

Notions de base sur la Dispersion de Mode de Polarisation

1	NOTIONS DE BASE SUR LA POLARISATION DE LA LUMIERE ; MILIEUX ANISOTROPES	13
1.1	REPRESENTATION DE L'ETAT DE POLARISATION	13
1.1.1	<i>Formalisme de Jones</i>	13
1.1.2	<i>Formalisme de Stokes</i>	15
1.2	MILIEUX ANISOTROPES	16
2	DISPERSION DE POLARISATION DANS UNE FIBRE BIREFRINGENTE	17
2.1	REGIME COURTE DISTANCE : BIREFRINGENCE DE PHASE ET DE GROUPE.....	18
2.1.1	<i>Point de vue fréquentiel</i>	19
2.1.2	<i>Point de vue temporel</i>	20
2.1.3	<i>Conséquence et intérêt des deux points de vue</i>	21
2.2	REGIME LONGUE DISTANCE : COUPLAGE DE MODE	21
2.2.1	<i>Etats Principaux de Polarisation</i>	22
2.2.2	<i>Interprétation géométrique de la PMD : Vecteur PMD</i>	23
2.2.3	<i>Equation d'évolution du vecteur PMD</i>	24
3	CARACTERISATION DES EFFETS DE POLARISATION	26
3.1	MESURE DE LA PMD	27
3.2	MESURE DE BIREFRINGENCE	27
4	CONCLUSION	28

1 Notions de base sur la polarisation de la lumière ; Milieux anisotropes

La notion de polarisation de la lumière est liée au caractère vectoriel du champ électromagnétique $(\vec{E}(\vec{r}, t), \vec{B}(\vec{r}, t))$ associé à la propagation d'ondes lumineuses. En optique on choisit traditionnellement le champ électrique pour définir la polarisation. Pour une onde plane et monochromatique, la polarisation est associée à l'évolution temporelle du champ électrique en un point de l'espace. On définit différents états de polarisation en fonction de la figure décrite par l'extrémité de \vec{E} :

- Etats de polarisation linéaires lorsque l'extrémité du champ électrique décrit une droite dans le plan d'onde ;
- Etats de polarisation circulaires lorsque l'extrémité du champ électrique décrit un cercle dans le plan d'onde ;
- et plus généralement, états de polarisation elliptiques lorsque l'extrémité du champ électrique décrit une ellipse dans le plan d'onde ;

On définit un sens de parcours du champ électrique et on parle de polarisation droite (respectivement gauche) lorsqu'en regardant le plan d'onde dans le sens opposé au sens de propagation, le champ électrique tourne dans le sens direct (respectivement indirect).

1.1 Représentation de l'état de polarisation

Deux formalismes sont principalement utilisés pour représenter la polarisation d'une onde lumineuse ainsi que l'effet des dispositifs optiques sur celle-ci : les formalismes de Jones et de Stokes. Le premier est particulièrement bien adapté à la description d'ondes lumineuses totalement polarisées, tandis que le second l'est pour la lumière partiellement polarisée. Le formalisme de Stokes est néanmoins couramment utilisé dans les deux cas car il fait appel, pour la représentation de la polarisation, à des grandeurs relatives à des intensités de composantes du champ ou à des combinaisons de ces intensités. Il est donc intrinsèquement lié à des grandeurs aisément mesurables.

1.1.1 Formalisme de Jones

Le champ électrique d'une onde plane monochromatique se propageant dans l'espace selon la direction de propagation \vec{e}_z est :

$$\begin{aligned} E_x(z, t) &= A_x \cos(\omega t - kz - \phi_x) \\ E_y(z, t) &= A_y \cos(\omega t - kz - \phi_y) \end{aligned}$$

équation 1.1

où x, y sont portés par les vecteurs unitaires \vec{e}_x, \vec{e}_y d'un repère cartésien orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ du plan d'onde. En fonction des valeurs relatives de A_x et A_y et du déphasage $\phi = \phi_x - \phi_y$, on obtient les différents types de polarisation énoncés plus haut. La représentation de Jones consiste à associer au champ électrique de l'équation 1.1, le vecteur complexe normé \mathcal{J} exprimé dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) :

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}} \begin{pmatrix} A_x e^{-i\phi_x} \\ A_y e^{-i\phi_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x e^{-i\phi_x} \\ J_y e^{-i\phi_y} \end{pmatrix}$$

équation I.2

La donnée de \mathbf{J} suffit donc à caractériser parfaitement l'état de polarisation de l'onde plane et monochromatique associée à $\vec{E}(z,t)$. La figure I.1 représente un exemple de figure géométrique décrite par l'extrémité du champ électrique ainsi que les différents paramètres utilisés pour définir l'état de polarisation. Le tableau I.1 présente les différents états de polarisation et les vecteurs de Jones associés écrits dans la base cartésienne (\vec{e}_x, \vec{e}_y) en fonction des paramètres définis sur la figure I.1.

