# Modélisation du système aéroélastique en grande amplitude

## Résumé

Afin de pouvoir prédire le comportement du profil d'aile dans le régime post-flottement, il faut estimer les efforts aérodynamiques qui se développent à des grandes amplitudes où le phénomène de décrochage dynamique apparaît. Ainsi, la première partie de ce chapitre est consacrée à la description du phénomène de décrochage dynamique, et à sa modélisation à l'aide du modèle de Petot [71]. Le modèle de Petot est un modèle semi-empirique faisant intervenir des paramètres qui dépendent du profil et de l'écoulement. Il est donc nécessaire d'ajuster les coefficients de ce modèle à l'aide d'une série de mesures pour pouvoir ensuite l'exploiter à des fins prédictives. Dans notre cas, ces paramètres sont estimés à l'aide des mesures présentées dans la section 2.2.2.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation du modèle combinant les équations aéroélastiques présentées dans la section 1.1.2 au modèle de Petot. Les résultats obtenus sont comparés avec les mesures exposées dans la section 2.1.2.

#### Sommaire

3.1 Modélisation du décrochage dynamique	42
3.1.1 Explication du phénomène	42
3.1.2 Description du modèle de Petot	46
3.1.3 Ajustement des coefficients du modèle de Petot et comparaison avec l'ex-	
périence	49
3.2 Modélisation du régime post-flottement	52
3.2.1 Description du modèle $\ldots$	52
3.2.2 Influence des efforts aérodynamiques	53
3.2.3 Modèle ajusté à l'expérience de flottement	55

## 3.1 Modélisation du décrochage dynamique

Lorsque le profil est soumis à des amplitudes de vibration importantes le phénomène de décrochage dynamique survient. Après avoir présenté son fonctionnement et son influence sur les efforts aérodynamiques, nous présentons le modèle utilisé pour l'estimer, à savoir le modèle de Petot [71]. Le choix de ce modèle est détaillé dans la section 3.1.2.

#### 3.1.1 Explication du phénomène

Avant de détailler le phénomène de décrochage dynamique, il convient de présenter celui de décrochage statique. Le décrochage statique correspond à une situation dans laquelle l'écoulement est totalement détaché de la partie supérieure ou inférieure du profil. Ce phénomène apparaît à un certain angle d'attaque, appelé angle de décrochage statique et noté  $\alpha_s$ . Le décrochage statique peut s'enclencher de trois manières différentes [25, 57], on parle alors de décrochage de profil mince, de décrochage de bord d'attaque ou de décrochage de bord de fuite.

Le décrochage de profil mince est celui qui survient notamment sur la plaque plane. Ce décrochage est schématisé sur la Figure 3.1. Les étapes qui le composent sont les suivantes :

- 1. L'angle d'attaque du profil est faible, cas (a) de la Figure 3.1, l'écoulement est attaché tout le long du profil.
- 2. L'angle d'attaque augmente sans dépasser l'angle de décrochage, cas (b) de la Figure 3.1. L'écoulement se sépare au niveau du bord d'attaque puis recolle en aval du profil. Il y a alors création d'une bulle de séparation comme schématisée sur la Figure 3.1(b). La taille de cette bulle augmente en même temps que l'angle d'attaque.
- 3. L'angle d'attaque augmente jusqu'à être supérieur à l'angle de décrochage, cas (c) de la Figure 3.1. La bulle de séparation a grossi jusqu'à dépasser le bord de fuite, l'écoulement est décroché tout le long de la corde. La portance n'augmente plus avec l'angle d'attaque, le profil peut alors être vu comme un corps non profilé par rapport à l'écoulement.

Ce qui différencie le décrochage de profil mince de celui de bord d'attaque et de bord de fuite est l'étape (b) de la Figure 3.1. Pour le décrochage de bord d'attaque, qui apparaît typiquement pour les profils de type NACA0012, une bulle de séparation laminaire se crée juste après le bord d'attaque dû au décollement et au recollement de la couche limite. Cette bulle se rapproche du bord d'attaque quand l'angle d'attaque augmente puis se désagrège quand l'angle de décrochage statique est dépassé. Ce type de décrochage provoque une brusque chute de portance une fois l'angle de décrochage atteint. Le décrochage de bord de fuite apparaît sur des profils plus épais. L'écoulement se détache alors à partir du bord de fuite et remonte en amont de la corde jusqu'à atteindre le bord d'attaque.



(b) Formation de la bulle de séparation



Figure 3.1 – Représentation des différentes étapes du décrochage statique dans le cas d'un profilmince.

