(1)*.

De ce fait, d'après la règle 3, le noeud 4-5 correspondant à l'instruction `if` est en *O(1)*.

D'après la règle 2, la complexité de la séquence d'instructions 4-6 est en *O(1)*.

On peut maintenant évaluer la complexité du `while` (noeud 3-6), il s'exécute *n-1* fois et la complexité du corps de la boucle est, comme on vient de le voir, en *O(1)*. Donc d'après la règle 4, la complexité du `while` est en *O(n)*.

Finalement, d'après la règle 2, la complexité de tout le traitement est en *O(1+1+n+1)* qui peut être simplifié par *O(n)*.

Note:

- Si, par exemple, un algorithme *A* est en *O(n)* et un algorithme *B* est en *O(n^2)*, *A* est 'meilleur', en terme, de complexité que *B*.

  Par contre si *A* et *B* sont tous les deux en *O(f(n))*, il faut détailler le calcul de la complexité pour déterminer lequel est plus complexe que l'autre.

- D'après la définition du *O*, l'algorithme de recherche du minimum est en *O(n)* et donc trivialement également en *O(n^2)*, *O(n^3)*, ..., *O(n^n)*. Lorsque l'on cherche la complexité d'un algorithme, on essaye bien évidemment de donner la valeur la plus précise (Exemple: *O(n)* pour la recherche du minimum)
- Rappelons que l'on peut évaluer plusieurs complexités différentes. Par exemple, pour les algorithmes de tris de liste, on peut regarder la complexité en terme de nombre d'instructions ou seulement regarder les instructions qui effectuent des déplacements d'éléments (le déplacement d'un élément peut prendre beaucoup plus de temps que les autres instructions). Certains tris sont en *O(n^2)* si l'on regarde toutes les instructions, mais en *O(n)* en terme de déplacement d'informations.

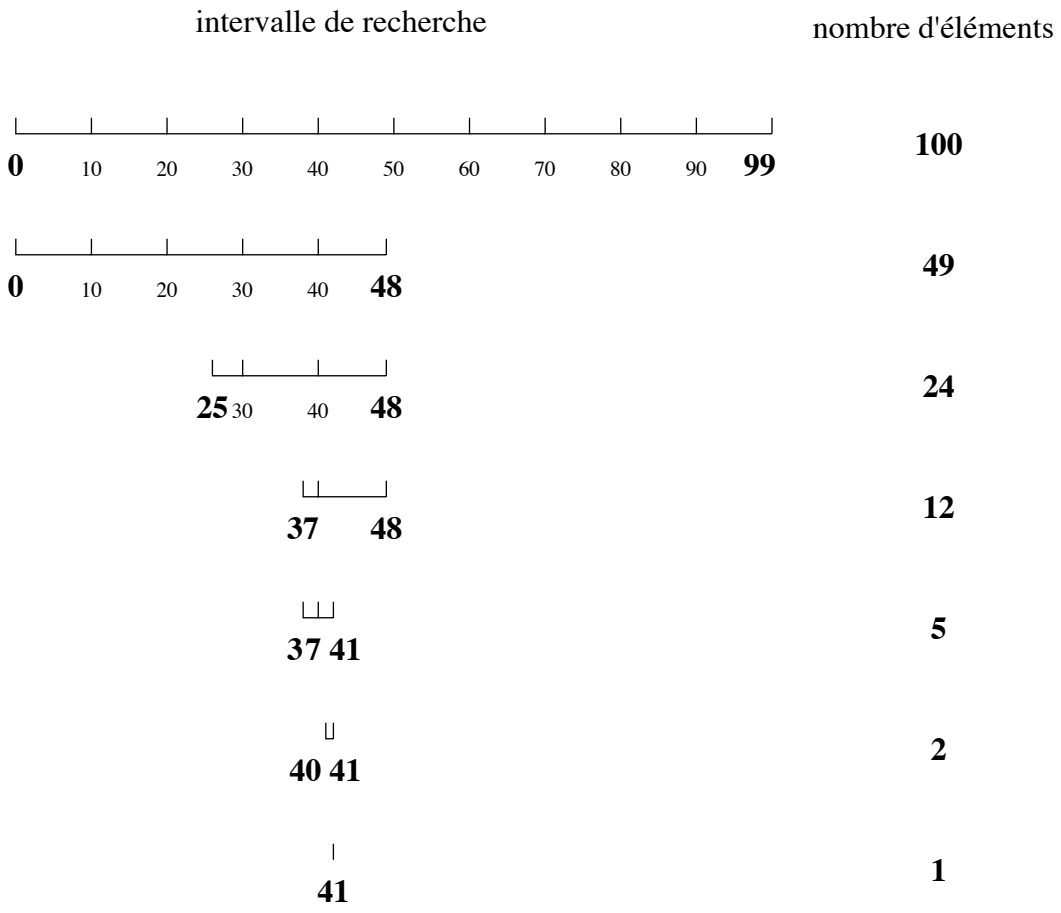
9.3.2 Complexité de la recherche séquentielle et dichotomique

Il est facile de voir que l'algorithme de **recherche séquentielle** est également en *O(n)* où *n* est la longueur de la liste et en supposant que les éléments sont testés en *O(1)*.

Pour calculer la complexité de la **recherche dichotomique**, en utilisant les règles vues précédemment, on peut assez rapidement observer que la complexité moyenne ou maximale en nombre d'actions élémentaires de cet algorithme est en *O(f(n))* où *f(n)* est le nombre respectivement moyen *(f_moyen(n))* ou maximum *(f_max(n))* de fois que la boucle `while` est exécutée.

Pour évaluer *f_max(n)*, commençons par analyser le comportement de l'algorithme. Nous pouvons tout d'abord remarquer qu'à chaque tour de boucle, au pire des cas, l'intervalle de recherche est divisé par deux, quelle que soit la valeur de `x`.

La figure suivante donne une évolution possible de l'intervalle de recherche dans `s` pour une liste à 100 éléments en supposant que `x` n'est pas dans `s` mais que `s[40] < x < s[41]`



Evolution de l'intervalle de recherche lors d'une recherche dichotomique

Le `while` s'exécute donc au maximum 7 fois. De façon générale on peut voir que:

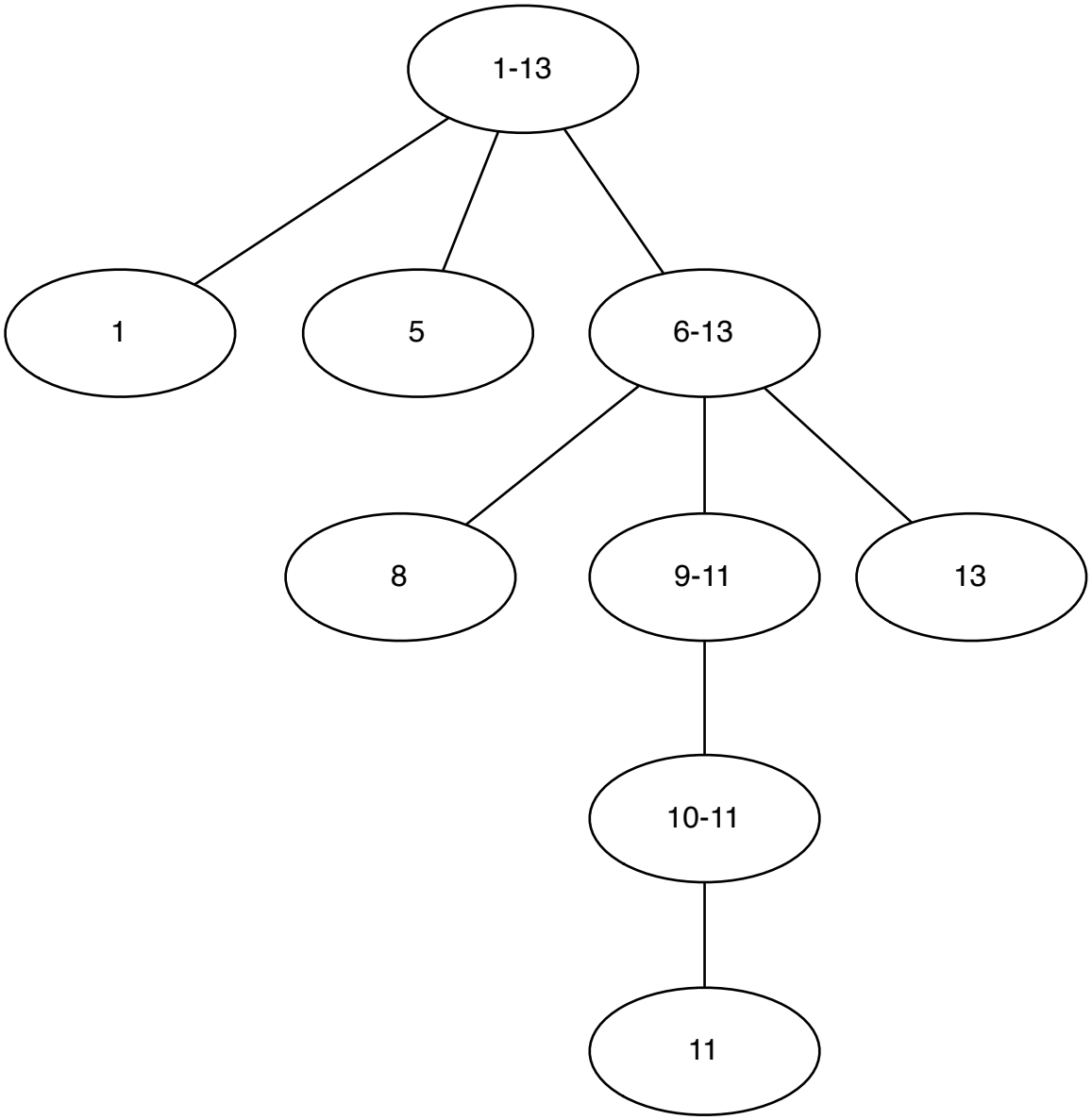
$$2^{f_{max}(n)-1} \leq n < 2^{f_{max}(n)}$$

et donc que *f_max(n) <= log_2(n) + 1*

La recherche dichotomique a donc une complexité maximale en *O(ln n)*. On peut calculer que la complexité moyenne (en supposant ou non que `x` est dans `s`) est également en *O(ln n)*.

9.3.3 Complexité du tri par sélection

Pour calculer la complexité maximale du tri par sélection, décomposons l'algorithme sous forme d'arbre en suivant sa structure; ceci est donné en figure suivante:



Décomposition du tri par sélection

En supposant que toutes les instructions et les traitements de passages de paramètres interviennent dans ce calcul, en suivant les règles pour calculer cette complexité, nous obtenons :

- `1, 5, 8, 11` et `13` , sont en *O(1)*
- le `if` (`10-11`) est en *O(1)*
- le `for` (`9-11`) imbriqué est en *O(n-i)* et peut être borné par *O(n)*
- le `for` global (`6-13`) est en *O(n^2)*
- la procédure `tri_selection` (`1-13`) est en *O(n^2)*

9.3.4 Complexité du tri par insertion

En analysant l'algorithme de tri par insertion, on peut voir que sa complexité maximale est également en *O(n^2)*. On peut voir que la complexité minimale est rencontrée dans le cas où la liste est déjà triée et vaut *O(n)*

9.3.5 Complexité du tri Bulle

Ici aussi la complexité maximale est en *O(n^2)*. La complexité minimale est également en *O(n^2)*.

9.3.6 Complexité du tri par énumération

Si $m < n$, la complexité moyenne et maximale de ce tri est en *O(n)* ce qui est remarquable.

9.3.7 Quelques exemples intéressants

Les exemples suivants viennent d'interrogation ou d'examens précédents où l'on considère que m,l,n sont des paramètres entiers positifs.

```
i = 1
while i < n**3 :
   i=i*2

for i in range(n):
  for j in range(m):
     for k in range(l):
         print('hello')

i = 2
while i < n:
   i=i*i
```

9.4 Complexité des méthodes de manipulation de séquences

Voir le site wiki python pour plus de détails:

http://wiki.python.org/moin/TimeComplexity

On suppose que n est le nombre d'éléments dans la liste et k la valeur (ex: longueur) du paramètre.

La complexité moyenne suppose que les paramètres sont générés uniformément de façon aléatoire.

9.4.1 Complexité des opérations sur les listes

De façon interne, une liste est représentée sous forme de vecteur où les composantes sont contiguës en mémoire et avec, en moyenne, de la place libre pour allonger la liste. La pire opération est donc une insertion ou suppression en début de liste car toutes les composantes doivent bouger. Malheureusement, au pire des cas, un simple `s.append(x)` peut demander de recopier toute la liste s'il n'y a plus de place libre juste après la liste `s`.

Opération	Complexité moyenne	Complexité maximale
Copy	O(n)	O(n)
Append	O(1)	O(n)
Insert	O(n)	O(n)
Get Item	O(1)	O(1)
Set Item	O(1)	O(1)
Delete Item	O(n)	O(n)
Iteration	O(n)	O(n)
Get Slice	O(k)	O(k)
Del Slice	O(n)	O(n)
Set Slice	O(k+n)	O(n+k)
Extend	O(k)	O(n+k)
Sort	O(n log n)	O(n log n)
Multiply	O(nk)	O(nk)
x in s	O(n)	O(n)
min(s), max(s)	O(n)	O(n)
len(s)	O(1)	O(1)

9.4.2 Complexité des opérations sur les ensembles

L'implémentation des ensembles est similaire à celle des dictionnaires.

Opération	Complexité moyenne	Complexité maximale
x in s	O(1)	O(n)
s | t	O(len(s)+len(t))	O(len(s) * len(t))
s & t	O(max(len(s),len(t))	O(len(s) * len(t))
s - t	O(max(len(s),len(t))	O(len(s) * len(t))
s ^ t	O(max(len(s),len(t))	O(len(s) * len(t))

9.4.3 Complexité des opérations sur les dictionnaires

La complexité moyenne suppose que les collisions sont rares avec la fonction de hashage (ce qui est généralement la cas).

Le cas moyen suppose que les paramètres sont choisis uniformément aléatoirement parmi les clés possibles.

Opération	Complexité moyenne	Complexité maximale
Copy	O(n)	O(n)
Get Item	O(1)	O(n)
Set Item	O(1)	O(n)
Delete Item	O(1)	O(n)
Iteration	O(n)	O(n)

CHAPTER

TEN

LOGIQUE, INVARIANT ET VÉRIFICATION D'ALGORITHME

10.1 Introduction

Jusqu'à présent nous avons expliqué nos algorithmes en décrivant, de façon informelle, les différents traitements effectués par ceux-ci. Nous nous sommes "*assurés*" de leur bon fonctionnement en les testant sur certains exemples et, en particulier, sur des cas limites. Pour vérifier complètement, en utilisant des tests, qu'un algorithme fonctionne correctement dans tous les cas, il faudrait, en théorie, le tester avec toutes les données possibles, ce qui, en pratique, est généralement impossible vu le nombre énorme de données possibles.

Notons que ceci est vrai si nous nous limitons aux algorithmes séquentiels (une seule action à la fois), déterministes (2 exécutions de l'algorithme avec les mêmes données, donnent lieu exactement au même traitement). Si ce n'est pas le cas, le problème de test ou de vérification d'un algorithme est beaucoup plus complexe.

Ce chapitre présente, sur des exemples simples, le problème de la vérification d'un algorithme. Le problème général de vérification complète d'algorithme est complexe et ne possède pas de méthode systématique automatisable. Il est pourtant essentiel que le concepteur d'algorithmes soit conscient des problèmes et qu'il ait des notions de base en matière de vérification d'algorithmes. En effet, il est évident que la conception et la vérification d'algorithmes vont de pair. En particulier, la notion d'invariant de boucle, présentée ci-dessous, est essentielle pour comprendre comment fonctionne un programme.

Dans la suite de ce chapitre, après avoir fait un bref rappel de logique et avoir expliqué comment formaliser en logique, l'*état* d'un programme à un endroit donné de son exécution, nous allons énoncer le problème à résoudre en parlant de la notion de preuve partielle et totale, et ensuite, présenter la notion d'invariant de boucle qui, associée à la notion de terminaison de boucle, permet de vérifier un algorithme.

10.2 Rappel de logique

10.2.1 Le calcul des propositions

Syntaxe

Soit un ensemble *P* de propositions *p, q, r, ...* Nous définissons l'ensemble des formules *f* possibles en logique des propositions par les définitions en Backus Naur Form (BNF) suivante:

$$
\begin{aligned}
f &::= p \ \ (\forall p \in \mathcal{P}) \\
f &::= \neg f \\
f &::= f \ op \ f \\
f &::= (f)
\end{aligned}
$$

avec

$$op ::= \vee | \wedge | \rightarrow | \leftarrow | \leftrightarrow$$

(le ou inclusif, le et, et les implications à droite à gauche ou dans les deux sens).

Note: La définition précédente utilise la notation Backus Naur Form (BNF). BNF est un formalisme qui permet de définir un langage; par exemple l'ensemble des syntaxes possibles pour une formule logique ou pour un programme *Python*. Les définitions donnent un système de réécriture où la notation $f ::= p$ signifie f peut être réécrit en p. Quand f peut être réécrit en p ou q on écrit $f ::= p$, $f :: q$ ou de façon plus compacte $f ::= p \mid q$.

Par exemple;

$$p \wedge q$$

est une formule correcte puisque la définition BNF permet la séquence de réécriture suivante:

$$
\begin{aligned}
& f \\
& f \ op \ f \\
& f \wedge f \\
& p \wedge f \\
& p \wedge q
\end{aligned}
$$

De même les formules suivantes peuvent être obtenues:

$$
\begin{aligned}
& p \wedge (q \vee r) \\
& (p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg r
\end{aligned}
$$

Sémantique

Une formule peut avoir la valeur vraie ou fausse suivant la valeur des différentes propositions. Nous dirons que le domaine sémantique d'une formule est l'ensemble {`True`, `False`} (Vrai ou Faux) (dénoté aussi {`T`, `F`}). Nous parlons d'*interprétation d'une formule*, c'est-à-dire son évaluation, en ayant donné une valeur `T` ou `F` à chaque proposition.

La sémantique de chaque opérateur logique est définie grâce à sa *table de vérité*.

Par exemple: pour l'interprétation *v* où *v(p)* = `F` et *v(q)* = `T`

$$v(p \wedge q) = \mathtt{F}$$
$$v(p \leftrightarrow q) = \mathtt{F}$$
$$v(p \rightarrow q) = \mathtt{T}$$

Pour éviter de parenthéser complètement les formules nous posons:

$$\neg \ < \ \vee, \wedge \ < \leftarrow, \rightarrow, \leftrightarrow$$

où < signifie est plus prioritaire que.

Une formule logique est *consistante* si elle est vraie pour au moins une interprétation, et est *valide* ou *tautologique* si elle est vraie pour toutes les interprétations.

Deux formules *f_1* et *f_2* sont (logiquement) équivalentes, dénoté *f_1* <=> *f_2* (où <=> est un méta-opérateur) si pour toute interprétation *v*, *v(f_1) = v(f_2)* c'est-à-dire si *f_1* <-> *f_2* est toujours vrai.

Par exemple:

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

<=> est moins prioritaire que les autres opérateurs logiques.

Notons qu'une équivalence logique reste valable si l'on substitue partout une proposition par n'importe quelle formule (règle de substitution uniforme).

La liste suivante donne quelques équivalences logiques représentatives:

$$\neg\neg f \Leftrightarrow f$$
$$f \wedge f \Leftrightarrow f \Leftrightarrow f \vee f$$
$$f_1 \wedge f_2 \Leftrightarrow f_2 \wedge f_1$$
$$f_1 \vee f_2 \Leftrightarrow f_2 \vee f_1$$
$$f_1 \leftrightarrow f_2 \Leftrightarrow f_2 \leftrightarrow f_1$$
$$f_1 \wedge (f_2 \wedge f_3) \Leftrightarrow (f_1 \wedge f_2) \wedge f_3$$
$$f_1 \vee (f_2 \vee f_3) \Leftrightarrow (f_1 \vee f_2) \vee f_3$$
$$\mathtt{T} \wedge f \Leftrightarrow f$$
$$\mathtt{T} \vee f \Leftrightarrow \mathtt{T}$$
$$\mathtt{F} \wedge f \Leftrightarrow \mathtt{F}$$
$$\mathtt{F} \vee f \Leftrightarrow f$$
$$f_1 \rightarrow f_2 \Leftrightarrow \neg f_1 \vee f_2$$
$$f_1 \rightarrow \mathtt{T} \Leftrightarrow \mathtt{T}$$
$$f_1 \rightarrow \mathtt{F} \Leftrightarrow \neg f_1$$
$$\mathtt{T} \rightarrow f_2 \Leftrightarrow f_2$$
$$\mathtt{F} \rightarrow f_2 \Leftrightarrow \mathtt{T}$$
$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p) \wedge (\neg q)$$
$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p) \vee (\neg q)$$

Enfin, si *f_1* -> *f_2* est valide (toujours vraie) nous disons que *f_1* implique logiquement *f_2* ou que *f_1* est une condition suffisante pour *f_2* et que *f_2* est une condition nécessaire pour *f_1* (notation *f_1* => *f_2* où => est un méta-opérateur).

=> a la même priorité que <=>.

10.2.2 La logique des prédicats

Pour pouvoir exprimer des contraintes sur des variables de programmes, il faut ajouter aux formules logiques, la possibilité d'utiliser des variables simples ou indicées (listes, tuples...), d'effectuer des manipulations d'expressions arithmétiques et relationnelles. De plus il faut ajouter les *quantificateurs*

$$\forall(\text{pour tout}) \ , \ \exists(\text{il existe})$$

Le format général d'une formule resp. pour tout et il existe est:

$$\forall x \ f(x)$$
$$\exists x \ f(x)$$

où *f(x)* est une formule qui utilise la variable *x*, variable qui est *liée par le quantificateur* existentiel (il existe) ou universel (pour tout).

Par opposition, les variables simples ou indicées qui ne sont pas liées par un quantificateur sont nommées *variables libres*.

$x < y + 1$	: x et y sont libres
$x = 7 \leftrightarrow y = 3$	: x et y sont libres
$\forall x \ (x \cdot y = 0 \rightarrow x = 0)$	: x est lié par $\forall x$ et y est libre
$\forall x \ (x \cdot y = 0 \rightarrow x = 0 \vee y = 0)$	: x est lié par $\forall x$ et y est libre

Le pour tout et il existe sont moins prioritaires que la négation mais sont plus prioritaires que le et, ou, les implications, et les méta-opérateurs => et <=>. Notons que l'avant dernière formule est consistante (peut être vraie) tandis que la dernière est valide (est vraie pour toute interprétation).

De même, la formule :

$$\forall x \ (0 \leq x < 0 \rightarrow x = 7)$$

est valide (toujours vraie) puisque *0 <= x < 0* est toujours fausse.

Cette logique est la logique des *prédicats* ou logique *du premier ordre*.

Les notions d'équivalence et d'implication logiques sont étendues. La liste suivante donne quelques équivalences logiques représentatives où *f(x), f_1(x)* et *f_2(x)* sont des formules utilisant la variable libre *x*:

1. $\forall x \ f(x) \Leftrightarrow \neg\exists x \ \neg f(x)$
2. $\exists x \ f(x) \Leftrightarrow \neg\forall x \ \neg f(x)$
3. Si le domaine des valeurs possibles pour x n'est pas vide:
   $\forall x \ f(x) \Rightarrow \exists x \ f(x)$ (sinon ce n'est pas vrai)
4. $\exists x \ (f_1(x) \vee f_2(x)) \Leftrightarrow (\exists x \ f_1(x) \vee \exists x \ f_2(x))$
5. $\forall x \ (f_1(x) \wedge f_2(x)) \Leftrightarrow (\forall x \ f_1(x) \wedge \forall x \ f_2(x))$

10.3 Exprimer l'état du programme formellement

Pour simplifier nos propos, nous n'allons travailler dans nos exemples, qu'avec des valeurs simples (généralement entières ou caractères) et des séquences de valeurs simples.

Le formalisme logique va servir à formaliser l'état d'un programme au cours de son exécution. Dans un premier temps, pour simplifier les explications, nous allons considérer du code séquentiel qui ne fait appel à aucune fonction.

Supposons par exemple que le programme manipule une variable `x`, on va construire des propositions grâce à des opérateurs relationnels. Par exemple

$$x = 3$$

représente un proposition vraie si `x` vaut 3 et fausse sinon (ici on utilise le symbole = pour désigner l'égalité).

Par extension, la sémantique de cette formule, sera l'ensemble des états où cette formule est vraie, et donc l'ensemble des états du programme où x vaut 3, quelque soit la valeur des autres variables.

Exemple:

En pratique nous allons décrire l'état d'un programme à un moment de son exécution. Cet état est constitué par la valeur de chacune de ses variables (ou plus précisément des objets référencés par ses variables) et du "point de contrôle", c'est-à-dire l'endroit (instruction) où se trouve l'exécution du programme.

Par exemple dans le code :

```
x = 3          #1
y = 4          #2
z = x * y      #3
```

on peut voir l'état du programme à trois moments:

1. au début, c'est-à-dire avant qu'aucune instruction n'aie été exécutée,
2. après l'exécution de l'instruction #1,
3. après #2, et
4. après #3.

Pour exprimer ces états 1. à 4. les formules logiques "parleront" de `x`, `y` et `z`.

Après `#1` on a

$$x = 3$$

Après #2, on a :

$$x = 3 \wedge y = 4$$

Après #3, on a :

$$x = 3 \wedge y = 4 \wedge z = 12$$

qui formalise la postcondition la plus forte (c'est-à-dire qui a le plus de contraintes) que l'on peut imaginer avec ce code.

Notons que l'état du programme avant la première instruction est, si aucune variable n'est initialisée, qu'aucune contrainte sur la valeur des variables n'existe: dans ce cas, formalisée par la formule `True` dont la sémantique est l'ensemble de tous les états possibles.

