
OPTIMISATION DE LA GEOMETRIE DES OUTILS DE PREFORME

V.1. Introduction

Le benchmark précédent nous a donné une vue générale sur le fonctionnement des algorithmes d'optimisation appliqués au forgeage. Toutefois, le choix des fonctions coûts autres que celle de l'énergie totale est assez académique. La fonction coût "défaut repli" a juste été introduite pour créer un cas d'optimisation avec nombreux extrema car il n'y a pas de repli sur la pièce forgée considérée compte tenue de la préforme dessinée et des faibles variations de celle-ci durant l'optimisation.



Figure 5.1. Exemple de triaxe

Afin d'étudier un vrai problème d'optimisation de forgeage (et d'utiliser l'extension du calcul du gradient que nous avons réalisée), nous examinons le cas de forgeage d'un triaxe (Figure 5.1).

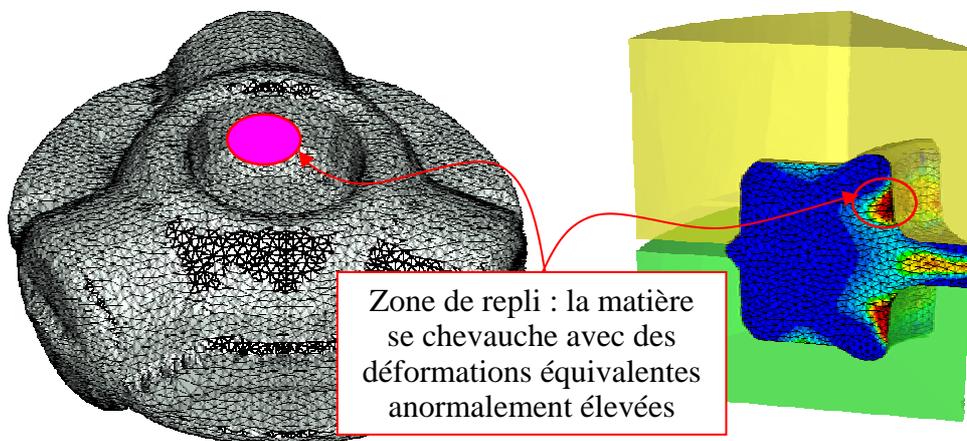


Figure 5.2. Défaut repli sur le Triaxe forgé avec la gamme de forgeage standard

Lors du forgeage d'un triaxe en 2 passes avec la gamme standard, on observe un repli sur la pièce finale (*Figure 5.2*). La zone de repli représente une zone de faiblesse inacceptable. Ce défaut entraîne donc le rebus de la pièce.

Un problème d'optimisation émerge pour éviter ce défaut : trouver la forme de l'outil de préforme pour qu'il n'y ait plus de repli sur la pièce forgée finale. Ce chapitre a pour but d'étudier ce problème d'optimisation.

V.2. Présentation du problème d'optimisation

Dans cette section, nous allons présenter brièvement le problème d'optimisation. Nous décrirons tout d'abord le cas de forgeage du triaxe.

V.2.1. Description du cas de forgeage d'un triaxe

Ce cas de forgeage a été présenté dans la section III.3.2. Compte tenu de la symétrie du triaxe, nous modélisons seulement la moitié supérieure d'un sixième de la pièce (un douzième du Triaxe), comme montré sur la *Figure 5.3*.

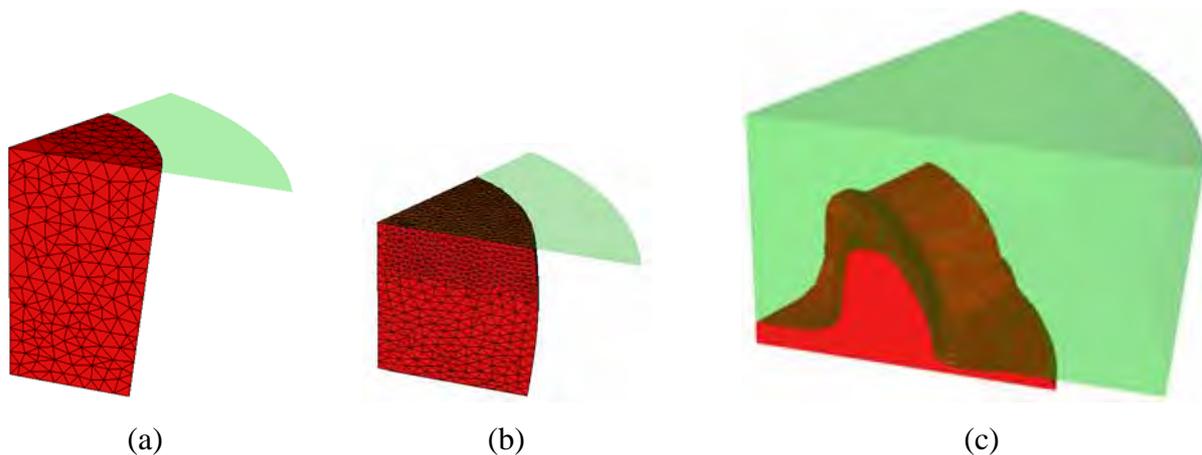


Figure 5.3. Un douzième de la pièce initiale (a) – Pièce finale de la première passe = Préforme de la deuxième passe (b) – Un douzième du triaxe forgé

Le comportement du matériau est viscoplastique. Avec un maillage de 35000 éléments (9400 nœuds), le temps nécessaire pour une simulation complète sans calcul du gradient est de 4h, et il est de 5h30' avec calcul du gradient sur un PC mono processeur à 2,4GHz.

V.2.2. Paramétrisation de la préforme d'outillage

L'outil de préforme du forgeage d'un triaxe est axisymétrique. Il est paramétrisé par une Bspline. Nous ne présentons pas cette paramétrisation car elle a été décrite dans la section III.3.2.

V.2.3. Fonction coût étudiée

Pour ce problème, la fonction coût repli est le seul objectif à minimiser.

V.3. Résultats d'optimisation

Nous allons d'abord étudier ce problème d'optimisation avec deux paramètres d'optimisation pour examiner son comportement. Puis le cas est étudié avec trois paramètres. Enfin, un test sur 5 paramètres d'optimisation est réalisé.

V.3.1. Optimisation avec 2 paramètres

V.3.1.1. Résumé du problème

Dans le but d'examiner la nature du problème d'optimisation, nous l'étudions d'abord avec 2 paramètres. La disposition des paramètres sur le polygone de contrôle de la Bspline est présentée sur la *Figure 5.4*.

