

# **ParkCap un modèle offre-demande de choix d'itinéraire et de stationnement dans un territoire urbain**

## **5.1 Introduction**

Le stationnement est un point d'ancrage indispensable à tout déplacement motorisé. En milieu urbain dense, l'offre locale de places est souvent limitée en quantité et la demande est diffuse dans l'espace et dans le temps et exerce une forte pression. Une pénurie locale de stationnement se traduit par des parcours additionnels de recherche de stationnement sur le réseau routier. Ce phénomène de circuitage détériore les conditions de trafic et amplifie la congestion routière et les émissions de polluants. Pour l'utilisateur, les choix de stationnement sont souvent caractérisés par de fortes incertitudes. L'indisponibilité immédiate de places à proximité du lieu de destination finale induit un allongement du temps de parcours et ainsi une augmentation du coût généralisé de déplacement. À cet égard, Shoup (2006) a montré, à partir d'une étude comparative des résultats d'enquêtes menées entre 1927 et 2001, que la part du trafic de recherche de stationnement sur le réseau varie entre 8% et 74%, en milieu urbain dense. Selon la même étude, le temps de recherche moyen est compris entre 3,5 minutes et 14 minutes. Selon une étude d'Axhausen et al., (1994), la recherche de

stationnement peut atteindre jusqu'à 40 % du temps total de déplacement, durant les heures de pointe. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la modélisation des choix de place et de recherche de stationnement en interaction avec la circulation sur le réseau routier.

### ***Revue de littérature***

La modélisation des choix de stationnement des usagers a suscité l'intérêt des chercheurs depuis le début des années 1970. La littérature scientifique fourmille de modèles relevant de différentes approches et disciplines. Trois grandes familles de modèles peuvent être distinguées. Nous les caractérisons selon leur considération de l'espace, leur représentation de l'offre et leur caractérisation de la demande.

La première famille englobe les modèles comportementaux de stationnement qui traitent explicitement les problématiques de choix de type et/ou de localisation des places (Ergun, 1971 ; Austin, 1973 ; Axhausen, 1988 ; Hunt et Temply, 1993 ; Hess et Polak ; 2004) ou en relation avec le choix du mode de déplacement (Gillen, 1978, Gantvoort, 1984, Axhausen et Polak, 1991 ; Bradley et *al.*, 1993 ; Hensher et King, 2001). Relevant de la théorie des choix discrets, ces modèles visent à expliquer le choix des usagers en fonction d'un ensemble d'attributs (de stationnement dont le coût de marche terminal, de déplacement dont le temps de parcours et le temps de recherche, et socio-économiques et de préférences individuelles) de manière déterministe en adoptant les hypothèses de l'information parfaite et de la rationalité économique de l'utilisateur. Dans la plupart de ces modèles, le temps de recherche de places est négligé ou bien considéré de manière simplifiée ou comme variable exogène, indépendamment des états d'occupation effective de l'offre. Différentes spécifications et hypothèses du terme aléatoire sont possibles, mais le logit et le logit hiérarchique sont les plus répandus (Van der Goot, 1982 ; Hunt, 1988 ; Axhausen et Polak ,1991 ; Hunt et Temply, 1993 ; Lambe, 1996). Les modèles comportementaux reposent souvent sur des études empiriques telles que les enquêtes de préférences déclarées. Bien qu'ils permettent de reproduire de manière satisfaisante les comportements de choix de stationnement, ces modèles ne sont pas très adaptés pour modéliser la stochasticité liée à l'incertitude de trouver une place libre ni pour évaluer l'effet spatial du report de stationnement sur les conditions locales de circulation. Ceci est dû à une représentation spatiale agrégée de l'aire d'étude et à l'absence de considération de la structure du réseau routier et des caractéristiques physiques et de remplissage dynamique de l'offre de places.

La modélisation des comportements de recherche de stationnement constitue un champ de recherche plus récent. Thompson et Richardson (1998) ont adopté une approche microscopique pour simuler les choix de stationnement et d'itinéraire avec une prise en compte explicite du réseau, de la capacité, de l'occupation des parcs, de la taille de la file d'attente et de la perception subjective des valeurs du temps par les usagers. Des travaux plus récents ont été dédiés à la formulation d'un cadre théorique de processus de recherche de stationnement. C'est le cas du travail de Kaplan et Bekhor (2011) qui ont examiné les décisions conjointes de choix de type de place et d'itinéraire de recherche de stationnement sur le réseau. Cette recherche repose sur l'utilisation des données GPS de la ville de Tel-Aviv.

La deuxième famille des modèles de stationnement relève de la simulation microscopique du trafic. Elle concerne principalement les modèles de types multi-agents qui traitent les interactions spatio-temporelles entre l'offre et la demande de stationnement en lien avec la circulation sur le réseau routier. C'est le cas des modèles Parkagent (Benenson *et al.*, 2008), Sustapark (Dieussaert *et al.*, 2009), Matsim (Horni *et al.*, 2011 et 2012 ; Waraich et Axhausen , 2012), et Transims (Guo *et al.*, 2013). Avec une représentation explicite et fine de l'espace, ces modèles se distinguent par leur haute résolution géographique des infrastructures concernant à la fois la structure du réseau routier, la localisation précise des parkings et la localisation explicite des destinations finales au sein de l'aire d'étude. Chaque agent dispose d'une destination spécifique et le comportement individuel de l'utilisateur est traité comme un processus séquentiel. La recherche de stationnement constitue l'une des étapes de ce processus, elle s'effectue selon des règles préétablies. Différentes stratégies de recherche sont possibles pour chaque agent. Ces stratégies obéissent à la théorie de maximisation de l'utilité. Dans ce type de modèles, la notion de point de départ de la recherche (search start point) est une caractéristique clé qui marque l'interface entre l'accès principal et la recherche locale de stationnement.

À travers le modèle Parkagent, Benenson *et al.*, (2008) et Levy *et al.*, (2013) ont étudié l'effet d'un parking additionnel sur la situation du stationnement dans une aire résidentielle (avec une application à un quartier de Tel-Aviv)<sup>151</sup>. Chaque agent évalue la disponibilité de places de stationnement à chaque étape comportementale et décide de se garer ou de continuer son parcours en prenant en compte un ensemble de paramètres. Les auteurs définissent une aire de recherche de stationnement de 250 mètres autour de la destination et différencient les stratégies de recherche d'une place avant d'atteindre la destination et après l'avoir dépassé. La durée maximale de recherche de places est limitée à 10 minutes. Si au bout de ce temps l'utilisateur ne trouve pas de place libre, il se dirige vers une place payante hors voirie. Dieussaert *et al.*, (2009) ont proposé un modèle qui simule les choix de stationnement et ses effets sur le trafic routier (le modèle Sustapark). Chaque agent a un programme journalier et interagit avec les autres agents. La recherche de stationnement est caractérisée par une fonction de désutilité qui croît en fonction de l'augmentation du temps de circuitage sur le réseau. Bien qu'ils traitent explicitement l'occupation des parkings et ses effets sur le temps de recherche de stationnement, ces deux modèles ne permettent pas de caractériser l'effet d'un manque de places de stationnement sur le trafic. Autrement dit, ils ne simulent pas l'impact du circuitage sur les temps de parcours sur les arcs du réseau. Le modèle Matsim (Waraich et Axhausen, 2012) permet de surmonter cette limitation. Il adopte cependant une résolution spatiale moins détaillée que les deux modèles précités. La notion d'itinéraire de recherche (search path) est explicitement considérée pour caractériser le circuitage sur le réseau. Dans cette même veine, Guo *et al.*, (2013) ont proposé un modèle de simulation des choix de stationnement dans un campus universitaire qui quantifie les coûts environnementaux associés à la circulation de recherche de stationnement. L'utilisateur essaye d'abord de trouver une place dans son parking préféré. En cas d'échec, le processus de recherche démarre et continue jusqu'à

---

<sup>151</sup> Dans Benenson *et al.*, (2008), le processus comportemental de l'utilisateur se présente comme suit : (i) conduire vers la destination en estimant l'occupation des parkings, (ii) chercher une place avant d'atteindre la destination, (iii) chercher une place après avoir dépassé la destination, (iv) trouver une place et se garer, et enfin (v) quitter le parking et le système.

trouver une place libre. À chaque parking est associée une fonction d'utilité définie en fonction de la distance entre ce lot et la destination finale et sa capacité physique. Le processus de recherche est modélisé à l'aide d'un modèle théorique de capacité séquentielle néo-additive qui caractérise les attitudes optimistes et pessimistes des conducteurs concernant la disponibilité immédiate de stationnement dans le lot souhaité. Tous ces modèles adoptent l'hypothèse d'une connaissance parfaite de l'offre de stationnement et ils permettent de capturer l'hétérogénéité de la demande et de représenter différents types d'offre. En revanche, leur applicabilité à de grands réseaux est délicate. Elle nécessite un grand travail de programmation informatique et implique de disposer des données à forte résolution spatio-temporelle. Les enquêtes sont indispensables pour les calibrer même si certaines recherches ont tenté d'utiliser les données de type GPS qui permettent de décrire les comportements de recherche dans le temps et en termes de localisation (tels que Montini *et al.*, 2012 ; Van der Waerden *et al.*, 2012).

La troisième famille des modèles de stationnement relève de l'affectation macroscopique du trafic sur le réseau. Ces modèles considèrent explicitement le choix de stationnement en lien avec les choix d'itinéraire dans un cadre d'équilibre. Florian et Los (1980) ont proposé un modèle de maximisation de l'entropie pour prévoir l'occupation des P+R et la distribution des véhicules entre les zones d'origines et lieux de stationnement, en considérant les limites de capacités des parkings. Nour Eldin *et al.*, (1981) ont traité l'équilibre conjoint de trafic et de stationnement par une procédure d'affectation incrémentale. La structure standard du réseau est transformée par l'ajout de nouveaux arcs à capacité finie pour représenter les options de stationnement. Ce modèle considère le temps de recherche de stationnement à l'intérieur du lot comme une fonction de coût inversement proportionnelle à la capacité du lot divisé par le volume de demande (1-flux/capacité). Différentes périodes de temps sont considérées, chacune de manière statique où les capacités résiduelles des lots sont estimées à partir de la période précédente. Gur et Beimborn (1984) ont formulé un modèle d'équilibre de trafic au sein duquel les véhicules sont affectés aux parkings, dans un cadre statique et déterministe. Chaque lot de stationnement est décrit comme un arc du réseau et il est lié à la destination par un arc de marche à pied. Dans ce modèle, le temps moyen passé par l'utilisateur à attendre ou à chercher une place de stationnement est intégré comme l'un des attributs de la fonction de désutilité. Il est modélisé par une fonction d'impédance qui croît avec l'augmentation du niveau d'occupation des parkings. La recherche prend effet si l'occupation du lot est supérieure à 90 %. Bifulco (1993) a développé un modèle d'équilibre stochastique de choix simultané d'itinéraire ainsi que de localisation et de type de stationnement, de manière dynamique. Il considère une distribution uniforme des places libres au sein de la zone de stationnement. Par période, la fonction de recherche de stationnement dépend des niveaux d'occupation des lots en lien avec les choix d'itinéraire. À chaque intervalle de temps, les flux de trafic sur le réseau sont en état stable. Dans une étude ultérieure, Lam *et al.*, (2006) ont présenté un modèle plus complexe pour étudier le choix simultané d'heure de départ, d'itinéraire et de stationnement (durée et localisation), en considérant multiples classes d'utilisateurs et plusieurs types de parkings. La recherche de stationnement est caractérisée par une fonction de type BPR basée sur les niveaux d'accumulation des véhicules au sein du lot choisi. Un cadre similaire est retenu par Li *et al.*, (2008) pour étudier la fiabilité des

attributs temporels du réseau et de l'offre de stationnement sur les choix des usagers. Enfin, Li et *al.*, (2007) et Huang et *al.*, (2005) ont traité les choix de stationnement dans un cadre multimodal avec considération explicite des contraintes de capacités pour les arcs du réseau et pour les lots de stationnement. À l'équilibre, une pénalité est ajoutée à la fonction du coût généralisé de déplacement. Ces auteurs ont réussi à modéliser les lots de stationnement de manière indépendante sans les affecter à des destinations particulières en permettant à un même lot d'être partagé par plusieurs destinations et à une même destination d'être desservie par plusieurs lots. L'ensemble des modèles précités considèrent la recherche de stationnement seulement à l'intérieur des lots. En conséquence, ils sont incapables de modéliser les interdépendances mutuelles entre les choix de localisation et de recherche de stationnement et la circulation sur le réseau, ni de quantifier le trafic de circuitage de stationnement sur le réseau.

Cette problématique a été récemment abordée par Gallo et *al.*, (2011) qui ont modélisé explicitement l'impact du circuitage de stationnement sur la congestion du trafic dans l'espace. Le comportement de l'utilisateur est constitué de trois phases : d'abord un itinéraire d'accès, ensuite un circuitage de stationnement et enfin un accès piéton. Le réseau routier est caractérisé par une structure multicouche. Chaque phase comportementale est traitée par une couche spécifique. Le parcours principal se déroule sur le réseau automobile et conduit à un proxy du nœud de destination conduisant à la couche de recherche de stationnement, ou les itinéraires permettent de se rendre aux parkings et de garantir l'accès à la couche de marche à pied. Chaque parking est modélisé comme un arc de stationnement avec à nouveau une fonction de temps de déplacement qui relie un temps de recherche ad hoc au rapport de débit à la capacité résiduelle. Ce modèle améliore les modèles macroscopiques précédents en distinguant clairement les phases de déclenchement de la recherche, comme dans les modèles multi-agents. Toutefois, les auteurs soulignent que l'application de leur modèle est difficile notamment en raison de la multiplicité des couches du réseau. Enfin, Boyles et *al.*, (2015) ont proposé un modèle statique d'équilibre de trafic qui simule le comportement de circuitage de stationnement et le report entre les lots en ajoutant des arcs de recherche et des arcs de transition au réseau principal. Une probabilité de trouver une place est associée à chaque arc de recherche de stationnement, elle dépend de l'intensité du flux de recherche. Néanmoins, ce modèle adopte l'hypothèse d'un état stationnaire des véhicules sur les arcs et les fonctions du coût sur les arcs ne sont pas dépendantes du volume trafic.

### ***Objectif du chapitre***

L'objectif de ce chapitre est de développer un modèle spatialisé offre-demande pour la circulation et le stationnement en interaction dans un territoire urbain. Avec une représentation macroscopique de l'offre et une considération microéconomique de la demande, ce modèle, appelé « ParkCap » pour « Parking Capacity », simule le choix conjoint d'itinéraire et d'emplacement de stationnement sur un réseau. Il prend en compte explicitement les contraintes de capacité de l'offre de places, le phénomène de report local de stationnement et les comportements qui en résultent, ainsi que les flux de recherche de place sur le réseau. Nous appliquerons ce modèle à deux cas d'école pour tester son comportement.

### ***Méthode et propriétés du modèle***

Le modèle ParkCap se positionne dans le cadre de l'affectation statique du trafic sur un réseau, qui demeure la plus utilisée dans les études de planification des transports. Il étend le modèle classique de choix d'itinéraire en prenant en compte explicitement la localisation des lots de stationnement et en les connectant au réseau routier. Le modèle concerne une période limitée, typiquement la période de pointe du matin. Il traite tous les déplacements vers toutes les destinations de l'aire d'étude et il prend en considération toutes les places de stationnement.

Du côté de l'offre, le réseau routier est modélisé par un ensemble d'arcs et de nœuds. Le stationnement est représenté par « lots », *i.e.* par ensembles de places selon un lieu et un mode de gestion. Chaque lot se distingue par une capacité préalable au début de la période de simulation. Ces variables sont exogènes, alors que l'occupation des lots et le coût terminal de stationnement sont endogènes. Chaque lot est demandé par un certain nombre de candidats, ce qui détermine une probabilité de stationnement immédiat pour un usager donné.