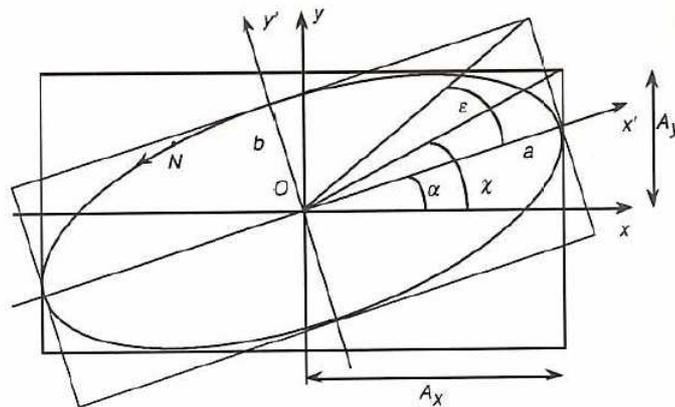


figure I.1 : la figure décrite par l'extrémité du champ électrique en fonction du temps est ici une ellipse ; les différents paramètres utilisés pour la décrire sont généralement l'azimuth α et l'ellipticité ϵ ou l'angle χ et le déphasage entre les deux composantes du champ électrique $\phi = \phi_x - \phi_y$ [Huard]

Linéaire d'angle α	$\begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$
Circulaire droit/gauche	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +/-i \end{pmatrix}$
Elliptique	$\begin{pmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi e^{-i\phi} \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \epsilon - i \sin \alpha \sin \epsilon \\ \sin \alpha \cos \epsilon + i \cos \alpha \sin \epsilon \end{pmatrix}$

Tableau I.1 : polarisation et vecteur de Jones associé

1.1.2 Formalisme de Stokes

Le formalisme de Stokes repose sur l'utilisation de quatre paramètres réels, définis par des combinaisons d'intensités. Si le champ électrique est représenté par l'équation 1.1, alors les expressions des quatre paramètres de Stokes P_0, P_1, P_2 et P_3 , sont données par :

$$\begin{aligned}P_0 &= I_x + I_y \\P_1 &= I_x - I_y \\P_2 &= I_{45} - I_{-45} \\P_3 &= I_g - I_d\end{aligned}$$

équation 1.3

où I_x, I_y sont les intensités mesurées respectivement par un polariseur linéaire orienté selon l'axe x et y ; I_{+45}, I_{-45} sont les intensités mesurées respectivement par un polariseur linéaire orienté à + et -45° de l'axe x ; I_g, I_d sont les intensités mesurées respectivement par un polariseur circulaire gauche et droit. A ces quatre quantités, on associe un vecteur de norme unité, le vecteur de Stokes qui est défini comme suit :

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} P_1 / P_0 \\ P_2 / P_0 \\ P_3 / P_0 \end{pmatrix}$$

équation 1.4

Ce vecteur peut s'exprimer en fonction de l'ellipticité ε et de l'azimuth α de l'ellipse de polarisation de la figure 1.1 de la façon suivante :

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\alpha \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\varepsilon \end{pmatrix}$$

équation 1.5

Cette expression du vecteur de Stokes suggère une représentation géométrique associant à chaque état de polarisation un point sur une sphère de rayon unité (cf figure 1.2). La latitude et la longitude de ce point sont données par 2ε et 2α respectivement. La sphère obtenue est appelée sphère de Poincaré. Les pôles de cette sphère sont associés aux états de polarisation droits et gauches ; l'équateur est associé aux états de polarisation linéaires tandis que les autres points sont associés aux états de polarisation elliptiques.

A ces deux états propres de polarisation sont associés deux constantes de propagation différentes β_1 et β_2 . La **biréfringence de phase** est définie comme la différence entre les constantes de propagation des deux états de "polarisation", elle est traditionnellement notée $\Delta\beta$. Elle peut s'exprimer en fonction des indices effectifs, n_1 et n_2 , vus par les champs électriques respectifs des deux états de polarisation :

$$\Delta\beta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

équation 1.6

De façon générale, un état de polarisation quelconque peut se décomposer sur la base formée par \mathbf{e}_1 et \mathbf{e}_2 . Au cours de la propagation, les composantes du champ électrique selon les deux états propres se déphasent d'une quantité évoluant linéairement avec la distance : $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \Delta\beta z$. Par conséquent, dans un milieu anisotrope homogène, la polarisation évolue généralement de façon périodique avec la distance. On définit la longueur de battement comme la période d'évolution de la polarisation. Plus la biréfringence est importante, plus la longueur de battement est faible et plus l'état de polarisation évolue rapidement avec la distance. Ainsi, dans un milieu anisotrope homogène, la description de l'évolution de la polarisation d'une onde plane est parfaitement déterminée par l'état de polarisation du champ électrique en entrée du milieu et par le déphasage engendré par la biréfringence. De même, dans un milieu anisotrope quelconque ne présentant pas de non-linéarités, la polarisation en entrée et en sortie du milieu sont reliées par une relation matricielle. Dans le formalisme de Jones, cette relation est représentée par une matrice 2×2 complexe, U , reliant le vecteur de Jones d'entrée \mathbf{E} au vecteur de Jones de sortie \mathbf{S} :

$$\mathbf{S}(\omega, z) = T\mathbf{E} \quad \text{avec} \quad T = e^{-i\phi_0}U(\omega, z)$$

équation 1.7 : ϕ_0 est un terme de phase commun

Dans le formalisme de Stokes, ce sont les matrices de Mueller qui permettent de décrire les changements affectant l'état de polarisation d'une onde optique monochromatique à la traversée d'un milieu anisotrope. Lorsque le milieu étudié est purement biréfringent, elle est représentée par une matrice 3×3 réelle reliant le vecteur de Stokes d'entrée \vec{E} au vecteur de Stokes de sortie \vec{S} :

$$\vec{S}(\omega, z) = R(\omega, z)\vec{E}$$

équation 1.8

Nous allons dans le paragraphe suivant nous intéresser aux effets de polarisation dans les fibres optiques qui dans le cas général sont des milieux anisotropes.