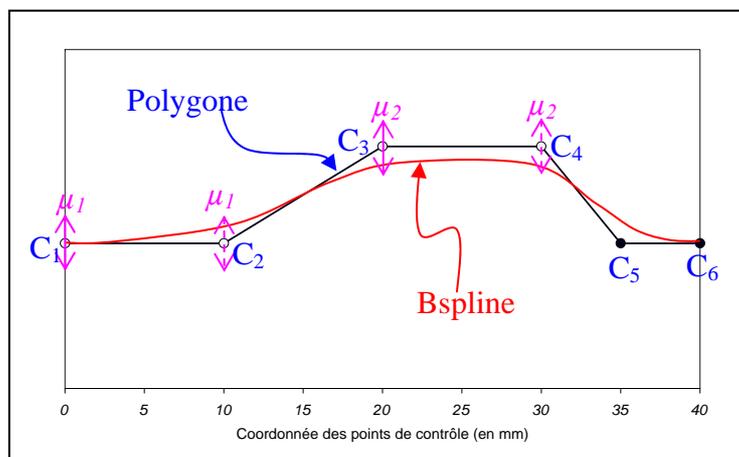


Figure 5.4. Disposition des paramètres sur le polygone de contrôle de Bspline

Le polygone de contrôle de la Bspline a 6 points C_1, C_2, \dots, C_6 . Les 4 points C_1, C_2, C_3, C_4 peuvent se déplacer verticalement. Les deux points C_5 et C_6 sont fixes. Parmi les 4 points mobiles, C_1 et C_3 sont actifs alors que C_2 et C_4 sont passifs. C'est-à-dire C_2 et C_4 se déplacent identiquement respectivement à C_1 et C_3 . Les déplacements des 2 points actifs C_1 et C_3 sont donc nos paramètres d'optimisation μ_1 et μ_2 .

Le problème d'optimisation peut être présenté comme suit :

$$\text{Minimiser } \Phi_{repli}(\mu_1, \mu_2) \text{ avec } -10\text{mm} \leq \mu_1, \mu_2 \leq 20\text{mm}$$

Nous allons résoudre ce problème avec différents algorithmes: les deux algorithmes à direction de descente BFGS et SCIP, la SE-Meta et les deux algorithmes hybrides l'AGMGA et l'AGMGO. Les résultats d'optimisation sont présentés dans le paragraphe suivant.

V.3.1.2. Résultats d'optimisation

Le *Tableau 5.1* présente une synthèse des résultats d'optimisation obtenus. Pour tous les algorithmes d'optimisation, il indique le numéro de la simulation N_{opt} où on a obtenu la meilleure solution en référence au nombre total de simulations N_{tot} effectuées. Il présente la

valeur des paramètres (μ_1 , μ_2) optimaux, la valeur de la fonction coût, et l'amélioration apportée. Ce tableau répond aussi à la question si le repli est enlevé ou non.

	N_{opt}/N_{tot}	μ_{1opt}	μ_{2opt}	$\Phi_{repli\ min}$	Amélioration	OK ?
Cas REF	-	0	0	10,49	-	Non
BFGS	7/14	6,99	18,41	10,20	-2,8%	Non
SCPIP	8/24	1,03	0,47	9,29	-11,4%	Oui
Se-Meta	37/48	-7,87	-10	8,14	-22,4%	Oui
AGMGA	16/48	-8,47	-4,38	9,13	-13,0%	Oui
AGMGO	20/48	-5,65	-7,52	9,00	-14,2%	Oui

Tableau 5.1 : Synthèse des résultats d'optimisation avec différents algorithmes pour le cas de forgeage d'un triaxe avec 2 paramètres

D'après ce tableau, tous les algorithmes réduisent la potentialité de repli par rapport à la référence. Cependant, l'algorithme itératif BFGS ne trouve qu'une solution avec une fonction coût de 10,20 soit seulement 2,8% d'amélioration. Le SCPIP présente un meilleur résultat. Il trouve un outil de préforme avec une potentialité de repli de 9,29, qui apporte donc une amélioration de 11,4%. Dans ce cas d'optimisation, les trois algorithmes évolutionnaires démontrent encore une fois leur supériorité par rapport aux algorithmes à base de gradient.

En effet, l'optimisation basée sur la méthode SE-Meta donne la meilleure préforme optimale avec une fonction coût de 8,14, ce qui correspond à une amélioration de 22,4% par rapport à la référence.

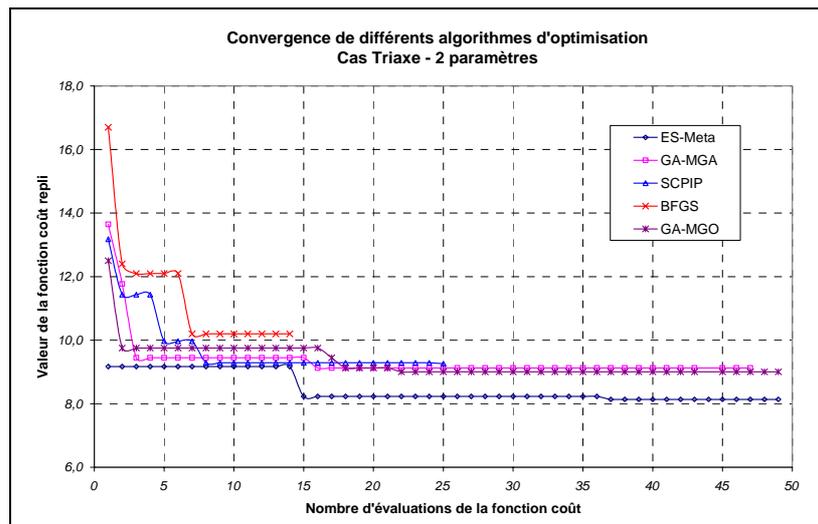


Figure 5.5. Convergence des algorithmes d'optimisation pour le cas Triaxe – 2 paramètres

La Figure 5.5 présente la convergence des différents algorithmes d'optimisation employés. On observe sur cette figure que les algorithmes se comportent différemment. Le BFGS et le

SCPIP obtiennent leur solution optimale en quelques itérations seulement, tandis que les trois algorithmes évolutionnaires ont besoin de beaucoup plus (16 évaluations avec l'AGMGA, 20 avec AGMGO et 37 avec la SE-Meta). Pourtant on voit qu'au moment où le BFGS obtient sa solution optimale (à la 7^{ième} itération), les algorithmes évolutionnaires ont déjà trouvé de meilleures solutions.

