
Modélisation du comportement et de l'endommagement

Sommaire

<i>Introduction</i>	157
<i>A. Présentation du modèle GTN</i>	157
A.I Généralités.....	157
A.II Description du modèle de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN).....	158
A.III Adaptation du modèle GTN au cas des polymères vitreux renforcés chocs.....	161
<i>B. Modélisation du comportement</i>	162
B.I Comportement élastoviscoplastique.....	162
B.II Détermination des paramètres matériaux.....	163
B.III Détermination des paramètres de comportement.....	165
<i>C. Modélisation de l'endommagement</i>	172
C.I Choix des conditions de calculs.....	172
C.II Rappels des particularités des courbes force-réduction diamétrale obtenues sur AE pour le PVDF déplastifié.....	175
C.III Prise en compte de l'adoucissement lié à l'endommagement : utilisation de q_1 et q_2	176
C.IV Prise en compte du rhéodurcissement.....	182
C.V Validation des paramètres de comportement et d'endommagement sur éprouvettes AE...	184
<i>D. Détermination de la déformation volumique par calculs par éléments finis</i>	188
D.I Utilisation du modèle GTN pour déterminer la variation de volume sur éprouvettes lisses	188
D.II Utilisation du modèle GTN pour déterminer la variation de volume sur des éprouvettes entaillées.....	189
<i>E. Utilisation du calcul de cellule</i>	193
E.I Principe du calcul de cellule	193
E.II Application de la méthode au cas du PVDF.....	194
<i>F. Optimisation des paramètres à -10°C et -50°C</i>	197
F.I Résultats de la validation des paramètres de comportement à -10°C	197
F.II Hypothèses et validation des paramètres du modèle sur éprouvettes entaillées à -10°C ..	198
F.III Résultats de la validation des paramètres de comportement à -50°C	201
F.IV Prise en compte de l'endommagement à -50°C : Validation sur éprouvettes AE.....	203
<i>Conclusion</i>	205

Introduction

La modélisation du comportement du PVDF doit refléter aussi fidèlement que possible les résultats mécaniques obtenus sur les différentes géométries présentées au chapitre II. Le modèle devra représenter l'influence de la viscosité et l'augmentation de la rigidité (augmentation de E et de la contrainte maximale, diminution de la déformation nominale à rupture) avec la diminution de température. Les essais mécaniques et les observations microscopiques ont de plus révélé que la cavitation était le mode d'endommagement majeur du PVDF. Le modèle utilisé devra ainsi simuler la croissance des cavités avec la variation de volume associée, suivant la déformation et la température. Il devra également représenter le rhéodurcissement qui a été observé sur les éprouvettes axisymétriques entaillées. Enfin le modèle devra simuler la saturation de la force maximale obtenue pour les petits rayons de courbure des AE. Il devra ainsi rendre compte de la compétition qui existe entre la rigidité et l'endommagement, tout deux accrus par l'élévation du taux de triaxialité des contraintes.

Bien que ce mode d'endommagement ductile ait été très fréquemment mis en évidence et modélisé sur les polymères vitreux renforcés chocs, le même travail sur un polymère semi-cristallin reste pour l'instant assez embryonnaire. Dans les métaux en revanche, ces études ont été très développées, et l'endommagement ductile peut être décrit par deux types de modèles : soit les modèles découplés, soit les modèles couplés.

Les modèles découplés utilisent un calcul élastoplastique sur une structure, en faisant l'hypothèse forte que l'endommagement n'aura pas d'influence sur le comportement global du matériau. La rupture est obtenue pour une valeur critique d'un paramètre d'endommagement, calculé en post-processeur après le calcul élastoplastique. Ce type de modèle permet de décrire l'amorçage de la déchirure ductile pour les éprouvettes fissurées et l'instabilité pour les éprouvettes non fissurées [Tanguy, 2001]. On peut citer comme exemple le modèle découplé de Rice et Tracey qui permet de décrire la croissance d'une cavité sphérique dans une matrice rigide, incompressible et non-écrouissable soumise à un champ macroscopique uniforme [Rice et Tracey, 1969]. La prise en compte de l'écrouissage peut se faire en utilisant l'expression de la triaxialité [Beremin, 1981]. L'hypothèse est faite que la rupture a lieu pour un rapport critique de rayon de cavité $(R/R_0)_c$, déterminé au préalable sur des éprouvettes de laboratoire.

Les modèles couplés comme leur nom l'indique permettent de coupler l'effet de l'endommagement avec le comportement du matériau. Le potentiel plastique s'exprime en fonction de la porosité f , variable interne du modèle. Ces modèles permettent de décrire l'amorçage et la propagation de la fissure. Ils permettent en plus d'accéder aux champs de contrainte-déformation en fonction de l'avancée de la fissure. Un exemple de modèle couplé est celui de Lemaître qui, issu d'une approche thermodynamique, utilise la notion de variable d'endommagement D_L et de contrainte effective $\bar{\mathbf{s}}$, avec $\bar{\mathbf{s}} = \mathbf{s} / (1 - D_L)$ [Lemaître, 1985]. Le modèle couplé auquel nous nous sommes intéressés est celui de Gurson-Tvergaard-Needleman. Sa présentation va être faite dans le premier paragraphe. Ensuite, les simulations des différents essais mécaniques à 20°C vont permettre de décrire les paramètres utilisés. Enfin, la modélisation des essais à -10°C et -50°C permettra de présenter l'évolution des paramètres avec la diminution de la température.

A. Présentation du modèle GTN

A.1 Généralités

Les résultats expérimentaux ont indiqué le rôle central que jouait la croissance des cavités dans la rupture ductile des métaux [Puttick, 1959], [Rogers, 1960], [Brown et Embury, 1973]. Toutes ces études ont porté sur des matériaux métalliques et ont montré que les cavités se formaient sur des

particules de seconde phase, ou par décohesion entre une particule et la matrice, ou par la rupture d'une particule. La rupture finale intervient après la phase de croissance de cavités voisines jusqu'à leurs coalescences finales. Des analyses de croissance de cavités dans un matériau infini plastique montrent que cette croissance est fortement dépendante de la contrainte hydrostatique [McClintock, 1968], [Rice et Tracey, 1969]. Ainsi la coalescence des cavités sera engendrée par un taux de triaxialité élevé. Cette prévision a été confirmée par des séries de tests sur des éprouvettes plus moins entaillées sévèrement dans le cas d'acier [Hancock et Mackenzie, 1976], [Hancock et Brown, 1983].

Compte tenu des résultats expérimentaux, il y a eu un intérêt croissant sur l'utilisation de la croissance et de la coalescence des cavités pour décrire la rupture ductile des métaux. De nombreux exemples de recherche ont porté sur la croissance d'une cavité unique dans un solide élasto-plastique infini, pour différents états de contraintes [McClintock, 1968], [Rice et Tracey, 1969], [Budiansky et al, 1982]. Basé sur des analyses équivalentes pour une cavité sphérique, Gurson a développé un modèle permettant de décrire le comportement d'un solide poreux ductile [Gurson, 1977a,b]. Dans ce modèle, le paramètre f , fraction volumique de porosités, est le seul paramètre d'endommagement et la réponse matériau est très sensible à son évolution. Ce modèle a été étendu par Needleman et Rice pour tenir compte de la germination de cavités [Needleman et Rice, 1978], et ensuite par Tvergaard et Needleman pour tenir compte de la coalescence de cavités [Tvergaard, 1982a], [Tvergaard et Needleman, 1984].

