Modélisation thermodynamique détaillée d'une PAC intégrant des composants améliorant les performances hors régime nominal

# 2.1 Introduction

Ce chapitre présente une modélisation stationnaire des composants d'un système de pompe à chaleur réversible air/eau constituée de : compresseur, détendeur et échangeurs de chaleur dans leur fonctionnement en régime nominal et non nominal. La modélisation globale de la PAC sera traitée dans le chapitre suivant. En mode rafraîchissement, la chaleur est puisée au circuit d'eau circulant dans le bâtiment et rejetée à l'air ambiant. Inversement, en mode chauffage, la chaleur est puisée dans l'air ambiant et transférée au circuit d'eau à l'intérieur.

# 2.2 Caractéristiques du cyle

#### 2.2.1 Cycle idéal théorique

Le cycle de Carnot est le cycle thermodynamique idéal, il est composé de 4 transformations réversibles. Ce cycle (Figure 2-1) parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre est un cycle moteur recevant de la chaleur  $Q_2$  d'une source au niveau de température  $T_2$  et produisant du travail *W*; dans le sens inverse c'est un cycle récepteur extrayant de la chaleur  $Q_1$  au niveau de température  $T_1$  et transmettant de la chaleur au niveau  $T_2$  en recevant du travail.

Les évolutions composant le cycle récepteur idéal sont :

- 1 2 : Echange de chaleur isotherme
- 2 3 : Compression isentropique
- 3 4 : Echange de chaleur isotherme
- 4 1 : Détente isentropique

Le coefficient de performance idéal d'un système récepteur est défini comme suit :

 $\text{COP}_{idéal} = \frac{\text{effet utile}}{\text{travail consommé}} [W/W]$ 



Figure 2-1 : Cycle idéal de Carnot en diagramme (T, s)

NOTA : en mode froid, on utilise généralement EER ; la distinction vient du fait qu'en système d'unité anglo-saxon, l'EER en mode froid est exprimé en Btuh<sup>-1</sup>/ W et le COP en W/W.

Les deux premiers principes de la thermodynamique s'écrivent pour ce système thermique échangeant entre une source à température  $T_2$  et un puits à température  $T_1$ :

$$W + Q_1 - Q_2 = 0 (2.1)$$

$$\Delta s + \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \tag{2.2}$$

Or l'entropie  $\Delta s$  est nul pour un cycle idéal, et par suite le deuxième principe peut s'écrire, pour un cycle idéal :

Chapitre 2 : Modélisation thermodynamique détaillée de PAC

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Pour une machine frigorifique :

$$COP_{id\acute{e}al, froid} = \frac{Q_1}{W} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$
 (2.3)

Pour une pompe à chaleur :

$$COP_{id\acute{e}al, chaud} = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$
 (2.4)



Figure 2-2 : Evolution du COP idéal de Carnot en fonction des différentes températures de sources et puits (en mode froid à gauche et en mode chaud à droite

Le facteur de Carnot  $(1 - T_0/T)$  dépend directement des températures des sources et des puits, cela est clairement décrit dans la Figure 2-2. En effet, en mode froid, le rendement est exprimé en fonction de deux températures de puits 7 °C et 12 °C par rapport à une source dont la température varie entre 20 °C et 35 °C, en mode chaud, la température du puits varie de -15 °C à + 15 °C pour trois températures de sources 35 °C, 40 °C et 45 °C.

#### 2.2.2 Cycle réel de compression d'une pompe à chaleur

Le cycle de compression réel d'une pompe à chaleur [Lallemand 2003] comporte des irréversibilités par rapport au cycle idéal de Carnot. Cela est lié à la nature des composants du système qui comporte des échangeurs de chaleur et un compresseur mécanique qui ne sont pas parfaits, introduisant des irréversibilités, ainsi que par les propriétés thermodynamiques du fluide frigorigène.



Deux échangeurs thermiques assurent les transferts thermiques du puits au cycle et du cycle à la source, avec l'écart de température nécessaire entre la source et le fluide frigorigène pour permettre le transfert de chaleur.

D'autre part, la compression n'est pas isentropique, et le compresseur est caractérisé toujours par un rendement global qui dépend des régimes de fonctionnement. On ajoute aussi les pertes de pression générées par la circulation du fluide frigorigène dans les différentes parties du circuit dans les échangeurs, et l'irréversibilité liée à la détende du fluide à travers le détendeur qui joue le rôle d'un élément passif assurant une perte de pression irréversible du fluide (au contraire d'une turbine qui produit du travail en assurant la détende du fluide).



Figure 2-3 : Cycle de compression réel d'une pompe à chaleur et ses irréversibilités

La Figure 2-3 décrit en détail le cycle réel de compression d'une pompe à chaleur (T, s), et les imperfections :

- le pincement ou écart de température entre la source et le fluide frigorigène ;

- les sections de surchauffe et de sous-refroidissement ;

- la compression non isentropique nécessitant plus de travail qu'une compression isentropique ;

- les pertes de pression du fluide frigorigène dans le cycle à travers les échangeurs ;

- la détente irréversible du fluide de la haute pression à la basse pression au niveau du détendeur.

Il faut noter que ces phénomènes ont un rôle variable en fonction des régimes de fonctionnement. La modélisation prendra en compte cela dans la suite de ce travail.

#### 2.2.3 Synthèse des modèles existants dans la littérature

La littérature concernant les modèles de pompe à chaleur est large et riche. Depuis 1983, Oak Ridge National Laboratory ORNL développe des outils de modélisation et d'analyse pour la conception de pompes à chaleur air-air [Rice 1983]. Ces outils ont largement contribué à la prédiction des performances des pompes à chaleur air-air en régime de fonctionnement stationnaire tant en mode chauffage qu'en mode refroidissement.

La plupart des études visent la modélisation de composants du système de pompe à chaleur. Certains articles s'intéressent aux échangeurs de chaleur, leur type, leur forme géométrique et introduisent de nouvelles corrélations pour le calcul des transferts de chaleur et des pertes de pression à partir de mesures expérimentales.

Palm et Claesson [Palm 2006] étudient les échangeurs à plaques, ainsi que les particularités de ce type d'échangeurs, et présentent des méthodes de calcul pour les différents états du fluide : liquide, vapeur ou diphasique.

Thome et al. [Thome 2004] proposent un modèle de transfert de chaleur pour les échangeurs de types micro-canaux en mode d'évaporation. Ce modèle se compose de trois zones: une zone liquide, une zone diphasique et une zone de vapeur.

Harms et al. [Harms 2004] présentent l'impact du niveau de détail de la modélisation, entre une approche locale, une simplification des méthodes et une approche globale de deux paramètres d'écoulement sur la précision de la modélisation des systèmes pour les climatiseurs autonomes. La 'méthode simplifiée' de Harms est suffisante pour prédire les performances absolues de l'appareil, mais le modèle détaillé permet d'obtenir les performances avec le niveau de charge en fluide frigorigène optimum et de prévoir exactement le comportement des échangeurs de chaleur, dans un intervalle de temps plus long.

En outre, de nombreux chercheurs et fabricants ont étudié les types de compresseurs et leurs caractéristiques, le type de fluide frigorigène, et des estimations de leurs rendements volumétriques et de leur efficacité globale [Danfoss] [Copeland].

Ainsi, les travaux de recherche concernant la modélisation complète des pompes à chaleur et l'intégration à ses systèmes d'application sont rares. On peut citer [IMST ART 2002], et MoMo [Bensafi 1999] MOdèles physiques des MOdules de composants servant pour la conception et la simulation des PAC et des climatiseurs. La plupart des études, telles que Kohler et al. [Kohler 2006] visent la conception d'appareils de réfrigération et de climatisation, sans prendre en compte le système dans lequel ces appareils sont installés.

Au Centre Energétique et Procédés de l'Ecole des Mines de Paris, des travaux de recherche approfondis concernant la modélisation des pompes à chaleur et de leurs composants ont été réalisés au cours des dix dernières années, pour la climatisation automobile et pour le bâtiment.

En ce qui concerne la modélisation du cycle thermodynamique d'une pompe à chaleur, les travaux suivants ont déjà été réalisés : [Gaveau 1999] puis [Benouali 2002] ont créé un modèle stationnaire de cycle thermodynamique destiné à la climatisation automobile comportant des échangeurs multizones ; [Pan 2000] a testé différentes corrélations d'échange pour les échangeurs à tubes ailetés ; [Bigot 2001] s'est consacré à l'étude et à la conception de systèmes air-air inversables utilisant des mélanges de fluides frigorigènes à glissement de température et à faible GWP ; [Argaud 2001] a optimisé énergétiquement les cycles de givrage - dégivrage des PAC inversables air/eau sur plancher destinées au secteur résidentiel; [Rached 2003] a particulièrement étudié des mélanges de fluides frigorigènes pour des pompes à chaleur air/eau; [Flach 2004] a réalisé une étude globale d'une PAC air/eau inversable à puissance variable pour le secteur résidentiel et du système de distribution de chaleur par plancher chauffant : [Perrotin 2004] s'est concentré sur les climatiseurs individuels de type split et plus particulièrement sur la conception des ailettes des surfaces d'échange côté air ; [Rahhal 2006] a conçu une pompe à chaleur air/eau à haute efficacité énergétique pour la réhabilitation d'installations de chauffage existantes ; [Hamdar 2008] a étudié les échangeurs à plagues et à air pour l'optimisation des systèmes indirect de climatisation ferroviaire.

