

Modélisation du béton avec ANSYS

A part la question de l'interface acier-béton, la simulation du comportement des structures en béton armé (BA) et en béton précontraint (BP) nécessite aussi un modèle performant du béton. En réalité, la modélisation du béton est une question difficile. Cette difficulté est due à la différence entre le comportement en traction et celui en compression, à la fissuration et à la nature de la surface de limite élastique 3D. Actuellement, les logiciels d'éléments finis populaires comme ABAQUS, ANSYS, Castem... disposent de quelques modèles du béton mais aucun n'est totalement satisfaisant.

Ce chapitre a pour but d'analyser et d'évaluer la capacité des différents modèles de ANSYS pour la modélisation du béton. En considérant les avantages et les inconvénients de chaque modèle, les meilleurs modèles seront sélectionnés pour répondre les critères suivants :

- Reproduire la description du comportement 1D du béton dans l'Eurocode II.
- Simuler le comportement 3D du béton (la nonlinéarité, la fissuration, la différence entre la traction et la compression)
- Modéliser le comportement global des structures (relation force-flèche, mode de rupture, position de rupture)
- Être capable de prendre en compte la variation des propriétés mécaniques du béton en fonction de la température.

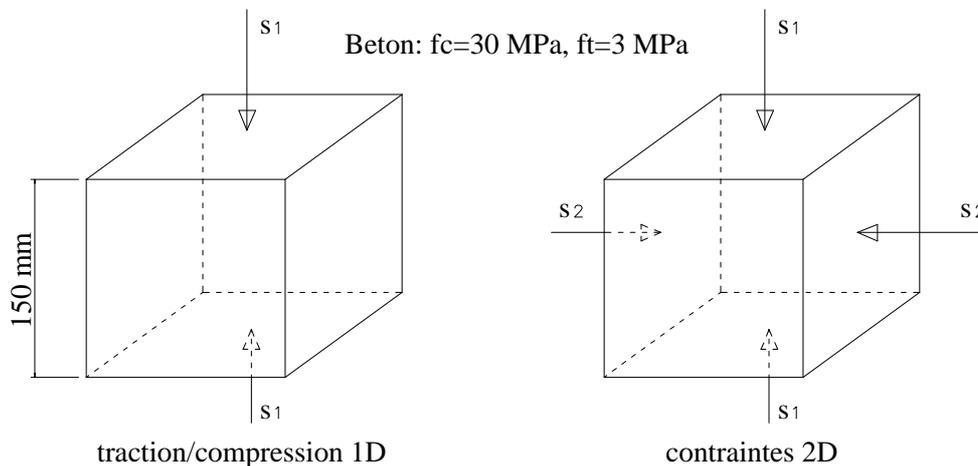


Figure 3.1

Eprouvette du béton et les schémas de chargement appliqué dans la simulation

Dans les sections suivantes, on va présenter des modèles de matériau non linéaires qui peuvent être utilisés pour le béton. Et puis, on aborde l'adaptation de chaque modèle à la simulation du béton. Ensuite, les avantages et les inconvénients des modèles sont mis en

évidence par la simulation numérique d'un cube du béton chargé selon la Figure 3.1. Enfin, les bons modèles sont appliqués à l'analyse d'une poutre en béton armé pour trouver les meilleurs modèles pour le calcul des structures.

3.1 Modèles plastiques

Dans la simulation numérique non linéaire, les modèles de matériau développés dans le cadre de la théorie de plasticité sont souvent plus stables que ceux développés dans le cadre de la théorie de l'endommagement. C'est pourquoi, on étudie tout d'abord les modèles plastiques du code ANSYS.

3.1.1 Les modèles « Extended Drucker-Prager » (EDP)

Le modèle de Drucker-Prager et les modèles dérivés du critère de Drucker-Prager sont beaucoup utilisés dans la modélisation des géo-matériaux. Dans ANSYS, les modèles «EDP» résultent d'une extension du modèle de Drucker Prager classique. Leur surface de charge et leur potentiel plastique peuvent avoir une forme linéaire ou curviligne. En plus, ils tiennent compte d'un écrouissage non linéaire isotrope.

3.1.1.1 Caractéristiques des modèles EDP du code ANSYS [19]

a) Modèles EDP avec surface de charge linéaire et hyperbolique [19]

Les deux formes de la surface de charge sont les suivantes :

- Forme linéaire

$$F = q + \alpha \cdot \sigma_m - \sigma_y(\hat{\epsilon}_{pl}) = 0 \quad (3.1)$$

avec

$$q = \sqrt{3J_2} ; J_2 \text{ est le } 2^{\text{e}} \text{ invariant du tenseur déviatorique } \underline{\underline{S}}$$

$$\alpha = \frac{6 \sin(\varphi)}{3 - \sin(\varphi)} ; \varphi \text{ est l'angle de frottement interne}$$

$\sigma_y(\hat{\epsilon}_{pl})$ est la limite plastique de matériau

$\hat{\epsilon}_{pl}$ est la déformation plastique équivalente

- Forme hyperbolique

$$F = \sqrt{a^2 + q^2} + \alpha \sigma_m - \sigma_y(\hat{\epsilon}_{pl}) = 0 \quad (3.2)$$

avec

$a > 0$ coefficient lié à la forme de surface

L'écoulement plastique peut être associé ou non associé. En cas de plasticité non associée, le

potentiel plastique est respectivement:

$$Q = q + \alpha_f \cdot \sigma_m - \sigma_y(\hat{\epsilon}_{pl}) = 0 \quad (3.3)$$

dans le cas linéaire, et

$$Q = \sqrt{a^2 + q^2} + \alpha_f \cdot \sigma_m - \sigma_y(\hat{\epsilon}_{pl}) = 0 \quad (3.4)$$

dans le cas hyperbolique, avec $\alpha_f \neq \alpha$

Ces modèles peuvent reproduire la plasticité parfaite ou l'érouissage multi linéaire exprimé par la relation entre $\sigma_y(\hat{\epsilon}_{pl})$ et $\hat{\epsilon}_{pl}$.

b) Modèle EDP CAP [19]

Contrairement aux deux modèles précédents, la surface de charge EDP de ce modèle est limitée par deux « caps » : « cap » de traction et « cap » de compression. Les paramètres et les formulations de ce modèle sont exprimés en fonction des invariants du tenseur de contrainte : I_1, J_2, J_3 .

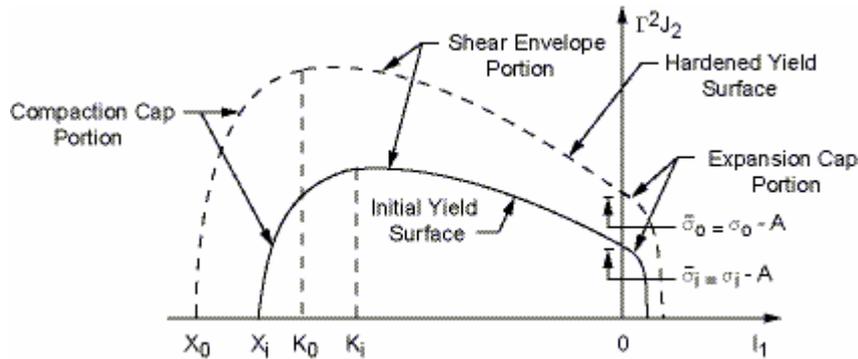


Figure 3.2

Section méridienne de la surface de charge du modèle « CAP » [19]

La section méridienne de la surface de charge mixte est illustrée sur la Figure 3.2. Elle se compose de trois parties : enveloppe de cisaillement, « cap » de compression et « cap » de traction. La formule combinée de la surface de charge est présentée dans l'équation (3.5). Ici, Γ, Y_C, Y_T, Y_S sont les fonctions qui caractérisent la forme de la surface de charge.