A.II Description du modèle de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN)

A.II.1 Description de la fonction d'écoulement et des fonctions d'endommagement

Compte tenu du taux de porosités initial dans le PVDF non plastifié et de l'importance de l'endommagement par cavitation en cours de déformation, il est apparu évident qu'il n'était pas possible de découpler l'endommagement du comportement. Le modèle GTN est basé sur le modèle micromécanique développé par Gurson en 1977 [Gurson, 1977a]. Il permet de décrire la croissance d'une cavité sphérique dans une matrice rigide parfaitement plastique conduisant à l'expression du critère de plasticité donné par (1) :

$$f(\underline{\underline{\mathbf{s}}}, f, \mathbf{s}_0) = \frac{\mathbf{s}_{eq}^2}{\mathbf{s}_0^2} + 2f \cosh\left(\frac{3\mathbf{s}_m}{2\mathbf{s}_0}\right) - (1 + f^2) \quad (1)$$

avec $\underline{\underline{\mathbf{s}}}$ le tenseur des contraintes macroscopiques (matrice+porosités), \mathbf{s}_{eq} la contrainte macroscopique équivalente, $\mathbf{s}_m = 1/3\mathbf{s}_{kk}$ la contrainte macroscopique moyenne, f la porosité du matériau, et \mathbf{s}_0 la limite d'élasticité de la matrice.

En appliquant la règle de normalité et en calculant la trace du tenseur des vitesses de déformation macroscopique $\dot{\underline{\underline{\mathbf{e}}}}_p$, on obtient (2) :

$$tr \dot{\underline{\underline{\mathbf{e}}}}_p = tr \left(\dot{\underline{\underline{\mathbf{i}}}} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\mathbf{s}}}} \right) = \dot{\underline{\underline{\mathbf{i}}}} \frac{3f}{\mathbf{s}_0} \sinh\left(\frac{3\mathbf{s}_m}{2\mathbf{s}_0}\right) \neq 0 \quad (2)$$

L'équation (2) est obtenue en considérant d'abord la règle de normalité telle que (3) :

$$\dot{\underline{\underline{\mathbf{e}}}}_p = \dot{\underline{\underline{\mathbf{i}}}} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\mathbf{s}}}} \quad (3)$$

On considère ensuite la dérivée $\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{s}}}$, séparée en deux parties telles que (4) :

$$\frac{\partial \mathbf{s}_{eq}^2}{\partial \underline{\underline{s}}} = \frac{\partial (3/2 \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}})}{\partial \underline{\underline{s}}} = 3 \underline{\underline{s}} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mathbf{s}_m}{\partial \underline{\underline{s}}} = \frac{1}{3} \underline{\underline{I}} \quad (4)$$

avec $\underline{\underline{I}}$, le tenseur identité et $\underline{\underline{s}}$, le déviateur des contraintes

Ainsi, il est possible d'avoir une variation positive ou négative du volume, donc une croissance ou une réduction de porosité.

Le calcul de la trace de $\underline{\underline{\dot{e}}}_p$ donne ensuite le résultat énoncé dans l'équation (2).

A.II.1.a Introduction de la contrainte d'écoulement σ_y

L'expression (1) prévoit une porosité à rupture $f = 1$ ($\Phi = 0$ si $\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{0}}$), ce qui conduit à une surestimation des ductilités à rupture et suppose un matériau rigide parfait. Le modèle a alors été modifié par Tvergaard et Needleman pour prendre en compte l'interaction entre les cavités et l'écrouissage [Tvergaard, 1982b]. La prise en compte de l'écrouissage est réalisée en remplaçant la limite d'élasticité \mathbf{s}_0 du matériau parfaitement plastique par \mathbf{s}_y la résistance à l'écoulement de la matrice écrouissable avec $\mathbf{s}_y = f(p)$. L'écrouissage est supposé de nature isotrope. La variable d'écrouissage p est définie en supposant l'égalité de la dissipation plastique microscopique et de la dissipation macroscopique. La déformation plastique effective p représente l'état de la déformation microscopique dans la matrice. Son évolution est donnée par (5) :

$$(1 - f) \dot{p} \mathbf{s}_y = \underline{\underline{\dot{e}}}_p : \underline{\underline{s}} \quad (5)$$

$(1 - f) \dot{p} \mathbf{s}_y$ correspond à la puissance microscopique puisque seule une fraction $(1 - f)$ est occupée par la matière. La variable d'écrouissage est différente de la variable employée pour les matériaux non endommagés puisque ici on considère la déformation plastique cumulée au sens de von Mises telle que $\dot{p} = \left(\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{e}}}_p : \underline{\underline{\dot{e}}}_p \right)^{0.5}$. L'écrouissage est introduit sous la forme d'un écrouissage moyen d'un milieu poreux se déformant de façon uniforme [Leblond et al, 1995].

A.II.1.b Introduction des paramètres q_1 et q_2 dans l'expression du critère de plasticité

Deux paramètres, q_1 et q_2 , ont été ajoutés dans le critère de plasticité. Ils permettent de tenir compte de l'interaction possible des cavités [Tvergaard, 1981, 1982c]. Ils sont en général déterminés à partir de calcul sur des cellules élémentaires (une seule cavité dans le volume représente la fraction volumique de cavités dans la matrice). Ils ont dans un premier temps été pris égaux à l'unité, ceci pour une matrice parfaitement rigide plastique, où la déformation autour d'une cavité sphérique est parfaitement symétrique. Cependant, en considérant un matériau ayant une distribution périodique de cavités sphériques et cylindriques, un meilleur accord est obtenu avec l'expérience en prenant $q_1 = 1.5$ et $q_2 = 1$.

Le critère de plasticité du modèle GTN est alors de la forme suivante (6) :

$$f(\underline{s}, f, s_y) = \frac{s_{eq}^2}{s_y^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(\frac{3q_2 s_m}{2s_y}\right) - (1 + q_1^2 f^{*2}) \quad (6)$$

Le paramètre q_1 a un sens physique, puisque pour $\underline{s} = \underline{0}$, c'est à dire à l'instant de la rupture, $q_1 = \frac{1}{f}$, avec f la porosité à rupture. q_2 aura plutôt une influence sur l'évolution de l'endommagement, puisqu'il se situe devant le terme représentatif du taux de triaxialité.

A.II.1.c Introduction de la coalescence et de la germination

Pour une croissance donnée, il a été observé que les cavités pouvaient se rejoindre, ce qui entraîne un endommagement supplémentaire par rapport à la croissance seule. Pour représenter l'accélération de la croissance des cavités pendant le stade de coalescence, la fonction f^* est introduite [Tvergaard et Needleman, 1984] dans l'expression du potentiel d'écoulement. La fonction bilinéaire f^* représente la porosité effective et est justifiée pour décrire l'apparition de la coalescence au delà d'une porosité critique f_c , la porosité est alors plus endommageante que si elle restait sphérique (7).

$$\begin{aligned} f^*(f) &= f \text{ si } f \leq f_c \\ \text{sinon} \quad f^*(f) &= f_c + \mathbf{d}(f - f_c) \end{aligned} \quad (7)$$

avec $\mathbf{d} = \frac{f_U^* - f_c}{f_F - f_c}$, f_U^* est la porosité effective à rupture ($f_U^* = 1/q_1$), et f_F la porosité à rupture.