La modélisation présentée dans ce chapitre et le chapitre suivant s'appuie notamment sur les études mentionnées du Centre Energétique et Procédés.

Cette thèse ajoute à ces études une modélisation de certains composants améliorant la performance en régime non nominal et une méthode de couplage simple aux besoins du bâtiment afin de calculer facilement les performances saisonnières de différentes variantes de conception.

#### 2.2.4 Structure globale du modèle de PAC

La structure globale du modèle conçu de [Rahhal 2006] et suit celle du cycle frigorifique de compression. Le cycle est divisé en quatre principaux composants élémentaires : 1—2 compression, 2—3 condensation, 3—4 détente, et 4—1 évaporation comme décrit sur la Figure 2-4. Chaque composant prend en entrée les grandeurs thermodynamiques caractérisant l'état fourni en sortie du composant précédent (enthalpie, température, pression, titre), calcule les grandeurs en sortie et les transmet au composant suivant.



Figure 2-4: Représentation schématique d'une machine air/eau modélisée en mode froid et en mode chaud

Le calcul des propriétés thermodynamiques de l'air, de l'eau et du fluide frigorigène fait appel à des corrélations analytiques établies dans le modèle à partir de la base de données du logiciel Refprop7 [Refprop7]. Les propriétés de chaque composant sont calculées successivement.

Dans la suite, les modèles de chaque composant sont détaillés, et la modélisation globale du cycle sera décrite dans le chapitre 3.

# 2.3 Modélisation du compresseur

#### 2.3.1 Modélisation

Le modèle de compresseur est développé à partir des données fournies par les constructeurs de compresseur sous la forme de cartes de performances (débit masse, puissance absorbée, puissance frigorifique) en fonction des températures de condensation et d'évaporation.

Le débit masse de fluide au compresseur et la puissance absorbée sont exprimés par une expression polynomiale standardisée en fonction des températures d'évaporation et de condensation :

$$\begin{split} \dot{W}_{comp} &= C_0 + C_1 \cdot T_e + C_2 \cdot T_c + C_3 \cdot T_e \cdot T_c + C_4 \cdot T_e^2 + C_5 \cdot T_c^2 + C_6 \cdot T_e^3 + C_7 \cdot T_e^2 \cdot T_c \\ &+ C_8 \cdot T_e \cdot T_c^2 + C_9 \cdot T_c^3 \\ \dot{m}_{comp} &= M_0 + M_1 \cdot T_e + M_2 \cdot T_c + M_3 \cdot T_e \cdot T_c + M_4 \cdot T_e^2 + M_5 \cdot T_c^2 + M_6 \cdot T_e^3 + M_7 \cdot T_e^2 \cdot T_c \\ &+ M_8 \cdot T_e \cdot T_c^2 + M_9 \cdot T_c^3 \end{split}$$
(2.5)

Où les termes  $C_1$  à  $C_9$ , et  $M_1$  à  $M_9$  sont des coefficients constants caractéristiques du compresseur employé. Ce modèle peut être corrigé à la suite d'essais détaillés.

Le calcul est décrit par le schéma suivant :

<u>Entrées</u>	Sorties
Température d'évaporation $Te[K] \longrightarrow$ Température de condensation $Tc[K] \longrightarrow$ $C_i, M_i, (i = 09) \longrightarrow$	$Eq (2.5) \qquad \qquad$

Figure 2-5 : Schéma du modèle de compresseur

Les performances non nominales sont caractérisées par le rendement global et le rendement volumétrique. Le rendement global est le rapport entre le travail théorique de compression isentropique et le travail réel :

$$\eta_g = \frac{\dot{W}_{is}}{\dot{W}_{comp}} \tag{2.7}$$

 $\dot{W}_{is} = \dot{m}.(h_{2is} - h_1)$  est la puissance absorbée par le fluide durant une compression isentropique, les enthalpies  $h_{2is}$  et  $h_1$  sont obtenues à partir des données thermodynamiques disponibles dans le modèle.

 $\dot{W}_{comp} = \dot{m}.(h_2 - h_1)$  est la puissance électrique consommée par le compresseur.

Les grandeurs thermodynamiques au refoulement du compresseur (enthalpie  $h_2$ , température  $T_2$ , pression  $P_2...$ ) sont déterminées. Cependant, ce rendement n'inclut pas le rendement du moteur du compresseur, ni les pertes thermiques dissipées par les parois du compresseur, ni les transferts du fluide frigorigène gaz entre haute et basse pression.

La correction de la puissance consommée liée aux pertes thermiques de [Haberschill 1994] s'écrit :

$$\dot{W}_{comp(corrigée)} = \dot{m}.(h_2 - h_1) - Q$$

où Q dépend du type de compresseur et de l'isolation thermique. Cette correction modifie la part de la puissance fournie au fluide et donc le point de sortie du fluide frigorigène. Les essais montrent un écart de température qui peut atteindre 20 K entre  $T_2$  et  $T_2$  réel. Or, suite au manque de mesures sur les compresseurs étudiés au cours des essais, on prend Q = 0 dans le modèle.

Le rendement volumétrique s'écrit :

$$\eta_{vol} = \frac{\dot{V}_{r\acute{e}el}}{\dot{V}_{th}} = \frac{v_{asp}.\dot{m}_{comp}}{V_{th}.\overline{\sigma}}$$
(2.8)

Avec :  $v_{asp}$  volume massique à l'aspiration du compresseur [m<sup>3</sup>/kg],

 $V_{th}$  volume engendré caractéristique géométrique du compresseur [m<sup>3</sup>],

 $\varpi$  nombre de cycles par seconde [rev/s].

Les rendements global et volumétrique dépendent essentiellement du taux de compression (rapport de la pression de condensation à la pression d'évaporation) [Dehausse 1974]. De ce

fait, ces rendements sont tracés en fonction de  $\tau = \frac{p_c}{p_e}$ , puis des équations de régression

sont établies pour le rendement global :

$$\eta_g = \eta_g(\tau) \tag{2.9}$$

et pour le rendement volumétrique :

$$\eta_{vol} = \eta_{vol}(\tau) \tag{2.10}$$

### 2.3.2 Données constructeur

Les équations obtenues du rendement global et du rendement volumétrique (2.9) et (2.10) à partir des données constructeur, sont présentées respectivement dans les Figure 2-6 et Figure 2-7 :



compresseur

La représentation des rendements global et volumétrique en fonction du taux de compression est plus facile à manipuler que les cartes de compresseur fournies par le constructeur dont on en déduit les équations (2.5) et (2.6). En outre, les données décrites par le constructeur présentent une large gamme d'application. Certaines zones à faible température de condensation en mode de refroidissement, qui correspondent à la limite de la plage de fonctionnement conseillée, n'ont que quelques points. Pour cette raison également, les équations (2.5) et (2.6) sont préférées aux cartes de performances d'origine.

Toutefois, des biais dans les rendements global et volumétrique existent : l'écart maximal entre modèle et donnée constructeur est de l'ordre de 6 %. Cette différence est due au fait que les rendements varient pour un même taux de compression avec des températures d'évaporation et de condensation différentes. Pour remédier à ce problème, une solution est d'ajouter aux équations (2.9) et (2.10) des termes fonction de la température d'évaporation  $T_e$  ou de la température de condensation  $T_c$ . Une deuxième solution, proposée par Rice [Shao 2004] consiste à ajouter un facteur de correction aux équations (2.5) et (2.6) en fonction de  $T_e$ .

Il faut enfin préciser que les données fournies par le constructeur sont fournies pour une surchauffe de 10 K et un sous refroidissement de 0 K. Ces valeurs sont modifiées dans notre modèle mais les expressions des rendements global et volumétrique sont prises sans correction.

On note que le modèle du compresseur basé sur les performances annoncées ou mesurées est à même de représenter différents types de compresseurs hermétiques ou semihermétiques dont les plus courants : scroll, rotatif à piston roulant (rotary) et vis.

La forme des équations ne convient pas pour un compresseur ouvert pour lequel la chaleur du moteur ne se retrouvera jamais dans le fluide, il faudra donc faire ajouter une équation du rendement moteur.

### 2.3.3 Compressions multiples

Afin de satisfaire les besoins thermiques du bâtiment tout au long de l'année en garantissant l'efficacité énergétique, les systèmes de climatisation utilisent la compression fractionnée. La puissance est obtenue à l'aide de deux ou trois compresseurs de tailles inférieures. Le taux

de partition de la puissance peut être par exemple 33% - 66% pour 2 compresseurs ce qui donne 3 étages possibles 100%, 66% et 33%.