$$\begin{aligned} Y(\sigma, K_0, \sigma_0) &= Y(I_1, J_2, J_3, K_0, \sigma_0) \\ &= \Gamma^2(J_2, J_3, \psi) \cdot J_2 - Y_C(I_1, K_0, \sigma_0) \cdot Y_T(I_1, \sigma_0) \cdot Y_S^2(I_1, \sigma_0) = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

La fonction de l'enveloppe de cisaillement EDP est présentée dans l'équation (3.6). La géométrie de cette surface est illustrée sur la Figure 3.3. Dans le cas où $A = 0$, elle exprime

exactement le critère de Drucker Prager. Le terme $A.e^{\beta^Y \cdot I_1}$ a pour but de courber la surface de Drucker Prager pour la faire conformer à la fois au cas de cisaillement simple et au cas de compression bi axiale:

$$Y_S(I_1, \sigma_0) = \sigma_0 - \alpha^Y \cdot I_1 - A.e^{\beta^Y \cdot I_1} \quad (3.6)$$

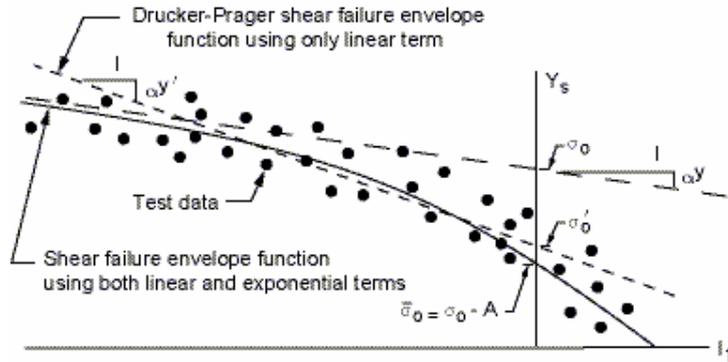


Figure 3.3

Fonction de l'enveloppe de cisaillement [19]

Les fonctions du « cap » de compression et de celui de traction sont données dans les équations (3.7), (3.8) . Elles sont illustrées sur la Figure 3.4 La plasticité se produit sur le « cap » de compression quand $I_1 < K_0$ et sur le « cap » de traction quand $I_1 > 0$.

$$Y_C(I_1, K_0, \sigma_0) = 1 - H(K_0 - I_1) \left(\frac{I_1 - K_0}{R_C^Y \cdot Y_S(K_0, \sigma_0)} \right)^2 \quad (3.7)$$

$$Y_T(I_1, \sigma_0) = 1 - H(I_1) \left(\frac{I_1}{R_T^Y \cdot Y_S(0, \sigma_0)} \right)^2 \quad (3.8)$$

avec

H : Heaviside fonction

R_C^Y : taux de $K_0 - X_0$ par rapport à $Y_S(K_0, \sigma_0)$

R_T^Y : taux de $f_T^{triaxiale}$ par rapport à $Y_S(0, \sigma_0)$

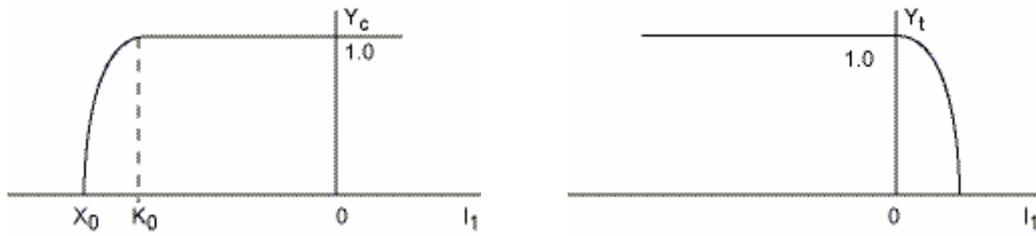


Figure 3.4

Fonctions du « cap » de compression (à gauche) et du « cap » de traction (à droite) [19]

La forme de la section transversale est déterminée par l'équation (3.9). Cette fonction prend en compte la dépendance de la limite plastique en fonction du déviateur de contrainte et du troisième invariant. Cette dépendance est illustrée clairement sur la Figure 3.5.

$$\Gamma(\beta, \psi) = \frac{1}{2} \left(1 + \sin(3\beta) + \frac{1}{\psi} \cdot (1 - \sin 3\beta) \right) \quad (3.9)$$

avec

$$\beta = -\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3}{2 \cdot J_2^{3/2}} \right)$$

ψ est le taux de la résistance de traction tri axiale par rapport à la résistance de compression

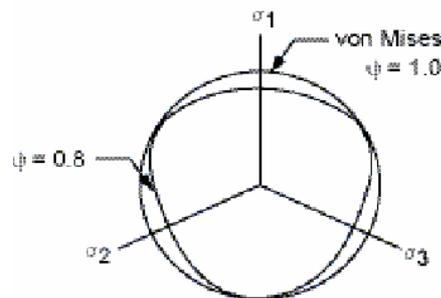


Figure 3.5

Section transversale de la surface de charge [19]

Ce modèle permet aussi de modéliser l'érouissage de la surface de charge. Cela est fait d'une part, avec la loi $\bar{\sigma}_0(\gamma^p)$ qui exprime la variation de la résistance de cisaillement simple $\bar{\sigma}_0$ en fonction de la déformation plastique déviatorique effective γ^p et d'autre part, avec la loi

qui exprime la variation de la résistance de compression tri axiale X_0 en fonction de la déformation plastique volumique ε_v^p selon la formule (3.10) :

$$\varepsilon_v^p = W_1^c \cdot \left(e^{(D_1^c - D_2^c)(X_0 - X_i)} - 1 \right) \quad (3.10)$$

avec

W_1^c déformation plastique volumique maximale possible

X_i résistance compressive tri axiale initiale

D_1^c, D_2^c sont les constants à déclarer du modèle

3.1.1.2 Evaluation

a) Modèle EDP avec la surface de charge linéaire

Avec la forme linéaire, la surface de charge n'a que deux paramètres σ_Y et α . Elle ne peut pas bien simuler tous les états de contrainte à la fois.

On considère tout d'abord la traction uni axiale et la compression uni axiale. Pour que le modèle simule bien la résistance dans ces cas, il faut :

$$f_c - \alpha \cdot \frac{f_c}{3} - \sigma_Y = 0 \quad (3.11)$$

$$f_t + \alpha \cdot \frac{f_t}{3} - \sigma_Y = 0 \quad (3.12)$$

Ces équations permettent de trouver :

$$\sigma_Y = \left(1 - \frac{\alpha}{3} \right) \cdot f_c \quad (3.13)$$

$$\alpha = \frac{3(f_c - f_t)}{f_c + f_t} \quad (3.14)$$

Pour le béton, $f_t = 6$ à $10\% f_c$. Ainsi, la valeur de α varie de 2,45 à 2,66 et la valeur de l'angle de frottement φ varie de 60° à 70° . Malheureusement, avec ces valeurs, la surface de charge ne peut pas modéliser la résistance en compression bi axiale. En effet, l'état de contrainte dans ce cas est suivant:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} -\sigma_{cb} & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_{cb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\Rightarrow q = \sqrt{3 \cdot J_2} = \sigma_{cb}, \sigma_m = -2\sigma_{cb} / 3$$

La surface de charge dans ce cas est suivante:

$$\begin{aligned} \sigma_{cb} - \alpha \cdot \frac{2 \cdot \sigma_{cb}}{3} - \sigma_Y &= 0 & (3.16) \\ \Leftrightarrow \left(1 - \frac{2\alpha}{3}\right) \cdot \sigma_{cb} - \sigma_Y &= 0 \end{aligned}$$

Evidemment, avec $\alpha = 2,45$ à $2,66$, la partie gauche de l'équation (3.16) n'est jamais égale à zéro. C'est-à-dire, la plasticité en compression 2D ne se produit jamais, ce qui n'est pas vrai en réalité. Cela peut être expliqué de façon géométrique : quand l'angle de frottement $\varphi = 60^\circ$ à 70° , la surface de cône de Drucker Prager n'a pas d'intersection avec la plan $(\sigma_1, \sigma_2, 0)$ dans l'espace des contraintes principales. La plasticité n'a donc pas lieu quand les contraintes sont en état 2D.