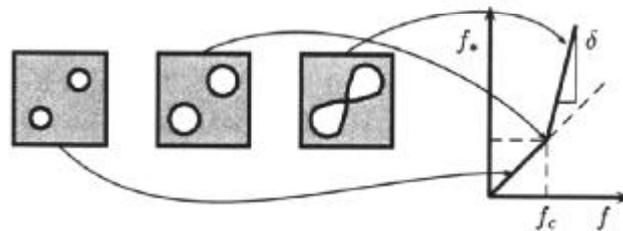


Figure IV.1 Fonction f^* [Tanguy, 2001]

En cours de croissance, des cavités peuvent également apparaître en complément, on parle alors de germination. L'évolution de la porosité due à la croissance et à la germination de nouvelles cavités est telle que (8) :

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{croissance}} + \dot{f}_{\text{germination}} \quad (8)$$

L'évolution de la croissance est obtenue à partir du principe de conservation de la masse telle que (9) :

$$\dot{f}_{\text{croissance}} = (1 - f) \text{trace} \underline{\underline{\dot{\mathbf{e}}_p}} \quad (9)$$

Cette dernière équation est obtenue à partir du raisonnement suivant : soit Ω le volume (matrice+cavités), et soit w le volume des cavités. Par incompressibilité de la matrice, on aura $\dot{\Omega} = \dot{w}$. La porosité est définie par $f = \frac{w}{\Omega}$.

On aura donc $\dot{f} = \frac{\dot{\Omega}}{\Omega} \left(1 - \frac{w}{\Omega}\right) = \frac{\dot{\Omega}}{\Omega} (1 - f)$ et $\frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = tr \underline{\underline{\dot{\mathbf{e}}}}_{=p}$.

$\underline{\underline{\dot{\mathbf{e}}}}_{=p}$ est obtenue par la règle de normalité $\underline{\underline{\dot{\mathbf{e}}}}_{=p} = \left(\mathbf{I} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{s}}}} \right)$

La cinétique de germination est décrite à partir de deux coefficients supplémentaires A_n et B_n qui peuvent être associés à l'intensité de germination contrôlée en contrainte et en déformation respectivement (10) [Zhang et Hauge, 1999]:

$$\dot{f}_{germination} = B_n \dot{\mathbf{s}}_{eff} + A_n \dot{p} \quad (10)$$

où $\dot{\mathbf{s}}_{eff} = a \dot{\mathbf{s}}_{eq} + b \dot{\mathbf{s}}_{kk}$.

A.II.2 Notion de contrainte scalaire effective

Une modification du modèle a été proposée par Besson et est utilisée dans l'implémentation de ces modèles dans le code aux éléments finis ZeBuLon [Besson et al, 2001]. La définition implicite de la contrainte effective \mathbf{s}_* est donnée par l'expression (11) :

$$\mathbf{y}(\underline{\underline{\mathbf{s}}}, f, \mathbf{s}_*)^{def.\mathbf{s}_*} = 0 \quad (11)$$

La fonction \mathbf{y} dépend des deux premiers invariants des contraintes et de la porosité. Elle s'écrit telle que (12) :

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{s}_{eq}^2}{\mathbf{s}_*^2} + 2q_1 f_* \cosh\left(\frac{q_2 \mathbf{s}_{kk}}{2\mathbf{s}_*}\right) - (1 + q_1^2 f_*^2) \quad (12)$$

La surface de plasticité est alors définie par $\Phi = \mathbf{s}_* - \mathbf{s}_y$

On applique ensuite la règle de normalité pour obtenir la vitesse de déformation plastique telle que (13) :

$$\underline{\underline{\dot{\mathbf{e}}}}_{=p} = (1 - f) \dot{p} \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{\mathbf{s}}}} = (1 - f) \dot{p} \frac{\partial \mathbf{s}_*}{\partial \underline{\underline{\mathbf{s}}}} \quad (13)$$

La définition de la surface de plasticité est identique à celle proposée par Tvergaard et Needleman. L'apport de \mathbf{s}_* est de permettre une comparaison directe avec d'autres critères d'endommagement.

A.III Adaptation du modèle GTN au cas des polymères vitreux renforcés chocs

Dans le chapitre I, les travaux réalisés au MIT ont été amplement développés pour décrire l'utilisation du modèle GTN pour la modélisation des polymères vitreux renforcés chocs. Pour ces matériaux, des différences non négligeables apparaissent avec les matériaux métalliques. En effet, il faut tenir compte des importantes déformations élastiques et plastiques, des fractions élevées de porosités et de la non sphéricité des cavités en cours de déformation liée à l'importance même de celle-ci.

Steenbrink et al ont modifié le potentiel d'écoulement du modèle GTN pour tenir compte des grandes déformations [Steenbrink et al, 1997]. Lazzeri et Bucknall ont proposé un écoulement dépendant de la

pression pour permettre de mieux représenter les mécanismes d'endommagement dans des polymères chargés [Lazzeri et Bucknall, 1993].

Les polymères vitreux renforcés chocs peuvent être assimilés à un matériau poreux, où les renforts élastomériques sont remplacés par des cavités dans le modèle. Ces renforts sont le siège d'une importante déformation plastique et suivant la quantité de renfort, il y aura d'autant plus d'adoucissement du matériau [Danielsson et al, 2002]. Pour un polymère semi-cristallin, la même quantification ne peut pas se faire, la cavitation se déroulant généralement entre les sphérolites ou entre les lamelles. De plus, contrairement aux polymères vitreux, les polymères semi-cristallins au dessus de leur température de transition vitreuse sont caractérisés par une importante viscosité dès les premiers stades de déformations. La déformation purement élastique est alors assez limitée, tout comme le rhéodurcissement. Ainsi, bien que ces travaux aient permis d'adapter le modèle GTN à certains polymères, ils se limitent pour l'instant à des cas très particuliers où la cavitation et le comportement du matériau sont bien identifiés.

B. Modélisation du comportement

B.I Comportement élastoviscoplastique

Le comportement du PVDF se caractérise par une déformation élastique suivie d'une large déformation viscoplastique. Lors des essais de traction sur éprouvettes lisses, il a d'ailleurs été souligné la difficulté de déterminer avec certitude le module élastique compte tenu de la viscosité importante du matériau. Il est admis que la déformation totale du matériau peut se décomposer telle que (14) :

$$\underline{\underline{\mathbf{e}}} = \underline{\underline{\mathbf{e}}}_e + \underline{\underline{\mathbf{e}}}_{vp} \quad (14)$$

$\underline{\underline{\mathbf{e}}}_e$ correspond au tenseur des déformations élastiques et $\underline{\underline{\mathbf{e}}}_{vp}$ correspond au tenseur des déformations viscoplastiques. On admet que toute la déformation plastique est de la déformation viscoplastique.

Il est fréquent de trouver une décomposition de la déformation viscoplastique en une double déformation inélastique. Ce modèle appelé modèle DDI (Double Déformation Inélastique) a été appliqué avec succès sur du polyéthylène et du polyamide 11, sollicités en fluage [Hamouda, 2000], [Lefebvre, 2002]. Ce modèle vise à tenir compte du caractère hétérogène du matériau. Ainsi, la première composante de déformation viscoplastique permettra de représenter la déformation viscoplastique aux temps courts (essai de traction, mise en charge pour les essais de relaxation/fluage) et la seconde composante permettra de représenter la déformation viscoplastique aux temps longs (essais de fluage par exemple). Considérant que tous les essais de cette étude sont des essais de traction, une seule composante viscoplastique est conservée.