Du côté de la demande, les déplacements des usagers sont modélisés selon un ensemble de segments. Chaque segment est caractérisé par une paire O-D, un volume de demande initiale, des droits d'accès spécifiques aux lots de stationnement et un comportement de déplacement spécifique selon les préférences individuelles, la qualité de service des lots et des chemins, et leur prix. Nous supposons que chaque usager procède à un choix en deux étapes : antérieurement au déplacement, il choisit un lot cible et un itinéraire depuis son origine jusqu'à ce lot cible, de manière rationnelle, sur la base d'un coût espéré. Puis, au niveau local, s'il n'obtient pas de place dans ce lot initial, il se reporte vers les lots voisins selon des probabilités de transition jusqu'à trouver une place. À partir d'un lot cible de stationnement, le parcours final est évalué par un coût espéré de stationnement et d'accès à la destination.

Les circuits de recherche sur le réseau sont explicitement considérés sur la base (i) des probabilités de trouver une place (appelées aussi probabilités de succès) qui dépendent de la capacité des lots et des volumes de candidats par lot, et (ii) des probabilités de transition (appelées aussi probabilités de report) entre lots qui sont déterminées par un modèle de choix discret. Cela donne lieu au coût de parcours vers le lot cible et à un coût espéré de recherche et de stationnement jusqu'à la destination finale. Le circuitage de stationnement induit un flux de trafic de recherche qui à la fois résulte de, et contribue à, la formation du flux de trafic sur le réseau d'une part et des temps de déplacement d'autre part. Par segment de demande, chaque lot est caractérisé par un coût terminal *ex ante* endogène qui se réduit au coût d'accès à pied si une place libre est disponible et qu'elle est gratuite.

L'équilibre de trafic et de stationnement est modélisé selon les principes de l'équilibre de l'usager de Wardrop (Wardrop, 1952). Il est résolu par une approche mixte dans laquelle il est formulé comme un problème d'inéquation variationnelle pour les flux de trafic sur le réseau et comme un problème de point fixe pour les probabilités de succès et les probabilités de transition.

L'une des principales caractéristiques du modèle ParkCap est son caractère opérationnel. L'étape de conception théorique du modèle a été suivie d'une étape de programmation informatique. Une première version d'un prototype de simulateur de trafic est développée au sein du LVMT. Nous présenterons les principales propriétés de ce simulateur dans la section 5.7.

### *Structure du chapitre*

Le corps de ce chapitre est composé de huit parties. Dans les sections 5.2 et 5.3, nous exposerons les hypothèses relatives respectivement à l'offre et à la demande. La section 5.4 caractérisera les interactions entre l'offre et la demande en termes de variables basiques et d'influences élémentaires. Elle posera la structure logique du modèle et spécifiera les conditions de l'équilibre de trafic. La section 5.5 sera consacrée à la formulation mathématique, avec une discussion des conditions d'existence de l'équilibre et la proposition d'un schéma de résolution. La section 5.6 proposera deux cas d'application numérique pour tester le comportement du modèle. La section 5.7 présentera la structure informatique et le fonctionnement du simulateur ParkCap et explicitera ses principales déclinaisons opérationnelles. Enfin, la section 5.8 proposera une conclusion du chapitre et mentionnera les principales contributions théoriques et quelques pistes de développement du modèle.

## **5.2 Représentation de l'offre**

Du côté de l'offre, les services de transport offerts aux automobilistes incluent un réseau routier qui permet d'accéder à un lot de stationnement puis à une destination finale d'activités.

### **5.2.1 Le réseau routier**

Considérons un réseau routier représenté par un graphe orienté  $G (E, A)$  dans lequel  $E$  et  $A$  désignent respectivement l'ensemble de nœuds et l'ensemble d'arcs. Chaque arc  $\{a \in A\}$  est caractérisé par un temps de parcours  $t_a$  et par un coût monétaire  $m_a$  de déplacement, durant la période de modélisation. Un chemin  $r$  est composé d'une séquence d'arcs  $\{a \in r\}$ . Par équivalence, on peut donc écrire :

$$t_r = \sum_{a \in r} t_a \quad (5.1)$$

$$m_r = \sum_{a \in r} m_a \quad (5.2)$$

L'affectation du trafic sur le réseau routier est modélisée à l'aide d'une fonction de temps de parcours, en respectant le vecteur des flux sur les arcs, avec :  $\mathbf{v}_A = [v_a : a \in A]$  en forme vectorielle pour permettre les dépendances complexes, d'où :

$$\mathbf{t}_A = \mathbf{T}_A(\mathbf{v}_A) \quad (5.3)$$

## 5.2.2 Les lots de stationnement

L'offre de stationnement sur un territoire est représentée de façon agrégée. Les places sont groupées par lots dénotés  $\lambda \in L$ , *i.e.* un lot est constitué par un ensemble de places selon un lieu et un mode de gestion. Chaque lot est connecté physiquement au réseau routier par un arc routier. Selon son mode d'exploitation, chaque lot est caractérisé par un tarif  $m_\lambda$ , et un temps d'accès terminal  $t_\lambda$ . Nous supposons que, pendant la période de modélisation, le lot dispose d'une « capacité préalable »  $\kappa_\lambda$  qui représente le nombre de places qui seront disponibles d'une manière progressive selon l'hypothèse de vacance préalable ou suite aux départs des occupants précédents.

Soit  $Y_\lambda$  le volume de candidats qui se présentent dans le lot  $\lambda$  pendant la période de simulation. La probabilité de trouver une place vide dans le lot  $\lambda$  est définie par :

$$\alpha_\lambda = \min \left\{ 1, \frac{\kappa_\lambda}{Y_\lambda} \right\}, \text{ où } \alpha_\lambda \text{ est égal à } 1 \text{ si } Y_\lambda = 0 \quad (5.4)$$

La probabilité de trouver une place constitue un élément déterminant de la recherche de stationnement. Elle conditionne fortement la disponibilité immédiate d'une place pour l'utilisateur, les choix de report entre lots et les boucles de recherche sur le réseau. Notons que la formule (5.4) est une approximation spécifique de premier rang, et qu'elle est adoptée pour des raisons de simplicité. Elle permet de capturer la stochasticité liée à l'incertitude sur la disponibilité immédiate d'une place, tout en reliant la capacité initiale et le volume de candidats par lot.

La variable  $Y_\lambda$  renseigne sur l'attractivité du lot. Ainsi, par lot de stationnement, lorsque le nombre de candidatures  $Y_\lambda$  dépasse la capacité initiale  $\kappa_\lambda$  au cours de la période de modélisation, alors le lot  $\lambda$  est saturé. Dans le modèle ParkCap, le remplissage de chaque lot dépend de la capacité locale et de la demande, en relation avec la demande à une échelle plus large et avec la capacité des lots voisins. En fonction des conditions d'accès aux lots,  $Y_\lambda$  peut regrouper des candidats de différents lieux de destination, ce qui est le cas, par exemple, des places de stationnement sur voirie. À notre connaissance, parmi les modèles macroscopiques d'affectation de trafic qui prennent le stationnement en considération, seul le modèle de Gallo et *ali.* (2011) permet d'intégrer différentes destinations pour un même parking.

## 5.3 Représentation de la demande

La demande est définie comme un ensemble d'utilisateurs qui effectuent des déplacements pendant la période de modélisation. Dans ce qui suit, nous caractériserons les segments de demande puis les options de choix et le comportement décisionnel de l'utilisateur. Enfin, nous présenterons les coûts certains liés au choix de

l'itinéraire principal, ainsi que le processus de recherche avec les coûts, les flux et les choix qui y sont liés.

### 5.3.1 Segmentation de la demande

La demande est représentée de manière agrégée par un ensemble  $\mathcal{S}$  de segments d'usagers homogènes  $s$ , qui ont chacun un véhicule (*a priori* une voiture) et une paire O-D, c'est-à-dire une zone d'origine  $i_s$  et une zone de destination  $j_s$  offrant une activité déterminée, qui induit le déplacement de  $i$  vers  $j$  ainsi que la durée de stationnement  $\eta_s$ . La diversité à l'intérieur d'un segment  $s$  est représentée par la localisation désagrégée des zones de destination, par les droits d'accès aux lots privés et par la diversité des motifs de déplacement. La segmentation permet un traitement agrégé mais réaliste des comportements de choix de la demande.

Soit  $q_s$  le volume de demande de déplacement du segment de demande  $s$ . On suppose que chaque classe de demande a des préférences économiques qui résultent d'un arbitrage entre différents facteurs de qualité de service, notamment de temps et de coût monétaire. Le temps de marche entre le lot  $\lambda$  et la zone de destination  $j_s$  est noté  $t_{s\lambda}$ . Les usagers d'une même classe de demande ont des comportements identiques ou proches.

On définit  $L_s$  l'ensemble de lots de stationnement « éligibles » aux usagers du segment de demande  $s$ , appelé aussi zone ou aire de stationnement. Cet ensemble regroupe toutes les options de lots qui se situent au sein ou à proximité immédiate de la zone de destination  $j_s$ . Il est défini en fonction d'une distance terminale acceptable par l'utilisateur. Selon les modalités d'exploitation des lots, seront exclus de cet ensemble les lots réservés et privés rattachés à d'autres zones de destination finale. Au point de vue spatial, l'ensemble  $L_s$  présente une aire de chalandise étendue de la zone de destination. Notons que le concept de lots éligibles reproduit celui de « *feasible parking location* » déjà introduit par Lam et alii. (2006).

### 5.3.2 Options de choix et comportements de déplacement

#### 5.3.2.1 Définition des options de choix

Chaque lot de l'ensemble  $L_s$  constitue une option de stationnement par zone de destination. Par relation O-D, une option de déplacement est constituée de l'association d'un itinéraire principal depuis la zone d'origine jusqu'à un « lot cible initial » et d'un parcours final entre ce lot et la destination finale. Par déplacement, l'itinéraire  $r$  et le lot de stationnement  $\lambda$  sont choisis en fonction de la zone de destination et de la qualité de service, tant du réseau que dans les lots identifiés par lieu et par mode de gestion.

*Ex post*, une option de déplacement pour un usager du segment  $s$  intègre un itinéraire principal  $r$ , une option de stationnement  $\lambda$  comme lot *ex ante* et une éventuelle séquence de transition qui commence à partir de  $\lambda$  et se poursuit jusqu'au succès.

Pour ce qui est de la recherche de stationnement, on considère  $\tau = (\lambda, n)$  une option de transition entre le lot  $l \in L_s$  et le lot  $n \in L_s$ .  $T_s$  désigne l'ensemble des transitions possibles pour le segment de demande  $s$  ayant pour zone de stationnement  $L_s$ .

### 5.3.2.2 Comportements de déplacement des usagers

Chaque usager est supposé choisir son itinéraire selon un comportement rationnel de minimisation des coûts, en fonction de sa connaissance sur les coûts. Le comportement de choix individuel de déplacement est fondé sur les principes classiques des modèles macroscopiques de trafic, à savoir la rationalité économique de l'utilisateur et la connaissance parfaite des options de déplacement offertes, dans notre cas en termes d'itinéraires et de lots de stationnement. À ces principes généraux, deux hypothèses supplémentaires sont ajoutées :

- nous supposons que l'utilisateur accepte la première option de stationnement disponible et que le processus de recherche prend fin dans ce lot ;
- nous admettons que le choix de la zone de destination finale constitue un choix effectué par l'individu en amont du déplacement.

Le processus décisionnel de l'utilisateur est composé de deux étapes. **D'abord un choix initial** : antérieurement au déplacement, chaque usager choisit un lot cible et un itinéraire d'accès vers ce lot, de façon rationnelle. **Ensuite, un choix terminal de recherche et de stationnement** : selon l'état d'occupation du lot cible, si l'utilisateur ne trouve pas une place dans  $\lambda$ , il effectue un choix de recherche de stationnement et procède à une séquence de transition entre des lots voisins jusqu'à trouver une place libre. Le choix terminal sera abandonné en cas de succès de stationnement dans le lot initialement visé. La figure 5.1 illustre le processus décisionnel de l'utilisateur.

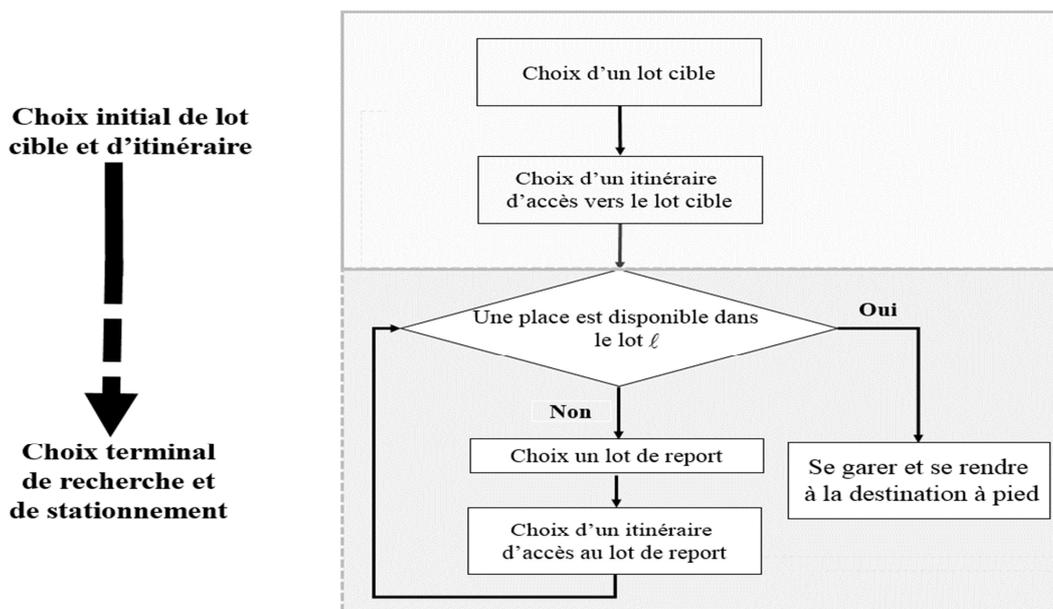


Figure 5.1 : Présentation du processus décisionnel de l'utilisateur.

Du point de vue comportemental, on suppose que le comportement de déplacement est rationnel dans les deux étapes et basé sur les coûts que l'utilisateur cherche à minimiser :

- au niveau du réseau routier, les options de parcours principal et de lot cible sont choisies au préalable de façon *ex ante*, selon un coût moyen espéré évalué de façon déterministe (une partie stochastique peut être ajoutée pour modéliser les conditions désagrégées de déplacement aux points d'origine) ;
- au niveau local, le coût est modélisé de façon stochastique, pour faciliter la détermination de l'équilibre de l'utilisateur et pour prendre en compte la localisation désagrégée des destinations finales.

### 5.3.2.3 Coût généralisé de déplacement

Une option de déplacement *ex ante* est caractérisée par un coût généralisé dans lequel, aux coûts monétaires, sont ajoutés les éléments de temps physique pondérés par des valeurs de temps spécifiques qui intègrent la pénibilité.