2 Dispersion de polarisation dans une fibre biréfringente

En raison de leur symétrie circulaire parfaite les fibres monomodes idéales préservent la polarisation durant la propagation du champ électromagnétique. Inversement lorsque la symétrie radiale est brisée, accidentellement ou non, une fibre monomode se comporte comme un milieu anisotrope dans lequel la polarisation évolue en fonction des propriétés locales de biréfringence. Dans

une fibre réelle, ces propriétés ne sont pas définies de façon uniforme. Les modes propres de polarisation et leurs constantes de propagation ne peuvent alors être définies que localement. La dépendance fréquentielle des constantes de propagation associées aux modes propres de la fibre est à l'origine du phénomène de Dispersion de Mode de Polarisation (notée PMD, de l'Anglais "Polarisation Mode Dispersion"). Il existe différentes manifestations de la PMD en fonction du point de vue adopté :

- Du point de vue fréquentiel, la PMD se manifeste par une variation de l'état de polarisation en un point z de la fibre lorsque la fréquence du signal en entrée varie.
- Du point de vue temporel, la PMD se manifeste par une variation du temps de propagation d'une impulsion jusqu'au point z de la fibre, i.e. variation du temps de groupe, lorsque la polarisation du signal d'entrée varie.

Dans chaque point de vue, les effets de la PMD sont différents selon que les états propres de polarisation sont définis tout au long de la fibre ou pas. Dans le domaine temporel par exemple, la différence de temps de groupe entre les deux états propres de polarisation conduit localement à un élargissement temporel de l'impulsion. Cet élargissement local est contrarié globalement par un phénomène de couplage d'énergie, i.e. couplage de mode, entre les différents modes de polarisation définis tout au long de la fibre. Pour bien comprendre la PMD dans une fibre réelle, il faut donc, dans les deux points de vue, distinguer deux régimes de propagation de la lumière polarisée :

- Un régime courte distance, où l'on suppose qu'il existe deux états propres de polarisation bien définis, et où seules les caractéristiques locales de la biréfringence rentrent en compte.
- Un régime longue distance, où la distribution des axes propres et la distribution de la biréfringence doivent être prises en compte.

2.1 Régime courte distance : biréfringence de phase et de groupe

Sur une courte longueur de fibre, on peut toujours identifier deux états propres de polarisation. D'après le § 1.2, les états propres de polarisation peuvent servir de base pour définir l'expression du signal électrique se propageant dans la fibre. Si on suppose que la biréfringence est linéaire et si les directions des états propres de polarisation sont alignées selon \vec{e}_x, \vec{e}_y , le champ électrique en un point z de la fibre au temps t est :

$$\vec{E}(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \vec{E}(z, \omega) d\omega$$

équation I.9

avec

$$\vec{E}(z, \omega) = E_x(\omega) e^{-i\beta_x(\omega)z} \vec{e}_x + E_y(\omega) e^{-i\beta_y(\omega)z} \vec{e}_y$$

équation I.10

$\beta_x(\omega)$, $\beta_y(\omega)$ sont les constantes de propagation associées aux états propres \vec{e}_x , \vec{e}_y ; $E_x(\omega)$ et $E_y(\omega)$ sont les composantes du champ selon les états propres de polarisation à la pulsation ω . Si on

s'intéresse à l'évolution d'une composante monochromatique du champ à une pulsation ω_0 fixée en fonction de la position z dans la fibre, on observe le phénomène de déphasage présenté au § 1.2 : la polarisation évolue périodiquement dans la fibre avec une période L_b inversement proportionnelle à la biréfringence.

Nous allons nous intéresser maintenant aux conséquences de la dépendance des constantes de propagation avec la fréquence en fixant la position z_0 dans la fibre. Nous adopterons successivement un point de vue fréquentiel et un point de vue temporel. On suppose que la largeur spectrale du signal est suffisamment faible pour pouvoir représenter les constantes de propagation par leur développement de Taylor autour de la fréquence centrale du signal. Pour un écart $\delta\omega = \omega - \omega_0$ faible, on obtient, au premier ordre en $\delta\omega$, l'expression suivante de la constante de propagation :

$$\beta_i(\omega)z_0 = z_0 \left[\beta_i(\omega_0) + \left. \frac{\partial \beta_i}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} \delta\omega \right] = z_0 \beta_i(\omega_0) + \delta\omega \left(z_0 \left. \frac{\partial \beta_m}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} \pm \frac{1}{2} z_0 \left. \frac{\partial \Delta\beta}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} \right)$$

équation I.11

où β_m est la demi-somme des constantes de propagation et $i=x$ ou y . Les deux termes proportionnels au décalage de fréquence sont homogènes à des temps, on les note respectivement τ_m et $\Delta\tau$:

$$\beta_i(\omega)z_0 = z_0 \beta_i(\omega_0) + \delta\omega \left(\tau_m \pm \frac{1}{2} \Delta\tau \right)$$

équation I.12

En fonction du point de vue adopté, les termes τ_m et $\Delta\tau$ possèdent des significations différentes.