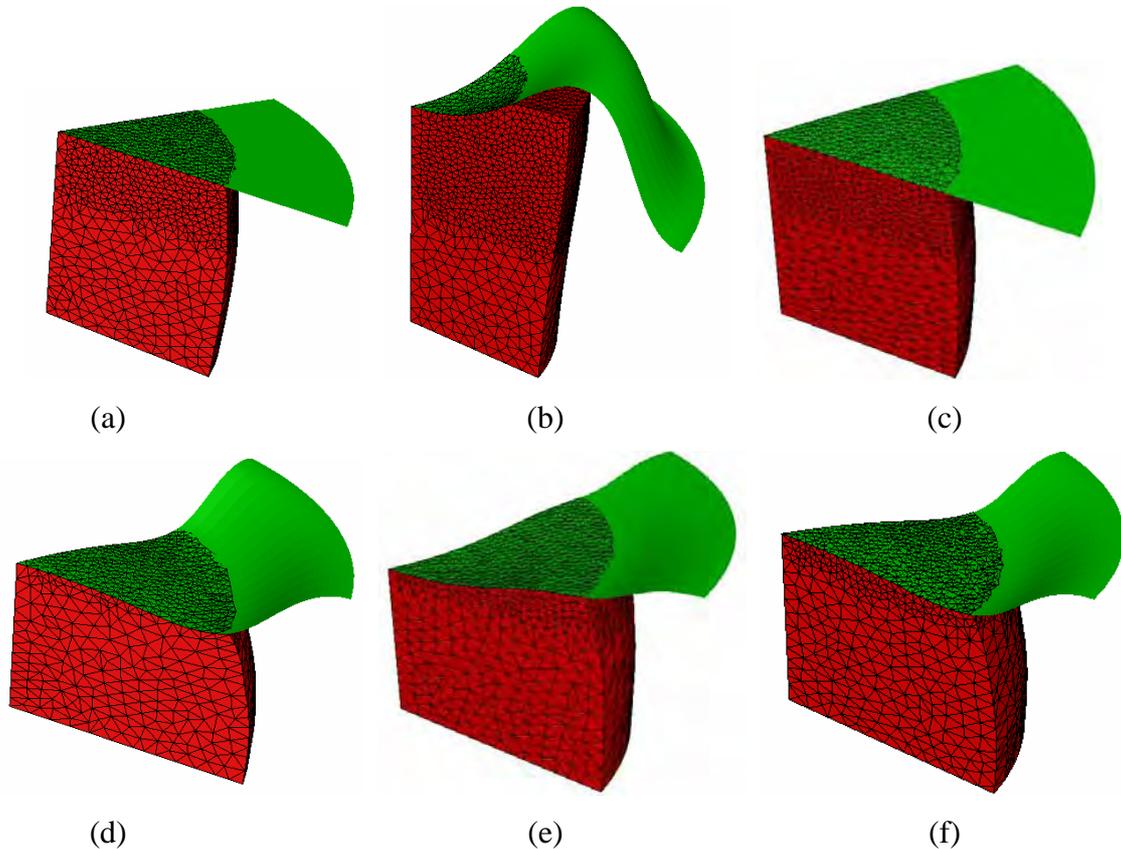


Figure 5.6. Pièces forgées finales de la première passe avec différentes outils de préforme : (a) de référence; (b) optimisé par BFGS ; (c) SCPIP ; (d) SE-Meta ; (e) AGMGA ; (f) AGMGO

Les formes des outils de préforme optimisés sont présentées sur la Figure 5.6. Nous voyons que le BFGS donne un outil de préforme complètement différent des autres solutions. Pourtant, la fonction coût n'est pas beaucoup améliorée avec cette préforme. D'autre part, le SCPIP trouve une préforme légèrement différente de celle de référence. Par ailleurs, les algorithmes évolutionnaires donnent des solutions très similaires qui introduisent les améliorations les plus significatives sur la fonction coût.

Les résultats présentés montrent que tous les algorithmes arrivent à trouver une solution ayant une potentialité de repli inférieure à celle de référence. Cependant, la question principale est de savoir si le repli est bien enlevé sur la pièce finale. Une brève réponse à cette question est présentée dans le Tableau 5.1. La Figure 5.7 illustre également cette réponse par les images des pièces forgées finales. Dans cette figure, la pièce forgée avec l'outil de préforme optimisé par le BFGS présente encore une zone de repli (Figure 5.7b). Dans cette zone, on observe une déformation équivalente beaucoup plus élevée que les autres parties de la surface libre de la pièce. Le produit final donné par le SCPIP est meilleur que celui de BFGS. Le repli diminue nettement et on obtient une déformation équivalente plus homogène (Figure 5.7c), sauf celle de quelques éléments en jaune qui est légèrement plus élevée.

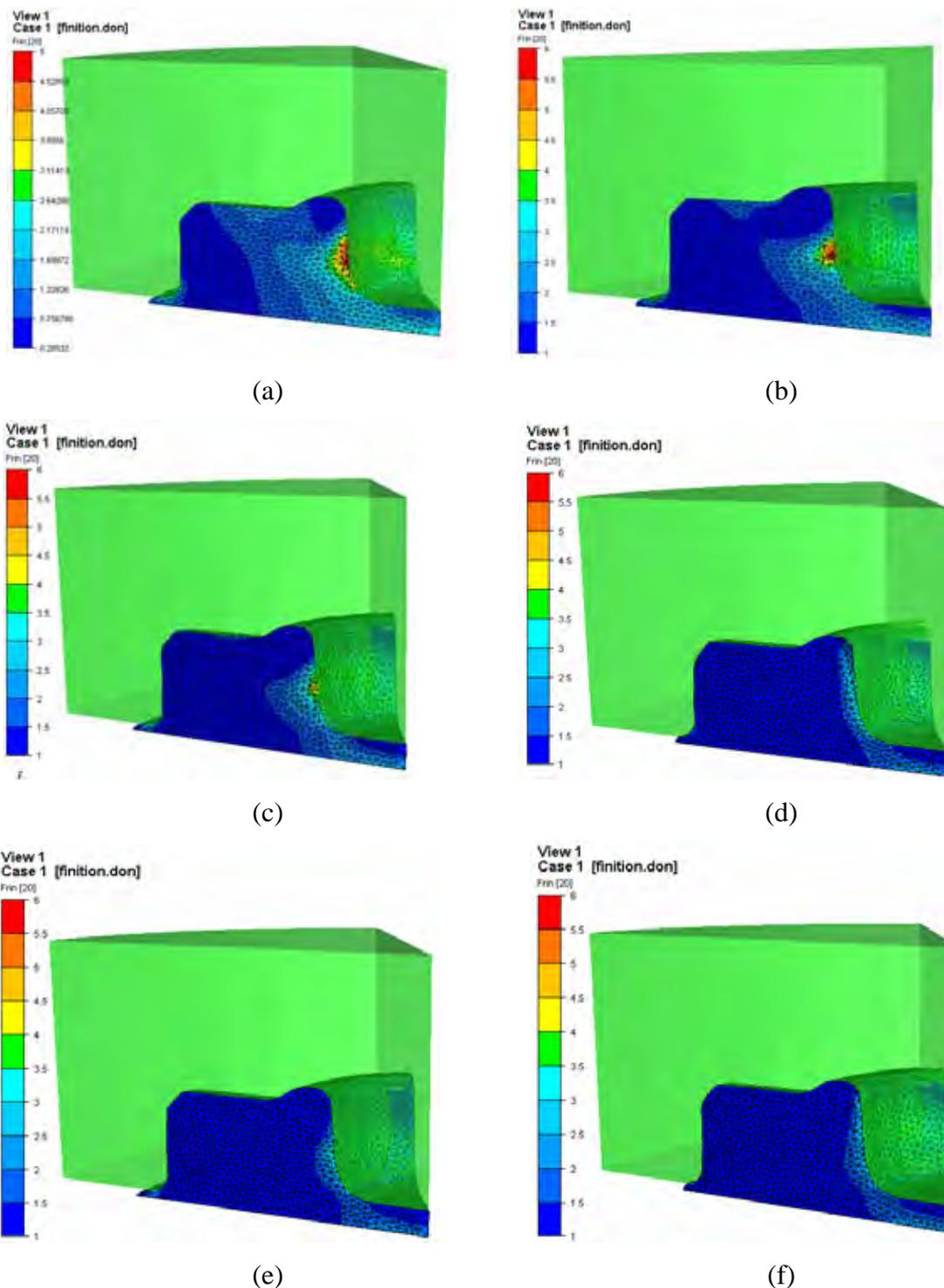


Figure 5.7. Pièces forgées finales de la deuxième passe avec différents outils de préforme : (a) de référence; (b) optimisé par BFGS ; (c) SCIP ; (d) SE-Meta ; (e) AGMGA ; (f) AGMGO

On observe maintenant la pièce forgée avec l'outil optimisé par la SE-Meta (Figure 5.7d). On constate qu'il n'y a plus de repli. L'outil de préforme optimisé donne une pièce forgée finale avec une déformation bien homogène. Les deux algorithmes hybrides arrivent au même résultat (Figure 5.7e,f).