Lorsque le profil est en mouvement, le décrochage ne s'effectue plus de la même manière. Une des grandes différences est qu'il apparaît à un angle d'attaque plus élevé que l'angle de décrochage statique. Cet angle est appelé angle de décrochage dynamique et est noté  $\alpha_d$ . Le décrochage dynamique est un phénomène encore très étudié dans la littérature, les différentes étapes qui le composent sont relativement complexes et dépendent notamment de la forme de l'aile et des caractéristiques de l'écoulement [61]. L'objet de cette section n'est pas de faire une description exhaustive de tous les décrochages dynamiques possibles, mais de synthétiser les éléments les plus importants qui le constituent.

Les étapes importantes du décrochage dynamique, représentées sur la Figure 3.2, sont les suivantes [13, 52, 56, 61] :

- L'angle d'attaque du profil augmente et atteint l'angle de décrochage statique, cas (a) de la Figure 3.2. L'écoulement au niveau de la partie aval du profil a une vitesse négative, cette zone d'écoulement inversé remonte vers le bord d'attaque du profil quand l'angle d'attaque augmente.
- 2. L'angle d'attaque augmente et dépasse l'angle de décrochage statique, cas (b) de la Figure 3.2. La partie de l'écoulement inversé s'est rapprochée du bord d'attaque et un tourbillon se forme à cet endroit
- 3. L'angle d'attaque continue à augmenter, cas (c) de la Figure 3.2. Le tourbillon qui s'est formé au bord d'attaque se détache et est convecté par l'écoulement le long du profil. Ce tourbillon a pour effet de contribuer à l'augmentation de la portance et à faire chuter le moment aérodynamique.
- 4. L'angle d'attaque est maintenant égal à l'angle de décrochage dynamique, cas (d) de la Figure 3.2. Le tourbillon qui s'est formé au bord d'attaque atteint le bord de fuite et se délite. Un tourbillon se forme au bord de fuite. À ce moment, l'écoulement est totalement décroché de la partie supérieure de l'aile qui ne porte plus, cela se traduit par une importante chute de la force de portance.
- 5. L'angle d'attaque diminue et devient faible à nouveau, cas (e) de la Figure 3.2. L'écoulement se recolle au profil à partir du bord d'attaque. La portance retrouve un comportement linéaire.

Les étapes 3 et 4 précédemment décrites correspondent principalement au profil rencontrant du décrochage de bord d'attaque. Concernant les profils présentants du décrochage de profil mince, comme la plaque plane, il n'y a pas de formation de tourbillon de bord d'attaque. Le profil décroche ainsi plus tôt. Le lien entre les étapes 1, 2 et 5 et la force de portance ainsi que le moment est représenté sur la Figure 3.3.  $\Delta C_L^{max}$ , appelé « overshoot » dans la littérature anglo-saxonne, est le carré de la différence entre la portance maximale dynamique et statique. Comme le profil décroche plus tard dans le cas dynamique cette quantité est toujours positive.



(a) Écoulement inversé sur la partie aval du profil



(b) Construction d'un tourbillon au bord d'attaque



(c) Détachement et convection du tourbillon vers le bord de fuite



(d) Délitement du tourbillon arrivé au bord de fuite et construction d'un tourbillon au bord de fuite



(e) Rattachement de l'écoulement depuis le bord d'attaque

Figure 3.2 – Représentation des différentes étapes du décrochage dynamique.



Figure 3.3 – Comparaison entre les courbes de portance (a) et de moment aérodynamique (b) statique (noire) et dynamique (rouge) d'une plaque plane. Les lettres (a), (b), et (e) réfèrent à la Figure 3.2.

La différence entre  $\alpha_s$  et  $\alpha_d$  est directement proportionnelle au retard au décrochage. Ce retard au décrochage est provoqué notamment par la vitesse induite par le profil sur l'écoulement. Ainsi, si le retard au décrochage est connu,  $\alpha_d$  le sera aussi et, si on suppose que l'évolution de la portance est linéaire entre  $\alpha_s$  et  $\alpha_d$ ,  $\Delta C_L^{max}$  sera aussi connu. Beddoes [5] a montré que ce retard au décrochage est constant s'il est adimensionné par le temps de référence U/b, il est alors noté  $\tau_d$ . Le temps de référence U/b correspond au temps mis par une particule fluide pour traverser la demi-corde du profil à la vitesse de l'écoulement.

Le dernier point remarquable du décrochage dynamique est que l'évolution de la portance pour des angles d'attaque croissants et décroissants n'est pas la même, ce qui crée un phénomène d'hystérésis. Cela vient du fait que l'écoulement ne raccroche pas le profil de la même façon qu'il ne le décroche. En outre, cette hystérésis varie grandement en fonction de la fréquence et de l'amplitude du mouvement du profil ainsi que du type de profil et des paramètres de l'écoulement.

Dans la section 3.1.2, nous présentons le modèle qui a été utilisé au cours de la thèse pour estimer les efforts aérodynamiques, à savoir le modèle de Petot [71]. Ce modèle prend en compte le retard au décrochage ainsi que l'hystérésis des efforts aérodynamiques.

