

Modélisation du système multi-actionneurs piézoélectriques

Le chapitre précédent a été consacré à la conception, la réalisation et la vérification de certaines spécifications du montage mécanique permettant de réaliser les éléments du cahier des charges. Afin de pouvoir valider la structure, une maquette a été réalisée. A présent, la suite du travail consiste à proposer une modélisation du système. L'objectif est double : d'une part disposer d'un outil permettant la simulation du procédé et d'autre part élaborer une commande. Pour ce dernier point la méthodologie va consister à s'appuyer sur la REM selon le principe d'inversion décrit précédemment (cf. paragraphe 3.3.3).

Dans une première partie, l'étude du montage mécanique sera traitée afin de dégager les lois cinématiques et dynamiques qui serviront à la construction de la REM. Les propriétés du guidage étant déjà connues, il s'agira de déterminer les éléments d'inerties, étudier l'influence du contact et inclure les actionneurs piézoélectriques.

Une deuxième tâche va consister à prendre en compte l'influence de l'alimentation. Une architecture d'alimentation particulière a en effet été développée pour permettre de générer des tensions élevées (variant entre 0 et 1000 V) qui soient de formes variables sur une bande de fréquences compatible avec les profils de vitesse souhaités. De plus, il a été décidé de pouvoir réaliser ces fonctions à partir d'une source de tension continue délivrant au maximum 200 V dans le cadre des essais. L'architecture proposée permet de réaliser cela en intégrant la fonction « élévateur de tension ». Cela induit en contrepartie certaines contraintes qui seront mise en évidence au travers de la REM de l'alimentation.

Le chapitre sera clôt en validant expérimentalement le modèle.

4.1 Modélisation du système mécanique

La modélisation du système mécanique représenté sur la figure 4.1 va consister à prendre en compte les différentes compliances impliquées dans la transmission du mouvement des extrémités des actionneurs piézoélectriques jusqu'au centre du support de la matrice. Ce sont donc les compliances du support des contacts, des différents contacts sphère-plan et du plateau secondaire. Compte tenu des résultats présentés dans le chapitre précédent, qui ont mis en évidence que les déformations des supports de contact et du plateau secondaire étaient négligeables, l'étude peut être limitée. En premier lieu, la matrice inférieure et le plateau secondaire auquel il est associée seront supposés rigides. Par ailleurs, on supposera que la liaison entre un actionneur et le support de contact correspondant est rigide. Par conséquent, le déplacement de l'extrémité libre d'un actionneur est égale à celui de son support de contact. Aussi, du point de vue de la modélisation, il est nécessaire de considérer les couples de variables (F_{pi}, v_{pi}) et (F_i, v_i) qui définissent les puissances transmises par les actionneurs piézoélectriques et les support de contacts respectivement, la différence entre les efforts correspondant à l'effet de l'inertie d'un support de contact.

Ceci suppose donc que l'on néglige les effets des inerties des sphères et que seules déformations élastiques de ces dernières seront prises en compte. De ce fait, il est nécessaire a priori de considérer qu'il peut y avoir une différence de vitesse entre un support de contact et la surface du plan correspondante, ce qui impose dans un premier temps de définir la puissance transmise par le contact sphérique au plateau par le couple de variables (F_i, v_i) .

Enfin, il sera nécessaire d'exprimer la relation cinématique reliant les vitesses des trois points de contacts avec celles aux centres du plateau, et de déterminer le torseur des efforts au centre du plateau.

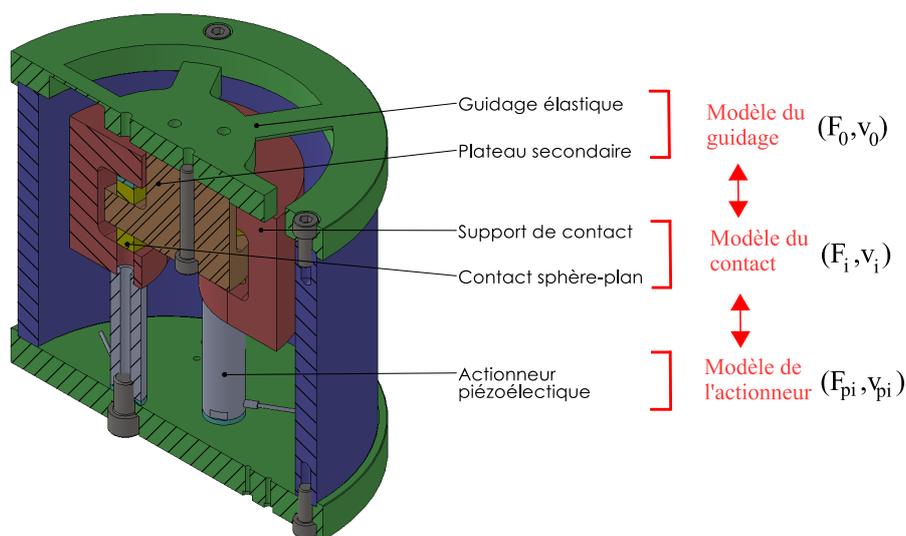


Figure 4.1: Différentes parties pour la modélisation du système mécanique

4.1.1 Formulation du problème dynamique

De façon générale, le mouvement du système mécanique constitué par le guidage élastique d'une part et l'ensemble plateau et matrice inférieure (considéré comme un seul corps rigide) est décrit par l'équation dynamique sous la forme suivante :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_c(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{D}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_g(\mathbf{q}) = \mathbf{F} \quad (4.1)$$

avec :

- \mathbf{M} la matrice d'inertie de la matrice inférieure avec plateau secondaire ;
- \mathbf{C}_c la matrice représentant les couplages dynamiques induits par les forces de Coriolis et centrifuges ;
- \mathbf{K} la matrice de rigidité du guidage élastique déjà étudiée au chapitre précédent ;
- \mathbf{D} la matrice d'amortissement ;
- \mathbf{G}_g la matrice représentant les forces de gravité ;
- \mathbf{F} le vecteur des efforts externes* ;
- \mathbf{q} le vecteur des variables de mouvement.

Les mouvements étant de faibles amplitudes, il est supposé que l'action du guidage élastique est linéaire. Les composantes du vecteur des variables de mouvement \mathbf{q} sont les déplacements du centre du plateau et les angles de rotation de ce dernier par rapport à sa position de repos en supposant les rotations faibles. Elles sont exprimées selon et autour des 3 axes principaux de la base globale (voir la figure 4.2) : $\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T$.

Les efforts externes appliqués à cet ensemble sont les forces d'action du lopin F_{lopin} et des contacts F_1, F_2, F_3 qui sont représentées sur la figure 4.2. Dans l'étude, l'influence du frottement au contact est négligée, ainsi que la variation de l'orientation du contact due aux rotations du plateau. Par conséquent, ces derniers efforts sont supposés verticaux et les moments sont négligés en ces points.

Ces forces proviennent de la transmission des forces générées par les actionneurs F_{pi} et de forgeage F_f . Au vu des ordres de grandeur des dimensions et des vitesses de la matrice inférieure (90 mm de diamètre et une vitesse maximale de 6 mm/s), les efforts générés par

*. Comme au chapitre 3, le vecteur des forces est constitué par l'ensemble des composantes du torseur des forces au point considéré. Dans ce cas, il s'agit du centre du plateau.

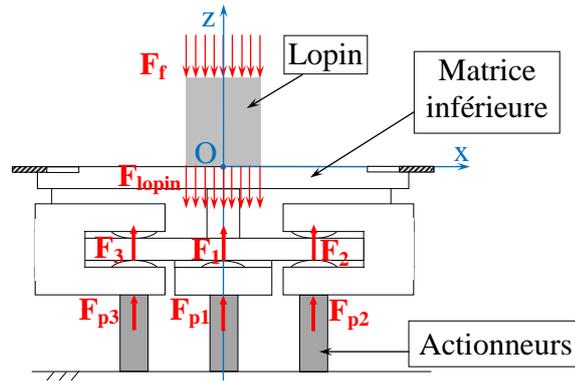


Figure 4.2: Schéma des forces appliquant sur la matrice inférieure

actionneurs F_{pi} et de forgeage F_f (de l'ordre de quelques kN) sont dominants par rapport aux effets de la gravité, de l'amortissement et des forces centrifuges. Dans cette estimation, il a été considéré que si les supports de contact ont une masse de l'ordre du kilogramme, l'influence de leur inertie est de l'ordre de la centaine de Newton ce qui signifie que les forces F_1, F_2, F_3 ont des ordres de grandeurs similaires à ceux des forces générées par les actionneurs. Selon cette approximation, l'équation (4.1) est réduite à :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (4.2)$$

où $\mathbf{F} = \mathbf{F}_O - \mathbf{F}_{\text{lopin}}$ avec \mathbf{F}_O le vecteur dont les composantes sont le torseur des efforts résultant des forces des contacts F_1, F_2, F_3 et $\mathbf{F}_{\text{lopin}}$ le vecteur d'effort résultant de la force de forgeage F_f . En général, la répartition des forces surfaciques résultant de l'interaction du lopin est complexe, aussi on considérera uniquement les composantes suivantes, le lopin étant centré sur l'axe Oz : $\mathbf{F}_{\text{lopin}} = [0 \ 0 \ F_{\text{lopin}} \ M_{\text{lopin}_x} \ M_{\text{lopin}_y} \ 0]^T$. Le vecteur de forces \mathbf{F}_O sera défini par l'étude de la section suivante.

La matrice des masses étant nécessairement symétrique positive, l'équation dynamique du guidage (4.2) peut être transformée sur une base modale par une matrice de passage \mathbf{P}_m comme suit :

$$\ddot{\mathbf{X}} + \Lambda\mathbf{X} = \mathbf{P}_m^{-1}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \quad (4.3)$$

avec :

- Λ : la matrice des valeurs propres de la matrice $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$
- \mathbf{P}_m : la matrice des vecteurs propres de la matrice $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$
- \mathbf{X} : le vecteur des déplacements modaux défini par $\mathbf{q} = \mathbf{P}_m\mathbf{X}$

On obtient alors dans cette nouvelle base un ensemble d'équation dynamiques découplées :

$$\ddot{x}_i + \lambda_i x_i = f_{O_i} - f_{L_i} \quad (4.4)$$

où f_{O_i}, f_{L_i} sont respectivement les $i^{\text{ème}}$ composantes des vecteurs $\mathbf{P}_m^{-1}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_O$ et $\mathbf{P}_m^{-1}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_{Lopin}$. Cette approche permettra, une fois les différentes forces et la cinématique établies, de déterminer les dynamiques dominantes et éventuellement de réduire le modèle.