De façon générale, la sémantique d'une formule f pour un programme donné, est l'ensemble des états où f est vraie. Donc quand on exprime qu'avec une précondition donnée *Pre*, le code donne la postcondition *Post*, cela signifie que si l'on prend n'importe quel état de *Pré* en terme de valeur de variables du programme satisfaisant *Pré*, à la fin du code on sera dans un état satisfaisant *Post* c'est-à-dire parmi l'ensemble des états satisfaisant le résultat *Post*.

Malheureusement les programmes, même séquentiels sans appels de fonctions, ne sont généralement pas si simples. En effet, le flux de l'exécution du programme dépend évidemment des données lues qui vont influencer les tests des instructions conditionnelles (`if`) et répétitives (`while`, et `for`).

S'il suffit de suivre la séquence d'exécution et l'effet sur les variables pour un jeu de données précis, cela n'a aucun sens en général car ce que l'on veut pouvoir faire s'est exprimer l'état du programme en particulier à la fin de son exécution **quelles que soit les données traitées** pour déterminer si la Postcondition (résultat escompté) est toujours satisfaite.

Autre exemple:

Supposons le code suivant qui suppose que x et y sont des variables entières initialisées:

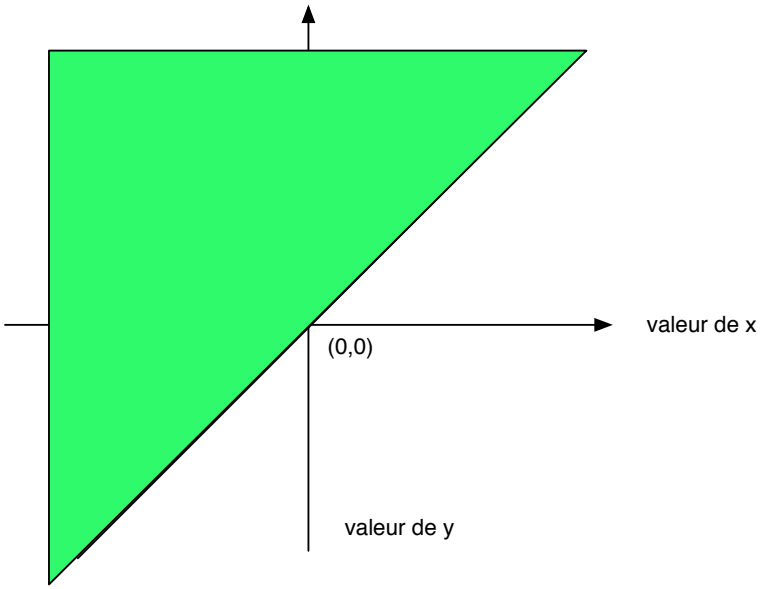
```
if x > y:
  x,y = y,x
```

On peut voir que la formule :

$$x \leq y$$

est une postcondition valide à ce code, c'est-à-dire que quelque soit la valeur initiale de `x` et `y`, on a à la fin de l'exécution le fait que la valeur de `x` est plus petit ou égal à la valeur de `y`.

En supposant `x` et `y` réels la figure suivante représente les valeurs possibles de `x` et de `y`:



Par ailleurs, pour comprendre comment s'exécute un programme, il est crucial de pouvoir décrire précisément son état au milieu de son exécution. Dans le cas d'une répétitive (while ou for), il est essentiel de pouvoir fournir une description unique de l'état du programme qui est valable au début de chaque itération ou plus précisément au moment où l'on teste la condition (du while ou du fait qu'il reste un élément à traiter par le for).

Ainsi dans la recherche séquentielle,

```
i = 0
while i < n and s[i] != x:
    i = i + 1
```

à chaque fois que le test du while est réalisé (que le résultat de ce test soit vrai ou faux), l'état du programme est décrit par la formule suivante:

$$(0 \leq i \leq n) \wedge (\forall j\ 0 \leq j < i \rightarrow s[j] \neq x)$$

qui exprime que i est entre 0 et n compris et que tous les éléments de s[0:i] (i non compris) sont différents de x.

10.3.1 Exemples de formule exprimant une condition

Il est important de pouvoir exprimer en logique, ce que l'on désire comme résultat d'un code ou la postcondition la plus précise (c'est-à-dire la plus forte possible) d'un code donné. Il est également important de pouvoir, à partir de la spécification d'une postcondition donnée, comprendre ce qui est désiré et écrire le code correspondant.

Donnons des exemples de formalisation logique de conditions exprimées au départ en français:

Note: La plupart des exemples proviennent d'énoncés d'examen d'années précédentes.

---

x est dans l'intervalle entre 0 compris et n non compris

Formule correspondante :

$$0 \leq x < n$$

La valeur de x est inférieure ou égale à celle de tous les éléments d'une liste s (d'entiers):

Formule correspondante :

$$(\forall i\ 0 \leq i < len(s) \rightarrow x \leq s[i])$$

Notons ici, que `x`, `s` et `len(s)` sont des variables (et fonctions) du programme *Python*. Par contre *i* est une variable liée au quantificateur logique pour tout. Ce n'est donc pas une variable du programme *Python*.

Au niveau de la formule logique, `x`, `s` (et `len(s)`) sont vues comme des variables *libres* tandis que `i` est une variable liée au quantificateur *pour tout* et ne correspond donc pas à une variable du programme.

Notez le canevas utilisé: on a un *pour tout* avec une variable dont on donne un nom de variable (si possible pas celui d'une variable du programme pour ne pas mettre de la confusion) et ensuite une implication logique :

$$\forall i\ hypothese(i) \rightarrow conclusion(i)$$

où hypothèse(i) et conclusion(i) signifient que ce sont des formules qui utilisent la variable *i*.

L'hypothèse sert à identifier les endroits où il y a une contrainte. Par exemple ici, ce sont pour les valeurs de i entre `0` compris et `len(s)` non compris.

La conclusion exprime la contrainte: ici `x` est inférieur ou égale à `s[i]`.

En conclusion la formule dit: pour tous les indices corrects `i` de `s` on doit avoir `x` plus petit ou égale à `s[i]`.

liste s triée par ordre non décroissant:

Formellement il suffit d'exprimer que les éléments voisins sont dans le bon ordre:

$$\forall i\ ((0 \leq i < len(s) - 1) \rightarrow (s[i] \leq s[i+1]))$$

Notez que j'ai rajouté des parenthèses pour bien identifier les deux parties de l'implication, même si cela n'est pas nécessaire car l'implication est moins prioritaire que les comparaisons.

liste rangée de façon bizarre:

- Donnons une postcondition correcte d'un algorithme qui trie une liste avec les éléments d'indices pairs triés en ordre croissant et les éléments d'indices impairs, triés en ordre décroissant:

$$\forall i((0 \leq i < len(s-1)//2) \rightarrow (s[2i] \leq s[2i+2])) \\ \wedge \\ \forall i((0 \leq i < len(s)//2-1) \rightarrow (s[2i+1] \leq s[2i+3]))$$

- Donnons une postcondition correcte d'un algorithme qui trie une liste avec les éléments pairs triés en ordre croissant et les éléments impairs, triés en ordre décroissant (attention, ce n'est pas comme le précédent !!) :

$$\forall i,j\ ((0 \leq i < j < len(s) \wedge s[i]\%2 = 0 \wedge s[j]\%2 = 0) \rightarrow (s[i] \leq s[j])) \\ \wedge \\ \forall i,j\ ((0 \leq i < j < len(s) \wedge s[i]\%2 = 1 \wedge s[j]\%2 = 1) \rightarrow (s[i] \geq s[j]))$$

10.3.2 Exemple de formule exprimant une condition de code

Ayant un code, il peut être intéressant d'exprimer formellement ce qu'il fait (c'est-à-dire la postcondition) ainsi que la précondition nécessaire le plus précisément possible.

fonction logique

On peut par exemple demander en français et en logique d'exprimer la précondition et postcondition précise de ce code:

```
def test_liste(s):
    """
      précondition : ...
      postcondition: ...
    """
    delta = 0
    i = 0
    n = len(s)
    while i < n-1 and s[i] + delta <= s[i+1]:
        delta = s[i+1] - s[i]
        i = i+1
    return (i == n-1)
```

précondition : liste non vide. Formellement: len(s) > 0

Postcondition: renvoie vrai si `s` est trié par ordre croissant et qu'en le parcourant séquentiellement depuis le début, l'écart entre les valeurs successives reste constant ou augmente de plus en plus. Formellement:

$$n = len(s) \\ \wedge \\ \forall j\ ((0 \leq j < n-1) \rightarrow (s[j] \leq s[j+1])) \\ \wedge \\ \forall j\ ((1 \leq j < n-1) \rightarrow (s[j] - s[j-1] \leq s[j+1] - s[j]))$$

Encore un exemple

Exprimez en logique du premier ordre le résultat (valeur de res) de l'algorithme suivant qui travaille avec une liste `s` d'entiers:

```
n = len(s)
i = 1
res = 0
while i < n:
   if s[i] != s[res]:
      i = i+1
   else:
      res = res+1
      i = res+1
```

Postcondition:

$$\begin{gathered} n = len(s) \\ \wedge \\ 0 \leq res < n \\ \wedge \\ \forall j \ ((0 \leq j < res) \rightarrow (\exists k(j < k < n \ \wedge \ s[j] = s[k])) \\ \wedge \\ \forall j \ ((res \leq j < n) \rightarrow (s[j] \neq s[res])) \end{gathered}$$

Notez que pour le quantificateur existentiel, le canevas général est :

$$\exists i \ hypothese(i) \wedge conclusion(i)$$

où hypothèse(i) indique par exemple les conditions sur l'indice i et conclusion(i), la formule que l'on veut exprimer sur les données du programme.

10.3.3 Code satisfaisant une postcondition exprimée formellement

Généralement, la spécification formelle de ce que doit faire le code arrive avant celui-ci.

Par exemple on peut demander une fonction f qui reçoit un string `s` et dont la postcondition est:

$$\begin{gathered} (\forall i \, (0 \leq i < len(s)) \rightarrow \exists j (0 \leq j < len(res)) \ \wedge s[i] = res[j]) \\ \wedge \\ (\forall i, j \, (0 \leq i < j < len(res)) \rightarrow res[i] \neq res[j]) \end{gathered}$$

Pouvez-vous me donner un tel algorithme en *Python* ?

10.4 Preuve partielle et totale

Etant donné qu'il est, en pratique généralement impossible de tester complètement le bon fonctionnement d'un algorithme, il faut se rabattre sur des méthodes analytiques pour le vérifier.

Essayons de prouver que le calcul du *pgcd* par la méthode d'Euclide, donné à la figure suivante donne le bon résultat en supposant qu'au départ $x >= 0$ et $y > 0$.

```
def pgcd(x, y):
    """ calcule le pgcd(x,y)"""
    while (y > 0):
        x,y = y,x % y
    return x
```

Deux problèmes doivent être résolus. Il faut s'assurer:

1. que pour tout couple de données *(x,y)* possible la fonction *pgcd* se termine,
2. que *si cette fonction se termine*, elle donne le bon résultat.

Nous dirons que pour faire la *preuve totale* d'un algorithme, il faut vérifier le point 2., c'est-à-dire en faire sa *preuve partielle* et prouver le point 1., c'est-à-dire vérifier la *terminaison*.

Pour un algorithme sans boucle ni appel de fonction, la preuve totale est relativement simple puisque l'on peut suivre, instruction par instruction, son évolution en découpant les différents cas possibles suivant les tests effectués tout au long de son exécution.

Le problème provient des boucles où le même code peut être utilisé plusieurs fois, le nombre de répétitions variant suivant les données.

La formule logique qui décrit la situation des boucles est appelée invariant. Intuitivement, l'invariant d'une while (ou d'un for) donne l'état du programme chaque fois que l'on effectue le test associé (que le résultat du test soit vrai ou faux). Ainsi la formule donnée dans l'exemple de la recherche séquentielle est un invariant. Formellement, pour que cette formule soit un invariant correct trois conditions doivent être remplies:

Warning: Pour effectuer la preuve partielle d'une boucle, il faut tout d'abord trouver un *invariant de boucle* c'est-à-dire une *affirmation* ou *assertion* vraie à chaque fois que l'exécution du programme atteint le début de chaque itération de la boucle et qui permet de déduire le résultat voulu, si l'exécution de la boucle while se termine.
Une formule *I* est un invariant si:

1. *I* est vrai au début de l'exécution de la boucle while au moment où l'exécution du programme atteint cet endroit.
2. Ayant *I* vrai et la condition *C* de continuation du while également vraie (et donc que le corps du while est évalué une fois de plus), il faut pouvoir vérifier qu'après l'exécution d'une itération du corps la boucle while, l'invariant *I* est à nouveau vrai.
3. Enfin pour effectuer la preuve partielle, cet invariant, composé avec le fait que la condition *C* de continuation du while devienne fausse, doit permettre de vérifier que la boucle while a effectivement ''calculé" le résultat *R* qui lui était demandé.

Essayons de dégager une interprétation intuitive de la notion d'invariant. Si l'on regarde l'ensemble des situations dans lesquelles se trouve un algorithme au début de chaque itération d'une boucle, on remarque que les situations évoluent tout en ayant des points communs. Effectivement, la boucle est une façon de réaliser de façon itérative un certain traitement qui ne peut être réalisé en une fois. L'invariant sera généralement une façon d'exprimer que le *résultat escompté* (à la terminaison de la boucle) est égal à *ce qui a déjà été réalisé* lors des précédentes itérations de la boucle *plus ce qui reste encore à réaliser*. Au début de la boucle, ce qui est

réalisé est vide, on aura alors *Résultat = Ce qui reste à réaliser*. A la terminaison de la boucle, la condition d'arrêt de la boucle permet de vérifier que ce qui reste à réaliser est vide. On aura alors *Résultat = Ce qui est réalisé* et la preuve partielle pour la boucle sera réalisée.

Formellement pour un code `while C: instruction` , les trois conditions suivantes doivent être vraies :

$$\begin{array}{l} \text{code avant le while} \Rightarrow I \\ I \wedge C + \text{ corps du while exécute une itération } \Rightarrow I \\ I \wedge \neg C \Rightarrow R \end{array}$$

Pour exprimer l'invariant de la boucle *while* de la fonction *pgcd*, il faut utiliser des notations permettant de distinguer les valeurs initiales de *x* et de *y* de leur valeur courante.

Nous dénoterons *x_i , y_i* les valeurs respectivement de *x* et *y* après la *ième* itération, (initialement *x = x_0 , y = y_0*) et *x, y* leur valeur courante.

L'invariant vaut alors:

$$\textbf{Invariant: } (pgcd(x_0, y_0) = pgcd(x, y)) \wedge (x \geq 0) \wedge (y \geq 0)$$

Cette formule exprime le fait que pour calculer *pgcd(x_0 , y_0)* il reste à calculer *pgcd(x,y)* (ici on peut oublier ce qui a déjà été réalisé). Le progrès provient du fait qu'il est plus simple de calculer *pgcd(x,y)* que *pgcd(x_0 , y_0)*.

Vérifier un invariant se fait par récurrence. Pour le *pgcd*,

- **Base:** : Initialement, l'invariant est trivialement vrai puisque *x=x_0* et *y=y_0* avec *x_0* et *y_0 >= 0*.
- **Induction:: Si la formule est vraie au début de la** *ième* itération *et que la boucle effectue une itération supplémentaire* alors l'invariant est vrai au début de la i+1ème itération.

  En effet, on peut montrer que

  $$x > 0 \wedge y > 0 \Rightarrow pgcd(x, y) = pgcd(y, x \,\%\, y)$$

  De plus

  $$x > 0 \wedge y > 0 \Rightarrow x \,\%y \geq 0$$

  Et donc, étant donné qu'après chaque itération, les nouvelles valeurs de *x* et *y* valent respectivement l'ancienne valeur de *y* et l'ancienne valeur de *x* modulo l'ancienne valeur de *y* (ce que l'on peut noter *x_i = y_(i-1) , y_i = x_(i-1) % y_(i-1)*) on voit que l'invariant est vrai au début de la *i+1ème* itération.

Pour compléter la preuve partielle il faut montrer que l'invariant *et* la terminaison implique le résultat.

En effet:

$$(pgcd(x_0, y_0) = pgcd(x, y)) \wedge (x \geq 0) \wedge (y \geq 0) \wedge (y \leq 0) \Rightarrow pgcd(x_0, y_0) = x$$

Enfin, pour compléter la preuve totale il faut encore montrer que la boucle se termine effectivement.

Ayant *x_0 > 0* et *y_0 >= 0* on peut voir qu'à chaque itération, la valeur (entière) *y* diminue d'au moins une unité. De ce fait le test ($y > 0$) sera assurément faux un moment donné.

Fonction de terminaison

En général, on vérifie qu'une boucle se termine toujours en mettant en évidence une *fonction de terminaison*, c'est-à-dire une fonction f à valeur entière qui dépend de la valeur des variables et telle que:

- la valeur de la fonction décroît strictement d'au moins une unité à chaque itération;
- si l'invariant de la boucle est vrai, f est positif ou nul.

L'invariant étant par définition vrai au début de chaque itération de la boucle, on est alors assuré de la terminaison de celle-ci. Comme pour la recherche d'un invariant correct, la recherche d'une telle fonction de terminaison ne possède pas de méthode systématique.

10.5 Exemples de preuves d'algorithmes

Cette section analyse brièvement différents algorithmes vus précédemment et donne les différents invariants des boucles.

10.5.1 minimum

Dans la fonction de recherche de l'indice du minimum, pour trouver l'invariant de la boucle `for`, il faut traduire ce `for` en un `while`. On obtient le code suivant:

```
res = 0
i = 1
while i < n:
   if  V[i] < V[res]:
      res = i
   i += 1
```

et l'invariant du `while` permettant d'effectuer la preuve totale de l'algorithme est donnée ci-dessous:

$$I \equiv 0 < i \leq n \wedge \forall j \ (1 \leq j \leq i-1 \rightarrow V[i\_min\_provisoire] \leq V[j])$$

Notons bien que *I* reste vrai même quand la condition du `while i<n` devient fausse. Une fonction de terminaison qui, associée à l'invariant, permet de faire la preuve totale, vaut: *n-i*

Note: Trouver l'invariant d'une boucle peut être difficile puisqu'aucun algorithme systématique n'existe pour le trouver. Dans le cadre de ce cours, nous vous demandons seulement de pouvoir prouver qu'un invariant que l'on vous donne est correct (c'est-à-dire remplit les 3 conditions données plus haut).

10.5.2 Autre exemple:

On donne le code suivant avec la fonction incseq où v est une liste d'éléments simples :

```
def incseq(v):
    n= len(v)
    i=0
    k=0
    maxseq = 0
    while i<n-1:
        seq = 1
        j=i
        while j<n-1 and v[j]<=v[j+1]:
            seq += 1
            j += 1
        if seq > maxseq:
            maxseq = seq
            k = i
        i += seq
    return v[k:k+maxseq]
```

Que fait cette fonction ? Montrez que la formule suivante :

$$\begin{gathered} 0 \leq k \leq k + maxseq \leq i \leq n \\ \wedge \\ \forall m.\ k \leq m < k + maxseq - 1 \Rightarrow v[m] \leq v[m+1] \\ \wedge \\ \forall p, q.\ ((0 \leq p \leq q < i) \wedge (\forall r.\ p \leq r \leq q - 1 \Rightarrow v[r] \leq v[r+1])) \Rightarrow q - p < maxseq \end{gathered}$$

est un invariant correct pour la boucle while principale.

10.5.3 Tri par sélection

Le code suivant donne le tri par sélection. Les commentaires donnent les invariants des boucles.

```
def tri_selection(s):
    """
      Trie  la liste s par sélection
    """
    n = len(s)
    i=0
    while i < n-1: # invariant I2 (voir plus bas)
                   # fonction de terminaison 2: n-1-i
        # recherche du min dans V[i..n]
        min = i # min = indice du min provisoire
        j = i+1
        while j < n: # invariant I1 (voir plus bas)
                     #  fonction de terminaison 1: n-j
          if  V[j][0] < V[min][0]:
             min = j
          j = j+1
        # placement du ième élément: échange V[i]<->V[min]
```

```
        V[min],V[i] =  V[i],V[min]
        i = i+1
```

avec

- invariant *I2* :

$$0 \leq i < n \wedge$$
$$\forall k\ (0 \leq k < i-1 \rightarrow V[k] \leq V[k+1]) \wedge$$
$$\forall m\ \forall k\ (0 \leq m \leq i-1 \wedge i \leq k < n \rightarrow V[m] \leq V[k])$$

- invariant *I1* :

$$(i < j \leq n)\ \wedge\ \forall k\ (i \leq k < j \rightarrow V[min] \leq V[k])$$

10.5.4 Tri par insertion

Le code suivant donne le tri par insertion.

```
def tri_insertion(s):
    """
      Trie liste s par insertion
    """
    n = len(s)
    i = 1
    while i < n: # invariant I2 (voir plus bas)
                 # fonction de terminaison 2: n-i
        Save = V[i]   # utilisé pour l'échange
        # insertion de V[i]
        j = i-1
        while j >= 0 and V[j][0] > Save[0]: # invariant I1 (voir plus bas)
                                            # fonction de terminaison 1: j

            V[j+1] = V[j]
            j=j-1
        V[j+1] = Save
        i = i+1
```

avec

- invariant *I2* :

$$0 < i \leq n \wedge$$
$$\forall k\ (0 \leq k < i-1 \rightarrow V[k] \leq V[k+1])$$

- invariant *I1* :

$$-1 \leq j \leq i-1 \wedge$$
$$\forall k\ (j+2 \leq k \leq i \rightarrow V[k] > Save)$$

CHAPTER

ELEVEN

RÉCURSIVITÉ

See Also:

Référence: livre de Thomas Cormen, Charles Leiserson, Ronald Rivest, Clifford Stein - Algorithmique

> Thomas Cormen, Charles Leiserson, Ronald Rivest, Clifford Stein - Algorithmique - 3ème édition - Cours avec 957 exercices et 158 problèmes, Dunod, 2010, ISBN: 978-2-10-054526-1 http://www.books-by-isbn.com/2-10/2100545264-Algorithmique-Cours-avec-957-exercices-et-158-problemes-2-10-054526-4.html

11.1 Motivation et introduction du concept

Un algorithme est dit récursif s'il s'appelle lui-même directement ou indirectement via l'appel d'une ou de plusieurs autres fonctions qui elles-mêmes finissent par l'appeler.

La récursivité est un concept fondamental en informatique qui met naturellement en pratique un mode de pensée puissant qui consiste à pouvoir découper la tâche à réaliser en sous-tâches de mêmes natures mais plus petites qui finalement sont simples à résoudre.

La démarche s'inspire de la démarche inductive mathématique utilisée dans les preuves par récurrence:

Rappel du principe

Si l'on doit prouver l'assertion $S(n) = f(n)$ pour tout n supérieur ou égal à n_0

Pour le cas de base on prouve l'assertion pour certaines petites valeurs de n (n_0 par exemple)

Pour l'étape de récurrence : on suppose que c'est vrai pour n inférieure ou égale à k (avec k supérieure ou égal à n0), et prouve que c'est également vrai pour n = k + 1

Remarque : on peut aussi supposer que c'est vrai pour n inférieur ou égal à k - 1 et prouver que c'est vrai pour n = k.

C'est ce qu'on fera ici : souvent plus intuitif d'un point de vue informatique.

Prenons par exemple le calcul de la factorielle d'un nombre n. Par définition pour un n entier strictement positif, $n!$ est égale au produit des entiers strictement positifs inférieurs à n. Par convention on a aussi 0! = 1.

Rappelons le code itératif d'une fonction calculant la factorielle:

```
def fact(n):
  res = 1
  i = 1
  for i in range(1,n+1):
    res = res * i
  return res
```

La définition récursive se base sur la définition n! = n.(n-1)! pour tout n>0 avec 0! = 1

On obtient le code:

```
def fact(n):
  if n == 0:
    res = 1
  else:
    res = n*fact(n-1)
  return res
```

ou plus court:

```
def fact(n):
  return 1 if n == 0 else n * fact(n-1)
```

Notons que nous avons déjà vu plusieurs algorithmes écrits de façon itérative mais dont l'idée de base était récursive.

Le programme de test de la conjecture de syracuse:

```
def test_syracuse(n):
   while n != 1:
      if n % 2 == 0:
         n = n//2
      else:
         n = n*3+1
   return True
```

s'énonce à chaque étape si n est pair on le divise par 2 sinon on le multiplie par 3 et ajoute 1.

Littéralement on pourrait l'écrire:

```
def test_syracuse(n):
   if  n == 1:
      res = True
   else:
      if n%2 == 0:
         n = n//2
      else:
         n = 3*n+1
      res = test_syracuse(n)
   return res
```

ou de façon plus abrégée:

```
def test_syracuse(n):
    if  n == 1:
        res = True
    else:
        res = test_syracuse(n//2 if n%2 == 0 else 3*n+1)
    return res
```

ou encore plus abrégé (ce qui devient illisible):

```
def test_syracuse(n):
    return True if  n == 1 else test_syracuse(n//2 if n%2 == 0 else 3*n+1)
```

Note: En pratique, le nombre d'appels imbriqués de fonction est limité, par défaut, à 1000 appels. Par exemple, l'exécution de la version récursive de fact(1000) provoque l'erreur `RuntimeError: maximum recursion depth exceeded in comparison`.