Si on veut que le modèle simule bien le comportement 2D du béton en compression, l'équation (3.16) nous permet de trouver la condition de α :

$$\left(1 - \frac{\alpha \cdot 2}{3}\right) > 0 \Leftrightarrow \alpha < 1,5 \quad (3.17)$$

La valeur raisonnable de α est souvent de 1,2 et l'angle de frottement correspondant est de 30° . Cependant, ces valeurs entraînent une grande valeur de la résistance de traction. Par exemple, si $f_c = 60MPa$, la résistance de traction $f_t = 17MPa$, qui est fausse pour le béton.

En conclusion, ce modèle n'est pas convenable pour le béton.

b) Modèle EDP avec la surface de charge hyperbolique

Contrairement au modèle précédent, la forme hyperbolique de ce modèle dispose d'un paramètre de plus a pour courber le sommet du cône Drucker-Prager. Cela permet d'obtenir une résistance f_t petite sans imposer une grande valeur de α . Les conditions de charge en compression et traction uni axiales sont respectivement,

$$F = \sqrt{a^2 + f_c^2} - \frac{\alpha}{3} \cdot f_c - \sigma_y = 0 \quad (3.18)$$

et

$$F = \sqrt{a^2 + f_t^2} + \frac{\alpha}{3} \cdot f_t - \sigma_y = 0 \quad (3.19)$$

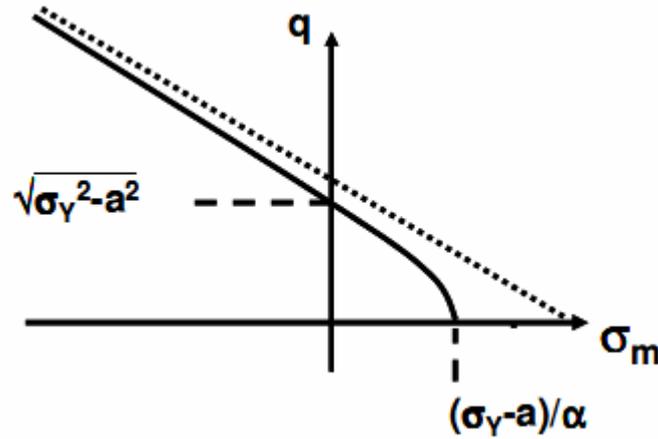


Figure 3.6

Section méridienne de la surface de charge EDP hyperbolique

Les équations (3.18) et (3.19) permettent de déterminer les deux paramètres σ_Y et a en fonction de f_c , de f_t et de α :

$$\sigma_Y = \frac{\left(3 - \frac{\alpha^2}{3}\right) \cdot (f_c^2 - f_t^2)}{2 \cdot \alpha \cdot (f_c - f_t)} \quad (3.20)$$

$$a = \sqrt{\left(\sigma_Y + \frac{\alpha}{3} \cdot f_c\right)^2 - f_c^2} \quad (3.21)$$

La question restante est de trouver la valeur de α pour que la surface de charge modélise bien d'autres états de contrainte. Considérons la compression bi axiale : la condition de charge est la suivante:

$$F = \sqrt{a^2 + f_{cb}^2} - \frac{2\alpha}{3} \cdot f_{cb} - \sigma_y = 0 \quad (3.22)$$

Comme discuté dans la partie (a), il faut tout d'abord que $\alpha \leq 1,5$. Et puis, avec chaque valeur de α , les paramètres σ_Y et a sont déterminés à l'aide des équations (3.20), (3.21). La résistance f_{cb} est ensuite calculée grâce à l'équation (3.22). Tous ces calculs ont été faits dans Excel pour deux types du béton : le premier a $f_c = 60MPa$ et $f_t = 4MPa$, le deuxième a $f_c = 30MPa$ et $f_t = 3MPa$. La résistance en compression bi axiale calculée est représentée sur la Figure 3.7. On trouve que la résistance en compression bi axiale modélisée est beaucoup plus grande que la valeur réelle. L'erreur minimale de calcul possible est de $\frac{114-72}{72} = 58\%$ pour le 1^e cas et de $\frac{57-36}{36} = 58\%$ pour le 2^e cas. En conclusion, le

modèle EDP avec la forme hyperbolique n'est pas non plus convenable à la simulation du béton.

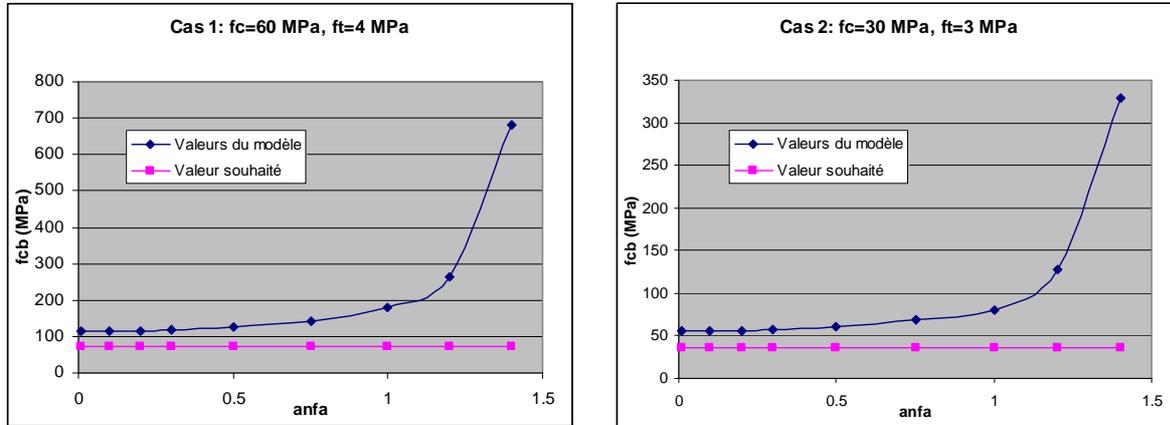


Figure 3.7

Résistance bi axiale calculée comparée avec valeur réelle

c) *Modèle EDP CAP*

Contrairement aux modèles précédents, la formulation du modèle EDP CAP permet de prendre en compte la résistance de plusieurs états de contrainte : compression uni axiale, compression bi axiale et tri axiale, traction, cisaillement simple.