A partir de la valeur des points obtenus par les différents algorithmes d'optimisation présentés précédemment, nous construisons une surface de réponse (ou plan d'expérience) avec Matlab pour décrire la nature du problème. Cette surface est présentée sur la *Figure 5.8*. Sur la *Figure 5.9a*, nous avons la distribution des points dans l'espace. La position des solutions optimales obtenues est aussi décrite sur la *Figure 5.9b* avec les courbes des isovaleurs.

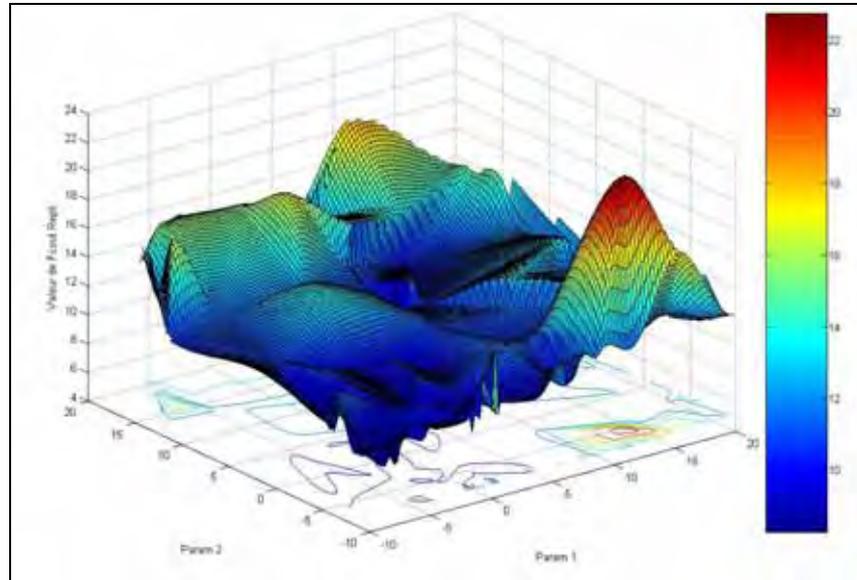


Figure 5.8. Surface de réponse dessinée avec les valeurs des points obtenus de tous les algorithmes d'optimisation

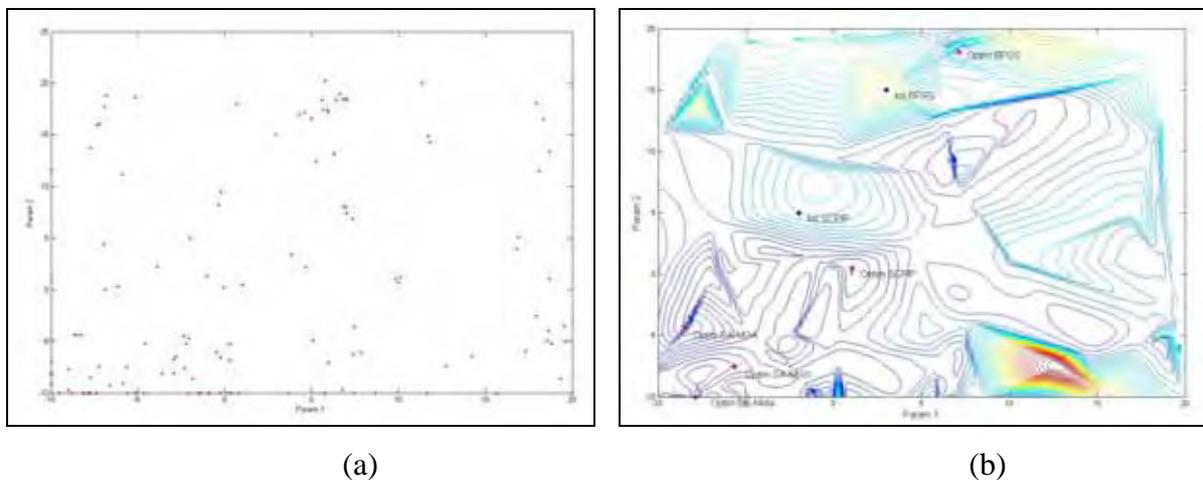


Figure 5.9. Distribution des points de calcul dans l'espace de recherche (a) et Localisation des solutions optimales dans l'espace de recherche avec des courbes d'isovaleurs

Ces figures montrent que notre problème d'optimisation possède de nombreux extrema. Elles expliquent pourquoi les algorithmes à direction de descente comme le BFGS ne sont pas performant ici : ils ne trouvent que l'optimum le plus proche de leur point de départ, donc un optimum local.

Ces résultats montrent à nouveau la supériorité des algorithmes évolutionnaires pour trouver des solutions plus globales, et notamment la robustesse de la SE-Meta.

V.3.2. Optimisation avec 3 paramètres

Afin de vérifier l'efficacité des algorithmes évolutionnaires et d'étudier l'influence du nombre de paramètres, nous essayons de résoudre le même problème avec cette fois 3 paramètres.

V.3.2.1. Résumé du problème

Nous gardons la même paramétrisation que celle utilisée dans le cas précédent, mais parmi les quatre points mobiles, trois sont actifs (C_1 , C_3 , C_4) et sont des 3 paramètres à optimiser. Ils sont présentés sur la *Figure 5.10* sous le nom μ_1 , μ_2 , μ_3 .

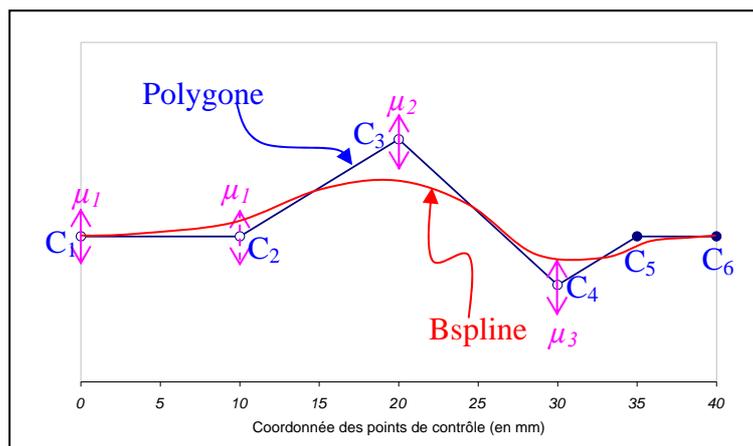


Figure 5.10. Disposition des paramètres sur le polygone de contrôle de la Bspline

Le problème d'optimisation est reformulé par :

$$\text{Minimiser } \Phi_{repli}(\mu_1, \mu_2, \mu_3) \text{ avec } -10\text{mm} \leq \mu_1, \mu_2, \mu_3 \leq 20\text{mm}$$

V.3.2.2. Résultats d'optimisation

Les résultats de l'optimisation sont résumés dans le *Tableau 5.2*.