#### 3.1.2 Description du modèle de Petot

La modélisation du décrochage dynamique est un sujet encore très étudié dans la littérature. Les premiers travaux sont probablement ceux de Gross et Harris [32], repris par Tarzanin [90] et connu sous le nom de modèle de Boeing-Vertol. Ensuite Beddoes [5], puis Dat [16] ont été à l'origine des modèles les plus étudiés aujourd'hui. Beddoes s'est associé avec Leishman pour développer le modèle nommé Leishman-Beddoes [56]. D'autre part, Petot a continué les travaux qu'il a effectué avec Dat et Tran pour établir le modèle de Petot [71], couramment nommé modèle de l'ONERA dans la littérature. On peut aussi citer les travaux de Øye [69] et Hansen *et al.* [35]. Enfin Larsen *et al.* [52] ont proposé un modèle de décrochage dynamique destiné aux pâles d'éoliennes et ont classé par la même occasion les différents modèles de décrochage dynamique en trois catégories :

- 1. L'influence de chaque étape du décrochage sur les efforts aérodynamiques est modélisée. Le modèle de Leishman-Beddoes se place dans cette catégorie.
- 2. Les caractéristiques de la courbe de portance et de moment aérodynamique sont modélisées. Le modèle de Petot se classe dans cette catégorie.
- 3. Un angle d'attaque dynamique est modélisé et remplace l'angle d'attaque du profil. Le modèle de Tarzanin se situe dans cette catégorie.

Nous avons choisi d'utiliser le modèle de Petot car sa formulation est plus simple que celle de Leishman-Beddoes et son intégration dans un modèle aéroélastique plus directe. De plus, de part sa formulation, le modèle de Petot est assez polyvalent et donc à même d'estimer les efforts aérodynamiques sur différents types de profil et d'écoulement.

Dans la description du modèle, nous ne détaillons que l'estimation du coefficient de portance. Concernant le coefficient de moment aérodynamique, Petot propose une formulation légèrement différente qui correspond mieux à ses mesures. Néanmoins, il a été choisi dans ce manuscrit d'utiliser la même modélisation que pour la portance en adaptant les paramètres, car cette modélisation représente convenablement les mesures effectuées.

L'élément clé du modèle de Petot est l'introduction d'un paramètre non linéaire de décrochage, noté  $\Delta C_L$ , qui est égal à la différence entre l'extrapolation de la courbe de portance du régime non décroché dans le régime décroché, notée  $C_L^e$ , et la courbe de portance statique, notée  $C_L^s$ , comme schématisé sur la Figure 3.4. Cette valeur est obtenue à l'aide des mesures de portance statique, mais peut aussi être modélisée analytiquement. Dans le travail présenté,  $\Delta C_L$  est directement estimé à l'aide des mesures de portance statique.

Concernant le coefficient de portance  $C_L$ , il est décomposé selon une partie accrochée notée  $C_L^1$ , et une partie décrochée notée  $C_L^2$ .  $C_L^1$  modélise les efforts de portance en l'absence de décrochage, son expression est proche des modèles instationnaires linéaires présentés section 1.2.  $C_L^2$  modélise la partie décrochée de l'écoulement, son expression est déterminée à partir d'une équation d'oscillateur amorti faisant intervenir essentiellement des termes non linéaires.  $C_L^2$  permet de modéliser le comportement hystérétique des efforts aérodynamiques. Ainsi la portance totale s'écrit

$$L = \frac{1}{2}\rho S U^2 (C_L^1 + C_L^2).$$
(3.1)



Figure 3.4 – Représentation du coefficient de portance statique en fonction de l'angle d'attaque. Ligne pleine : courbe de portance statique du profil. Ligne pointillée : extrapolation de la courbe de portance avant le décrochage dans le régime décroché. Le paramètre de décrochage  $\Delta C_L$  correspond à la différence entre la courbe de portance extrapolée et la courbe de portance du profil en régime statique.

Les coefficients de portance  $C_L^1$  et  $C_L^2$  sont déterminés à l'aide des équations différentielles suivantes

$$C_L^{1\prime} + \lambda^L C_L^1 = \lambda^L \left( C_{L,\alpha} \,\alpha_{ap} + \sigma^L \, b \, \alpha' \right) + \left( \kappa^L \, C_{L,\alpha} + d^L \right) \alpha'_{ap} + \kappa^L \, \sigma^L \, b \, \alpha'', \qquad (3.2a)$$

$$C_L^{2''} + a^L C_L^{2'} + r^L C_L^2 = -\left(r^L \Delta C_L|_{\alpha_{ap}} + E^L \alpha'_{ap}\right).$$
(3.2b)

 $\Delta C_L|_{\alpha_{av}}$  est égal au paramètre de décrochage calculé en fonction de l'angle d'attaque apparent  $\alpha_{ap} = \alpha + h/U$  et (') désigne la dérivation par rapport au temps réduit  $\tau = t U/b$ . Les autres paramètres introduits par les équations (3.2a) et (3.2b) peuvent être regroupés en trois catégories