C'est le cas des groupes de productions d'eau glacée (dont réversibles) à compresseurs scroll et vis plus des étages de régulation par compresseur vis. En général 2 circuits audessus de 40 kW en scroll et au-dessus de 200 kW en vis.

En fonctionnant en mode chaud pompe à chaleur PAC à haute température, on peut avoir un étage ou plusieurs avec injection, deux compresseurs en série avec refroidissement intermédiaire, et 2 cycles en cascades.



Figure 2-8 : Fonctionnement d'une PAC bi-étagée (en mode chaud)

Pour modéliser une compression multi-étagée, il faut disposer d'une courbe de rendement par étage de compression. C'est ce qui est incorporé dans notre modèle sous la forme d'équations (2.5) et (2.6) pour chacun des compresseurs.

#### 2.3.4 Compression à vitesse variable

La fréquence du compresseur à vitesse variable varie pour répondre aux besoins thermiques nécessaires à la climatisation du bâtiment. Le nombre de tours par seconde  $\varpi$  [tr / s] varie dans un intervalle fixé par le constructeur.

Pour la modélisation du compresseur à vitesse variable, il faut disposer d'une courbe de rendement fonction de la fréquence de rotation. Dans certains cas, il semble possible d'utiliser une équation de rendement intégrant comme variable la fréquence de rotation. On peut citer par exemple [Filfli 2004] et [Shao 2003] qui expriment le rendement global et le rendement volumétrique en fonction du taux de compression et de la fréquence:

$$\eta_{g} = \eta_{g}(\tau, \overline{\omega}) \tag{2.11}$$

$$\eta_{vol} = \eta_{vol}(\tau, \varpi)$$
(2.12)

Les Figure 2-9 et Figure 2-10 représentent le rendement global et volumétrique respectivement en fonction du taux de compression et de la fréquence allant de 30 à 90 Hz pour un compresseur scroll à vitesse variable (les échelles ne sont pas indiquées car les données fournies par le constructeur de ce compresseur sont confidentielles). L'optimum du rendement global se trouve à un taux de compression croissant avec la fréquence. La courbe de rendement à droite de l'optimum est améliorée pour ces régimes.



Figure 2-9 : Rendement global d'un compresseur à vitesse variable en fonction du taux de compression et de la fréquence



Figure 2-10 : Rendement volumétrique d'un compresseur à vitesse variable en fonction du taux de compression et de la fréquence

Quant au rendement volumétrique, il diminue avec l'augmentation du taux de compression, et augmente avec la fréquence car plus la fréquence est élevée, plus le volume aspiré s'approche du volume théorique du compresseur et les transferts HP/BP de fluide frigorigène diminuent.

A faible fréquence, la lubrification se dégrade et les frottements augmentent entraînant des transferts de fluides ce qui explique la diminution observée des rendements.

La dégradation des rendements globaux et volumétriques quand le taux de compression augmente est due largement aux échanges de chaleur par les parois du compresseur. A cela s'ajoute les pertes dues aux défauts d'étanchéité des clapets [Conan 1988]. En plus, les pertes de pression à l'aspiration et au refoulement ont un impact quasi constant sur le rendement volumétrique et un effet plus important sur la dégradation du rendement global à faibles taux de compression.

# 2.3.5 Comparaison entre modèle de compresseur et valeurs expérimentales

Les tests présentés à présent ont été réalisés dans le laboratoire de CIAT, constructeur français de systèmes thermiques et frigorifiques équipé de bancs d'essais situés au Laboratoire Systèmes Thermodynamiques - Centre de Recherche et Innovation de CIAT à Culoz.

Une comparaison du modèle de compresseur obtenu à partir des données constructeur avec des mesures expérimentales réalisées sur le compresseur à vitesse variable, est présentée dans le Tableau 2-1, pour les points de fonctionnement suivants :

Mada	T air	Fréquence	Ventilateur
Mode	(°C)	(Hz)	(RPM)
Froid	17,6	30	500
Froid	19,9	45	380
Froid	16,8	45	380
Froid	20,7	45	500
Froid	21,2	60	700
Froid	21,3	90	500
Froid	21,5	90	700
Froid	22,9	90	900
Chaud	3,4	30	500
Chaud	0,9	40	380
Chaud	0,9	40	520
Chaud	1,4	40	720
Chaud	1,3	60	380
Chaud	1,8	90	700
Chaud	4,0	90	700
Chaud	6,9	90	600

Tableau 2-1 : Liste des points d'essais réalisés pour la validation du modèle compresseur

Les incertitudes de mesure des capteurs de température utilisés sont pour les thermocouples côté fluide frigorigène de 0,2 K et pour les PT100 côté circuit d'eau de 0,03 K [Annexe 2]. Celles des capteurs de pression sont de l'ordre de 0,2 bar, en particulier pour la pression de refoulement du compresseur est de 0,05 bar. Ces incertitudes respectent les recommandations de la norme EN14511 [EN14511 2004] récapitulées dans le Tableau 2-2 :

	Grandeur mesurée	Unité	Incertitude de mesure
Liquide	température entrée/sortie	°C	± 0,1 K
-	— débit-volume	m³/s	± 1 %
	<ul> <li>— différence de pression statique</li> </ul>	Ра	± 5 Pa (∆p ≤100 Pa) ± 5 % (∆p >100 Pa)
Air	— température sèche	°C	± 0,2 K
	— température humide	°C	± 0,3 K
	— débit-volume	m³/s	±5 %
	<ul> <li>— différence de pression statique</li> </ul>	Ра	±5 Pa (∆p ≤100 Pa) ±5 % (∆p >100 Pa)
Fluide	— pression à la sortie du compresseur	kPa	± 1 %
frigorigène	— température	°C	± 0,5 K
Grandeurs	— puissance électrique	W	± 1 %
électriques	— tension	V	± 0,5 %
	— intensité	А	± 0,5 %
	énergie électrique	kWh	± 1 %
	Vitesse de rotation du compresseur	min⁻¹	± 0,5 %

Tableau 2-2 : Incertitudes des différentes grandeurs mesurées suivant la norme EN14511

Le wattmètre employé pour mesurer la puissance absorbée est un matériel neuf utilisé pour la première fois sans étalonnage. Une incertitude de 1 % est donc accordée aux mesures de puissance absorbée liée à la lecture :



Figure 2-11 : Comparaison des puissances absorbées mesurées et calculées par le modèle du compresseur

Un écart moyen de 6 % est observé entre puissance absorbée par le compresseur calculée par le modèle et valeurs expérimentales. L'écart maximal est de 8 %. Cela est du principalement les pertes thermiques aux parois du compresseur négligées.

Le logigramme ci-dessous récapitule les différentes étapes de la modélisation des compresseurs, en incluant le dimensionnement et le choix du type de compression.



Figure 2-12: L'étape de la modélisation du compresseur par rapport à la modélisation globale

On note que le choix du(des) compresseur(s) résulte d'une optimisation économique globale. L'évaluation de l'amélioration des performances de la PAC selon les variantes de compresseurs sera détaillée au chapitre 5.

# 2.4 Modélisation du détendeur

#### 2.4.1 Bilan mécanique du détendeur et asservissement de la surchauffe

Le détendeur a pour fonction de faire passer le fluide frigorigène de la haute pression au condenseur à la basse pression à l'évaporateur. Il contrôle le débit de fluide frigorigène. Il

existe plusieurs types de détendeurs, il peut s'agir d'une vanne thermostatique de détente (TXV), d'un détendeur électronique (EXV), d'un tube capillaire, d'orifices à section variable ou autre. Les tubes capillaires et les orifices sont des appareilles à section de passage constante. Ils sont simples et peu chers, mais la régulation de débit est limitée à un domaine assez étroit. Les EXV comportant un moteur pas à pas permettent une variation du débit sur une grande plage et adaptent rapidement leur réponse à une variation des conditions de fonctionnement (et surtout peuvent être contrôlés plus finement en fonction de plusieurs paramètres du cycle).



Figure 2-13 : (de gauche à droite) détendeur thermostatique [Danfoss], détendeur électronique [Copeland], et tube capillaire [Somapro]

Bien que les TXV ne soient pas adaptés en cas de large domaine de variation du débit, ils ont l'avantage d'un mécanisme simple et sont les plus répandus dans les systèmes thermodynamiques.

Outre la chute de pression du fluide, le détendeur thermostatique, en variant son ouverture pour adapter le débit de fluide frigorigène, maintient une surchauffe  $\Delta T_{SH}$  constante et égale à une consigne fixée. Cette régulation est réalisée par un équilibre de pression de l'ensemble membrane-tige-pointeau [Haberschill 2002]. Selon l'équilibre des forces exercées sur cet ensemble, le pointeau se déplace, libérant une section de passage plus ou moins importante pour le fluide frigorifique. Les forces s'exerçant sur la membrane et le pointeau du détendeur (Figure 2-14) correspondent aux pressions suivantes :

- la pression dans le bulbe situé à la sortie de l'évaporateur  $P_b$ , transmise à la membrane par un capillaire, est fonction de la nature de la charge du bulbe et de la température du fluide frigorigène à la sortie de l'évaporateur,

- la pression d'évaporation à l'entrée de l'évaporateur  $P_{ee}$  (ou à la sortie dans le cas des détendeurs à égalisation externe),

- la différence de pression amont/aval du détendeur  $\Delta P = P_c - P_e$ ,

- la pression qui correspond à la force du ressort du pointeau.



