

---

## Notion d'échelle

A leurs variété et complexité, s'ajoute une diversité importante de mécanismes physiques dont la description diffère selon l'échelle de taille adoptée par l'observateur extérieur, ce qui complexifie encore la tâche lorsqu'il s'agit de les modéliser.

Afin de mieux illustrer cette notion d'échelle de taille, une structure poreuse comme celle d'un gisement d'hydrocarbure peut être prise comme exemple (Fig. 1.1). La dimension du milieu poreux est souvent supérieure de plusieurs ordres de grandeur au diamètre des pores ou des particules solides qui le constituent. Alors que l'ordre de grandeur du gisement se compte en km, celui des pores ou des particules solides est en  $\mu\text{m}$ . Cet écart de grandeur fait que les processus qui surviennent à l'échelle du gisement et les modèles mathématiques qui les régissent peuvent être très différents de ceux à l'échelle du pore.

### 1.1.1.1 Echelle moléculaire

Considérée comme étant la plus petite échelle du milieu poreux, elle est de l'ordre du nm. A cette échelle, des processus survenant au niveau moléculaire comme les interactions entre les molécules du fluide et la paroi solide (effet de Klinkenberg)

sont pris en compte dans la description de l'écoulement à travers le milieu poreux. La description de l'écoulement à cette échelle n'est pas abordée dans ce travail.

Dans des cas spécifiques tels que les phénomènes diffusifs, d'adsorption, de réaction, d'interactions fortes fluide-parois des pores, de milieu nanoporeux, etc, il est nécessaire de considérer les mécanismes physiques à l'échelle moléculaire. Pour l'étude qui nous concerne, nous conservons une description classique de la mécanique des milieux continus, sans avoir recours à des considérations particulières à cette échelle.

### 1.1.1.2 Echelle du pore

Appelée aussi échelle microscopique, elle est caractérisée par le diamètre moyen des pores  $l_\beta$  dans le cas d'un milieu poreux consolidé ou par le diamètre moyen des grains  $l_\sigma$  (dans le cas d'un milieu poreux non-consolidé par exemple) (voir Fig. 1.1). A cette échelle, le milieu poreux est considéré comme étant hétérogène dont l'hétérogénéité est du même ordre que le diamètre moyen des grains ou des pores. Le milieu poreux à l'échelle du pore est en effet constitué de plusieurs milieux continus (une phase solide et une ou plusieurs phases fluides) séparés par des interfaces.

L'écoulement de fluide à cette échelle peut être décrit par les équations de conservation de quantité de mouvement et de masse (*i.e.* l'équation de Stokes en régime rampant ou visqueux et Navier-Stokes en régime inertiel) à l'aide des conditions initiales et aux limites du problème. Dans ce travail, nous nous limiterons à ces situations, en l'absence d'autres mécanismes de transfert (chaleur, masse, réaction, etc).

Plusieurs raisons font que l'adoption de cette échelle pour la description des phénomènes de transfert dans le milieu poreux n'est pas appropriée. En effet, en plus de la complexité mathématique des modèles régissant l'écoulement à cette échelle, la topologie complexe du milieu rend difficile la définition des interfaces fluide-solide sur lesquelles des conditions aux limites sont appliquées. De plus la description de l'écoulement à cette échelle fournit des informations trop détaillées et les grandeurs physiques qui en résultent sont difficilement mesurables. C'est pour ces raisons qu'une description macroscopique en termes de grandeurs physiques facilement me-

surables est nécessaire.

### 1.1.1.3 Echelle locale

Elle est généralement appelée échelle macroscopique ou échelle de Darcy. La longueur caractéristique de cette échelle est  $L \gg l_\beta$  (voir Fig. 1.1). L'étude des phénomènes physiques à cette échelle est communément restreinte à un échantillon plus petit appelé Volume Élémentaire Représentatif (VER) qui présente statistiquement les mêmes caractéristiques que le milieu à partir duquel il a été extrait (voir plus de détails dans la partie 1.1.2).

L'échantillon macroscopique est considéré comme un milieu continu homogène, en dépit du fait qu'il soit constitué d'un système multiphasique. En effet, l'échantillon poreux est remplacé par un modèle dans lequel toutes les phases du système se chevauchent et où chacune des phases occupe tout l'espace du milieu poreux. Les grandeurs physiques sont déterminées par des moyennes volumiques sur des Volumes Élémentaires Représentatifs (VERs) dont les valeurs sont affectées au centre du VER considéré. Bien qu'avec cette description, une grande quantité d'informations (champs à l'échelle du pore) soit perdue, la complexité géométrique du milieu poreux est surpassée.

La description des écoulements de fluides à cette échelle est effectuée en fonction du régime d'écoulement, à l'aide de la loi de Darcy et de ses généralisations dans le cas d'un écoulement visqueux et classiquement à l'aide d'une loi de type Forchheimer dans le cas d'un écoulement en régime inertiel. Ces deux lois empiriques ont fait l'objet de justifications théoriques à l'aide des méthodes de changement d'échelle (méthode de prise de moyenne volumique par exemple) respectivement des équations de Stokes et de Navier-Stokes.