4.1.2 Étude mécanique de la transmission du mouvement

La force et les moments F_z, M_x, M_y dus aux forces de contact et réduits au centre du plateau sont obtenus par la réduction des torseurs des trois forces appliquées par les actionneurs piézoélectriques au point de contact en O. Les points d'application des forces de contact sur le plateau secondaire sont représentés sur la figure 4.3a.

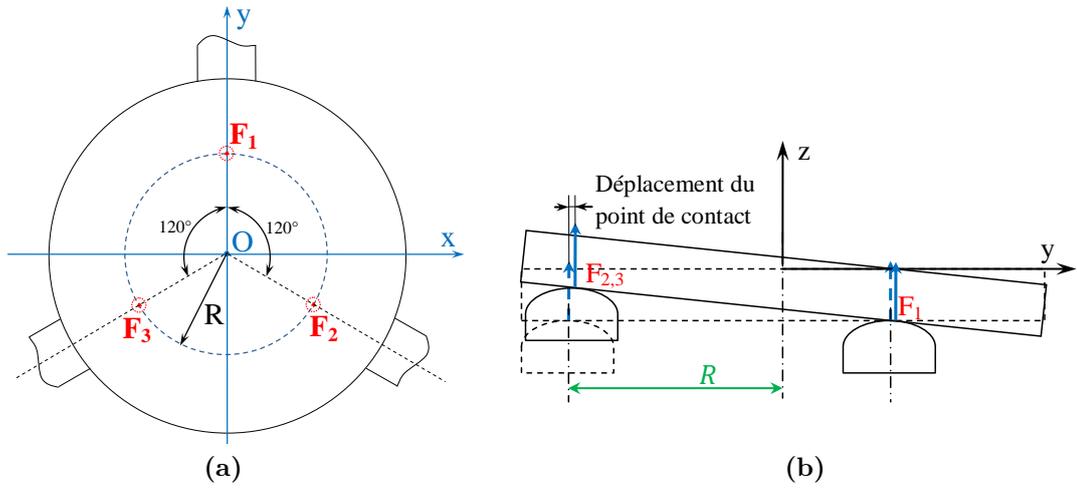


Figure 4.3: Schéma des forces de contact sur le plateau secondaire

Les déplacements tangentiels des points de contact sur le plateau secondaire causés par la rotation du plateau peuvent être négligés (voir la figure 4.3b), et la variation de l'orientation de la force de contact est supposée négligeable. De plus, on néglige l'effet de la friction. Aussi, on ne considérera que l'amplitude des forces et des vitesses des contacts selon la direction z , qui sont dominantes par rapport à celles dans le plan perpendiculaire à l'axe z . On note \vec{v}_1, \vec{v}_2 et \vec{v}_3 les vecteurs vitesses instantanées des points de contact I_i selon z appartenant à l'axe à l'aplomb des actionneurs. Pour trouver la relation entre la vitesse de déplacement selon Oz du point O et les trois vitesses \vec{v}_1, \vec{v}_2 et \vec{v}_3 , on considère l'influence de chaque vecteur vitesse \vec{v}_1, \vec{v}_2 et \vec{v}_3 sur le point O. Appelons $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2$ et $\vec{\omega}_3$ les vecteurs vitesse de rotation instantanée dus à chaque vecteur vitesse de déplacement \vec{v}_1, \vec{v}_2 et \vec{v}_3 respectivement (voir figure 4.4). Lorsqu'un des actionneurs est alimenté, les autres restant au repos, l'axe instantané de rotation passe par les points de contact correspondant à ces derniers.

Le vecteur de rotation $\vec{\omega}_i$ est défini par :

$$\vec{v}_i = \vec{I}_i \vec{P}_i \times \vec{\omega}_i \quad (4.5)$$

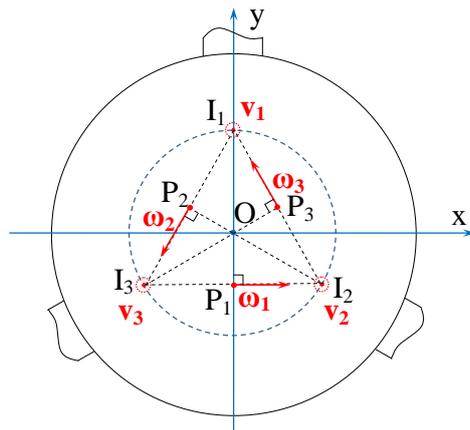


Figure 4.4: Schéma pour les calculs du torseur cinématique

Le torseur cinématique au point O causé par la vitesse \vec{v}_i s'écrit comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \vec{\omega}_i \\ \vec{v}_{i/O} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{\omega}_i \\ \vec{OP}_i \times \vec{\omega}_i \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Pour de petits déplacements, le torseur cinématique au point O est calculé par :

$$\begin{Bmatrix} \vec{\omega}_O \\ \vec{v}_O \end{Bmatrix} = \sum \begin{Bmatrix} \vec{\omega}_i \\ \vec{v}_{i/O} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum \vec{\omega}_i \\ \sum \vec{OP}_i \times \vec{\omega}_i \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

La projection de l'équation (4.7) sur les 3 axes O_x , O_y , O_z donne :

$$\begin{cases} v_z = \frac{1}{3}(v_1 + v_2 + v_3) \\ \omega_x = \omega_1 - \omega_2 \sin \frac{\pi}{6} - \omega_3 \sin \frac{\pi}{6} \\ \omega_y = \omega_3 \cos \frac{\pi}{6} - \omega_2 \cos \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} v_z = \frac{1}{3}v_1 + \frac{1}{3}v_2 + \frac{1}{3}v_3 \\ \omega_x = \left(\frac{2}{3R}\right)v_1 - \left(\frac{2}{3R} \sin \frac{\pi}{6}\right)v_2 - \left(\frac{2}{3R} \sin \frac{\pi}{6}\right)v_3 \\ \omega_y = \left(\frac{2}{3R} \cos \frac{\pi}{6}\right)v_3 - \left(\frac{2}{3R} \cos \frac{\pi}{6}\right)v_2 \end{cases}$$

⇒

$$\begin{cases} v_1 = v_z + R\omega_x \\ v_2 = v_z - \frac{R}{2}\omega_x - \frac{\sqrt{3}R}{2}\omega_y \\ v_3 = v_z - \frac{R}{2}\omega_x + \frac{\sqrt{3}R}{2}\omega_y \end{cases}$$

Avec $\mathbf{v}_O = [v_x \ v_y \ v_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ le vecteur de vitesse du point O imposée par les contacts et le guidage élastique pour de petits déplacements. Cette relation peut se mettre sous une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{R}{2} & -\frac{R\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{R}{2} & \frac{R\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{A}\mathbf{v}_O \quad (4.8)$$

La relation entre les efforts appliqués aux contacts et l'effort résultant au centre O se trouve en réduisant les torseurs des efforts au centre du plateau. La force des contacts considérés dans ce cas est supposée verticale compte tenu des hypothèses précédemment évoquées. Notons que \vec{M}_1 , \vec{M}_2 et \vec{M}_3 sont les moments instantanés causés par chaque composante verticale des forces de contact \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 comme le montre la figure 4.5.

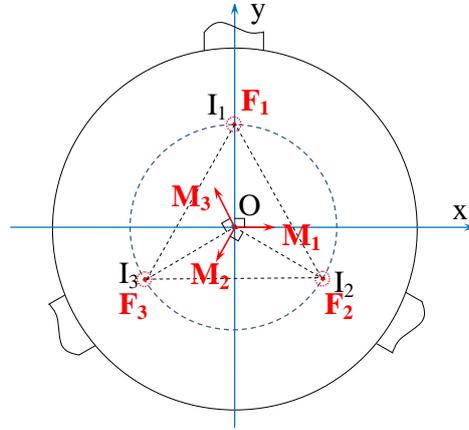


Figure 4.5: Schéma pour les calculs du torseur statique

Le torseur statique au point O est calculé comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \vec{F}_O \\ \vec{M}_O \end{Bmatrix} = \sum \begin{Bmatrix} \vec{F}_i \\ \vec{M}_{i/O} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum \vec{F}_i \\ \sum \vec{OI}_i \times \vec{F}_i \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

La projection de l'équation (4.9) sur les 3 axes O_x , O_y , O_z est définie par :

$$\begin{cases} F_z = F_1 + F_2 + F_3 \\ M_x = RF_1 - F_2R \sin \frac{\pi}{6} - F_3R \sin \frac{\pi}{6} \\ M_y = F_3R \cos \frac{\pi}{6} - F_2R \cos \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

Donc, le vecteur d'effort résultant des forces des contacts \mathbf{F}_O s'écrit matriciellement comme suit :

$$\mathbf{F}_O = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ R & -\frac{R}{2} & -\frac{R}{2} \\ 0 & -\frac{R\sqrt{3}}{2} & \frac{R\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

On peut noter que :

$$\mathbf{B}^\top = \mathbf{A} \quad (4.11)$$

Afin d'établir la REM, il est nécessaire d'étudier les propriétés de ce couplage mécanique d'un point de vue énergétique. Pour cela on procède à un bilan de puissance. La puissance développée par les forces de contact appliquées au plateau est calculée par :

$$P = \mathbf{F}_O^\top \mathbf{v}_O \quad (4.12)$$

En utilisant la relation (4.10), il vient :

$$P = (\mathbf{B}\mathbf{F})^\top \mathbf{v}_O = \mathbf{F}^\top \mathbf{B}^\top \mathbf{v}_O$$

ce qui, compte tenu de la propriété (4.11) s'écrit également :

$$P = \mathbf{F}^\top \mathbf{A} \mathbf{v}_O$$

Finalement, d'après la relation cinématique (4.8) :

$$P = \mathbf{F}^\top \mathbf{v} \quad (4.13)$$

Il résulte de ce calcul que le modèle vérifie la conservation de la puissance ce qui permet de vérifier la cohérence des approximations faites et permet de lui associer une représentation énergétique macroscopique comme proposé sur la figure 4.6.

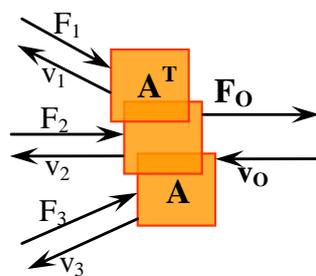


Figure 4.6: REM du couplage mécanique

4.1.3 Modèle réduit du guidage

Les deux matrices de rigidité et d'inertie du guidage présentent des structures particulières qui peuvent être mises à profit. Elles s'écrivent en effet comme suit :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & -m_2 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ -m_2 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & -k_2 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & k_3 & 0 & 0 \\ -k_2 & 0 & 0 & 0 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix}$$

Avec la force \mathbf{F}_O appliquée au point O du plateau donnée par l'équation (4.10), l'équation dynamique (4.2) se réécrit explicitement comme suit :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & -m_2 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ -m_2 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\alpha}_x \\ \ddot{\alpha}_y \\ \ddot{\alpha}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & -k_2 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & k_3 & 0 & 0 \\ -k_2 & 0 & 0 & 0 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z - F_{lopin} \\ M_x - M_{lopin_X} \\ M_y - M_{lopin_Y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Il apparaît alors clairement que le système peut être décomposé en quatre sous-systèmes correspondant aux équations suivantes :

$$\begin{bmatrix} m_1 & -m_2 \\ -m_2 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\alpha}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \alpha_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_y - M_{lopin_Y} \end{bmatrix} \quad (4.15a)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_2 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\alpha}_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \alpha_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_x - M_{lopin_X} \end{bmatrix} \quad (4.15b)$$

$$m_1 \ddot{z} + k_5 z = F_z - F_{lopin} \quad (4.15c)$$

$$m_4 \ddot{\alpha}_z + k_4 \alpha_z = 0 \quad (4.15d)$$

Cette réorganisation permet de mettre en évidence les indépendances et les symétries

entre les différentes dynamiques du système.