Etant donné que le modèle de comportement est couplé dès le début de l'identification au modèle d'endommagement GTN, la vitesse de déformation viscoplastique macroscopique se définit par (15) :

$$\dot{\underline{\underline{\mathbf{e}}}}_{vp} = (1 - f) \dot{p} \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{\mathbf{s}}}} \quad (15)$$

\dot{p} , la vitesse de déformation plastique effective, se définit à partir d'une loi de Norton telle que (16) :

$$\dot{p} = \left(\frac{\Phi}{K} \right)^n \quad (16)$$

K et n sont deux paramètres de la loi de comportement à identifier. Le coefficient n est un indicateur de la non-linéarité du comportement viscoplastique du matériau, K sera utilisé pour représenter l'intensité de la vitesse de déformation.

Φ est la fonction d'écoulement définie par le modèle GTN et la surface d'écoulement s'exprime telle que (17) :

$$\Phi = \mathbf{s}_* - R \quad (17)$$

On rappelle que \mathbf{s}_* est la contrainte effective fonction de l'endommagement et R est la contrainte d'écoulement de la matrice définie à partir d'une loi d'écrouissage isotrope telle que (18) :

$$R = R_0 + Q(1 - \exp(-bp)) \quad (18)$$

R_0 correspond à un seuil viscoplastique, il représente ainsi la contrainte limite à partir de laquelle les mécanismes visqueux pourront se manifester. Compte tenu du faible domaine élastique, la constante R_0 sera assez faible.

Ainsi pour caractériser le comportement du PVDF, cinq paramètres sont disponibles : K , n , R_0 , Q et b .

Cependant, même si ces paramètres suffisent à caractériser le comportement des éprouvettes lisses, ils ne vont pas permettre de rendre compte du rhéodurcissement observé sur les éprouvettes entaillées en fin d'essai. Ainsi, on choisit de compléter l'équation d'écrouissage isotrope (18) par un second écrouissage décrivant une augmentation de la contrainte avec la déformation viscoplastique telle que (19) :

$$R = R_0 + Q(1 - \exp(-bp)) + A(\exp(Bp) - 1) \quad (19)$$

La description du second écrouissage sera développée dans la partie modélisation des éprouvettes AE. Cinq paramètres seront donc à identifier pour caractériser la fonction d'écrouissage isotrope, R_0 , Q , b , A , B .

B.II Détermination des paramètres matériaux

B.II.1 Identification des paramètres élastiques

B.II.1.a Le module élastique

Le module élastique E et le coefficient de Poisson ν sont nécessaires aux calculs des déformations élastiques. Le module E a été estimé dans cette étude à partir de la détermination graphique des pentes élastiques des essais de traction sur éprouvettes lisses. Il peut être alors considéré comme apparent car il tient compte de la viscosité du matériau. En effet, pour de faibles vitesses de déformation, on peut considérer que la viscosité se manifeste aux premiers moments de la déformation. Le module élastique a également été déterminé par ultra-sons. Dans ce cas, la fréquence utilisée (2 MHz) est telle que l'effet de la viscosité est très limité, le module est alors purement élastique. Il est possible dans ce cas de parler de module d'Young vrai (c'est à dire celui donné par la relation de Hooke).

Il a déjà été mentionné l'écart qui existait entre le module d'Young vrai et le module apparent. Dans les calculs par éléments finis, le module élastique choisi sera le module apparent. Nous développons ci-après les conditions de ce choix.

Tout d'abord, bien que certains essais de traction aient été faits à des vitesses assez élevées, la plupart des essais sur les autres géométries ont été réalisés à de faibles vitesses (entre 1.10^{-3} s^{-1} et 1.10^{-4} s^{-1}), c'est à dire dans le domaine des sollicitations quasi-statiques. Ainsi, il semble plus judicieux de conserver le module apparent qui permet de mieux décrire le comportement du matériau en présence de viscosité. L'utilisation du module d'Young vrai dans les calculs indique de toute façon une

suresimation importante des pentes élastiques expérimentales. De plus, étant donné que dans la définition de la vitesse viscoplastique, on ne considère qu'une seule composante de vitesse, tenir compte de la viscosité primaire à travers le module d'Young apparent permet de caractériser une partie de la déformation visqueuse de la phase amorphe en début d'essai.

La figure II.14 du chapitre II donnait l'évolution de E en fonction de la température. A 20°C , $E = 2$ GPa, à -10°C $E = 2.4 - 2.9$ GPa, et à -50°C suivant la vitesse E sera compris entre 3 GPa et 6 GPa. Ainsi, à 20°C , il sera possible de considérer une valeur unique du module élastique pour toutes les vitesses, mais ce sera plus difficile à basse température.

B.II.1.b Le coefficient de Poisson

Le coefficient de Poisson a été déterminé à partir de la pente de la courbe déformation longitudinale en fonction de la déformation latérale sur éprouvettes lisses à 20°C , et $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Dans la zone où la déformation reste homogène (avant la striction), la valeur moyenne du coefficient de Poisson est de 0.40 ± 0.02 . Par ultra-sons, la valeur obtenue avait été de 0.38. Sa valeur sera considérée constante avec la température, les mesures à -10°C n'ayant pas révélé de différences.

B.II.1.c La limite élastique/viscoplastique R_0

Tout comme la détermination graphique de E , la détermination graphique de R_0 pose de sérieux problèmes de précisions sur la courbe contrainte-déformation nominales. R_0 représente la limite entre le domaine parfaitement élastique et le début de la viscoplasticité. Par la présence de la viscosité, cette limite est assez difficile à déterminer. De plus, elle va varier suivant la vitesse de l'essai et suivant la température. L'exemple de la figure IV.2 indique la détermination de R_0 pour un essai à 20°C et faible vitesse.

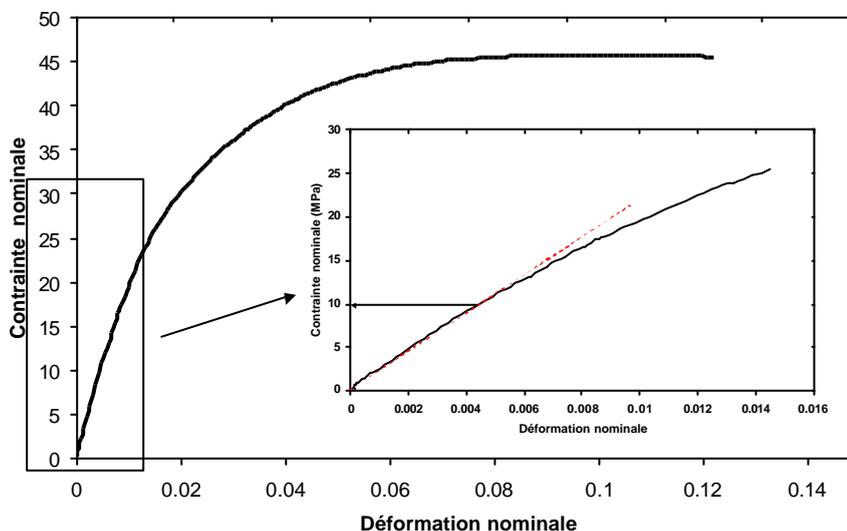


Figure IV.2 Détermination graphique de R_0 à partir d'un essai de traction à 20°C , $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

La variation de R_0 en MPa est donnée dans le tableau IV.1 suivant en fonction de la température et de la vitesse.

Température/vitesse	$1,5.10^{-4} s^{-1}$	$1,5.10^{-3} s^{-1}$	$1,5.10^{-2} s^{-1}$	$1,5.10^{-1} s^{-1}$
+20°C	10	15	17	18
-10°C	22	27	28	30
-50°C	30	38	43	45-50
-80°C	60	70	75	80

Tableau IV. 1 Valeurs de R_0 en MPa en fonction de la température et de la vitesse

La plupart des essais sur éprouvettes entaillées et fissurées ayant été réalisés à basse vitesse de sollicitation, la valeur de R_0 considérée dans le calcul sera celle obtenue pour les faibles vitesses ($1,5.10^{-4} s^{-1}$).