*Ex post*, pour un usager du segment de demande  $s$ , une option de déplacement comprend un itinéraire principal  $r$  vers un lot cible  $\lambda$  et une séquence de transitions qui commencent au lot cible *ex ante* et prennent fin au lot effectif de stationnement. Les caractères saillants sont  $(r, \lambda)$ , ou  $r$  seulement puisque  $\lambda$  doit être le point final de l'itinéraire principal  $r$ . Le coût espéré de déplacement englobe le coût de parcours  $g_{sr}$  à travers le chemin  $r$ , et le coût espéré de stationnement  $\hat{g}_{s\lambda}$  à partir du lot  $\lambda$ . Le coût généralisé de déplacement peut donc s'écrire de la manière suivante :

$$\hat{g}_{sr} = g_{sr} + \hat{g}_{s\lambda(r)} \quad (5.5)$$

Tous les usagers d'un même segment de demande  $s$  seront confrontés aux mêmes options de choix et subiront les mêmes coûts de déplacement.

### 5.3.3 Coûts certains

Supposons qu'un usager du segment  $s$  évalue l'itinéraire  $l$  de manière déterministe, le coût généralisé de l'itinéraire choisi dépend de son coût monétaire et du temps de parcours. Ce coût s'exprime alors par :

$$g_{sr} = G_s(m_r, t_r) \quad (5.6)$$

En admettant un facteur unitaire de pénibilité pour le temps de parcours principal  $\beta_s^R$  pour un usager du segment  $s$ , le coût généralisé d'itinéraire s'écrit :

$$g_{sr} = m_r + \beta_s^R t_r \quad (5.7)$$

Par ailleurs, si l'utilisateur obtient une place dans le lot cible  $\lambda$ , alors son coût généralisé de stationnement peut être formulé ainsi :

$$c_{s\lambda} = C_s(m_\lambda, t_\lambda, t_{s\lambda}) \quad (5.8)$$

Cette formulation abstraite permet de prendre en compte les caractéristiques propres des segments de demande telles que la durée de l'activité – et donc la durée de stationnement –, et l'arbitrage entre le coût temporel subi et le coût monétaire supporté. En considérant, pour un usager du segment  $s$ , une durée de stationnement  $\eta_s$  et une valeur unitaire de pénibilité de la marche  $\beta_s^W$ , le coût généralisé de stationnement peut s'écrire :

$$c_{s\lambda} = m_\lambda \eta_s + \beta_s^W (t_\lambda + t_{s\lambda}) \quad (5.9)$$

Les fonctions de coût  $G_s$  et  $C_s$  sont considérées comme certaines dans le sens où elles sont déterminées en amont du processus de recherche, bien qu'elles soient conditionnées par celui-ci.

## 5.3.4 Processus de recherche, flux, coût et choix de report

### 5.3.4.1 Processus de recherche

Chaque usager participe à la production de la qualité de service de l'offre de déplacement, en choisissant un lot qui lui convient. L'utilisateur choisit, *a posteriori*, un lot cible qu'on désigne par  $\lambda_0$ , parmi l'ensemble  $L_s$ .

Le processus de recherche se déroule à l'échelle locale. L'utilisateur vérifie la disponibilité de places dans le lot cible. Au sein d'un lot  $\lambda$ , la probabilité de trouver une place immédiate est  $\alpha_\lambda$ . Si l'individu trouve une place, alors il gare son véhicule et la recherche de stationnement est abandonnée. Sinon, un processus de recherche de place commence par la sélection d'un lot de report  $n \in L_s$ , avec une probabilité de report  $p_{\lambda n}^s$  (que nous spécifierons dans la suite de ce chapitre). Cette étape se répète jusqu'au succès. La dispersion de la demande de report est liée à la taille et à l'étendue de l'ensemble  $L_s$ . Un exemple du réseau de connexions est présenté dans la section 5.6.

Dans le modèle ParkCap, le processus de recherche est représenté de façon simplifiée. La notion de « **lot cible** » marque le début du processus de recherche. Elle est similaire à celle de « *search starting point* » largement utilisée dans les modèles multi-agents tels que ceux de Martens et *ali.* (2011) et de Waraich et Axhausen (2012). Dans notre cas, le lot cible est sélectionné par l'utilisateur de façon endogène et découle de l'information *ex ante* sur le déplacement, alors que dans le cas des modèles multi-agents, ce point représente le nœud le plus proche du réseau routier. Notons aussi que dans notre modèle, l'utilisateur accepte le premier lot avec une place disponible libre. L'équation (5.4) peut être facilement adaptée pour intégrer un taux d'acceptation des places par l'utilisateur. De même, la modélisation du processus de recherche pourra être sophistiquée en considérant différentes stratégies de recherche.

### 5.3.4.2 Flux de recherche sur le réseau

On définit comme  $\mathbf{p}_s = [p_{\lambda n}^s : \lambda, n \in L_s]$  la matrice de probabilité de transition. Considérons le processus de recherche en admettant une demande *ex ante* de segment  $s$  pour l'ensemble des lots  $L_s$ , *i.e.* un vecteur de flux de trafic par lot noté  $\mathbf{q}_s = [q_{s\lambda} : \lambda \in L_s]$ , et en mettant l'accent sur le vecteur de volume de candidats par lot  $\mathbf{y}_s = [y_{s\lambda} : \lambda \in L_s]$ .

Dans n'importe quel lot  $\lambda$ , le volume de candidats  $y_{s\lambda}$  est formé par la demande initiale *ex ante*  $q_{s\lambda}$ , plus le volume de candidats qui se sont reportés vers le lot  $\lambda$ . Le  $\lambda^e$

composant de  $\mathbf{y}_s \mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s$ , dans lequel  $\mathbf{J}_{s\alpha}$  désigne la matrice diagonale du terme  $1 - \alpha_\lambda$  pour  $\lambda \in L_s$ . D'où, sous la forme vectorielle/matricielle :

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{q}_s + \mathbf{y}_s \mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s \quad (5.10)$$

De façon équivalente,  $\mathbf{I}_s$  désigne la matrice identité pour  $L_s$ , on a alors :

$$\mathbf{y}_s (\mathbf{I}_s - \mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s) = \mathbf{q}_s \quad (5.11)$$

Dans l'annexe B<sup>152</sup>, on démontre que la matrice  $\mathbf{I}_s - \mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s$  est convertible. Ainsi, en adoptant  $\mathbf{H}_{s\alpha p}$  la matrice inverse pour  $L_s$ , l'équation 3.4 s'écrit :

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{q}_s \mathbf{H}_{s\alpha p} \quad (5.12)$$

Soit  $\tau = (\lambda, n)$  une option de transition du lot  $\lambda$  vers le lot  $n$ .  $\mathbf{T}_s$  désigne l'ensemble des transitions possibles pour le segment de demande  $s$ .  $x_{s\tau}$  désigne le volume de transitions, et englobe d'une part la proportion de candidats initiaux  $y_{s\lambda}$  qui n'ont pas pu se garer dans leur lot cible, c'est-à-dire la proportion résultant de  $1 - \alpha_\lambda$ , et d'autre part les flux de transition induits par le phénomène de report de places dépendant des probabilités  $p_{\lambda n}^s$ . Ce flux est égal à  $x_{s\tau} = y_{s\lambda} \cdot (1 - \alpha_\lambda) \cdot p_{\lambda n}^s$ .

Sous la forme vectorielle,  $\mathbf{p}_s^u$  est la matrice obtenue par la juxtaposition des blocs carrés indexés par  $\lambda \in L_s$ , toutes les lignes sont nulles sauf pour la  $\lambda^e$  ligne qui prend les valeurs de  $\mathbf{p}_s$ . Les flux sur le réseau sont obtenus par la formulation suivante :

$$\mathbf{x}_{sT} = \mathbf{y}_s \mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s^u = \mathbf{q}_s \mathbf{H}_{s\alpha p} \mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s^u \quad (5.13)$$

### 5.3.4.3 Coût de recherche et coût espéré par lot cible

Nous considérons le coût de recherche de stationnement à partir d'un lot cible vers n'importe quel autre lot de stationnement final, en tenant compte des coûts de transition. Nous supposons que pour un segment de demande  $s$ , pour une transition  $\tau = (\lambda, n)$  entre le lot  $\lambda$  et le lot  $n$ , le coût de transition est composé de  $t_{s\tau}$  et de  $m_{s\tau}$  qui désignent respectivement un temps et un coût monétaire de transition. Les deux types de coût sont agrégés en un coût généralisé de recherche défini par  $c_{s\tau}$ . On peut

<sup>152</sup> Cette annexe est extraite du travail de Leurent et Boujnah (2014).

par exemple admettre que  $c_{s\tau} = m_{s\tau} + \beta_s^C t_{s\tau}$ , où  $\beta_s^C$  désigne la valeur unitaire du temps de transition.

Selon les conditions du système, le coût de recherche subi par le vecteur de demande  $\mathbf{q}_s$  dépend des frais de report et du nombre d'usagers qui transitent. Il résulte du produit vectoriel de  $\mathbf{x}_{sT}$  et du coût généralisé  $\mathbf{c}_{sT}$ . On a ainsi :

$$\tilde{c}_s(\mathbf{q}_s, \alpha_L, \mathbf{p}_s, \mathbf{c}_{sT}) = \mathbf{x}_{sT} \cdot \mathbf{c}_{sT} = \mathbf{q}_s \mathbf{H}_{s\alpha p} \mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s \cdot \mathbf{c}_{sT} \quad (5.14)$$

Un report qui commence à partir du lot  $\lambda$  donne lieu à une demande vectorielle  $\delta_\lambda^s = [1_{\{\lambda=n\}} : n \in L_s]$ , et donc à un coût particulier de recherche, décrit par :

$$\tilde{c}_{s\lambda} = \tilde{c}_s(\delta_\lambda^s, \alpha_L, \mathbf{p}_s, \mathbf{c}_{sT}) = \delta_\lambda^s \mathbf{H}_{s\alpha p} \mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s \cdot \mathbf{c}_{sT} \quad (5.15)$$

Par ailleurs, le coût « final » de stationnement dépend aussi du vecteur de demande  $\mathbf{q}_s$  à partir du vecteur dérivé de  $\mathbf{y}_s$ . Nous pouvons alors écrire :

$$\hat{c}_s(\mathbf{q}_s, \alpha_L, \mathbf{p}_s, \mathbf{c}_{sL}) = \mathbf{y}_s \text{diag}(\alpha_L) [c_{s\lambda} : \lambda \in L_s] = \mathbf{q}_s \mathbf{H}_{s\alpha p} \text{diag}(\alpha_L) \mathbf{c}_{sL} \quad (5.16)$$

À partir d'un lot cible donné  $\lambda \in L_s$ , le coût espéré de stationnement peut être formulé comme suit :

$$\hat{g}_{s\lambda} = \tilde{c}_{s\lambda} + \hat{c}_s(\delta_\lambda^s, \alpha_L, \mathbf{p}_s, \mathbf{c}_{sL}) = \delta_\lambda^s \mathbf{H}_{s\alpha p} (\mathbf{J}_{s\alpha} \mathbf{p}_s \cdot \mathbf{c}_{sT} + \text{diag}(\alpha_L) \mathbf{c}_{sL}) \quad (5.17)$$

Le comportement de l'utilisateur est basé sur une connaissance préalable de l'offre de stationnement et du coût de recherche qui en résulte, acquise au cours de ses déplacements antérieurs et de ses essais de stationnement. Cela est particulièrement valable pour les déplacements réguliers, notamment domicile-travail. Mais cette connaissance n'est que partielle car l'utilisateur ne connaît pas l'état du trafic en temps réel. La formulation ci-dessus sert juste à calculer la valeur du coût total espéré de stationnement.

#### 5.3.4.4 Choix local de transition

Les choix de transition sont fondés sur la théorie du choix discret. Les options locales de report à partir du lot  $\lambda$  finissent dans le lot  $n \in L_s$ ,  $\tau = (\lambda, n)$ , avec une désutilité de déplacement définie par  $d_{s\tau} = c_{s\tau} + \hat{g}_{sn} + \epsilon_{sn}$ , où  $\epsilon_{sn}$  est une variable aléatoire. La distribution conjointe de  $[\epsilon_{sn} : n \in L_s]$  avec les coûts généralisés de transition et les coûts espérés des lots détermine la probabilité de choix de transition :

$$p_{\lambda n}^s = \Pr\{d_{sn} \leq d_{sm} : \forall m \in L_s\} \quad (5.18)$$

Pour simplifier, nous avons utilisé un modèle logit multinomial pour les choix locaux de report. Ce modèle suppose une distribution identique et indépendante de la variable aléatoire  $\varepsilon_{sn}$  selon la loi de Gumbel, avec le paramètre  $\theta$ . La probabilité de transition s'écrit :

$$p_{\lambda n}^s = \frac{\exp(-\theta[c_{s(\lambda,n)} + \hat{g}_{sn}])}{\sum_{m \in L_s \setminus \lambda} \exp(-\theta[c_{s(\lambda,m)} + \hat{g}_{sm}])}, \quad \forall n \in L_s \setminus \lambda \quad (5.19)$$

La formulation abstraite de la formule (5.18) permet de bien saisir les caractéristiques du choix local de report. Elle peut être adaptée aux caractéristiques et aux préférences des classes de demande, ainsi qu'à la configuration spatiale des lots de stationnement – par exemple en limitant le détournement local aux lots voisins ou en polarisant les probabilités pour tenir compte de la géométrie des circuits de recherche sur le réseau. Seuls les effets de mémoire semblent être hors de la portée de notre formulation. Cependant, ces effets sont amortis par la notion de « coût espéré » par lot cible, ce coût espéré étant supposé connu par l'utilisateur.

## 5.4 L'interaction entre l'offre et la demande

Le modèle ParkCap intègre un groupe de variables liées entre elles par un ensemble de relations et de dépendances. Les variables de la demande dépendent des variables de l'offre et vice versa, les variables de l'offre sont déterminées en fonction des variables de la demande. Dans cette section, nous caractériserons ces dépendances mutuelles et nous poserons la structure logique du modèle.

Nous pouvons décrire les dépendances de manière abstraite, par exemple  $\mathbf{x}_I = \mathbf{X}_I(\mathbf{Z}_J \dots)$  où  $\mathbf{x}$  est la variable dépendante ;  $I$  un ensemble d'indices retenus à partir des chemins ( $\mathcal{H}$ ), des arcs ( $\mathcal{A}$ ), des lots ( $\mathcal{L}$ ), des segments ( $\mathcal{S}$ ) ou des transitions ( $\mathcal{T}$ ) ;  $\mathbf{Z}_J$  un facteur ; et  $\mathbf{X}_I$  une fonction mathématique en notation abrégée pour résumer les influences déjà formalisées de façon détaillée précédemment.

Cette section est organisée en quatre parties : les trois premières seront consacrées à un recueil et à une formalisation des dépendances relatives à la demande (§ 5.4.1), au trafic (§ 5.4.2) et aux coûts (§ 5.4.3). Ensuite, la structure logique sera illustrée par un diagramme d'influence (§ 5.4.4).