Le code pour la *recherche dichotomique* sur une liste de couples triés sur la clé (premier élément des couples):

```
def recherche_dichotomique(s,x):
    bi, bs = 0, len(s)
    m = (bi+bs)//2
    while bi < bs and x != s[m][0]:
        m = (bi+bs)//2
        if s[m][0] < x:
            bi = m+1
        else:
            bs = m  # x est avant ou est trouvé

    if  len(s) <= m or s[m][0] != x:  # pas trouvé
        m = -1
    return m
```

peut s'écrire récursivement

```
def recherche_dichotomique(s,x,bi, bs):
    if bi >= bs:
        res = -1
    else:
        m = (bi+bs)//2
        if s[m][0] < x:
            res = recherche_dichotomique(s,x,m+1,bs)
        elif s[m][0] > x:
            res = recherche_dichotomique(s,x,bi,m)
        else:
            res = m
    return res
```

11.2 Mécanismes

Prenons un simple code récursif (fonction *foo*) dont le cas de base est celui où le paramètre *n* vaut *0* et qui sinon fait un appel récursif à une instance *foo(n-1)*.

```
def foo(n):

  if n == 0:
     # traitement cas de base
  else
     ...
     foo(n-1)
     ...
```

La fonction *foo* réalise généralement un certain traitement pour le cas de base, et peut effectuer un traitement avant (pré-traitement), ou après (post-traitement) l'appel récursif.

Les trois codes suivants illustrent ces possibilités où les traitements correspondent simplement à des `print` :

Avec pré-traitement:

```
def foo(n):
  if n==0:
    print("cas de base :", n)
  else:
    print("pre-traitement pour :" , n)
    foo(n-1)

foo(5)
```

donne:

```
pre-traitement pour : 5
pre-traitement pour : 4
pre-traitement pour : 3
pre-traitement pour : 2
pre-traitement pour : 1
cas de base : 0
```

Avec post-traitement:

```
def foo(n):
  if n==0:
    print("cas de base")
  else:
    foo(n-1)
    print("post-traitement pour :" , n)

foo(5)
```

donne:

```
cas de base :  0
post-traitement pour : 1
post-traitement pour : 2
post-traitement pour : 3
post-traitement pour : 4
post-traitement pour : 5
```

Avec pré et post-traitement :

```
def foo(n):
  if n==0:
    print("cas de base : ", n)
  else:
    print("pre-traitement pour :" , n)
    foo(n-1)
    print("post-traitement pour :" , n)

foo(5)
```

donne:

```
pre-traitement pour : 5
pre-traitement pour : 4
pre-traitement pour : 3
pre-traitement pour : 2
pre-traitement pour : 1
cas de base :  0
post-traitement pour : 1
post-traitement pour : 2
post-traitement pour : 3
post-traitement pour : 4
post-traitement pour : 5
```

Notons qu'ici on suppose que l'instance *n* appelle une fois l'instance *n-1*. Il se peut qu'elle appelle plusieurs instances *n-1* comme nous le verrons dans certains exemples plus bas.

Note: Quand une instance donnée (par exemple de paramètre *n*) de la fonction *foo* appelle récursivement une instance plus petite (par exemple de paramètre *n-1*, on dit généralement que l'instance *père foo(n)* appelle une instance *fils foo(n-1)*.

Illustrons ces trois canevas.

11.2.1 Fonction récursive avec pré-traitement

Le code récursif du test de *Syracuse* ainsi que celui de la *recherche dichotomique* sont des exemples de code avec uniquement un pré-traitement ou un traitement de base (excepté le return du résultat obtenu qui constitue un post-traitement très simple). Dans les deux codes, on fait un test en début de fonction et ensuite on appelle récursivement la fonction avec des paramètres modifiés.

Les deux exemples suivant illustrent aussi bien un traitement récursif avec pré-traitement:

Calcul de toutes les permutations des éléments d'une séquence

L'idée est simple: l'ensemble des permutations des éléments d'une séquence `s` est donné en prenant l'ensemble des séquences commençant par un symbole quelconque de `s` suivi de toutes les permutations des symboles restants.

On obtient facilement le code suivant:

```
def Permutations(prefixe, s):
   if len(s) == 0:  # prefixe est une nouvelle permutation
      print(prefixe)
   else:  # prend un élément de la séquence comme suivant
          # et construit la suite avec ce qu'il reste a permuter
      for i in range(len(s)):
         Permutations(prefixe + s[i], s[:i]+s[i+1:])

Permutations("", "abcd")
print()
Permutations("", ("belle Marquise ", "vos beaux yeux ", "me font ",\
                  "mourir ", "d'amour ", "pour vous "))
```

On peut aussi stocker les résultats dans une liste:

```
def Permutations(prefixe, s, l):
   if len(s) == 0:
      l.append(prefixe)
   else:
      for i in range(len(s)):
         Permutations(prefixe + s[i],s[:i]+s[i+1:], l)


# fact est utilisé pour l'impression du résultat
def fact(n):
    return 1 if n==0 or n == 1 else n * fact(n-1)

sequence= input("séquence : ") # lecture de la séquence
                               # de caractères dont on veut les permutations
liste = [] # contiendra les résultats construits par la fonction Permutations
Permutations("", sequence, liste)

# imprime les résultats
for i,j in zip(range(fact(len(sequence))),liste):
   print("{0:5d} : {1}".format(i,j))
```

Tri rapide (Quicksort)

Le tri rapide est également un algorithme récursif avec pré-traitement

L'idée est que pour trier un vecteur (liste python), on choisit au hasard un (par exemple le premier) élément du vecteur : il sera appelé l'élément *pivot*. Ensuite on classe les éléments du vecteur de manière à placer avant le pivot les éléments qui lui sont inférieurs, et après ceux qui lui sont supérieurs. On appelle (récursivement) le tri rapide sur les deux moitiés de part et d'autre du pivot. Lorsque la séquence à trier est de taille 0 ou 1, il n'y a plus rien à faire, car le tableau est déjà trié.

Le tri rapide sera donné ultérieurement dans un cours d'algorithmique.

Une implémentation naïve du quicksort donne:

```
def quick_sort(s):
    """ Tri rapide (quicksort) de s (liste de couples (clé, valeur)) """
    if len(s) <= 1:
        res = s
    else:
        pivot = s[0]
        prefixe = quick_sort([x for x in s[1:] if x[0] < pivot[0]])
        suffixe = quick_sort([x for x in s[1:] if x[0] >= pivot[0]])
        res =  prefixe + [pivot] + suffixe
    return res
```

Notez qu'ici `s` n'est pas modifié, mais que la fonction renvoie une nouvelle liste triée. Une version *en place* et plus efficace du Tri rapide est possible.

11.2.2 Fonction récursive avec post-traitement:

Dans ce cas, souvent quand pour calculer le résultat de l'instance père de la fonction, on doit d'abord avoir la valeur de son ou ses fils.

La fonction récursive *fact(n)* en est un exemple très simple.

Donnons en deux autres exemples.

Evaluation d'expressions arithmétiques

C'est un exemple typique de post-traitement: par exemple, `3 + 4*5` prend la valeur 3 (dont on a directement la valeur) et (4*5) évaluée avant, pour finalement avoir le résultat de la somme.

```
def evalue(v):
    if type(v) is not list:
        res= v
    elif v[1]=='+':
        res = evalue(v[0]) + evalue(v[2])
    elif v[1]=='-':
        res = evalue(v[0]) - evalue(v[2])
    elif v[1] == '*':
        res = evalue(v[0]) * evalue(v[2])
    elif v[1]=='/':
        res = evalue(v[0]) / evalue(v[2])
```

```
    elif v[1] == '^':
        res = evalue(v[0]) ** evalue(v[2])
    else:
        res = None # error
    return res
```

Tri fusion (Mergesort)

Un autre exemple de récursivité avec post-traitement est le Tri fusion. On divise la séquence de n éléments à trier en deux sous-séquences de n/2 éléments, on trie les deux sous-séquences à l'aide du tri fusion (appel récursif), on combine, en les fusionnant, les deux sous-séquences triées pour produire la séquence triée.

Le cas de base est le tri d'une séquence de taille 1.

Le code suivant est une version non optimisée du Tri fusion:

```
def merge(t1, t2):
    if len(t1) == 0:
        res = t2
    elif len(t2) == 0:
        res =  t1
    elif t1[0][0] < t2[0][0]:
        res =  [t1[0]] + merge(t1[1:], t2)
    else:
        res =  [t2[0]] + merge(t1, t2[1:])
    return res

def merge_sort(t):
    if len(t) > 1:
        (t1, t2) = (t[:len(t)//2], t[len(t)//2:])
        t1 = merge_sort(t1)
        t2 = merge_sort(t2)
        res =  merge(t1, t2)
    else:
        res =  t
    return res

l=list(zip("bonjour",range(10)))
res = merge_sort(l)
print(res)
```

Notez aussi que ici `l` n'est pas modifié, mais que la fonction renvoie une nouvelle liste triée.

11.3 Structures de données récursives

Le récursivité est intensivement utilisée dans des structures de données telles que les graphes ou les arbres informatiques.

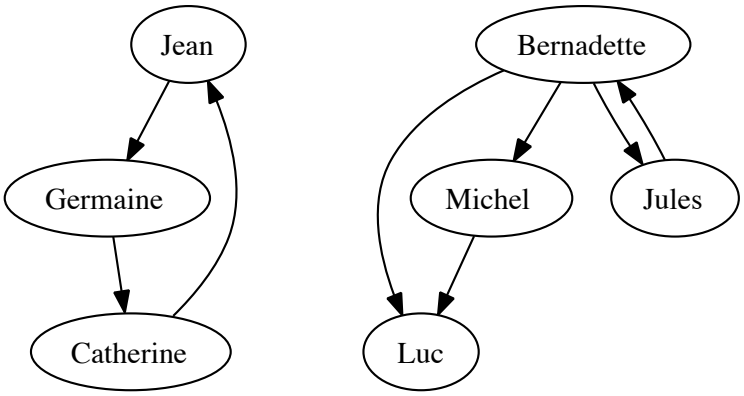
11.3.1 Graphe

Un graphe *G = (V,E)* est une structure de données, formée d'un ensemble *V* d'éléments et d'un ensemble de pairs (ou de couples) établissant les liens entre ces éléments.

Si *E* est un ensemble de pairs, on dit que le graphe est *non orienté*, s'il s'agit de couples, le graphe est orienté.

Le graphique suivant décrit un graphe orienté donnant un ensemble *V* de personnes (*V= {Jean, Germaine, Catherine, Luc, Bernadette, Jules, Michel}* avec la relation *E* (connaît).

E = { Jean -> Germaine ; Germaine -> Catherine ; Catherine -> Jean ; Bernadette -> Luc ; Bernadette -> Michel ; Michel -> Luc ; Bernadette -> Jules ; Jules -> Bernadette }



Une façon simple d'implémenter un tel graphe en python est avec un dictionnaire dont les éléments sont les clés, et la liste de leurs connaissances, leur valeur. Dans l'exemple plus haut on aurait:

```
graphe = { "Jean"       : ["Germaine"] ,
           "Germaine"   : ["Catherine"],
           "Catherine"  : ["Jean"] ,
           "Luc"        : [],
           "Michel"     : ["Luc"],
           "Bernadette" : ["Luc", "Michel", "Jules"],
           "Jules"      : ["Bernadette"] }
```

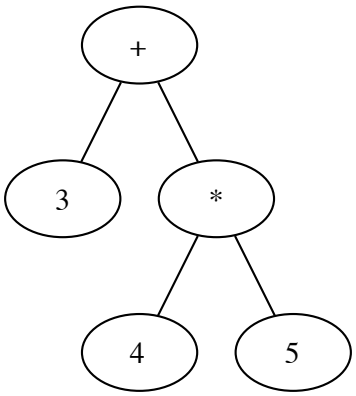
11.3.2 Arbre binaire

L'exemple de l'expression à évaluer, vu plus haut, est en fait une implémentation *python*, avec des listes, de la notion d'arbre binaire.

Un **arbre binaire** est une structure de données soit vide soit formée d'un *noeud* et de deux sous-arbres binaires, appelés respectivement *fils gauche* et un *fils droit*.

Chaque noeud contient une information appelée *contenu*.

Ainsi l'expression 3+4*5 est vu comme l'arbre binaire illustré par la figure suivante :



où les noeuds vides ne sont pas représentés.

Notre implémentation *python* donnait: `exp = [3,'+',[4,'*',5]]`

Note: La récursivité ainsi que de nombreux algorithmes sur les arbres et les graphes seront vus plus en détails dans des cours d'algorithmiques ultérieurs.

11.4 Traduction de fonction récursive en fonction itérative

Toute récursivité peut plus ou moins facilement être *traduite* en fonction non récursive.

Dans le cas de récursivité terminale (tail recursion) c'est-à-dire où la dernière action de la fonction consiste en un appel récursif, il est assez simple de remplacer la récursivité par une boucle while.

Dans le cas où le traitement est uniquement un post-traitement, il est possible de prendre le code à "l'envers" c'est-à-dire, de traduire le code en boucle qui fait le traitement de base, suivi du post-traitement pour *n* valant 1 ensuite pour n valant 2, ... jusqu'à avoir traité le cas pour la valeur n initiale. C'est ce qui se passe pour le code non récursif de la factorielle.

Quand la fonction à plusieurs appels à des instances plus petites ou qu'il y a à la fois un pré-traitement et un post-traitement, il est plus difficile de supprimer la récursivité et ne peut souvent être fait qu'avec une pile (stack) simulant cette récursivité.

11.5 Gestion de la mémoire à l'exécution

11.5.1 Noms et objets

Nous avons déjà vu qu'une variable est une référence à un objet. Manipuler cet objet se fait grâce à cette variable qui en quelque sorte l'identifie.

Ainsi comme nous l'avons déjà expliqué :

```
a = 3
a = a + 1
```

crée un objet de classe entière (`int`) dont la valeur est 3, et place dans la variable `a` son adresse (sa référence). Ensuite l'addition crée un autre objet de type (classe) `int` et de valeur 4 et `a` reçoit la référence à ce nouvel objet.

```
 >>> dir(a)
['__abs__', '__add__', '__and__', '__bool__', '__ceil__', '__class__',
 '__delattr__', '__divmod__', '__doc__', '__eq__', '__float__',
 '__floor__', '__floordiv__', '__format__', '__ge__',
 '__getattribute__', '__getnewargs__', '__gt__', '__hash__',
 '__index__', '__init__', '__int__', '__invert__', '__le__',
 '__lshift__', '__lt__', '__mod__', '__mul__', '__ne__', '__neg__',
 '__new__', '__or__', '__pos__', '__pow__', '__radd__', '__rand__',
 '__rdivmod__', '__reduce__', '__reduce_ex__', '__repr__',
 '__rfloordiv__', '__rlshift__', '__rmod__', '__rmul__', '__ror__',
 '__round__', '__rpow__', '__rrshift__', '__rshift__', '__rsub__',
 '__rtruediv__', '__rxor__', '__setattr__', '__sizeof__', '__str__',
 '__sub__', '__subclasshook__', '__truediv__', '__trunc__',
 '__xor__', 'bit_length', 'conjugate', 'denominator', 'from_bytes',
 'imag', 'numerator', 'real', 'to_bytes']
```

`dir(a)` renvoie la liste des attributs et méthodes de l'objet référencé par la variable `a`.

En fait en *Python* tout est objet (ou référence à un objet).

Dans le vocabulaire *Python*, une variable est appelé **nom** et est *liée* à un objet. Un objet peut avoir plusieurs noms, par exemple dans le code ci-dessous où l'objet de type liste est connu sous les noms `s` et `t` dans un code appelant et `x` dans la fonction `foo` appelée.

```
def foo(x):
  x[0] = 3

s = [0, 0, 7]
t = s
foo(s)
```

Tout objet *Python* `x` a un identificateur (donné par `id(x)`), un type (donné par `type(x)`), et un contenu.

Lors de son exécution, un programme *Python* gère des **espaces de noms** (**namespace**). Un espace de nom est un *mappage* (*mapping*) de noms vers des objets. Des exemples de tels

espaces de noms sont donnés par l'ensemble des noms globaux (donné par `globals()`) ou des noms locaux à une instance de fonction (donné par `locals()`).

Note:

- Les espaces de nom peuvent être implémentés sous forme de dictionnaires *Python*.
- Ainsi, l'assignation ainsi que le passage de paramètres à une fonction modifient les espaces de noms et pas les objets eux mêmes !
- Par contre :

  ```
  x = []
  x.append(3)
  ```

  crée un liste et un nom dans l'espace de nom courant et ensuite appelle la méthode append() qui va modifier l'objet *référencé* par `x`.

11.5.2 Scope et espace de nom (namespace)

En pratique la gestion des objets et des espaces de nom en mémoire implique deux espaces mémoire:

1- l'un, appelé **pile d'exécution** (**runtime stack**) qui va contenir l'espace de nom global et les espaces de noms locaux;

2- l'autre, **tas d'exécution** (**runtime heap**), qui contient les objets.

La gestion des espaces de nom locaux (ainsi que d'autres éléments en mémoire, nécessaires pour le bon fonctionnement du programme) est effectuée dans des *trames* (*frames*) dans la *pile d'exécution* (*runtime stack*): chaque fois qu'une instance de fonction *foo()* est appelée, une *trame* associée à cette instance est créée et mise comme un élément supplémentaire de la pile d'exécution. Cette trame contient en particulier, l'espace de nom local à cette instance. Cette trame sur la pile d'exécution continuera a exister jusqu'à la fin de l'exécution de cette instance de *foo()*. Ensuite (au moment du `return`), la trame est enlevée de la pile système et on revient à l'instance appelante dont la trame se trouve maintenant au sommet de la pile d'exécution.

Par contre un objet créé, continue à exister jusqu'à ce qu'il ne soit plus relié à aucun nom dans un espace de noms quelconque et que le système décide de récupérer l'espace mémoire qui lui était attribué. Cette opération est nommée *garbage collection* et s'effectue de façon *transparente* pour le programmeur, si ce n'est qu'il peut observer un ralentissement ponctuel du programme pendant que le *garbage collector* s'exécute. C'est en raison de la gestion sans ordre de cet espace mémoire où se trouvent les objets *Python*, qu'il est appelé le *tas d'exécution* (runtime heap).

Exemple d'exécution d'un programme

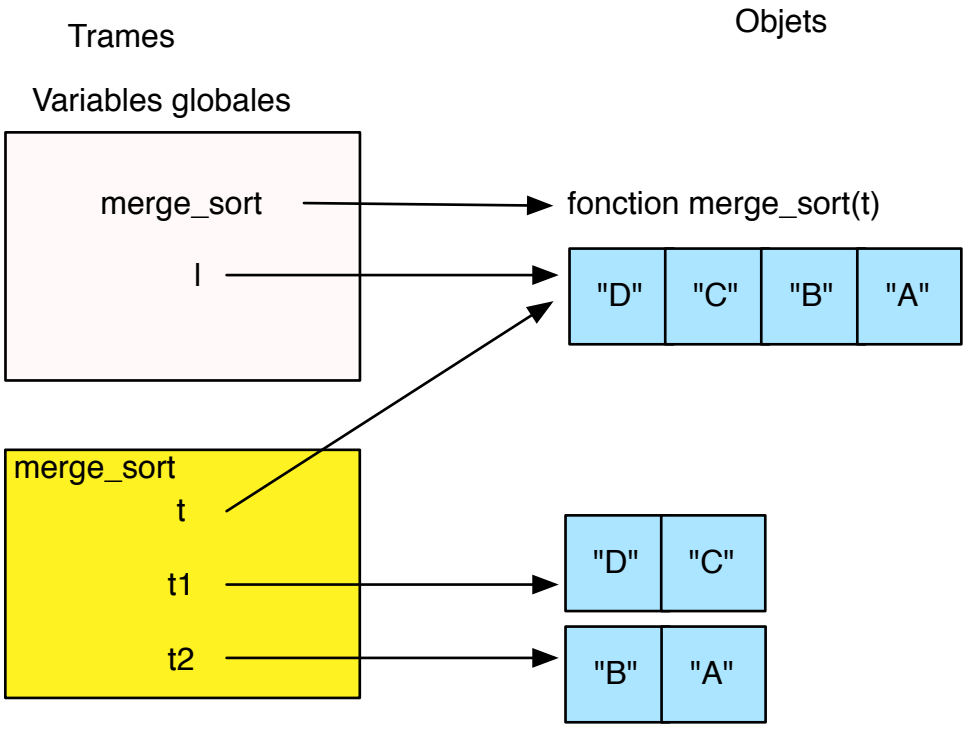
Prenons l'exécution du programme suivant qui est une version simplifiée du tri par fusion pour des listes de caractères, exécutée sur la liste `list("CDAB")`.

```
def merge_sort(t):
    if len(t) > 1:
        (t1, t2) = (t[:len(t)//2], t[len(t)//2:])
        t1 = merge_sort(t1)
        t2 = merge_sort(t2)
        # merge
        res = []
        while len(t1) > 0 and len(t2) > 0:
            if t1[0] < t2[0]:
                res.append(t1[0])
                del t1[0]
            else:
                res.append(t2[0])
                del t2[0]
        res += t1 + t2
    else:
        res =  t
    return res

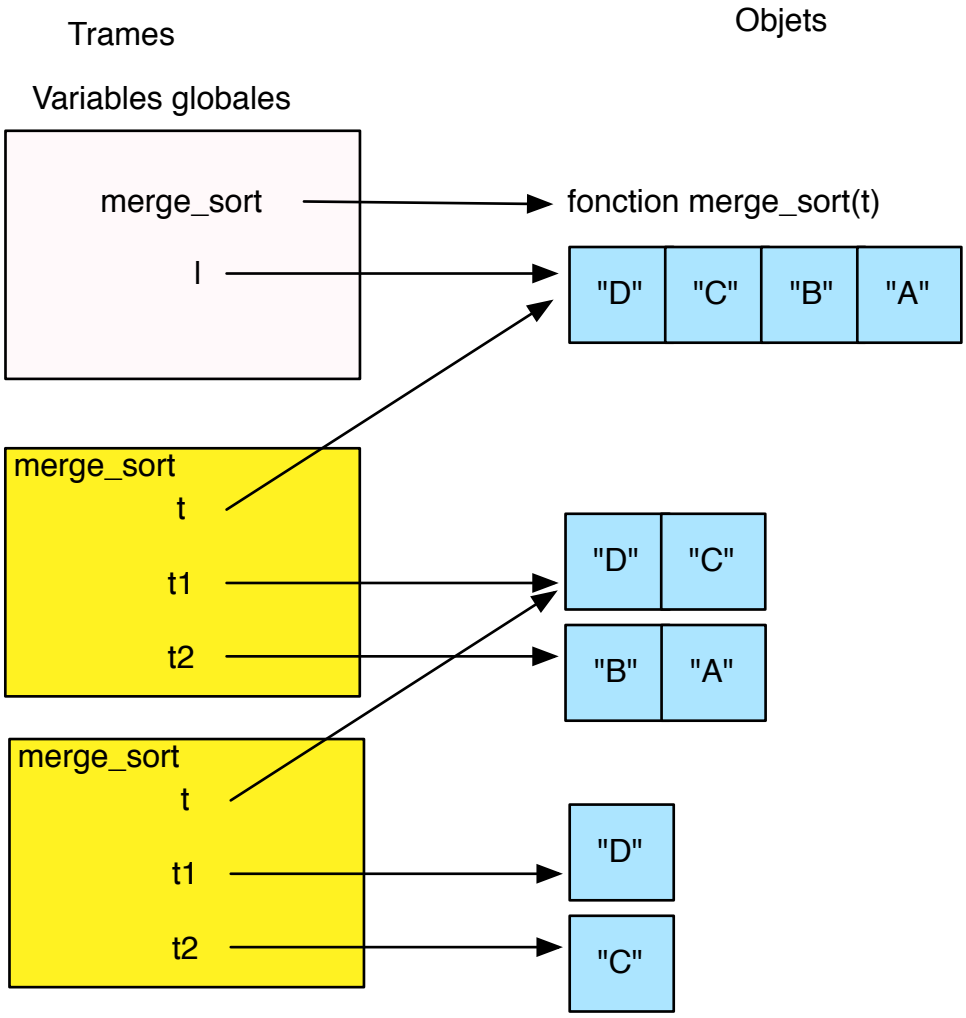
l= list("DCBA")
print(merge_sort(l))
```

Illustrons en particulier les valeurs des variables `t1` et `t2` avant et après les appels récursifs et au moment des return (pour simplifier les diagrammes d'états, on représente par le caractère "X" la référence à ce caractère "X").