2.1.1 Point de vue fréquentiel

En insérant l'équation I.12 dans l'équation I.10 on obtient l'expression du champ électrique dans le domaine fréquentiel en fonction de $\Delta\tau$:

$$\vec{E}(z_0, \omega) = e^{-i\delta\omega\tau_m} \left(e^{-i\beta_x(\omega_0)z_0} E_x(\omega) e^{-i\delta\omega \frac{\Delta\tau}{2}} \vec{e}_x + e^{-i\beta_y(\omega_0)z_0} E_y(\omega) e^{+i\delta\omega \frac{\Delta\tau}{2}} \vec{e}_y \right)$$

équation I.13

On note qu'un décalage $\delta\omega$ faible en fréquence du signal d'entrée provoque un déphasage $\Delta\phi(z_0, \omega) = \Delta\tau \delta\omega$ entre les composantes du champ électrique au point z_0 . Ce déphasage variant linéairement avec la fréquence, le vecteur de Jones et donc l'état de polarisation au point z_0 évoluent périodiquement avec ω (figure I.3). La grandeur $\Delta\tau$ permet de quantifier le taux de variation de la polarisation du signal à la position z_0 avec la fréquence.



figure 1.3 : interprétation fréquentielle de la PMD dans le régime courte distance : lorsque la fréquence du signal d'entrée, polarisé ici à +45° des axes propres, varie, la polarisation de sortie évolue de façon périodique avec la fréquence

2.1.2 Point de vue temporel

Du fait de la dépendance fréquentielle des constantes de propagation, la différence de vitesse de phase se traduit par une différence des vitesses de groupe des deux modes de propagation. Cette différence de vitesse de groupe permet de définir un mode lent et un mode rapide dans une fibre monomode. Lorsque le signal est quasi-monochromatique (tel que le développement de Taylor à l'ordre 1 soit vérifié), on obtient l'expression du champ électrique dans le domaine temporel en insérant l'équation 1.13 dans l'équation 1.9 :

$$\vec{E}(z_0, t) = e^{j\omega_0 t} E_x(t - \tau_m - \frac{\Delta\tau}{2}) e^{-j\beta_x(\omega_0)z_0} \vec{e}_x + E_y(t - \tau_m + \frac{\Delta\tau}{2}) e^{-j\beta_y(\omega_0)z_0} \vec{e}_y$$

équation 1.14

Le signal électrique à la position z_0 (équation 1.14) est donc la somme de deux répliques du champ électrique d'entrée. La réplique polarisée selon \vec{e}_x possède un temps de groupe égal à $\tau_x = \tau_m + \Delta\tau/2$ tandis que celle polarisée selon \vec{e}_y possède un temps de groupe égal à $\tau_y = \tau_m - \Delta\tau/2$. τ_m représente le temps de groupe moyen de l'impulsion. Les deux répliques du champ sont décalées de la quantité $\Delta\tau$ que l'on appelle alors différence de temps de groupe. Dans le domaine temporel, la PMD provoque localement un élargissement des impulsions lors de la propagation.



figure 1.4 : PMD du premier ordre dans le régime courte distance : élargissement d'une impulsion au cours de la propagation dans une fibre biréfringente

Remarque : le développement de Taylor est effectué au premier ordre en ω , on parle alors de PMD du premier ordre. Si on inclut les termes d'ordre supérieur, on montre que les répliques du champ électrique se déforment en se propageant : à l'élargissement induit par la PMD du premier ordre ($\Delta\tau(\omega_0)$) s'ajoutent des distorsions induites par la PMD des ordres supérieurs.

2.1.3 Conséquence et intérêt des deux points de vue

La Dispersion de Mode de Polarisation que l'on identifie avec la différence de temps de groupe dans le régime courte distance possède deux interprétations :

- Elle quantifie la sensibilité de la polarisation d'une composante monochromatique du champ à une variation de la fréquence.
- Elle quantifie l'élargissement subi par une impulsion quasi-monochromatique au cours de la propagation.

Ces deux points de vue sont complémentaires : le premier, plus intuitif, correspond à une vision "système" de la PMD au sens où l'élargissement d'une impulsion au cours de la propagation est synonyme d'interférence entre symbole et de perte d'information. Le second, plus abstrait, correspond à une vision "équipementier" au sens où la mesure de la sensibilité de la polarisation à une variation de fréquence est beaucoup plus simple à mettre en œuvre que la mesure d'une différence de temps de groupe.

2.2 Régime longue distance : couplage de mode

En régime de propagation longue distance, les modes propres de polarisation ne sont définis que localement. Pour modéliser l'effet de l'évolution des axes propres avec la distance sur la propagation d'un signal optique on modélise la fibre par une concaténation de tronçons biréfringents. Chaque tronçon possède individuellement des caractéristiques de biréfringence constante ; en revanche d'un tronçon à l'autre, la biréfringence et la direction des axes propres peuvent évoluer. Dans cette représentation, les effets locaux sont bien décrits par le modèle du paragraphe précédent : la biréfringence de groupe de chaque tronçon provoque un étalement du signal optique au cours de la propagation. On modélise le passage du signal optique aux interfaces de chaque tronçon par un transfert d'énergie entre les modes propres de polarisation des tronçons successifs : c'est le couplage de mode. Du fait de l'évolution des axes propres avec la distance, le couplage de mode tend à égaliser la répartition de l'énergie de l'impulsion sur les deux modes de polarisation locaux, ce qui ralentit l'élargissement de l'impulsion [Gisin]. Cette description présente l'avantage de décrire la PMD dans le régime longue distance de façon locale au sens où on peut suivre l'évolution du signal "pas à pas". Lorsque l'on cherche à décrire la propagation d'un point de vue plus global³, une approche différente doit cependant être utilisée. Pour un signal de spectre quelconque, on montre qu'il est possible de trouver deux états de polarisation en entrée de fibre qui rendent les temps de propagation extrémaux [Karlson98]. Lorsque le signal est fortement cohérent, comme c'est très souvent le cas dans les