Figure 2-14 : Détendeur thermostatique [Danfoss]

L'écriture du bilan des forces s'exerçant sur l'ensemble membrane-tige-pointeau conduit à l'expression du déplacement du pointeau x :

$$x = \alpha_1 + \alpha_2 P_b + \alpha_3 P_{ee} + \alpha_4 \Delta P \tag{2.14}$$

Et finalement à une loi de détente de la forme suivante :

$$\dot{m}_{d\acute{e}tendeur} = (C_1 + C_2 P_b + C_3 P_{ee} + C_4 \Delta P) \sqrt{\rho_e \Delta P}$$
(2.15)

Où  $\rho_{e}$  étant la masse volumique du fluide frigorigène à l'entrée du détendeur.

La caractérisation de la loi de détente consiste alors à déterminer les coefficients  $C_1$  à  $C_4$  de l'équation par un programme de minimisation de l'erreur sur le débit de fluide frigorigène. On note que  $P_b$  dépend du type du détendeur.

Le détendeur thermostatique, en variant son ouverture, maintient une surchauffe égale à une valeur  $\Delta T_{SH}$  de consigne en adaptant le débit de fluide frigorigène.



Figure 2-15 : Régulation du détendeur thermostatique en fonction de la surchauffe

La Figure 2-15 décrit cette régulation du débit ou de la puissance frigorifique en fonction de la surchauffe [Rice 1983]. Cette courbe vérifie celle du constructeur [Danfoss 2006]. Ce comportement du détendeur est essentiel, puisque la surchauffe garantit un bon fonctionnement du compresseur en évitant l'aspiration de fluide frigorigène en phase liquide.

Pour équilibrer le débit compresseur et le débit détendeur, la méthode suivante peut être adoptée :

Si  $\dot{m}_{comp} > \dot{m}_{d\acute{e}t}$  il faut réguler de manière à baisser  $T_{\acute{e}vap}$  (voir Figure 2-16) donc  $P_{\acute{e}vap}$  pour réduire le débit compresseur  $\dot{m}_{comp}$ . Cette réduction va faire croître la surchauffe donc augmenter  $\dot{m}_{d\acute{e}r}$ .

Si par contre  $\dot{m}_{comp} < \dot{m}_{d\acute{e}t}$ , il faut augmenter  $T_{\acute{e}vap}$  pour augmenter le débit compresseur  $\dot{m}_{comp}$ . Ceci va diminuer la surchauffe et par conséquent diminuer  $\dot{m}_{d\acute{e}t}$ .



Figure 2-16 : Débit compresseur en fonction de la température de condensation et d'évaporation.

Le dimensionnement et le choix d'un détendeur à partir des catalogues de fabricants, dépend du type de fluide frigorigène, du sous-refroidissement et de la puissance frigorifique à l'évaporateur.

#### 2.4.2 Modélisation envisagée

Les entrées du modèle de détendeur sont les pressions d'évaporation et de condensation, l'enthalpie de sortie du condenseur et la surchauffe  $\Delta T_{SH}$ . La détente est supposée adiabatique sans pertes vers l'extérieur et sans travail :

$$h_4 = h_3$$

Le détendeur thermostatique est représenté par le modèle schématisé suivant :



Figure 2-17 : Algorithme de calcul du détendeur thermostatique

Le débit masse s'écrit comme une fonction de la différence de pression entre condenseur et évaporateur  $\Delta p = p_c - p_e$ , et de la surchauffe  $\Delta T_{SH}$ :

$$\dot{m}_{TXV} = \dot{m}_{TXV}(\Delta T_{SH}, \rho_e, \Delta P)$$
(2.16)

où :

 $\rho_e$  masse volumique du fluide frigorigène à l'entrée du détendeur,

Un modèle empirique a été établi expérimentalement à partir des essais effectués sur une machine de référence bi-compresseur munie de deux détendeurs :

- DANFOSS TRE 20-20 en mode chaud [Danfoss 2006]
- DANFOSS TRE 20-25 en mode froid [Danfoss 2006]

Les essais réalisés [CIAT] conduisent à une cartographie du débit détendeur en fonction de la surchauffe pour le mode chaud et froid :



Figure 2-18 : Débit détendeur mesuré en fonction de la surchauffe en mode froid (à gauche) et en mode chaud (à droite)

#### • En mode froid

Modèle 1:	$\dot{\mathbf{m}} = (\mathbf{a} \cdot \Delta T_{SH}^{3} + \mathbf{b} \cdot \Delta T_{SH}^{2} + \mathbf{c} \cdot \Delta T_{SH}) \sqrt{\rho_{e} \cdot \Delta P}$	(2.17)
Cette forme es	st inspirée de l'équation (2.15)	

Pour un compresseur :	$a = -1,77812 .10^{-7}$ $b = 7,91493 .10^{-7}$ $c = 1,49277 .10^{-6}$	
Pour deux compresseurs :	a = $-5,16051 \cdot 10^{-7}$ b = $6,78288 \cdot 10^{-6}$ c = $-2,06867 \cdot 10^{-5}$	
$e^{2}$ : $\dot{m} = a \Lambda T_{m} + b$		(2.18)

<u>Modèle 2:</u>  $\dot{m} = a.\Delta T_{SH} + b$ Cette équation est inspirée de la Figure 2-15.

Pour un compresseur :	$\dot{m} = 0,0121 \times \Delta T_{SH} + 0,2054$	(2.19)
Pour deux compresseurs :	$\dot{m} = 0,0347 \times \Delta T_{SH} + 0,2497$	(2.20)

Ces deux modèles sont représentés graphiquement par la Figure 2-19 ci-après pour les points suivants :

Nb de compresseurs	P entrée détenteur (bars)	P entrée évaporateur (bars)	Surchauffe (K)
2	33,4	10,3	6,5
2	30,7	10,4	6,9
2	38,9	10,6	6,5
2	33,3	10,2	6,5
1	27,2	9,7	4,6
1	23,0	9,6	4,2
1	22,3	9,6	4,5
1	32,3	9,6	4,7
1	20,7	9,5	4,2
1	21,6	9,5	3,6
1	28,3	11,6	7,6
1	24,1	9,5	4,2
1	27,0	9,6	4,6



Figure 2-19 : Débit détendeur calculé par les deux modèles en fonction de la surchauffe en mode froid

Le modèle 2 plus simple donne des débits calculés pour les points du cycle en mode froid à  $\pm 2$  % en moyenne, il est donc suffisant.

Un inconvénient du modèle 2 apparaît pour la régulation des débits compresseurs faibles (< 0.2 kg/s dans le cas d'un compresseur) ce cas correspond à un fonctionnement à basse température d'évaporation.

#### • En mode chaud (en ne gardant que la forme du modèle 2)

<u>Modèle</u>:  $\dot{m} = a \Delta T_{SH} + b$ 

Pour un compresseur :	$\dot{m} = 0,0231 \times \Delta T_{SH} + 0,1430$	(2.21)
Pour deux compresseurs :	$\dot{m} = 0.0364 \times \Delta T_{SH} + 0.1328$	(2.22)

Ce modèle est représenté graphiquement par la Figure 2-20 ci-après pour les points suivants :

Nb de compresseurs	P entrée détenteur (bars)	P <sub>entrée évaporateur</sub> (bars)	Surchauffe (K)
2	29,3	11,2	7,8
2	29,0	9,2	7,9
2	28,6	7,2	8,8
2	30,2	12,4	9,5
2	30,1	10,6	9,2
1	27,0	6,7	5,4
1	28,6	7,2	3,9
1	27,4	6,6	7,2



Figure 2-20 : Débit détendeur calculé en fonction de la surchauffe en mode chaud

Le modèle présenté prévoit le débit détendeur avec une erreur maximale de 12 %.

Ces modèles ont été testés et ont fait apparaître des problèmes de convergence dans le calcul de cycle thermodynamique au passage de 1 compresseur à 2 compresseurs. Aussi, à faible débit un problème de régulation apparaît car la surchauffe est trop faible.

D'autre part, les modèles empiriques présentés dans ce paragraphe ne caractérisent que les détendeurs définis (DANFOSS TRE 20-20, DANFOSS TRE 20-25), et une étude similaire serait nécessaire pour caractériser tout autre détendeur, ce qui n'a pas été possible dans cette thèse.

Finalement, dans le cas d'une modélisation **stationnaire** on a considéré que l'équilibre de masse est établi dans le circuit de réfrigération, et par la suite le débit détendeur est considéré égal au débit compresseur. Quant à la surchauffe, elle est calculée dans la boucle de calcul du cycle de façon à converger vers la surchauffe de consigne fixée en ajustant la pression d'évaporation (cf. § 3.2 et figure 3.1).