### 1.1.1.4 Echelle globale

Cette échelle est également appelée "grande échelle" (voir Fig. 1.1). C'est l'échelle de tout le milieu poreux étudié qui est considéré comme hétérogène (variation spatiale de la porosité, perméabilité...). La description des écoulements de fluides à cette échelle peut être effectuée par des équations obtenues à partir d'un change-

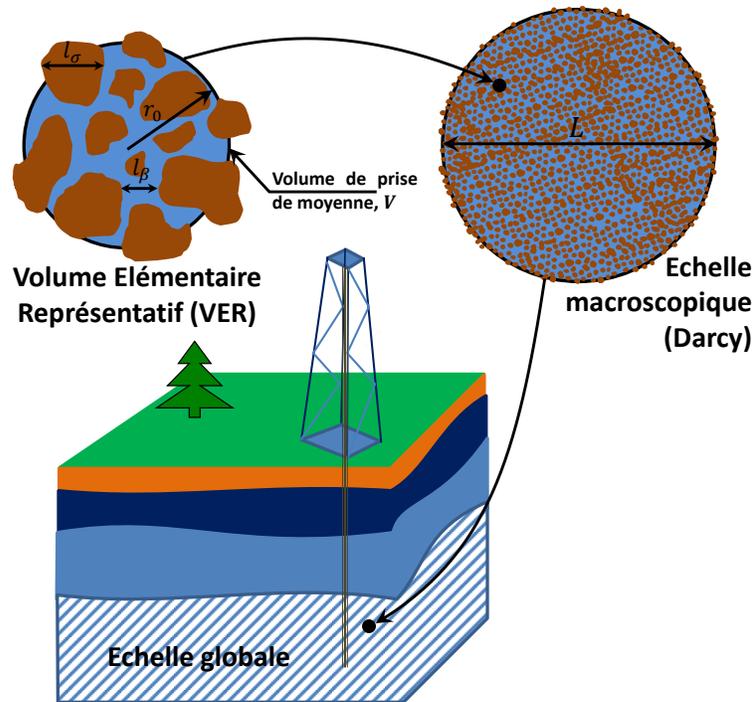


FIGURE 1.1 – Différentes échelles dans un milieu poreux et illustration d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER),  $V$ , d'un milieu poreux composé d'une phase solide  $\sigma$  et saturé par une phase fluide  $\beta$ .

ment d'échelle des équations à l'échelle locale. L'une des méthodes employées pour ce changement d'échelle est la méthode de prise de moyenne à grande échelle. Cependant, dans de nombreuses applications (en génie pétrolier par exemple), des équations identiques à celles de l'échelle locale sont utilisées.

Dans ce travail, une attention particulière est attribuée aux modèles décrivant l'écoulement de fluide à travers le milieu poreux à l'échelle locale. Ces modèles sont obtenus à partir du premier changement d'échelle (*i.e.* l'échelle microscopique à l'échelle locale comme décrit précédemment). Plusieurs méthodes de changement d'échelle rapportées dans la littérature peuvent être envisagées, comme par exemple, la théorie d'homogénéisation, les méthodes stochastiques, la méthode de prise de moyenne avec fermeture, etc. Le changement d'échelle par prise de moyenne volumique est la méthode sur laquelle s'appuie cette étude.

### 1.1.2 Le changement d'échelle par la méthode de prise de moyenne

L'utilisation du changement d'échelle par prise de moyenne pour les écoulements en milieux poreux remonte aux années 60 où plusieurs travaux ont utilisé cette méthode pour la dérivation de modèles physiques. Parmi ces travaux, on peut citer la dérivation d'un modèle macroscopique, à partir des équations de Navier-Stokes, décrivant l'écoulement d'un fluide monophasique à travers un lit fluidisé et contenant des termes empiriques [6, 131]. On retiendra également la dérivation d'une équation macroscopique de dispersion, pour un écoulement monophasique incompressible en régime laminaire couplé au transport d'une espèce non réactive et sans adsorption, qui contient deux grandeurs (la dispersion et la tortuosité) qui doivent être déterminés expérimentalement [135]. Le changement d'échelle par prise de moyenne volumique a aussi permis d'obtenir des modèles macroscopiques régissant l'écoulement dans un milieu poreux dans d'autres travaux [79] ainsi que pour l'écoulement de fluide non newtonien [119]. Les principales hypothèses et limitations de la méthode ont été présentées et discutées plus tard [136]. La méthode a été utilisée aussi par la suite pour la dérivation d'un modèle macroscopique régissant l'écoulement diphasique [137] qui a été discuté plus tard [48].

En plus de la complexité mathématique et de la difficulté de définir un VER pertinent, l'un des principaux inconvénients de cette méthode était jusqu'alors la présence de termes empiriques dans les modèles macroscopiques résultants. Plusieurs travaux, concernant principalement la procédure de prise de moyenne, se sont succédés par la suite [10, 47, 51, 58] jusqu'à ce qu'un problème de fermeture ait été introduit à la méthode de prise de moyenne [28]. Cela a permis ultérieurement le développement de modèles macroscopiques indépendants des résultats expérimentaux.