³ Lorsqu'on ne connaît pas la distribution de la biréfringence par exemple, ou lorsque celle-ci est très complexe

transmissions télécoms, trouver les états de polarisation qui rendent le temps de groupe extrémal revient à trouver les états de polarisation en entrée et en sortie de fibre qui minimise la dépendance fréquentielle de l'état de polarisation de sortie [Karlson98]. On montre [Poole86] que pour de tels signaux, on peut toujours trouver pour chaque fréquence, deux états de polarisation orthogonaux en entrée qui permettent de minimiser cette dépendance. Les états de polarisation qui vérifient cette condition sont appelés états principaux de polarisation (PSP de l'anglais "Principal States of Polarisation").

2.2.1 Etats Principaux de Polarisation

Les états principaux de polarisation représentent par définition deux états de polarisation orthogonaux en entrée, tels que si le signal en entrée de fibre est polarisé selon un de ces deux états, le signal de sortie est polarisé selon l'état principal de polarisation de sortie correspondant et son état de polarisation est indépendant de la fréquence au premier ordre. Ils représentent aussi les états de polarisation en entrée qui rendent extrémal les temps de propagation dans la fibre. Tout comme les axes propres pour une fibre biréfringente homogène, les PSP d'entrée et de sortie représentent une base pratique de décomposition du champ électrique à n'importe quelle abscisse de la fibre⁴. En revanche, les PSP d'entrée et de sortie évoluent fortement avec la distance et avec la fréquence. Cette description globale présente beaucoup d'intérêt car elle permet de représenter la fibre comme une structure bi mode indépendamment de la distribution de la biréfringence et des axes propres : on peut ainsi se ramener à la description effectuée dans le paragraphe précédent et décrire la PMD dans le régime longue distance d'un point de vue fréquentiel et temporel. Lorsqu'on ne s'intéresse qu'à la PMD du premier ordre, il suffit de reprendre les raisonnements du paragraphe 2.1 en remplaçant les états propres par les états principaux de polarisation.

- La PMD du premier ordre représente la différence entre les temps de groupe rapide et lent des signaux ayant été préalablement polarisés selon les PSP d'entrée. Une propriété importante de la PMD du premier ordre dans le régime courte distance qui est conservée dans le régime longue distance, est que la forme du signal injectée en entrée selon un des PSP est retrouvée en sortie de fibre selon le PSP de sortie correspondant (figure 1.5).

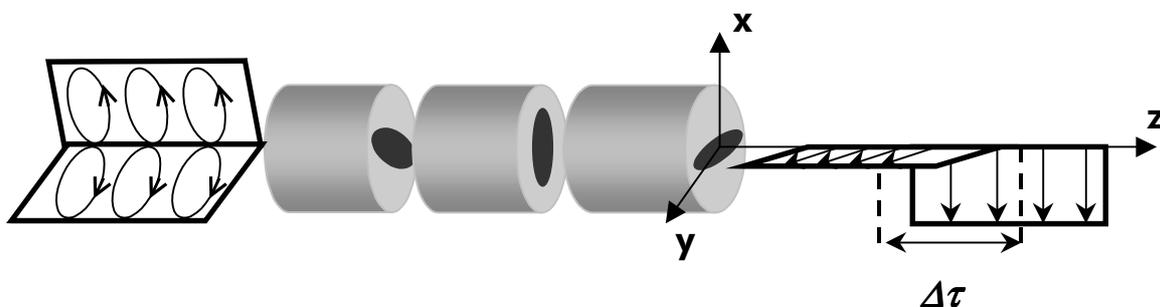


figure 1.5 : PMD du premier ordre dans le régime longue distance : les PSP conservent la forme du signal

⁴ Lorsque la biréfringence est homogène les PSP et les axes propres sont identiques

- Dans le domaine fréquentiel elle permet de quantifier le taux de variation de la polarisation de sortie lorsque la fréquence du signal en entrée varie. Lorsque le signal est initialement polarisé selon un des PSP d'entrée, le signal de sortie est polarisé selon le PSP de sortie correspondant, et sa polarisation est indépendante de la fréquence.

La PMD, dans le régime longue distance, est un phénomène complexe du fait que les états de polarisation, qui servent de référence pour la description du champ électrique, dépendent en général fortement de la fréquence et de la position dans la fibre. L'interprétation fréquentielle alliée à la représentation géométrique de la polarisation sur la sphère de Poincaré permet cependant d'appréhender la PMD de façon plus aisée.