### 5.4.1 Les fonctions de demande

Au niveau du réseau routier, l'affectation des clients aux lots cibles au coût minimum peut s'exprimer par le système suivant : trouver le vecteur  $\mathbf{f}_{SR} = [f_{sr} : r \in R_s, s \in S]$  et les variables duales  $[\mu_s : s \in S]$  tels que :

$$f_{sr} \geq 0 \quad \forall r \in R_s, \forall s \in S \quad (5.20)$$

$$\sum_{r \in R_s} f_{sr} = Q_s \quad \forall s \in S \quad (5.21)$$

$$\hat{g}_{sr} - \mu_s \geq 0 \quad \forall r \in R_s, \forall s \in S \quad (5.22)$$

$$f_{sr}(\hat{g}_{sr} - \mu_s) = 0 \quad \forall r \in R_s, \forall s \in S \quad (5.23)$$

À l'équilibre,  $\mu_s$  est égal au coût minimum parmi les options d'itinéraire des usagers du segment  $s$ . Le système (5.20)-(5.23) peut être résumé comme suit :

$$\mathbf{f}_{SR} \in \mathbf{F}_{SR}(\mathbf{Q}_S, \hat{\mathbf{g}}_{SR}) \quad (5.24)$$

La demande par lot  $\mathbf{q}_{SL}$  découle des flux de trafic sur les itinéraires, de manière simplifiée :  $q_{s\lambda} = \sum_{r \in \lambda} f_{sr}$ , où  $\{r \in \lambda\}$  indique que le lot  $\lambda$  est situé à l'extrémité finale de l'itinéraire  $r$ . De façon abstraite :

$$\mathbf{q}_{SL} = \mathbf{Q}_{SL}(\mathbf{f}_{SR}) \quad (5.25)$$

Concernant les comportements de circuitage local et de recherche de place libre de stationnement par segment de demande, la matrice des probabilités de transition  $\mathbf{p}_{ST}$  dépend des coûts de transition  $\mathbf{c}_{ST} = [c_{st} : t \in T_s, s \in S]$  et des coûts espérés des lots  $\hat{\mathbf{g}}_{SL} = [\hat{g}_{s\lambda} : \lambda \in L_s, s \in S]$ , d'où :

$$\mathbf{p}_{ST} = \mathbf{P}_{ST}(\mathbf{c}_{ST}, \hat{\mathbf{g}}_{SL}) \quad (5.26)$$

## 5.4.2 Les fonctions de trafic

Par segment  $s$  et par lot  $\lambda$ , le volume de candidats  $y_{s\lambda}$  dépend des entrées des flux dans les lots cibles de ce segment  $[q_{sn} : n \in L_s]$ , des probabilités de succès  $\alpha_L$  et des probabilités de transition  $\mathbf{p}_{SL}$ , d'où :

$$\mathbf{y}_{SL} = \mathbf{Y}_{SL}(\mathbf{q}_{SL}, \alpha_L, \mathbf{p}_{SL}) \quad (5.27)$$

Par segment  $s$  et par transition  $\tau = (\lambda, n)$  entre les lots de l'ensemble  $L_s$ , le volume de flux de transition  $x_{s\tau}$  découle de (5.13). Ainsi, en forme vectorielle :

$$\mathbf{x}_{ST} = \mathbf{X}_{ST}(\mathbf{y}_{SL}, \boldsymbol{\alpha}_L, \mathbf{p}_{ST}) \quad (5.28)$$

Par segment de demande et par arc du réseau, le volume de trafic de l'itinéraire  $r$  provient des flux de trafic sur le réseau induit par tous les segments de demande et tous les chemins du réseau :  $f_{sa} = \sum_{r \ni a} f_{sr}$ , d'où :

$$\mathbf{f}_{SA} = \mathbf{F}_{SA}(\mathbf{f}_{SR}) \quad (5.29)$$

Au niveau des arcs, le volume de flux  $v_{sa}$  découle des flux sur les chemins principaux et des effets des flux de recherche. Supposons qu'une proportion donnée  $\gamma_{a\tau}$  de  $x_{s\tau}$  soit affectée à l'arc  $a$ , alors :

$$\mathbf{v}_{SA} = \mathbf{V}_{SA}(\mathbf{f}_{SA}, \mathbf{x}_{ST}, \boldsymbol{\Gamma}_{AST}) \quad (5.30)$$

Pour simplifier, n'importe quelle transition peut être affectée de façon déterministe à un itinéraire du réseau, avec  $\gamma_{a\tau}$  égale à 1 ou à 0.

Par lot, la probabilité de trouver une place  $\alpha_\lambda$  dépend du nombre de candidats par lot  $Y_\lambda = \sum_{s \in S} y_{s\lambda}$ , d'où :

$$\boldsymbol{\alpha}_L = \mathbf{A}_L(\mathbf{y}_{SL}, \boldsymbol{\kappa}_L) \quad (5.31)$$

Les temps de parcours sur les arcs sont liés aux flux sur les arcs selon les fonctions des temps de parcours :

$$\mathbf{t}_{SA} = \mathbf{T}_{SA}(\mathbf{v}_{SA}) \quad (5.32)$$

Les temps de parcours sur les chemins découlent des temps de parcours sur les arcs  $t_{sr} = \sum_{a \in r} t_{sa}$ , alors :

$$\mathbf{t}_{SR} = \mathbf{T}_{SR}(\mathbf{t}_{SA}) \quad (5.33)$$

### 5.4.3 Les fonctions de coûts

Pour un client du segment  $s$ , le coût monétaire de déplacement sur l'arc  $a$  dépend du prix exogène et du temps de parcours sur l'arc, on a alors :

$$\mathbf{m}_{SA} = \mathbf{M}_{SA}(\mathbf{t}_{SA}) \quad (5.34)$$

Les dépenses monétaires sont composées par itinéraire, d'où :

$$\mathbf{m}_{SR} = \mathbf{M}_{SR}(\mathbf{m}_{SA}) \quad (5.35)$$

Par chemin, le coût généralisé de parcours résulte du temps et des frais dépensés, d'où :

$$\mathbf{g}_{SR} = \mathbf{G}_{SR}(\mathbf{t}_{SR}, \mathbf{m}_{SR}) \quad (5.36)$$

Les coûts du stationnement dans les lots  $\mathbf{c}_{SL}$  sont supposés exogènes et peuvent varier par segment. Les coûts de transition dépendent des temps de parcours, des dépenses monétaires et des liens  $\Gamma_{AST} = [\gamma_{a\sigma\tau} : a \in \mathbf{A}, s \in \mathbf{S}, \tau \in \mathbf{T}_s]$  entre les transitions et les arcs du réseau, selon :

$$\mathbf{c}_{ST} = \mathbf{C}_{ST}(\mathbf{t}_{SA}, \mathbf{m}_{SA}, \Gamma_{AST}) \quad (5.37)$$

Les coûts espérés de recherche et de stationnement des lots sont soumis à :

$$\hat{\mathbf{g}}_{SL} = \hat{\mathbf{G}}_{SL}(\alpha_L, \mathbf{p}_{ST}, \mathbf{c}_{ST}, \mathbf{c}_{SL}) \quad (5.38)$$

Enfin, le coût espéré d'itinéraire inclut le temps de parcours principal jusqu'au lot cible et le coût de recherche et de stationnement à partir de ce lot :

$$\hat{\mathbf{g}}_{SR} = \hat{\mathbf{G}}_{SR}(\mathbf{g}_{SR}, \hat{\mathbf{g}}_{SL}) \quad (5.39)$$

#### 5.4.4 Structure logique du modèle

Les équations (5.24) à (5.39) décrivent un système interconnecté de dépendances entre les variables d'état du modèle ParkCap. La figure 5.2 présente une vue d'ensemble, elle illustre la structure logique du modèle et trace l'ensemble des influences entre les variables. Le diagramme nous permet d'identifier les sous-ensembles suivants :

- un modèle de demande de trafic principal dans lequel le vecteur des flux sur les chemins est déterminé et dépend des flux sur les arcs et des flux vers les lots cibles ;
- un modèle de demande locale pour les probabilités de transition ;
- un modèle d'offre et de demande de stationnement, qui donne lieu aux flux de recherche et aux probabilités de trouver une place selon les flux initiaux dans les lots cibles, les probabilités de transition et la capacité préalable des lots ;
- un modèle de trafic qui détermine les flux de transition, les flux sur les arcs, les temps de parcours sur les arcs et les temps de parcours sur les chemins ;
- un modèle de coût pour obtenir les coûts monétaires sur les arcs, sur les itinéraires et dans les lots, ainsi que les coûts espérés de stationnement et d'itinéraire.

Les sous-modèles de demande d'itinéraire, de trafic et de coût sont simples, dans la mesure où leurs sorties n'exercent aucune rétroaction sur les entrées. En revanche, le modèle de demande locale et le modèle offre-demande de stationnement exercent des rétroactions et des feed-back, ce qui les rend plus compliqués à résoudre. La figure 5.3 illustre les sous-modèles comme un système connecté par des flux logiques.

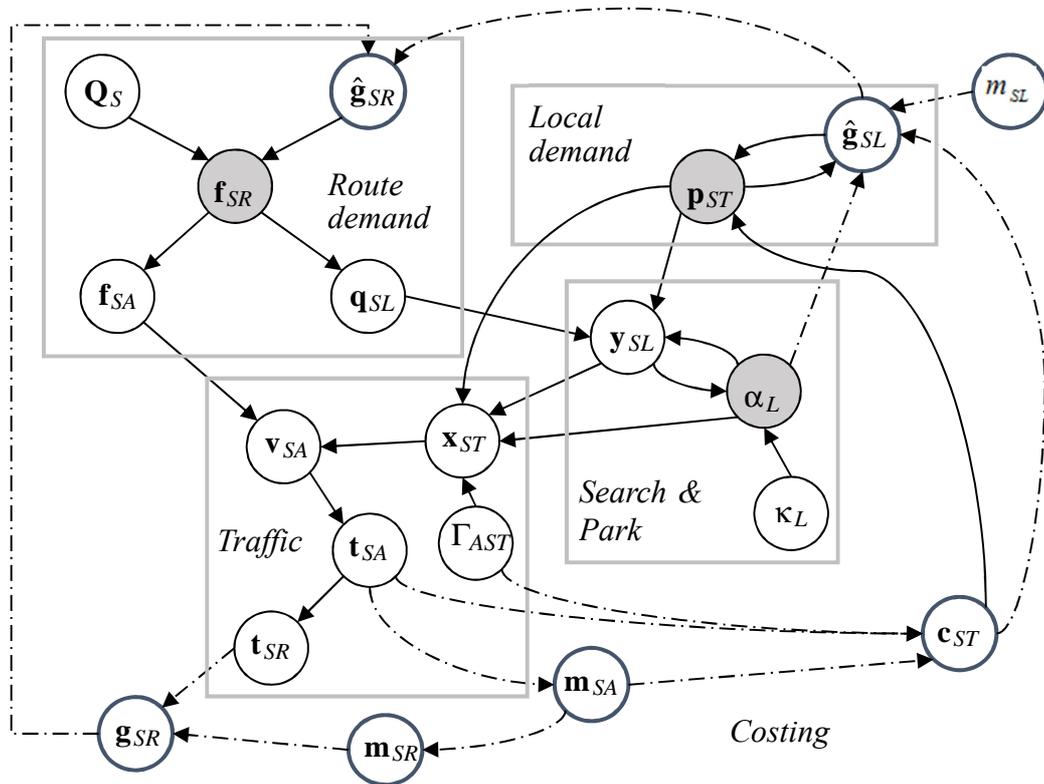


Figure 5.2 : Structure des dépendances logiques entre les variables du modèle ParkCap (le modèle de coûts est représenté par les lignes en pointillé).

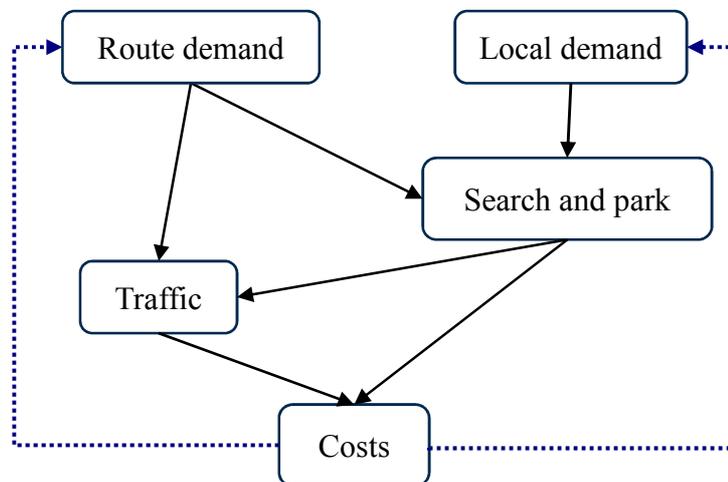


Figure 5.3 : Les sous-modèles de ParkCap et les flux logiques entre eux.

## 5.5 Analyse mathématique du modèle

Le modèle ParkCap établit un état d'équilibre offre-demande en conciliant des lois physiques pour le remplissage des lots et pour la circulation des véhicules avec des lois microéconomiques pour le comportement des usagers dans leur choix d'itinéraire et leur recherche de place.

Dans cette section, nous mettrons l'accent sur deux aspects importants : (i) la caractérisation de l'équilibre, *i.e.* la détermination d'un état stable du système cohérent avec toutes les influences et les dépendances, et (ii) le développement d'un schéma de résolution pour cet équilibre.

### 5.5.1 Formulation de l'équilibre

La plupart des variables du modèle ParkCap sont endogènes, à l'exception des volumes de demande par segment  $\mathbf{q}_s$ , des capacités physiques des lots  $\kappa_\lambda$ , des tarifs par lot et par arc du réseau, respectivement  $m_\lambda$  et  $m_a$ .

Parmi les variables endogènes, considérons le triplé  $\mathbf{z} = (\mathbf{f}_{SR}, \mathbf{p}_{ST}, \alpha_L)$  comme les principales variables d'état du modèle. On peut vérifier, à partir du diagramme d'influence présenté plus haut (figure 5.2), que ces trois variables jouent un rôle structurant dans la hiérarchie des dépendances au sein du modèle.

#### 5.5.1.1 Définition de l'équilibre de circulation et de stationnement

Soit  $\mathbf{z} = (\mathbf{f}_{SR}, \mathbf{p}_{ST}, \alpha_L)$  un équilibre si et seulement si les conditions (4.2) à (4.17) sont conjointement satisfaites.

Le système des équations (5.24)-(5.39) équivaut à un problème de point fixe en  $\mathbf{z}$  : trouver  $\mathbf{z}^*$  tel que (5.24), (5.26) et (5.31) sont vérifiées lorsque toutes les autres variables endogènes sont basées sur  $\mathbf{z}^*$ .

#### 5.5.1.2 Existence et unicité de la solution

Il est courant en ingénierie de trafic – et précisément dans les modèles d'affectation de trafic sur le réseau – de traiter les choix d'itinéraire sur la base du vecteur de flux sur les chemins (e.g. Sheffi, 1985). Alors, une première façon de procéder consiste à adopter cette même approche pour notre modèle, en essayant de résoudre de manière intégrée  $(\mathbf{p}_{ST}, \mathbf{c}_{ST})$  d'une part, et  $(\alpha_L, \mathbf{y}_{SL})$  d'autre part. Cependant, cette façon de faire est écartée car elle demande un important effort pour résoudre le premier problème et ne garantit pas de solution pour le second, particulièrement lorsqu'un

sous-ensemble  $L_s$  présente peu d'opportunités de report au moment où un lot cible est saturé.

En remplaçant le système (5.20)-(5.23) de l'affectation déterministe sur le réseau avec des conditions analogues à celles de l'affectation stochastique, alors  $\mathbf{F}_{SR}$  dans (5.24) sera une fonction continue et le système (5.24)-(5.39) aboutira à une fonction continue de  $\mathbf{z}$ . Étant donné que  $\mathbf{p}_{ST}$  et  $\boldsymbol{\alpha}_L$  sont des probabilités, et puisque les flux de trafic sont non négatifs et délimités par les volumes de demande par segment, l'ensemble admissible est compact. Si l'on admet que le système est faisable, *i.e.* que la capacité totale de stationnement est supérieure au volume total de demande de déplacement et que les sous-ensembles permettent une forte dispersion de la demande locale, alors l'ensemble admissible est compact et non vide. Ainsi, si la fonction du point fixe est continue, il existe une solution d'équilibre conjoint de trafic et de stationnement.

Cette démonstration peut être étendue à l'affectation déterministe en la considérant comme un cas limite de l'affectation stochastique. L'unicité de l'équilibre de circulation et de stationnement reste un sujet ouvert, du moins pour les probabilités de succès.