Différents travaux ont adopté cette démarche plus tard, en combinant la méthode de prise de moyenne à un ou plusieurs problèmes de fermeture afin de déterminer les propriétés effectives du milieu poreux et de l'écoulement qui apparaissent dans le modèle macroscopique. Parmi ces travaux, on remarquera la dérivation de la loi

de Darcy dont le tenseur de perméabilité est déterminé à partir d'un problème de fermeture [138]. La même année, un modèle macroscopique régissant l'écoulement diphasique visqueux en milieu poreux a été développé [140]. Dans ce modèle, les tenseurs de perméabilité sont déterminés par des problèmes de fermeture qui ont été discutés et transformés par la suite [76, 142] en des problèmes semblables à l'équation de Stokes pour faciliter leur résolution. A partir des équations à l'échelle de Darcy, des modèles régissant l'écoulement monophasique [100] et diphasique [101] en régime visqueux à grande échelle ont été dérivés. La dérivation de la loi de Darcy avec la correction inertielle pour un écoulement monophasique rapide a également été proposée [143]. Les tenseurs de perméabilité et de correction inertielle (Forchheimer) qui apparaissent dans ce modèle sont déterminés à partir de deux problèmes de fermeture. Finalement, un modèle macroscopique régissant l'écoulement diphasique inertiel en milieu poreux a été développé [74]. Ces deux derniers modèles ([143] et [74]) seront utilisés dans les chapitres suivants pour l'étude de la déviation à la loi de Darcy (ou Darcy généralisée).

Dans ce travail où le changement d'échelle concerne le passage de l'échelle microscopique (pore) à l'échelle macroscopique (voir Fig. 1.1) comme indiqué plus haut, la prise de moyenne est effectuée sur une portion de l'échantillon poreux de volume  $V$  et de rayon  $r_0$  appelée Volume Élémentaire Représentatif (VER) comme le montre la Fig. 1.1. Le VER reproduit le même comportement macroscopique que l'échantillon poreux de taille caractéristique  $L$ . La moyenne volumique d'une grandeur physique  $\psi_\beta$  sur le VER est donnée par

$$\langle \psi_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \psi_\beta dV \quad (1.1)$$

où  $\langle \psi_\beta \rangle$  est définie au centre du VER et  $V_\beta$  est le volume de pore occupé par la phase fluide  $\beta$ . Une manière alternative d'exprimer la moyenne est la moyenne intrinsèque effectuée sur une seule phase (la phase fluide  $\beta$  par exemple). Elle est donnée par

$$\langle \psi_\beta \rangle^\beta = \frac{1}{V_\beta} \int_{V_\beta} \psi_\beta dV \quad (1.2)$$

Cette expression en termes de moyenne intrinsèque convient plus à des quantités comme la pression du fluide par exemple puisque c'est la grandeur physique qui est mesurée expérimentalement. Les deux expressions de la moyenne sont reliées par la fraction volumique  $\epsilon_\beta$  de la phase  $\beta$  (c'est la porosité  $\epsilon$  du milieu dans le cas monophasique) comme suit

$$\langle \psi_\beta \rangle = \epsilon_\beta \langle \psi_\beta \rangle^\beta \quad (1.3)$$

La porosité représente le rapport entre le volume des pores,  $V_p$  et le volume total de prise de moyenne (phase solide  $\sigma$  et phase fluide  $\beta$ ),  $V$ . Elle est donnée par

$$\epsilon = \frac{V_p}{V} \quad (1.4)$$

Afin de dériver des équations moyennées à partir des équations aux dérivées partielles régissant l'écoulement à une échelle plus petite (à partir des équations de Navier-Stokes pour l'échelle du pore par exemple), l'utilisation du théorème de prise de moyenne [58, 143] donné ci-dessous est nécessaire. Dans le cas monophasique, il est donné par

$$\langle \nabla \psi_\beta \rangle = \nabla \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \psi_\beta dA \quad (1.5)$$

et

$$\langle \nabla \cdot \psi_\beta \rangle = \nabla \cdot \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \psi_\beta dA \quad (1.6)$$

où  $A_{\beta\sigma}$  est l'interface  $\beta - \sigma$  incluse dans le volume  $V$  et  $\mathbf{n}_{\beta\sigma}$  est le vecteur normal unitaire orienté de la phase  $\beta$  vers la phase  $\sigma$ .