B.II.2 Hypothèse sur l'évolution de la porosité

Au chapitre III, des micrographies réalisées sur le PVDF non plastifié ont été présentées. Le résultat principal était la présence de deux types de porosités : des cavités de grande taille (1-2 μm) qui sont habituellement observées dans le PVDF en nombre assez réduit, et de très petites cavités (200 nm de diamètre), jamais mentionnées dans la littérature, qui occupent environ 10% du volume du matériau. Ces cavités sont très probablement situées entre les sphérolites.

Il n'est pas possible de vérifier si la croissance est assurée par toutes ces cavités. En revanche, les travaux de Castagnet ont indiqué que de la germination avait lieu entre les lamelles et entre les sphérolites en cours de déformation [Castagnet, 1998]. Ces cavités de taille plus petites que les cavités initialement présentes doivent certainement se former aussi dans le PVDF non plastifié. Des analyses aux rayons X auraient permis de répondre sans doute à cette question. Cette germination apporte certainement une croissance supplémentaire.

Pour simplifier le modèle, on choisit de ne pas introduire la phase de germination (ajout de paramètres supplémentaires). L'endommagement est alors issu uniquement de la croissance des 10% de porosités initiales. En sachant qu'en réalité toutes les cavités ne vont pas croître, la germination sera prise en compte indirectement dans cette croissance comme complément d'endommagement, en remplacement des cavités qui ne vont pas changer de volume.

B.III Détermination des paramètres de comportement

Les paramètres de comportement, c'est à dire K et n de la loi de Norton, $\dot{p} = \left(\frac{\Phi}{K}\right)^n$ et Q et b du premier écrouissage (cf. équation 19) ont été déterminés sur éprouvettes lisses, et sur éprouvettes entaillées avant l'apparition de l'endommagement. Concernant les éprouvettes lisses, les données prises pour l'identification des paramètres de comportement sont celles obtenues avant l'apparition de la striction. Pour les éprouvettes axisymétriques entaillées, étant donné que l'endommagement débute juste avant la force maximale, on choisit pour l'identification de ne conserver que les courbes jusqu'à ce point limite de chargement.

Il a déjà été mentionné que la paramètre n de la loi de Norton permettait de décrire la non-linéarité de la phase amorphe. Un coefficient n proche de 1 caractérisera un comportement newtonien. K permet de décrire l'intensité de la vitesse de déformation. Par la loi de Norton, les coefficients K et n sont liés, l'identification de l'un impliquant l'identification de l'autre. Les coefficients Q et b décrivent respectivement la contrainte d'écoulement maximale et la vitesse de saturation pour atteindre la contrainte maximale.

B.III.1 Etude de la sensibilité des paramètres de comportement

L'étude de sensibilité des paramètres de comportement va être réalisée sur les éprouvettes lisses, en considérant des paramètres variant de $\pm 20\%$, ou $\pm 50\%$ par rapport à leur valeur choisie pour le modèle. La vitesse de déformation choisie est de $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et la température 20°C . Les simulations sur éprouvettes lisses sont réalisées sur des éléments de volume réduits (8 nœuds, 4 points de Gauss) en conditions de contrainte plane.

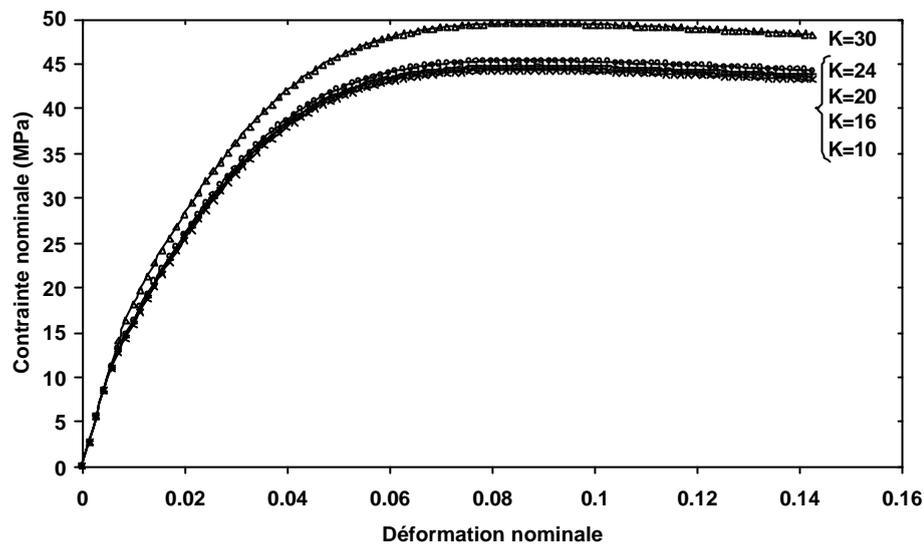


Figure IV.3 Etude de la sensibilité du paramètre K sur éprouvette lisse pour $n=5$, $Q=40$, $b=75$, 20°C , $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

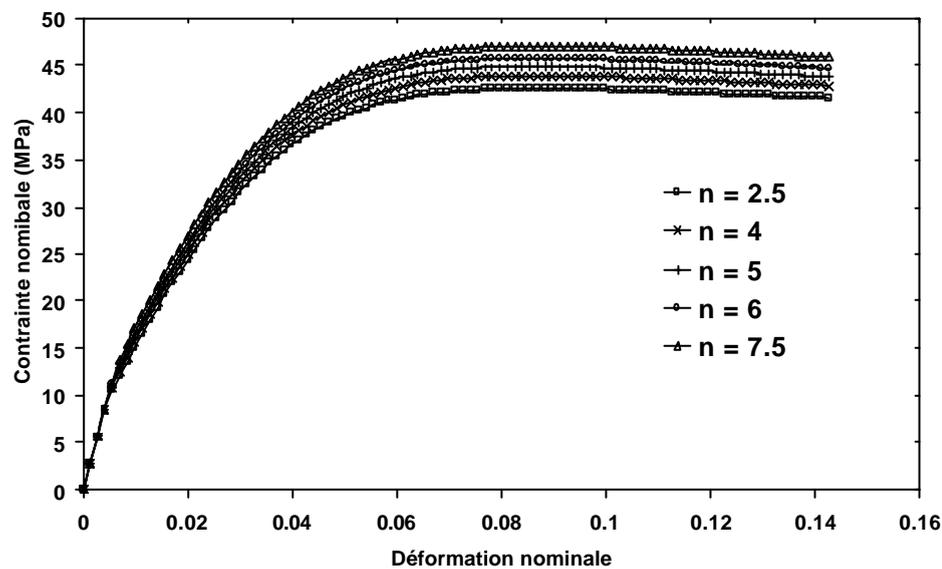


Figure IV.4 Etude de la sensibilité du paramètre n sur éprouvette lisse pour $K=20$, $Q=40$, $b=75$, 20°C , $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