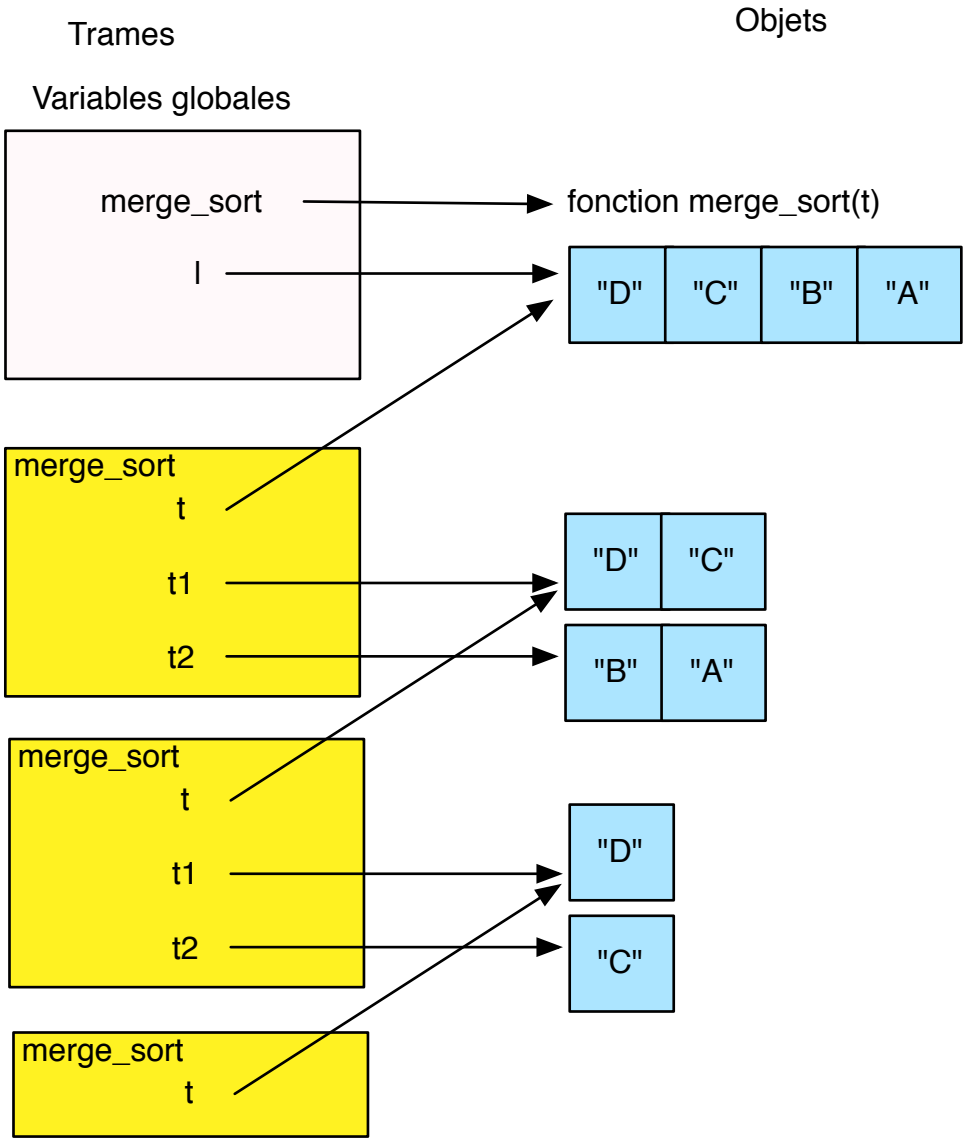
Etat dans l'instance de fonction de niveau 1 ("DCBA") avant les appels au niveau 2.



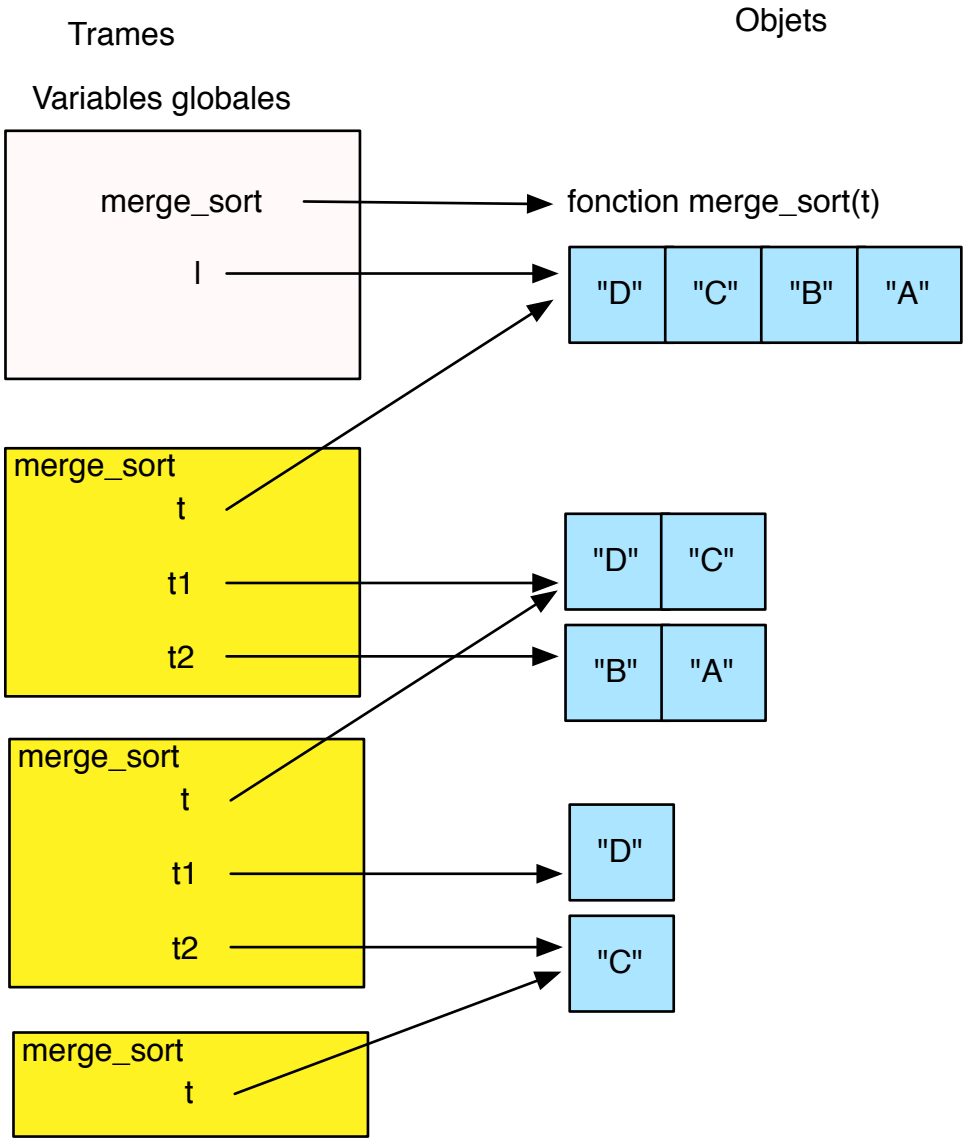
Etat dans l'instance de fonction de niveau 2 ("DC") avant les appels au niveau 3.



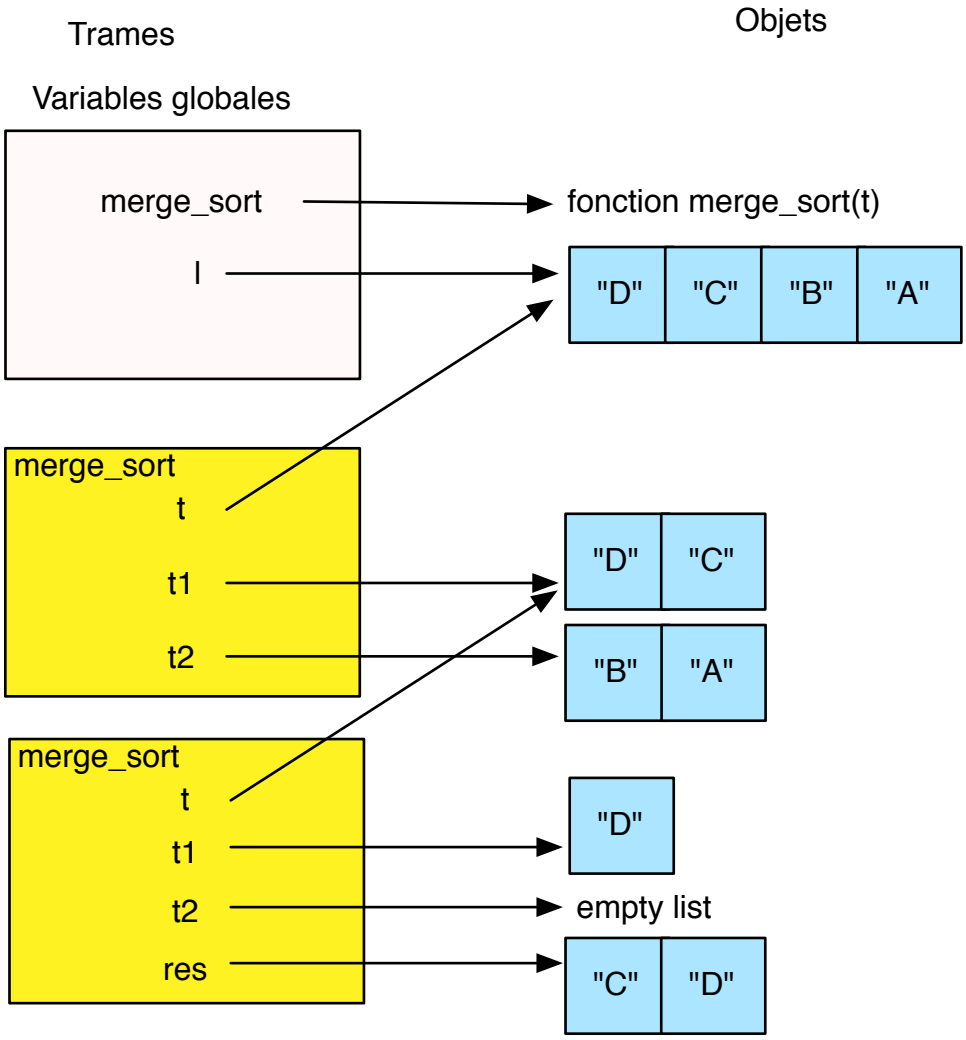
Etat dans l'instance de fonction de niveau 3 pour ("D")



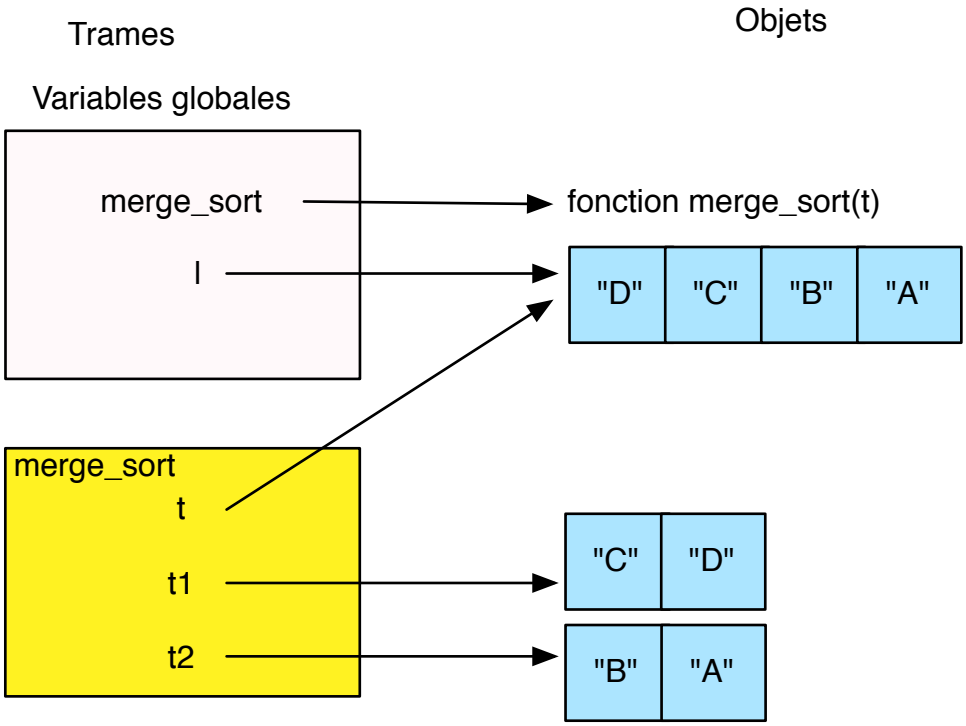
Etat dans l'instance de fonction de niveau 3 pour ("C")



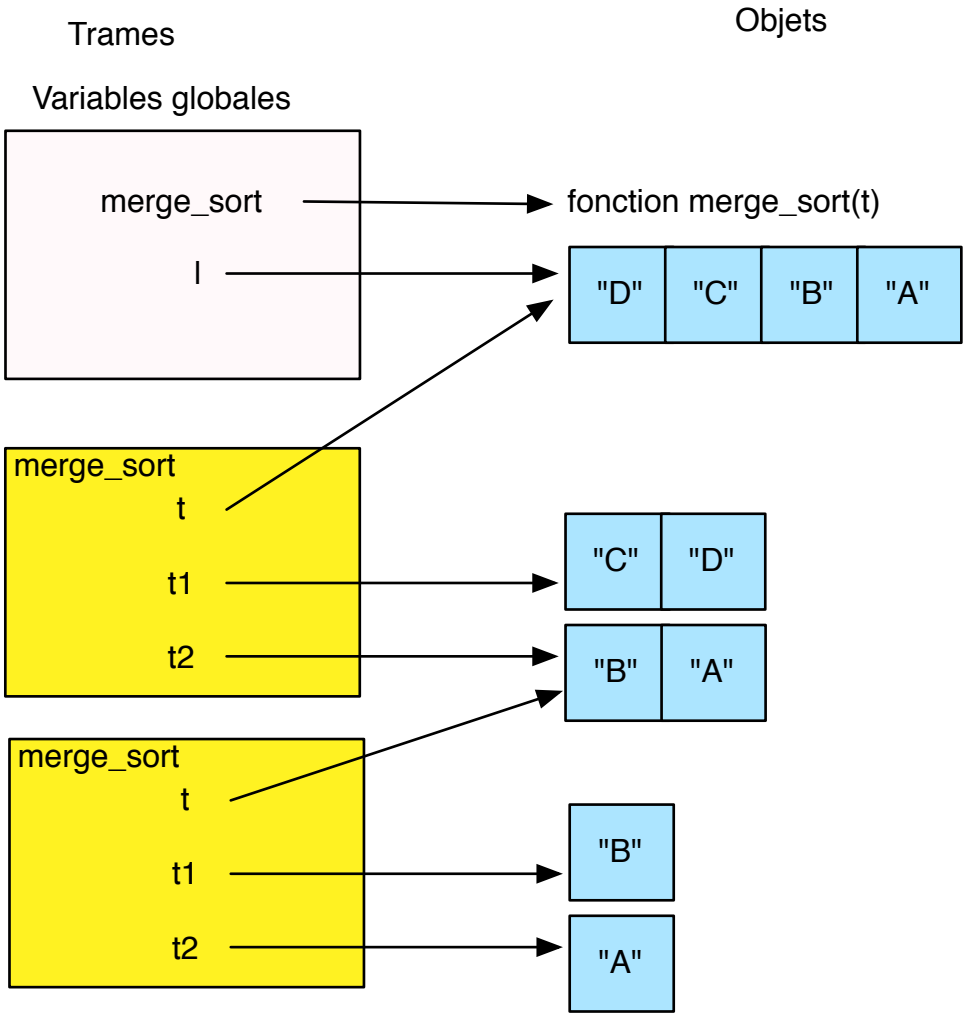
Etat dans l'instance de fonction de niveau 2 après la fusion de "D" et "C".



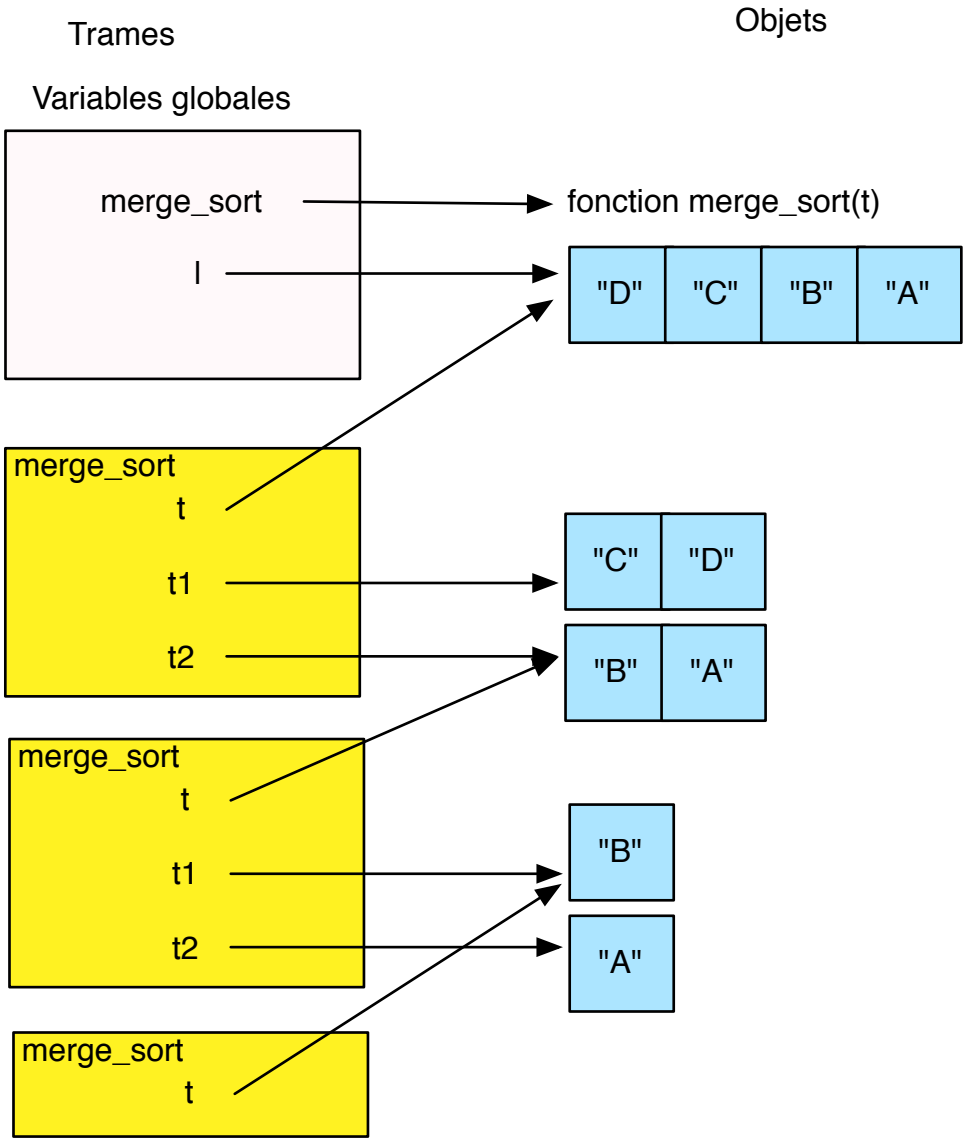
Modification de `t1` dans l'instance de fonction de niveau 1.



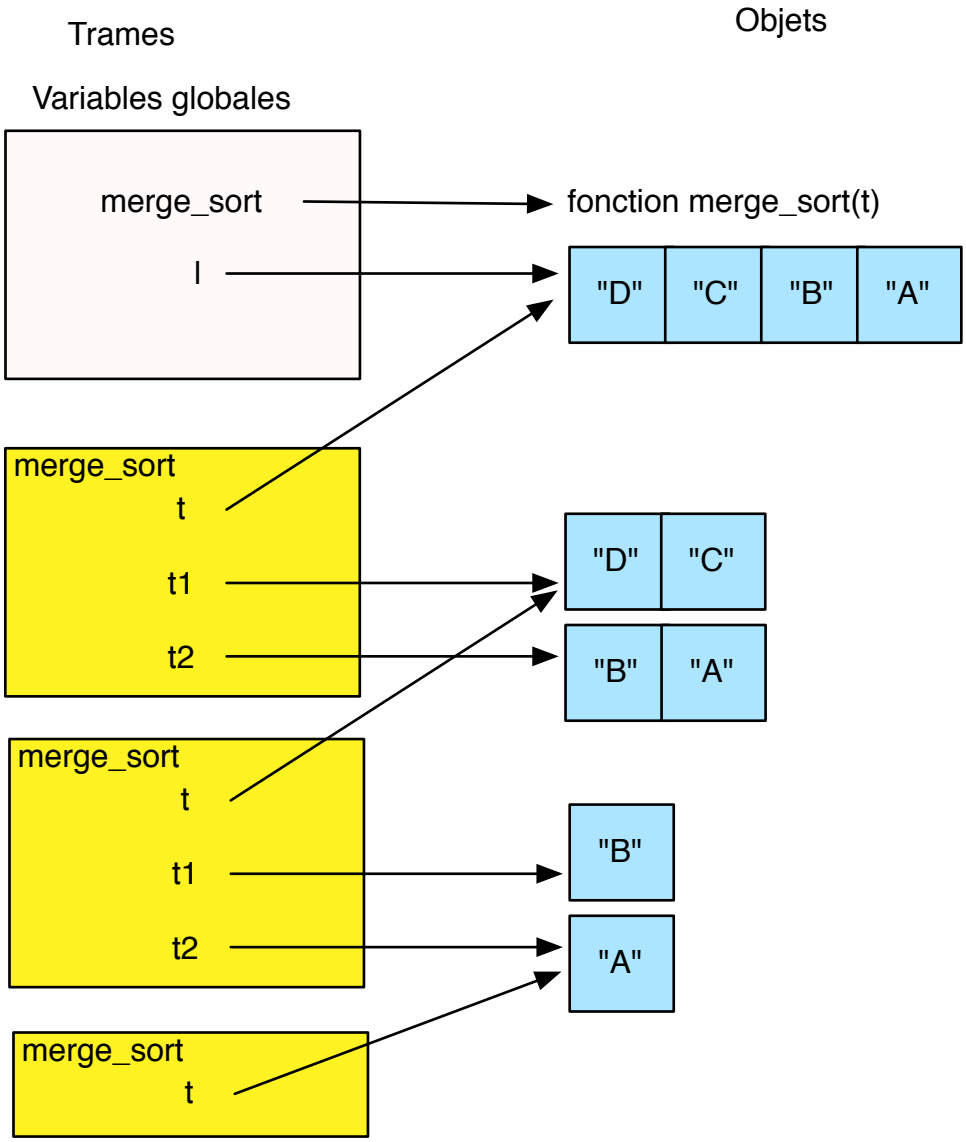
Etat dans l'instance de fonction de niveau 2 ("BA") avant les appels au niveau 3.



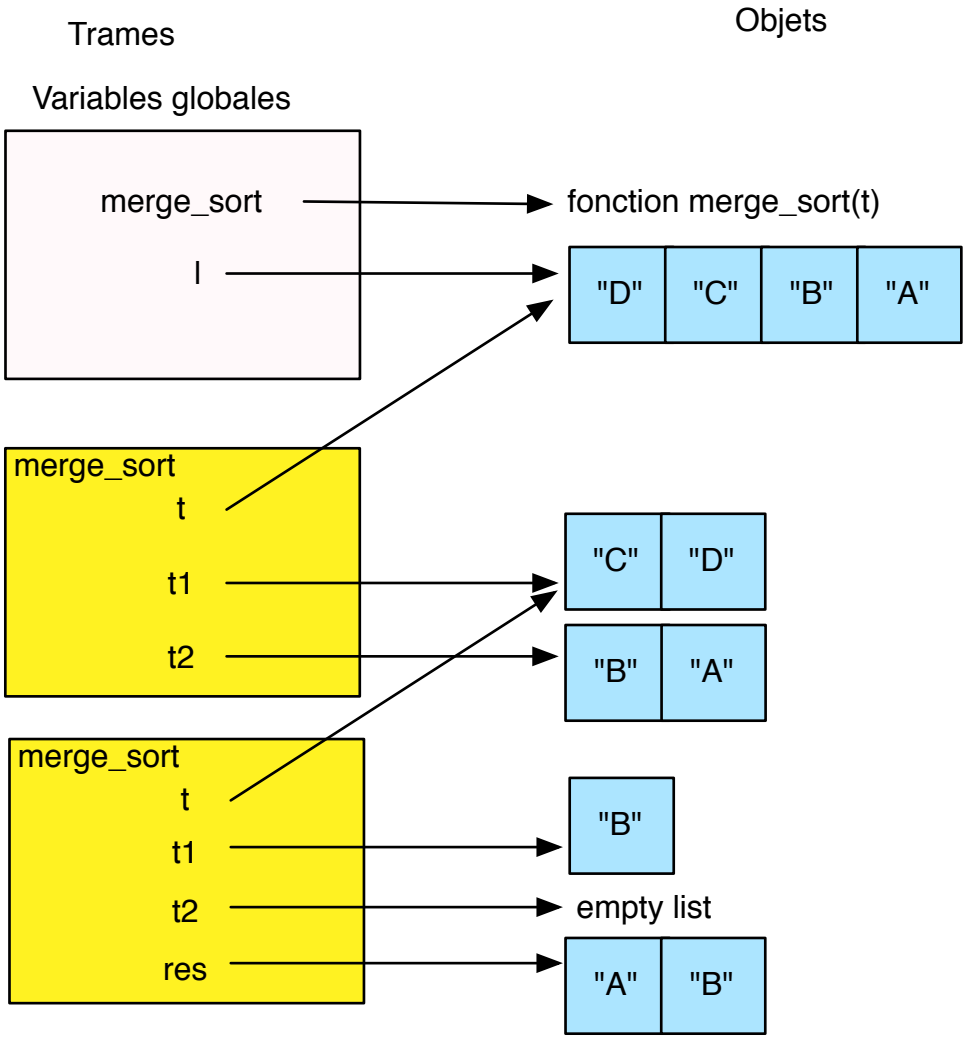
Etat dans l'instance de fonction de niveau 3 pour ("B")