D'après l'équation (4.15d), le mode de rotation autour de O_z ne peut pas être commandé par cette configuration des actionneurs et il n'est pas pris en compte pour la structure de commande. L'équation (4.15c) du mode de déplacement en direction z du guidage décrit le comportement d'un système du second ordre avec la fréquence propre $f_{transz} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_3}{m_1}}$.

L'équation (4.15a) montre un couplage entre le mode de déplacement selon O_x avec le mode de rotation autour de O_y . En utilisant une transformation modale, cette équation se réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

où λ_1, λ_2 sont les valeurs propres de la matrice $\mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} m_1 & -m_2 \\ -m_2 & m_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_3 \end{bmatrix}$.

En raison de l'analogie des matrices dynamiques des sous-systèmes (4.15a) et (4.15b), les valeurs λ_1, λ_2 sont aussi les fréquences propres respectivement de translation en x et de rotation autour du y du guidage.

Les variables x_1, x_2 dans la basse modale sont reliées aux variables x, α_y par :

$$\begin{bmatrix} x \\ \alpha_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

où $\vec{p}_1 = [p_{11} \ p_{21}]^T$ et $\vec{p}_2 = [p_{12} \ p_{22}]^T$ sont les deux vecteurs propres qui correspondent aux deux valeurs propres de la matrice \mathbf{G}_0 . De plus, le vecteur $[\tau_1 \ \tau_2]^T$ est calculé par

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} m_1 & -m_2 \\ -m_2 & m_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ M_y - M_{lopin_y} \end{bmatrix}$$

Par une application numérique, on trouve que $\lambda_1 \gg \lambda_2$. Différentes méthodes ont été développées pour réduire l'ordre de système linéaire présentant des valeurs propres dominantes [98–101]. La technique de Marshall [101] sera utilisée pour réduire le système. Pour cela on suppose que, à l'échelle des fréquences des grandeurs d'entrée, l'évolution de x_1 s'effectue de manière instantanée. L'équation (4.16) peut être réécrite pour prendre en compte cette hypothèse :

$$\begin{cases} 0 = -\lambda_1 x_1 + \tau_1 \\ \ddot{x}_2 = -\lambda_2 x_2 + \tau_2 \end{cases} \quad (4.18)$$

En utilisant la relation de passage (4.17) :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ \alpha_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \alpha_y \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

A partir de (4.18), (4.19), on obtient :

$$\begin{aligned} x_1 &= q_{11}x + q_{12}\alpha_y = \frac{\tau_1}{\lambda_1} \\ \implies x &= \frac{\tau_1}{\lambda_1 q_{11}} - \frac{q_{12}}{q_{11}}\alpha_y \end{aligned} \quad (4.20)$$

En substituant (4.20) dans l'équation (4.15a), il vient :

$$\left(\frac{q_{12}}{q_{11}}m_2 + m_3\right)\ddot{\alpha}_y + \left(\frac{q_{12}}{q_{11}}k_2 + k_3\right)\alpha_y = M_y - M_{lopiny} + k_2\frac{\tau_1}{\lambda_1 q_{11}} \quad (4.21)$$

Remarquons que $\frac{q_{12}}{q_{11}} = -\frac{p_{12}}{p_{22}}$ et $k_2\frac{\tau_1}{\lambda_1 q_{11}} = k_2\frac{p_{22}m_2 - p_{12}m_1}{\lambda_1 p_{22}(m_1 m_3 - m_2^2)}(M_y - M_{lopiny})$, l'équation (4.21) est donc réécrite :

$$A_0\left(m_3 - \frac{p_{12}}{p_{22}}m_2\right)\ddot{\alpha}_y + A_0\left(k_3 - \frac{p_{12}}{p_{22}}k_2\right)\alpha_y = M_y - M_{lopiny} \quad (4.22)$$

où $A_0 = \frac{1}{1 + k_2\frac{p_{22}m_2 - p_{12}m_1}{\lambda_1 p_{22}(m_1 m_3 - m_2^2)}}$ L'équation (4.15a) est donc réduite à l'équation (4.22).

De la même façon, l'équation (4.15b), qui présente le couplage entre le mode de déplacement selon O_y et le mode de rotation autour de O_x , se réduit à l'équation suivante :

$$B_0\left(m_3 + \frac{h_{12}}{h_{22}}m_2\right)\ddot{\alpha}_x + B_0\left(k_3 + \frac{h_{12}}{h_{11}}k_2\right)\alpha_x = M_x - M_{lopinx} \quad (4.23)$$

où h_{12}, h_{11} sont les composantes d'un vecteur propre de la matrice $\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_2 & m_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_2 & k_3 \end{bmatrix}$

et $B_0 = \frac{1}{1 + k_2\frac{h_{22}m_2 - h_{12}m_1}{\lambda_3 p_{22}(m_1 m_3 - m_2^2)}}$

En remarquant que les forces modales τ_1 et τ_3 sont proportionnelles à $M_x - M_{lopinx}$ et $M_y - M_{lopiny}$ respectivement, l'équation (4.14) est réduite à un système de trois équations dynamiques :

$$\begin{cases} B_0\left(m_3 + m_2\frac{h_{12}}{h_{22}}\right)\ddot{\alpha}_x + B_0\left(k_3 + \frac{h_{12}}{h_{22}}k_2\right)\alpha_x = M_x - M_{lopinx} \\ A_0\left(m_3 - m_2\frac{p_{12}}{p_{22}}\right)\ddot{\alpha}_y + A_0\left(k_3 - \frac{p_{12}}{p_{22}}k_2\right)\alpha_y = M_y - M_{lopiny} \\ m_1\ddot{z} + k_5z = F_z - F_{lopin} \end{cases}$$

Finalement, on obtient :

$$\begin{cases} m_x \ddot{\alpha}_x + k_x \alpha_x = M_x - M_{lopinx} & (4.24) \\ m_y \ddot{\alpha}_y + k_y \alpha_y = M_y - M_{lopinY} & (4.25) \\ m_z \ddot{z} + k_z z = F_z - F_{lopin} & (4.26) \end{cases}$$

En effectuant les calculs, on peut trouver que $m_x = m_y$ et $k_x = k_y$. Un mode de déplacement, par exemple le déplacement selon Oz, est représenté par la REM sur la figure 4.7.

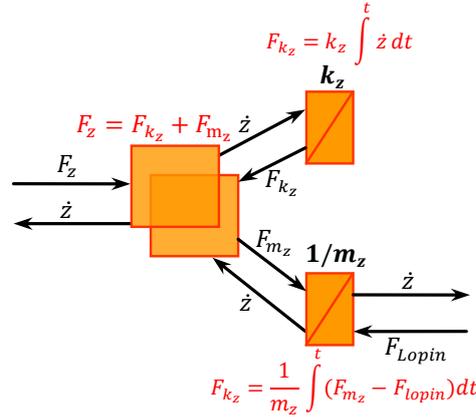


Figure 4.7: REM d'un mode de mouvement du guidage élastique

Les équations des vitesses de rotation autour des deux axes de la matrice inférieure permettant d'obtenir une onde progressive sont :

$$\dot{\alpha}_x(t) = \Omega_0 \cos \omega t \quad (4.27)$$

$$\dot{\alpha}_y(t) = \Omega_0 \sin \omega t \quad (4.28)$$

Dans ce cas, les équations (4.24), (4.25) se réécrivent :

$$\begin{cases} -m_x \Omega_0 \omega \sin \omega t + k_x \frac{\Omega_0}{\omega} \sin \omega t = M_x - M_{lopinx} & (4.29) \\ m_y \Omega_0 \omega \cos \omega t - k_y \frac{\Omega_0}{\omega} \cos \omega t = M_y - M_{lopinY} & (4.30) \end{cases}$$

Si on suppose qu'il n'existe pas de moments de perturbation M_{lopinx} et M_{lopinY} , alors :

$$\begin{cases} - \left(m_x \Omega_0 \omega - k_x \frac{\Omega_0}{\omega} \right) \sin \omega t = M_x & (4.31) \\ \left(m_y \Omega_0 \omega - k_y \frac{\Omega_0}{\omega} \right) \cos \omega t = M_y & (4.32) \end{cases}$$

Les équations (4.31) et (4.32) montrent que les moments nécessaires M_x et M_y à l'obtention de l'onde progressive sont des composantes résultants d'une projection sur les deux axes O_x et O_y d'un vecteur de moment constant $M = m_x \Omega_0 \omega - k_x \frac{\Omega_0}{\omega}$ qui tourne autour de l'axe Oz avec une vitesse ω .

4.1.4 Modélisation du contact

La transmission entre le support de contact et le plateau secondaire consiste en deux contacts sphère-plan préchargés. Elle peut être modélisée par deux ressorts non linéaires fonctionnant autour de la charge de précontrainte. En considérant un développement limité au premier ordre, le modèle du contact peut être considéré comme un ressort dont la rigidité est double de celle d'un contact sphère-plan, comme le montre la figure 4.8a. Ainsi, l'ensemble support de contact et sphère est représenté par une masse connectée avec un ressort ayant une rigidité équivalente à celle de deux contacts sphère-plan. Le schéma REM correspondant est présenté sur la figure 4.8b avec les variables d'action et de réaction sur l'actionneur (F_p, v_p) et sur le plateau secondaire (F, v).