2.2.2 Interprétation géométrique de la PMD : Vecteur PMD

L'interprétation géométrique de la PMD est basée sur le formalisme de Stokes et sur le vecteur PMD $\vec{\Omega}$. Celui-ci est défini comme le produit de $\Delta\tau(z, \omega)$ et du vecteur de Stokes associé au PSP possédant la vitesse de groupe la plus grande. Elle s'obtient en calculant dans le formalisme de Stokes la sensibilité de la polarisation à l'abscisse z , à une variation de fréquence. En dérivant l'équation 1.8 par rapport à la fréquence et en éliminant \vec{E} on obtient :

$$\frac{\partial \vec{S}}{\partial \omega} = \frac{\partial R(z, \omega)}{\partial \omega} R^{-1}(z, \omega) \vec{S}$$

équation 1.15

Comme \vec{S} est un vecteur unitaire, il est perpendiculaire à sa dérivée par rapport à la pulsation optique, le terme de droite de l'équation 1.15 peut donc se mettre sous la forme d'un produit vectoriel.

$$\frac{\partial \vec{S}}{\partial \omega} = \vec{\Omega} \times \vec{S}$$

équation 1.16

où \times est le produit vectoriel usuel. Cette équation traduit le fait que lorsque ω varie de façon infinitésimale, le vecteur de Stokes, associé à l'état de polarisation à l'abscisse z , effectue une rotation infinitésimale autour du vecteur $\vec{\Omega}$ d'un angle $\Delta\phi$ tel que $\Delta\phi = \Delta\tau(\omega) \delta\omega$. La norme et la direction du vecteur PMD décrivent respectivement, la différence de temps de groupe $\Delta\tau(\omega)$ et les états principaux de polarisation à la fréquence ω . Au premier ordre, les états principaux de polarisation et la différence de temps de groupe sont indépendants de la fréquence sur l'ensemble du spectre du signal. Le vecteur PMD est donc de direction fixe et de module constant. Une variation de fréquence quelconque $\Delta\omega$ du signal d'entrée de fibre se traduit par une rotation uniforme de l'état de polarisation de sortie autour du vecteur PMD d'un angle égal à $\Delta\phi = \Delta\tau \Delta\omega$ (figure 1.6).

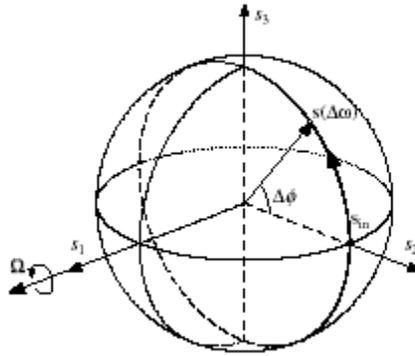


figure 1.6 : représentation sur la sphère de Poincaré de la PMD du premier ordre : la PMD du premier ordre se caractérise par une rotation uniforme de l'état de polarisation de sortie autour du vecteur PMD [H.Sunnerud]

Lorsque l'état de polarisation en entrée est confondu avec un des PSP d'entrée, l'état de polarisation de sortie est confondu avec un des PSP de sortie : il n'y a donc pas de rotation du vecteur de Stokes correspondant. Dans le cas général, les états principaux et la différence de temps de groupe dépendent de la fréquence. La direction et la norme du vecteur PMD vont donc évoluer avec la fréquence du signal en entrée. L'évolution de l'état de polarisation de sortie est une succession de rotations uniformes infinitésimales autour d'un vecteur PMD évoluant sur la sphère de Poincaré (figure 1.7).

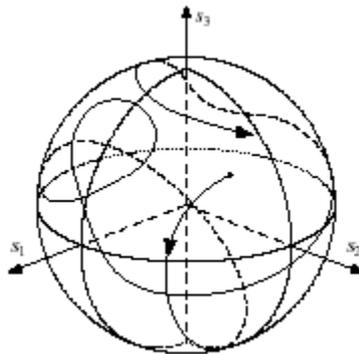


figure 1.7 : représentation sur la sphère de Poincaré des effets d'ordre supérieur de la PMD : la direction de l'axe de rotation ainsi que l'angle de rotation évolue avec la fréquence. Ainsi l'état de polarisation de sortie effectue une série de rotations sur la sphère de Poincaré [H.Sunnerud].

2.2.3 Equation d'évolution du vecteur PMD

Les équations 1.15 et 1.16 que nous avons dérivées de la représentation de Mueller pour caractériser les variations de la polarisation en fonction de la fréquence peuvent être généralisées à l'étude de la sensibilité de la polarisation vis à vis de la position dans la fibre. On introduit pour cela un vecteur biréfringence $\vec{\beta}$ dont la direction sur la sphère de Poincaré est associée à l'état de polarisation des modes propres locaux, et dont le module est associé à la biréfringence locale. Ce vecteur permet de quantifier la sensibilité de la polarisation à une variation de la position dans la fibre.

En réitérant les calculs du § 2.2.2, en remplaçant ω par z et $\vec{\Omega}$ par $\vec{\beta}$ on obtient la relation suivante :

$$\frac{\partial \vec{S}}{\partial z} = \vec{\beta} \times \vec{S}$$

équation I.17

Cette équation traduit le fait que lorsque z varie de façon infinitésimale, le vecteur de Stokes, associé à l'état de polarisation à l'abscisse z , effectue une rotation infinitésimale autour du vecteur $\vec{\beta}$ d'un angle égal à $\Delta\beta(z)\delta z$. La norme et la direction du vecteur biréfringence décrivent respectivement, la biréfringence locale de la fibre $\Delta\beta$ et la polarisation des états propres de polarisation à l'abscisse z . Cette équation est très intéressante pour étudier l'évolution de la polarisation en fonction de la position dans la fibre. Elle a une application très importante pour la mesure de la distribution de la biréfringence et des axes propres.