Afin de pouvoir appliquer le théorème de prise de moyenne volumique, une condition concernant la taille du VER doit être vérifiée [136]. Elle est donnée par

$$l_\beta \ll r_0 \ll L \quad (1.7)$$

Comme indiqué plus haut et sur la Fig. 1.1,  $l_\beta$  est la longueur caractéristique de l'échelle microscopique (diamètre moyen des pores),  $r_0$  est le rayon du VER de

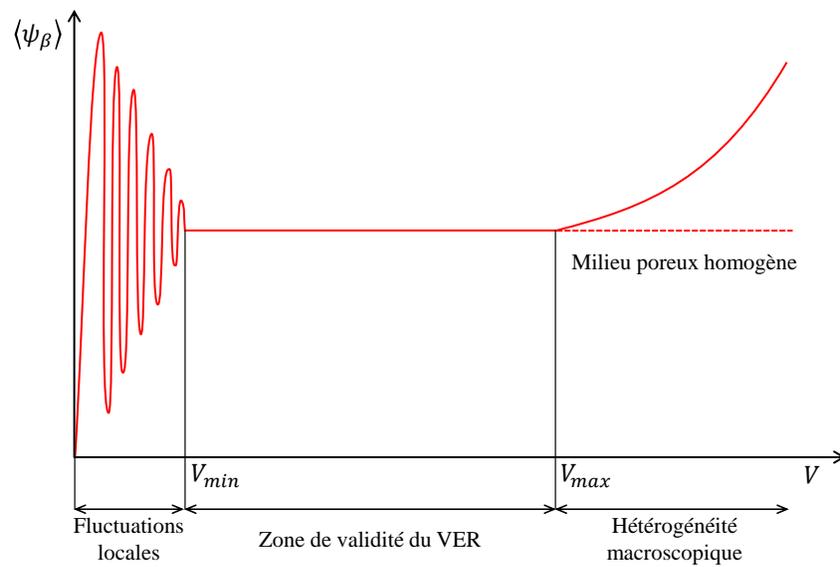


FIGURE 1.2 – Variation de la moyenne volumique d’une grandeur physique  $\psi_\beta$  à travers le Volume Élémentaire Représentatif (VER),  $V$ , en fonction de la taille du VER.

volume  $V$  et  $L$  est la longueur caractéristique de l'échantillon macroscopique. L'Eq. 1.7 stipule que le rayon du VER doit être largement supérieur à la taille des pores et largement inférieur à la longueur caractéristique de l'échelle macroscopique du milieu poreux. Par ailleurs, le VER doit être défini de telle sorte que les grandeurs physiques moyennes qui en découlent aient un sens physique. Cette dernière contrainte a été quantifiée [10] comme suit

$$\frac{\partial \langle \psi_\beta \rangle}{\partial V} = 0 \quad (1.8)$$

Ceci signifie que toutes les grandeurs physiques moyennes en tout point du milieu poreux ne sont fonction que de la position et du temps et sont indépendantes de la taille du VER. L'intervalle de taille du VER où l'Eq. 1.8 est vérifiée est appelé zone de validité du VER (voir Fig. 1.2). Cette zone est précédée d'une zone où la valeur de  $\langle \psi_\beta \rangle$  fluctue avec la taille du VER (Fig. 1.2). Ces variations de  $\langle \psi_\beta \rangle$  sont dues au fait que la taille du VER est trop petite pour lisser l'hétérogénéité à l'échelle des pores et contenir toute l'information structurelle à cette échelle. A mesure que la taille du VER augmente, ces fluctuations s'atténuent. Au delà de la limite supérieure de la zone de validité du VER, la valeur de  $\langle \psi_\beta \rangle$  varie avec l'augmentation de la taille du VER. Cette variation est due aux hétérogénéités macroscopiques et est observée dans le cas de milieux hétérogènes (des milieux caractérisés par des variations spatiales de perméabilité ou porosité par exemple).

Il doit être mentionner que dans certaines situations, la taille minimale du VER varie d'une grandeur physique à une autre (vitesse, pression, porosité, etc). Ce qui veut dire que la détermination d'un VER valable pour toutes les variables du problème physique passe par la réalisation de longues séries de tests comme celle de la Fig. 1.2 pour chaque grandeur physique. Une manière alternative est l'utilisation de fonction de pondération pour chaque grandeur physique. Cette méthode a été abordée dans un problème de prise de moyenne à grande échelle [101] et utilisée avant dans plusieurs travaux [6, 14, 16, 79–82, 141]. Avec cette approche, l'Eq. 1.2 peut être remplacée par [101]

$$\langle \psi_\beta \rangle^\beta = \int_\infty \psi_\beta \varpi dV \quad \int_\infty \varpi dV = 1 \quad (1.9)$$

où  $\varpi$  est une fonction de pondération. Le choix de cette fonction a été discuté dans

la littérature [14, 16, 141].