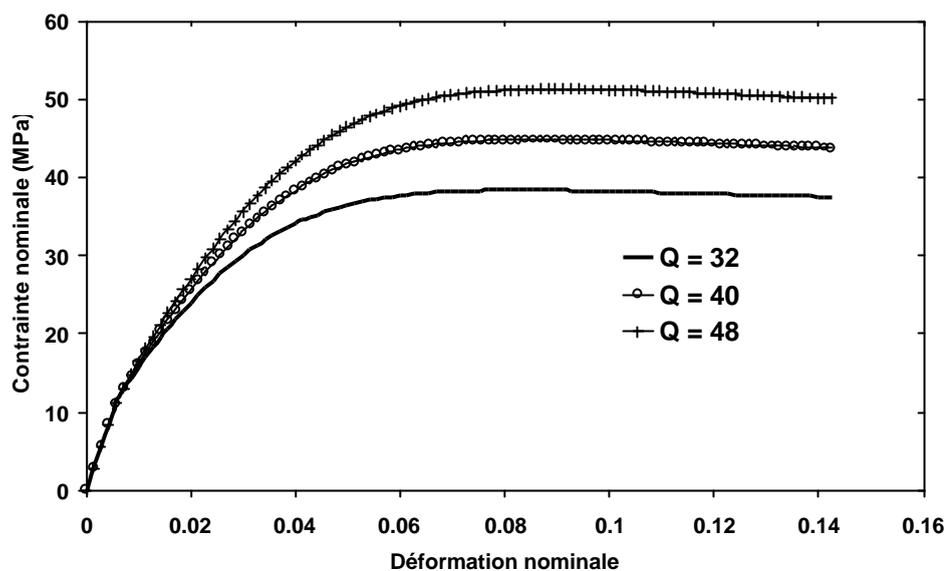


Figure IV.5 Etude de la sensibilité du paramètre Q sur éprouvette lisse pour $K=20$, $n=5$ et $b=75$, 20°C , $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

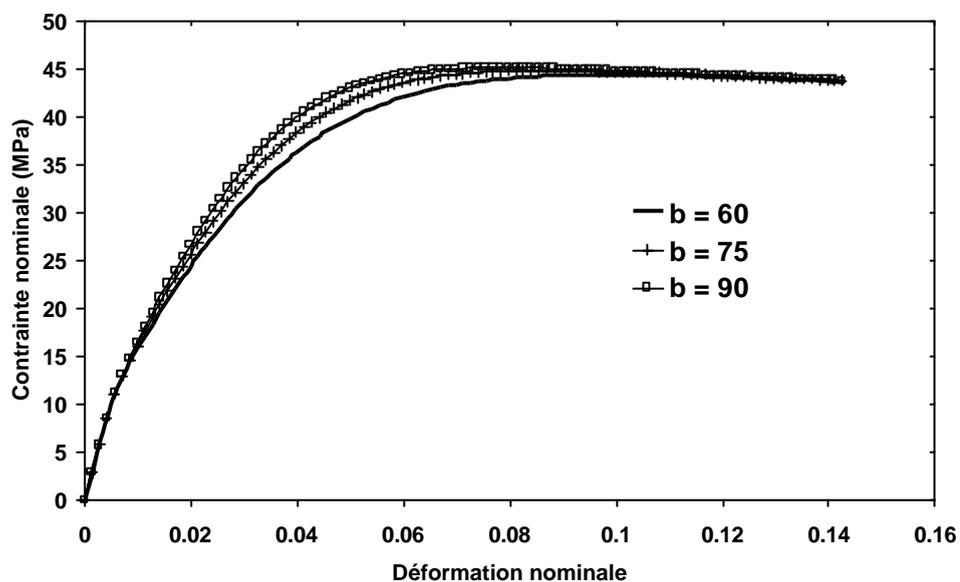


Figure IV.6 Etude de la sensibilité du paramètre b sur éprouvette lisse pour $K=20$, $n=5$, $Q=40$, 20°C , $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

La figure IV.3 indique qu'en dessous de 20, K n'a plus de réelle influence sur la courbe $\mathbf{s}_{nom} - \mathbf{e}_{nom}$. En revanche, au dessus de cette valeur limite, une augmentation de K permet une augmentation de la courbe globale. La valeur de K est surtout importante pour représenter l'écart de contrainte entre des essais réalisés à des vitesses différentes. K est un indicateur de la viscosité du matériau. La figure IV.7 indique les courbes simulées d'éprouvettes lisses à quatre vitesses de déformation différentes, pour deux valeurs de K et à une valeur fixée de n . Une augmentation de K permet d'augmenter la sensibilité à la vitesse de déformation, nécessaire pour différencier des essais réalisés à différentes vitesses. $K = 10$ permet de représenter des comportements avec peu d'effet de la viscosité, il y a peu de différences entre tous les essais réalisés sur quatre décades de vitesse. $K = 50$ permet au contraire d'augmenter de 40% la contrainte maximale entre deux essais séparés par trois décades de vitesse.

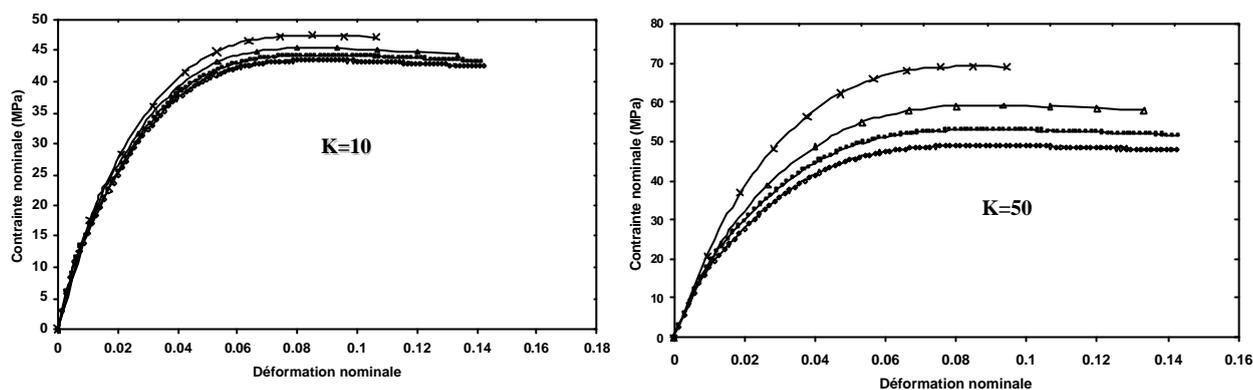


Figure IV.7 Influence du paramètre K pour $n = 5$ sur éprouvettes lisses à différentes vitesses à 20°C

Une augmentation de n , à K fixé, augmente le niveau général des courbes, c'est à dire accroît la rigidité du matériau. Un effet peu sensible de ce paramètre sur les résultats est à noter puisqu'une augmentation de 50% de sa valeur n'augmente que de 5% la valeur de contrainte maximale (cf. Figure IV.4).

L'influence du paramètre Q est par contre très nette puisqu'une augmentation de 20% permet d'augmenter la contrainte maximale de 15%. On rappelle que d'après l'équation d'érouissage, Q permet de rendre compte de la limite asymptotique de la contrainte maximale (cf. Figure IV.5).

Enfin, une augmentation de b permet d'atteindre la contrainte maximale pour un temps t plus grand, ce qui s'explique par la forme de l'érouissage (cf. Figure IV.6).

B.III.2 Optimisation des paramètres de comportement

Après l'étude de sensibilité, les paramètres définitifs ont été choisis à partir des essais sur éprouvettes lisses et éprouvettes entaillées avant l'endommagement. Les paramètres optimisés sont :

$$K = 20 \text{ MPa}, n = 5, R_0 = 10 \text{ MPa}, Q = 40 \text{ MPa}, \text{ et } b = 75$$

Sur la figure IV.8 sont présentés les résultats pour les quatre vitesses de déformations sur les éprouvettes lisses.