Les équations d'évolution précédentes peuvent être combinées en une équation décrivant l'évolution du vecteur PMD en fonction de la distance. En dérivant l'équation I.16 par rapport à z et l'équation I.17 par rapport à ω , on obtient l'équation d'évolution du vecteur PMD en fonction de z [Poole91] :

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial z} = \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial \omega} + \vec{\beta} \times \vec{\Omega}$$

équation I.18

Le premier terme du membre de droite de l'égalité s'identifie à l'effet local de la biréfringence décrit au paragraphe 2.1 (biréfringence de groupe) tandis que le second terme s'identifie aux effets de couplage. Le vecteur PMD en un point z de la fibre permet donc de caractériser l'ensemble des caractéristiques de biréfringence qui sont distribuées le long de la fibre. Une version discrétisée de cette équation permet de mieux mettre en évidence cette propriété, elle est obtenue en représentant la fibre par une concaténation de tronçons biréfringents [Gisin, Gordon] :

$$\vec{\Omega}_N = \Delta\vec{\tau}_N + R_N \vec{\Omega}_{N-1}$$

équation I.19

$\vec{\Omega}_N$ et $\vec{\Omega}_{N-1}$ sont les vecteurs PMD associé à une concaténation de N et de $N-1$ tronçons ; $\Delta\vec{\tau}_N$ et R_N les vecteurs PMD et la matrice de Mueller du $N^{\text{ième}}$ tronçon. En itérant cette équation sur l'ensemble des tronçons, on peut exprimer le vecteur PMD des N tronçons en fonction des vecteurs PMD locaux de chacun des N tronçons et des produits de matrices de Mueller des différents tronçons. Ceci montre que les propriétés locales (les différents $\Delta\tau_N$) et les propriétés globales (les produits des R_N) déterminent la valeur du vecteur PMD en chaque point de la fibre.

La résolution de l'équation I.18, où le calcul de l'équation de récurrence (équation I.19) permet d'obtenir l'évolution du vecteur PMD en fonction de la distance. Ainsi, on a accès à l'évolution des PSP et de la PMD avec la distance. Les équations I.18 et I.19 sont les briques de base pour étudier l'effet d'un couplage de mode aléatoire [Gisin, Foschini] et déterministe [Galtarossa01b, Li98] sur l'évolution

de la PMD dans la fibre. Dans le cas du couplage de mode aléatoire, on assimile l'évolution du vecteur PMD à un mouvement brownien : au début de la propagation, le vecteur PMD croit dans une direction associée aux PSP d'une fibre non perturbée (les modes propres locaux) du fait de la biréfringence. Au fur et à mesure que la longueur de propagation augmente, le vecteur PMD perd la "mémoire" de son évolution initiale, en raison des "collisions" engendrées par le couplage de mode. Lorsque la longueur de propagation est grande devant la longueur dite de couplage L_c , i.e. la longueur au bout de laquelle le vecteur PMD a perdu toute mémoire de son évolution initiale, la distribution de probabilité de la différence de temps de groupe est donnée par une loi Maxwellienne. La valeur moyenne de la différence de temps de groupe évolue ainsi avec la racine carrée de la distance :

$$\langle \Delta\tau \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{\partial \Delta\beta}{\partial \omega} \sqrt{L_c} \sqrt{z}$$

équation 1.20

D'un point de vue temporel, la longueur de couplage représente la longueur au bout de laquelle, l'énergie d'une impulsion injectée en entrée de fibre, se retrouve équi-répartie sur les modes propres locaux de polarisation. Elle permet de quantifier l'importance du couplage de mode dans la fibre : plus la longueur de couplage est faible, i.e. plus le couplage de mode est important, plus la différence de temps de groupe est faible pour une position z donnée.

On peut aussi profiter des effets bénéfiques du couplage de mode en essayant d'inscrire lors du processus de fabrication de la fibre une rotation déterministe des axes de la fibre. L'idée serait de pouvoir échanger de façon alternative les axes lents et rapides des différents tronçons afin d'annuler périodiquement la différence de temps de groupe. Ceci implique de pouvoir imprimer une rotation instantanée de la fibre afin d'aligner deux axes orthogonaux successifs. Une rotation instantanée des axes propres étant techniquement impossible, le couplage de mode est imprimé de façon continue dans la partie fondue de la fibre au moment du fibrage. Des rotations uniformes ou sinusoïdales sont généralement utilisées. Le comportement de la PMD dans de tels milieux biréfringents est très complexe, et ne peut pas, en général, se mettre sous la forme d'une équation simple telle que l'équation 1.20. Tout l'art consiste en fait à trouver les caractéristiques des fonctions de rotations permettant de réduire ou d'empêcher la croissance de la PMD.

3 Caractérisation des effets de polarisation

La mesure des effets de polarisation consiste grossièrement à mesurer l'évolution des vecteurs $\vec{\Omega}$ et $\vec{\beta}$ en fonction de ω et de z à partir des équations 1.16 et 1.17. La mesure de $\vec{\Omega}$ permet de mesurer la PMD de la fibre étudiée et la mesure de $\vec{\beta}$ permet de caractériser spatialement les sources de la PMD. Cette dernière mesure fournit un moyen efficace d'inspecter et de tester le processus de fabrication de la fibre de l'étirage au conditionnement.