- Les constantes :  $\lambda^L$  et  $\kappa^L$ .
- Les paramètres ayant une partie constante et une partie dépendant de  $(\Delta C_L)^2$  :  $r^L$  $r_0^L + r_2^L (\Delta C_L)^2$ ,  $a^L = a_0^L + a_2^L (\Delta C_L)^2$  et  $\sigma^L = \sigma_0^L + \sigma_2^L (\Delta C_L)^2$ , — Les paramètres ne dépendant que de  $\Delta C_L$ , sans partie constante :  $E^L = -E_2^L (\Delta C_L)^2$  et
- $d^L = \sigma_2 |\Delta C_L|.$

Les coefficients  $\lambda^L$ ,  $\kappa^L$ ,  $r_0^L$ ,  $r_2^L$ ,  $a_0^L$ ,  $a_2^L$ ,  $\sigma_0^L$ ,  $\sigma_2^L$  et  $E_2^L$  doivent être ajustés à l'aide des mesures de décrochage dynamique. De plus,  $\Delta C_L$  étant non linéaire,  $r^L$ ,  $a^L$ ,  $\sigma^L$  et  $E^L$  le sont aussi.

Concernant le retard au décrochage, Petot propose de garder  $\Delta C_L$  nul après que l'angle d'attaque a dépassé  $\alpha_s$  pendant le temps  $\tau_d$ , ce qui peut, en introduisant une variable annexe  $\tau_s$ , s'écrire de la manière suivante,

$$\begin{cases} \Delta C_L = 0 & \text{si } \alpha < \alpha_s \\ \Delta C_L = 0 \text{ et } \tau_s = \tau & \text{si } \alpha = \alpha_s \\ \Delta C_L = 0 & \text{si } \alpha > \alpha_s \text{ et } \tau < \tau_s + \tau_d \\ \Delta C_L = C_L^e - C_L^s & \text{si } \alpha > \alpha_s \text{ et } \tau \ge \tau_s + \tau_d \end{cases}$$
(3.3)

Ainsi, plus la fréquence réduite est grande, plus  $\alpha_d$  et  $\Delta C_L^{max}$  sont grands, car  $\tau_d$  est constant. Cela s'observe assez nettement sur la Figure 2.9(c). De façon analogue, plus l'amplitude de rotation est grande et plus  $\alpha_d$  et  $\Delta C_L^{max}$  sont grands. Cela est visible sur la Figure 2.10(a).

Il faut maintenant trouver les valeurs des coefficients des équations (3.2a) et (3.2b) à l'aide des mesures effectuées à la section 2.2.

## 3.1.3 Ajustement des coefficients du modèle de Petot et comparaison avec l'expérience

On compare dans cette section les estimations du modèle présenté en section 3.1.2 avec les mesures effectuées en section 2.2.2. On compare le modèle aussi bien avec les mesures de portance que de moment aérodynamique. Les coefficients liés au modèle de moment aérodynamique sont indicés  $^{M}$  au lieu de  $^{L}$ .

Avant de pouvoir utiliser le modèle de Petot, il faut ajuster ses coefficients. Pour cela, la fonction de minimisation non-linéaire sous contrainte de Matlab *fmincon* est utilisée. La quantité à minimiser est la différence entre les prédictions du modèle et les mesures pour les différentes amplitudes et fréquences d'oscillations testées. Les coefficients du modèle de Petot sont ajustés dans un certain intervalle dont les limites, données par Petot [71], sont regroupées dans le Tableau 3.1. La fonction de minimisation requiert un jeu de coefficients de départ, on utilise un jeu de coefficients aléatoires bornés par les valeurs du Tableau 3.1. L'optimisation est réalisé avec différents jeux de coefficients de départ pour s'assurer de la robustesse de la solution trouvée. Les coefficients ainsi obtenus sont rassemblés dans le Tableau 3.2.

Coefficient	$\lambda$	$\kappa$	$\sigma_0$	$r_0$	$a_0$	$\sigma_2$	$r_2$	$a_2$	$E_2$
Valeur minimale	0.1	0	0.05	0.1	0.1	-0.15	0	0	-0.2
Valeur maximale	0.4	1	0.15	0.4	0.4	0	0.5	0.6	0

Tableau 3.1 – Valeurs minimales et maximales des coefficients du modèle de Petot.

On trace sur la Figure 3.5 la prédiction du modèle avec les coefficients du Tableau 3.2 ainsi que les mesures pour une fréquence réduite de 0.03 et trois amplitudes 12, 23 et 37 degrés. Pour

chaque amplitude, la force de portance est très bien estimée par le modèle de Petot. Le moment aérodynamique est relativement bien estimé, bien que le modèle utilisé soit destiné à estimer les forces de portance. On fait de même pour les trois fréquences réduites 0.01, 0.02 et 0.03 et une amplitude de 36 degrés sur la Figure 3.6. Cette fois-ci encore, la force de portance est très bien estimée par le modèle de Petot et l'estimation du moment aérodynamique est relativement proche des mesures. On insère maintenant le modèle de Petot aux équations aéroélastiques afin de prédire le déplacement du profil dans le régime post-flottement.