Considérons tout d'abord la zone $K_0 \leq I_1 \leq 0$ où la surface de charge est l'enveloppe EDP. Elle a des paramètres : β^Y , A , α^Y , σ_0 . En mettant $\psi = 1 \Rightarrow \Gamma = 1$, la condition de charge est comme suivante :

$$\begin{aligned}
 Y(\sigma, K_0, \sigma_0) &= J_2 - Y_S^2(I_1, \sigma_0) = 0 & (3.23) \\
 \Leftrightarrow \sqrt{J_2} &= Y_S(I_1, \sigma_0) = \sigma_0 - \alpha^Y \cdot I_1 - A \cdot e^{\beta \cdot I_1} \\
 \Leftrightarrow F &= \sqrt{J_2} + \alpha^Y \cdot I_1 + A \cdot e^{\beta \cdot I_1} - \sigma_0 = 0
 \end{aligned}$$

Dans cette zone, la surface de charge doit prendre en compte la résistance de compression uni axiale f_c , la résistance de compression bi axiale f_{cb} et la résistance de cisaillement simple f_Y . En appliquant la condition de charge à ces trois cas, on a :

$$\frac{f_c}{\sqrt{3}} - \alpha^Y \cdot f_c + A \cdot e^{-\beta^Y \cdot f_c} - \sigma_0 = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{f_{cb}}{\sqrt{3}} - 2\alpha^Y \cdot f_{cb} + A \cdot e^{-2\beta^Y \cdot f_{cb}} - \sigma_0 = 0 \quad (3.25)$$

$$f_Y + A - \sigma_0 = 0 \quad (3.26)$$

Le paramètre α^Y décrit la forme de la surface de charge dans la zone où la contrainte hydrostatique est grande. Pour le béton, la surface de charge dans cette zone est assez proche de celle de Von-Mises. Ainsi, la valeur raisonnable de α^Y se trouve dans la gamme $0^\circ < \alpha^Y < 10^\circ$. Avec chaque valeur de α^Y , les trois équations (3.24), (3.25) et (3.26) permettent de trouver les trois autres paramètres β^Y , A , σ_0 .

Quand $0 \leq I_1$, la surface de charge est le « cap » de traction qui a un paramètre R_T^Y . Il est déterminé en appliquant la condition de charge à la traction uni axiale. On a :

$$Y(\sigma, K_0, \sigma_0) = J_2 - \left(1 - \left(\frac{I_1}{R_T^Y \cdot Y_S(0, \sigma_0)} \right)^2 \right) \cdot Y_S^2(I_1, \sigma_0) = 0 \quad (3.27)$$

avec

$$J_2 = \frac{f_t^2}{3}$$

$$I_1 = f_t$$

$$Y_S(I_1, \sigma_0) = \sigma_0 - \alpha^Y \cdot f_t - A \cdot e^{\beta^Y \cdot f_t}$$

$$Y_S(0, \sigma_0) = \sigma_0 - A$$

Quand $I_1 \leq K_0$, la surface de charge est le « cap » de compression qui a les paramètres X_i et R_C^Y . Ces valeurs sont déterminées en se basant sur les données expérimentales de la compression tri axiale. Elles ne sont pas nécessaires dans le cadre de cette thèse où des poutres et des dalles en béton sont les objets d'analyse. La contrainte dans ces structures est principalement en état 2D.

Dans la simulation numérique du cube de béton (voir la Figure 3.1) pour tester le modèle, les propriétés du béton sont : $f_c = 30MPa$, $f_{cb} = 1,15 \cdot f_c$, $f_t = 3MPa$ et $\epsilon_{c1} = 0,0025$. Pour la résistance de cisaillement, elle est souvent un peu plus inférieure à f_t . Dans cette simulation, elle est prise à $f_Y = 3MPa$. Les démarches de calcul présentées ci-dessus permettent de trouver les paramètres du modèle: $\alpha^Y = 0,05$, $\beta^Y = 0,1$, $A = 13,48$, $\sigma_0 = 16,48$ et $R_T^Y = 2,47$.

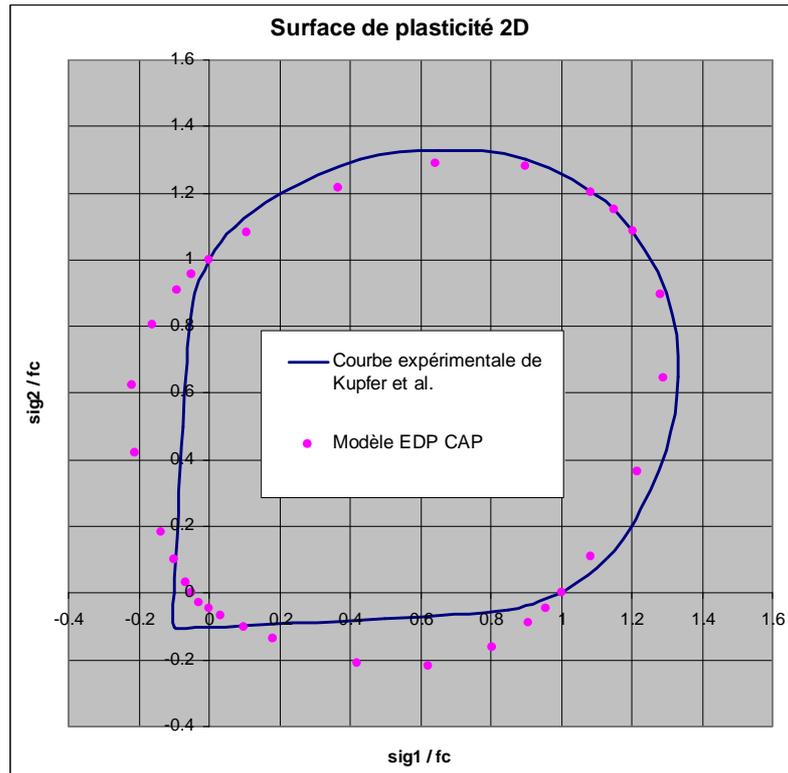


Figure 3.8

Résistance du béton en état de contrainte 2D

Les résultats de la simulation sur la Figure 3.8 montrent la résistance du béton selon différents scénarios de chargement 2D. On trouve que le modèle marche très bien quand les deux contraintes sont en compression.

En revanche, les résultats de calcul sont moins bons quand une ou deux directions sont en traction. Les deux points de calcul qui coïncident avec les résultats d'essai sont les points de coordonnées $(0,1;-0,1)$ et $(-0,1;0,1)$. Ils correspondent à l'état de contrainte en cisaillement simple. Pour les autres points, l'erreur de calcul par rapport aux données expérimentales est très grande.

Concernant la loi d'écroutissage $\bar{\sigma}_0(\gamma^p)$, les résultats de simulation ont prouvé qu'elle ne convient pas à l'écroutissage du béton. Ainsi, dans la modélisation du béton, ce modèle est limité à un comportement élastique parfaitement plastique.

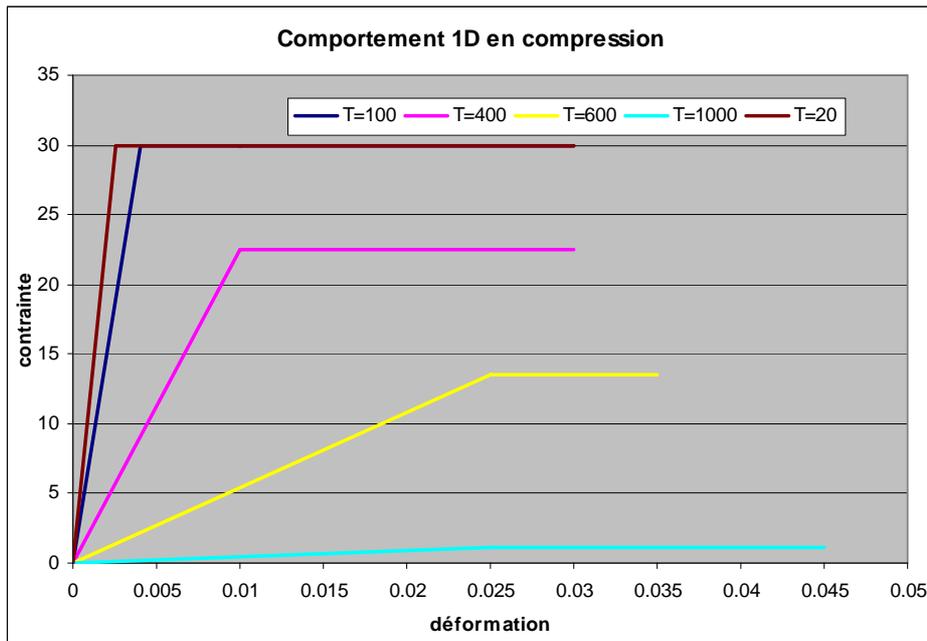


Figure 3.9

Comportement du béton en compression 1D à différentes températures

La Figure 3.9 confirme une bonne capacité du modèle dans la prise en compte de la variation des propriétés (la résistance et le module d'Young) du béton à haute température.