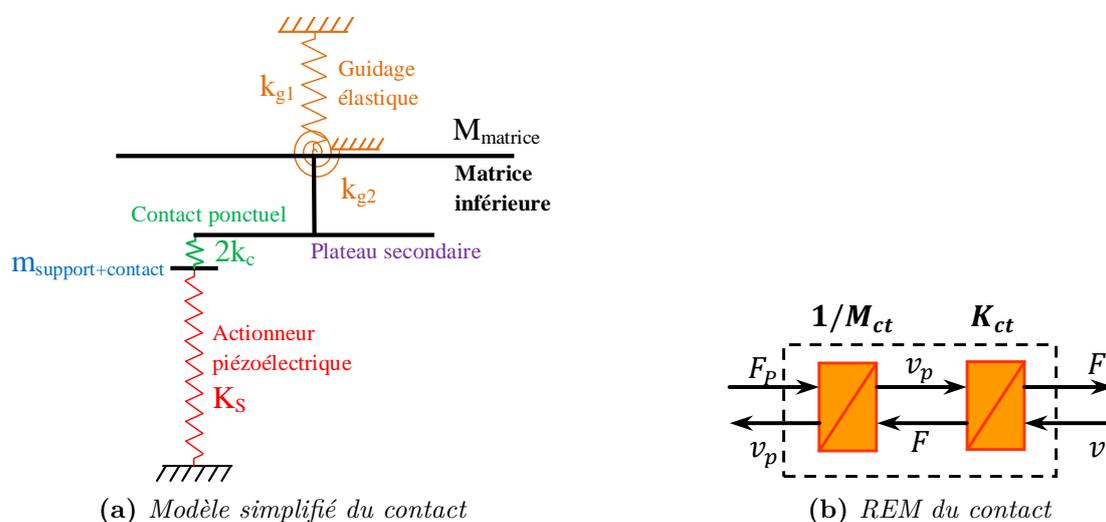


Figure 4.8: Schéma de modélisation du contact

La valeur M_{ct} est la masse du support de contact et des sphères. Il est à noter que la rigidité du contact K_{ct} n'est pas nécessairement constante en raison de la non-linéarité des contacts sphère-plan. Cependant, comme il a été vu au chapitre précédent, ce comportement peut être atténué par l'application d'une précontrainte suffisante, qui rend l'hypothèse du développement limité acceptable. Le modèle du contact est connecté au modèle de l'actionneur et du guidage pour un modèle complet du système mécanique avec 3 actionneurs comme le montre la figure 4.9.

Par ailleurs, puisqu'il a été mis en évidence que le système peut être réduit aux trois degrés de liberté correspondant aux deux rotations autour des axes Ox et Oy et au déplacement vertical selon Oz (la rotation autour de Oz n'étant pas commandable, elle ne sera pas prise en compte dans le modèle), on peut procéder à la réduction des matrices de conversion \mathbf{A}, \mathbf{B} pour ces seuls mouvements comme suit :

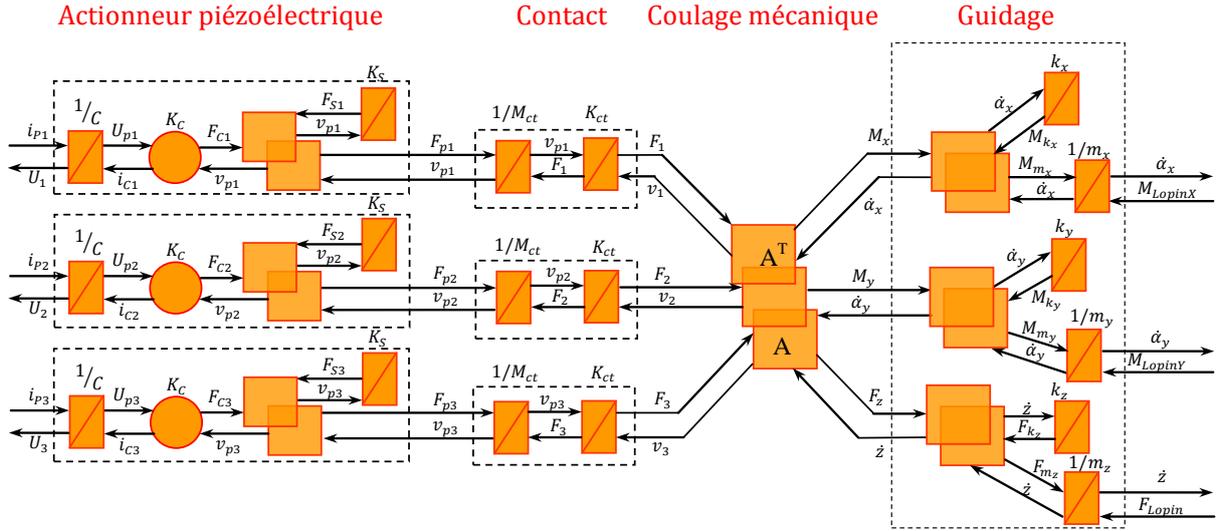


Figure 4.9: REM du système multi-actionneurs

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & R & 0 \\ 1 & -\frac{R}{2} & -\frac{R\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{R}{2} & \frac{R\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{B} = \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ R & -\frac{R}{2} & -\frac{R}{2} \\ 0 & \frac{R\sqrt{3}}{2} & \frac{R\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Le schéma de la figure 4.9 peut être condensé en utilisant un formalisme vectoriel où on utilise des vecteurs de variables homogènes (par exemple : $\vec{F}_O = [M_x \ M_y \ F_z]^T$, $\vec{v}_O = [\dot{\alpha}_x \ \dot{\alpha}_y \ \dot{z}]^T \dots$) présentes sur cette figure. Il en résulte la figure 4.10 où les différents paramètres en caractères gras (par exemple \mathbf{K}_{ct} , \mathbf{K} , ...) correspondent à des matrices.

De plus, la REM du couplage mécanique est représentée par un bloc correspondant à une conversion mécanique décrite par un carré.

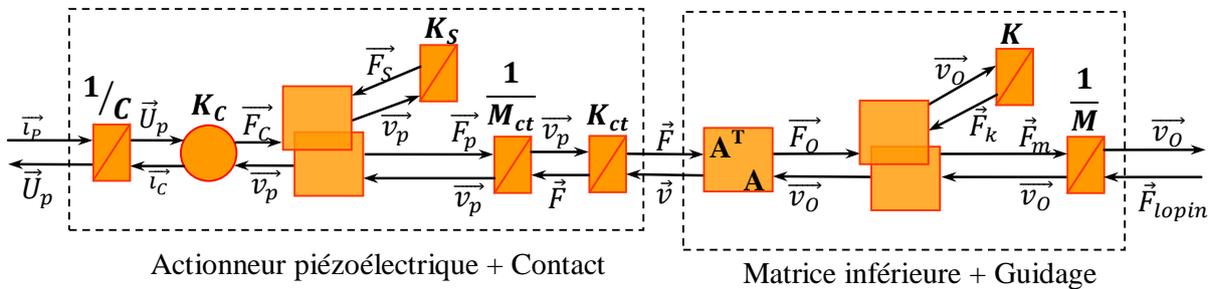


Figure 4.10: REM réduite du système mécanique

4.2 Modélisation du système électrique

4.2.1 Système d'alimentation des trois actionneurs

Pour générer une onde progressive, les trois actionneurs piézoélectriques utilisés doivent être alimentés sous haute tension (de -200 V jusqu'à 1000 V pour un déplacement maximal) par une alimentation électrique triphasée. L'amplitude crête à crête de la tension de sortie, qui est liée au déplacement obtenu, est un paramètre important dans cette application. De plus, ce système d'alimentation doit être capable de fournir une tension à fréquence variable (de 5 Hz à 100 Hz). Une telle alimentation peut être réalisée par des amplificateurs analogiques de puissance ou par une alimentation de puissance à découpage.

Dans [102, 103], des amplificateurs analogiques de classe AB et B sont utilisés pour des actionneurs à haute tension mais l'efficacité de ces solutions est limitée par le rendement de cette technologie. La solution d'alimentation de puissance à découpage est de plus en plus utilisée pour cette raison. En général, une source de tension de fréquence variable peut être réalisée par un convertisseur continu-alternatif (onduleur) utilisant des semi-conducteurs de puissance (MOSFET ou IGBT). Dans [2, 104–108], un transformateur électrique et un onduleur sont utilisés pour augmenter la tension d'entrée et contrôler la fréquence de la tension de sortie. Carazo et Uchino [104] ont présenté une topologie d'alimentation qui permet de convertir la tension continue 24 V en une tension alternative de 600 V crête à crête pour des fréquences et des amplitudes variables. Un système d'alimentation pour actionneur piézoélectrique utilisé dans une application aéronautique a été développé dans [105, 106]. Un onduleur multi-niveau commandé par une MLI est utilisé pour minimiser les pertes et un filtre est conçu pour compenser le courant réactif. Dans [2, 107, 108], ce courant réactif est directement compensé par l'inductance du transformateur qui constitue un circuit de résonance avec la capacité de l'actionneur.

Dans ce travail, un système électrique sans transformateur est proposé pour alimenter trois actionneurs à fréquence variable à partir d'une tension continue constante. Or, pour réaliser la haute tension alternative, les solutions possibles sont :

- élever la tension du réseau par un transformateur pour la redresser ensuite et l'onduler finalement
- redresser la tension du réseau puis l'élever par un étage boost pour charger la capacité de tête de l'onduleur
- redresser le réseau puis utiliser un onduleur alimentant un transformateur pour élever la tension

La première solution présente le désavantage d'un transformateur élévateur haute tension. La seconde est certainement la plus viable des trois, mais nécessite un étage de conversion supplémentaire capable de délivrer la haute tension. La troisième nécessite de superposer la composante continue, nécessaire à la polarisation de l'alimentation piézoélectrique.

Pour des raisons pratiques et pour réduire le temps de développement, il était souhaité de réduire le nombre de composants et de favoriser ainsi la portabilité du système. Entre autre, il a été décidé que l'alimentation devrait être une source de tension standard de laboratoire. En effet, il a été noté que les besoins en termes de puissance étaient relativement faibles durant les travaux de [9, 10]. Une autre contrainte a été de se baser sur une structure d'onduleur commerciale (Semikron).

Le schéma du circuit d'alimentation est présenté sur la figure 4.11. Le principe est d'exploiter la réversibilité en courant d'un onduleur pour intégrer un élévateur de tension.