La faisabilité du système peut être affirmée par la résolution d'un problème auxiliaire de « distribution possible » sur un réseau spécifique. Dans ce réseau, un nœud source est associé à chaque segment de demande  $s$  et à chaque lot de stationnement  $\lambda$ , un dernier nœud joue le rôle de réservoir ou d'absorption, et il y a deux types de liens : d'abord, à partir de chaque nœud de la demande  $s$  vers chaque nœud de lot de stationnement dans  $L_s$ , on a un lien orienté de capacité infinie ; ensuite, à partir de chaque nœud de stationnement  $\lambda$  jusqu'au nœud réservoir, il existe un lien orienté de capacité  $\kappa_\lambda$ . Le problème de « distribution faisable » consiste à trouver un flux sur ce réseau en cohérence avec les entrées et la capacité des arcs. Il peut être résolu par un simple algorithme spécifique (Rockafellar, 1984). Évidemment, la capacité totale des lots doit être supérieure au flux total de demande de déplacement. Néanmoins, cette condition est insuffisante en général pour la faisabilité du système car il peut exister un manque de capacité locale qui ne puisse pas être résolu par le report vers les lots voisins.

## 5.5.2 Méthodes et schéma de résolution

Pour résoudre l'équilibre de circulation et de stationnement, nous avons adopté une approche mixte dans laquelle l'équilibre est formulé comme un problème d'inéquation variationnelle pour les flux de trafic sur le réseau, et comme un problème de point fixe pour les probabilités de succès et les probabilités de transition.

Pour simplifier, nous proposons de résoudre le problème d'inéquation variationnelle par un algorithme itératif basé sur la méthode des moyennes successives, *i.e.* en admettant une combinaison convexe de l'état courant  $\mathbf{f}_{SR}^{(k)}$  avec un état auxiliaire  $\mathbf{f}_{SR}^{(k)}$  qui permet de résoudre (4.1) en respectant l'état courant des coûts, dans un nouvel

état  $\mathbf{f}_{SR}^{(k+1)} = \mathbf{f}_{SR}^{(k)} + \zeta_k (\tilde{\mathbf{f}}_{SR}^{(k)} - \mathbf{f}_{SR}^{(k)})$ , où  $\zeta_k$  est une séquence décroissante de nombres dans  $]0,1[$  sauf pour  $\zeta_0 = 1$ .

Du côté des probabilités, une combinaison convexe est utilisée pour obtenir un nouvel état, mais en optant pour des coefficients fixes, soit  $\omega_\alpha$  pour les probabilités de succès et  $\omega_p$  pour les probabilités de transition.

Ce problème d'équilibre de circulation et de stationnement peut être résolu par un algorithme composé de cinq étapes distinctes.

**Étape 1 – Initialisation** : Poser  $k := 0$ ,  $\alpha_\lambda := 1 \quad \forall \lambda \in L$ ,  $p_{\lambda\kappa}^s := 1/|L_s|$   
 $\forall \lambda, n \in L_s$  et  $\forall s \in S$ ,  $\mathbf{f}_{SR}^{(0)} := \mathbf{0}$ .

**Étape 2 – Calcul des coûts d'itinéraire et de stationnement** : Sur la base de  $\mathbf{z}^{(k)}$ , évaluer les coûts sur les arcs, les coûts sur les itinéraires, les coûts des transitions, les coûts espérés de stationnement et d'itinéraire  $\hat{\mathbf{g}}_{SR}^{(k)}$ .

**Étape 3 – Affectation du trafic à l'état auxiliaire** : Affecter les volumes de demande aux itinéraires ayant le plus petit coût espéré et donner  $\tilde{\mathbf{f}}_{SR}^{(k)}$ .

À partir de ça et des probabilités actuelles, induire  $\tilde{\mathbf{q}}_{SL}^{(k)}$  et  $\tilde{\mathbf{y}}_{SL}^{(k)}$ . Puis dériver  $\tilde{\alpha}_L^{(k)}$  selon (5.31) et  $\tilde{\mathbf{p}}_{ST}^{(k)}$  selon les coûts actuels de transition et les coûts espérés de stationnement.

**Étape 4 – Vérification de l'équilibre par combinaison convexe** :

Soit  $\mathbf{f}_{SR}^{(k+1)} := \mathbf{f}_{SR}^{(k)} + \zeta_k (\tilde{\mathbf{f}}_{SR}^{(k)} - \mathbf{f}_{SR}^{(k)})$ ,  $\alpha_L^{(k+1)} := \alpha_L^{(k)} + \omega_\alpha (\tilde{\alpha}_L^{(k)} - \alpha_L^{(k)})$

et  $\mathbf{p}_{ST}^{(k+1)} := \mathbf{p}_{ST}^{(k)} + \omega_p (\tilde{\mathbf{p}}_{ST}^{(k)} - \mathbf{p}_{ST}^{(k)})$ .

**Étape 5 – Test de convergence** : Si la distance entre  $\mathbf{z}^{(k)}$  et  $\mathbf{z}^{(k+1)}$  est suffisamment petite, arrêter. Sinon, poser  $k = k+1$  et retour à l'étape 2.

La convergence est considérée selon le critère de distance et la somme des fonctions par composant dans  $\mathbf{z}$ . Un *gap dual* pour  $\mathbf{f}_{SR}$  et les distances carrées de chaque vecteur de probabilité s'écrit comme suit :

$$DG(\mathbf{f}_{SR}) = \sum_{s,r} \hat{\mathbf{g}}_{sr}^{(k)} (\mathbf{f}_{sr}^{(k)} - \tilde{\mathbf{f}}_{sr}^{(k)}),$$

$$D_{\tilde{\alpha}}^2 = \left\| \tilde{\alpha}_L^{(k)} - \alpha_L^{(k)} \right\|^2 \text{ and } D_p^2 = \left\| \tilde{\mathbf{p}}_{ST}^{(k)} - \mathbf{p}_{ST}^{(k)} \right\|^2.$$

## 5.6 Applications numériques

Afin d'expliquer et de tester le fonctionnement du modèle, nous avons étudié deux applications numériques. Le premier cas d'école se veut simple et vise à illustrer la modélisation du phénomène de report et les réseaux de transition entre lots dans une zone homogène. Le second cas d'école permettra d'étudier le choix d'itinéraire et de stationnement sur le réseau routier, et d'évaluer les effets de la recherche de place sur le trafic routier et sur le coût de déplacement pour l'utilisateur.

### 5.6.1 Cas du réseau symétrique

Dans un premier temps, pour simplifier, nous traiterons le trafic routier de manière exogène. Nous nous concentrerons sur la modélisation des circuits de report entre lots voisins, en reprenant l'étude de cas présentée dans Laurent et Boujnah (2012).

#### 5.6.1.1 Présentation du cas

On considère un réseau urbain de forme radiale et symétrique qui se compose d'un centre dense (anneau 0) et de deux zones autour de lui (anneau 1 et anneau 2). Chaque couronne périphérique est divisée en  $N$  zones, chacune d'elles constituant une zone de destination avec un seul lot de stationnement situé dans son centroïde. On a ainsi trois types de lot :  $\lambda \in \{0,1,2\}$ . Les lots d'un même anneau ont la même capacité  $\kappa_\lambda$ . La capacité totale de stationnement sur ce réseau peut s'écrire :  $\mathbf{K} = \kappa_0 + N\kappa_1 + N\kappa_2$ . Pour simplifier, on ne prend en compte que les lots gratuits et accessibles à tous les usagers, et les arcs du réseau routier qui connectent les lots voisins (voir figure 5.4a).

Du côté de la demande, on considère un segment d'utilisateurs par zone de destination avec une quantité de flux initiale de  $Q_s$ . Pour simplifier, le choix du lot est traité de façon exogène, en admettant que le lot cible choisi *ex ante* est celui situé au centroïde de la zone de destination. De même, la circulation de parcours principal est négligée et les zones d'origine ne sont pas représentées. La circulation de recherche locale est aussi traitée de façon exogène. Par segment de demande, l'ensemble de lots de stationnement éligibles est composé du lot central de la zone de destination et des lots situés à son voisinage immédiat. Nous admettons que les reports entre lots se limitent aux lots voisins. Les réseaux de report local par anneau sont illustrés dans la figure 5.4b.

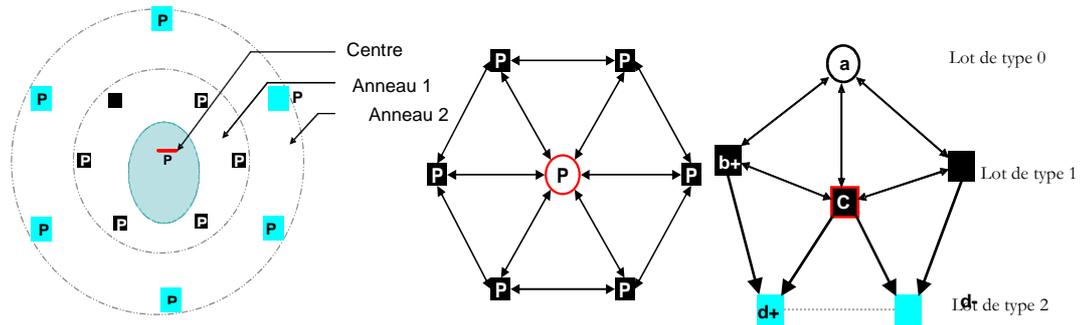


Figure 5.4 : Configuration du réseau étudié (a) ; Réseau de report local à partir du lot central (b) ; Réseau de report local à partir d'un lot de la première couronne (c).

Pour l'ensemble des lots de stationnement pour les usagers qui ont pour destination le centre (anneau 0), *i.e.* le segment 0 qui est composé des lots de l'anneau 0 ou 1 : à partir du lot 0, la probabilité de report vers chaque lot du premier anneau est de  $p_{0n}^{(0)} = 1/N$  ; à partir de n'importe quel lot de la première couronne, la probabilité de report vers un lot du même anneau est de  $p_{n,n+\varepsilon}^{(0)} = \beta$  pour  $\varepsilon = \pm 1$  et 0 sinon et de  $p_{n0}^{(0)} = 1 - 2\beta$ . La demande  $Q_0$  du segment 0 induit un flux de recherche équivalent à  $y_0^{(0)} = Q_0(1 - 2\beta\bar{\alpha}_1)/\sigma$  vers le lot central et à  $y_{1n}^{(0)} = Q_0\bar{\alpha}_0/[N\sigma]$  vers n'importe quel lot de l'anneau 1, avec  $\bar{\alpha}_\lambda = 1 - \alpha_\lambda$  et  $\sigma = 1 - 2\beta\bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_0\bar{\alpha}_1(1 - 2\beta)$  (voir démonstration annexe B). L'hypothèse de la symétrie permet de réduire le nombre de paramètres à 10 pour 20 transitions.

Enfin, pour toute destination de l'anneau 2, la demande est  $Q_2$ . On suppose qu'elle est entièrement satisfaite par les lots de type 2 car on considère qu'ils disposent d'une large capacité, d'où  $\alpha_{2n} = 1$ . De la sorte, il n'y aura aucun besoin de report depuis ces lots, comme l'illustre la figure 5.4c (nœuds  $d^+$  et  $d^-$ ).

### 5.6.1.2 Équilibre de stationnement et analyse paramétrique

Le choix d'itinéraire a été simplifié pour mettre l'accent sur l'occupation des lots en fonction de la demande initiale, soit  $Q_n/\kappa_n$ , sur les probabilités de succès  $\alpha_n$  et sur le ratio de circuitage  $y_{s\lambda}/q_\lambda$ . Les principales variables endogènes sont réduites à  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$ , étant donné que  $\alpha_2 = 1$ . Le vecteur des  $\alpha_L$ , le vecteur de demande initiale par lot  $Q_L$  et le vecteur des probabilités de transition  $\mathbf{p}_{ST}$  donnent le vecteur de flux de report  $\mathbf{y}_{SL}$  et, en conséquence, le volume de candidats par lot  $\mathbf{Y}_L$  qui s'écrit comme suit : avec la symétrie,  $Y_0 = y_0^{(0)} + Ny_a^{(1)}$  lorsque  $Y_{1,n} = y_1^{(0)} + y_c^{(1)} + 2y_b^{(1)}$  et

$Y_{2,n} = 2y_d^{(1)} + Q_2$ . Ces candidats sont confrontés aux contraintes de capacité des lots et déterminent les probabilités de succès  $\alpha_L$ . L'équilibre de trafic se réduit à un problème de point fixe à deux variables,  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$ .

Le tableau 5.1 présente les paramètres retenus pour le cas où  $N = 6$ . Cette application numérique a été résolue par un solveur sous Excel. On a fait varier le volume de demande *ex ante* pour la zone centrale entre 0 et 2 000. Pour les deux autres segments, la demande est maintenue fixe. Cela permet au lot central de passer d'un état d'absence de saturation à un état de congestion de stationnement, où le report entre lots prend tout son sens.

Les figures 5.5 à 5.8 illustrent les principaux résultats. Elles mettent l'accent sur la probabilité de succès par lot, sur le volume de candidats par type de transition et sur le coût espéré de stationnement par lot cible et par segment de demande, en fonction du paramètre  $Q_0$ , *i.e.* du volume de demande de stationnement dans le centre.

**Tableau 5.1: Paramètres de simulation.**

Capacité des lots (véh./h)	Segment inflow (véh./h)	Probabilités de transition	Coût de transition sur le réseau
$\kappa_0 = 500$	$Q_0 = [0, 2\ 000]$	Segment 0 : $\beta = 0.4$	Égal à 1 quel que soit l'arc
$\kappa_n = 250$	$Q_n = 500$	Segment 1 :	
$\kappa_{2n} = 1\,000$	$Q_{2n} = 500$	$p_{ca} = p_{cb} = p_{cd} = 0.2$ $p_{ac} = 0.6, p_{ab} = 0.2$ $p_{bc} = 0.3, p_{ba} = 0.2, p_{bd} = 0.5$	

Un flux de demande totale de 2 000 de  $Q_0$  entraîne la saturation de l'offre de stationnement sur le réseau. La figure 5.5 montre que lorsqu'on s'approche vers cette borne et que, au fur et à mesure que  $Q_0$  augmente, les probabilités de trouver une place diminuent et tendent vers 0 pour les lots de type 0 et de type 1 qui constituent l'ensemble de stationnement et de report de la zone centrale. Cette baisse de probabilités s'explique par la croissance des volumes de candidats (figure 5.6).

Les flux de recherche pour le segment 0 sont illustrés dans la figure 5.7. On remarque qu'à partir d'une valeur de  $Q_0 = 1\ 000$ , les lots de type 1 accueillent le plus important flux de transition, ce qui s'explique par la forte saturation du lot central.

Le coût estimé de recherche augmente selon une forme hyperbolique pour le segment 0, tandis qu'il croît moins rapidement et de façon linéaire pour le segment 1 (figure 5.8). Les rythmes de croissance de ces coûts sont inverses de ceux des probabilités de trouver une place.

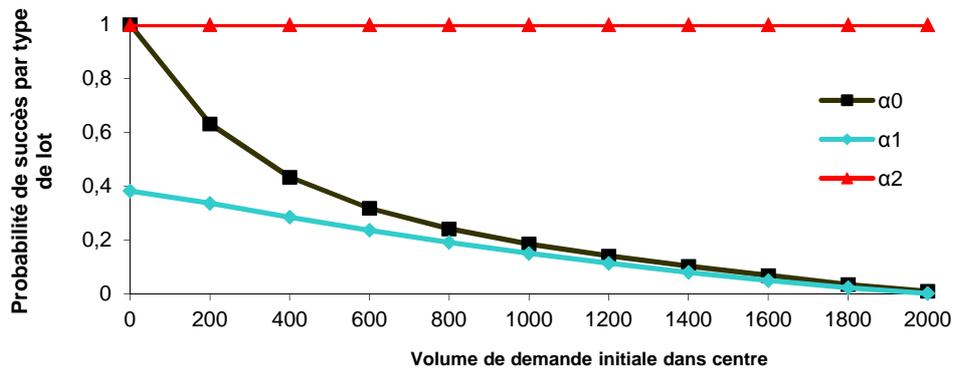


Figure 5.5 : Probabilité de succès d'une candidature par type de liaison de report, en fonction du volume de demande dans le centre.