En conclusion, ce modèle est le plus performant parmi les modèles plastiques EDP. Toutefois, ses inconvénients peuvent causer de grandes erreurs dans le calcul des structures. Sa performance va être évaluée dans la section 3.3.

3.1.2 Modèle plastique Cast Iron

3.1.2.1 Caractéristiques du modèle

Ce modèle a une surface de charge mixte pour prendre en compte la différence entre le comportement en traction et celui en compression. Le comportement en traction est dépendant de la contrainte hydrostatique et respecte le critère de contrainte maximale de Rankine. Le comportement en compression est indépendant de la contrainte hydrostatique et respecte le critère de Von-Mises.

Les fonctions pour le critère de Rankine et pour le critère de Von Mises sont respectivement suivantes :

$$\frac{2}{3}\cos(\theta)\sigma_e + p + \sigma_t = 0 \quad (3.28)$$

$$\sigma_e - \sigma_c = 0 \quad (3.29)$$

avec

$$p = \frac{I_1}{3}$$

$$\sigma_e = \sqrt{3J_2}$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right)$$

J_2, J_3 sont les invariants du tenseur déviatorique \underline{s}

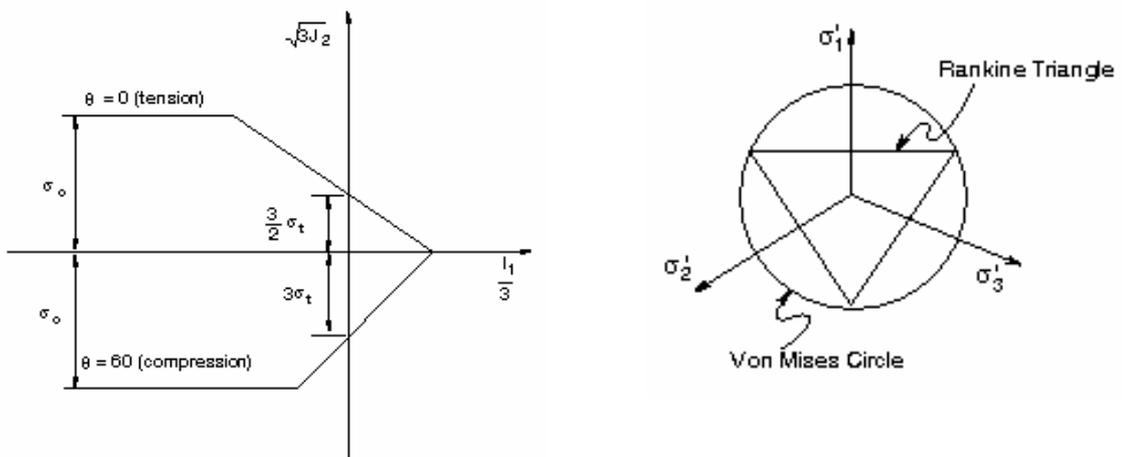


Figure 3.10

Section méridienne et transversale de la surface de charge [19]

Le potentiel plastique est défini selon les équations (3.30), (3.31). Ce modèle permet aussi de définir deux différentes lois d'écroutissage : l'une pour la compression et l'autre pour la traction (voir la Figure 3.11).

$$\frac{(p-Q)^2}{c^2} + \sigma_e^2 = 9.Q^2, \text{ for } p \geq -\frac{\sigma_c}{3} \quad (3.30)$$

$$Q = \sigma_e - \sigma_c = 0, \text{ for } p < -\frac{\sigma_c}{3} \quad (3.31)$$

avec

$$c = \sqrt{\frac{9.(1-2\nu^{pl})}{5+2\nu^{pl}}}$$

ν^{pl} est le coefficient de Poisson plastique $\nu^{pl} < 0,5$

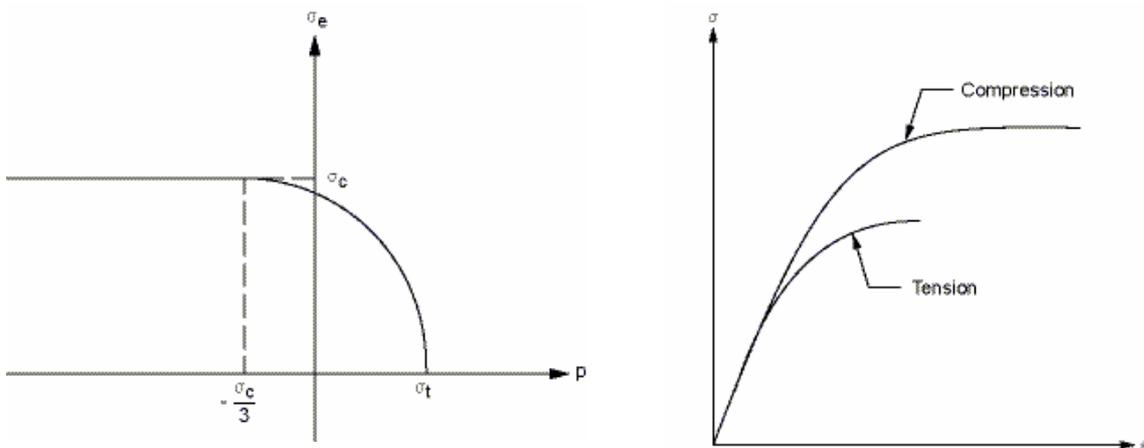


Figure 3.11

Potentiel plastique (gauche) et lois d'écrouissage (droite) [19]

3.1.2.2 Adaptation à la simulation du béton

Il s'agit d'identifier les lois d'écrouissage en traction et en compression et de définir le coefficient de Poisson plastique.

En compression, la loi d'écrouissage exprime la relation entre la contrainte de compression uni axiale σ_c et la déformation plastique équivalente $\hat{\epsilon}^{pl}$. Tout d'abord, on va déterminer la relation entre $\hat{\epsilon}^{pl}$ et la déformation compressive plastique uni axiale ϵ_{11}^{pl} . Au cours de la phase de plasticité, on a :

$$\Delta \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{pl} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}} = \lambda \frac{1}{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}} \partial \left(\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} : \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} - \sigma_c(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl})} \right) = \lambda \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} : \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}}} \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} \right) \quad (3.32)$$

Dans le cas de compression uni axiale, le tenseur de déformation a la forme suivante :

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{33} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

A partir de l'équation (3.23) on a :

$$\Rightarrow \Delta \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{pl} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{11}^{pl} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{22}^{pl} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{33}^{pl} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

A partir de l'équation (3.32), on peut déduire :

$$\Rightarrow \Delta \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{pl} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Combinant les équations (3.34) et (3.35), on obtient la relation suivante :

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Delta \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{pl} : \Delta \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{pl} = \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{11}^{pl} \quad (3.36)$$

$$\Rightarrow \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \boldsymbol{\varepsilon}_{11}^{pl}$$

Ce résultat nous permet de conclure que la loi d'écroutissement en compression à considérer est exactement la loi du comportement 1D du béton $\sigma_c(\boldsymbol{\varepsilon}_{11}^{pl})$.

En traction, on peut supposer que le béton est élastique avant d'atteindre la limite plastique.