### 2.5 Modélisation des échangeurs

#### 2.5.1 Typologie

La PAC air/eau comporte deux types d'échangeurs :

- Echangeur fluide frigorigène / eau (échangeur à plaques),
- Echangeur fluide frigorigène / air (échangeur tubes ailetés ou mini canaux)

Ces échangeurs jouent le rôle de condenseur ou d'évaporateur selon que la PAC fonctionne en mode froid ou chaud. Trois types principaux de modèles d'échangeur existent : global, zonal ou à volumes finis.

Les modèles de volumes finis sont dédiés à la conception des échangeurs et garantissent des résultats précis [Harms, 2004], l'échangeur est divisé en un très grand nombre d'éléments dans lesquels sont décrites les équations de conservation considérant la distribution spatiale des fluides. Une telle modélisation permet d'étudier les effets locaux dans le système mais suppose une description de la géométrie précise de l'échangeur en question et un temps de résolution relativement long.

Les modèles globaux considèrent l'échangeur comme un seul élément homogène dans lequel les propriétés thermophysiques du fluide sont moyennées. Un modèle global est simple et nécessite peu de temps de calcul mais il est moins précis quant à la représentation des phénomènes physiques.

Les modèles zonaux découpent les échangeurs en zones dans lesquelles sont mises en œuvre les équations de bilan. Les propriétés des fluides sont moyennées sur chaque zone. Ce type de modèle permet une bonne précision des calculs grâce à la description des phénomènes de changement de phase du fluide frigorifique.

Dans ce travail, le modèle des échangeurs est destiné au dimensionnement et au calcul des performances du cycle, on utilise donc un modèle zonal qui est plus rapide que le modèle de volumes finis et moins précis d'environ 5 % d'après Harms, mais plus précis qu'un modèle global. On distingue les configurations d'échange : co-courant, contre courant, courants croisés, et des configurations de surchauffe, de condensation d'évaporation et de sous refroidissement.

Les modèles zonaux assemblent des éléments discrets dont les sorties sont calculées à partir des grandeurs d'entrée:



Pour chaque élément n on utilise la méthode LMTD :

$$Q_n = F \cdot UA_n \cdot LMTD_n \tag{2.23}$$

Où :

-  $Q_n$  est la puissance thermique échangée dans l'élément n [W].

- *UA<sub>n</sub>* est le coefficient de transfert de chaleur global [W/K], dépendant des coefficients de chaque côté de l'échangeur.

- F dépend du type d'échange.

- *LMTD<sub>n</sub>* est la moyenne logarithmique de la différence de température dans l'élément n :

Co-Courant: 
$$LMTD_n = \frac{(T_{c,e} - T_{f,e}) - (T_{c,s} - T_{f,s})}{\ln\left(\frac{T_{c,e} - T_{f,e}}{T_{c,s} - T_{f,s}}\right)}$$
 (2.24)

Contre courant : 
$$LMTD_n = \frac{(T_{c,e} - T_{f,s}) - (T_{c,s} - T_{f,e})}{\ln\left(\frac{T_{c,e} - T_{f,s}}{T_{c,s} - T_{f,e}}\right)}$$
 (2.25)

Une autre forme de la puissance échangée au niveau de l'élément n s'écrit :

$$Q = \dot{m}_{f}c_{f}(T_{f,s} - T_{f,e}) = \dot{m}_{c}c_{c}(T_{c,e} - T_{c,s})$$
(2.26)

où *c* est la chaleur massique [kJ kg<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>].

Le produit *cT* [kJ kg<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>.K] est remplacé par l'enthalpie h [kJ kg<sup>-1</sup>] du côté fluide frigorigène :  $Q = \dot{m}_f (h_{f,s} - h_{f,e}) = \dot{m}_c c_c (T_{c,e} - T_{c,s})$ (2.27)

#### 2.5.2 Echangeur à plaques



Figure 2-21 : Echangeurs à plaques

En mode chauffage, l'échangeur de chaleur à plaques joue le rôle de l'unité de condensation. Le fluide frigorigène passe dans trois états successifs dans trois zones consécutives de l'échangeur : vapeur surchauffée, équilibre liquide vapeur en condensation, et liquide sous refroidi. Le modèle d'échangeur diffère entre les trois régions caractérisées par le titre en vapeur *x*. En effet, chaque canal du circuit est subdivisé en n éléments en commençant par la zone surchauffée où x = 1, puis la zone diphasique où le titre *x* de vapeur est compris entre 1 et 0 et enfin la zone de liquide sous refroidi x = 0. La « longueur »<sup>3</sup> respective des zones dont la somme représente l'échangeur entier est une inconnue du problème. Un appel aux fonctions thermodynamiques se fait pour chaque élément du modèle échangeur. Le nombre d'éléments n est de l'ordre de 10 à 15, sachant que l'augmentation du nombre d'éléments diminue la vitesse de calcul pour un très faible gain de précision comme expliqué par [Harms 2004].



En mode refroidissement, l'échangeur de chaleur à plaques joue le rôle de l'unité d'évaporation. Le fluide frigorigène est dans deux états successifs : équilibre liquide vapeur en évaporation, et vapeur surchauffée. De même, le modèle de transferts thermiques de l'échangeur diffère entre les deux régions caractérisées par le titre vapeur *x*, et chaque canal du circuit est subdivisé en n éléments en commençant par la zone diphasique où le titre *x* de vapeur est compris entre 0 et 1 et puis la zone surchauffée où x = 1.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Si on parle de longueur, cela signifie qu'on raisonne à section constante ce qui n'est pas toujours le cas. C'est donc une hypothèse de plus à émettre. La forme générique serait de parler de surfaces.



La géométrie indiquée de l'échangeur à plaques inclut le nombre de plaques, leur espacement, l'angle des corrugations  $\beta$ , la longueur et la largeur des plaques.

En écoulement **monophasique**, la plupart des corrélations proposées dans la littérature, ont des formes similaires :

- En particulier, celle de Talik et al. [Talik 1995] :  $Nu = 0.248 \,\mathrm{Re}^{0.75} \,\mathrm{Pr}^{0.4}$ (2.28)

dont le domaine de validité correspond à un nombre de Reynolds 1450 < Re < 11460 et un nombre de Prandlt compris entre 2,5 et 5,0.

- Ainsi que la corrélation de Heavner et al [Heavner 1993] :

$$Nu = C_1 \operatorname{Re}^m \operatorname{Pr}^{0.5}$$
 (2.29)

où  $C_1$  et *m* dépendent de l'angle des chevrons  $\beta$  (cf. Figure 2-22) variant de 0 ° <  $\beta$  < 67 °, pour un nombre de Reynolds compris entre 400 et 10000, et un nombre PrandIt compris entre de 3,3 et 5,9.



Figure 2-22 : Angles des chevrons d'échangeur à plaques

Dans cette thèse, la corrélation de Kumar citée dans l'étude comparative réalisée par Ayub [Ayub 2003] sur les échangeurs à plaques, est utilisée. Elle est de la forme suivante :

$$Nu = C \operatorname{Re}^{n} \operatorname{Pr}^{0,33}$$
 (2.30)

avec  $Nu = \frac{h \cdot D_h}{k}$ , *k* étant la conductivité thermique de l'eau, et  $D_h$  le diamètre hydraulique de l'eau, et  $D_h$  le diamètre hydraulique de

l'ordre de 5 mm.

Les coefficients *C* et *n* varient en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle des chevrons. La corrélation est définie pour un angle des chevrons allant de 30 ° à plus de 65 ° correspondant à un nombre de Reynolds allant de 10 à plus de 500, par exemple, pour un angle  $\beta$  de 60 ° on aura C = 0.108, n = 0.703 pour Re > 400.

La corrélation de Kumar est ainsi choisie du côté eau et côté fluide frigorigène pour sa simplicité et sa rapidité de calcul, de même, elle est recommandée par [Ayub 2003] dans son étude parmi la trentaine de corrélations qu'il présente.

En **diphasique**, les corrélations de transfert thermique font intervenir en plus des facteurs géométriques plusieurs paramètres tels que le titre en vapeur, le débit surfacique, le flux de chaleur.