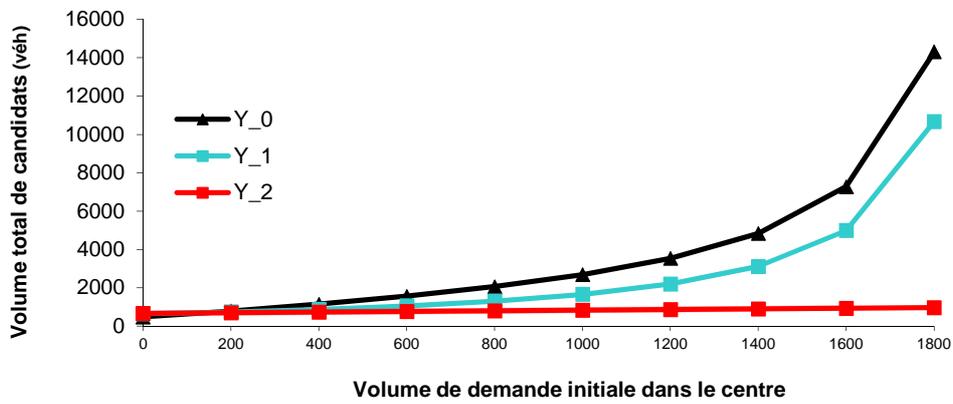


Figure 5.6 : Volume total de candidats par type de lot, en fonction de la demande initiale dans le centre.

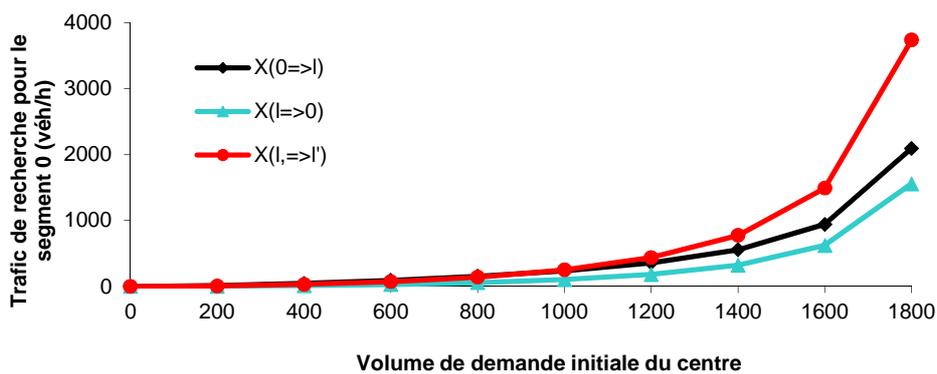


Figure 5.7 : Trafic de recherche par type d'arc sur le réseau, en fonction du volume de demande initiale pour le centre (a) pour le segment 0 et (b) pour le segment 1.

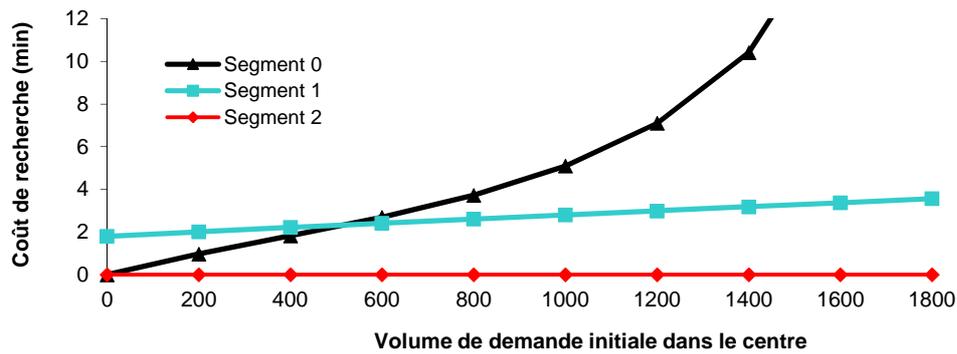


Figure 5.8 : Coût individuel de recherche par segment de demande, en fonction du volume de demande pour le centre.

### 5.6.1.3 Discussion

Ce cas d'école a permis d'illustrer la modélisation du phénomène de recherche locale de stationnement sur un réseau routier. Nous l'avons choisi car grâce à l'hypothèse de la symétrie, il est simple, rapide à coder et facilement reproductible par le lecteur. Toutefois, il ne peut être appliqué qu'à un nombre réduit de zones de destination pour s'aligner sur les contraintes de calcul sur Excel, notamment pour les dimensions des matrices. Pour l'étude d'un réseau plus grand, la programmation d'un code informatique est indispensable.

Par ailleurs, la pertinence des hypothèses et des résultats mérite d'être discutée. Premièrement, la définition du lot local de la zone de destination comme lot cible conduit à une surestimation des coûts de recherche et du trafic de transition. Dans la pratique, à partir d'un certain niveau de saturation du lot central, les coûts de recherche deviennent très élevés et un usager du segment 0 choisira *ex ante* un lot de type 1. Dans ce cas, son coût de recherche sera similaire à celui pour un usager du segment 1. Cela montre l'intérêt de prendre explicitement en considération le choix d'itinéraire et de lot cible. Deuxièmement, les probabilités de transition sont exogènes, ce qui influence fortement les valeurs des probabilités de succès et des volumes de flux de recherche : des probabilités endogènes devraient améliorer nettement les résultats. Troisièmement, la restriction de l'aire de stationnement du segment 0 aux lots de l'anneau 1 favorise la forte congestion du stationnement dans le centre. Dans la réalité, l'utilisateur peut se reporter vers un lot situé plus loin pour essayer de trouver une place. Quatrièmement, cet exemple ne tient pas compte des caractéristiques des situations réelles de choix de stationnement, les coûts de stationnement sont réduits aux coûts de report, or dans la réalité, ils peuvent englober un coût monétaire et un coût d'accès terminal.

## 5.6.2 Cas d'un réseau routier avec une paire O-D et trois lots

Pour surmonter les limites du premier cas d'école, nous avons développé un deuxième exemple qui traite explicitement les choix *ex ante* d'itinéraire et de stationnement, et les choix de circuit de report local sur le réseau. Dans ce qui suit, nous reprendrons l'exemple présenté dans Leurent et Boujnah (2014).

### 5.6.2.1 Présentation du cas

Soit un réseau routier non orienté composé d'un ensemble de nœuds et d'arcs, avec un seul point d'origine, le nœud 0. Ce réseau donne accès à une seule zone de destination dans laquelle l'offre de stationnement est composée de 3 lots gratuits et de même type (P1, P2 et P3), de capacité différente (350, 850 et 1 300 places) et qui sont différemment situés par rapport à la destination finale (200 mètres, 300 mètres et 400 mètres). Au réseau routier initial (arcs 1 à 6), on ajoute des arcs d'accès aux lots (arcs 5, 6 et 7) et des arcs d'accès terminal vers la destination (voir figure 5.9).

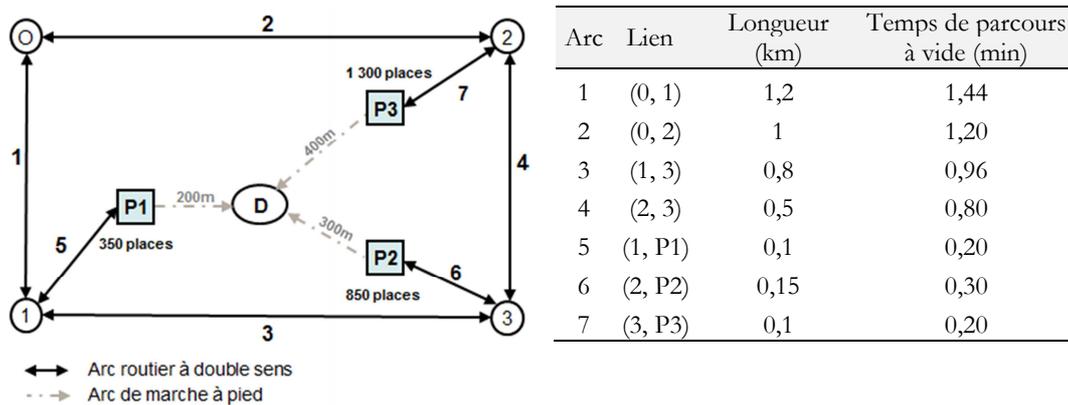


Figure 5.9 : Structure et caractéristiques du réseau routier.

Le tableau 5.2 expose les caractéristiques du réseau routier. Le temps de parcours sur chaque arc est calculé par une fonction temps-débit de type BPR qui s'écrit :

$$t(x) = t_{ff} \cdot [1 + a \frac{x}{k}]^b \quad t(x) = t_{ff} \cdot [1 + 0.4 \frac{x}{k}] \quad (5.40)$$

où :

$t_{ff}$  désigne le temps de parcours à vide ;

$x$  désigne le volume de trafic sur l'arc ;

$k$  désigne la capacité totale de l'arc, fixée à 1 000 ;

$a$  et  $b$  constituent des paramètres, établis respectivement à 0,4 et 1.

Du côté de la demande, les usagers sont groupés en deux segments homogènes : les pendulaires et les non-pendulaires, qui disposent tous d'une seule paire O-D et ont accès à l'ensemble des lots.

On considère que les usagers ont une perception différente du temps selon le segment. Le coefficient de pénalité pour le temps de recherche est estimé à 1,38 du temps de parcours. De même, pour la marche, le coefficient de pénibilité est défini à 1,5 et à 1,2 respectivement pour les pendulaires et les non-pendulaires. La vitesse de marche est fixée à 3,6 kilomètres par heure pour tous les usagers. Les choix de report entre lots sont modélisés par un modèle logit multinomial de paramètre  $\theta=0,1$  par minute pour les deux segments.

### 5.6.2.2 Analyse paramétrique

La période de simulation s'étend sur 1 heure. Pour tester le comportement du modèle, on fait varier le volume de demande initiale entre 0 et 2 250 véhicules par heure, valeur à laquelle l'offre de stationnement sera saturée à 90 %. Cette variation se répartit de manière identique entre les deux segments de demande.

La conception de cet exemple permet de résoudre numériquement le problème d'affectation de trafic. Pour un usager donné, dans des conditions d'écoulement libre de trafic, le lot P1 est préféré car il présente un temps physique de 1,6 minute pour l'accès principal, auquel on ajoute le coût de recherche et le coût terminal de marche, d'où un coût généralisé de déplacement de  $1,6 + 0 + 5,5 = 7,1$  minutes pour un pendulaire et de  $1,6 + 0 + 4 = 5,6$  minutes pour un non-pendulaire. De la même manière, le lot P2 présente un temps physique de 1,6 minute, ce qui donne lieu à un coût généralisé de déplacement de 9,8 et de 7,5 minutes respectivement pour un pendulaire et pour un non-pendulaire. Le lot P3 est le moins attractif, avec un coût généralisé total respectivement de 10 minutes et de 13 minutes pour les deux segments.

Au fur et à mesure que la demande de véhicules augmente, le lot P1 se remplit, et il atteint la saturation lorsque  $Q = \kappa_1 = 350$  véhicules. Le lot P2 devient alors une option de stationnement intéressante pour les pendulaires et indirectement, une option de report pour les non-pendulaires. Le lot P3 sert principalement comme lot de report induit par la saturation du lot P1 dans un premier temps mais aussi du lot P2 dans un deuxième temps. Cela se produit lorsque  $Q = \kappa_1 + \kappa_2 = 1\ 200$  véhicules.

La figure 5.10 montre les probabilités de trouver une place par lot en fonction du volume de demande initiale (à droite) et du niveau d'occupation des lots (à gauche). On observe que le lot P1 est rapidement rempli et que le lot P3 ne devient intéressant qu'après saturation de P2, soit pour une demande totale de 1 250 véhicules par heure. D'ailleurs, ce n'est qu'à partir de ce niveau de demande que le volume total de candidats dans ce lot augmente sensiblement (figure 5.10). Ce constat rejoint notre analyse intuitive.

La figure 5.11 illustre l'évolution du volume de trafic sur le réseau selon le flux de demande initiale de déplacement. Elle montre que les flux de recherche augmentent sensiblement à partir de la saturation totale de P1 et de P2. Leur part passe de 10 % à 15 % puis à 30 % pour un niveau de charge de stationnement respectivement de 20 %, 50 % et 90 %. Ces constats sont confirmés par la figure 5.13, qui permet de comparer la répartition du trafic total sur le réseau et la part du trafic de recherche par arc pour différents niveaux de demande.

La figure 5.12 montre la distribution des coûts de déplacement par segment de demande selon le volume de déplacement. On observe un écart notable entre les coûts de transition des lots P1 et P2 et celui de P3. Pour P1 et P2, ces coûts augmentent sensiblement à partir du moment où les lots sont entièrement chargés, tandis que les valeurs des coûts de marche demeurent inchangées pour tous les usagers, avec des valeurs plus importantes pour les pendulaires car ils sont plus sensibles à l'accès terminal.

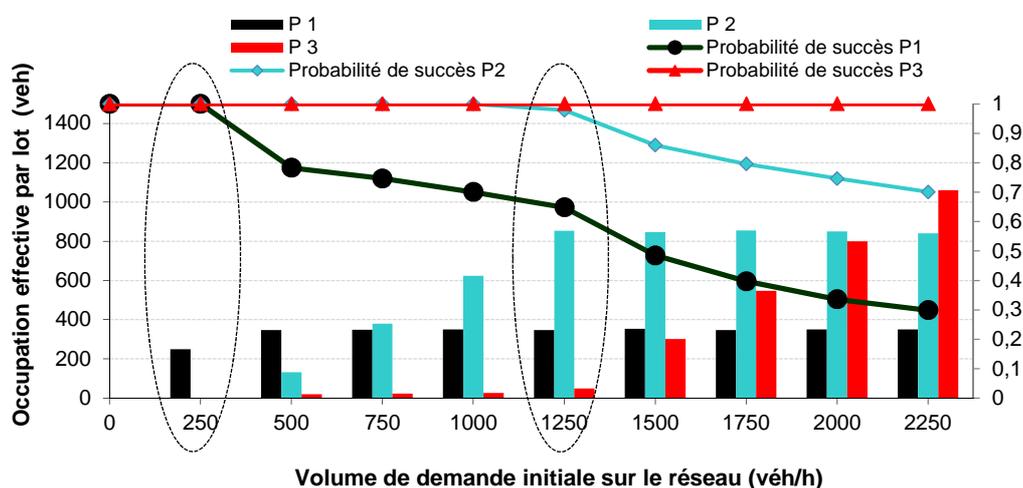


Figure 5.10 : Charge par lot et probabilité de succès en fonction de la demande initiale de trafic.