La variation des propriétés du béton à haute température est prise en compte en déclarant les deux lois ci-dessus à différents points de température.

3.1.2.3 Evaluation

Tout d'abord, après la simulation, on peut affirmer qu'un écroutissement négatif donne des

résultats incorrects. C'est-à-dire, comme les autres modèles plastiques, ce modèle ne peut pas simuler la rupture du béton.

Le premier avantage du modèle est qu'il modélise bien le comportement du béton en traction ainsi qu'en compression avant d'atteindre la résistance maximale. La Figure 3.12 montre cet avantage pour le cas 1D.

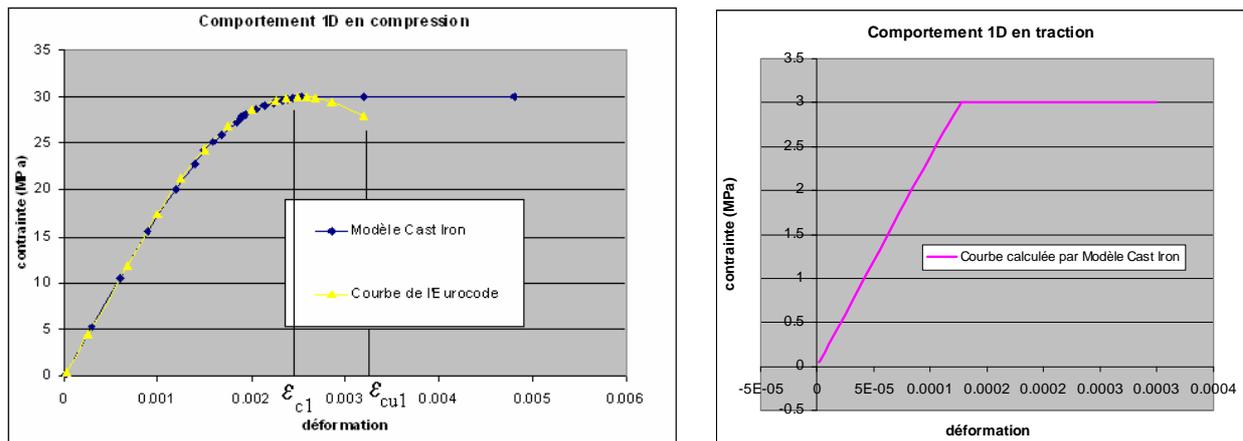


Figure 3.12

Relation contrainte-déformation 1D

Après avoir atteint sa résistance maximale, le béton est en plasticité parfaite. Cela permet de modéliser approximativement la phase de ductilité du béton en compression qui se produit de la déformation ϵ_{c1} à la déformation ϵ_{cu1} . Par ailleurs, en traction, malgré que cette phase de plasticité parfaite n'est pas vraie mais elle n'influence pas beaucoup le comportement global de la structure parce que la contribution de la résistance de traction du béton à la capacité portante de la structure est très petite par rapport à la contribution de l'acier.

Pour le modèle Cast Iron, son grand avantage, qui n'existe pas dans tous les modèles plastiques précédents, est qu'il modélise bien la résistance du béton en état de contraintes 2D. La Figure 3.13 présente un bon accord entre les valeurs simulées et celles de l'essai de Kupfer et al. [20]. Quand les deux contraintes sont en compression, la résistance calculée est différente de 0% à 15% par rapport à la valeur expérimentale. Pour d'autres cas, la résistance est exactement simulée.

Finalement, les résultats sur la Figure 3.14 montrent la capacité du modèle dans la modélisation du béton à haute température. Les courbes de comportement ainsi que les résistances calculées par la simulation se conforment bien aux descriptions dans l'Eurocode II-1-2.

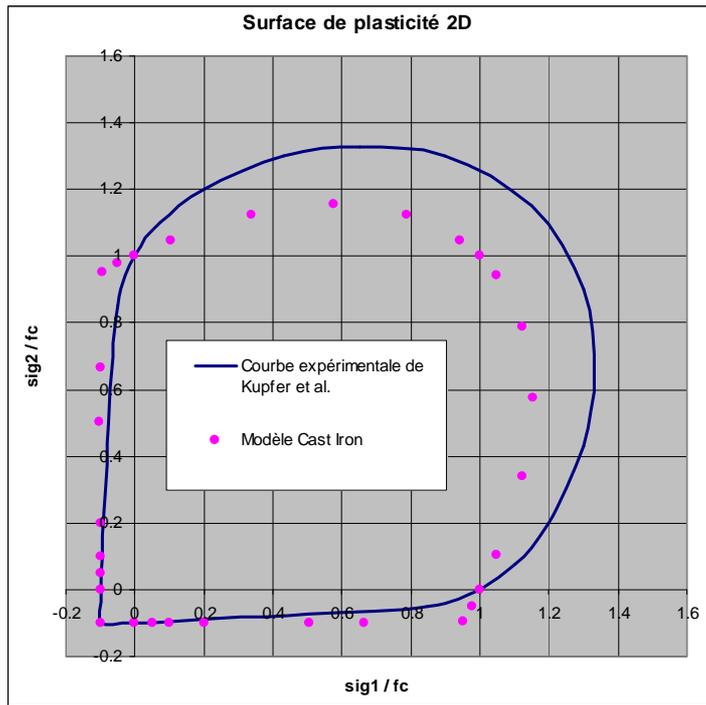


Figure 3.13

Résistance du béton en état de contrainte 2D (calcul & essai)

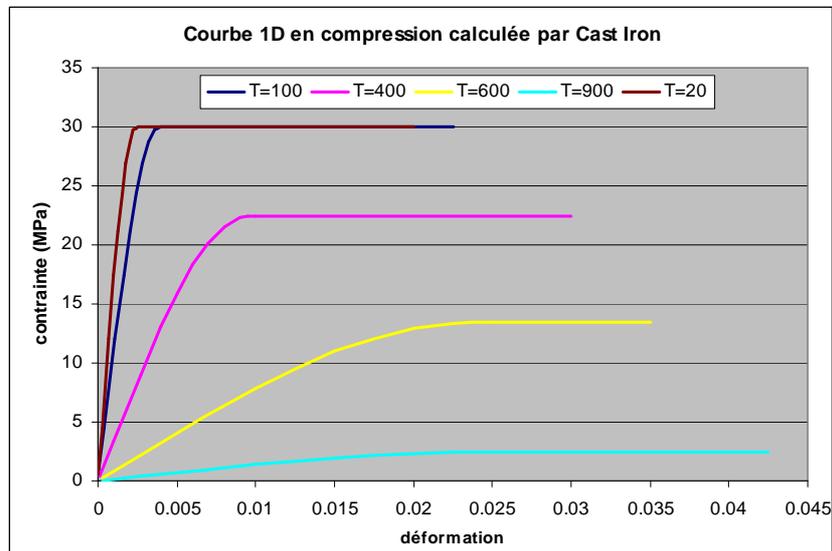


Figure 3.14

Courbes de comportement de calcul à différentes températures

En conclusion, ce modèle a des avantages et des inconvénients :

- Avantages :
 - Bien modéliser la nonlinéarité du comportement du béton avant d'atteindre sa résistance en compression
 - Prendre en compte la ductilité du béton après avoir atteint sa résistance
 - Bien modéliser la résistance quand les contraintes sont 2D.
 - Bien modéliser la variation de la résistance du béton à haute température
- Inconvénients :
 - L'erreur de calcul de la résistance en compression 2D varie de 0% à 15%.
 - Ne pas modéliser la rupture ultime du béton en traction ainsi qu'en compression

3.1.3 Conclusion sur les modèles plastiques

Parmi tous les modèles plastiques étudiés, le meilleur modèle est Cast Iron. Il permet de définir deux différentes courbes de comportement en compression et en traction, de bien modéliser la résistance du béton en état de contraintes 2D.