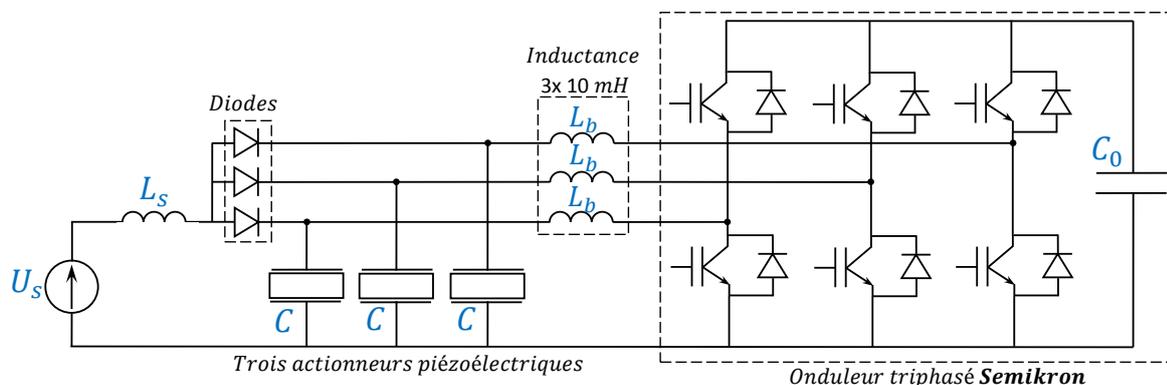


Figure 4.11: Schéma d'alimentation pour trois actionneurs

L'alimentation extérieure est représentée par la tension continue U_s qui alimente le dispositif au travers d'une inductance de filtrage L_s et des diodes. Dans les phases où celles-ci conduisent, on charge la capacité C_0 au travers des bras de l'onduleur comme il sera expliqué plus loin. L'onduleur est simultanément utilisé pour convertir la tension bus de la capacité C_0 en une tension triphasée de fréquence variable.

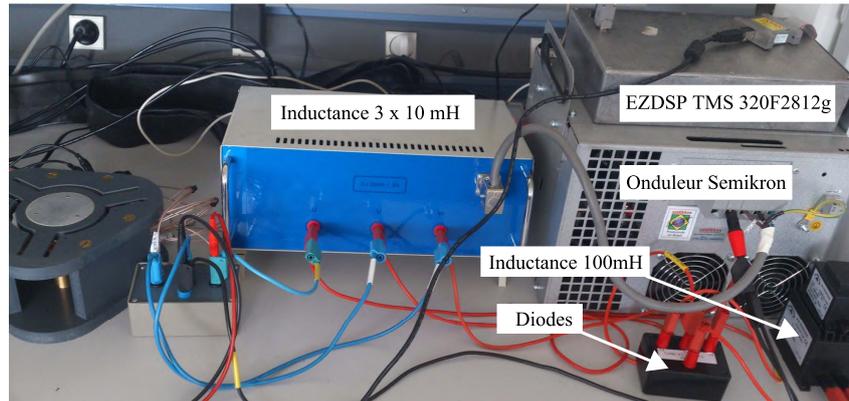
La tension triphasée est appliquée aux actionneurs représentés par des capacités C . Les inductances L_s et L_b sont nécessaires pour éviter des connexions directes entre des capacités C_0 , C ou entre capacités C et la source de tension U_s . La valeur des inductances L_b est choisie afin que la fréquence de coupure du filtre constitué par L_b et C , $f_b = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_b C}}$, soit assez élevée pour permettre la génération des formes d'ondes souhaitées sur l'actionneur (de 100 Hz) tout en filtrant correctement la MLI de l'onduleur.

La valeur de la capacité C_0 est imposée par l'onduleur du fabricant, tandis que celle de L_s est choisie pour limiter la variation de courant passant par la diode. Les valeurs des paramètres sont présentées dans la table 4.1.

Tableau 4.1: Valeur des composants

L_s	L_b	C_0	C
100 mH	10 mH	4 mF	300 nF

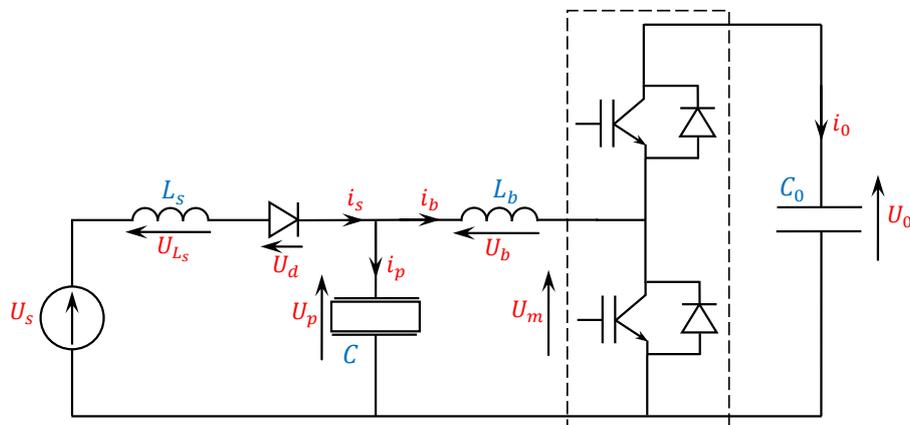
Le système électrique avec l'onduleur triphasé et les autres composants est présenté sur la photo de la figure 4.12.

**Figure 4.12:** Système d'alimentation triphasée

4.2.2 REM du système électrique

4.2.2.1 Étude en monophasé de l'alimentation électrique

Le schéma d'une topologie similaire monophasée de l'alimentation électrique est présenté sur la figure 4.13. Le fonctionnement en triphasé étant équivalent, il servira à l'élaboration de la REM de l'alimentation. Les équations du circuit sont :

**Figure 4.13:** Schéma d'alimentation d'une phase pour un actionneur

$$U_p = U_m + U_b \quad (4.34a)$$

$$U_s = U_{L_s} + U_d + U_p \quad (4.34b)$$

$$i_s = i_p + i_b \quad (4.34c)$$

Par ailleurs, en supposant que la fréquence de la MLI soit suffisamment élevée, on peut considérer un modèle moyen glissant de l'onduleur, ce qui permet de considérer que :

$$U_m = m(t)U_0 \quad (4.35a)$$

$$i_0 = m(t)i_b \quad (4.35b)$$

où $m(t)$ est le rapport cyclique ($0 < m(t) < 1$) qui peut être décomposé comme suit :

$$m(t) = m_0(t) + m_a(t) \quad (4.36)$$

où :

- $m_0(t)$ est une composante basse fréquence qui règle la valeur moyenne du rapport cyclique, qui peut être exploitée pour le chargement de la tension du bus continu U_0
- $m_a(t)$ est la valeur de rapport cyclique haute fréquence et alternative servant à générer la forme d'onde désirée autour de la valeur moyenne.

Enfin, on rappelle les conditions de commutation de la diode :

1. la diode commute d'un état bloqué à un état passant lors du passage de la tension croissante à ces bornes par 0,
2. la diode commute d'un état passant à un état bloqué lorsque le courant la traversant est décroissant et passe par zéro.

La REM associée au fonctionnement de l'alimentation est représentée sur la figure 4.14. Les inductances L_s, L_b et les capacités C_0, C sont modélisées par des accumulateurs d'énergie électrique. L'onduleur triphasé peut être modélisé par un convertisseur électrique commandé par la valeur de rapport cyclique m , la fréquence de MLI étant grande en comparaison avec la fréquence de coupure f_b [109]. Un couplage électrique représente la loi Kirchhoff des courants (4.34c).

La topologie étant variable selon le mode de fonctionnement de la diode, on distingue deux schémas (figure 4.14) : (4.14a) lorsqu'elle conduit, et (4.14b) dans le cas contraire.

Durant une phase de conduction de la diode, le courant i_s charge principalement la capacité C_0 . En effet, en utilisant les équations (4.35), on peut en déduire le schéma

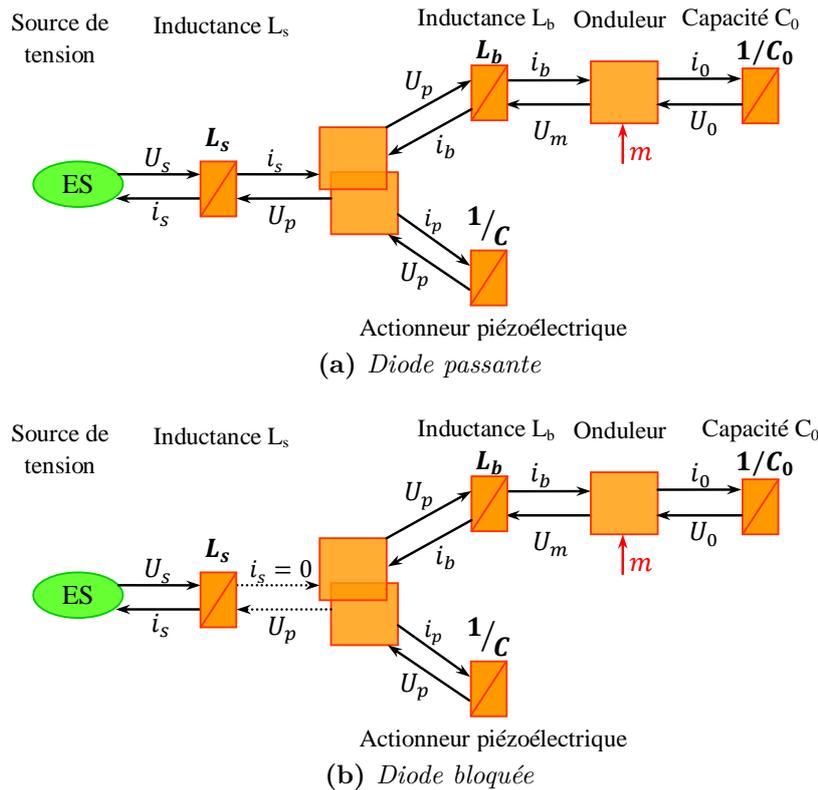


Figure 4.14: REM de l'alimentation monophasée.

équivalent (voir figure 4.15) avec la capacité équivalente à $\frac{C_0}{m^2}$. Or, pour que la diode soit passante, il faut que m soit petit pour vérifier $mU_0 < U_s$. La capacité C_0 est considérablement plus grande que C et cette tendance est amplifiée par $m(t)$ si bien que le courant i_b est très supérieur au courant i_p . Cette phase peut être indirectement déclenchée par le choix de $m(t)$, comme cela sera illustrée plus loin.

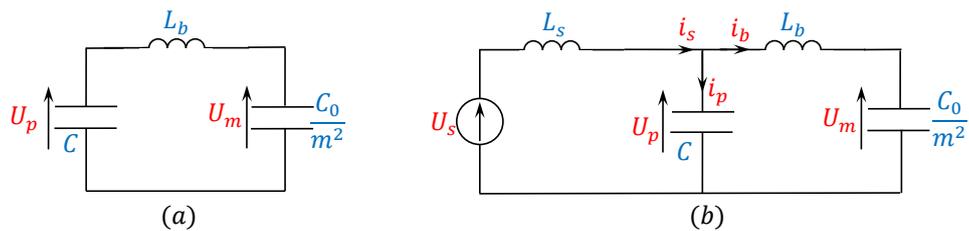


Figure 4.15: Schémas électriques équivalents pour les phases (a) diode bloquée, (b) diode passante

Dans une phase où la diode est bloquée, le schéma de la figure 4.14b montre que la puissance est échangée entre les deux capacités par l'intermédiaire de L_b . C'est un fonctionnement classique et idéal en hacheur. En cas de pertes, U_0 baissera, et il faudra recharger en utilisant la phase précédente.