## 1.2 Etat de l'art sur les écoulements inertiels en milieux poreux

### 1.2.1 Les différents régimes d'écoulement

Les modèles physiques régissant l'écoulement de fluide en milieu poreux sont variables pour une échelle et un régime donnés. Une classification des différents régimes d'écoulement en milieu poreux en quatre régimes séparés par des transitions est communément acceptée [36]. Ces derniers sont distingués en termes d'intervalles de nombre de Reynolds. Cependant, les valeurs du nombre de Reynolds délimitant ces intervalles sont fortement dépendantes de la structure poreuse (forme des particules solides, porosité, etc) et des propriétés du fluide. A titre d'exemple, les valeurs obtenues dans une étude [36] de l'écoulement à travers une structure poreuse formée par des sphères de  $\epsilon = 0,394$  sont présentées dans la Fig. 1.3 donnent une idée sur l'ordre de grandeur de ces valeurs. Les intervalles sont exprimés en termes du nombre de Reynolds,  $Re = \frac{\rho_\beta |\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta| d_p}{\mu_\beta}$ , où  $|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta|$  est le module de la vitesse interstitielle de la phase fluide  $\beta$ ,  $\rho_\beta$  et  $\mu_\beta$  sont respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique de la phase fluide  $\beta$  et  $d_p$  est le diamètre moyen des pores. Les différents régimes d'écoulement d'un fluide incompressible ou faiblement compressible à travers un milieu poreux sont

1. Régime de Darcy ou régime d'écoulement rampant, survenant à de faibles nombres de Reynolds [1, 2, 75]. Pour ce régime, l'écoulement est dominé par les forces de viscosité et sa structure est définie par la morphologie du milieu. Il est régi, à l'échelle microscopique, par l'équation de Stokes et de conservation de la masse et, à l'échelle macroscopique, par la loi de Darcy et l'équation de continuité (voir Fig. 1.3).
2. Régime inertiel ou régime laminaire stationnaire, qui apparaît lorsque les forces d'inertie dans l'écoulement deviennent importantes. L'écoulement à l'échelle

microscopique est régi par les équations de conservation de la masse et de quantité de mouvement (Navier-Stokes). A l'échelle macroscopique, la relation non-linéaire entre le gradient de pression moyenne et la vitesse de filtration du fluide est décrite par des modèles de type loi de Darcy auxquels une correction inertielle (non-linéaire) est ajoutée afin de prendre en compte les effets d'inertie. Comme le montre la Fig. 1.3, ce régime est classé en trois régimes inertiels en fonction du type de la correction et qui seront détaillés par la suite.

3. Régime laminaire instationnaire, où des oscillations sont observées dans l'écoulement au niveau des tourbillons et se propagent dans toute la structure de l'écoulement. L'écoulement est régi à l'échelle microscopique par les équations de Navier-Stokes. A l'échelle macroscopique, le modèle de Forchheimer n'est plus valable.
4. Régime turbulent, survenant à de grands nombres de Reynolds.

### 1.2.2 Ecoulement de Darcy

Dans ce qui suit, le nombre de Reynolds,  $Re_d$ , basé sur la vitesse de filtration,  $|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle|$ , et le diamètre moyen des particules,  $d$ , est utilisé, défini par

$$Re_d = \frac{\rho_\beta |\langle \mathbf{v}_\beta \rangle| d}{\mu_\beta} \quad (1.10)$$

Il est bien connu que l'écoulement rampant caractérisé par des nombres de Reynolds largement inférieurs à l'unité ( $Re_d \ll 1$ ) à travers un milieu poreux est régi par la loi de Darcy [30] à l'échelle macroscopique. La loi de Darcy a été tout d'abord dérivée empiriquement, puis démontrée théoriquement par la suite avec des techniques de changement d'échelle [59, 91, 139]. Elle est valable pour un écoulement de fluide newtonien incompressible,  $\beta$ , à travers un milieu poreux saturé et indéformable en condition isotherme et est donnée, sous une forme unidimensionnelle, par

$$\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial x} = -\frac{\mu_\beta}{k} \langle v_{\beta x} \rangle + \rho_\beta g_x \quad (1.11)$$