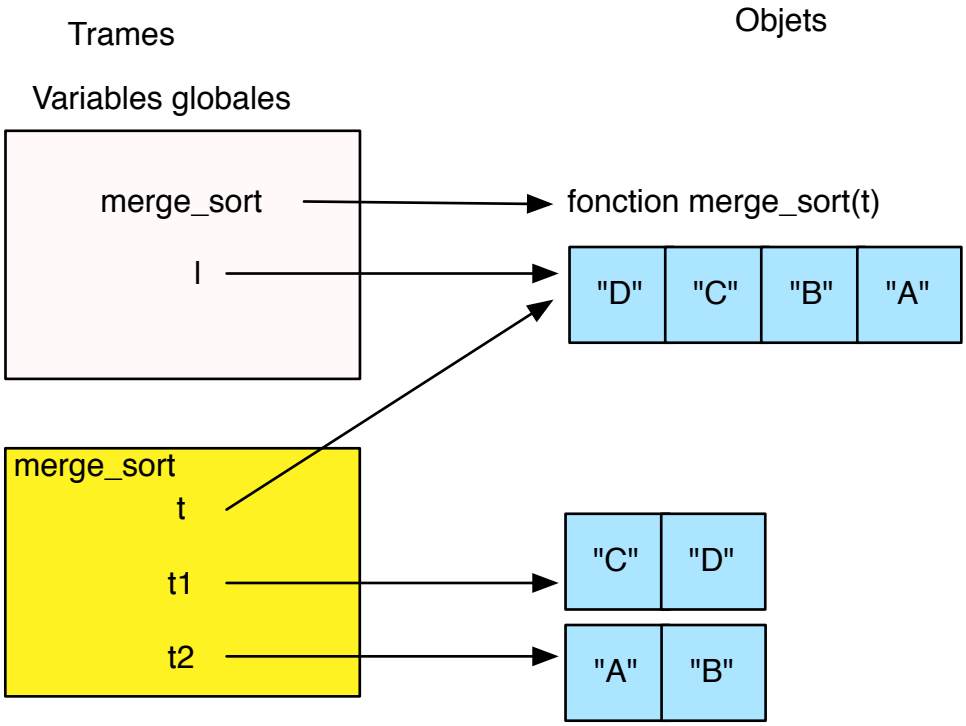
Etat dans l'instance de fonction de niveau 3 pour ("A")



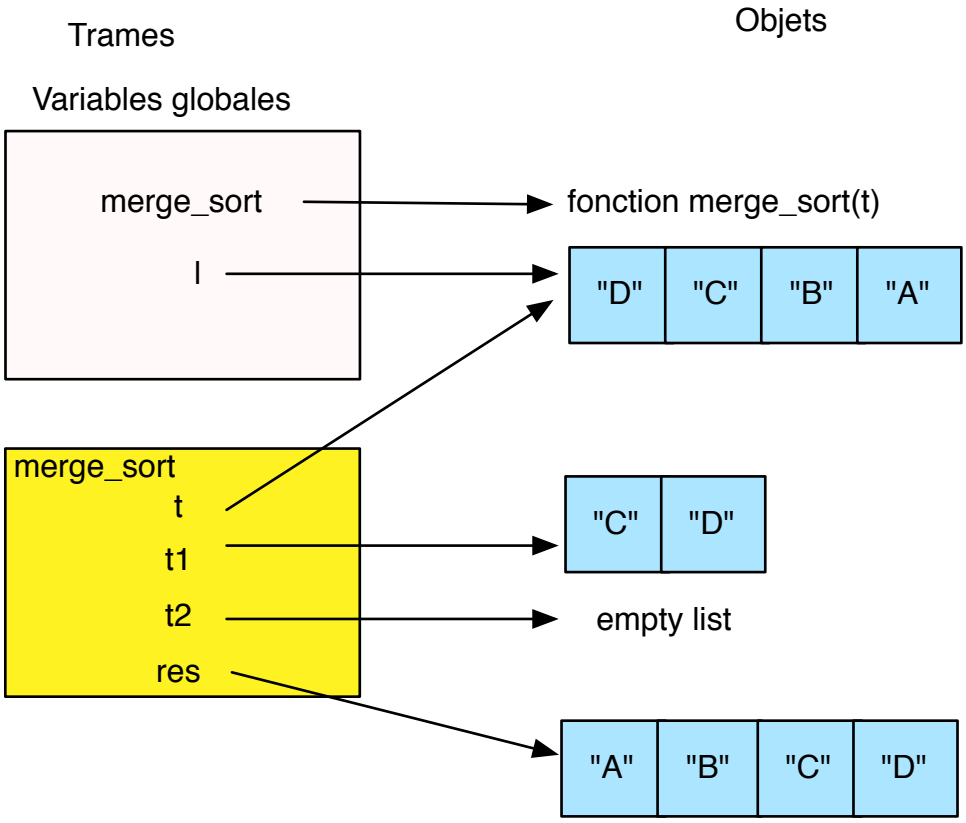
Etat dans l'instance de fonction de niveau 2 après la fusion de "B" et "A".



Modification de `t2` dans l'instance de fonction de niveau 1.



Après fusion de “CD” avec “AB” dans l’instance de niveau 1 de `merge_sort()`



CHAPTER

TWELVE

FICHIERS, PERSISTANCE ET EXCEPTIONS

See Also:

Lire le chapitres 9 du livre de Gérard Swinnen sur Python 3 ainsi que http://docs.python.org/3/library/string.html et http://docs.python.org/3/library/exceptions.html

12.1 Fichiers et persistance

Il est souvent intéressant de sauver des informations dans des fichiers qui continueront à exister après la fin de l'exécution du programme *python*. De telles informations sont appelées en informatique persistantes par opposition aux données volatiles créées en mémoire vive lors de l'exécution du programme et qui disparaissent en cours ou en fin de cette exécution. Les données persistantes sont généralement sauvées sur disque, sous forme soit de fichiers soit de bases de données.

Nous avons déjà vu, dans un chapitre précédent, qu'il était possible d'*ouvrir* un fichier texte

- en mode lecture ("read") et de lire les données qu'il contenait,
- ou en mode écriture ("write") et d'y écrire des résultats.

La liste des méthodes standard sur les fichiers est la suivante:

Instruction	Effet
f=open('fichier') :	ouvre 'fichier' en lecture
f=open('fichier','w') :	ouvre 'fichier' en écriture
f=open('fichier','a') :	ouvre 'fichier' en écriture en rajoutant après les données déjà présentes
f.read() :	retourne le contenu du fichier f
f.readline() :	lit une ligne
f.readlines() :	renvoie la liste des lignes de f
f.write(s) :	écrit la chaîne de caractères s dans le fichier f
f.close() :	ferme f

L'exemple suivant

- utilise un fichier `data.txt` de données, contenant des expressions à évaluer,

- utilise un fichier `result.txt` résultat qui va recevoir pour chaque expression lue, le texte de l'expression suivie de "=" et de la valeur obtenue grâce à la fonction `eval()`..

```
d=open("data.txt")
r=open("result.txt",'w')

for i in d:
    i = i.strip()
    r.write("{0} = {1}\n".format(i, eval(i)))

d.close()
r.close()
```

Note: la méthode write reçoit en paramètre un string qui sera imprimé. Comme nous l'avions déjà vu avec les print, la méthode `s.format()` peut être fort utile. Son principe général est d'examiner le string `s` et de remplacer les éléments entre accolades avec des numéros et des informations de formatage, par les paramètres donnés, formatés tel que spécifié.

12.1.1 Pickle: écriture d'un objet

Il est possible de sauvegarder des valeurs d'objets de n'importe quel type. Le problème est la phase d'encodage : on peut utiliser un fichier `texte` encore faut-il *traduire* la valeur de l'objet en string. Si cela semble facile pour des valeurs simples, l'exercice devient plus périlleux pour des séquences, ensembles ou dictionnaires.

Le module `pickle` contient une méthode `dump()` qui réalise cette traduction, appelée **sérialisation**.

Il suffit ensuite de sauver le texte produit par cette sérialisation en l'écrivant, par exemple, dans un fichier. Quand le programmeur veut *retrouver* la valeur sauvée, il devra la lire sur le fichier et faire le travail de traduction inverse, grâce à la méthode `load()`.

Donc, la méthode `pickle.dumps` prend un objet en paramètre et retourne une représentation de l'objet sous forme de chaîne. La chaîne obtenue n'est pas destinée à être compréhensible ou lue par l'humain. Par contre, la méthode `pickle.loads` prend une chaîne de ce type en paramètre et reconstitue un objet identique à celui donné à `pickle.dumps`.

Exemples :

```
>>> import pickle
>>> t = [1, 2, 3]
>>> pickle.dumps(t)
'(lp0\nI1\naI2\naI3\na.'
>>> pickle.dumps({'a':3, 'b':8, 'c':9})
"(dp0\nS'a'\np1\nI3\nsS'c'\np2\nI9\nsS'b'\np3\nI8\ns."
>>> pickle.dumps('hello')
"S'hello'\np0\n."
>>> pickle.dumps(12)
'I12\n.'
>>> save_t = pickle.dumps(t)
```

```
>>> t2 = pickle.loads(save_t)
>>> t2
[1, 2, 3]
>>> t == t2
True
>>> t is t2
False
```

Les fonctions dump et load (sans "s") prennent un fichier comme argument supplémentaire pour sauvegarder / récupérer un objet depuis le fichier.

```
>>> import pickle
>>> f = open('data.txt', 'w')
>>> d = {'a':3, 'b':8,'c':9}
>>> pickle.dump(d, f)
>>> f.close()
>>> exit()
```

ensuite si on relance une nouvelle session,

```
>>> import pickle
>>> # d est sauvegardé dans data.txt
>>> f = open('data.txt')
>>> d = pickle.load(f)
>>> d
{'a': 3, 'c': 9, 'b': 8}
```

12.1.2 Shelve

Le pickling est un moyen simple de sauvegarder un objet (ou plusieurs objets séquentiellement dans le même fichier). Un autre moyen, plus souple, est d'utiliser le module shelve qui fournit une solution de persistance de type "base de données". Concrètement, la base de donnée est écrite (automatiquement) dans un fichier; la méthode `shelve.open` crée un fichier de sauvegarde s'il n'existe pas, et retourne un objet de type shelve; un shelve fonctionne (presque) comme un dictionnaire. La plupart des opérations et méthodes des dictionnaires lui sont applicables; toute modification appliquée au shelve est (automatiquement) sauvegardée; la méthode `shelve.close` permet de fermer le shelve, comme pour un fichier.

```
>>> import shelve
>>> t = [0,1,2,3]
>>> p = (1, 2, 3)
>>> i = 12
>>> s = 'hello'
>>> db = shelve.open('data.db')
>>> db['liste'] = t
>>> db['point'] = p
>>> db['entier'] = i
>>> db['chaine'] = s
>>> print(db)
{'liste': [0, 1, 2, 3], 'chaine': 'hello', 'entier': 12, 'point': (1, 2, 3)}
```

```
>>> db.close()
>>> exit() #  ferme la session
```

et relancer une session

```
>>> import shelve
>>> db = shelve.open('data.db')
>>> print(db['liste'])
[0, 1, 2, 3]
>>> db['chaine'] = 'bonjour'
>>> print(db)
{'liste': [0, 1, 2, 3], 'chaine': 'bonjour', 'entier': 12, 'point': (1, 2, 3)}
```

12.2 Exceptions

Les exceptions sont fréquentes, en particulier quand on manipule des fichiers.

```
>>> 3 / 0
ZeroDivisionError: integer division or modulo by zero
>>> t = list(range(4))
>>> t[4]
IndexError: list index out of range
>>> s = '2' + 2
TypeError: cannot concatenate 'str' and 'int' objects
>>> open('xyz.txt')
IOError: [Errno 2] No such file or directory: 'xyz.txt'
>>> open('/etc/passwd', 'w')
IOError: [Errno 13] Permission denied: '/etc/passwd'
>>> open('music')
IOError: [Errno 21] Is a directory: 'music'
```

12.2.1 Lancer une exception

Une exception indique que quelque chose d'exceptionnel s'est produit. Vous pouvez vous même lancer des exceptions.

```
def square_root(a, eps = 10**-9):
   if not isinstance(a,int) and not isinstance(a,float):
      raise TypeError('a must be an integer or a float')
   if a < 0.0:
      raise ValueError('a must be >= 0')
   x = 0.0
   approx = 1.0
   while (abs(approx - x) > eps):
      x = approx
      approx = (x + (a / x)) / 2.0
   return approx
```

```
>>> square_root(4)
2.0
>>> square_root(-2)
ValueError: a must be >= 0
>>> square_root('hello')
TypeError: a must be an integer or a float
```

La syntaxe pour lancer une exception est donc :

```
raise ExceptionType('message')
```

Les types d'exceptions les plus fréquentes que vous pouvez lancer sont :

Nom	Cause
ValueError:	Erreur de valeur (par ex., ne respecte pas les pré-conditions)
TypeError:	Erreur de type pour un paramètre
IndexError:	Indice hors bornes
IOError:	Erreur d'entrée / sortie (par ex. fichiers)

12.2.2 Gérer les exceptions

Jusqu'à présent, quand une exception se produit, le script s'interrompt brutalement. Comment gérer les exceptions pour éviter cette sortie brutale et effectuer du code spécifique quand une exception se produit ?

Solution 1 [utiliser des instructions conditionnelles pour] éviter les exceptions.

Exemple [avant d'ouvrir un fichier, vérifier qu'il existe, que] ce n'est pas un répertoire, etc. avec des fonctions comme os.path.exists ou os.path.isdir.

Inconvénients :

- code difficile à lire et à écrire car nombreux cas possibles;
- les tests peuvent être coûteux en temps de calcul;
- nécessite de penser aux cas exceptionnels, et de les gérer "a priori", plutôt que de se concentrer sur le code principal;
- le nombre d'exceptions possibles peut être très important. Par exemple, pour les fichiers, l'exception suivante suggère qu'il y a au moins 21 types d'erreurs possibles !

  ```
  >>> open('music')
  IOError: [Errno 21] Is a directory: 'music'
  ```

- comment être sûr de ne pas oublier un cas exceptionnel ?

Une meilleure solution serait de pouvoir écrire le code principal et demander à l'interpréteur d'essayer (try) de l'exécuter, et gérer les problèmes seulement s'ils se produisent.

C'est exactement ce que propose la syntaxe `try - except`.

Solution 2 (de loin préférée) : utiliser une instruction `try - except`.

La forme la plus simple d'une instruction `try - except` est la suivante.

```
try:
   # code principal
except:
   # code spécifique en cas d'exception
```

Comportement [le code principal est exécuté. Dès que celui-ci] produit une exception, il est interrompu et le code spécifique est exécuté. Si aucune exception ne s'est produite, le code spécifique n'est pas exécuté.

On dit qu'on rattrape (catch) une exception (dans une clause except).

Exemple :

```
try:
  print('Avant')
  raise ValueError('Test')
  print('Apres')
except:
  print('Gestion exception')
print('Fin')
```

Résultat :

```
Avant
Gestion exception
Fin
```

Exemple :

```
try:
   i = int(input('Entier : '))
   print("Nous pouvons travailler avec", i)
except:
   print("Je ne peux travailler qu'avec un entier")
print("Fin du programme")
```

Si on entre un entier :

```
Entier : 2
Nous pouvons travailler avec 2
Fin du programme
```

Sinon :

```
Entier : hello
Je ne peux travailler qu'avec un entier
Fin du programme
```

Il est possible de spécifier dans la clause except le type d'exception que l'on veut rattraper.

Exemple :

```
ok = False
while not ok:
    try:
        x = int(input("Please enter a number: "))
        ok = True
    except ValueError:
        print("Oops! That was no valid integer. Try again...")
print("Now I'm sure that", x, "is a valid integer.")
```

Remarque : dans cet exemple, si une autre exception qu'une `ValueError` se produit, elle n'est pas rattrapée et le comportement sera celui habituel : le programme s'arrête brutalement.

On peut spécifier plusieurs clauses `except`, pour gérer différents types d'exceptions.

Exemple :

```
try:
    f = open('myfile.txt')
    s = f.readline()
    i = int(s.strip())
except IOError:
    print 'Cannot open myfile.txt'
except ValueError:
    print('Could not convert', s.strip(), 'to an integer.')
except:
    print('Unexpected error.')
    raise
```

Remarque : le dernier cas permet de relancer les exceptions qui n'ont pas été spécifiquement gérées (par ex. si ce code est encapsulé dans une fonction, l'appelant pourra alors gérer ces exceptions).

On peut spécifier un tuple d'exceptions à gérer dans une même clause `except`.

Exemple :

```
try:
    f = open('myfile.txt')
    s = f.readline()
    i = int(s.strip())
except (IOError, ValueError):
    print('Cannot open file or cannot convert integer')
```

On peut placer un `else`, après les clauses `except`. Il sera exécuté si aucune exception n'est produite. C'est utile dans le cas où il faut exécuter du code seulement si l'instruction `try` n'a pas provoqué d'exceptions.

Exemple :

```
import sys
for arg in sys.argv[1:]:
    try:
        f = open(arg, 'r')
    except IOError:
```

```
        print('cannot open', arg)
    else:
        print(arg, 'has', len(f.readlines()), 'lines')
        f.close()
```

Remarque : l'utilisation d'une clause `else` est ici meilleure que d'ajouter du code dans le `try` car cela évite d'attraper accidentellement une exception qui serait provoquée par une autre instruction que `open`.

Pour obtenir des informations sur une exception, on peut la faire suivre par le mot-clé `as` et le nom d'une variable. Cette variable possède comme valeur un objet de type exception. En affichant celle-ci, on obtient le message associé à l'exception.

Exemple :

```
try:
    f = open('myfile.txt')
except IOError as e:
    print('Cannot open myfile.txt:', e)
else:
    s = f.readline().strip()
    print(s)
```

Enfin, on peut ajouter une clause `finally` qui sera exécutée dans tous les cas (qu'il y ait une exception ou pas). Cela permet de réaliser des tâches de "clean-up" comme fermer un fichier qu'on savait ouvert avant le `try`, ou sauvegarder les données avant que le programme s'arrête suite à une exception, etc. La clause `finally` est exécutée juste avant de sortir du `try - except`, qu'une exception soit provoquée ou non.

Exemple :

```
try:
    raise KeyboardInterrupt
finally:
    print('Goodbye, world!')
```

donne:

```
Goodbye, world!
KeyboardInterrupt
```

Remarques : la commande `Ctrl-C` permet d'interrompre l'exécution d'un programme. En Python, une telle commande provoque un `KeyboardInterrupt`.

Exemple :

```
import time
print('This is a malicious script!')
print('Try to find the exit before the bomb exploses!')
try:
    for i in range(10):
        print(10-i, end=' ')
        if i % 2 == 0:
            print('tic')
```

```
      else:
         print('tac')
      time.sleep(1)
except KeyboardInterrupt:
   print('Well done! You have found the exit!')
else:
   print('BOOOM! You lose!')
finally:
   print('Goodbye!')
```

Exercice : Quels sont les messages que la fonction suivante va afficher (et dans quel ordre) si

- x = 2 et y = 1;
- x = 2 et y = 0;
- x = '2' et y = '1' ?

```
def divide(x, y):
   try:
      result = x / y
   except ZeroDivisionError:
      print("division by zero!")
   else:
      print("result is", result)
   finally:
      print("executing finally clause")
```

CHAPTER

THIRTEEN

CLASSES ET OBJETS

13.1 Objet et classe

Nous avons déjà vu que lors de l'exécution d'un programme, l'environnement d'exécution *Python* gère un espace mémoire, appelé *tas d'exécution* (*runtime heap*) et un autre espace mémoire, appelé *pile d'exécution* (*runtime stack*) qui, en particulier, à un instant donné, contient un espace de noms par instance locale d'une fonction en cours d'exécution.

Nous avons également vu qu'une variable est en fait un nom d'un objet; manipuler cet objet se fait grâce à cette variable qui l'identifie.

Tout objet *Python* `x` a :

- un identificateur unique et dont la valeur est constante tout au long de sa vie (donné par `id(x)`),
- un type (donné par `type(x)`),
- un contenu

Note:

- `a is b` est équivalent à `id(a) == id(b)`.
- Deux objets dont les durées de vie n'ont pas d'intersection peuvent avoir le même identificateur.

On ne peut pas changer l'identité d'un objet ni son type (sauf exception). On peut changer le contenu des objets modifiables (mutables) sans changer leur identité ou leur type.

Un objet a donc un identificateur et un type et peut avoir un ou plusieurs noms. Il a également, en fonction du type de l'objet, une ou plusieurs *méthodes* qui permettent soit de *consulter* le contenu de l'objet soit, si l'objet est modifiable, de *modifier* son contenu.

Un objet a aussi des attributs (de données) qui sont manipulés par les méthodes `__setattr__` / `__getattr__` pour les attributs ou `__setitem__` / `__getitem__` pour les composants d'une séquence.

La section suivante explique comment *Python* permet au programmeur de définir des nouvelles classes d'objets et ainsi de créer et manipuler des objets de cette classe.

13.2 Définition de nouvelles classes

13.2.1 La notion de classe

On peut définir ses propres types en donnant une définition de classe. On peut donc voir une définition de classe comme la définition d'un nouveau type.

Définissons un nouveau type (classe) pour représenter des points dans le plan.

```
class Point(object):
    """ represente un point dans le plan """
```

- le mot-clef `class` indique le début d'une définition de classe;
- on donne ensuite le nom de la classe (par convention, avec une majuscule);
- entre parenthèses, on précise qu'un "élément" de classe `Point` sera une "sorte" d'`object`, qui est une classe prédéfinie.

Pour l'instant notre modèle (classe) est très peu précis. On a juste donné un nom et un docstring.

```
>>> print(Point)
<class '__main__.Point'>
>>> help(Point)
Help on class Point in module __main__:

class Point(builtins.object)
 |  represente un point dans le plan
 |
 |  Data descriptors defined here:
 |
 |  __dict__
 |      dictionary for instance variables (if defined)
 |
 |  __weakref__
 |      list of weak references to the object (if defined)
(END)
```

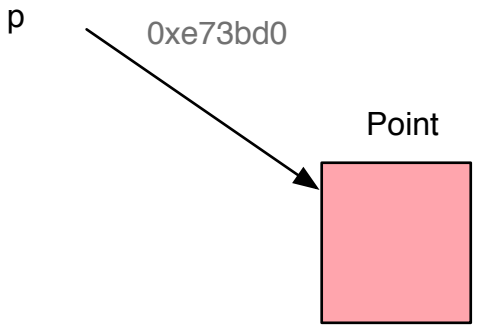
13.2.2 La notion d'objets

Cependant, on peut déjà créer des objets de la classe `Point`. Pour ce faire, on appelle `Point` comme si c'était une fonction.

```
>>> p = Point()
>>> print(p)
<__main__.Point object at 0xe73bd0>
```

- la valeur de retour est une référence vers un objet de type `Point`, que l'on assigne à la variable `p`;
- créer un objet est une *instanciation*, et l'objet est une *instance* de la classe `Point`;

- quand on affiche une instance, *Python* nous dit à quelle classe elle appartient et où elle est stockée en mémoire (sous la forme d'une adresse représentée par un nombre hexadécimal).



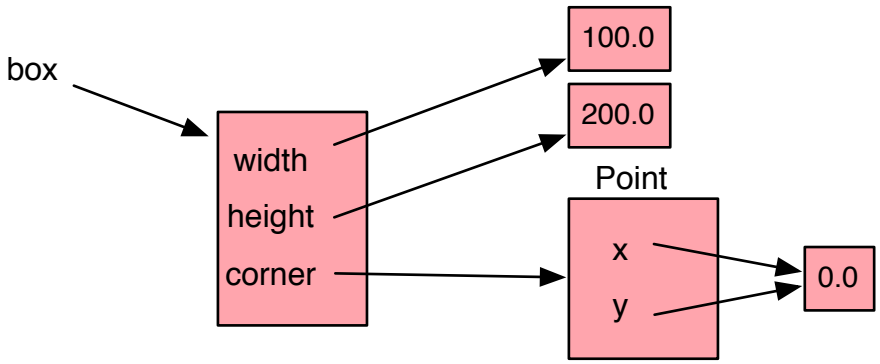
13.2.3 Attributs

Une des propriétés des objets est qu'il possède des **attributs**. Un attribut est une valeur.

Par exemple, pour représenter un point dans le plan, on a besoin de deux attributs (coordonnées `x` et `y`).

Pour assigner un attribut à un objet, on peut utiliser la notation point.

```
>>> p.x = 2.0
>>> p.y = 4.0
```



On accède aux attributs d'un objet également via la notation point.

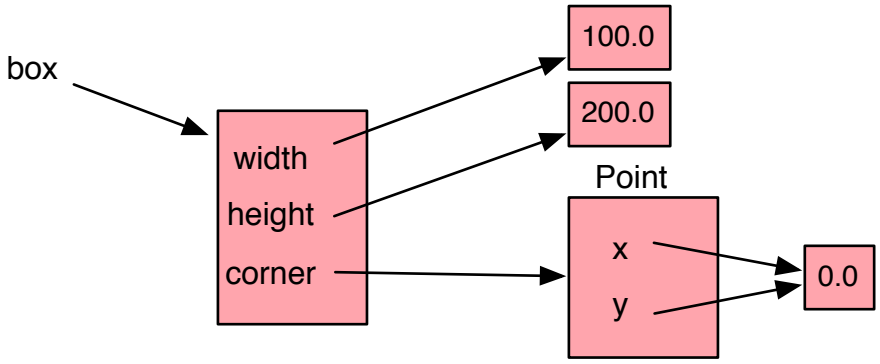
`p.x` peut être lu comme "aller dans l'objet référé par `p` et récupérer la valeur de son attribut `x`"

```
>>> import math
>>> print(p.x)
2.0
>>> y = p.y
>>> print(y)
4.0
>>> print("({0}, {1})".format(p.x, p.y))
(2.0, 4.0)
```

```
>>> dist_from_orig = math.sqrt(p.x**2 + p.y**2)
>>> print(dist_from_orig)
4.472135955
```

Un attribut peut être une référence vers un autre objet.

```
>>> class Rectangle(object):
...     """ represente un rectangle dans le plan
...         attributs: width, height, corner
...         (coin inferieur gauche, Point)
...     """
...
>>> box = Rectangle()
>>> box.width = 100.0
>>> box.height = 200.0
>>> box.corner = Point()
>>> box.corner.x = 0.0
>>> box.corner.y = 0.0
```



13.2.4 Objet comme valeur de retour

Une fonction peut créer un objet et retourner la référence vers celui-ci.

```
>>> def find_center(r):
...     c = Point()
...     c.x = r.corner.x + r.width / 2.0
...     c.y = r.corner.y + r.height / 2.0
...     return c

>>> center = find_center(box)
>>> print_point(center)
(50, 100)
```

13.2.5 Copie d'objets

Un objet passé en argument peut être modifié par une fonction. On a vu que cela peut provoquer des problèmes dans certains cas (par exemple pour les listes non simples).