	N_{opt}/N_{tot}	μ_{1opt}	μ_{2opt}	μ_{3opt}	$\Phi_{repli\ min}$	Amélioration	OK ?
Cas REF	-	0	0	0	10.49	-	Non
BFGS	3/12	7.02	2.92	6.55	10.25	-2.3%	Non
SCPIP	9/18	-4.25	-6.01	-3.07	9.17	-12.6%	Oui
Se-Meta	30/48	-7.26	-3.84	-10	8.35	-20.4%	Oui
AGMGA	32/48	-4.56	-8.42	-5.21	9.03	-14.0%	Oui
AGMGO	28/48	-8.54	-9.10	-4.87	8.83	-15.8%	Oui

Tableau 5.2 : Synthèse des résultats d'optimisation avec différents algorithmes pour cas forgeage d'un triaxe avec 3 paramètres

Ce tableau montre que l'optimisation à 3 paramètres donne les mêmes résultats que celle à 2 paramètres. Encore une fois, on constate que tous les algorithmes réduisent la potentialité de repli par rapport à la référence. Le BFGS est encore une fois le moins performant et apporte seulement 2,3% d'amélioration. Il ne donne pas une solution satisfaisante : la pièce forgée finale présente toujours un défaut repli. La SE-Meta est encore une fois l'algorithme le plus performant dans ce problème. Elle trouve la meilleure solution optimale avec une fonction coût de valeur de 8,35 et une amélioration de 20,4%. Sur la pièce forgée finale, le défaut repli est totalement enlevé.

En partant du même point que le BFGS, le SCIP trouve cette fois un outil de préforme avec une potentialité de repli de 9,17, qui apporte une amélioration de 12.6% avec une pièce forgée finale sans repli. SCIP est toujours meilleur que le BFGS, mais moins robuste que les algorithmes pilotés par les AE. Les deux algorithmes hybrides donnent des solutions optimales avec des améliorations du même ordre de grandeur (de 15% environ) avec des pièces forgées finales sans repli. Pour ce cas, ces deux algorithmes sont moins performants que la SE-Meta mais ils sont plus intéressants que les algorithmes à direction de descente.

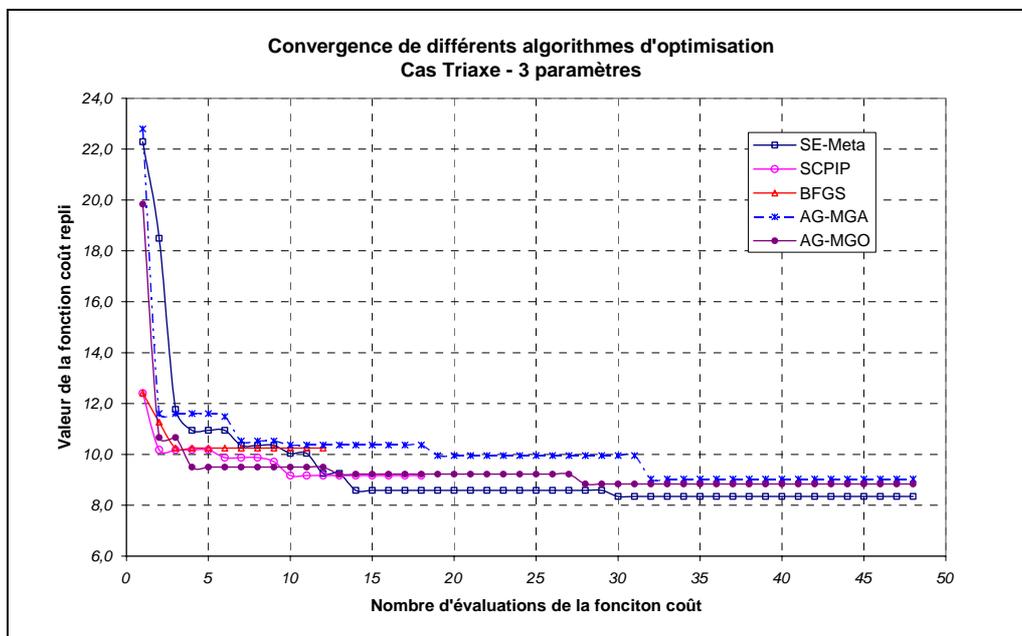


Figure 5.11. Evolution de la fonction coût repli au cours d'optimisation– cas du Triaxe à 3 paramètres

Les profils de convergence des algorithmes d'optimisation sont synthétisés sur la Figure 5.11. En terme de vitesse d'obtention de la solution optimale, on voit encore une fois que les algorithmes à direction de descente trouvent très rapidement leur optimum (en moins de 10 évaluations de fonction coût). Les algorithmes évolutionnaires ont toujours besoin beaucoup plus d'évaluations. Chez les algorithmes évolutionnaires, on constate que la fonction coût de la meilleure solution courante diminue rapidement au début de l'optimisation, puis, plus lentement à la fin : pour chaque saut de la fonction coût, il faut plusieurs évaluations. En fait, ce phénomène est dû au fait que les algorithmes évolutionnaires sont initialisés par des mauvaises solutions dans ce cas. Il est donc facile à trouver une meilleure solution avec un grand saut de la fonction coût. Une fois qu'une bonne solution est obtenue, il faut explorer plus largement l'espace de recherche pour trouver une meilleure solution et le saut de la fonction coût est plus petit à la fin du processus d'optimisation.