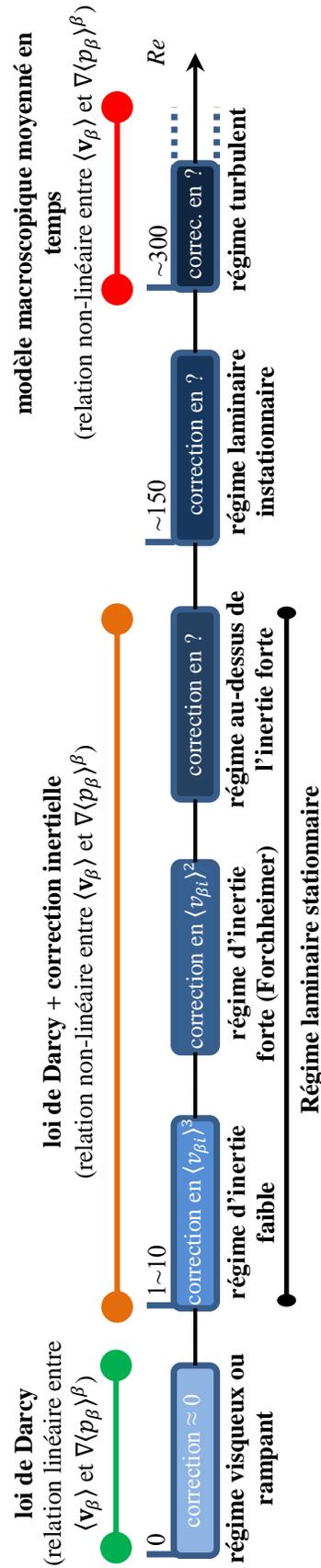


FIGURE 1.3 – Illustration des différents régimes d'écoulement avec les modèles macroscopiques régissant l'écoulement monophasique d'un fluide  $\beta$  à travers un milieu poreux saturé en fonction du nombre de Reynolds,  $Re$ , basé sur la vitesse interstitielle et le diamètre moyen des pores.  $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$  est la vitesse moyenne du fluide  $\beta$  et  $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta$  est le gradient de pression moyenne. Les valeurs du Reynolds sont données à titre indicatif et correspondent aux résultats obtenus dans [36] pour un milieu poreux de  $\epsilon = 0,394$  formé par des sphères. Les valeurs du  $Re$  délimitant chaque régime dépendent de plusieurs paramètres (propriétés du fluide, structure du milieu, porosité...).

où  $\partial \langle p_\beta \rangle^\beta / \partial x$ ,  $\langle v_{\beta x} \rangle$  et  $g_x$  sont respectivement le gradient de pression moyenne, la vitesse de filtration de la phase fluide  $\beta$  et l'accélération gravitationnelle suivant l'axe des  $x$ ,  $k$  étant la perméabilité du milieu poreux.

A mesure que le nombre de Reynolds devient important, la loi de Darcy perd en précision. La dépendance du régime de Darcy par rapport aux propriétés du milieu et du fluide rend impossible la définition d'un intervalle de validité universel. C'est pour cela que différentes limites supérieures d'applicabilité de la loi de Darcy sont évoquées : autour de  $Re_d = 1$  [17, 127], entre 1 et 10 [36], pour  $Re_d = 0,7$  [40, 64] et  $Re_d = 10^{-4}$  [41]. Cependant, il existe aussi une limite inférieure de validité de la loi de Darcy dont différentes valeurs sont avancées :  $Re_d = 10^{-6}$  [41] et  $Re_d = 0,3$  [40, 64]. L'écoulement pré-Darcien est défini comme étant un écoulement pour lequel un gradient de pression moyenne plus petit que celui correspondant à la limite inférieure de validité de la loi de Darcy implique une vitesse de filtration nulle [15]. Ce phénomène est expliqué par des contre-courants le long des parois dans le sens inverse de l'écoulement [15].

### 1.2.3 Ecoulement hors régime de Darcy

Au delà de la limite supérieure de validité de la loi de Darcy, l'écoulement devient inertiel après une transition graduelle [36] mais demeure laminaire stationnaire. Les écoulements inertiels, sujet du présent travail sont rencontrés dans diverses situations comme rappelé au début de ce chapitre. Ils sont caractérisés par des nombres de Reynolds ( $Re_d$ ) supérieurs à l'unité et une relation non-linéaire entre la vitesse de filtration et le gradient de pression moyenne.

Forchheimer a été le premier à proposer une équation dérivée empiriquement [42] pour décrire les écoulements inertiels en milieux poreux à l'échelle macroscopique. Cette équation a été démontrée théoriquement plus tard [18, 25, 29, 46, 52, 59, 77, 85, 144] et deux formes de cette équation sont généralement proposées. Elles sont données sous forme unidimensionnelle par

$$\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial x} = -\frac{\mu_\beta}{k} \langle v_{\beta x} \rangle - \rho_\beta \vartheta \langle v_{\beta x} \rangle^m \quad (1.12)$$

et

$$\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial x} = -\frac{\mu_\beta}{k} \langle v_{\beta x} \rangle - \rho_\beta \vartheta \langle v_{\beta x} \rangle^2 - \rho_\beta^2 \varrho \langle v_{\beta x} \rangle^3 \quad (1.13)$$

où  $\vartheta$  et  $\varrho$  sont des paramètres intrinsèques au milieu poreux et  $m = 2$  dans l'Eq. 1.12 conduit à l'équation de Forchheimer [62]. Une autre équation populaire, de la même forme que l'Eq. 1.12 est l'équation d'Ergun [38]. Cette dernière a été obtenue en étudiant la dépendance des constantes empiriques dans la loi de Forchheimer [42] par rapport aux propriétés du fluide et du milieu. Elle est donnée par

$$\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial x} = \left( \frac{J\zeta\mu_\beta}{d^2} \right) \langle v_{\beta x} \rangle + \left( \frac{Q\vartheta\rho_\beta}{d} \right) \langle v_{\beta x} \rangle^2 \quad (1.14)$$

$$\zeta = \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \quad \vartheta = \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^3}$$

où  $\zeta$  et  $\vartheta$  sont des paramètres intrinsèques au milieu et  $J$  et  $Q$  sont les constantes de l'équation d'Ergun. Même si des valeurs,  $J = 150$  et  $Q = 1,75$ , ont été obtenues par Ergun à partir de l'analyse d'une grande quantité de données expérimentales, il a été démontré par la suite que la valeur de ces paramètres dépend fortement de la porosité [78], de la microstructure [1, 2] et, pour la dernière, du nombre de Reynolds [75].