On peut copier un objet pour éviter l'*aliasing* grâce au module copy.

```
>>> p1 = Point()
>>> p1.x = 3.0
>>> p1.y = 4.0
>>> p2 = p1
>>> p2.y = 7.0
>>> print_point(p1)
(3, 7)
>>> p1 is p2
True
>>> import copy
>>> p2 = copy.copy(p1)
>>> p2.y = 9.0
>>> print_point(p1)
(3, 7)
>>> print_point(p2)
(3, 9)
>>> p1 is p2
False
```

Notons que :

```
>>> p1 = Point()
>>> p1.x = 3.0
>>> p1.y = 4.0
>>> p2 = copy.copy(p1)
```

`p1 == p2` retourne False !

En effet, pour les objets, le comportement par défaut de == est le même que l'opérateur `is`. Mais ce comportement pourra être modifié (dans la définition de classe).

Soit :

```
>>> box2 = copy.copy(box)
>>> box2 is box
False
```

Mais `box2.corner is box.corner` renvoie `True` car la fonction `copy.copy` réalise une "shallow copy", c-à-d qu'elle copie les références contenues dans les attributs mutables.

Rappel [la fonction `copy.deepcopy` réalise une "deep copy",] c-à-d qu'elle copie "également" les objets référencés dans les attributs mutables (et ceux référencés par ceux-ci, etc.).

```
>>> box3 = copy.deepcopy(box)
>>> box3 is box
False
>>> box3.corner is box.corner
False
```

Les objets référencés par `box` et `box3` sont maintenant complètement séparés (et indépendants).

13.2.6 Méthodes

Les attributs d'un objet modélisent son état, ses particularités dans la famille des objets du même type.

Exemples:

- un point a comme coordonnées (2,3); un autre (4,5), mais ce sont deux points dans le plan.
- un rectangle a une largeur de 10, une hauteur de 20, et un coin inférieur droit en (3,7). Un autre sera plus grand, ou plus à droite, mais il reste un rectangle.
- un temps dans la journée correspond à la manière dont nous décrivons un temps donné, c-à-d, une heure, une minute et une seconde.

Mais un objet possède d'autres propriétés que ses attributs : les *méthodes* associées à son type (sa classe).

Une *méthode* est une fonction qui est définie pour un type donné et qui s'applique sur les objets de ce type.

Intuitivement, une méthode est une action appliquée sur un objet (et peut avoir besoin d'autres entrées que l'objet sur lequel elle est appliquée, et peut produire également des sorties).

Exemple: Pour manipuler des heures nous pouvons définir une classe `Time` :

```
class Time(object):
    """ represente un temps (heure).
        attributs: hour, minute, second
    """
```

Nous pourrions définir une méthode `display` associée à le classe `Time` :

```
>>> class Time(object):
        """ represente un temps (heure).
             attributs: hour, minute, second
        """
        def display(self):
           print("{0}:{1}:{2}".format(self.hour, self.minute, self.second))

>>> start = Time()
>>> start.hour = 9
>>> start.minute = 45
>>> start.second = 0
>>> start.display()
09:45:00
```

Définir une méthode revient simplement à donner sa définition à l'intérieur de la définition de la classe. Pour accéder à l'objet sur lequel la méthode sera invoquée, on utilise la première variable nommée self (par convention).

Une méthode destinée à être invoquée sur un objet possède toujours cet objet comme premier paramètre; quand on invoque la méthode sur un objet, il ne faut pas donner l'argument (self); ce type de méthodes est appelé une méthode d'instance;

Note: il existe d'autres types de méthodes (de classes et statiques) qui ne seront pas vues dans ce cours.

Notons que l'on a ici une ébauche de programmation orientée-objets :

```
>>> start.display()
09:45:00
```

où les objets sont les agents actifs.

Supposons que l'on veuille avoir une méthode qui additionne un temps à un autre. Un des deux objets sera l'objet sur lequel la méthode sera invoquée et qui sera modifié, l'autre sera donné en paramètre.

Pour cela nous allons d'abord écrire une méthode `to_sec` qui traduit un temps en secondes. Inversément écrivons une méthode `update` qui prend un nombre de secondes en arguments et met à jour l'objet `Time` en transformant ce nombre en temps.

```
class Time(object):
    # ...
    def to_sec(self):
        mins = self.hour * 60 + self.minute
        secs = mins * 60 + self.second
        return secs

    def update(self, secs):
        mins, self.second = divmod(secs, 60)
        self.hour, self.minute = divmod(mins, 60)

    def add(self, other):
        secs = self.to_sec() + other.to_sec()
        self.update(secs)
```

On pourra alors par exemple avoir:

```
>>> start = Time()
>>> start.hour = 9
>>> start.minute = 45
>>> start.second = 0
>>> duration = Time()
>>> duration.hour = 1
>>> duration.minute = 35
>>> duration.second = 0
>>> start.display()
09:45:00
>>> duration.display()
01:35:00
>>> duration.to_sec()
5700
>>> duration.update(5760)
>>> duration.display()
```

```
01:36:00
>>> start.add(duration)
>>> start.display()
11:21:00
```

13.2.7 La méthode init

La méthode `init` (`__init__`) est une méthode spéciale qui est invoquée automatiquement quand un objet est créé. Cela permet d'ajouter des arguments (par défaut) quand on crée un objet.

```
class Time(object):
    # ...
    def __init__(self, hour=0, minute=0, second=0):
        self.hour = hour
        self.minute = minute
        self.second = second
     # ...
```

On pourra ainsi avoir le code:

```
>>> t1 = Time()
>>> t2 = Time(3)
>>> t3 = Time(4, 12)
>>> t4 = Time(18, 35, 17)
>>> t1.display()
00:00:00
>>> t2.display()
03:00:00
>>> t3.display()
04:12:00
>>> t4.display()
18:35:17
```

13.2.8 Les méthodes __str__ et __rep__

La méthode str (notée `__str__` dans la définition d'une nouvelle classe) est une méthode spéciale qui est censée retourner une représentation de l'objet sous forme de chaîne de caractères. Lors d'une instruction `print`, *Python* appelle automatiquement cette méthode.

```
class Time(object):
    # ...
    def __str__(self):
        return "{0:02d}:{1:02d}:{2:02d}".format(self.hour, self.minute, self.secon
     # ...
```

On pourra ainsi avoir le code:

```
>>> t = Time(8,30)
>>> print(t)
08:30:00
>>> str(t)
'08:30:00'
```

- La méthode display définie plus haut devient inutile.

La méthode repr (notée `__repr__` dans la définition d'une nouvelle classe) est également une méthode spéciale; elle est censée retourner une représentation non ambigüe de l'objet sous forme de chaîne de caractères.

Si pour les objets simples, `__repr__` et `__str__` peuvent produire la même valeur (par exemple repr(3) ou str(3)), on peut déjà constater une différence entre

```
>>> str('Hello')
'Hello'
>>> repr('Hello')
"'Hello'"
>>>
```

Le premier donnant le string qui sera imprimé, l'autre le string de la représentation non ambigüe (donc entouré de quotes pour indiquer qu'un l'objet est lui même un string).

Lors d'une session interactive, lorsque vous tapez juste le nom de l'objet x suivi de la touche clavier de retour à la ligne, l'interpréteur Python réalise un `print(repr(x))`.

```
>>> x = 36
>>> x
36
>>> s = 'Hello'
>>> s
'Hello'
>>> print(s)
Hello
>>>
```

Pour la classe Time, on pourra ainsi avoir le code:

```
class Time(object):
    def __init__(self, hour=0, minute=0, second=0):
        self.hour = hour
        self.minute = minute
        self.second = second
    def __str__(self):
        return "{0:02d}:{1:02d}:{2:02d}".format(
                        self.hour, self.minute, self.second)
    def __repr__(self):
        return "{0}({1:02d}:{2:02d}:{3:02d})".format(
                        self.__class__, self.hour,self.minute, self.second)
     # ...
```

Dans le code précédent, 'attribut `__class__` renvoie un string avec le nom de la classe défnie (dans ce cas ci `<class '__main__.Time'>`)

13.2.9 Surcharge d'opérateur

On peut également définir des opérateurs sur les objets. Par exemple, l'opérateur + peut être défini en écrivant une méthode spéciale `__add__` pour la classe `Time`.

On parle de *surcharge des opérateurs* : adapter le comportement d'un opérateur à un type défini par le programmeur.

```
class Time(object):
    # ...
    def __add__(self, other):
        res = Time()
        secs = self.to_sec() + other.to_sec()
        res.update(secs)
        return res
    # ...
```

On pourra ainsi avoir le code:

```
>>> t1 = Time(9)
>>> t2 = Time(1,30)
>>> t3 = t1 + t2
>>> print(t3)
10:30:00
```

Pour chaque opérateur présent en *Python*, il y a une méthode spéciale qui correspond et qui permet de surcharger l'opérateur ! (Voir: http://docs.python.org/3/reference/datamodel.html#special-method-names)

Time + int : pour le moment l'opérateur + opère sur deux objets `Time`. Nous voudrions pouvoir également pouvoir ajouter un nombre entier (secondes) à ces objets.

```
class Time(object):
    # ...
    def __add__(self, other):
        res = Time()
        secs = self.to_sec()
        if isinstance(other, Time):
            secs += other.to_sec()
        elif isinstance(other, int):
            secs += other
        else:
            raise NotImplemented('op + only for Time and int')
        res.update(secs)
        return res
    # ...
```

On pourra ainsi avoir le code:

```
>>> t1 = Time(9)
>>> t2 = t1 + 600
>>> print(t2)
09:10:00
```

```
>>> t3 = t1 + t2
>>> print(t3)
18:10:00
```

Problème : malheureusement, cette addition n'est pas commutative. Si l'entier est le premier opérateur, on obtient une erreur.

```
>>> 1200 + t3
TypeError: unsupported operand type(s) for +: 'int' and 'Time'
```

Le problème vient du fait qu'au lieu de demander à un objet Time d'ajouter un entier, on fait le contraire, et on ne peut pas modifier les objets de type entiers pour qu'ils connaissent les objets Time.

Solution : écrire la méthode spéciale `__radd__` (right-side add). Cette méthode est automatiquement invoquée quand un objet `Time` est le membre droit d'un opérateur `+` (et que la méthode `__add__` n'existe pas ou retourne `NotImplemented` sur le membre gauche).

```
class Time(object):
    # ...
    def __radd__(self, other):
        return self.__add__(other)
    # ...
```

On pourra ainsi avoir le code:

```
>>> t1 = Time(8)
>>> t2 = 1200 + t1
>>> print(t2)
08:20:00
```

Note: les méthodes spéciales peuvent être également invoquées "à la main", comme n'importe quelle autre méthode.

13.2.10 Polymorphisme

On a déjà vu qu'une fonction peut s'appliquer sur différents types d'objets, pour peu que le corps de la fonction applique des opérateurs disponibles pour ce type d'objet. On appelle cette caractéristique le polymorphisme. Cela signifie par exemple que l'on peut utiliser la fonction `sum` sur nos objets `Time` !

```
>>> sum(range(10))
45
>>> t = [Time(1,30), Time(2), Time(3,45,30)]
>>> total_time = sum(t)
>>> print(total_time)
07:15:30
```

13.3 Programmation orientée objet

Des langages comme *Python*, *C++* ou *Java* permettent de définir des classes, d'instancier des objets et de les manipuler.

Cette partie de la syntaxe n'est pas nécessaire (on pourrait tout faire rien qu'avec des fonctions), mais elle permet une programmation intuitive, concise et réutilisable : la *programmation orientée objet*.

Nous n'avons couvert qu'une toute petite partie des concepts orientés objets. Il existe une série de techniques très intéressantes et permettant d'accentuer encore les avantages précités.

Les cours de programmation ou d'algorithmiques suivants couvriront bien plus cette matière.

CHAPTER

FOURTEEN

QUELQUES MOTS SUR LES LANGAGES DE PROGRAMMATION

Note: La plupart des sections de ce chapitre proviennent des différentes sources listées ci-dessous:

- http://en.wikipedia.org/wiki/History_of_programming_languages (consultation 4 décembre 2012)
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_langages_de_programmation (consultation 4 décembre 2012)
- http://en.wikipedia.org/wiki/Programming_language (consultation 4 décembre 2012)
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Langage_de_programmation (consultation 4 décembre 2012)
- http://www.computerhistory.org/ (consultation 5 décembre 2012)
- http://histoire.info.online.fr/ (consultation 5 décembre 2012)
- http://www.histoire-informatique.org/ (consultation 5 décembre 2012)
- Ancien syllabus du cours (langage *C++*)

14.1 Introduction

Un langage de programmation est une notation artificielle, destinée à exprimer des algorithmes et produire des programmes. D'une manière similaire à une langue naturelle, un langage de programmation est fait d'un alphabet, un vocabulaire, des règles de grammaire (syntaxe), et des significations (sémantique). Les langages de programmation servent à décrire les structures des données qui seront manipulées par l'ordinateur, et à indiquer comment sont effectuées les manipulations, selon quels algorithmes. Ils servent de moyens de communication par lesquels le programmeur communique avec l'ordinateur, mais aussi avec d'autres programmeurs; les programmes étant d'ordinaire écris, lus, compris et modifiés par une communauté.

Un langage de programmation est mis en oeuvre par un traducteur automatique: compilateur ou interpréteur.

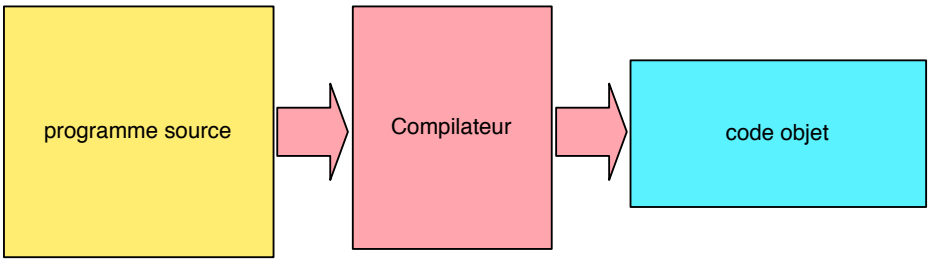
Les langages de programmation offrent différentes possibilités d'abstraction, et une notation proche de l'algèbre, permettant de décrire de manière concise et facile à saisir les opérations de manipulation de données et l'évolution du déroulement du programme en fonction des situations. La possibilité d'écriture abstraite libère l'esprit du programmeur d'un travail superflu, et lui permet de se concentrer sur des problèmes plus avancés.

Chaque langage de programmation reflète un ou plusieurs paradigmes, un ensemble de notions qui orientent le travail de réflexion du programmeur, sa technique de programmation et sa manière d'exprimer le fruit de ses réflexions dans un langage de programmation.

Les premiers langages de programmation ont été créés dans les années 1950. De nombreux concepts ont été lancés par un langage, puis améliorés et étendus dans les langages suivants. La plupart du temps la conception d'un langage de programmation a été fortement influencée par l'expérience acquise avec les langages précédents

14.1.1 Compilateur

Un compilateur est un programme informatique qui transforme un code source écrit dans un langage de programmation (le langage source) en un autre langage informatique (le langage cible).



Pour qu'il puisse être exploité par la machine, le compilateur traduit le code source, écrit dans un langage de haut niveau d'abstraction, facilement compréhensible par l'humain, vers un langage de plus bas niveau, un langage d'assemblage ou langage machine. Dans le cas de langage semi-compilé (ou semi-interprété), le code source est traduit en un langage intermédiaire, sous forme binaire (code objet ou bytecode), avant d'être lui-même interprété ou compilé.

Un compilateur effectue les opérations suivantes : analyse lexicale, pré-traitement (préprocesseur), analyse syntaxique (parsing), analyse sémantique, génération de code intermédiaire, optimisation de code et génération de code final.

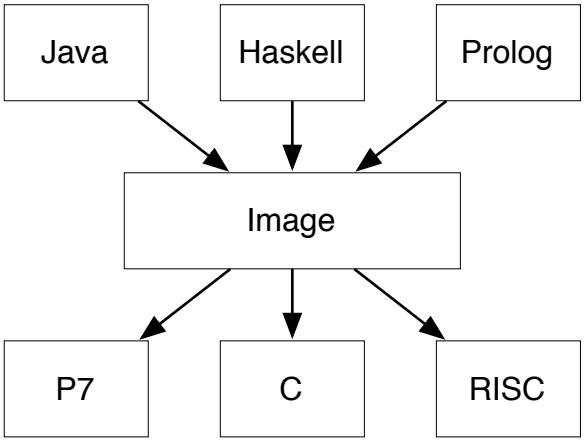
Quand le programme compilé (code objet) peut être exécuté sur un ordinateur dont le processeur ou le système d'exploitation est différent de celui du compilateur, on parle de compilateur croisé (cross-compiler).

Structure et fonctionnement

La tâche principale d'un compilateur est de produire un code objet correct qui s'exécutera sur un ordinateur. La plupart des compilateurs permettent d'optimiser le code, c'est-à-dire qu'ils vont chercher à améliorer la vitesse d'exécution, ou réduire l'occupation mémoire du programme.

Un compilateur fonctionne par analyse-synthèse : au lieu de remplacer chaque construction du langage source par une suite équivalente de constructions du langage cible, il commence par analyser le texte source pour en construire une représentation intermédiaire (appelée image) qu'il traduit à son tour en langage cible.

On sépare le compilateur en au moins deux parties : une partie avant (ou frontale - front-end) qui lit le texte source et produit la représentation intermédiaire (appelée également image); et une partie arrière (ou finale - back-end), qui parcourt cette représentation pour produire le code cible. Dans un compilateur idéal, la partie avant est indépendante du langage cible, tandis que la partie arrière est indépendante du langage source.



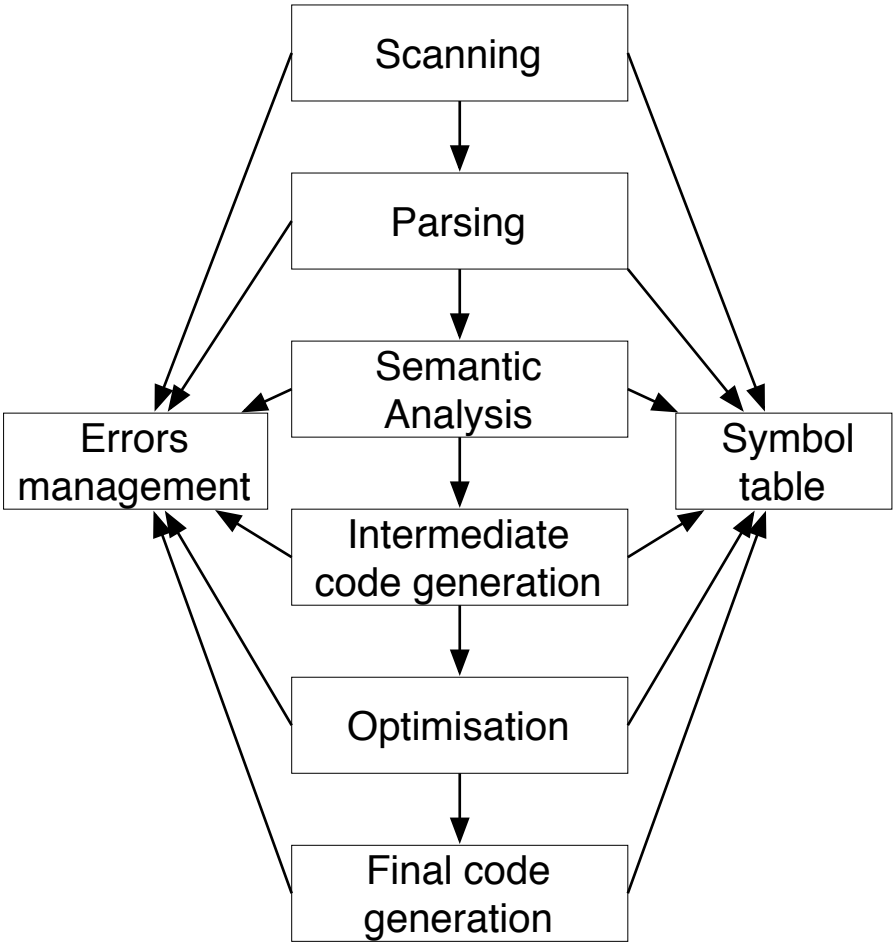
Certains compilateurs effectuent des traitements substantiels sur la partie intermédiaire, devenant une partie centrale à part entière, indépendante à la fois du langage source et de la machine cible. On peut ainsi écrire des compilateurs pour toute une gamme de langages et d'architectures en partageant la partie centrale, à laquelle on attache une partie avant par langage et une partie arrière par architecture.

Les étapes de la compilation incluent :

- le prétraitement, nécessaire pour certaines langues comme C, qui prend en charge la substitution de macro et de la compilation conditionnelle. Généralement, la phase de prétraitement se produit avant l'analyse syntaxique ou sémantique.
- l'analyse lexicale (scanning), qui découpe le code source en petits morceaux appelés jetons (tokens). Chaque jeton est une unité atomique unique de la langue (unités lexicales ou lexèmes), par exemple un mot-clé, un identifiant ou un symbole. Le logiciel qui effectue une analyse lexicale est appelé un analyseur lexical ou un scanner. Deux outils classiques permettent de construire plus aisément des scanners : lex et flex.
- l'analyse syntaxique implique l'analyse de la séquence de jetons pour identifier la structure syntaxique du programme. Cette phase s'appuie généralement sur la construction d'un arbre d'analyse ; on remplace la séquence linéaire des jetons par une structure en arbre construite selon la grammaire formelle qui définit la syntaxe du langage. Par exemple, une condition est toujours suivie d'un test logique (égalité, comparaison...). L'arbre d'analyse est souvent modifié et amélioré au fur et à mesure de la compilation. Yacc et GNU Bison sont les outils les plus utilisés pour construire des analyseurs syntaxiques.
- l'analyse sémantique est la phase durant laquelle le compilateur ajoute des informations

sémantiques à l'arbre d'analyse et construit la table des symboles. Cette phase fait un certain nombre de contrôles: vérifie le type des éléments (variables, fonctions, ...) utilisés dans le programme, leur visibilité, vérifie que toutes les variables locales utilisées sont initialisées, ... L'analyse sémantique nécessite habituellement un arbre d'analyse complet, ce qui signifie que cette phase fait suite à la phase d'analyse syntaxique, et précède logiquement la phase de génération de code ; mais il est possible de replier ces phases en une seule passe.

- la transformation du code source en code intermédiaire ;
- l'application de techniques d'optimisation sur le code intermédiaire : c'est-à-dire rendre le programme « meilleur » selon son usage;
- la génération de code avec l'allocation de registres et la traduction du code intermédiaire en code objet, avec éventuellement l'insertion de données de débogage et d'analyse de l'exécution.



L'analyse lexicale, syntaxique et sémantique, le passage par un langage intermédiaire et l'optimisation forment la partie frontale. La génération de code [1] constitue la partie finale.

Ces différentes étapes font que les compilateurs sont toujours l'objet de recherches.

[1] avec l'édition de liens,

14.1.2 Interpréteur

Un interpréteur est un outil informatique ayant pour tâche d'analyser, de traduire et d'exécuter un programme écrit dans un langage informatique. De tels langages sont dits langages interprétés.

L'interpréteur est capable de lire le code source d'un langage sous forme de script, habituellement un fichier texte, et d'en exécuter les instructions (une à la fois) après une analyse syntaxique du contenu. Cette interprétation conduit à une exécution d'action ou à un stockage de contenu.

Principe

L'interprétation consiste en l'exécution dynamique du programme par un autre programme appelé interpréteur, plutôt que sur sa conversion (compilation) en un autre langage (par exemple le langage machine) ; ainsi la "traduction" et l'exécution sont simultanées.

Le cycle d'un interpréteur est le suivant :

- lire et analyser une instruction (ou expression) ;
- si l'instruction est syntaxiquement correcte, l'exécuter (ou évaluer l'expression) ;
- passer à l'instruction suivante.

Ainsi, contrairement au compilateur, l'interpréteur exécute les instructions du programme (ou en évalue les expressions), au fur et à mesure de leur lecture pour interprétation. Du fait de cette phase sans traduction préalable, l'exécution d'un programme interprété est généralement plus lente que le même programme compilé.

La plupart des interpréteurs n'exécutent plus la chaîne de caractères représentant le programme, mais une forme interne, telle qu'un arbre syntaxique.

En pratique, il existe souvent des mélanges entre interpréteurs et compilateurs.

L'intérêt des langages interprétés réside principalement dans la facilité de programmation et dans la portabilité. Les langages interprétés facilitent énormément la mise au point des programmes car ils évitent la phase de compilation, souvent longue, et limitent les possibilités de bogues. Il est en général possible d'exécuter des programmes incomplets, ce qui facilite le développement rapide d'applications ou de prototypes d'applications.

Ainsi, le langage BASIC fut le premier langage interprété à permettre au grand public d'accéder à la programmation, tandis que le premier langage de programmation moderne interprété est Lisp.

La portabilité permet d'écrire un programme unique, pouvant être exécuté sur diverses plates-formes sans changements, pourvu qu'il existe un interpréteur spécifique à chacune de ces plates-formes matérielles.

Les inconvénients d'une interprétation plutôt qu'une compilation sont la lenteur lors de l'exécution, comme déjà évoqué, mais aussi l'absence de contrôle préalable sur la structure du programme et les types des éléments manipulés avant le début de son exécution.