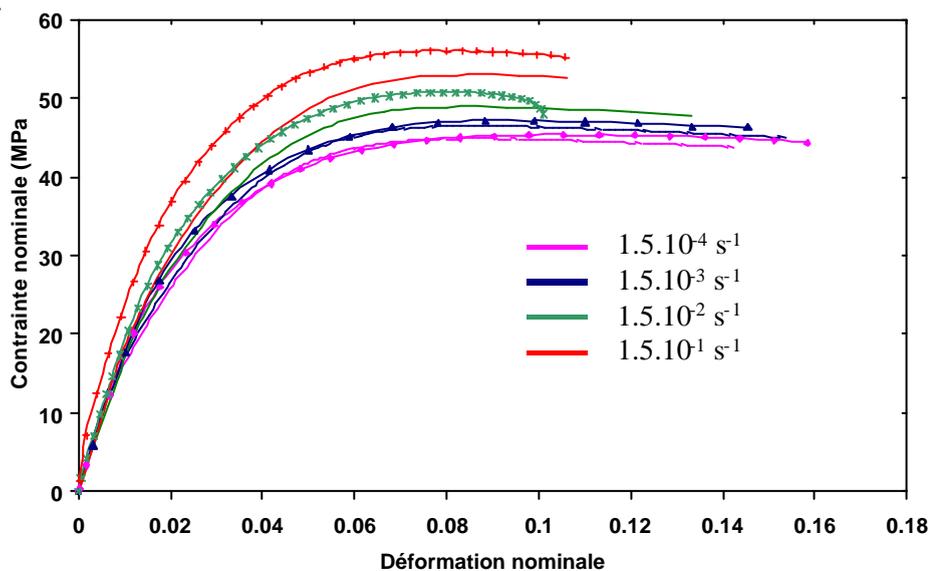


Figure IV.8 Résultats de la simulation du comportement sur éprouvettes lisses à 20°C , à différentes vitesses

Les comparaisons entre les courbes expérimentales (trait + symboles) et les courbes simulées (trait plein) indiquent une bonne correspondance pour les deux plus faibles vitesses de déformation. A plus haute vitesse, les courbes simulées sous-estiment les courbes expérimentales. Il serait possible de représenter toutes les vitesses de déformation en choisissant d'augmenter la valeur de K . On aurait pu également décomposer la vitesse de déformation viscoplastique en deux vitesses comme pour le modèle DDI présenté précédemment, afin de représenter les essais lents et les essais rapides. Ce choix nécessitait néanmoins un plus grand nombre de paramètres à déterminer. On a choisi de conserver $K = 20$ et on justifiera ce choix principalement lors de la modélisation de la propagation en flexion trois points.

B.III.3 Vérification des paramètres de comportement en compression uniaxiale

Des essais de compression uniaxiale sur pion ont été réalisés afin de vérifier la validité du modèle en compression, notamment la pertinence d'une composante de rhéodurcissement. Bien que ce type de chargement ne soit pas critique pour la gaine off-shore étudiée, on choisit néanmoins de vérifier ce que prédit le modèle.

Le maillage en compression est réalisé à partir d'éléments axisymétriques à intégration réduite. Ainsi, seule la moitié de l'éprouvette et la moitié de l'appui sont maillées. Le contact entre l'appui et le pion est réalisé avec un coefficient de frottement estimé à 0.4. Cette valeur est choisie comme étant celle se rapprochant le plus des conditions expérimentales, en sachant qu'une couche de vaseline a été placée entre le pion et l'appui pour éviter d'obtenir un effet tonneau. Compte-tenu de la fluidité de la vaseline, le pion se retrouve expérimentalement très vite en contact avec l'appui, d'où ce coefficient de frottement relativement élevé.

Comme expérimentalement, le déplacement axial et l'augmentation de diamètre sont mesurés par deux capteurs placés dans le premier cas sur un nœud du haut du pion et dans le second cas sur le nœud en bas à droite du pion (cf. *Figure IV.9*). Ces deux positions représentent ainsi les positions moyennes des capteurs lors de l'essai expérimental de compression.

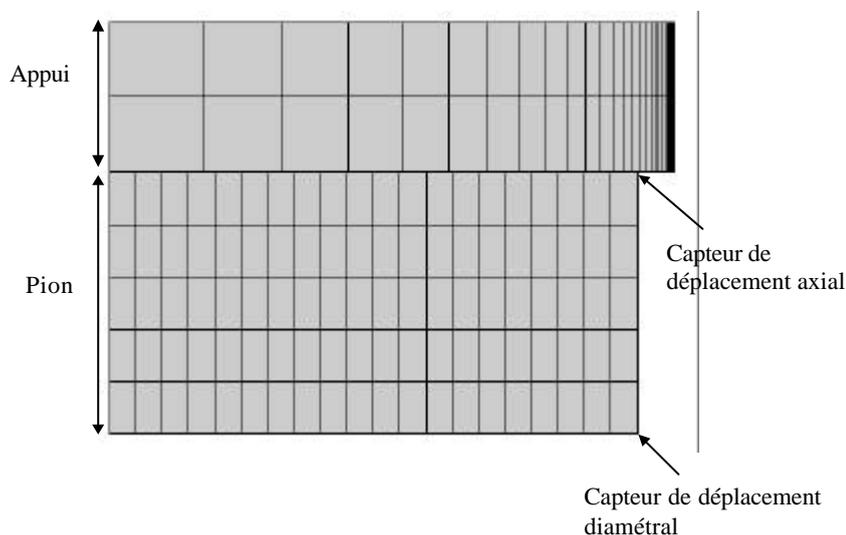


Figure IV.9 Maillage d'un essai de compression uniaxiale avec des éléments axisymétriques

Les particularités liées à l'utilisation du contact seront présentées en détails lors des maillages des éprouvettes de flexion trois points. Simplement, il est important de signaler ici qu'il est nécessaire de mailler très finement la zone de bord du pion en contact avec l'appui. Suivant comment cette zone sera plus ou moins raffinée, les courbes force-déplacement pourront être différentes. Le raffinement du

maillage permet de garantir un contact permanent entre les deux zones, sans que la première interpénètre la seconde.

Les courbes présentées indiquent la force en fonction de l'évolution du diamètre. Les résultats indiquent un écart d'environ 10% sur la valeur finale de la force maximale. On remarque un accord correct entre les déplacements expérimentaux et simulés. En revanche, concernant la force, le modèle sous-estime les valeurs expérimentales (cf. Figure IV.10).

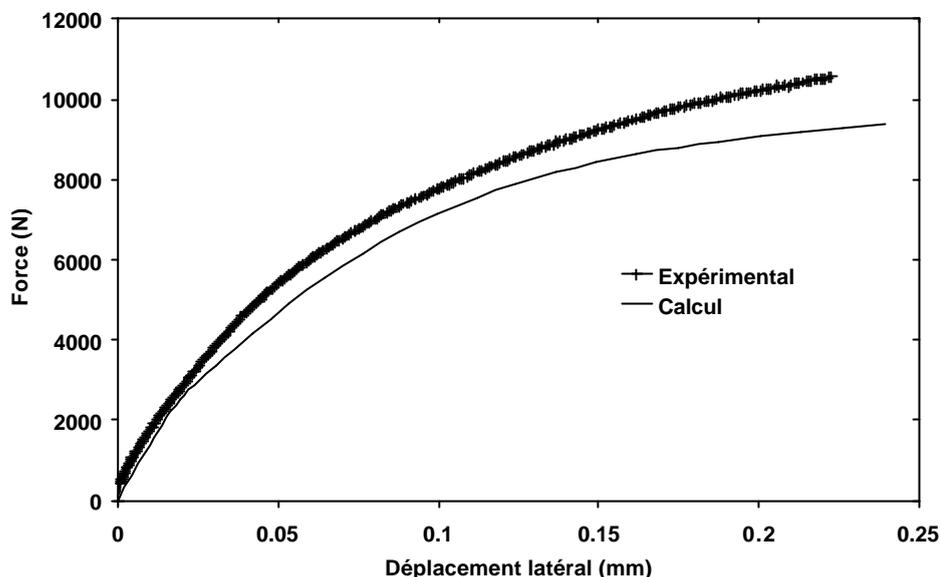


Figure IV.10 Courbes expérimentales-simulées en compression uniaxiale sur pignon, à 20°C, et 0.015 mm/s