L'Eq. 1.12 est valable pour un écoulement rampant (réduit à l'équation de Darcy lorsque  $Re_d \ll 1$ ) et pour un écoulement inertiel (régime laminaire stationnaire). Le régime inertiel (laminaire stationnaire) est suivi par l'écoulement laminaire instationnaire et ensuite, par le chaos (régime turbulent) à des nombres de Reynolds plus importants [36].

### 1.2.4 Les régimes inertiels

Une classification du régime laminaire stationnaire en trois différents régimes en fonction de la valeur de l'exposant  $m$  dans l'Eq. 1.12 est généralement acceptée.

1. Régime d'inertie faible [24, 85, 106] où la correction inertielle est proportionnelle à  $\langle v_{\beta x} \rangle^3$  (*i.e.*  $m = 3$ ). Ce régime succède au régime de Stokes. La dépendance de la plage de validité de ce régime par rapport à l'orientation du gradient

de pression moyenne et la microstructure du milieu poreux a été rapportée dans différents travaux [1, 2, 66, 75]. Ce régime a été identifié par pratiquement tous les auteurs qui ont traité des écoulements inertiels en milieux poreux [1, 2, 66, 75, 109, 118, 121, 125] même sur des milieux anisotropes sans la restriction d'invariance avec l'inversion de l'orientation de l'écoulement [118]. Cependant, l'étroitesse de l'intervalle de validité de ce régime par rapport au régime laminaire stationnaire a mené certains auteurs à le considérer comme une transition au régime d'inertie forte et non pas comme un régime à part entière [43].

2. Régime d'inertie forte (ou régime de Forchheimer) où  $m = 2$  et, où donc, la correction inertielle est proportionnelle à  $\langle v_{\beta x} \rangle^2$ . Ce régime survient à des nombres de Reynolds,  $Re_d$ , compris entre 1 et 10 mais cette plage de validité dépend fortement de la microstructure du milieu poreux et de l'orientation du gradient de pression [1, 2, 66, 75]. Par ailleurs, il a été démontré que la correction quadratique en vitesse adoptée pour ce régime n'est qu'une approximation qui devient plus robuste pour le cas de milieux poreux désordonnés [75].
3. Régime au dessus de l'inertie forte, il survient à des nombres de Reynolds supérieurs à la limite de validité du modèle Darcy-Forchheimer, et persiste jusqu'à l'apparition de l'instationnarité dans l'écoulement. L'existence de ce régime, appelé "transition vers la turbulence", a été évoquée dans la littérature [40, 64]. Il a été rapporté dans ces études que le taux de chute de pression en fonction de la vitesse de l'écoulement diminue pour le régime au dessus de l'inertie forte par rapport à celui observé sur le régime d'inertie forte. Cette constatation a été contrariée par la suite où cette différence de comportement (*i.e.* différentes valeurs de  $m$ ) a été attribuée à la structure du milieu poreux [72]. Pour ce régime, différents comportements ont aussi été observé en fonction de l'orientation du gradient de pression macroscopique dans d'autres travaux [1, 2, 75].

Concernant l'écoulement en régime turbulent à travers un milieu poreux, différents modèles ont été proposés [31]. Les modèles de turbulence dérivés à partir de la prise

de moyenne temporelle des équations macroscopiques de transport ayant montrés des imprécisions [8], des modèles où les équations microscopiques de transport sont moyennées en temps puis spatialement ont été proposés [90, 124] comme alternative.

### 1.2.5 Origine des effets d'inertie

L'origine de la déviation à la loi de Darcy et l'identification des différents régimes d'inertie demeurent controversées. La première suggestion pour expliquer cette déviation a mis en avant les effets de la turbulence. Ce phénomène a été observé en premier par Reynolds [107] dans ses expériences des écoulements à travers des tubes. Cela a été supporté par la suite par différents auteurs [20, 39]. En 1951, une étude [62] a suggéré que l'apparition de la turbulence dans un milieu poreux n'était pas suffisante pour expliquer la déviation à la loi de Darcy. Elle a été soutenue par la suite par différents auteurs [23, 24, 128] après avoir identifié une telle déviation pour un écoulement en régime laminaire.

Par la suite, après avoir écarté la turbulence comme cause de la nature non-linéaire de l'écoulement macroscopique, plusieurs travaux se sont intéressés à l'étude du phénomène et différentes explications ont été avancées. La non-linéarité a été attribuée à la rugosité au niveau des pores [86], à la chute de l'énergie cinétique dans les restrictions [57], au développement de foyers d'inertie au sein de l'écoulement [36, 55], aux courbures dans les trajectoires de l'écoulement [53], à la formation de couche hydrodynamique à grands nombres de Reynolds [144], au changement dans la distribution spatiale de l'énergie cinétique de l'écoulement [61] et à la tortuosité de l'écoulement [117].