Les deux modes de fonctionnement en écoulement diphasique de l'échangeur à plaques (condensation et évaporation) sont présentés :

Condensation

La corrélation de Shah [Shah 1979]  $h_{Shah}$  est utilisée quand le débit surfacique  $G = \frac{\dot{m}_{comp}}{A}$  est supérieur à 200 kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup> (A étant la section de l'écoulement dans le canal), et l'approche

$$h_{Shah} = h_{liq} \left[ \left( 1 - x \right)^{0.8} + \frac{3.8x^{0.76} \left( 1 - x \right)^{0.04}}{\left( p_r \right)^{0.38}} \right]$$
(2.31)

$$h_{liq} = 0,023 \,\mathrm{Re}^{0.8} \,\mathrm{Pr}^{0.4} \frac{k_{liq}}{D_h}$$
 (2.32)

$$p_r = \frac{p_{saturation}}{p_{critique}}$$
(2.33)

 $p_r$  est la pression réduite du fluide dans notre cas le R410A. Shah recommande d'utiliser la corrélation ci-dessus pour une plage de pression réduite entre 0,011 et 0,44.

$$h_{Akers} = C_i \operatorname{Re}^{n_i} \operatorname{Pr}^{1/3} \frac{k_{liq}}{D_h}$$
 (2.34)



$$\mu_{liq}$$

$$G_{eq} = \frac{\dot{m}_{comp}}{A} \left[ (1-x) + x \left( \frac{\rho_{liq}}{\rho_{vapeur}} \right)^{0,5} \right]$$

d'Akers citée par Thome [Thome 2005b] h<sub>Akers</sub> pour les autres cas :

Ì

$$\Pr = \mu_{liq} \frac{C_{liq}}{k_{liq}}$$

	Ci	n <sub>i</sub>
Re > 50000	0,0265	0,800
Re < 50000	5,0300	0,333

 $\operatorname{Re} = \frac{G_{eq}D_h}{D_h}$ 



#### (\*) graphe tracé pour Pr = 1.65

Le choix de l'approche d'Akers est justifié par plusieurs études comme celles de Thome et Longo [Thome 2005b], [Longo 2008], malgré la discontinuité observée qui peut gêner la convergence autour de Re = 50000. Dans le cas de l'étude présentée, le débit surfacique G est fréquemment supérieur à 200 kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup>; c'est donc la corrélation de Shah qui est utilisée majoritairement.

#### Evaporation

La corrélation de Han et al. [Han 2003] est utilisée pour l'évaporation du R410A et du R22 dans des échangeurs à plaques :

$$h = Ge_1 \operatorname{Re}^{Ge_2} Bo^{0.3} \operatorname{Pr}^{0.4} \frac{k_{liq}}{D_h}$$
(2.35)

où:

$$\operatorname{Re} = \frac{G_{eq}D_h}{\mu_{liq}}$$
$$Ge_1 = 2,81 \left(\frac{P_{corr}}{D_h}\right)^{-0.041} \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)^{-2.83}$$

 $\beta$  est l'angle des chevrons exprimé en radian, et P<sub>corr</sub> le pas des nervures,

$$Ge_2 = 0,746 \left(\frac{P_{corr}}{D_h}\right)^{-0.082} \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)^{0.61}$$

et *Bo* le nombre d'ébullition  $Bo = \frac{q}{G_{eq}h_{lv}}$ 

Cette corrélation empirique a été validée expérimentalement par Han et al. sur l'intervalle de débit masse surfacique de 13 à 34 kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup> pour les angles de chevrons de 20 °, 35 °, et 45 °, et les densités de flux de chaleur *q* de 2,5, 5,5, et 8,5 kW/m<sup>2</sup>. Les écarts entre les valeurs mesurées et calculées sont de l'ordre de 20 %, cette corrélation est adoptée car elle donne des valeurs acceptables par rapport à l'expérimentation menée sur l'échangeur à plaques de la PAC dans cette thèse.

# 2.5.3 Comparaison entre le modèle d'échangeur à plaques et les valeurs expérimentales

Une comparaison des valeurs calculées par le modèle d'échangeur à plaques développé et les valeurs mesurées expérimentalement, est présentée dans ce paragraphe. Les mesures sont effectuées pour les points de fonctionnement suivants (Tableau 2-3) :

Mode	T eau entrée	T eau sortie	Débit d'eau
wode	(°C)	(°C)	(m³/h)
Chaud	34,6	36,1	9,0
Chaud	37,5	39,2	9,0
Chaud	37,5	39,4	9,0
Chaud	37,5	39,4	9,0
Chaud	40,8	43,6	9,0
Chaud	40,5	43,6	9,0
Chaud	40,7	43,9	8,9

Tableau 2-3 : Liste des points d'essais réalisée pour la validation du modèle échangeur à plaques

L'échangeur à plaques employé est de dimensions 219x208x100 mm, caractérisé par un espacement des plaques de 2 mm, un angle de chevrons  $\beta$  de 30 °, et un pas de nervures de 0,4 mm. On note que le modèle d'échangeur a été calé par rapport aux essais en fonction

de la géométrie de l'échangeur, en particulier l'angle de chevrons  $\beta$  et le pas de nervures étaient 2 paramètres inconnus (confidentiels) que l'on a fixé pour minimiser l'écart aux mesures. En mode chaud, l'échangeur à plaques est co-courant

On rappelle les incertitudes de mesure des capteurs de température utilisés : pour les thermocouples côté fluide frigorigène 0,2 K et pour les PT100 côté circuit d'eau 0,03 K [Annexe 2]. Celles des capteurs de pression sont de l'ordre de 0,2 bars.

Quant au calcul de l'incertitude de la puissance thermique, la méthode de l'incertitude type composée [AFNOR NF ENV 13005] est employée. En effet, l'incertitude type composée  $u_c(y)$  est la racine carrée de la variance composée  $u_c^2(y)$ :

$$u_{c}^{2}(y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_{i}}\right)^{2} u_{c}^{2}(x_{i})$$
(2.36)

Où f est la fonction qui relie le mesurande *Y* à des grandeurs  $X_1, X_2, ..., X_n$  dont *Y* dépend,  $Y = f(X_1, X_2, ..., X_n)$ , et chaque  $u_c(x_i)$  est une incertitude-type de la variable  $X_i$ .

• 
$$P_{calorifique} = \dot{m}_{eau}c_p(T_{sortie} - T_{entrée})$$
 (2.37)  

$$\Rightarrow \Delta P_{calorifique}^2 = \left(\frac{\partial P_{calorifique}}{\partial \dot{m}_{eau}}\right)^2 \Delta \dot{m}_{eau}^2 + \left(\frac{\partial P_{calorifique}}{\partial (T_{sortie} - T_{entrée})}\right)^2 \left(\Delta (T_{sortie} - T_{entrée})\right)^2$$

$$\Delta P_{calorifique}^2 = c_p^2 (T_{sortie} - T_{entrée})^2 \Delta \dot{m}_{eau}^2 + \dot{m}_{eau}^2 c_p^2 \left(\Delta (T_{sortie} - T_{entrée})\right)^2$$

• 
$$\frac{\Delta m_{eau}}{\dot{m}_{eau}} = 1\%$$
 (Débitmètre neuf)  
•  $\Delta (T_{sortie} - T_{entrée}) = 0,03K$ 

La Figure 2-23 montre un écart moyen de 0,2 K entre la température du fluide frigorigène à la sortie de l'échangeur mesurée et celle calculée par le modèle et un écart maximal de 0,6 K, quant à la Figure 2-24 elle compare la pression du fluide frigorigène à la sortie de l'échangeur, le modèle l'estime à une incertitude moyenne de 0,06 bars et à une incertitude maximale de 0,3 bars.



Figure 2-23 : Comparaison de la température de sortie du fluide frigorigène mesurée et calculée par modèle en mode chaud



La Figure 2-25 expose une différence moyenne de 1,6 K entre la température de sortie d'eau de l'échangeur mesurée et calculé maximale de 2 K. La puissance thermique est estimée à

une erreur moyenne de 4 % et une erreur maximale de 8% comme le montre la Figure 2-26 dont 2 % sont liées aux incertitudes de mesure.







Figure 2-26 : Comparaison des puissances calorifiques mesurées et calculées par le modèle

En plus, de la comparaison entre modèle échangeur à plaques et valeurs expérimentales en mode condenseur présentée, le fonctionnement de l'échangeur à plaques en mode évaporateur a aussi été vérifié avec des écarts moyens de 6 %.

Une validation plus poussée du modèle global suivra dans le chapitre suivant, à partir des résultats d'essais obtenus en laboratoire et in-situ sur le cycle global.

#### 2.5.4 Echangeur à air et à tubes ailetés



Figure 2-27 : Echangeur à air

En mode chauffage, l'échangeur de chaleur à air est considéré en tant qu'unité d'évaporation. Le fluide frigorigène passe par 2 états : équilibre liquide vapeur en évaporation et vapeur surchauffée. Alternativement, en mode refroidissement, l'échangeur à air est considéré en tant qu'unité de condensation.

La géométrie de l'échangeur aileté comprend le nombre N de tubes, le nombre de rangs,

l'espacement des tubes dans la direction de la circulation de l'air et perpendiculairement à la direction de circulation de l'air, le diamètre intérieur et extérieur des tubes, l'espacement entre les ailettes, la longueur I du tube. Certains de ces paramètres dimensionnels sont représentés sur la Figure 2-28, qui est une vue en coupe latérale de l'échangeur.