Un certain nombre de langages informatiques sont aujourd'hui mis en oeuvre au moyen d'une machine virtuelle applicative. Cette technique est à mi-chemin entre les interpréteurs tels que décrits ici et les compilateurs. Elle offre la portabilité des interpréteurs avec une bonne efficacité. Par exemple, des portages de Java, Lisp, Scheme, Ocaml, Perl (Parrot), Python, Ruby, Lua, C, etc. sont faits via une machine virtuelle.

Note: Lors de la conception d'un programme dans un langage interprété, étant donné l'absence d'un compilateur qui contrôle les types, la visibilité, ..., les techniques de conception insistent fortement sur la notion de **test unitaire** qui teste si possible l'entièreté du code d'une fonction ou d'une classe, à la fois au niveau fonctionnalité qu'en testant l'ensemble des lignes de code écrites, avant l'intégration de ce code dans le reste du programme.

Notons cependant que tester ou vérifier la logique d'un code est généralement plus complexe et doit se faire tant avec les langages interprétés que compilés.

Historique

Avec l'apparition du langage compilé Pascal et de compilateurs commerciaux rapides comme Turbo Pascal, les langages interprétés connurent à partir du milieu des années 1980 un fort déclin. Trois éléments changèrent la donne dans les années 1990 :

- avec la nécessité d'automatiser rapidement certaines tâches complexes, des langages de programmation interprétés (en fait, semi-interprétés) de haut niveau comme, entre autres, Tcl, Ruby, Perl ou Python se révélèrent rentables ;
- la puissance des machines, qui doublait tous les dix-huit mois en moyenne (selon la loi de Moore), rendait les programmes interprétés des années 1990 d'une rapidité comparable à celle des programmes compilés des années 1980 ;
- il est bien plus rapide de faire évoluer un programme interprété. Or la vague Internet demandait une réponse très rapide aux nouveaux besoins du marché. amazon.com fut, dans sa première version, développé largement en Perl. Smalltalk permettait un prototypage très rapide d'applications.

14.1.3 Runtime

Un *runtime* est l'environnement d'exécution du programme qui utilise un ensemble de bibliothèques logicielles pour mettre en oeuvre le langage de programmation, permettant d'effectuer des opérations simples telles que copier des données, ou des opérations beaucoup plus complexes telles que le travail de *garbage collection* (ramasse-miettes).

Lors de la traduction d'un programme vers le langage machine les opérations simples sont traduites en les instructions correspondantes en langage machine tandis que les opérations complexes sont traduites en des utilisations de fonctions du runtime.

Chaque langage de programmation a une manière conventionnelle de traduire l'exécution de procédures ou de fonctions, de placer les variables en mémoire et de transmettre des paramètres. Ces conventions sont appliquées par le runtime. Le runtime sert également à mettre en oeuvre

certaines fonctionnalités avancées des langages de programmation telles que le garbage collector qui récupère de l'espace mémoire [2] quand c'est nécessaire pour continuer l'exécution du programme.

14.2 Les langages de programmation

14.2.1 Définition de la syntaxe d'un langage de programmation - la BNF

Un langage de programmation est défini formellement grâce à une grammaire formelle, qui inclut des symboles et des règles syntaxiques, auxquels on associe des règles sémantiques. Ces éléments sont plus ou moins complexes selon la capacité du langage.

L'ensemble des syntaxes possibles d'un programme écrit dans un certain langage de programmation (*Python*, *Java* ou *C++* par exemple) (voir http://docs.python.org/3/reference/ pour *Python3*) est souvent défini grâce au métalangage EBNF (Forme de Backus–Naur Etendu - Extended Backus–Naur Form) qui est un BNF étendu créé par Niklaus Wirth.

Donnons une brève présentation du EBNF utilisé pour définir *Python*.

Ainsi :

```
lc_letter ::=  "a"..."z"
name      ::=  lc_letter (lc_letter | "_")*
```

définit un élément `lc_letter` comme étant n'importe quelle lettre alphabétique minuscule et `name` comme étant n'importe quelle séquence d'au moins une lettre alphabétique qui peut être suivie de zéro ou plus de caractères `"_"` ou alphabétique.

Dans ce métalangage,

- ce qui est réellement représenté est mis entre `" "`;
- le symbole `::=` signifie que le nom à gauche *représente* n'importe quel élément compatible avec la définition à droite (par exemple dans `lc_letter ::= "a"..."z"`);
- `"a"..."z"` signifie tous les caractères entre `"a"` et `"z"`;
- (r1|r2) (par exemple dans `(lc_letter | "_")`) représente le choix entre la possibilité `r1` et `r2`;
- `r*` (par exemple dans `lc_letter*`) représente la répétition zéro, une ou plusieurs fois un élément de `r`;
- `r+` (par exemple dans `lc_letter+`) représente la répétition une ou plusieurs fois un élément de `r`;
- [r] représente l'option: zéro ou une fois `r`.

Ainsi les constantes (*littéraux*) entiers et réel *Python* sont définis (voir http://docs.python.org/3/reference/lexical_analysis.html) par :

[2] sur le tas d'exécution (runtime heap)

```
integer        ::=  decimalinteger | octinteger | hexinteger | bininteger
decimalinteger ::=  nonzerodigit digit* | "0"+
nonzerodigit   ::=  "1"..."9"
digit          ::=  "0"..."9"
octinteger     ::=  "0" ("o" | "O") octdigit+
hexinteger     ::=  "0" ("x" | "X") hexdigit+
bininteger     ::=  "0" ("b" | "B") bindigit+
octdigit       ::=  "0"..."7"
hexdigit       ::=  digit | "a"..."f" | "A"..."F"
bindigit       ::=  "0" | "1"
```

et

```
floatnumber   ::=  pointfloat | exponentfloat
pointfloat    ::=  [intpart] fraction | intpart "."
exponentfloat ::=  (intpart | pointfloat) exponent
intpart       ::=  digit+
fraction      ::=  "." digit+
exponent      ::=  ("e" | "E") ["+" | "-"] digit+
```

L'instruction `if` est définie par:

```
if_stmt ::=  "if" expression ":" suite
             ( "elif" expression ":" suite )*
             ["else" ":" suite]
```

14.2.2 Définition de la sémantique d'un langage de programmation

La sémantique définit le sens de chacune des phrases qui peuvent être construites dans le langage, en particulier quels seront les effets de la phrase lors de l'exécution du programme

La sémantique est généralement décomposée en sémantique *statique* et sémantique *dynamique*. La sémantique dépend très fort des paradigmes du langage.

Sémantique statique

Dans un langage impératif, comme *C++*, *Java*, *Python*, l'analyse sémantique statique appelée aussi gestion de contexte s'occupe des relations non locales ; elle s'occupe ainsi :

- du contrôle de visibilité et du lien entre les définitions et utilisations des identificateurs;
- du contrôle de type des "objets", nombre et type des paramètres de fonctions;
- du contrôle de flot (vérifie par exemple qu'un goto est licite).

Pour les langages compilés, il s'agit en gros, de tout ce qui peut être contrôlé pendant la compilation.

Sémantique dynamique

Pour un langage compilé, c'est la partie de contrôle qui a lieu lors de l'exécution du programme. Par exemple, si le type précis d'une variable ne peut être connue qu'à l'exécution, le contrôle de type est dynamique.

Note: Si un programme s'exécute sans erreur (exception,...) mais ne fournit pas le bon résultat, on parle d' *erreur de logique* ou d' *erreur de logique de conception*.

14.2.3 Types

Un type de donnée définit les valeurs que peut prendre une donnée, ainsi que les opérateurs qui peuvent lui être appliqués.

Un type peut être:

- simple (prédéfinis ou non): par exemple: booléen, entier, réel, pointeur (c'est-à-dire adresse), ou
- composé : par exemple, string, tuple, dictionnaire, liste, structure, classe.

Si on prend l'exemple de `C++` on y trouve des variables simples (par exemple entière), des pointeurs et des références.

Par exemple:

```
int i = 18;
int *p = &i;
int &j = i;
int tab[5] = {0,0,0,0,0};
*p = 36;
j = 36;
```

déclare quatre "éléments" que le programme va pouvoir manipuler:

- une **variable** `i` entière, initialisée à la valeur 18;
- une **variable** `p` de type pointeur vers un entier, initialisée à l'adresse de la variable i;
- une **constante** `j` de type référence qui est un **alias** (autre nom) à `i`;
- une **constante** qui est un pointeur (une adresse) vers un tableau de 5 éléments entiers initialisés à 0, c'est-à-dire une zone mémoire qui contient 5 variables entières initialisées à 0.

Dans ce programme

- `i` et `j` sont vues comme deux *noms* pour la même variable. On peut donc faire le parallèle avec le code *Python* `j = i = 18`;
- `tab` est similaire au code *Python* `tab = [0]*5` qui définit une liste de 5 éléments nuls;

Par contre, *Python* n'a pas la notion de pointeur, qui permet explicitement de manipuler des adresses dans des variables et qui permet tant d'amusement en programmation **C++** (y compris l'absence de garbage collector).

Note: En pratique *pointeur* (comme `p` dans le programme plus haut) et *référence* (comme `j`) manipulent tous les deux des adresses. La différence est que dans le cas du pointeur, si l'utilisateur veut manipuler la variable ou l'objet "pointé", il doit l'exprimer explicitement (comme avec `*p = 36` qui assigne à la variable pointée par `p`, c'est-à-dire `i`, la valeur 36). Avec les références, le *déréférençage* (dereferencing) est automatique; on ne peut manipuler l'adresse mais uniquement l'objet référencé (comme avec `j = 36` qui a le même effet que l'instruction précédente).

Typage statique et typage dynamique

On parle de typage statique (exemple: avec C++, Java, Pascal) quand la majorité des vérifications de type sont effectuées au moment de la compilation. Au contraire, on parle de typage dynamique (exemple avec SmallTalk Common Lisp, Scheme, PHP, Perl, Tcl, Python, Ruby, Prolog) quand ces vérifications sont effectuées pendant l'exécution.

Les avantages des langages statiques par rapport aux dynamiques sont :

- beaucoup d'erreurs sont découvertes plus tôt (grâce au contrôle de type à la compilation);
- le fait de contraindre les programmeurs à bien structurer leur code;
- permet d'avoir un code compilé plus rapide où le contrôle de type est (en grande partie) terminé après la compilation;
- fixe les types ce qui permet un code plus simple à comprendre

Les avantages des langages dynamiques par rapport aux langages statiques sont :

- puissance et flexibilité: permet de faire des choses difficiles à implémenter avec des langages statiques (polymorphisme, introspection, exécution de code dynamique, ...).

Typage fort et typage faible

Un langage de programmation est dit fortement typé lorsqu'il garantit que les types de données employés décrivent correctement les données manipulées. Par opposition, un langage sans typage fort peut être faiblement typé, ou pas du tout typé (mais en pratique ce n'est jamais le cas). BASIC, JavaScript, Perl, PHP sont plutôt à mettre dans la catégorie des langages faiblement typés; C++, C#, Java, Python, OCaml dans les langages fortement typés.

Typage explicite et typage implicite

Avec un typage explicite, c'est à l'utilisateur d'indiquer lui-même les types qu'il utilise, par exemple lors des déclarations de variables ou de fonctions.

Par exemple, en langage C, le typage est explicite :

```
int i = 0;  // cette déclaration indique explicitement que
            // la variable i est de type entier
```

Au contraire, avec un système de typage implicite, le développeur laisse au compilateur ou au runtime le soin de déterminer tout seul les types de données utilisées, par exemple par inférence.

Python a donc un typage **dynamique**, **fort** et **implicite**.

14.3 Paradigmes des langages de programmation

Chaque langage de programmation reflète un ou plusieurs paradigmes de programmation. Un paradigme est un ensemble de notions qui oriente le travail de réflexion du programmeur et peut être utilisé pour obtenir une solution à un problème de programmation. Chaque paradigme amène une technique différente de programmation; une fois qu'une solution a été imaginée par le programmeur selon un certain paradigme, un langage de programmation qui suit ce paradigme permettra de l'exprimer.

14.3.1 Le paradigme impératif ou procédural

est basé sur l'idée d'une exécution étape par étape semblable à une recette de cuisine. Il est basé sur le principe de la machine de Von Neumann. Un ensemble de structures permet de contrôler l'ordre dans lequel sont exécutées les commandes qui décrivent les étapes. L'abstraction est réalisée à l'aide de procédures auxquelles sont transmises des données. Il existe une procédure principale, qui est la première à être exécutée, et qui peut faire appel à d'autre procédures pour effectuer certaines tâches ou certains calculs. Les langages de programmation C, Pascal, Fortran, COBOL, Java, Python sont en paradigme impératif.

14.3.2 Le paradigme fonctionnel

est basé sur l'idée d'évaluer une formule, et d'utiliser le résultat pour autre chose [3] . Tous les traitements sont faits en évaluant des expressions et en faisant appel à des fonctions, et l'exécution étape par étape n'est pas possible dans le paradigme fonctionnel. Le résultat d'un calcul sert de matière première pour le calcul suivant, et ainsi de suite, jusqu'à ce que toutes les fonctions aient produit un résultat. ML et Lisp sont des langages de programmation en paradigme fonctionnel. Python possède également des notions permettant de programmer dans ce paradigme.

Note: La récursivité est une technique naturellement associée au paradigme fonctionnel.

---

[3] , selon le modèle du lambda-calcul

14.3.3 Le paradigme logique

est basé sur l'idée de répondre à une question par des recherches sur un ensemble, en utilisant des axiomes, des demandes et des règles de déduction. L'exécution d'un programme est une cascade de recherche de données dans un ensemble, en faisant usage de règles de déduction. Les données obtenues, et associées à un autre ensemble de règles peuvent alors être utilisées dans le cadre d'une autre recherche. L'exécution du programme se fait par évaluation, le système effectue une recherche de toutes les affirmations qui, par déduction, correspondent à au moins un élément de l'ensemble. Le programmeur exprime les règles, et le système pilote le processus. Prolog est un langage de programmation en paradigme logique.

14.3.4 Dans le paradigme orienté objet,

chaque objet est une entité active, qui communique avec d'autres objets par échange de messages. Les échanges de message entre les objets simulent une évolution dans le temps d'un phénomène réel. Les procédures agissent sur les données et le tout est cloisonné dans des objets. Les objets sont groupés en classes ; les objets d'une même classe sont similaires. La programmation consiste à décrire les classes. Les classes sont organisées selon une structure hiérarchique où il y a de l'héritage: de nouveaux objets peuvent être créés sur la base d'objets existants. Ce paradigme a été développé pour parer aux limitations de son prédécesseur, le paradigme procédural, tout particulièrement avec les très grands programmes. Le paradigme orienté objet aide le programmeur à créer un modèle organisé du problème à traiter, et permet d'associer fortement les données avec les procédures. Simula, Smalltalk, C++ et Java sont des langages de programmation en paradigme orienté objet. Python possède également des notions permettant de programmer dans ce paradigme.

14.4 Histoire des langages de programmation

Note: Cette section résume succinctement *l'Histoire de l'informatique liée aux langages de programmation*. Les références données en début de chapitre sont intéressantes pour voir plus généralement l'Histoire de l'informatique et en particulier les aspects matériels ou principes mathématiques ou algorithmiques sous-jacents (ordinateurs, théorie de l'information et du codage, théorie des langages, théorie de la décidabilité et de la calculabilité, algorithmique, ...).

14.4.1 La préhistoire (avant 1940)

- 820 : Le mathématicien perse Al Khawarizmi publie à Bagdad un traité intitulé "Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison" qui, importé en Europe Occidentale lors des invasions arabes aura une grande influence sur le développement des mathématiques.

- En 1801, le métier Jacquard utilisait des trous dans des cartes perforées pour représenter les mouvements du bras du métier à tisser, et ainsi générer automatiquement des motifs décoratifs.
- 1840 : Collaboratrice de Babbage, Ada Lovelace, mathématicienne, définit le principe des itérations successives dans l'exécution d'une opération. En l'honneur du mathématicien perse Al Khawarizmi (820), elle nomme le processus logique d'exécution d'un programme : algorithme (déformation de Al Khawarizmi). Ada Lovelace a traduit le mémoire du mathématicien italien Luigi Menabrea sur la Machine analytique, la dernière machine proposée par Charles Babbage.
- 1854 : Boole publie un ouvrage dans lequel il démontre que tout processus logique peut être décomposé en une suite d'opérations logiques (ET, OU, NON) appliquées sur deux états (ZERO-UN, OUI-NON, VRAI-FAUX, OUVERT-FERME).
- 1887: Herman Hollerith a créé une machine à cartes perforées qui a servi au recensement de 1890.
- 1863-1895 : On peut également considérer les rouleaux en papier d'un pianola (piano mécanique) comme un programme limité à un domaine très particulier, quoique non destiné à être exploité par des humains.

14.4.2 Les années 1940

- 1943 : Le Plankalkül imaginé par Konrad Zuse (implémenté fin des années nonantes)
- 1943 : Le langage de programmation de l'ENIAC
- 1948 : Le langage machine du premier programme enregistré, i.e. le jeu d'instructions de la SSEM : première machine à programme enregistré.

Note: En 1945, un insecte coincé dans les circuits bloque le fonctionnement du calculateur Mark I. La mathématicienne Grace Murray Hopper décide alors que tout ce qui arrête le bon fonctionnement d'un programme s'appellera BUG.

Il faut noter que le terme BUG était déjà utilisé avant cela : Thomas Edison par exemple avait employé ce terme dans un courrier où il parlait de la mise au point problématique de l'une de ses inventions.

14.4.3 Les années 1950 et 1960

- 1950 : Invention de l'assembleur par Maurice V. Wilkes de l'université de Cambridge. Avant, la programmation s'effectuait directement en binaire.
- 1951 : Invention du premier compilateur A0 par Grace Murray Hopper qui permet de générer un programme binaire à partir d'un code source.

Les trois premiers langages de programmation modernes ont été conçus : 

- 1957 : FORTRAN (langage impératif), le traducteur de formules (FORmula TRANslator), inventé par John Backus et al. (voir exemple)

- 1958 : LISP (langage impératif et fonctionnel) , spécialisé dans le traitement des listes (LISt Processor), inventé par John McCarthy et al. (exemple: fonction factorielle)

- 1960 : COBOL (langage impératif), spécialisé dans la programmation d'application de gestion (COmmon Business Oriented Language), créé par le Short Range Committee dans lequel on retrouve entre autres Grace Hopper. (voir exemple)

Les descendants de ces trois langages sont actuellement encore très utilisés.

Une autre étape clé de ces années a été la publication à Zurich par une commission d'informaticiens européens et américains d'un nouveau langage permettant de décrire les problèmes de manière algorithmique : ALGOL (ALGorithmic Oriented Language). Le rapport, publié pour la première fois en 1958, fait la synthèse des principales idées circulant à l'époque, et propose deux innovations majeures :

- Structure en blocs imbriqués : le programme peut être structuré en morceaux de codes logiques sans avoir besoin de donner un nom explicite à ce bloc de code ; on pourrait rapprocher cette notion du paragraphe dans le monde littéraire.
- Notion de portée : un bloc peut manipuler des variables qui lui sont propres ; aucun code en dehors de ce bloc ne peut y accéder, et encore moins les manipuler.

La manière même dont le langage a été décrit est innovante en soi : la syntaxe du langage a été décrite de manière mathématique, en utilisant le métalangage BNF (Forme de Backus–Naur). Presque tous les langages à venir utiliseront une variante de cette notation BNF pour décrire leur syntaxe (ou au moins la sous-partie non-contextuelle de leur syntaxe).

Les idées essentielles d'Algol se retrouvent finalement dans Algol 68 :

- La syntaxe et la sémantique deviennent encore plus orthogonales, avec des procédures anonymes, un système de types récursifs, des fonctions d'ordre supérieur...

Niklaus Wirth abandonne alors la commission de conception d'Algol, et à partir de ses travaux sur Algol-W (pour Wirth) créera un langage plus simple, le Pascal.  Vue d'ensemble :

- 1951 - Regional Assembly Language
- 1952 - AUTOCODE
- 1955 - FLOW-MATIC, ou encore B-0 (Business Language version 0) [ancêtre de COBOL]
- 1957 - FORTRAN

- 1957 - COMTRAN (COMmercial TRANslator) [ancêtre de COBOL]
- 1958 - LISP
- 1958 - ALGOL 58
- 1959 - FACT (Fully Automated Compiling Technique) [ancêtre de COBOL]
- 1960 - COBOL
- 1962 - APL (A Programming Language)
- 1962 - Simula I (Simple universal language)
- 1964 - BASIC (Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code)
- 1964 - PL/I (Programming Language number 1) développé par IBM

14.4.4 1967 à 1978 : mise en place des paradigmes fondamentaux

Véritable foisonnement des langages de programmation. La plupart des paradigmes des principaux langages sont inventés durant cette période :

- Simula 67, inventé par Nygaard et Dahl comme sur-couche d'Algol 60, est le premier langage conçu pour pouvoir intégrer la programmation orientée objet.
- C, un des premiers langages de programmation système, est développé par Dennis Ritchie et Ken Thompson pour les laboratoires Bell entre 1969 et 1973.
- Smalltalk (milieu des années 1970) est l'un des premiers langages de programmation à disposer d'un environnement de développement intégré complètement graphique.
- Prolog (PROgrammation LOGique), défini en 1972 par Colmerauer, Roussel et Kowalski est le premier langage de programmation logique.
- ML (Meta Language) inventé par Robin Milner en 1973, construit sur un typage statique fort et polymorphe au-dessus de Lisp, pionnier du langage de programmation généraliste fonctionnel.

Chacun de ces langages a donné naissance à toute une famille de descendants, et la plupart des langues modernes comptent au moins l'un d'entre eux dans son ascendance.

Note: Les années 1960 et 1970 ont également été l'époque d'un considérable débat sur le bien-fondé de la programmation structurée, qui signifie essentiellement la programmation sans l'utilisation de GOTO (ou break). Ce débat a été étroitement lié à la conception de langages : certaines langages n'intégrant pas GOTO, beaucoup sont donc contraints d'utiliser la programmation structurée. Bien que ce débat eût fait rage à l'époque, désormais un très large consensus existe parmi les programmeurs : même dans des langages qui intègrent GOTO, utiliser cette instruction est devenu quasiment tabou, sauf dans de rares circonstances.

Voici une liste de quelques langages importants qui ont été développés au cours de cette période:

- 1967 - Simula

- 1970 - Pascal
- 1970 - Forth
- 1972 - C
- 1972 - Smalltalk
- 1972 - Prolog
- 1973 - ML
- 1978 - SQL (Structured Query Language), au départ seulement un langage de requêtes, puis étendu par la suite à la construction de programme procédural de type SQL/PSM, PL/SQL,...

14.4.5 Les années 1980 : consolidation, modules, performance

Années d'une relative consolidation.

- C++ combine la programmation système et orientée-objet.
- Le gouvernement des États-Unis normalise Ada, un langage de programmation système destiné à être utilisé par les sous-traitants de la défense.
- Au Japon et ailleurs, des sommes énormes ont été dépensées pour étudier ce qu'on appelle les langages de « cinquième génération » des langages qui intègrent la logique de construction des programmes.
- Les groupes de langages fonctionnels continuent à normaliser ML et Lisp ces idées élaborées et inventées pendant la décennie précédente plutôt que d'inventer de nouveaux modèles.

Tendances:

- utilisation de modules;
- adaptation à de nouveaux contextes (par exemple, les langages systèmes Argus et Emerald adaptés à la programmation orientée-objet pour les systèmes distribués);
- progrès dans la mise en oeuvre des langages de programmation (pour architectures RISC, améliorations de plus en plus agressive des techniques de compilation)

Voici une liste de quelques langages importants qui ont été développés au cours de cette période:

- 1983 - Ada
- 1983 - C++
- 1983 - LaTeX (édition de textes scientifiques)
- 1985 - Eiffel
- 1987 - Perl

14.4.6 Les années 1990

voient peu de nouveautés fondamentales apparaître. Au contraire, beaucoup d'idées anciennes sont combinées et portées à maturité, dans l'objectif principal d'augmenter la productivité du programmeur. Beaucoup de langages à « développement rapide d'application » (RAD : rapid application development) apparaissent. Ce sont souvent des descendants de langages plus anciens. Ils sont généralement orientés objet et fournis avec un environnement de développement intégré ainsi qu'avec un ramasse-miettes (garbage collector). C'est ainsi que sont apparus Object Pascal, Visual Basic et C#. Java est un langage orienté-objet qui implémente également le ramasse-miettes, et a été un important centre d'intérêt.

Les nouveaux langages de script ont une approche plus novatrice et aussi plus radicale. Ceux-ci ne descendent pas directement d'autres langages : ils présentent de nouvelles syntaxes et de nouvelles fonctionnalités leur sont incorporées de manière plus souple. Beaucoup considèrent que ces langages de script sont plus productifs que les langages RAD. Cependant, si les programmes les plus petits sont effectivement plus simples, on peut considérer que des programmes plus gros seront plus difficiles à mettre en oeuvre et à maintenir. En dépit de ces raisons, les langages de script sont devenus les plus utilisés dans un contexte Web.

Voici une liste de quelques langages importants qui ont été développés au cours de cette période:

- 1990 - Haskell
- 1991 - Python
- 1991 - Visual Basic
- 1991 - HTML (Mark-up Language)
- 1993 - Ruby
- 1993 - Lua
- 1995 - Java
- 1995 - Delphi (Object Pascal)
- 1995 - JavaScript
- 1995 - PHP

14.4.7 Les années 2000

L'évolution des langages de programmation continue, à la fois dans l'industrie et la recherche. Quelques tendances actuelles:

- Ajout de sécurité et de sûreté, notamment dans la vérification du langage (analyse statique de programmes), dans le contrôle du flux d'information (format des entrées/sorties) et dans la protection lors de l'exécution de threads simultanés (threadsafe).
- Nouveaux concepts concernant la modularité : les mixin, la délégation, la programmation orientée aspect.
- Le développement orienté composant.