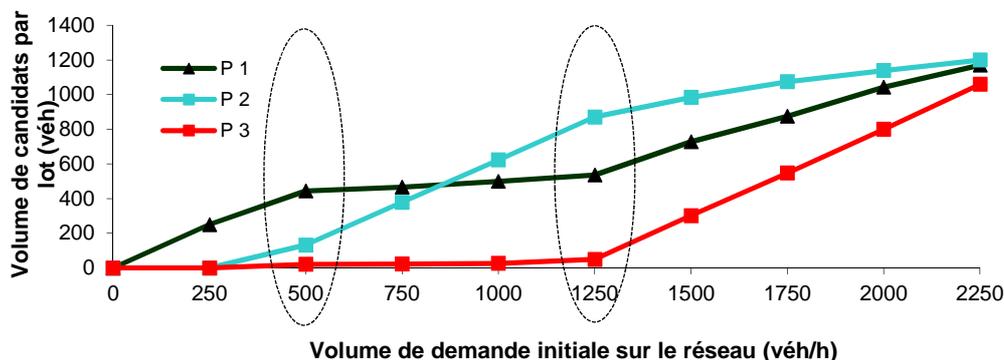


Figure 5.11 : Volume total de candidats par lot selon la demande initiale de trafic.

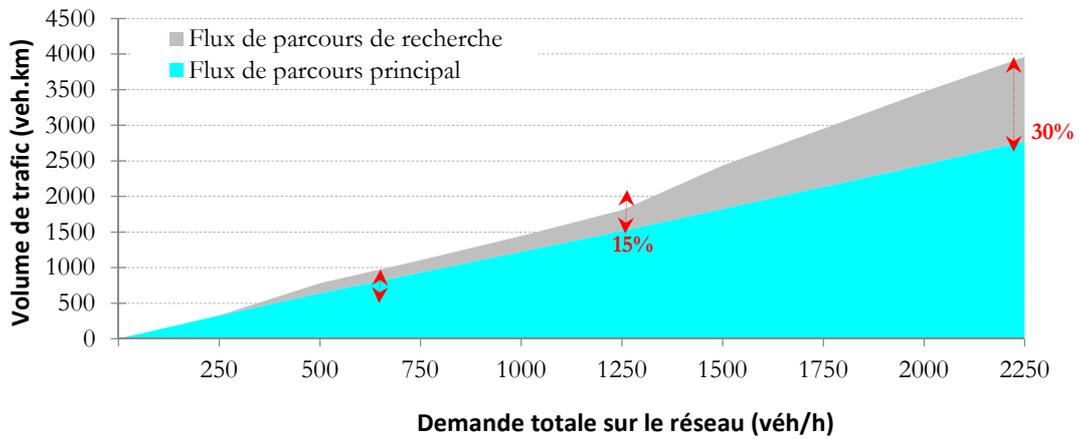


Figure 5.12 : Distribution du trafic sur le réseau routier, en fonction de la variation de la demande totale de déplacement.

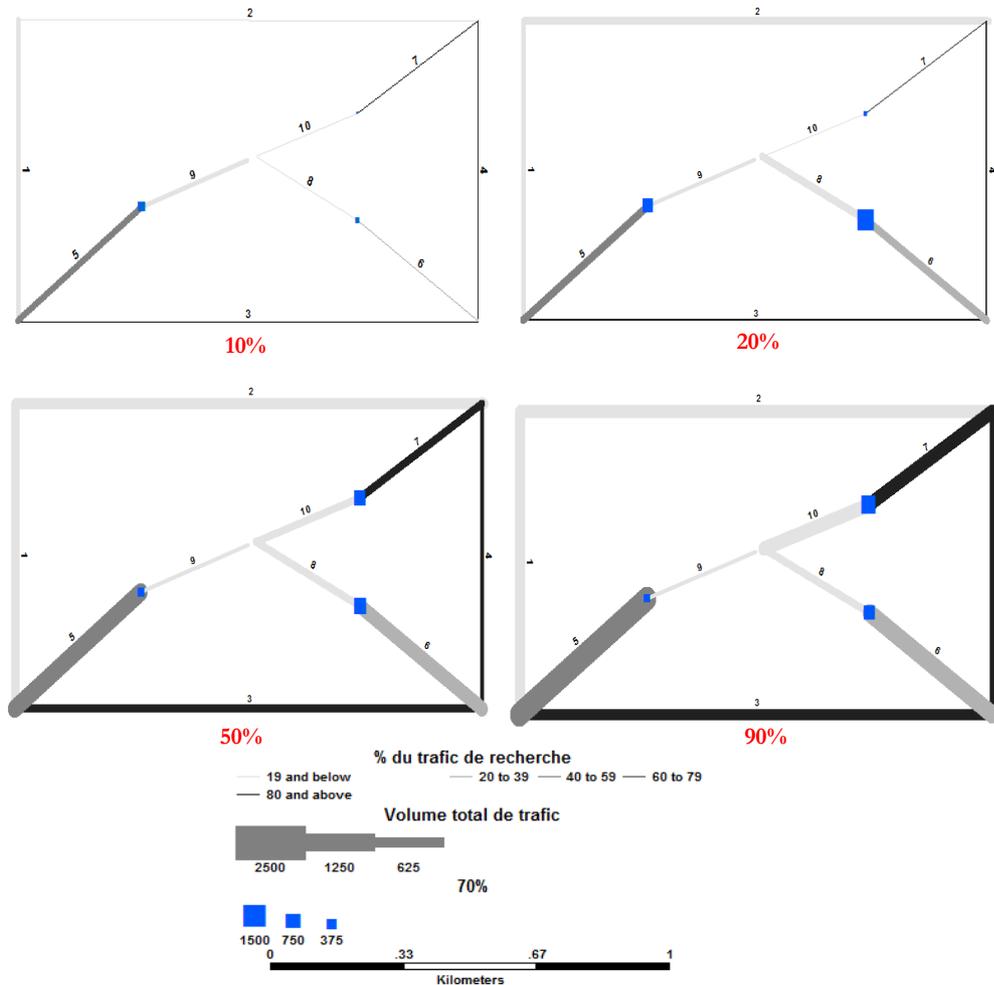
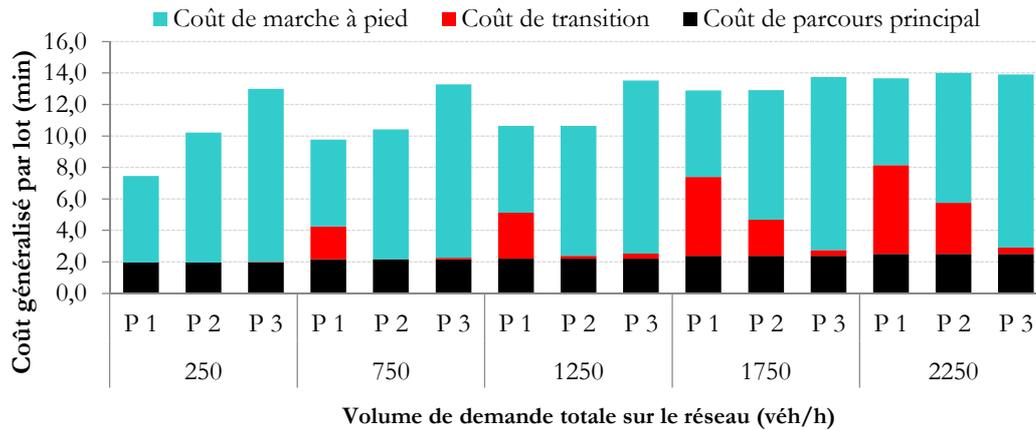
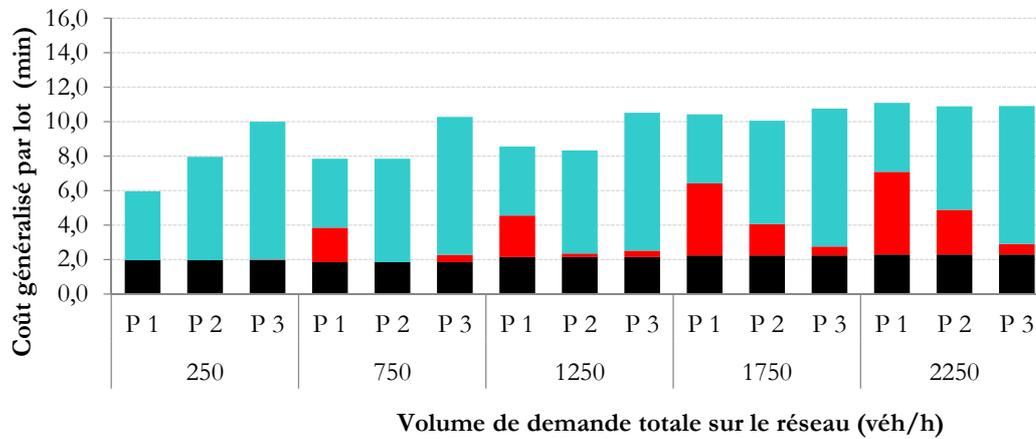


Figure 5.13 : Chargement en volume de trafic sur les arcs et part de la recherche de stationnement sur le réseau selon le niveau de charge de l'offre.



(a)



(b)

Figure 5.14 : Structure du coût généralisé de déplacement par lot (a) pour les pendulaires et (b) pour les non-pendulaires selon le volume de demande sur le réseau.

### 5.6.2.3 Discussion

Avec une configuration du réseau plus réaliste, ce deuxième cas d'école démontre que le modèle ParkCap est capable de modéliser l'interdépendance entre la circulation et le stationnement de façon macroscopique, de simuler le phénomène de circuitage de stationnement et d'évaluer ses effets sur le réseau. Il considère un équilibre conjoint de trafic et de stationnement. Limité à une seule paire O-D et à deux segments de demande, ce cas d'école est extensible sans problème. Bien entendu, les résultats obtenus sont sensibles aux hypothèses retenues et aux informations d'entrée. Les choix de report sont modélisés de façon simplifiée par un logit multinomial, mais un modèle plus sophistiqué peut être utilisé. De même, nous nous sommes contentés d'étudier les effets de variation de la demande initiale de déplacement, mais il serait intéressant de mener une analyse de sensibilité portant sur l'offre, notamment sur les différents attributs des lots (capacité physique, tarif, etc.).

Pour passer d'une phase de modélisation numérique à la phase d'opérationnalisation de ParkCap, un simulateur de trafic a été développé. La section suivante présente les principales caractéristiques de cet outil.

## 5.7 Présentation du simulateur ParkCap

Le modèle théorique a été codé en Scilab dans un premier temps, puis en C++. Le travail de programmation a abouti à une première version du simulateur ParkCap. Après une présentation sommaire de l'architecture informatique du simulateur ParkCap, nous expliciterons son fonctionnement et les principaux fichiers des informations d'entrée et de sortie. Enfin, nous détaillerons les domaines d'application de cet outil et son utilité opérationnelle.

### 5.7.1 Structure informatique du simulateur

Le simulateur ParkCap est programmé en langage objet C++. Il est construit autour de quatre principaux éléments. Le diagramme de la figure 5.15 montre les sous-projets qui structurent le code. Les bibliothèques sont présentées en vert, l'exécutable Win 32 en bleu. Ils seront brièvement exposés dans ce qui suit. La structure informatique du code et l'ensemble des fonctions et des variables sont décrits en détail dans Poulhès (2015).

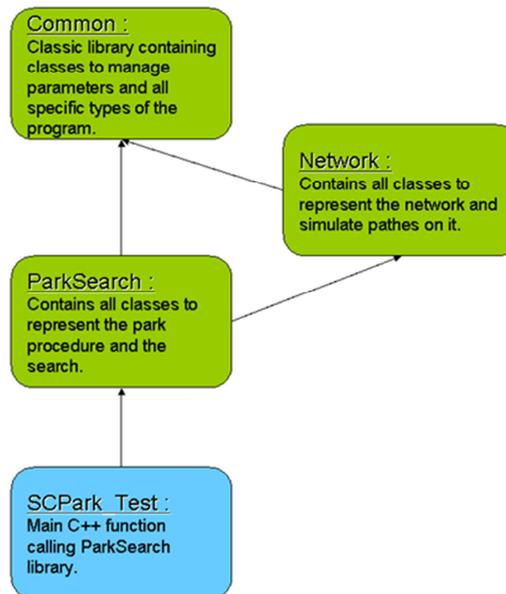


Figure 5.15 : Diagramme principal du simulateur ParkCap.

### 5.7.1.1 La bibliothèque Common

La bibliothèque commune, la base **Common**, regroupe l'ensemble des fonctions générales du programme, c'est-à-dire la gestion des paramètres, les types spécifiques utilisés et la bibliothèque de calcul matriciel (Cf. figure 5.15).

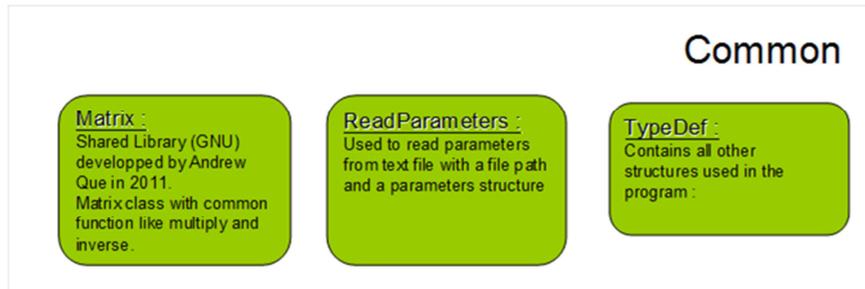


Figure 5.16 : Diagramme de la bibliothèque Common.

### 5.7.1.2 La bibliothèque Network

Le réseau est représenté sous la forme d'un graphe composé d'un ensemble d'arcs et de nœuds. La structure Aminus assure l'enchaînement entre les arcs et fournit l'ensemble des arcs entrant dans chaque nœud. L'ensemble de ces éléments constitue le **Network**. La classe **PCC** sert à calculer le plus court chemin jusqu'à une destination. Elle utilise l'algorithme du PCC de Dijkstra. Une structure en heap binaire est ajoutée pour optimiser le temps de calcul. Elle regroupe une fonction d'insertion qui renseigne sur la valeur de chaque élément et une fonction de suppression qui supprime l'élément minimum en tête de la heap (Cf. figure 5.17).

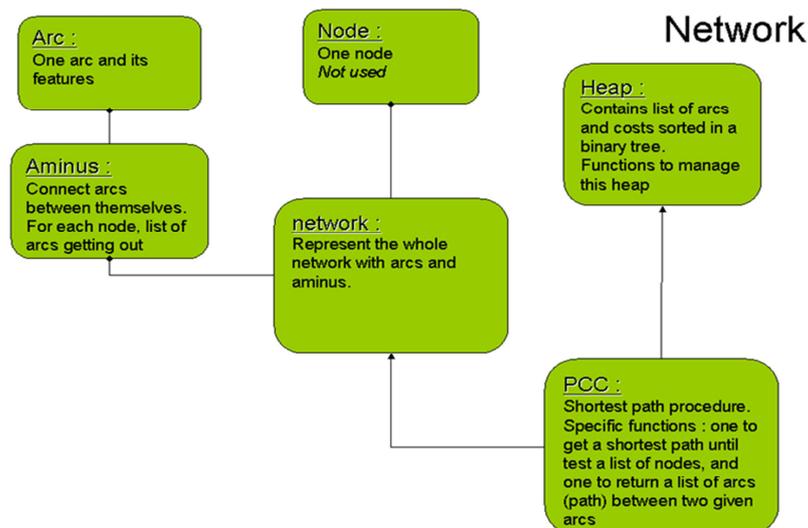


Figure 5.17 : Diagramme de la bibliothèque Network.