3.1 Mesure de la PMD

Les méthodes de mesure de la PMD sont tributaires des interprétations fréquentielles et temporelles de la PMD. On sépare en effet les techniques de mesure de la PMD en technique fréquentielles et temporelles. Nous n'aborderons ici que les techniques fréquentielles puisque ce sont les plus répandues. Les techniques fréquentielles sont basées sur la mesure de la sensibilité de l'état de polarisation de sortie avec la fréquence et les techniques temporelles sur une mesure "directe" de la différence de temps de groupe. La méthode de la matrice de Jones et de la sphère de Poincaré sont deux exemples de mesures fréquentielles basées sur une caractérisation complète de l'évolution de l'état de polarisation de sortie avec la fréquence. La méthode de la sphère de Poincaré est directement basée sur l'équation 1.16 : à partir de deux états de polarisation en entrée \vec{E}_1, \vec{E}_2 , on peut déterminer le vecteur PMD de sortie en fonction de la fréquence [Poole88]. De même, la méthode de la matrice de Jones [Heffner] consiste à mesurer la matrice de Jones U de la fibre en fonction de la fréquence. Une équation similaire à l'équation 1.16 permet alors à partir des dérivées des éléments de la matrice de Jones d'obtenir la PMD [Gordon]. Les méthodes basées sur la mesure partielle sont de type "méthodes de l'analyseur fixe". Elles consistent à étudier la figure de transmission, à travers un polariseur, du signal de sortie de fibre lorsque la fréquence en entrée de fibre varie. Comme la PMD est liée au taux de variation de l'état de polarisation de sortie avec la fréquence, on peut déterminer la PMD en fonction de la rapidité de l'évolution de l'intensité.

3.2 Mesure de biréfringence

La mesure de la biréfringence consiste en toute rigueur à mesurer l'évolution du vecteur biréfringence :

- la donnée de son module en fonction de z permet d'obtenir la distribution de la biréfringence.
- la donnée de sa direction en fonction de z permet d'obtenir la distribution des axes propres.

On distingue deux types de mesure de la biréfringence en fonction de la résolution spatiale et de la longueur de mesure : les mesures par réflectométrie et les mesures par applications de perturbations locales.

Les méthodes réflectométriques tirent profit du phénomène suivant : la lumière se propageant dans une fibre optique est constamment diffusée par des inhomogénéités d'indice. Une partie de la lumière diffusée se propage dans le sens de propagation inverse de la lumière incidente et parvient jusqu'à l'entrée de la fibre. A partir de la mesure des caractéristiques de la lumière rétro-diffusée on peut obtenir des informations sur les caractéristiques de la lumière au point de rétro diffusion. En mesurant ainsi la polarisation de la lumière rétro diffusée, on peut déterminer l'évolution de la polarisation dans la fibre et déterminer, au moins en théorie, l'évolution de la biréfringence via l'équation 1.17. Actuellement les techniques classiques de mesure par réflectométrie [Galtarossa00a, Wuilpart01] permettent d'obtenir facilement des résolutions de l'ordre du μm , au deçà, des techniques basées sur le comptage de photon doivent être utilisées et permettent d'obtenir des résolutions de l'ordre de 10 μm [Huttner]. Les longueurs de mesure envisageables pouvant atteindre plusieurs

kilomètres, les techniques de mesure par réflectométrie sont bien adaptées pour des mesures de terrains sur des fibres câblées. Les résolutions atteintes, en revanche, ne sont pas suffisantes pour permettre une mesure locale de la biréfringence sur les fibres récentes qui, la plupart du temps, présentent des rotations importantes de leurs axes propres, ou sur les fibres à très fortes biréfringences telles que les fibres à cristaux photoniques.

Les méthodes de mesure par applications d'une perturbation locale permettent d'atteindre des résolutions de l'ordre du millimètre [Ulrich79, Halliday]. En revanche, les longueurs des fibres en mesures ne dépassent pas quelques mètres. Elles sont particulièrement bien adaptées pour la mesure locale du vecteur biréfringence, et en particulier, pour la caractérisation du processus de vrillage. Dans ces techniques, on modifie le vecteur biréfringence local en imposant une biréfringence parasite. Cette modification locale de la biréfringence modifie la propagation du champ électrique après le point de perturbation, ce qui entraîne une modification de la polarisation en sortie de la fibre en mesure. L'amplitude et la nature de la modification de l'état de polarisation de sortie sont fonction à la fois des caractéristiques de biréfringence au point de perturbation et des caractéristiques de la perturbation (position, direction, intensité). En faisant varier le point d'application de la perturbation et en enregistrant simultanément les modifications engendrées sur l'état de polarisation de sortie, on peut en théorie remonter à l'évolution du vecteur biréfringence tout au long de la fibre. Les modifications locales de biréfringence sont généralement engendrées par une action mécanique (pression) [Chinone] ou électromagnétique (champ électrique ou magnétique) [Ulrich79, Halliday, Chartier01]. Les études effectuées ont concerné la mesure de forte biréfringence sur fibre à maintien de polarisation [Halliday], sur fibre à cristaux photonique [Peyrilloux] et sur fibre avec vrillage uniforme des axes [Ulrich79, Chartier03].

4 Conclusion

La PMD résulte de deux effets : la biréfringence de groupe, qui provoque localement un élargissement des signaux se propageant dans la fibre, et le couplage de mode, qui contrarie cet élargissement. Les modes propres de polarisation et les états principaux de polarisation permettent de définir la PMD respectivement dans les régimes courte et longue distance. Enfin, la représentation géométrique sur la sphère de Poincaré permet d'appréhender de façon plus aisée les effets de polarisation dans le régime longue distance. Nous allons successivement aborder la PMD dans le régime courte distance, dans le régime longue distance et enfin la caractérisation expérimentale de la biréfringence et de la PMD dans les trois prochains chapitres.