Les résultats obtenus en traction et en compression sont comparés pour une même vitesse de sollicitation (0.015 mm/s). La pente viscoélastique est approximativement la même pour les premiers stades de déformation. Une augmentation de la rigidité en compression est observée par rapport à la traction, avec notamment une contrainte maximale plus importante en compression (environ 48 MPa en traction, contre plus de 70 MPa en compression) (cf. Figure IV.11).

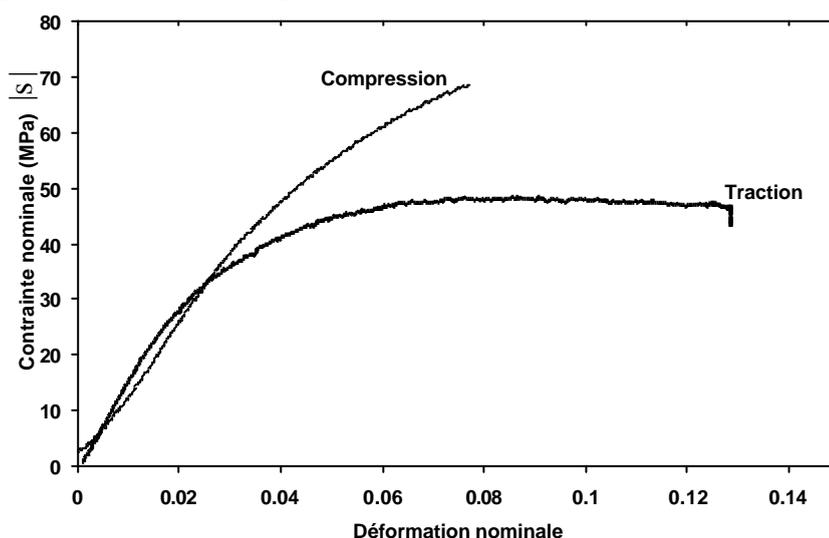


Figure IV.11 Courbes contraintes-déformations nominales expérimentales en traction et compression à 20°C et 0.015 mm/s

En dehors de la zone élastique, on suppose qu'expérimentalement en compression, une partie des cavités peut plus ou moins se refermer sous l'effort appliqué. Cela peut expliquer certainement une

raideur plus importante en compression qu'en traction. A l'inverse de la traction où l'endommagement altère la raideur du matériau, la refermeture des cavités en compression permet de rigidifier le matériau. Le même constat expérimental a été fait par S. Castagnet sur un grade de PVDF plastifié et poreux dû aux conditions d'extrusion.

Au niveau des résultats par éléments finis maintenant, le modèle ne rend pas compte de l'augmentation de rigidité liée à la refermeture des cavités. Au contraire, l'écroutissage étant isotrope, le résultat en compression est quasi-identique au résultat en traction au signe de σ près. La différence est liée à la présence d'un contact qui induit du frottement donc une contrainte maximale légèrement plus élevée. En traction le modèle GTN permet de rendre compte de la croissance des cavités. En compression le modèle rend compte de leur fermeture. Si le calcul n'était pas interrompu, il serait possible d'aller jusqu'à un taux de porosités nul.

Le modèle GTN est en théorie plus pertinent pour des éprouvettes ayant un taux de triaxialité des contraintes supérieur à 1. En dessous de cette valeur, les calculs de cellule qui seront présentés par la suite indiquent que les cavités n'ont plus une forme sphérique mais sont au contraire orientées dans le sens de sollicitation. De plus, étant donné que la contrainte équivalente du modèle est celle de von Mises, pour des essais uniaxiaux, l'effet de la pression hydrostatique sur la fermeture des cavités n'est pas pris en compte.

Concernant le calcul de la variation volumique, il est possible de comparer les résultats expérimentaux et numériques. Expérimentalement, on utilise les deux capteurs servant à mesurer les déplacements latéral et axial pour déterminer la variation de volume. Pour le calcul numérique, on utilise un post-processeur qui sera plus amplement décrit lors du calcul de la variation volumique des éprouvettes axisymétriques entaillées. La figure IV.12 indique la comparaison pour les deux résultats, obtenus pour une vitesse de 0.015 mm/s.

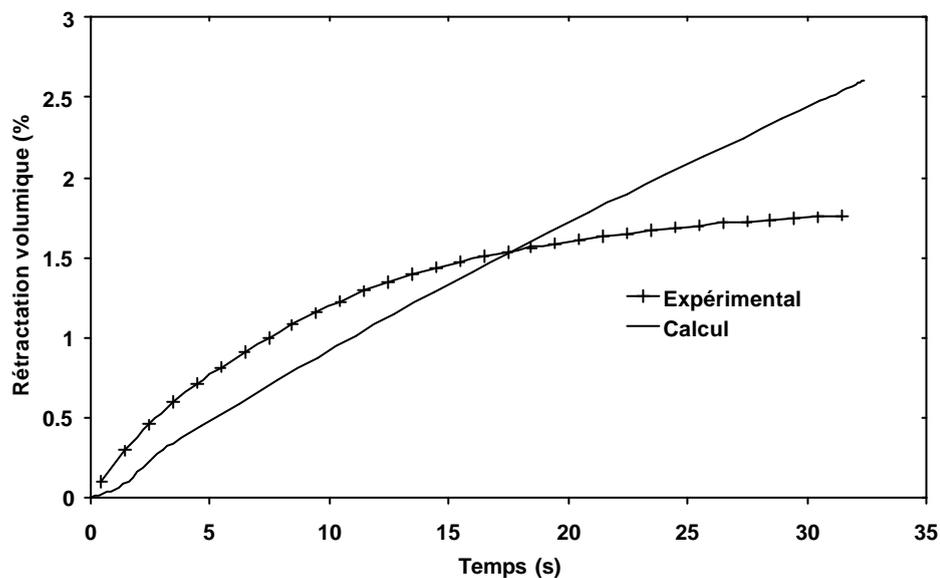


Figure IV.12 Résultats de variation volumique en compression uniaxiale à 20°C et 0.015 mm/s

Il est important de comparer la forme des deux courbes. Le calcul par éléments finis montre une diminution de volume continue et linéaire, indiquant une refermeture sphérique des cavités au fur et à mesure de la déformation. Les résultats expérimentaux indiquent une évolution saturante de la rétractation volumique avec la déformation. Il semble que les cavités se rétractent légèrement, mais qu'au delà d'une certaine limite, le matériau se rigidifie. Ces résultats sont en accord avec les résultats de contrainte-déformation nominales qui indiquaient également une nette rigidification du matériau. Comme on le verra par la suite, le calcul par éléments finis en traction indique une évolution linéaire de l'augmentation de volume. Ainsi, en compression, le modèle ne permettra pas de prendre en compte la rigidification du matériau induit par la refermeture partielle des cavités.