Figure 3.5 – Coefficient de portance (a) et de moment aérodynamique (b) de la plaque plane en fonction de l'angle d'attaque pour une fréquence réduite de 0.03 et trois amplitudes. Ligne pleine : modèle de Petot avec les paramètres du Tableau 3.2, cercles : mesures.

Coefficient du modèle de portance	$\lambda^L$	$\kappa^L$	$\sigma_0^L$	$r_0^L$	$a_0^L$	$\sigma_2^L$	$r_2^L$	$a_2^L$	$E_2^L$
Valeur	0.119	0.81	0.1	0.15	0.16	-0.005	0.09	0.26	-0.004
Coefficient du modèle de	M	$L^M$	$\sigma^M$	$m^{M}$	$\alpha^M$	$\sigma^M$	$m^{M}$	$a^M$	$\mathbf{F}^M$
moment aérodynamique	Λ	$\kappa$	$O_0$	70	$u_0$	$\sigma_2$	72	$u_2$	$L_2$
Valeur	0.1	0.43	0.15	0.19	0.4	-0.026	0	0.08	0

Tableau 3.2 – Coefficients du modèle de Petot estimés à l'aide des mesures de portance et de moment aérodynamique présentées à la section 2.2.2. Une comparaison entre les mesures et le modèle utilisant ces coefficients est donnée sur la Figures 3.5 et 3.6.



Figure 3.6 – Coefficient de portance (a,b,c) et de moment aérodynamique (d,e,f) de la plaque plane en fonction de l'angle d'attaque pour une amplitude de 36 degrés et trois fréquences réduites : 0.01 (a,d), 0.02 (b,e) et 0.03 (c,f). Ligne pleine : modèle de Petot avec les paramètres du Tableau 3.2, cercle : mesures.

## 3.2 Modélisation du régime post-flottement

En couplant le modèle de Petot présenté à la section 3.1 avec le modèle aéroélastique présenté en section 1.1.2, on peut estimer le mouvement du profil une fois l'instabilité de flottement établie. Dans un premier temps, les coefficients utilisés pour le modèle de Petot sont ceux estimés dans la section précédente. Toutefois, la plaque plane utilisée pour l'expérience de flottement et celle utilisée pour les mesures d'efforts aérodynamiques ne sont pas les mêmes. Les coefficients du modèle de Petot sont alors susceptibles de varier. Ainsi, afin d'affiner l'estimation de ce modèle, l'influence des efforts aérodynamiques sur le diagramme de bifurcation est étudiée afin d'ajuster les coefficients du modèle de Petot à la plaque utilisée dans l'expérience de flottement.

Dans cette section, le modèle couplant le modèle aéroélastique et le modèle de Petot est présenté. Puis, l'influence des efforts aérodynamiques sur le diagramme de bifurcation calculé est étudiée. Enfin, le diagramme de bifurcation calculé avec les coefficients du modèle de Petot ajusté est comparé aux mesures présentées à la section 2.1.2.

### 3.2.1 Description du modèle

Le système couplant le modèle de Petot et le modèle aéroélastique s'écrit

$$Mh'' + S_{\alpha}\cos(\alpha)\alpha'' + \frac{b}{U}c_{h}h' + \frac{b^{2}}{U^{2}}k_{h}h - S_{\alpha}\sin(\alpha)\alpha'^{2} = -b^{3}\rho s (C_{L}^{1} + C_{L}^{2}), \qquad (3.4a)$$

$$I_{\alpha}\alpha'' + S_{\alpha}\cos(\alpha)h'' + \frac{b}{U}c_{\alpha}\alpha' + \frac{b^2}{U^2}k_{\alpha}\alpha - S_{\alpha}h'\alpha'(\cos(\alpha) + \sin(\alpha)) = 2b^4\rho s (C_{M_a}^1 + C_{M_a}^2),$$
(3.4b)

$$C_L^{1'} + \lambda^L C_L^1 = \lambda^L \left( C_{L,\alpha} \alpha_{ap} + \sigma^L b \, \alpha' \right) + \left( \kappa^L C_{L,\alpha} + d^L \right) \alpha'_{ap} + \kappa^L \, \sigma^L \, b \, \alpha'', \tag{3.4c}$$

$$C_L^{2''} + a^L C_L^{2'} + r^L C_L^2 = -\left(r^L \Delta C_L|_{\alpha_{ap}} + E^L \alpha'_{ap}\right), \qquad (3.4d)$$

$$C_{M_a}^{1}' + \lambda^M C_{M_a}^{1} = \lambda^M \left( C_{M_a,\alpha} \alpha_{ap} + \sigma^M b \,\alpha' \right) + \left( \kappa^M C_{M_a,\alpha} + d^M \right) \alpha'_{ap} + \kappa^M \,\sigma^M \, b \,\alpha'', \tag{3.4e}$$

$$C_{M_a}^{2}'' + a^M C_{M_a}^{2}' + r^M C_{M_a}^{2} = -\left(r^M \Delta C_{M_a}|_{\alpha_{ap}} + E^M \alpha'_{ap}\right).$$
(3.4f)