Une simulation est présentée sur la figure 4.16. La tension continue est égale à 100 V et la fréquence de la MLI est 30 kHz. Le rapport cyclique est une sinusoïde entre 0,2 et 0,5 et

de fréquence 10 Hz (soit $m(t) = 0,35 + 0,15 \sin(20\pi t) = m_0 + m_a \sin(20\pi t) = m_0 + m_a(t)$). En plus des valeurs données dans la table 4.1, les résistances séries des inductances L_s, L_b sont prises en compte avec des valeurs de 10Ω et $1,6 \Omega$ respectivement (valeurs mesurées sur le dispositif expérimental). Les résultats simulés de tension de l'actionneur U_p et de la tension bus U_0 sont présentés sur la figure 4.16 pour le régime transitoire et en détail pour le régime établi sur la figure 4.17.

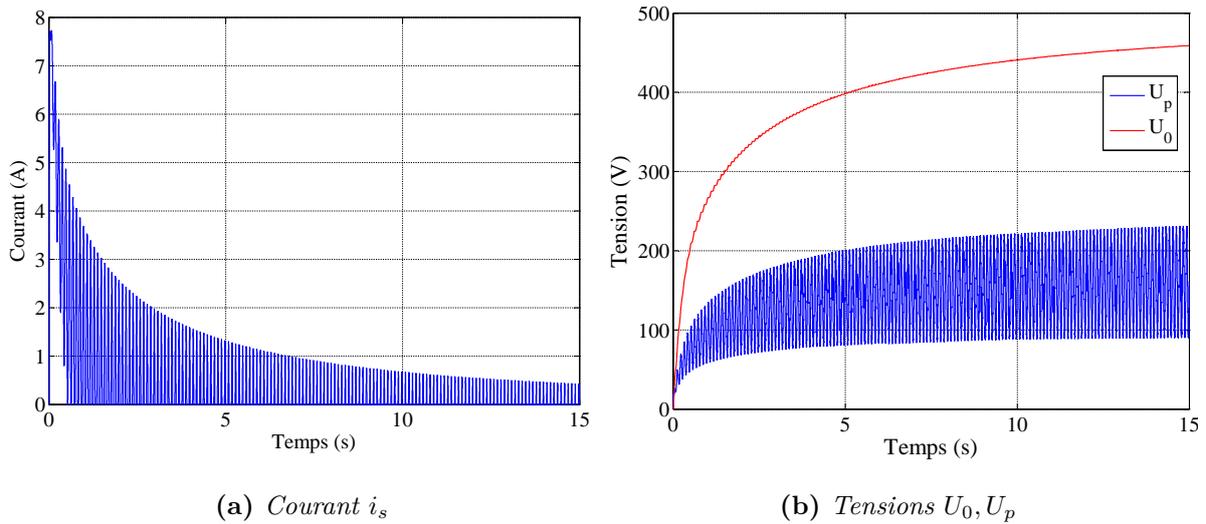


Figure 4.16: Résultat de simulation pour une phase du système électrique

La simulation est démarrée en supposant la charge initiale de C_0 nulle. Il y a donc un appel de courant important de 8 A durant lequel la diode est passante pour plusieurs périodes de la modulation avant de passer à un régime de commutations périodiques (après 0,5 s environ). C_0 est de ce fait chargée progressivement à chaque période de conduction ce qui explique les augmentations par « créneaux » constatées sur la courbe de U_0 . Parallèlement la tension $U_p(t)$ voit son amplitude augmenter. On constate que la tension tend vers 500 V ce qui est effectivement une valeur qui peut être prédite. Si on cherche la valeur limite de la tension $U_p(t)$ telle que la commutation à l'état passant de la diode ne soit plus déclenchée, on a la condition :

$$\min [U_p(t)] \geq U_s$$

ce qui correspond dans le cas de cette modulation à la condition limite de transition :

$$(m_0 - m_a)U_0 = U_s \Leftrightarrow U_0 = \frac{U_s}{m_0 - m_a}$$

En fait cette valeur ne peut être atteinte en présence de pertes (introduites dans le modèle par les résistances en série des inductances). Un régime établi est atteint (figure 4.17) où la commutation intervient périodiquement avec des amplitudes quasiment constantes à

0,4 A. La tension obtenue aux bornes de l'actionneur est quasiment sinusoïdale avec des valeurs extrêmes atteignant 230 V et 95 V, ce qui est cohérente avec la tension U_0 de 460 V et les valeurs extrêmes de la modulation.

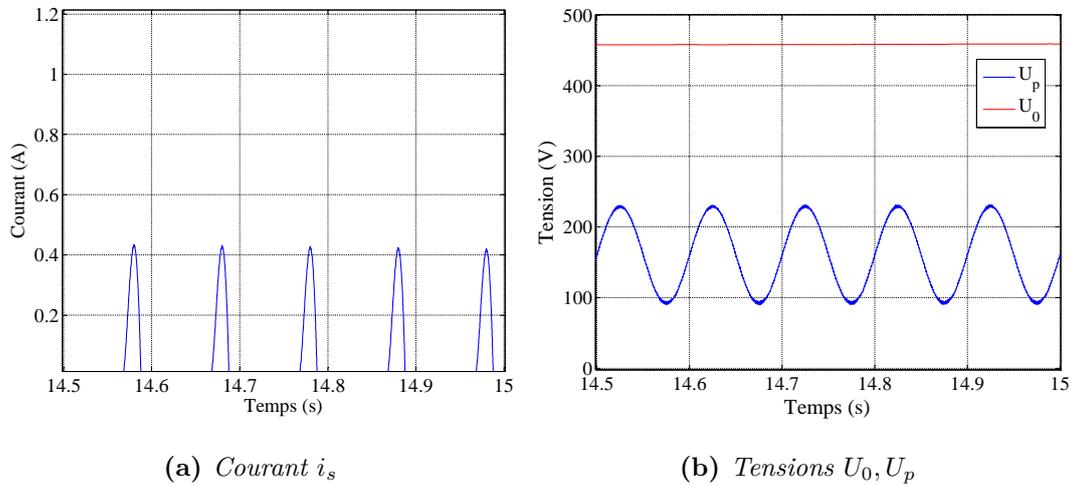


Figure 4.17: Résultat de simulation en détail pour une phase du système électrique

Le schéma triphasé (figure 4.12) est en fait le même circuit dupliqué trois fois avec la source U_s et C_0 partagés entre les différents bras. On peut donc facilement étendre la REM au cas triphasé.

4.2.2.2 REM du système complet

Pour établir la REM du système complet, il suffit de connecter les REM précédemment établies. La figure 4.18 présente le schéma du système électrique connecté avec le système mécanique. Les vecteurs des variables représentent des valeurs des trois branches identiques du système.

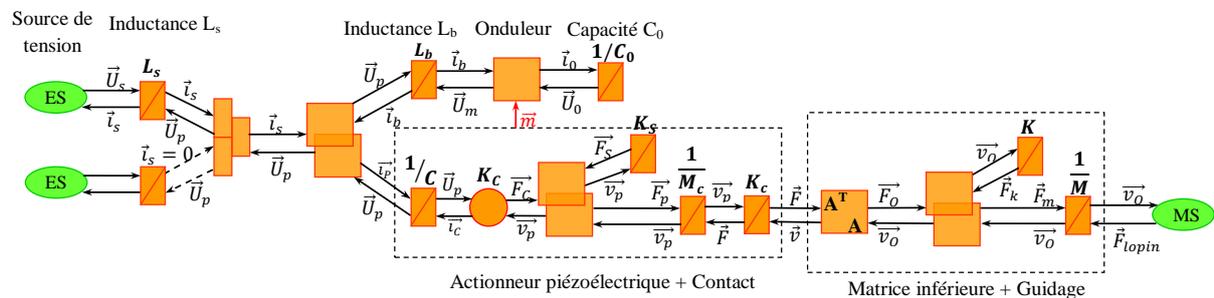


Figure 4.18: REM du système complet

Un aiguilleur est utilisé pour représenter les deux états déterminés par les commutations de la diode. Ce changement d'état est déterminé par un réseau de Pétri [110] en considérant un fonctionnement idéalisé comme sur la figure 4.19.

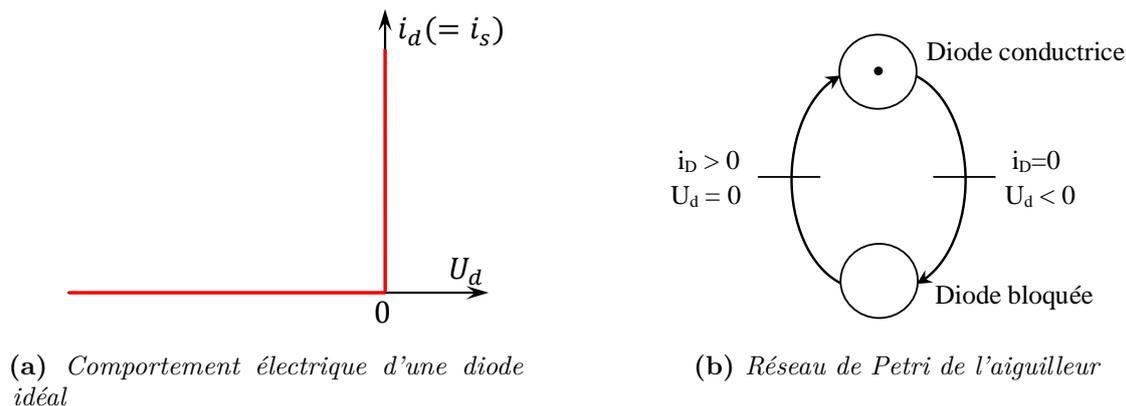


Figure 4.19: Fonctionnement de l'aiguilleur

4.3 Validation expérimentale sur la maquette

Pour valider le modèle établi et représenté par la REM de la figure 4.18, les résultats par simulation sont à présent comparés avec les mesures expérimentales obtenues sur la maquette développée. La validation est faite en plusieurs étapes. Tout d'abord, nous procédons à la validation de la représentation du convertisseur statique. En ce qui concerne la partie mécanique, le modèle d'un actionneur piézoélectrique est préalablement validé, car il a été constaté que les différents actionneurs avaient des comportements relativement différents, ce qui nécessite une identification préalable des paramètres de chaque actionneur. Une fois les modèles des actionneurs correctement définis, le système est évalué expérimentalement dans son intégralité. Les tests consistent à appliquer trois tensions sinusoïdales pour générer l'onde progressive du plateau. Simultanément, une forme d'onde de fréquence plus basse (triangulaire, carré ou normal) est superposée sur les trois phases pour réaliser une vibration sur l'axe vertical.