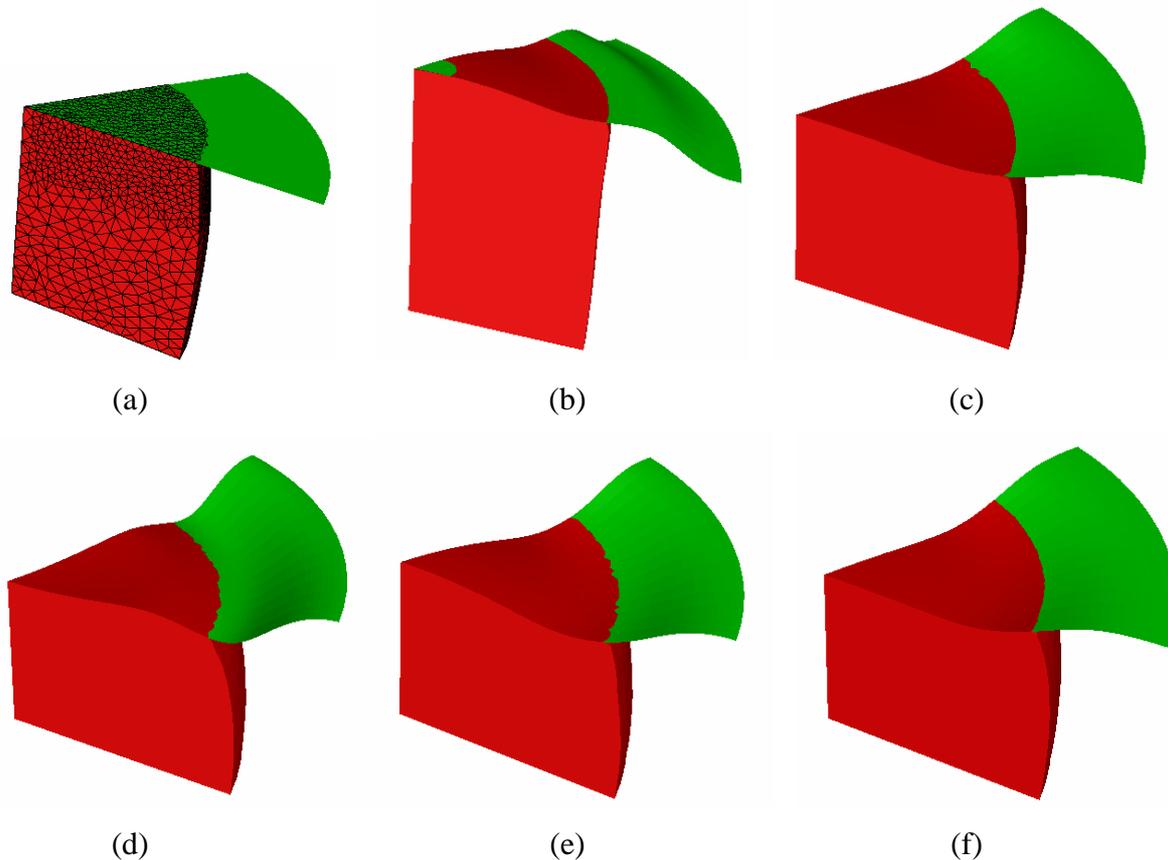


Figure 5.12. Pièces produites de la première passe avec différentes outils de préforme : (a) de référence; (b) optimisé par BFGS ; (c) SCPIP ; (d) SE-Meta ; (e) AGMGA ; (f) AGMGO

Comparons maintenant la forme des outils de préforme optimisées présentées sur la *Figure 5.12*. Encore une fois, l'outil de préforme proposée par le BFGS est complètement différent de ceux proposées par des autres algorithmes. La valeur de fonction coût n'est pas beaucoup améliorée. Le BFGS est coincé dans un optimum local, le repli est toujours présent sur la pièce finale. Le SCPIP trouve cette fois un outil de préforme différent de celui du cas à 2 paramètres. Sa forme est similaire aux formes obtenues par les trois AE.

Les images présentées sur la *Figure 5.13* expliquent bien la différence entre les valeurs des fonctions coûts obtenues avec les différents algorithmes d'optimisation. Sur la pièce finale obtenue avec le BFGS, nous observons toujours une zone avec une déformation équivalente anormalement élevée (zone en rouge sur la *Figure 5.13b*) de la surface libre. Le repli est présent encore sur cette zone. La valeur de la fonction coût repli est élevée. En revanche, avec les pièces finales obtenues avec les quatre algorithmes SCPIP, SE-Meta, AGMGA, AGMGO, la déformation équivalente est bien homogène sur la surface libre. La fonction coût repli prend des valeurs plus faibles que celle du BFGS. Le repli est donc enlevé pour toutes ces pièces.

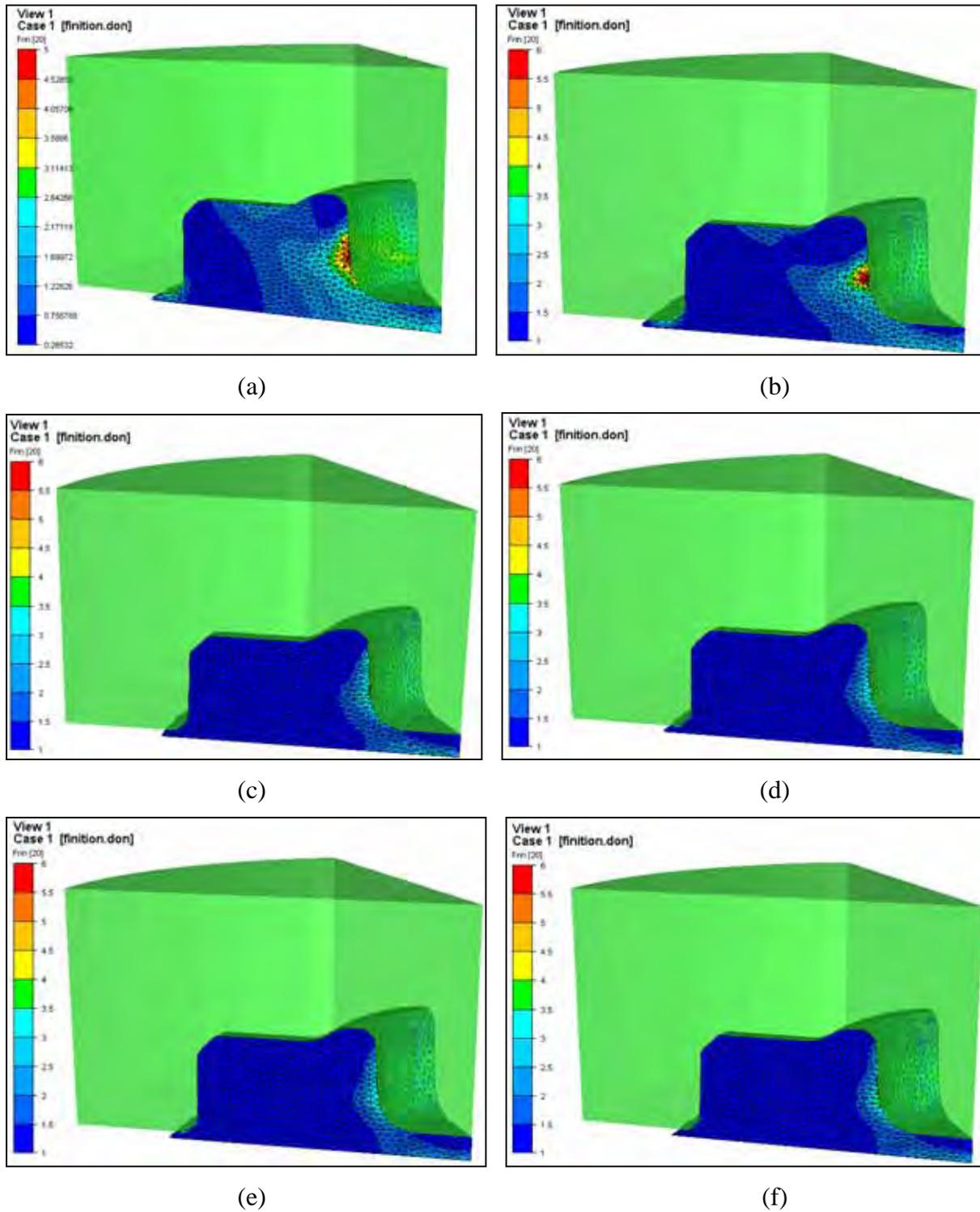


Figure 5.13. Pièces forgées finales avec différents outils de préforme : (a) de référence; (b) optimisé par BFGS ; (c) SCIPIP ; (d) SE-Meta ; (e) AGMGA ; (f) AGMGO

V.3.2.3. Vérification

Afin de vérifier les résultats d'optimisation, nous effectuons les calculs avec des maillages plus fins de 18000 nœuds et 75000 éléments environ. Avec ces maillages, il faut environ 14h pour une simulation complète du forgeage d'un triaxe. Les résultats de ces simulations sont présentés sur la Figure 5.14.