- La métaprogrammation, et en particulier la réflexivité ou la manipulation de l'arbre syntaxique abstrait.
- Concentration sur la distribution et la mobilité.
- Intégration avec les bases de données, en particulier les bases de données relationnelles et XML.
- Internationalisation avec le support de l'Unicode dans le code source : possibilité d'utiliser des caractères spéciaux (autres que ASCII) dans le code source.
- Utilisation généralisée d'XML, notamment pour les interfaces graphiques (XUL, XAML).
- Langages massivement parallèles

Voici une liste de quelques langages importants qui ont été développés au cours de cette période:

- 2000 - ActionScript
- 2001 - C#
- 2001 - Visual Basic .NET
- 2002 - F#
- 2003 - Groovy
- 2003 - Scala
- 2003 - Factor
- 2007 - Clojure
- 2009 - Go
- 2011 - Dart

14.4.8 Personnalités importantes dans l'histoire des langages de programmation

- John Backus, inventeur de Fortran.
- John McCarthy, inventeur de LISP.
- Alan Cooper, développeur de Visual Basic.
- Ole-Johan Dahl, co-créateur du langage Simula et de la programmation orientée objet.
- Edsger Dijkstra, inventeur de l'algorithme de chemin le plus court qui porte son nom. Il avait une aversion de l'instruction GOTO en programmation et publia un article à ce sujet "Go To Statement Considered Harmful" en 1968. Inventeur du langage Algol.
- James Gosling, développeur de Oak, précurseur de Java.
- Tony (C.A.R.) Hoare, inventeur du QuickSort, de la logique de Hoare, du langage de spécification CSP (qui a inspiré le langage Occam) et de la notion de moniteur.

- Grace Hopper conceptrice du premier compilateur en 1951 (A-0 System) et du langage COBOL.
- Anders Hejlsberg, développeur de Turbo Pascal et C#.
- Joseph-Marie Jacquard, inventeur de la programmation par carte perforée des métiers à tisser.
- Kenneth E. Iverson, développeur de APL.
- Donald Knuth, inventeur de TeX, et de nombreux travaux sur la complexité et l'analyse syntaxique LR(k), la programmation lettrée....
- Alan Kay, précurseur de la programmation orientée objet et à l'origine de Smalltalk.
- Brian Kernighan, co-auteur du premier livre sur le langage C avec Dennis Ritchie, co-auteur des langages AWK et AMPL.
- Leslie Lamport, LaTeX, algorithmes distribués.
- Ada Lovelace, première programmeuse au monde (a donné son prénom au langage ADA)
- Yukihiro Matsumoto, créateur de Ruby.
- Bertrand Meyer, inventeur de Eiffel.
- Robin Milner, inventeur de ML, de LCF (le premier système de démonstration automatique de théorèmes) et le langage de spécification de processus concurrents CCS (calculus of communicating systems) et son successeur, le pi-calcul.
- John von Neumann, inventeur du concept de système d'exploitation.
- Kristen Nygaard, co-créateur du langage Simula et de la programmation orientée objet.
- Martin Odersky, créateur de Scala.
- Dennis Ritchie, inventeur du langage C.
- Guido van Rossum, créateur de Python.
- Bjarne Stroustrup, développeur de C++.
- Ken Thompson, inventeur de Unix.
- Larry Wall, créateur de Perl et Perl 6
- Niklaus Wirth inventeur de Pascal et Modula.

CHAPTER

FIFTEEN

RÈGLES DE BONNES PRATIQUES POUR ENCODER EN PYTHON

15.1 PEP

Les recommandations et améliorations pour le langage **Python** sont répertoriées dans des documents appelés PEPs (Python Enhancement Proposals) sur le site officiel https://www.python.org. Chaque PEP porte un numéro. Le PEP 20 résume les 20 aphorismes (dont seulement 19 ont été rédigés) utilisés par Guido van Rossum, le BDFL (Benevolent Dictator for Life) Python pour concevoir le langage lui-même.

Voici son contenu

15.1.1 PEP 20: The Zen of Python

- Beautiful is better than ugly.
- Explicit is better than implicit.
- Simple is better than complex.
- Complex is better than complicated.
- Flat is better than nested.
- Sparse is better than dense.
- Readability counts.
- Special cases aren't special enough to break the rules.
- Although practicality beats purity.
- Errors should never pass silently.
- Unless explicitly silenced.
- In the face of ambiguity, refuse the temptation to guess.
- There should be one– and preferably only one –obvious way to do it.
- Although that way may not be obvious at first unless you're Dutch.

- Now is better than never.
- Although never is often better than *right* now.
- If the implementation is hard to explain, it's a bad idea.
- If the implementation is easy to explain, it may be a good idea.
- Namespaces are one honking great idea – let's do more of those!

Note: Lors de vos sessions de codage Python, en cas de doute, vous pouvez faire

```
>>> import this
```

qui vous rappelera le contenu du PEP 20.

Le PEP 8 donne plus concrètement le `style` conseillé pour coder en Python, c'est-à-dire, l'ensemble des conventions d'écriture et de façon de structurer le code, non obligatoires pour qu'un programme soit correct et efficace mais permettant d'en optimiser sa lisibilité et sa compréhension. PEP 8 recommande d'utiliser un style de façon `consistante` c'est-à-dire de garder le même style tout au long du code, sauf quand le respect de ce style nuit à la lisibilité.

> **Warning:** Règle de bonne pratique
> Suivre les recommandations faites dans PEP 8

Dans ce qui suit nous reprenons les recommandations qui nous semble les plus importantes.

15.2 Convention de codage

15.2.1 Indentation

La règle simple est d'ajouter 4 caractères pour chaque nouvelle indentation. Ne pas utiliser de tabulation.

15.2.2 Lignes de continuation

Les lignes doivent avoir moins de 79 caractères (72 pour les **Doscstrings**). Les blocs de texte plus longs s'écrivent sur plusieurs lignes. Il se peut que le caractère de `continuation` backslash (' \ ') soit nécessaire, même si la plupart du temps il peut être évité.

Note: Exemple où le backslash est nécessaire pour continuer le bloc sur plusieurs lignes

```
x = "ceci est un long texte" + \
    "qui prend plus d'une ligne"
```

Warning: Bonnes pratiques
Par ordre de préférence:

```
# Aligned with opening delimiter.
foo = long_function_name(var_one, var_two,
                         var_three, var_four)

# More indentation included to distinguish this from the rest.
def long_function_name(
        var_one, var_two, var_three,
        var_four):
    print(var_one)

# Hanging indents should add a level.
foo = long_function_name(
    var_one, var_two,
    var_three, var_four)
```

Pour les listes:

Warning: Bonnes pratiques

```
my_list = [
    1, 2, 3,
    4, 5, 6,
    ]
result = some_function_that_takes_arguments(
    'a', 'b', 'c',
    'd', 'e', 'f',
    )
```

15.2.3 Lignes blanches

On peut de façon parcimonieuse, mettre une ligne blanche pour séparer des groupes de fonctions qui ne sont pas logiquement liées ou pour mettre en évidence une nouvelle partie dans une fonction.

15.2.4 Espaces

Pas d'espace juste après une parenthèse ouvrante ou avant une parenthèse fermante. espace après une virgule.

Warning: Bonnes pratiques

```
spam(ham[1], {eggs: 2})

if x == 4:
   print(x, y)
   x, y = y, x
spam(1)
dict['key'] = list[index]
x = 1
y = 2
long_variable = 3
```

15.3 Règles de bonnes pratiques pour concevoir un programme

Nous avons rédigé un document qui tient sur une page, et disponible ici, reprenant un ensemble de recommandations que nous voulons donner au programmeur débutant. Le texte de ce document est repris ci-dessous.

15.3.1 Traduction d'un problème en programme

Analysez le problème

- Identifiez clairement ce que sont les *données fournies*, ainsi que les *résultats et types* attendus à l'issue du traitement.
- Formalisez une *démarche générale de résolution* par une séquence d'opérations simples.
- Vérifiez que vous *envisagez tous les cas* de figures (en particuliers les cas *limites*).

Découpez votre problème en fonctions

- Chaque fonction doit réaliser **une** tâche clairement identifiée.
- Limitez les fonctions à *15 lignes* maximum, sauf dans des cas exceptionnels.
- *Eviter la redondance* dans le code (copier/coller). Si cela arrive, c'est qu'il manque soit une fonction, soit une boucle, soit que des tests conditionnels peuvent être regroupés.
- N'utilisez *pas de variables globales*.
- Veillez à ce que tous les paramètres et variables d'une fonction soient *utilisés* dans cette fonction.
- Pour une fonction qui renvoie un résultat, organisez le code pour qu'il ne contienne qu'‘un seul *return*, placé comme dernière instruction de la fonction.

- Ne modifiez pas les *paramètres*. Exemple: si vous recevez une borne inférieure *first* et une supérieure *last* et que vous devez itérer de la première à la dernière, n'incrémentez pas *first* dans la boucle, car la signification n'en serait plus claire; créez plutôt une variable locale *pos* initialisée à *first*.
- Sauf si la fonction a comme but de modifier la (structure de) données reçue en paramètre; dans ce cas la fonction ne renvoie pas de valeur.

Testez le code au fur et à mesure du développement

- Créez des *scénarios de test*, pour lesquels vous choisissez les données fournies et vous vérifiez que le résultat de la fonction est conforme à ce que vous attendez.
- Vérifiez les cas particuliers et les *conditions aux limites*. Exemple: pour le calcul d'une racine carrée, que se passe-t-il lorsque le paramètre est un nombre négatif?

15.3.2 Programmation

Style de programmation

- Utilisez la forme raccourcie *if(is_leap_year(2008))* plutôt que la forme équivalente *if(is_leap_year(2008) == true)*
- **Utilisez la forme *return expression_bool* plutôt que la forme équivalente**

```
if expression bool : # Code à proscire !!
    res = true
else:
    res = false
return res
```

- N'exécutez pas plusieurs fois une fonction alors qu'une exécution suffit en retenant le résultat.
- Précisez le domaine de validité des paramètres et gérez les erreurs éventuelles avec des exceptions.
- N'utiliser pas les exceptions pour faire des tests liés à l'algorithme et non à la gestion des erreurs.

Quelques erreurs classiques

- Vous essayez d'utiliser une variable avant de l'avoir *initialisée*.
- L'*alignement des blocs* de code n'est pas respecté.
- Vous oubliez de fermer un fichier que vous avez ouvert.

15.3.3 Nommage de variables, fonctions, *etc.*

Utilisez une convention de nommage

- *joined_lower* pour les *variables* (attributs), et *fonctions* (méthodes)
- *ALL_CAPS* pour les *constantes*
- *StudlyCaps* pour les *classes*

Choisissez bien les noms

- Donner des noms de variables qui expriment leur contenu, des noms de fonctions qui expriment ce qu'elles font (cf. règles de nommage ci-dessus).
- Codez si possible en *anglais*.
- Évitez les noms trop proches les uns des autres.
- Utilisez aussi systématiquement que possible les mêmes genres de noms de variables. Exemples: *i*, *j*, *k* pour des indices, *x*, *y*, *z* pour les coordonnées, *max_length* pour une variable, *is_even()* pour une fonction, etc.

15.3.4 Documentation du code

Soignez la clarté de votre code

... c'est la première source de documentation.

- Utilisez les *docstrings* dans chaque fonction pour : (1) brièvement décrire ce que fait la fonction, **pas comment elle le fait**, et préciser ses entrées et sorties, (2) décrire les arguments des fonctions.
- Soignez les indentations (2 à 4 espaces chacune) et à la gestion des espaces et des lignes blanches.
- Il faut commenter le code à bon escient et avec parcimonie. Évitez d'indiquer le *fonctionnement* du code dans les commentaires. Exemples: Avant l'instruction *for car in line:*, ne pas indiquer qu'on va boucler sur tous les caractères de la *line*....
- Évitez de paraphraser le code. N'utilisez les commentaires que lorsque la fonction d'un bout de code est difficile à comprendre.

15.3.5 Derniers conseils

N'hésitez pas à consulter les manuels sur internet (et autres sources de documentation) pour résoudre vos problèmes concrets.

CHAPTER

SIXTEEN

GLOSSAIRE

__main__ le module __main__ est le module par défaut

algorithme séquence d'étapes précises et non ambiguës pouvant être exécutées de façon automatique

appel de fonction instruction qui exécute une fonction. Elle consiste en le nom de la fonction suivi par une liste d'arguments entre parenthèses.

argument valeur fournie à une fonction quand une fonction est appelée. Cette valeur est assignée au paramètre correspondant dans le corps fonction.

assignation instruction qui assigne une valeur à une variable (variable = valeur)

boucle infinie une boucle dont la condition de fin n'est jamais satisfaite.

bug une erreur dans un programme

chaîne vide chaîne sans caractère et de longueur 0, représentée par deux apostrophes.

chemin chaîne de caractères qui identifie un fichier.

chemin absolu chemin qui commence au répertoire du plus haut niveau du système.

chemin relatif chemin qui commence depuis le répertoire courant.

code source un programme écrit en langage de haut niveau avant sa compilation ou son interprétation

commentaire information dans un programme destinée au lecteur du code source et qui n'a pas d'effet sur l'exécution du programme

compiler traduire un programme écrit dans un langage de haut niveau en un langage de bas niveau en une fois, en vue de sa future exécution

concaténer joindre bout à bout des chaînes de caractères

condition expression booléenne dans une instruction conditionnelle qui détermine quelle branche doit être exécutée

conditions chaînées instruction conditionnelle avec une série de branches alternatives

conditions imbriquées instruction conditionnelle qui apparaît à l'intérieur d'une autre instruction conditionnelle

constante valeur qui ne peut être modifiée, par opposition aux variables

corps d'une fonction (body) séquence d'instructions dans une définition de fonction.

deboguer le processus d'identification et de correction des 3 types d'erreurs de programmation

décrémenter mettre à jour une variable en diminuant sa valeur (souvent de -1).

définition de fonction instruction qui créée une nouvelle fonction, spécifie son nom, ses paramètres, et les instructions qu'elle doit exécuter.

diagramme d'état représentation graphique d'un ensemble de variables et des valeurs qu'elles réfèrent

dictionnaire séquence mutable de paires "clef-valeur".

division entière opération qui divise deux nombres entiers et retourne un entier (uniquement la partie entière du résultat)

docstring commentaire multiligne placé au début du corps d'une fonction, destiné à sa documentation.

en-tête d'une fonction (header) la première ligne de la définition d'une fonction (def, nom de la fonction, liste d'arguments, caractère "deux points").

erreur de syntaxe une violation des règles d'écriture dans un programme qui le rend impossible à interpréter ou à compiler

erreur sémantique une erreur dans un programme qui fait que quelque chose de différent de ce que le programmeur voulait réaliser se produit

exception une erreur détectée pendant l'exécution du programme

exécutable un programme après compilation, prêt à être exécuté

expression combinaison de variables, d'opérateurs et de valeurs et dont le résultat est une valeur

expression booléenne expression qui retourne soit vrai (True), soit faux (False)

élément (item) une des valeurs d'une séquence.

évaluer simplifier une expression en appliquant les opérations dans le but d'obtenir la valeur résultat

fichier texte séquence de caractères stockée dans un support permanent (disque dur, CD-ROM, etc.).

flot d'exécution ordre dans lequel les instructions sont exécutées dans un programme.

fonction séquence d'instructions qui possède un nom. Les fonctions peuvent prendre des arguments (ou pas) et peuvent retourner une valeur (ou pas : retourne None).

hachable proprété d'un type immuable lui permettant d'être converti de manière déterministe en un nombre entier.

immuable propriété d'une séquence dont les éléments ne peuvent être assignés.

import instruction qui lit un module et crée un objet module.

incrémenter mettre à jour une variable en augmentant sa valeur (souvent de 1).

instruction morceau du code qui représente une commande ou une action

instruction conditionnelle instruction qui contrôle le flot d'exécution en fonction de certaines conditions

interpréter exécuter un programme écrit dans un langage de haut niveau en le traduisant pas à pas

introspection capacité d'un programme à examiner son propre état

introspection particularité du langage Python qui lui permet de s'auto-explorer.

itération (ou boucle) exécution répétée d'un ensemble d'instructions.

lancer (une exception) on lance une exception quand quelque chose d'exceptionnel se produit, via l'instruction raise.

langage de bas niveau un langage exécutable par un ordinateur (aussi appelé langage machine ou assembleur)

langage de haut niveau un langage comme *Python* facile à lire et écrire pour l'humain

langage impératif langage (de programmation) où un programme est formé explicitement d'instructions que l'ordinateur doit exécuter étape par étape. Il est basé sur le principe de la machine de Von Neumann.

littéral constante dont la représentation est donnée explicitement (exemple: `3` `3.14`, `'bonjour'`)

méthode fonction qui est associée à un objet et qui est invoquée en utilisant la notation point.

mode interactif une manière d'utiliser Python en tapant les instructions via le prompt

mode script une manière d'utiliser Python en lisant les instructions depuis un fichier

module fichier qui contient une collections de fonctions et d'autres définitions.

mot-clé mot reservé et utilisé par le langage Python pour parser un programme; on ne peut pas utiliser les mots-clef comme nom de variables

notation point (dot notation) syntaxe pour appeler une fonction ou utiliser une variable définie dans un module en spécifiant le nom du module suivi d'un point, et du nom de la fonction ou de la variable. Permet également d'accéder aux attributs d'un objet fonction ou d'un objet module.

objet quelque chose qu'une variable peut référer. Pour le moment, un objet est une *valeur* qui possède des attributs et des méthodes.

objet fonction valeur créée par la définition d'une fonction. Le nom de la fonction est une variable qui réfère à un objet fonction.

objet module valeur crée par une instruction import et qui fournit un accès aux valeurs et fonctions définies dans le module.

opérande une des valeurs sur lesquelles un opérateur s'applique

opérateur symbole spécial qui représente une opération simple comme l'addition, la multiplication ou la concaténation de chaînes de caractères

opérateur de comparaison un des opérateurs qui comparent ses opérandes : ==, !=, <, >, <= et >=.

opérateur logique un des opérateurs qui combinent des expressions booléennes : and, or et not.

paramètre variable utilisée à l'intérieur d'une fonction qui réfère à la valeur passée en argument.

parser examiner un programme et analyser sa structure syntaxique

portabilité le fait qu'un programme puisse être exécuté sur plus d'une sorte d'ordinateurs

portée (scope) la portée d'une variable est la zone du programme dans laquelle elle est disponible. La portée d'une variable locale ou d'un paramètre est limitée à sa fonction.

postcondition condition qu'un code ou une fonction garantit si l'ensemble des préconditions sont respectées (= la validité de son résultat)

précondition condition que le code ou la fonction suppose vraie pour les entrées, avant d'exécuter son travail

print instruction qui ordonne à l'interpréteur Python d'afficher une valeur à l'écran

programme séquence d'instructions écrites dans un langage de programmation particulier et qui spécifie comment réaliser un calcul ou une tâche

prompt les caractères >>> qui indiquent que l'interpréteur est prêt à recevoir des instructions

rattraper (une exception) on rattrape une exception dans une clause `except`, pour y exécuter du code spécifique.

règles de précédence ensemble de règles définissant l'ordre dans lequel les expressions impliquant plusieurs opérateurs et opérandes sont évaluées

répertoire (dossier) un répertoire possède son propre nom et contient une collection de fichiers ou d'autres répertoires.

résolution de problème processus de formulation d'un problème (spécification), trouver une solution et exprimer la solution

script un programme stocké dans un fichier (en vue d'être interprété)

sémantique la signification (la logique, le sens) d'un programme

séquence ensemble ordonné, c'est-à-dire un ensemble de valeurs où chaque valeur est identifiée par un index entier.

syntaxe la structure et les règles d'un langage de programmation

traceback liste de fonctions qui sont exéctuées, affichées quand une exception se produit.

tranche (slice) partie d'une chaîne spécifiée par un intervalle d'indice s.

type classe de valeurs (exemple: entiers (int), réels (float), chaînes de caractères (str))

valeur unité élémentaire de données, comme un nombre ou une chaîne de caractères, qu'un programme manipule

valeur de retour le résultat d'une fonction. Si un appel de fonction est utilisé comme une expression, sa valeur de retour est la valeur de l'expression.

variable nom qui réfère à une valeur

variable locale variable définie à l'intérieur d'une fonction. Une variable locale ne peut être utilisée qu'à l'intérieur de sa fonction.

CHAPTER

SEVENTEEN

AIDE-MÉMOIRE *PYTHON 3.2* - (VERSION OCTOBRE 2012)

17.1 Fonctions

- int(x) : convertit x, de type float ou str, en entier
- float(x) : convertit x, int ou str, en réel
- str(x) : convertit x, int ou float, en str
- list(x) : convertit x en list
- tuple(x) : convertit x en tuple
- help(x) : aide sur x
- dir(x) : liste des attributs de x
- type(x) : type de x
- print ... : imprime
- input(x) : imprime le string x et lit le string qui est introduit au clavier
- round(x) : valeur arrondie du float x
- len(s) : longueur de la séquence s
- range([start], stop, [step]) : retourne une suite arithmétique d'entiers

17.2 Modules

- math : accès aux constantes et fonctions mathématique (pi, sin(), sqrt(x), exp(x),floor(x) (valeur plancher), ceil(x) (valeur plafond), ...) : exemple: math.ceil(x)

- copy: copy(s), deepcopy(s): *shallow* et *deepcopy* de s
- pickle:
  - dumps(v) : transforme v en une représentation,
  - loads(r) : reconstitue l'objet
  - dump(v,f) : transforme et écrit dans le fichier f
  - load(f) : reconstitue à partir de la représentation lue de f
- shelve
  - db = open() : créer un fichier comme objet de type shelve
  - db.close() : fermeture

17.3 Opérations et méthodes sur les séquences (str, list, tuples)

- min(s),max(s): élément minimum, maximum
- sum(s): (ne fonctionne pas pour les string): somme de tous les éléments (valeur numérique)
- s.index(value, [start, [stop]]) : premier indice de value dans s[start:stop]
- s.count(sub [,start [,end]]) : le nombre d'occurrences sans chevauchement de sub dans s[start:end]
- map(f,s) : créer une liste où chaque élément i de s est remplacé par f(i)
- filter(f,s) : créer une séquence du même type que s avec les éléments i de s tel que f(i) ou i.f() est vrai
- reduce(f,s) : applique f() deux à deux aux éléments consécutifs de s (de gauche à droite) et renvoie le résultat

17.4 Méthodes sur les str

- s.lower() : string avec caractères en minuscule
- s.upper() : string avec caractères en majuscule
- s.islower(), s.isdigit(), s.isalnum(),s.isalpha(), s.isupper(): vrai si dans s on a (respectivement) des minuscules, des chiffres, des car. alphanumériques, alphabétiques, majuscules
- s.find(sub [,start [,end]]) : premier indice de s où le sous string sub est trouvé dans s[start:end]
- s.replace(old, new[, co]) : retourne une copie de s en remplaçant toutes les (ou les co premières) occurrences de old par new.

- s.format(...) : sert au formatage (en particulier) d'output
- s.capitalize() : met la première lettre en majuscule
- s.strip() : copie de s en retirant les *blancs* en début et fin
- s.join(t) : créer un str qui est le résultat de la concaténation des éléments de t chacun séparé par le str s
- s.split([sep [,maxsplit]) : renvoie une liste d'éléments séparés dans s par le caractère sep (par défaut *blanc*); au max maxsplit séparations sont faites

17.5 Opérateurs et méthodes sur les listes s

- s.append(v) : ajoute un élément valant v à la fin de la liste
- s.extend(s2) : rajoute à s tous les éléments de la liste s2
- s.insert(i,v) : insert l'objet v à l'indice i
- s.pop() : supprime le dernier élément de la liste et retourne l' 'élément supprimé
- s.remove(v) : supprime la première valeur v dans s
- s.reverse() : retourne la liste, le premier et dernier élément échange leurs places, le second et l'avant dernier, et ainsi de suite
- s.sort(cmp=None, key=None, reverse=False) : trie s
- del s[i], del s[i:j] : supprime un ou des éléments de s
- zip (a,b,c): construit une liste de des triples dont le ième élément reprend le ième élément de chaque séquence a,b,c
- it=iter(s) : créé un itérateur
- it.next() : élément suivant de l'itérateur s'il existe, exception StopIteration sinon

17.6 Méthodes sur les dict

- d.clear() : supprime tous les éléments de d
- d.copy() : *shallow* copie de d
- {}.fromkeys(s,v) : créée un dict avec les clés de s et valeur v
- d.get(k [,v]) : renvoie la valeur d[k] si elle existe v sinon
- d.items() : liste des items (k,v) de d
- d.keys() : liste des clés
- d.pop(k [,v]) : enlève d[k] et renvoie sa valeur ou v
- d.popitem() : supprimer un item (k,v) et retourne l'item sous forme de tuple

- d.setdefault(k [,v]) : d[k] si elle existe sinon v et rajoute d[k]=v
- d.update(s) : s est une liste de tuples que l'on rajoute à d
- d.values() : liste des valeurs de d

17.7 Méthodes sur les fichiers

- f=open('fichier') : ouvre 'fichier' en lecture
- f=open('fichier','w') : ouvre 'fichier' en écriture
- f=open('fichier','a') : ouvre 'fichier' en écriture en rajoutant après les données déjà présentes
- f.read() : retourne le contenu du fichier f
- f.readline() : lit une ligne
- f.readlines() : renvoie la liste des lignes de f
- f.write(s) : écrit la chaîne de caractères s dans le fichier f
- f.close() : ferme f

17.8 Exceptions

- ```
  try:
    ...
  raise ...
    ...
  except:
    ...
  else:
    ...
  finally:
    ...
  ```
  ```

INDEX

N

O

P

R

S

T

V