4.3.1 Validation du modèle de l'alimentation électrique

Pour cette étude, on considère une transition causée par une variation du rapport cyclique moyen entre les valeurs $m_0 = 0,35$ et $m_0 = 0,45$. Pour des raisons pratiques, la variation de consigne est filtrée afin de ne pas provoquer d'à-coups sur la partie mécanique. Le filtre est un passe-bas avec une constante de temps de 1 s. La modulation m_a est maintenue et rajoutée après le filtre, elle consiste en une sinusoïde à 10 Hz d'amplitude $m_a = 0,15$.

Les résultats de la simulation sont représentés sur la figure 4.20, les mesures sur la figure 4.21. Qualitativement, les résultats sont similaires. Les conditions initiales de la simulation étant estimées par rapport aux mesures, la première alternance du courant est

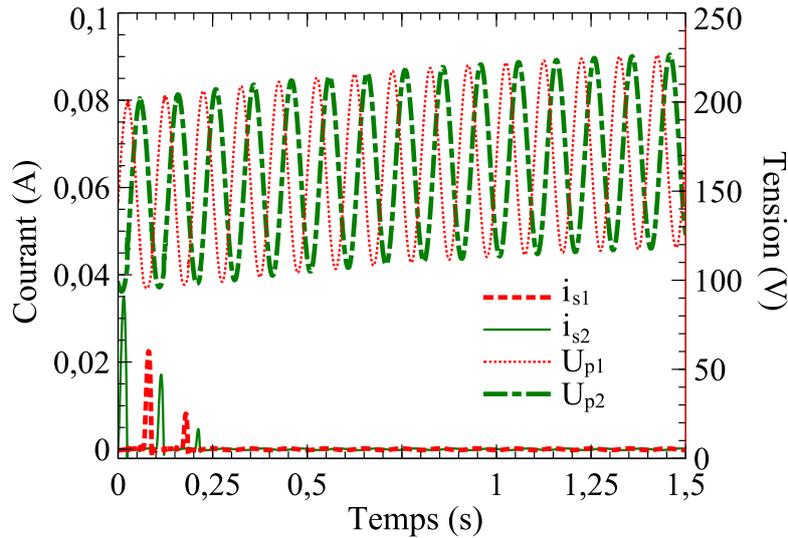


Figure 4.20: Simulation du transitoire pour l'alimentation triphasée

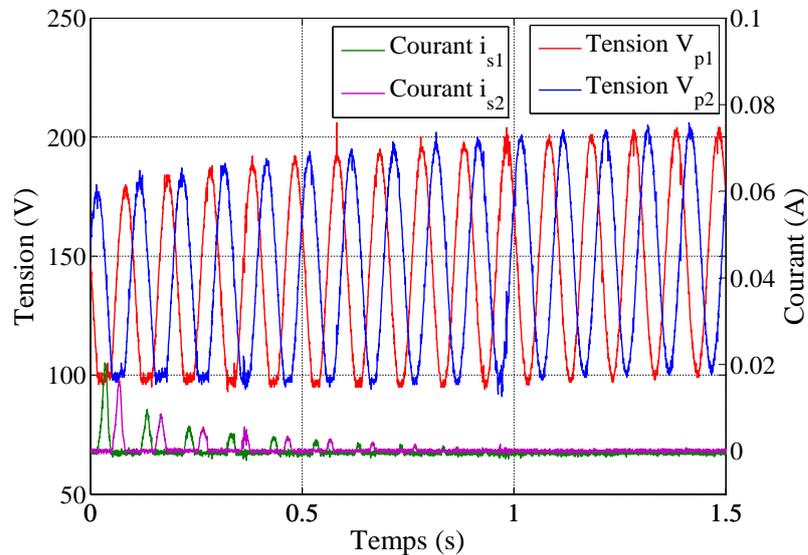


Figure 4.21: Tension et courant mesurés des actionneurs (résultat pour 2 actionneurs)

faussée parce que la tension de bus est un peu surestimée. L'échelon sur le rapport cyclique est appliqué à $t = 0,1$ s. Les courants simulés dans les diodes suivent la même évolution que l'expérience : au fur et à mesure la tension moyenne aux bornes des actionneurs augmente parce que les temps de conduction des diodes se trouvent réduits.

En revanche, on note une différence pour ce qui est de l'amplitude des tensions aux bornes des actionneurs. En effet, les relevés expérimentaux comportent un écrêtage sensible autour de 100 V ce qui correspond à la tension de l'alimentation continue. Une explication peut être la présence de temps morts sur l'onduleur réel. Sur une période, ils représentent environ $2 \mu\text{s}$, à comparer avec une période de découpage de $33 \mu\text{s}$. Pour des rapports cycliques de 0,2, le temps d'application de la tension représente $6 \mu\text{s}$, les temps morts représentent donc pratiquement 30% et influent donc sur le rapport cyclique effectif. Alors

que le rapport cyclique augmente, cet effet diminue et une variation de l'amplitude notable en résulte, qui n'est pas présente sur la simulation.

Les résultats de simulation montrent cependant la validité du modèle proposé pour l'alimentation triphasée du système des actionneurs piézoélectriques. La limitation causée par la présence des temps morts n'est pas en soit un problème compte tenu de la stratégie de contrôle du convertisseur qui sera présentée plus tard.

4.3.2 Validation de l'actionneur piézoélectrique

La figure 4.22 rappelle la REM d'un actionneur connecté avec la masse M_{ct} . Cette masse représente la masse équivalente dynamique de l'actionneur et de la bille avec le bouchon (cf paragraphe 3.4). Les paramètres des actionneurs sont donnés de manière approximative par le constructeur. Il est donc nécessaire d'identifier plus précisément ces derniers à partir d'essais qui sont expliqués dans l'annexe E.

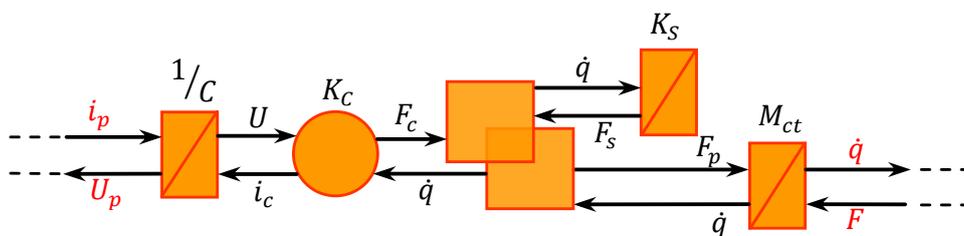


Figure 4.22: Schéma REM de l'actionneur avec masse

L'expérience est réalisée selon le schéma de la figure 4.23 pour valider le modèle proposé. Un générateur de signaux et un amplificateur sont utilisés pour fournir un signal sinusoïdal d'entrée à l'actionneur. Un exemple de tension et de courant mesurés obtenus à 100 Hz est présenté sur la figure 4.24. L'actionneur fonctionne à vide et la vitesse est mesurée par le vibromètre.

La tension et la vitesse simulées à partir du modèle sont comparées aux valeurs mesurées sur la figure 4.25. La simulation permet de déterminer la tension et la vitesse de l'actionneur à partir d'un courant. Aussi, on utilise le courant mesuré comme entrée de la simulation. Les résultats obtenus démontrent une bonne adéquation du modèle utilisé avec les mesures. On peut noter une légère dérive de la tension simulée qui provient d'un léger biais sur le courant mesuré. Le modèle a été ainsi testé sur plusieurs points sur une bande de fréquence entre 50 à 500 Hz.

4.3.3 Validation du système mécanique

Pour la dernière étape de validation, on évalue la cinématique du guidage et l'influence du contact du système mécanique. La démarche a été de tester pour différents fonction-