Les coefficients d'échange côté air ont été calculés par les corrélations donnant le facteur *j* de Colburn pour les tubes ailetés [Kim 1998]. Le facteur *j* d'un échangeur de 3 rangs nommé  $j_3$  est alors :

$$j_3 = 0,240 \operatorname{Re}_D^{-0,409} \left(\frac{S_T}{S_L}\right)^{0,425} \left(\frac{s}{D}\right)^{-0,035}$$

où : - D : diamètre de tubes [m]

- s : pas des ailettes [m]

- S<sub>T</sub> : pas transversal des tubes [m]

- S<sub>L</sub> : pas longitudinal des tubes [m]

-  $Re_D$  : est le nombre de Reynolds basé sur le diamètre des tubes:

$$\operatorname{Re}_{D} = \frac{\dot{m}_{air}D}{A\mu_{air}}$$
(2.39)

A étant la surface de l'échangeur en contact avec l'air [m<sup>2</sup>].

Pour moins de 3 rangs,  $j_N$  s'écrit :

$$j_N = 0.931(j_3) \left[ \operatorname{Re}_D^{-0.162} \left( \frac{S_T}{S_L} \right)^{-0.892} \left( \frac{s}{D} \right)^{-0.152} \left( \frac{S_T}{D} \right)^{1.49} \right]^{(3-N)}$$
(2.40)

Le coefficient de transfert thermique se déduit par :

$$h_{air} = j_N \cdot \frac{\dot{m}_{air}}{A} \cdot c_p \cdot \Pr^{2/3}$$
(2.41)

La corrélation de [Kim 1998] utilisée donne des résultats valides dans les limites suivantes : un nombre de Reynolds Re<sub>D</sub> compris entre 500 et 125 000, et des facteurs géométriques qui correspondent à S<sub>T</sub> / S<sub>L</sub> entre 0,857 et 1,654, S<sub>T</sub> / D entre 1,996 et 2,881, et s / D entre 0,081 et 0,641.

Côté fluide frigorigène, en écoulement **monophasique** (vapeur surchauffée, et liquide sous refroidi), la corrélation de Dittus-Boelter [Dittus 1930] est utilisée. Elle est valable pour un nombre de Reynolds compris entre 10 000 et 120 000, L/D >30 et Prandtl entre 0,7 et 160 [Kakac 1987]:

$$Nu_{sp} = 0.023 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.4}$$
 en mode chaud (2.42)

$$Nu_{sn} = 0.026 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.3}$$
 en mode froid (2.43)





Figure 2-28 : Echangeur à tubes ailetés

(2.38)

En écoulement diphasique :

Condensation

La corrélation de Shah (équation. 2.32) modifiée par Bivens [Bivens 1994] est utilisée afin de permettre de prendre en considération les variations du débit surfacique *G*:

$$h = F_{Biv} \cdot h_{Shah}$$
(2.44)  
$$F_{Biv} = 0,78738 + 6187,89 \left(\frac{\dot{m}_{comp}}{A}\right)^{-2}$$

A étant la section du tube.

Evaporation

La corrélation de Bivens [Bivens 1992] employée et validée par [Lottin 2002], est adoptée : 1 (2.45)

$$h_m = \frac{1}{\frac{1}{h} + \frac{F}{q}}$$

 $F = 0,175(T_r - T_e) \left[ 1 - e^{\frac{q}{1.3 \times 10^4 \rho_l \times h_{lv}}} \right]$ 

avec

Où  $T_r$  et  $T_e$  sont les températures de rosée et d'ébullition du mélange ;  $h_{lv}$  représente la chaleur latente de changement d'état. h se déduit de l'équation (2.43) :

$$h = (h_{\acute{e}n}^{2,5} + h_{\acute{e}c}^{2,5})^{\frac{1}{2,5}}$$
(2.46)

où  $h_{en}$  est le coefficient de transfert de d'ébullition nucléée calculé par l'équation de Cooper [Serch 2007] :

$$h_{\acute{e}n} = 55 \mathrm{Pr}^{0,12} \left( -\log_{10} \frac{p}{p_{\mathrm{cr}}} \right)^{-0.55} \mathrm{M}^{-0.5} \mathrm{q}^{0.67}$$
(2.47)

et  $h_{cc}$  est le coefficient de transfert pour l'évaporation convective en relation avec le nombre de Froude :

$$h_{\acute{e}c} = 2,838 h_{liq} Fr^{0,2} \left( 0,29 + \frac{1}{X_{tt}} \right)^{0.85}$$
 pour  $Fr \le 0,25$  (2.48)

$$h_{\acute{ec}} = 2,15h_{liq} \left(0,29 + \frac{1}{X_{tt}}\right)^{0,85}$$
 pour  $Fr > 0,25$  (2.49)

où :

 $h_{lig}$  est évalué par la corrélation de Dittus-Boelter (2.41),

$$Fr = \frac{G^2}{\rho^2 g D_h} \text{ est le nombre de Froude, et}$$
$$X_{tt} = \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0,9} \left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)^{0,5} \left(\frac{\mu_l}{\mu_v}\right)^{0,1} \text{ est le paramètre de Martinelli.}$$

Le choix de la corrélation de Shah modifiée par Bivens en condensation et celle de Bivens pour l'évaporation pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur côté fluide frigorigène de l'échangeur à air résulte des comparaisons réalisées par [Bigot 2001].

# 2.5.5 Comparaison entre le modèle d'échangeur à air et les valeurs expérimentales

Une comparaison des valeurs calculées par le modèle d'échangeur à air à tubes ailetés développé et les valeurs mesurées expérimentalement, est présentée dans ce paragraphe. Les mesures sont effectuées pour les points de fonctionnement suivants (Tableau 2-4) ;

	T air entrée	T air sortie	Débit d'air
Mode	(°C)	(°C)	(m³/h)
Froid	35,1	51,0	23690
Froid	30,2	46,8	23690
Froid	29,7	36,6	23690
chaud	14,6	9,0	23690
chaud	8,5	2,9	23690

Tableau 2-4 : Liste des points d'essais réalisés pour la validation du modèle échangeur à air tubes ailetés

La batterie à tubes ailetés est en forme de U surmontée d'un ventilateur. Elle est composée de 3 rangs de 52 tubes chacun. Les tubes ont une longueur de 2,388 m et un diamètre hydraulique de 8 mm. Le pas d'ailette est de 1,8 mm.

De même, le modèle d'échangeur à air à tubes ailetés a été calé par rapport aux essais en fonction de la géométrie de l'échangeur, en particulier le nombre de circuit entre 24 et 26.













Le modèle d'échangeur à tubes ailetés calcule la température de sortie du fluide frigorigène avec un écart moyen de 5 K et la pression de sortie du fluide frigorigène avec un écart moyen de 0,9 bars. La puissance thermique échangée est calculée avec une précision moyenne de 7 %.

La comparaison entre modèle échangeur à air tubes ailetés et valeurs expérimentales est réalisée en mode chaud (évaporateur) et en mode froid (condenseur). Les écarts maximaux sont obtenus dans le cas du fonctionnement de l'échangeur en évaporation à cause du givrage, particulièrement dans le cas du point d'entrée d'air de à 8,5 °C (sortie à 2,9 °C). Le givrage sera pris en compte par la suite (voir § 3.2.2.3).

#### 2.5.6 Echangeur à air à mini-canaux

L'intérêt d'un échangeur à mini-canaux est essentiellement la réduction de la charge en fluide, la compacité et le poids de la batterie [Clodic 2007], l'utilisation des fluides à haute pression comme le CO<sub>2</sub>, et enfin les performances thermiques. L'état de l'art de ce type d'échangeur sera expliqué ultérieurement en détail lors du choix des composants du prototype (chapitre 3).

Modèles pour les transferts de chaleur diphasiques

Pour la condensation dans les mini-canaux, le modèle de Webb pour le transfert de chaleur en condensation dans des tubes à petits diamètres [Webb 1998], a été retenu. Ce modèle est issu de 600 mesures sur des points de condensation incluant les points utilisés pour établir la corrélation de Shah (2.24) :

$$h_{Webb} = h_{liq} \left[ \left( 1 - x \right)^{0.8} + \frac{2.35x^{0.76} \left( 1 - x \right)^{0.04}}{\left( p_r \right)^{0.8}} \right]$$
(2.50)

 $h_{liq}$  est le coefficient d'échange monophasique, estimé à partir de la loi classique de Dittus-Boetler [Dittus 1930].  $p_r$  est la pression réduite, rapport entre la pression de saturation et la pression critique du fluide. Le modèle a été validé par [Webb 1998] pour les fluides suivants R12, R134a, R125, et R410A pour une plage de pression réduite entre 0,15 et 0,47.

Pour l'évaporateur, il existe de nombreuses corrélations, très dépendantes des géométries sur lesquelles elles ont été développées comme par exemple celles de Chen [Serch 2007], Gungor-Winterton [Serch 2007]. Afin de rester suffisamment général dans les prédictions faites, la loi qui a été choisie est celle de Liu-Winterton [Liu 1991], dont le domaine d'application en termes de fluide et de dimension de diamètre est relativement large :

$$h = \left[ \left( F h_{liq} \right)^{2} + \left( S h_{en} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(2.51)  
où :  $F = \left\{ I + x Pr_{l} \left( \frac{\rho_{l}}{\rho_{v}} - I \right) \right\}^{0.35}$   
 $S = \frac{I}{I + 0.055 F^{0.1} + Re_{liq}^{0.16}}$ 

 $h_{liq}$  est estimé à partir de la loi classique de Dittus-Boetler [Dittus 1930],  $h_{\acute{e}n}$  est calculé par l'équation de Cooper (2.47). Ce modèle combine le transfert de chaleur par convection forcée et par ébullition, et utilise des coefficients d'amplification de la convection forcée (F) et de diminution de l'ébullition nucléée (S).