Le deuxième est le modèle EDP-CAP. Bien qu'en compression 2D, il modélise la résistance du béton mieux que le modèle Cast Iron, il donne de mauvais résultats quand l'état de contrainte est « compression-traction » ou « traction-traction ». Ainsi, l'application de ce modèle dans la modélisation des structures ne donnera peut-être pas de bons résultats.

La performance de ces deux modèles va être évaluée dans la section 3.3 où ils sont appliqués à la modélisation d'une poutre en béton armé. Cette section comparera aussi la performance des modèles plastiques avec celle des modèles de rupture fragile abordés dans la section 3.2.

3.2 Modèles de rupture fragile

Pour mieux simuler la rupture fragile du béton en traction ainsi que son comportement anisotrope après la fissuration du béton, ANSYS dispose des modèles de matériau qui peuvent prendre en compte la rupture fragile en traction et la correction de la matrice de rigidité après la fissuration. Concernant la compression, ces modèles peuvent reproduire un comportement fragile ou plastique. Dans les sections suivantes, on les appelle simplement « modèle de rupture fragile » pour les différencier des modèles totalement plastiques présentés ci-dessus.

3.2.1 Modèle « Cracking & Crushing » (Modèle « Concrete » de ANSYS)

3.2.1.1 Caractéristiques du modèle

Ce modèle, appelé « concrete » dans ANSYS, considère que le béton est purement fragile en traction ainsi qu'en compression. La phase d'élasticité est suivie par la rupture fragile qui cause la chute totale de la rigidité du matériau.

Deux types de rupture sont pris en compte :

- Ecrasement en compression
- Fissuration en traction

L'apparition de l'écrasement ou de la fissuration dépend de l'état de contrainte. Si on appelle les trois contraintes principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ avec l'ordre $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, les modes de rupture possibles peuvent apparaître selon les 4 cas :

- $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$: écrasement
- $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$: écrasement et/ou fissuration
- $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$: écrasement et/ou fissuration
- $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$: fissuration

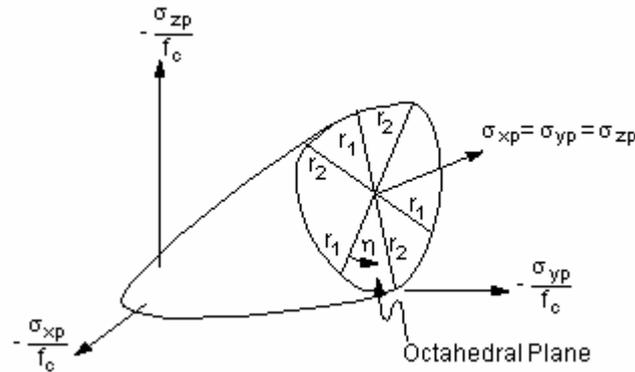


Figure 3.15

Surface de rupture de Willam & Warnke [19]

Le critère d'écrasement utilisé est celui de Willam & Warnke. La formulation du critère est la suivante :

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (3.37)$$

Avec,

$$F = \frac{1}{\sqrt{15}} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (3.38)$$

$$S = \frac{2.r_2.(r_2^2 - r_1^2).\cos \eta + r_2.(2.r_1 - r_2)[4.(r_2^2 - r_1^2).\cos^2 \eta + 5.r_1^2 - 4.r_1.r_2]^{\frac{1}{2}}}{4.(r_2^2 - r_1^2).\cos^2 \eta + (2.r_1 - r_2)^2} \quad (3.39)$$

Ici, $\cos \eta$ et r_1, r_2 sont les fonctions des variables σ_1, σ_2 et σ_3 . Leur sens physique dans le modèle est illustré sur la Figure 3.16.

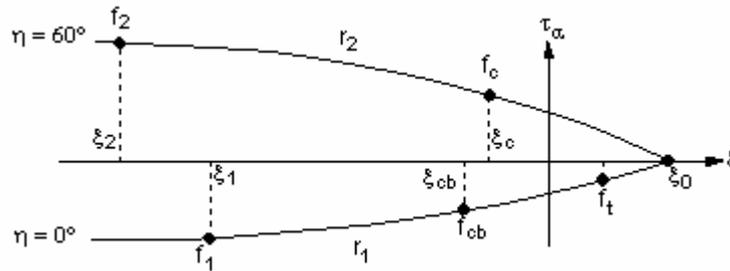


Figure 3.16

Section méridienne de la surface de Willam & Warnke [19]

En traction, le modèle prévoit la fissuration selon les trois directions de contraintes principales. La rigidité de cisaillement qui permet la transmission de la contrainte tangentielle à travers les faces de la fissure est réduite totalement ou partiellement selon la valeur du coefficient de réduction qui varie de 0 à 1. Le critère de rupture en traction se base sur la limitation de la contrainte maximale. Il est varié pour les trois cas :

- Pour l'état de contrainte $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$, la formulation du critère est la suivante:

$$\sigma_i - f_t \geq 0, \quad \text{avec } i = 1, 2, 3 \quad (3.40)$$

- Pour l'état de contrainte $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$, la formulation du critère est la suivante :

$$\sigma_i - f_t \cdot \left(1 + \frac{\sigma_3}{f_c}\right) \geq 0, \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (3.41)$$

- Pour l'état de contrainte $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, la formulation du critère est plus complexe. La fissuration selon la direction σ_1 est décidée par les formules (3.42), (3.43) et (3.44). Dans ces formules, p_1, p_2 sont les fonctions de $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ (voir dans [19]):

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (3.42)$$

avec

$$F = \frac{1}{\sqrt{15}} \cdot [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]^{\frac{1}{2}} \quad (3.43)$$

$$S = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right) \cdot \frac{2 \cdot p_2 \cdot (p_2^2 - p_1^2) \cos \eta + p_2 \cdot (2 \cdot p_1 - p_2) [4 \cdot (p_2^2 - p_1^2) \cos^2 \eta + 5 \cdot p_1^2 - 4 \cdot p_1 \cdot p_2]^{\frac{1}{2}}}{4 \cdot (p_2^2 - p_1^2) \cos^2 \eta + (2 \cdot p_1 - p_2)^2} \quad (3.44)$$

3.2.1.2 Adaptation du modèle à la simulation du béton

Ce modèle ne requiert aucune adaptation spéciale. Il faut seulement déclarer ses six paramètres qui sont liés directement aux caractéristiques du béton : la résistance de traction uni axiale f_t , la résistance de compression uni axiale f_c , la résistance de compression bi axiale f_{cb} , la contrainte hydrostatique de l'ambiance σ_h^a , la résistance de compression uni axiale f_1 en présence de σ_h^a , la résistance de compression bi axiale f_2 en présence de σ_h^a .