Les équations sont exprimées dans le domaine de temps réduit  $\tau$ , ce qui fait apparaître les facteurs b/U et  $b^2/U^2$  dans les équations (3.4a) et (3.4b). L'intégration temporelle de ce système est réalisée à l'aide d'un schéma de Runge-Kutta d'ordre 4. À chaque pas de temps, les efforts aérodynamiques sont calculés à l'aide des équations (3.4c) à (3.4f) puis les valeurs de h, h',  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont calculées au même pas de temps à l'aide des équations (3.4a) et (3.4a) et (3.4b). La résolution du système par

intégration temporelle implique l'usage d'une condition initiale. Comme zéro est toujours une solution d'équilibre du système, il faut que cette condition initiale soit non nulle pour observer d'éventuels cycles limites.

Afin de calculer le diagramme de bifurcation du système, les équations (3.4a) à (3.4f) sont intégrées temporellement pour une plage de vitesses d'écoulements croissantes puis décroissantes. On note  $U_{min}$  et  $U_{max}$  les valeurs minimales et maximales de cette plage de vitesse et dU le pas de vitesse. La vitesse  $U_{min}$  est choisie inférieure à la vitesse de flottement. À chaque pas de vitesse, si le système au pas de vitesse précédent converge vers zéro, la condition initiale est fixée à une valeur arbitraire, de l'ordre de 0.5 degré sur le mouvement de tangage. Sinon, la condition initiale est fixée égale à l'état du système au dernier pas de temps du pas de vitesse précédent. Puis, une fois la condition initiale établie, l'intégration temporelle est réalisée jusqu'à ce que la solution s'établisse sur un régime stable, avant de passer au pas de vitesse suivant. Les résultats de cette procédure sont présentés dans la section suivante.

#### 3.2.2 Influence des efforts aérodynamiques

Le diagramme de bifurcation est calculé à partir de l'équation (3.4) avec les paramètres structuraux de l'expérience de flottement menée dans la section 2.1.2 et les coefficients de Petot du Tableau 3.2. Le résultat est tracé sur la Figure 3.7. De plus,  $U_{min} = 4.3 \text{ m/s}, U_{max} = 9 \text{ m/s}$  et dU = 0.1 m/s.

Le diagramme de bifurcation est composé de deux branches stables. Une branche inférieure correspondant à des petites amplitudes d'oscillations et une branche supérieure correspondant à des grandes amplitudes d'oscillations. La branche supérieure s'établissant à des amplitudes d'oscillations plus importantes que l'angle de décrochage de la plaque correspond à du flottement de décrochage. Quant à la branche inférieure, elle correspond à du flottement classique, c'est-à-dire du flottement par couplage de mode.

Afin de caractériser ces deux branches on utilise quatre constantes représentées sur la Figure 3.7(b) :

- La vitesse de flottement  $U_f$ ,
- La vitesse d'écoulement  $U_s$  à laquelle le flottement de décrochage s'établit,
- La vitesse d'écoulement  $U_c$  à laquelle le flottement cesse,
- Le saut d'amplitude  $\alpha_J$  qui survient après  $U_s$ .

Si les vitesses  $U_c$  et  $U_f$  sont différentes, l'instabilité de flottement est sous-critique. C'est notamment le cas pour le diagramme de bifurcation présenté sur la Figure 3.7. Il est ainsi possible d'avoir une sous-criticalité provenant des efforts aérodynamiques. À notre connaissance, c'est la première fois que le décrochage dynamique est ainsi identifié comme cause de la possible sous-criticalité de l'instabilité de flottement.

Il y a une différence non négligeable entre le diagramme de bifurcation mesuré à la Figure 2.3 et



Figure 3.7 – Amplitude maximale en pompage (a) et tangage (b) calculée en résolvant le système d'équations (3.4) pour des vitesses d'écoulements croissantes [o] et décroissantes [+]. Les coefficients structuraux sont ceux du Tableau 2.1 et les coefficients de Petot ceux du Tableau 3.2

celui estimé à la Figure 3.7, principalement au niveau de l'amplitude des cycles limites ainsi que de la valeur de  $U_c$ . En effet, la vitesse  $U_c$  est estimée à 4.9 m/s et mesurée à 5.5 m/s et les cycles limites sont estimés à une amplitude de 60 % supérieure à la mesure. Cette différence peut s'expliquer par l'inexactitude, soit des paramètres structuraux, soit des coefficients de Petot. L'incertitude des mesures des paramètres structuraux étant relativement faible, le décalage entre diagramme de bifurcation mesuré et estimé provient plus certainement de l'inexactitude de l'estimation des efforts aérodynamiques, et donc des coefficients du modèle de Petot. D'autant plus que les deux plaques utilisées pour l'expérience de flottement et les mesures d'efforts aérodynamiques ne sont pas identiques et que les conditions d'écoulement ne sont pas les mêmes.