Par ailleurs, différents travaux ont tenté d'apporter une justification physique plus précise de la déviation à la loi de Darcy. Ainsi, il a été rapporté qu'à l'apparition des non-linéarités, les forces macroscopiques étaient négligeables devant celles à l'échelle microscopique [52, 144], suggérant donc une origine microscopique de cette déviation. En plus de l'inertie, la contribution des forces visqueuses microscopiques a été considérée pour expliquer l'origine de la déviation [11, 94]. En effet, il a été rapporté que les origines microscopiques inertielle et visqueuse de la non-linéarité sont dépendantes, les premières contribuent aux changements de la forme des lignes

de courant à l'échelle microscopique et du régime d'écoulement, ce qui cause une variation non-linéaire des forces microscopiques de viscosité [11] même si ces dernières sont négligeables devant les forces d'inertie [94].

D'une manière générale, l'origine inertielle microscopique de la déviation à la loi de Darcy est acceptée [77, 126]. Cependant, une explication précise du phénomène, de son origine et des formes de correction (cubique, quadratique ou autre) est toujours manquante.

## 1.3 Objectifs

Les chapitres 2, 3 et 4 de ce rapport traitent de l'écoulement inertiel monophasique. L'écoulement inertiel diphasique est traité dans le chapitre 5.

Les objectifs de chaque chapitre peuvent être résumés comme suit

- Chapitre 2 : avant d'aborder l'analyse de la correction à la loi de Darcy et les différents régimes inertiels associés, un intérêt particulier est porté à l'étude, par des simulations numériques directes (DNS) sur des structures modèles (réseaux de cylindres parallèles), de la limite de stationnarité de l'écoulement monophasique newtonien qui correspond à la première bifurcation de Hopf, caractérisée par un nombre de Reynolds critique. La connaissance de cette limite est cruciale puisqu'elle détermine le domaine de validité des modèles macroscopiques stationnaires pertinents. L'analyse du comportement de l'écoulement instationnaire sur ce genre de structures modèles peut s'avérer d'un intérêt particulier pour des applications dans le futur en génie environnemental ou en génie civil, etc et n'a quasiment jamais été traitée dans la littérature jusqu'à présent.
- Chapitre 3 : La dépendance de la déviation (inertielle) à la loi de Darcy par rapport aux propriétés de la structure poreuse (forme des grains, désordre) et à l'orientation de l'écoulement est étudiée dans le cas de structures  $2D$ . Les propriétés effectives de l'écoulement à l'échelle macroscopique sont déterminées à partir de la résolution numérique des problèmes de fermeture associés au modèle macroscopique obtenu par prise de moyenne des équations de

Navier-Stokes [143]. Ce chapitre élargit une étude précédente de l'écoulement inertiel [75] à d'autres configurations d'écoulement et s'intéresse plus à l'origine du comportement non-linéaire de l'écoulement. Il se base par ailleurs sur les valeurs de Reynolds critique obtenues dans le chapitre 2 pour analyser tout l'intervalle des Reynolds où subsiste l'écoulement stationnaire. Par ailleurs, afin de déceler l'origine de cette déviation et ses différentes formes, l'évolution de la structure microscopique de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds est analysée et corrélée au comportement de cette déviation. Plus particulièrement, le rôle des zones de recirculation, l'évolution de la courbure des lignes de courant (multipliée par l'énergie cinétique locale) et la variation de l'énergie cinétique le long de ces lignes sont étudiés.

- Chapitre 4 : Ce chapitre suit la même logique que le chapitre 3 et étend l'étude au cas de structures  $3D$  (ordonnées et désordonnées) afin de vérifier si un effet spécifique  $3D$  sur la déviation à la loi de Darcy est à attendre, comme évoqué dans la littérature [43]. A partir des résultats des simulations sur ces structures  $3D$ , la correction inertielle est analysée, puis corrélée à la tortuosité hydraulique de l'écoulement, évaluée à partir de différentes définitions.
- Chapitre 5 : Le dernier chapitre est consacrée à une étude numérique, toujours dans des situations modèles, de la déviation à la loi de Darcy généralisée dans le cas de l'écoulement diphasique inertiel. Les propriétés effectives de l'écoulement diphasique de fluides newtoniens à travers un milieu poreux qui apparaissent dans les modèles macroscopiques en régime visqueux [76, 140] et en régime inertiel [74] sont déterminées par la résolution numérique de problèmes de fermeture associés au changement d'échelle. La résolution de ces derniers nécessite la détermination de la position de l'interface fluide-fluide à l'état stationnaire ainsi que le champ de vitesse microscopique issus de la solution de l'écoulement à l'échelle du pore. A partir des résultats obtenus, la validité des modèles macroscopiques (en régime visqueux et inertiel) est analysée en fonction de plusieurs paramètres comme le nombre capillaire et la saturation des phases. De plus, l'évolution des valeurs de perméabilité avec ces

paramètres est étudiée. Finalement, la déviation à la loi de Darcy généralisée est analysée et sa dépendance vis-à-vis de la vitesse de filtration est comparée à celle généralement adoptée dans l'équation de Darcy-Forchheimer généralisée.