### 5.7.1.3 La bibliothèque ParkSearch

La bibliothèque ParkSearch constitue la bibliothèque principale du simulateur (Cf. figure 5.18). Elle regroupe les classes et les fonctions principales du code. Le fichier **process** gère l'appel aux constructeurs et l'initialisation pour tous les éléments du programme, la boucle des itérations de l'algorithme MSA et l'écriture des résultats dans le fichier « F\_Results ». La classe ParkSet gère les lots et les zones. C'est à ce niveau qu'est géré l'algorithme principal d'appel des fonctions de la bibliothèque Network (PCC de chaque lot de destination pour chaque segment de demande, probabilités de succès et probabilités de report après affectation du flux principal par lot et du flux de report par zone de destination). La classe Zone contient la suite des calculs par zone, notamment le calcul des coûts pour chaque lot et la détermination du lot de coût minimal. La classe Transition héritée de la classe Zone regroupe l'ensemble de fonctions utilitaires pour la classe Zone liées aux transitions. La structure Segment contient l'ensemble des déterminants d'une classe d'utilisateurs, notamment les pénalités pour chaque type de temps. Enfin, la structure Lot définit les attributs de chaque lot et sert à stocker les PCC pour chaque segment à partir du lot de destination.

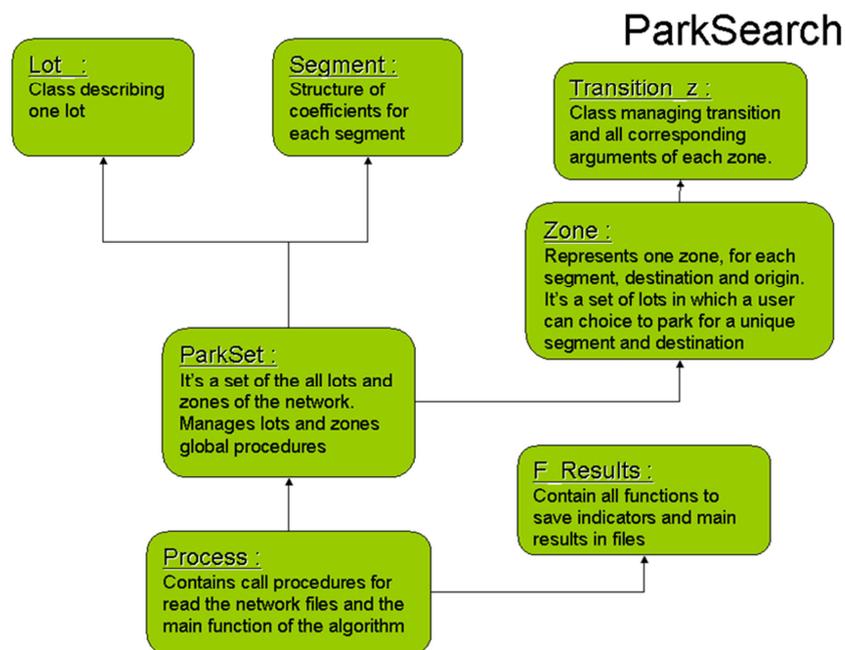


Figure 5.18 : Diagramme de la bibliothèque principale ParkSearch.

### 5.7.1.4 L'exécutable SCPark\_Test

SCPark\_Test est un exécutable Win 32, qui sert de procédure d'appel à la fonction principale de la bibliothèque ParkSearch. C'est à partir de ce fichier que l'application est lancée. L'exécutable pourra être remplacé par une interface graphique dans une version ultérieure du simulateur.

## 5.7.2 Fonctionnement informatique du simulateur

Une simulation consiste à affecter la demande de déplacement sur un réseau selon l'offre proposée. L'objectif de la simulation est de reproduire la distribution du trafic sur le réseau et dans les lots de l'aire d'étude. Le déroulement d'une simulation par l'outil ParkCap peut être assimilé à un processus composé de quatre étapes principales (Cf. figure 5.19). Nous décrivons ce processus en référence à la version 1.0 de ParkCap.

### *Étape 1 : Préparation des informations d'entrée*

Dans l'arborescence du dossier logiciel (voir Poulhès, 2015), le dossier **Data** contient l'ensemble des dossiers d'entrée du simulateur qui sont au format texte. Chaque sous-dossier correspond à un exemple d'applications avec toutes les données propres nécessaires. Pour l'offre, le fichier *Ars.txt* renseigne sur la structure du réseau routier et le fichier *Lots.txt* décrit les caractéristiques des lots de stationnement (capacité physique, type et tarif). Pour la demande, on distingue trois types d'information. Le fichier *Matrice.txt* présente le flux de demande par paire O-D. Il est possible d'avoir autant de fichiers de matrices que de segments de demande. Le fichier *Segment.txt* détaille les facteurs de pénibilité et les valeurs de temps par segment de demande et le fichier *Zones.txt* définit l'ensemble des lots de stationnement par zone de destination.

Il convient de noter que la préparation des données constitue une étape déterminante dans le fonctionnement du simulateur. Elle exige un travail préalable de collecte et de traitement de l'information. Pour ce faire, nous prenons appui sur un tableur Excel et sur un SIG. Un panorama complet de la méthodologie de construction des données est présenté au chapitre 8.

### *Étape 2 : Définition des paramètres de simulation*

Le fichier *Parameters.txt* est l'unique fichier de paramètres dans lequel sont précisés les liens vers le dossier des informations d'entrée et vers le dossier dans lequel seront enregistrées les sorties de simulation. Dans ce fichier sont aussi renseignés d'autres paramètres permettant de définir les choix de convergence, tels que le nombre d'itérations, la valeur du paramètre du modèle logit utilisé pour les choix de report et l'intitulé de la variante simulée. Pour la convergence, la simulation s'arrête quand les deux conditions du gap sont satisfaites (voir la partie mathématique pour le gap).

### *Étape 3 : Exécution d'une simulation*

Pour réaliser une simulation, il faut lancer l'exécutable. Dans le dossier SC\_Park\_Test, il faut cliquer sur « SC\_Park\_Test ». Un exécutable fait appel au fichier de paramètres pour accéder au dossier Data et lire les informations d'entrée à partir du lien spécifié. ParkCap.sln lance la solution dans l'environnement de développement Visual Studio. Les autres fichiers et dossiers sont automatiquement générés par Visual Studio.

La simulation consiste en un processus itératif. Le suivi de l'exécution est possible via le schell qui affiche les lignes de résultats par zone de destination. Le numéro de l'itération en cours est affiché à chaque nouvelle itération. La fin de l'exécution est renseignée par un message qui propose d'appuyer sur une touche. Le temps d'exécution dépend de la taille du réseau, du nombre de zones de destination et de segments de demande, ainsi que du nombre d'itérations. Plusieurs heures peuvent être nécessaires.

#### ***Étape 4 : Affichage des résultats***

Les sorties brutes de simulation sont stockées dans le dossier préalablement défini dans le fichier des paramètres. Elles incluent les résultats de la dernière itération. Nous distinguons cinq principaux fichiers de sorties. Le fichier *Donnees-simulation.txt* reproduit l'ensemble des informations d'entrée et sert à garder une trace et à archiver les variantes testées. Le fichier *Gap\_iterations.txt* détaille les valeurs du gap par itération pour le flux de trafic, les probabilités de succès et les probabilités de report. Il sert à vérifier la convergence. Le fichier *Results\_Arcs.txt* indique les temps de parcours sur les arcs et la réparation du flux entre trafic principal et trafic de recherche de stationnement. Le fichier *Lots.txt* indique la probabilité de trouver une place et le volume total de candidats par lot. Enfin, le fichier *Zones.txt* précise le lot choisi et expose le coût généralisé par type de coût par zone de destination. Pour éviter toute confusion, nous avons ajouté la date et l'heure de fin de la simulation à chaque fichier de sortie.

Notons que grâce à la résolution spatiale fine prise en compte dans le modèle, il est possible de visualiser les résultats sur des cartes géographiques par le biais d'un SIG. Il est aussi possible de les exporter sous Excel pour construire des indicateurs synthétiques qui décrivent le système de stationnement et de circulation. Pour les applications concrètes présentées dans ce manuscrit, trois principaux thèmes d'indicateurs d'évaluation sont retenus : l'état du trafic sur le réseau, l'état du système de stationnement, et la structure du coût de déplacement pour l'utilisateur (voir les deux derniers chapitres).

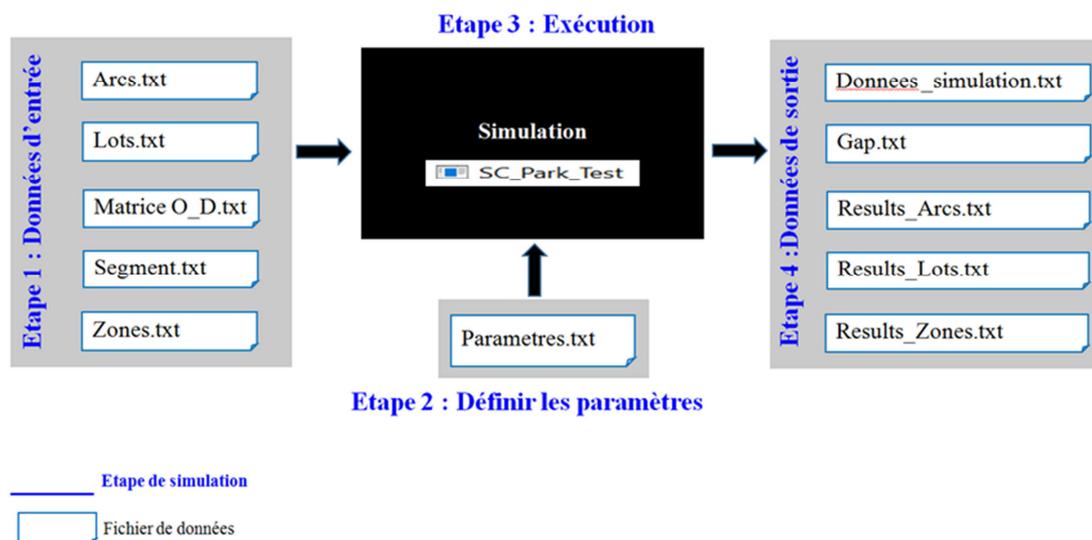


Figure 5.19 : Déroulement du processus de simulation par l'outil ParkCap.

### 5.7.3 Portée opérationnelle du simulateur

La principale finalité du simulateur ParkCap est de tester des variantes de politique publique d'organisation et de gestion du stationnement en ville. Cet outil s'adresse principalement aux collectivités locales et aux opérateurs de stationnement. Il peut être utilisé aussi bien (i) pour faire un diagnostic et comprendre le fonctionnement du système actuel que (ii) pour faire un pronostic de la situation future et maîtriser son évolution. Le simulateur ParkCap se présente donc comme un outil d'aide à la décision et de planification stratégique de la mobilité dans un territoire.

Au-delà de son caractère innovant, le simulateur ParkCap est un outil générique avec plusieurs possibilités d'application spécifiques. Il est capable de s'adapter à différentes réalités des systèmes de stationnement urbain. Sa grande flexibilité constitue, d'ailleurs, l'un de ses principaux atouts. Théoriquement, il est applicable à une grande agglomération, mais la disponibilité des données peut limiter son champ spatial.

Concrètement, le simulateur ParkCap peut être utilisé comme outil d'évaluation de la réaction de la demande face à une variation des caractéristiques de l'offre (tarification, réservation, accès, contrôle...). Il peut aussi servir à étudier les questions problématiques notamment de dimensionnement et de localisation spatiale des lots de stationnement, ainsi que les questions concernant les stratégies de tarification de l'offre publique. Enfin, dans la mesure où il permet de tester et de comparer différentes simulations, il peut faciliter le dialogue et la concertation entre les différents acteurs du domaine de stationnement.

Mentionnons enfin que l'utilisation du simulateur, dans sa version actuelle, nécessite un long travail de recueil et de codage des informations d'entrée. Elle implique aussi de contrôler minutieusement la validité des résultats.

## 5.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle spatialisé d'affectation de trafic à l'équilibre qui intègre le choix conjoint d'itinéraire et de lot de stationnement. Ce modèle, nommé ParkCap pour « Parking Capacity », traite de façon explicite les contraintes de capacité des lots de stationnement, le trafic induit par la recherche de place sur le réseau et le choix de transfert entre lots en cas de saturation.

À travers deux cas d'école, nous avons pu tester le comportement du modèle et étudier sa sensibilité à des variations du volume de demande de déplacements. Les résultats démontrent sa capacité à modéliser le phénomène de circuitage sur le réseau et l'équilibre conjoint de trafic et de stationnement. À partir du modèle théorique, un simulateur de trafic a été conçu, nous avons relaté brièvement sa structure informatique, son fonctionnement et sa portée opératoire.

Dans la famille des modèles macroscopiques d'affectation statique de trafic sur un réseau, le modèle ParkCap est innovant à plusieurs titres.

- Premièrement, du point de vue spatial, notre modèle ParkCap articule deux échelles de territoire : (i) l'espace de proximité où la recherche de stationnement prend tout son sens et (ii) l'espace à franchir qui renvoie à la fonction circulatoire du réseau. L'articulation entre les deux échelles est procurée par la notion de zone de stationnement associée à une destination particulière. Le modèle permet de détecter les zones locales de congestion de stationnement et de trafic.
- Deuxièmement, à l'instar des plus récents modèles multi-agents, le modèle ParkCap permet de capturer les circuits de recherche de stationnement sur le réseau, mais avec des hypothèses simplifiées pour les comportements de choix de la demande. Notre cadre macroscopique permet aussi de capturer certains éléments de la stochasticité des interactions entre la capacité physique de l'offre de stationnement et les volumes de demande de places. L'hypothèse de disponibilité progressive des places de stationnement permet de tenir compte du caractère dynamique de ces interactions et rend possible leur modélisation en régime quasi statique.
- Troisièmement, la stochastique locale du lot de stationnement combinée avec le modèle de transition entre lots donne lieu à un coût stochastique pour l'utilisateur – réduit à un coût moyen dans l'évaluation des options de lot par un utilisateur. Par segment de demande, les coûts espérés des lots cibles jusqu'à la destination sont évalués par la résolution d'un système linéaire de petite dimension et dont la matrice est inversible. Ce système peut être considéré comme une fonction sophistiquée de temps de parcours où « l'arc » fait référence à un lot de stationnement et comprend des circuits de report, tandis que le « temps de déplacement » est composé du coût de circuitage à partir de ce lot, plus le coût de stationnement dans le lot final et le temps d'accès à pied jusqu'à la destination. Cette façon de faire permet de relaxer l'hypothèse de connaissance parfaite de l'offre.

- Quatrièmement, l'un des points forts de notre modèle est sans doute son caractère opératoire. Le simulateur développé a été appliqué à un cas concret, celui de la cité Descartes élargie, en situation de référence (chapitre 7 et en situation future (chapitre 8). Il est parfaitement adapté pour être utilisé pour d'autres territoires.

Les pistes de développement et d'amélioration du modèle sont multiples. L'accent doit être mis en priorité sur :

- une représentation plus sophistiquée des comportements de recherche de place : nous avons considéré que l'utilisateur accepte la première place libre mais dans la réalité, il peut préférer continuer sa recherche. Les choix de report local peuvent être modélisés par différentes stratégies ;
- une représentation microscopique des places dans les lots : la structure physique des lots permet de tenir compte du temps de parcours et de l'éventuel temps de recherche au sein du lot ;
- une extension au cas dynamique pour simuler l'évolution de l'occupation des lots au cours d'une journée à différentes périodes horaires : cela exige bien entendu une prise en compte explicite des arrivées et des départs de véhicules par lot, des durées de stationnement des usagers, des matrices O-D temporalisées et de la variabilité des flux de demande dans le temps.

Afin d'améliorer le fonctionnement du simulateur et de réduire le temps de calcul, une étude de la parallélisation du code a été réalisée. De même, une première esquisse d'interface est développée, mais elle est encore au stade expérimental. Dans la troisième partie de la thèse, nous nous proposons de fournir une application du modèle à la planification stratégique du stationnement dans le quartier de la Cité Descartes.