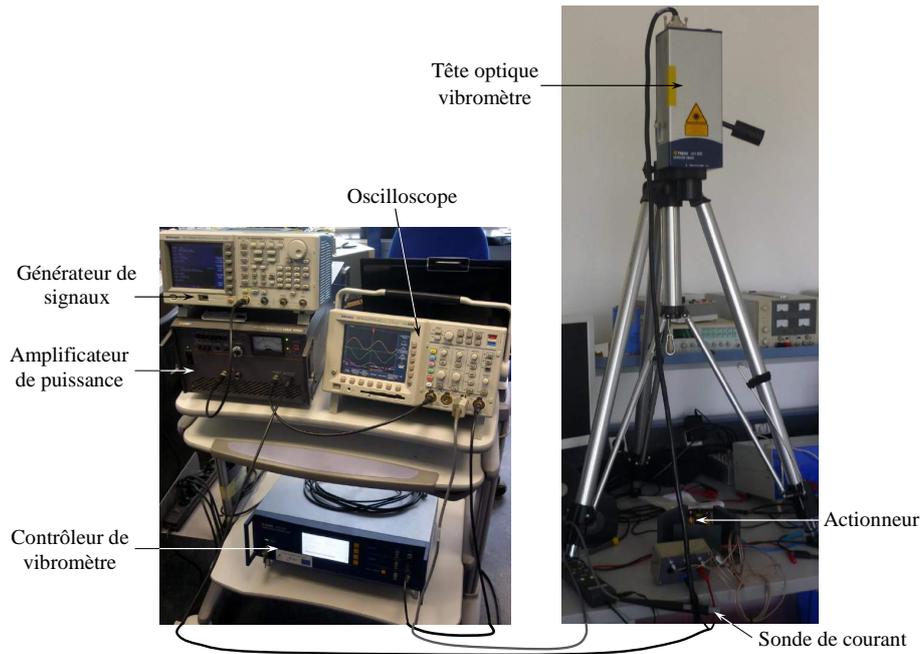


Figure 4.23: Schéma de mesure sur l'actionneur avec masse

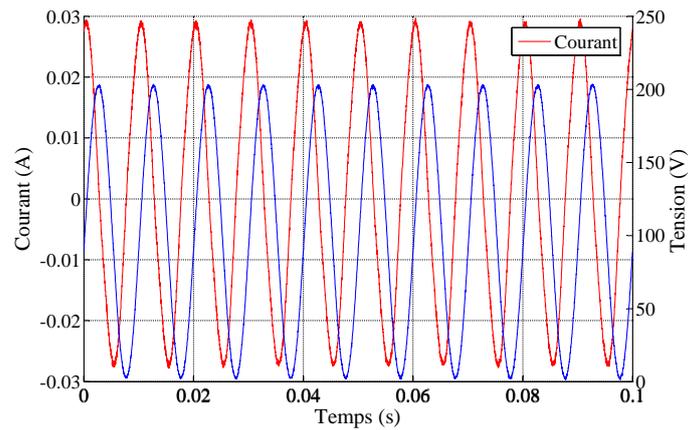


Figure 4.24: Courant d'entrée et tension de sortie de l'actionneur

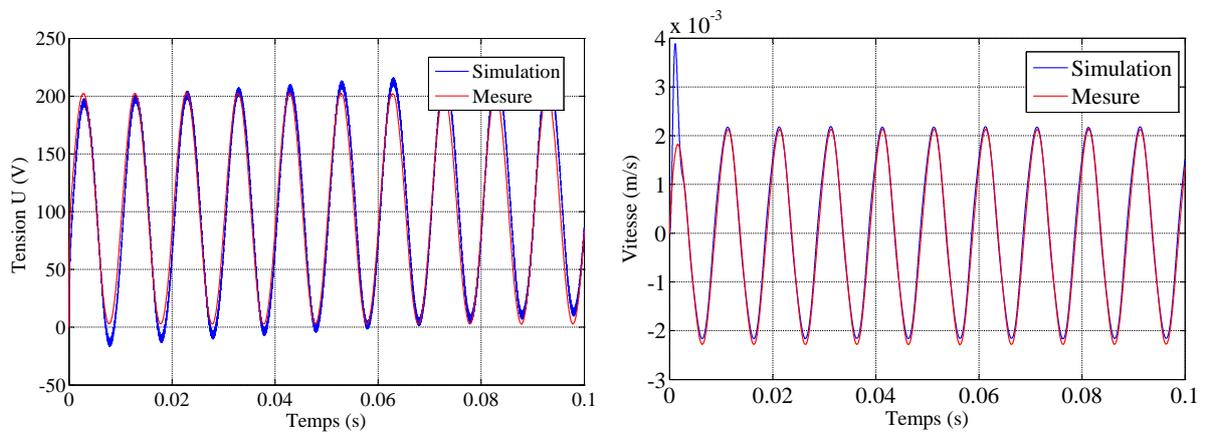


Figure 4.25: Valeurs mesurées en comparaison avec celles simulées pour un test à 100 Hz

nements les prédictions du modèle avec la mesure. Les fonctions associées aux degrés de liberté de rotation étant différentes de celles en translation, les tests sont de deux natures :

- une onde progressive est générée et les rotations selon deux directions mesurées. La rotation étant difficilement mesurable, le vibromètre est utilisé pour mesurer la vitesse de déplacement perpendiculaire d'une tige fixé à la matrice inférieure comme le montre la figure 4.26. Ce dispositif permet d'amplifier les vitesses et d'améliorer la mesure.
- une vibration, selon Oz, est générée en appliquant trois tensions en phase sur les trois actionneurs, la vitesse étant mesurée au centre de la matrice.



Figure 4.26: Principe de mesure de la vitesse

Un exemple de valeurs mesurées de déplacement est comparé à celles simulées figure 4.18. Dans cet essai, une tension triphasée équilibrée de fréquence 50 Hz est appliquée sur les trois actionneurs résultant en une onde progressive sur la matrice. D'après l'étude cinématique du chapitre 3, cette onde progressive correspond à deux rotations selon deux axes perpendiculaires du plan de la matrice et passant par le centre. Donc, pour démontrer la présence d'une onde progressive, on doit relever dans deux directions perpendiculaires deux vitesses de même amplitude et en quadrature de phase.

On constate effectivement que les deux vitesses mesurées par le vibromètre (figure 4.27a) vérifient les propriétés attendues. Elles ont une même amplitude d'environ de 1 mm/s et la phase semble être de $\frac{\pi}{2}$, bien que le niveau de bruit soit encore assez important.

Le courant mesuré dans l'expérience est ensuite utilisé comme entrée du modèle complet du système en simulation. Les vitesses de rotation obtenues sont utilisées pour estimer les vitesses aux points de mesures (distance estimée du bras de levier correspondant au test $d \simeq 39$ mm). On constate (figure 4.27b) que l'amplitude et la phase des vitesses simulées est proche de celles mesurées par le vibromètre.

Dans le cas d'une onde progressive, la vitesse selon z est égale à 0. Pour vérifier le fonctionnement du système selon Oz, une vibration triangulaire est générée selon

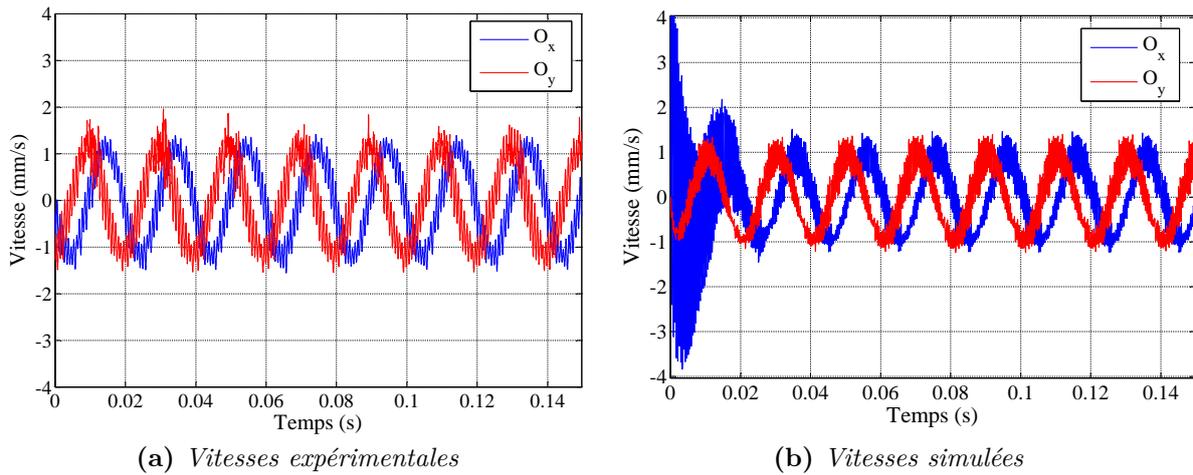


Figure 4.27: Vitesse de deux points sur l'écrou fixé au centre du guidage élastique

en direction verticale en appliquant trois tensions de forme triangulaire à 50 Hz avec l'amplitude variant de 50 V à 150 V. Le courant d'entrée de l'actionneur est présenté sur la figure 4.28. Le courant est assez bruité et donc filtré (par un filtre Butterworth de 500 Hz) pour l'entrée du modèle de l'AP.

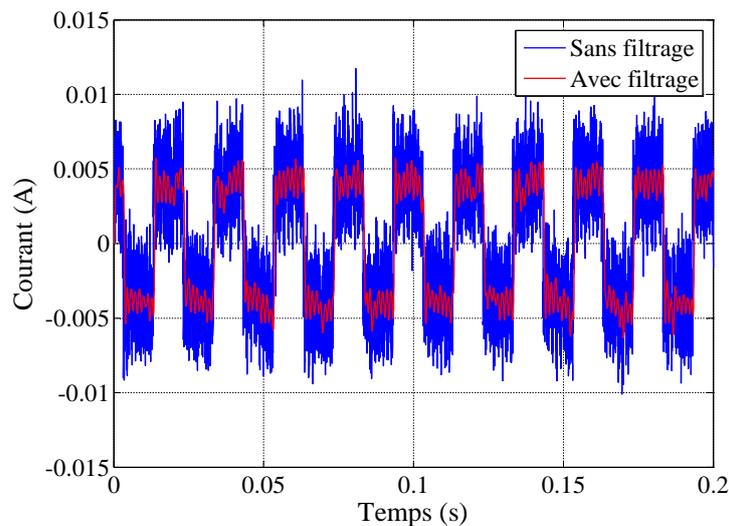


Figure 4.28: Courant mesuré d'un actionneur pour générer une vibration triangulaire

La vitesse et la tension mesurées sont aussi filtrées avec un même type de filtre et comparées avec la vitesse et la tension simulées sur la figure 4.29. On remarque que les résultats sont assez proches, ce qui permet de valider le modèle du système mécanique.

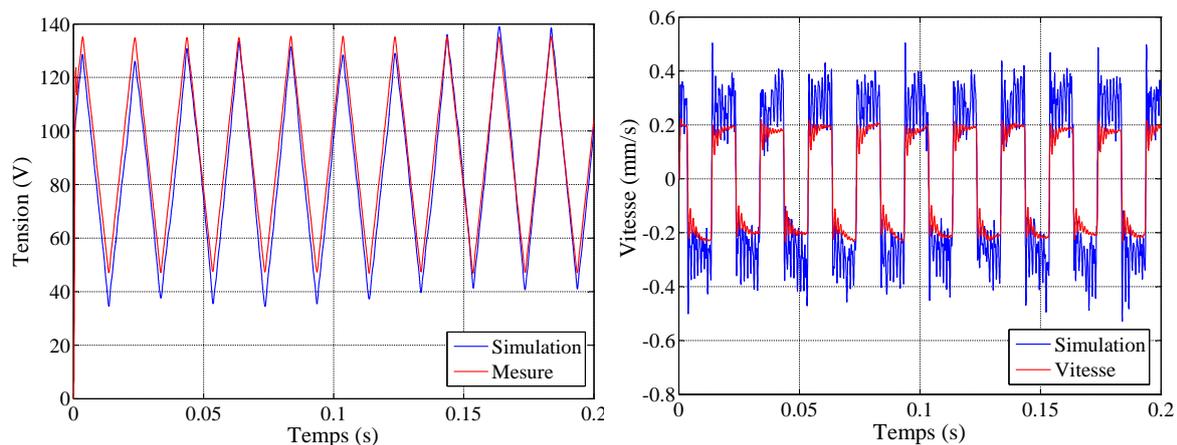


Figure 4.29: *Vitesse et tension mesurées en comparaison avec celles simulées*

4.4 Conclusion

Ce chapitre présente une modélisation par la REM des deux parties électrique et mécanique du système intégrant trois actionneurs piézoélectriques. La REM est appliquée systématiquement à chaque composant du système et nous permet de visualiser la transformation de la puissance de l'entrée électrique à la sortie mécanique du système. De plus, la REM met en évidence des actions et réactions entre des sous-systèmes, qui nous donne un vue globale pour la commande ultérieure.

Avec une réduction nécessaire des modes non-dominants, la REM du système mécanique nous montre que, avec le déplacement des trois actionneurs piézoélectriques, nous pouvons commander des modes dominants du système, qui sont les modes liés aux mouvements principaux du guidage. Ces mouvements du guidage sont directement actionnés par la conversion mécanique réversible entre les trois actionneurs piézoélectriques et la matrice inférieure. Les mouvements d'une onde progressive sont montrés par une validation expérimentale et aussi estimés par la simulation. Enfin, un système électrique sans transformateur est présenté pour alimenter trois actionneurs par une tension triphasée. Le fonctionnement du système électrique comprend une période de chargement de tension bus à la valeur désirée et une période de vibrations des actionneurs. La REM du système électrique montre la possibilité de commander directement les deux périodes de fonctionnement du système électrique par la mesure des tensions des actionneurs, ce qui sera réalisé dans le chapitre suivant.