#### • Modèle pour les transferts de chaleur côté air

La géométrie de l'échangeur côté air est du type ailettes persiennées. L'estimation des coefficients d'échange pour l'air dans ce type de géométrie est faite à partir des lois établies par [Kim 1998] décrites dans le paragraphe 2.5.4 pour les échangeurs à air à tubes ailetés. La comparaison entre le modèle d'échangeur à air mini-canaux et les valeurs expérimentales n'est pas présentée car la géométrie de la batterie est confidentielle. Le modèle d'échangeur à air mini-canaux calcule les valeurs de sorties avec une erreur moyenne de 8 %.

### 2.5.7 Evaluation des pertes de pression

Les pertes de pression dues aux frottements dans le circuit hydraulique et dans les échangeurs sont calculées parallèlement aux calculs thermiques pour chaque élément. Ceci permet une évaluation correcte des températures des fluides mises à jour au fur et à mesure qu'on avance dans le calcul des propriétés des éléments qui divisent l'échangeur. Ces pertes de pression ont la forme suivante :

$$\Delta p_f = f \frac{L}{D_h} \frac{\rho v^2}{2} \tag{2.52}$$

où f est le coefficient de frottement qui dépend essentiellement de la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent) ainsi que de la rugosité  $\varepsilon$  du canal. Les coefficients de frottement sont établis par les corrélations empiriques suivantes :

#### Tubes lisses :

- la loi de Blasius [Fox 2004] indépendante des rugosités  $\epsilon/D$  qui s'écrit en fonction de Reynolds :

Re < 2000 
$$f = \frac{64}{\text{Re}}$$
 (2.53)

$$3000 < \text{Re} < 10^5$$
  $f = 0.316 \,\text{Re}^{-1/4}$  (2.54)

• Tubes rugueux :

- pour régime intermédiaire loi de Prandtl [Fox 2004],

$$\operatorname{Re} > 5000 \qquad \qquad \frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\left(\operatorname{Re}\sqrt{f}\right) - 0.8 \tag{2.55}$$

- pour régime turbulent loi de Colebrook [Fox 2004],

$$4000 < \text{Re} < 10^8$$
  $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right)$  (2.56)

Dans le modèle d'échangeur à plaques élaboré, la corrélation de Kumar [Kumar] de pertes de pression, homologue à la corrélation du coefficient du transfert thermique est employée pour évaluer les pertes de pression de l'écoulement dans les canaux du côté de l'eau et du fluide frigorigène.

- en monophasique :

$$f = \frac{k_p}{\mathrm{Re}^m} \tag{2.57}$$

où  $k_p$  et m dépendent du nombre de Reynolds Re et de l'angle des chevrons  $\beta$ .

- en diphasique, les pertes de pression prennent en compte les pertes dues au frottement du fluide ainsi que les pertes dues à l'accélération causée par le changement d'état. Ces dernières font appel au taux de vide de l'écoulement,

$$\Delta p = \Delta p_{frottement} + \Delta p_{accélération}$$
(2.58)

$$\Delta p_{accélération} = G^2 \frac{d}{dz} \left[ \frac{x^2}{t\rho_v} + \frac{(1-x)^2}{(1-t)\rho_l} \right]$$
(2.59)

où *t* est le taux de vide défini par la section occupée par la vapeur  $A_v$  par rapport à la section totale du canal  $A : t = \frac{A_v}{A}$ , qui s'écrit aussi :  $t = \frac{K_H}{1 + S \frac{1 - x}{x} \frac{\rho_v}{\rho_t}}$ ,

où *S* est le glissement de vitesse entre les phases vapeur et liquide :  $S = \frac{V_v}{V_l}$ 

Les modèles les plus répandus dans la littérature comme Zivi, Smith, et Hughmark sont bien décrits dans les travaux de recherche de Bigot [Bigot 2001]. Le modèle de Hughmark choisi dans notre étude fait intervenir les nombres de Reynolds et Froude et nécessite un calcul itératif car  $K_H$  est fonction du taux de vide t. Il est préféré par [LeRoy 2000] et [Bonjour 2003] le recommande aussi, du fait qu'il estime la charge mieux que les autres modèles. Par la suite, on utilise ce taux de vide uniquement pour le calcul des pertes de pression et on considère S = 1 (homogène en vitesse),

$$K_{H} = 0,7266477 - 0,0003481988Z_{K} - \frac{0,845427}{Z_{K}} + 0,0601106Z_{K}^{1/3}$$

$$Z_{K} = \frac{\operatorname{Re}_{H}^{-1/6} Fr^{1/8}}{(1-t)^{1/4}}$$

$$\operatorname{Re}_{H} = \frac{GD_{h}}{\mu_{l} + t(\mu_{v} - \mu_{l})}$$

$$Fr = \frac{1}{gG} \left(\frac{Gx}{t\rho_{v}}\right)^{2}$$

Lockart Martinelli généralisé est employé pour évaluer les pertes de pression par frottement :

$$\Delta p_{frottement} = (\Delta p_l) + (\Delta p_v) + C\sqrt{(\Delta p_l)(\Delta p_v)}$$
(2.60)

$$\Delta p_{l} = 2f_{l} \frac{G^{2}(1-x)^{2}}{\rho_{l}D_{h}} \text{ où} : \qquad f_{l} = \frac{16}{\text{Re}_{l}} \qquad \text{si } \text{Re}_{l} < 2300$$

$$f_{l} = 0.046 \text{Re}_{l}^{-0.2} \qquad \text{si } \text{Re}_{l} > 2300$$

$$\Delta p_{v} = 2f_{v} \frac{G^{2}x^{2}}{\rho_{v}D_{h}} \qquad \text{où} : \qquad f_{v} = \frac{16}{\text{Re}_{v}} \qquad \text{si } \text{Re}_{v} < 2300$$

$$f_{v} = 0.079 \text{Re}_{v}^{-0.25} \qquad \text{si } \text{Re}_{v} > 2300$$

$$C = 20$$

Pour l'échangeur à air (tubes ailetés et mini-canaux), les pertes de charge du côté de l'air sont calculées par la corrélation établie par Kim [Kim 1998] utilisée par Robinson [Robinson 2000]. Le coefficient de frottement f regroupe le frottement sur les ailettes  $f_{ailettes}$  et sur les tubes  $f_{tubes}$ :

Chapitre 2 : Modélisation thermodynamique détaillée de PAC

$$f = f_{ailette} \frac{A_{ailette}}{A_{totale}} + f_{tube} \left( 1 - \frac{A_{ailette}}{A_{totale}} \right) \left( 1 - \frac{t}{p_{ailette}} \right)$$
(2.61)

où  $p_{ailette}$  est le pas des ailettes,  $A_{totale}$  la surface totale côté air,  $A_{ailette}$  la surface des ailettes, t l'épaisseur de l'ailette,

$$f_{ailette} = 1,435 \operatorname{Re}_{D}^{-0,562} \left(\frac{S_{T}}{S_{L}}\right)^{-0,365} \left(\frac{s}{D}\right)^{-0,131} \left(\frac{S_{T}}{D}\right)^{1,22}$$
$$f_{tube} = \frac{4}{\pi} \left(0,25 + \frac{0,118}{\left(\frac{S_{T}}{D} - 1\right)^{1,08}} \operatorname{Re}_{D}^{-0,16} \right) \left(\frac{S_{T}}{D} - 1\right)$$

Cette perte de pression du côté de l'air est compensée par le ventilateur.

#### Modèle pour les pertes de pression des échangeurs mini-canaux

Le calcul des pertes de pression dans les échangeurs mini-canaux fait encore l'objet de recherches, les modèles existants ne donnant pas toujours satisfaction. Par manque de données susceptibles d'aider au choix d'une corrélation plus appropriée, le modèle bien éprouvé de [Chisholm 1967], généralement utilisé pour les tubes larges, a été préféré. Il s'agit de modéliser les pertes de pression par frottement à partir de celles calculées pour une des phases (liquide ou vapeur) seule. Cette composante s'écrit :

$$\Delta P = \Phi_0 \left\{ \frac{1}{2} f_l \frac{\Delta L}{D_h} (1 - x)^2 \frac{G^2}{\rho_l} \right\}$$
(2.62)  
où :  $\Phi_0 = I + \frac{5}{X_{tt}} + \frac{1}{X_{tt}^2} \text{ et } X_{tt} = \left(\frac{f_l \rho_v}{f_v \rho_l}\right)^{0.5} \left(\frac{1 - x}{x}\right)$ 

Le facteur de frottement f est calculé par les équations de Blasius (2.53) et (2.54).