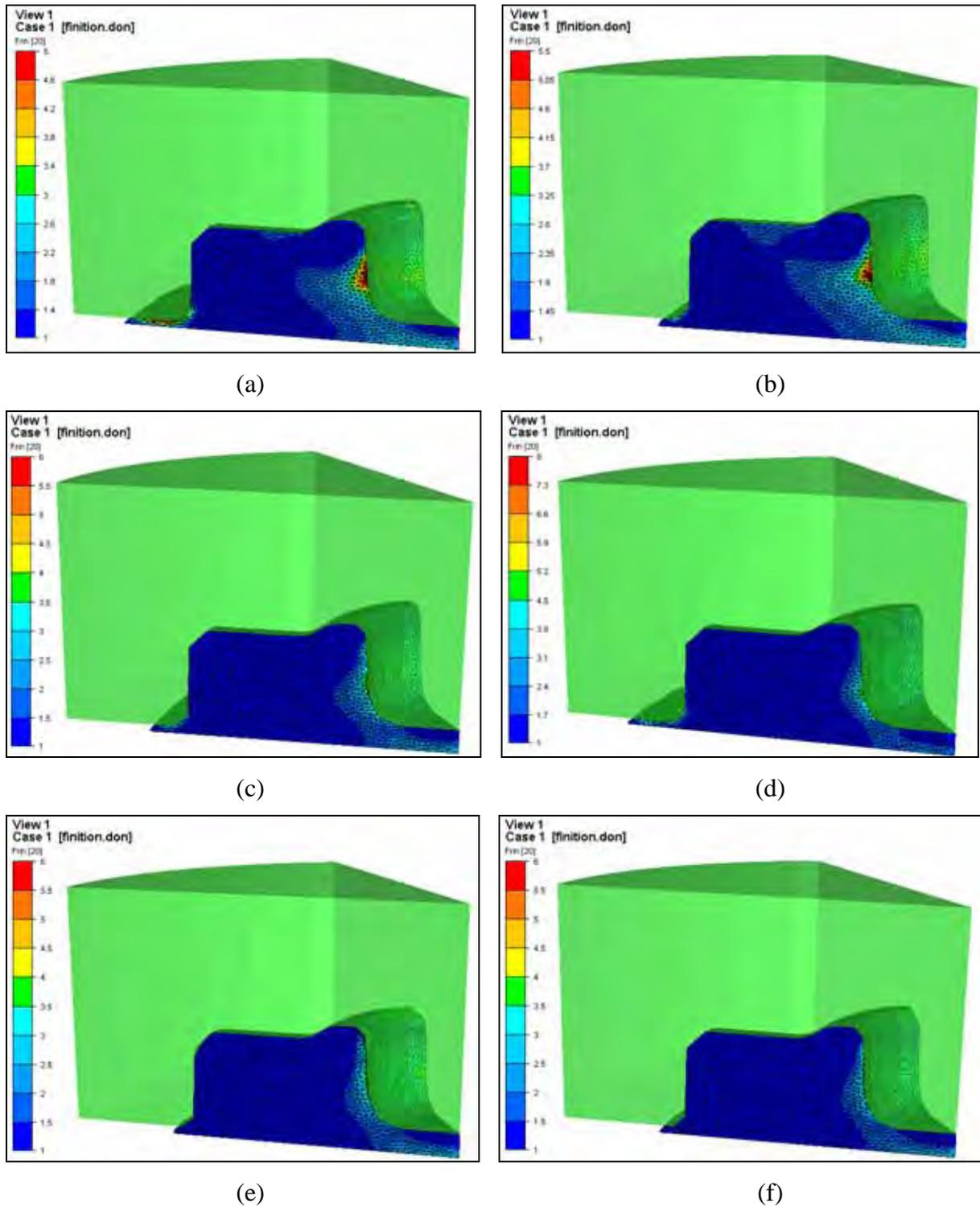


Figure 5.14. Vérification avec maillage fin : pièces forgées finales avec différents outils de préforme: (a) de référence; (b) optimisé par BFGS; (c) SCIP; (d) SE-Meta; (e) AGMGA; (f) AGMGO

Ces images confirment que les résultats d'optimisation sont fiables. Avec le maillage fin, les isovalues de déformation équivalente sont les mêmes que dans le cas du maillage grossier. Le défaut repli est toujours présent sur la pièce finale obtenue avec BFGS, avec une déformation équivalente bien élevée dans la zone de repli. Par contre, ce défaut n'existe plus sur les autres pièces forgées résultant des autres algorithmes. La déformation équivalente est bien homogène sur ces pièces.

Les deux problèmes d'optimisation de la forme d'outils présentés (à 2 et à 3 paramètres) sont assez compliqués avec de nombreux extrema locaux. Les algorithmes évolutionnaires montrent leur robustesse ainsi que leur performance devant ce problème. Ils proposent des solutions intéressantes, plus globales que celles des algorithmes à direction de descente. La SE-Meta paraît l'algorithme le plus robuste et trouve la meilleure solution.

V.3.3. Avec 5 paramètres

Pour tester la capacité des AE à résoudre des problèmes d'optimisation avec un plus grand nombre de paramètres, nous étudions le même cas avec cette fois 5 paramètres, tout en conservant la contrainte de nous limiter à 50 calculs de la fonction coût.

Afin d'éviter des instabilités de types "haute fréquences" sur la forme de l'outil de préforme, nous avons utilisé un raffinement hiérarchique de la paramétrisation des formes à partir du cas avec trois paramètres.

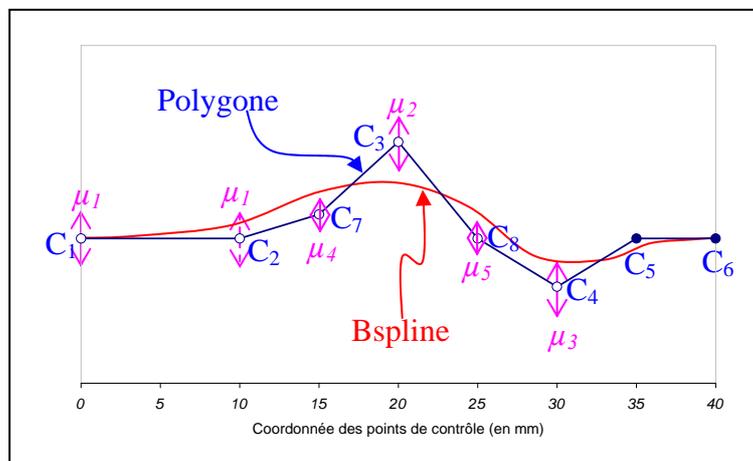


Figure 5.15. Disposition des paramètres sur le polygone de contrôle de Bspline

Pour cette paramétrisation, le polygone de contrôle de la Bspline a 8 sommets C_1, C_2, \dots, C_8 comme présenté sur la Figure 5.15. Six parmi eux sont mobiles ($C_1, C_2, C_3, C_4, C_7, C_8$). Cinq points parmi eux sont actifs et représentés par les paramètres $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_5$, parmi ceux-ci :

- ↪ trois paramètres du problème précédent sont les paramètres principaux (μ_1, μ_2, μ_3). Leur intervalle de variation est le même que précédemment.
- ↪ deux nouveaux paramètres supplémentaires (μ_4, μ_5) sont ajoutés pour raffiner la forme de l'outil. Leur intervalle de variation est $-5\text{mm} \leq \mu_4, \mu_5 \leq 5\text{mm}$. Les ordonnées $\bar{\mu}_4$ et $\bar{\mu}_5$ des points hiérarchiques C_7 et C_8 sont calculées par :

$$\bar{\mu}_4 = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} + \mu_4 \quad \text{et} \quad \bar{\mu}_5 = \frac{\mu_2 + \mu_3}{2} + \mu_5$$

Il s'agit des variations des positions des points C_7 et C_8 autour des positions moyennes données par $\frac{C_2 + C_3}{2}$ et $\frac{C_3 + C_4}{2}$ respectivement.