Il faut ainsi ajuster les coefficients du modèle de Petot pour obtenir un diagramme de bifurcation plus proche des mesures effectuées. Pour cela, on étudie l'influence des coefficients du modèle de Petot sur trois constantes du diagramme de bifurcation  $U_c$ ,  $U_s$  et  $\alpha_J$ . En effet  $U_f$  ne dépend que de la partie linéaire des équations. Le système (3.4) est ainsi résolu en faisant varier chacun des coefficients du modèle de Petot. L'influence de ces coefficients sur les constantes du diagramme de bifurcation est présentée dans le Tableau 3.3. Les signes "plus" indiquent le degré d'influence de chaque coefficient.

Afin d'expliquer la démarche qui a été utilisée, quatre exemples sont donnés sur la Figure 3.8, où la courbe bleue correspond au diagramme de bifurcation présenté sur la Figure 3.7. Les exemples ont été choisis pour couvrir les situations les plus variées possibles.

dSur la Figure 3.8(a), l'influence de  $a_0^L$  est tracée. En diminuant  $a_0^L$  de 0.16 à 0.1, la vitesse de

flottement de décrochage est significativement décalée, en effet  $U_s$  passe de 5.8 m/s à 6.7 m/s. De plus, le saut  $\alpha_J$  passe de 27.7 degrés à 8.95 degrés et la sous-criticalité a disparu, ainsi  $U_c = U_f$ . Comme cela est montré dans le Tableau 3.3,  $a_0^L$  est le coefficient qui a le plus d'influence (+++)sur toutes les constantes du diagramme de bifurcation. L'influence de  $a_0^L$  (et dans une moindre mesure celle de  $a_0^M$ ) sur les constantes du diagramme de bifurcation est importante car ce terme correspond à un coefficient d'amortissement dans l'équation (3.4c) et est ainsi plus à même d'influencer l'amplitude des cycles limites. L'influence de  $\sigma_2^M$  est tracée sur la Figure 3.8(b). Son effet est important (+++) sur  $\alpha_J$ , modéré (++) sur  $U_c$  et négligeable (=) sur  $U_s$ . En comparaison avec  $a_0^L$ , la sous-criticalité n'est pas totalement annulée et le flottement de décrochage n'est quasiment pas décalé. Concernant  $\kappa_L$ , comme montré sur la Figure 3.8(c), son influence est importante (+++)sur  $U_s$ , mais modérée (++) sur  $\alpha_J$  et  $U_c$ . Finalement,  $E_2^M$  a quasiment la même influence que  $\sigma_2^M$ , comme montré sur la Figure 3.8(d).

Dans la section suivante, à la lumière de l'influence de chaque coefficient du modèle de Petot sur le diagramme de bifurcation, les coefficients du Tableau 3.2 sont ajustés pour obtenir un diagramme de bifurcation le plus proche des mesures effectuées dans la section 2.1.2.

Coeff Petot			Linéai	ire	Non-linéaire				
Cst. de bif.	$\lambda^L$	$\kappa^L$	$\sigma_0^L$	$r_0^L$	$a_0^L$	$\sigma_2^L$	$r_2^L$	$a_2^L$	$E_2^L$
$U_s$	+	+++	—	++	+++	_	—	+	++
$U_c$	++	++	=	++	+++	++	++	+	+++
$\alpha_J$	++	++	=	+++	+++	+++	+++	++	++
	$\lambda^M$	$\kappa^M$	$\sigma_0^M$	$r_0^M$	$a_0^M$	$\sigma_2^M$	$r_2^M$	$a_2^M$	$E_2^M$
$U_s$	=	+++	=	+	++	+	=	—	=
$U_c$	+	+++	=	+	++	+++	+	=	+++
$lpha_J$	++	++	=	+	++	+++	+	=	+++

Tableau 3.3 – Influence des coefficients du modèle de Petot sur les constantes du diagramme de bifurcation. Le nombre de signes "plus" indique le degré d'influence sur les constantes du diagramme de bifurcation, tandis que le signe égal indique qu'il n'y a pas d'effet.

#### 3.2.3 Modèle ajusté à l'expérience de flottement

À l'aune du Tableau 3.3, le coefficient du modèle de Petot ayant la plus grande influence sur l'amplitude des cycles limites est  $a_0^L$ . C'est donc d'abord ce coefficient que l'on modifie afin d'ajuster les résultats du modèle aux mesures. Il est choisi égal à 0.14 au lieu de 0.16. Afin d'affiner encore la prédiction du modèle à l'expérience,  $\kappa^M$  est choisi égal à 0.8 au lieu de 0.81 et  $a_2^M$  à -0.1 au lieu de -0.026. Le jeu de coefficients retenu est donné dans le Tableau 3.4 et le diagramme de bifurcation correspondant tracé sur la Figure 3.9.

La vitesse d'écoulement  $U_c$  est très bien prédite par le modèle, en effet elle est estimée à 5.6 m/s et mesurée à 5.5 m/s. De plus, la différence entre l'estimation du modèle et la mesure de l'amplitude des cycles limites sur le mouvement de tangage est de 14.1 % et sur le mouvement de pompage de 5.2 %. L'estimation est moins bonne pour le mouvement de tangage car son amplitude est fortement liée au moment aérodynamique, or le modèle de Petot utilisé est plutôt destiné à l'estimation de la force de portance même s'il donne des résultats corrects pour le moment aérodynamique. En outre, le modèle estime que la bifurcation est légèrement sous-critique, ce que la mesure ne permet pas d'observer.



Figure 3.8 – Influence de quatre coefficients du modèle de Petot sur le diagramme de bifurcation. La courbe bleue est la courbe de référence présenté sur la Figure 3.7 tandis que la courbe rouge correspond au coefficient du modèle de Petot modifié.



Figure 3.9 – Amplitude maximale en pompage (a) et tangage (b) calculée en résolvant le système d'équations (3.4) pour des vitesses d'écoulements croissantes [o] et décroissantes [+]. Les coefficients structuraux sont ceux du Tableau 2.1 et les coefficients de Petot ceux du Tableau 3.4

Coefficient du modèle de portance	$\lambda^L$	$\kappa^L$	$\sigma_0^L$	$r_0^L$	$a_0^L$	$\sigma_2^L$	$r_2^L$	$a_2^L$	$E_2^L$
Valeur	0.119	0.8	0.1	0.15	0.14	-0.005	0.09	0.26	-0.004
Coefficient du modèle									
de moment	$\lambda^M$	$\kappa^M$	$\sigma_0^M$	$r_0^M$	$a_0^M$	$\sigma_2^M$	$r_2^M$	$a_2^M$	$E_2^M$
aérodynamique									
Valeur	0.1	0.43	0.15	0.19	0.4	-0.1	0	0.08	0

Tableau 3.4 – Coefficients du modèle de Petot ajustés à l'aide de la mesure du diagramme de bifurcation présentée section 2.2.2. Une comparaison entre les mesures et le modèle utilisant ces coefficients est donnée sur la Figure 3.9.

## Conclusion de la première partie

Nous avons montré dans cette partie la modélisation du système aéroélastique dans le régime linéaire ainsi que dans le régime post-flottement. Le modèle d'aile à deux degrés de liberté ainsi que l'estimation des efforts aérodynamiques dans le régime linéaire ont été présentés. Des mesures ont été effectuées sur un montage de flottement à deux degrés de liberté, avec un profil de plaque plane, pour mettre en évidence l'établissement de cycles limites une fois l'instabilité de flottement apparue ainsi que l'évolution de ces cycles limites en fonction de la vitesse de l'écoulement. Les efforts aérodynamiques ont été mesurés sur une plaque plane contrôlée en rotation afin d'identifier le phénomène non linéaire de décrochage dynamique responsable de la formation des cycles limites. Le décrochage dynamique a été modélisé à l'aide du modèle semi-empirique de Petot, dont les mesures d'efforts aérodynamiques en grand déplacement ont servi à ajuster ses coefficients. Le modèle aéroélastique initial a été enrichi du modèle de Petot afin de pouvoir prédire l'évolution des cycles limites dans le régime post-flottement. Les coefficients du modèle de Petot ont été ajustés à l'aide du diagramme de bifurcation mesuré avec le montage de flottement. Bien que faisant intervenir des phénomènes physiques complexes, les résultats obtenus sont très satisfaisants et encourageants. Les deux prochaines parties s'intéressent au contrôle de cette instabilité de flottement à l'aide de stratégies passives. Nous commencons, dans la partie suivante, par la prise en compte d'un amortisseur hystérétique, réalisé avec des ressorts en alliages à mémoire de forme (AMF) en régime pseudo-élastique. Cette partie est composée des deux chapitres 4 et 5. Le fonctionnement des AMF ainsi que le comportement de leur force de rappel lorsqu'ils sont utilisés sous forme de ressort sont présentés dans le chapitre 4. Leur utilisation dans le contexte de l'instabilité de flottement fait l'objet du chapitre 5.