Le problème d'optimisation peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser} \quad & \Phi_{\text{repli}}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) \\ \text{avec} \quad & -10\text{mm} \leq \mu_1, \mu_2, \mu_3 \leq 20\text{mm} \\ & -5\text{mm} \leq \mu_4, \mu_5 \leq 5\text{mm} \end{aligned}$$

Pour ce cas d'optimisation, la SE-Meta permet de trouver une solution légèrement améliorée par rapport au cas à 3 paramètres mais toujours de qualité inférieure à celle obtenue avec 2 paramètres. La meilleure solution est trouvée au 16^{ième} calcul avec une valeur de fonction coût de 8,20. Le défaut de repli n'existe plus sur la pièce forgée finale.

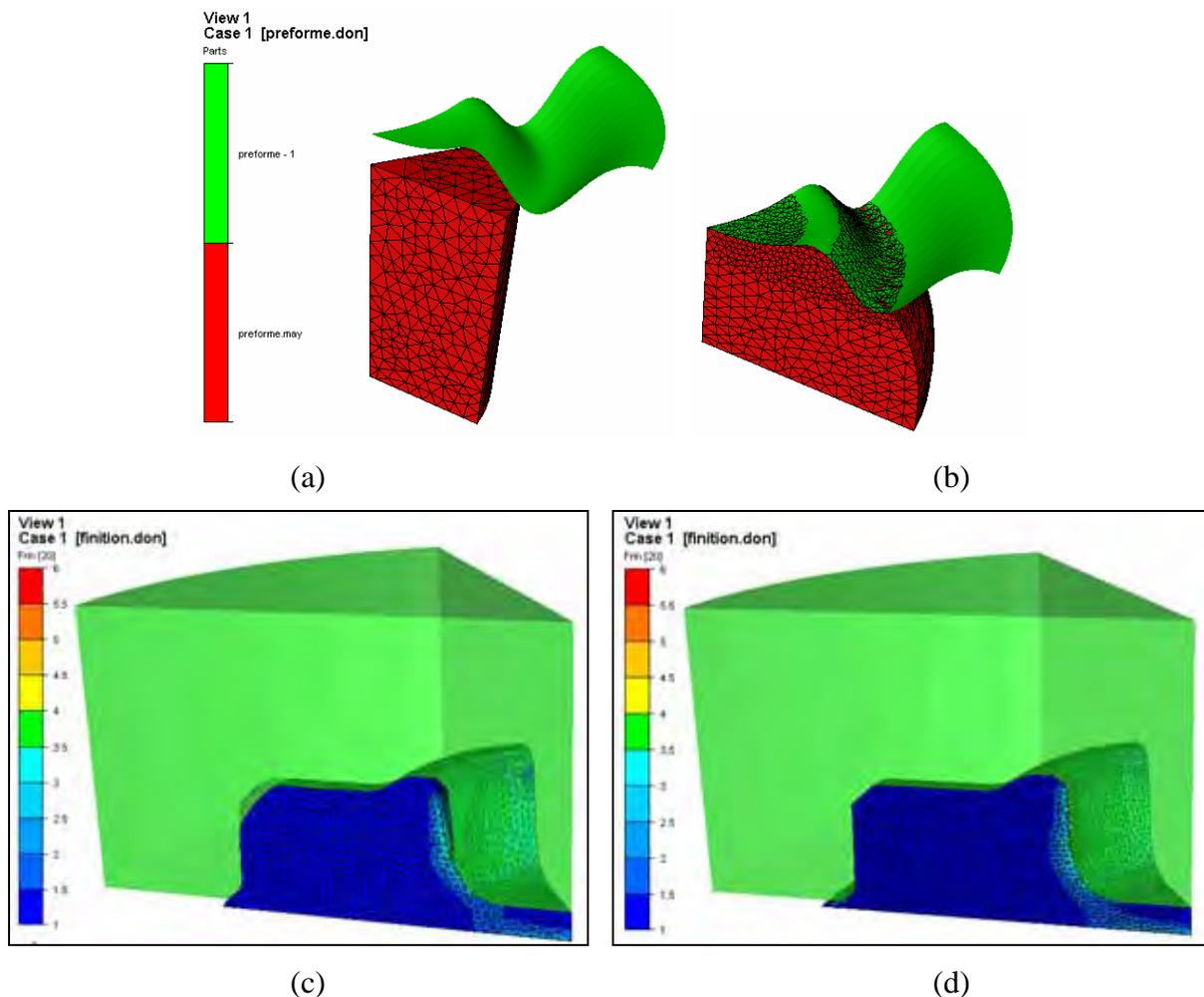


Figure 5.16. Cas 5 paramètres : outil de préforme optimisé par SE-Meta (a) et (b); Pièce forgée finale avec maillage grossier (c); Vérification avec maillage fin (d)

La forme de l'outil de préforme optimisée et le produit final sont présentés sur la Figure 5.16. En observant l'outil de préforme, nous voyons que sa forme est bien oscillante. Il est très différent des outils optimisés dans le cas avec 2 et 3 paramètres. Sur ce cas, les 3 solutions

Pour ce cas, nous avons aussi fait une vérification avec le maillage fin. Le résultat est présenté sur la Figure 5.16d. Nous constatons que le repli est bien enlevé, la déformation est homogène. Le résultat est bien satisfaisant.

V.4. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons formulé et résolu un problème d'optimisation concret de forgeage. Différentes conclusions peuvent être tirées :

- ↪ Devant un problème multimodaux assez raide comme celui-là, l'algorithme BFGS est coincé dans un optimum local. Il est le moins performant et il n'arrive pas à trouver une solution satisfaisante dans les deux cas où il était appliqué.
- ↪ Le SCIP est prometteur car il trouve des solutions satisfaisantes dans les deux cas. Il apporte des améliorations significatives (de l'ordre de 10%) sur la fonction coût.
- ↪ Les trois algorithmes évolutionnaires proposent des solutions plus intéressantes que celles des algorithmes à direction de descente. La SE-Meta semble la plus performant dans ce cas où elle apporte des améliorations les plus significatives (de 20%) de la fonction coût. Pourtant, les deux algorithmes hybrides sont toujours prometteurs avec des améliorations de l'ordre de 15% et des solutions satisfaisantes (la pièce forgée finale sans repli).
- ↪ La SE-Meta a montré sa capacité à résoudre des problèmes d'optimisation de forgeage avec plus de 3 paramètres et un nombre limité de calculs de la fonction coût. Dans tous les cas, elle trouve une préforme qui enlève le repli.