Selon Willam & Warnke, dans le cas où la contrainte hydrostatique est faible $|\sigma_h| \leq \sqrt{3} \cdot f_c$, il faut déclarer seulement les deux paramètres principaux f_t et f_c . Les autres sont liés à ces deux paramètres par les formules :

$$f_{cb} = 1,2 \cdot f_c \quad (3.45)$$

$$f_1 = 1,45 \cdot f_c \quad (3.46)$$

$$f_2 = 1,725 \cdot f_c \quad (3.47)$$

3.2.1.3 Evaluation

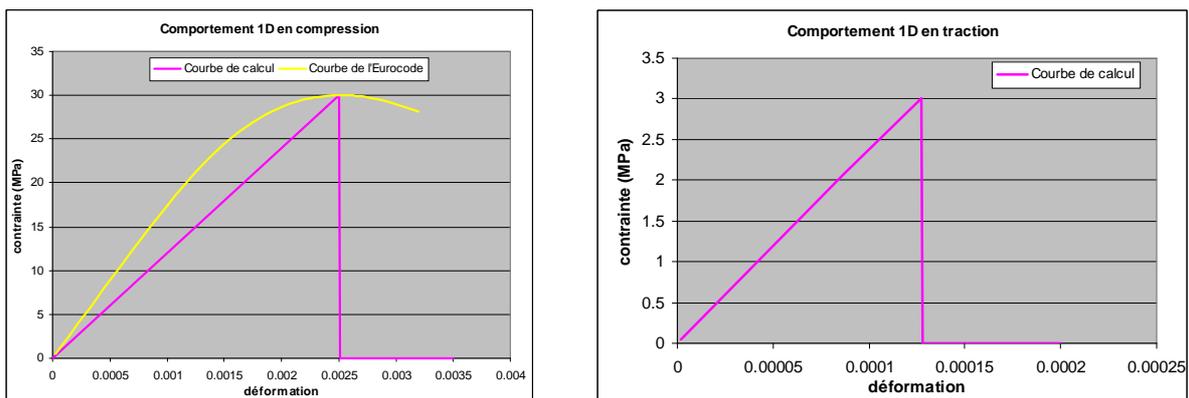


Figure 3.17

Comparaison du comportement 1D entre le calcul et l'Eurocode

Tout d'abord, on peut affirmer que le modèle « concrete » simule un comportement qui est

élastique jusqu'à la rupture fragile. Evidemment, ce comportement est conforme à celui du béton en traction (voir la Figure 3.17). Cette figure présente aussi la comparaison entre la relation contrainte-déformation en compression obtenue du calcul et la courbe 1D dans l'Eurocode II-1-1. L'inconvénient principal du modèle en compression est qu'il ne peut pas prendre en compte un comportement non linéaire du béton avant le pic et qu'il ne permet pas une phase de ductilité du béton après avoir atteint sa résistance maximale.

Quand les contraintes sont en état 2D, la Figure 3.18 présente un très bon accord entre le résultat numérique et celui de l'essai expérimental réalisé par Kupfer et al. [20]. Cela prouve que la surface de rupture de ce modèle décrit très bien la limite de rupture du béton.

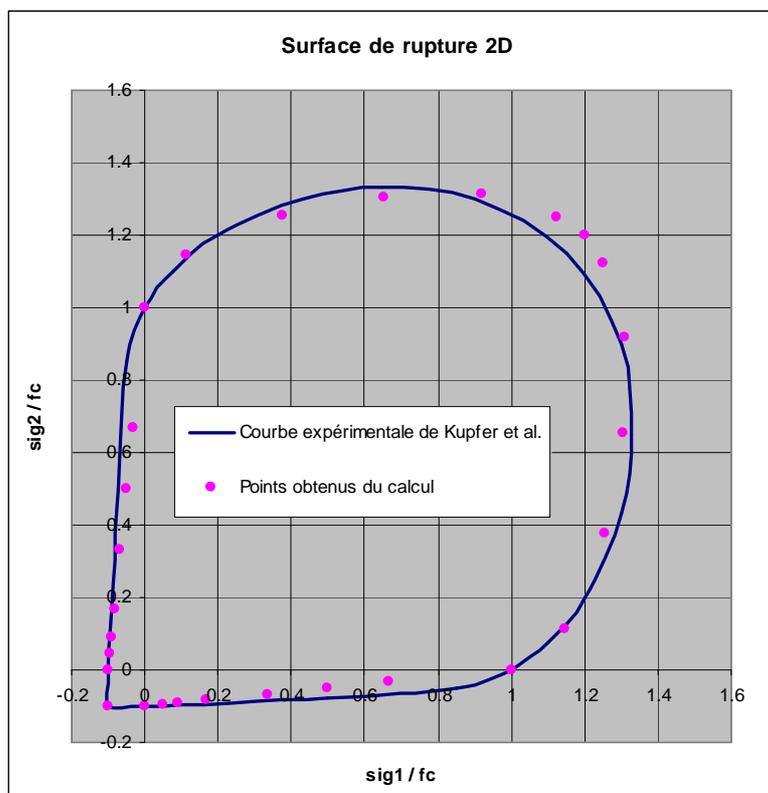


Figure 3.18

Surfaces de rupture par la simulation et par l'essai

A haute température, les résultats sur la Figure 3.19 prouvent que le modèle prend en compte très bien la variation de la résistance du béton en fonction de la température.

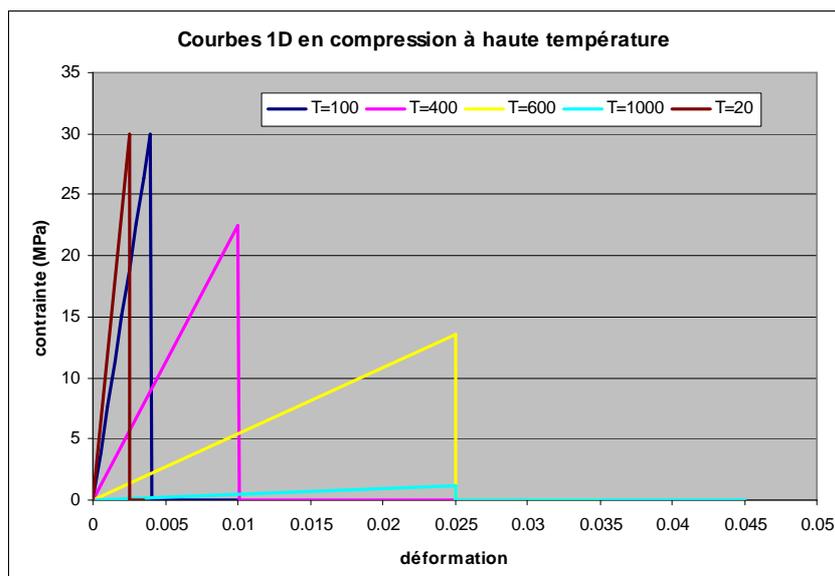


Figure 3.19

Courbes 1D du béton obtenues de la simulation à températures variées

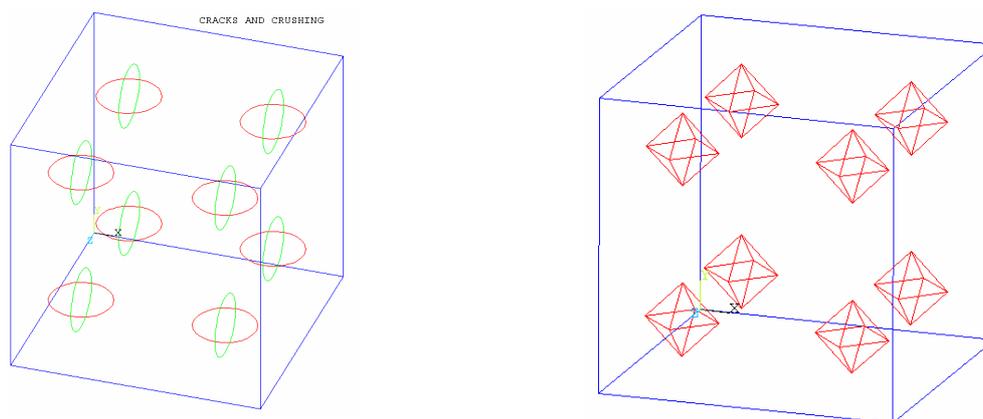


Figure 3.20

Illustration des fissures (gauche) et de l'écrasement (droite)

Enfin, ce modèle permet aussi de simuler la configuration du réseau des fissures du béton en traction. La fissure est formée à la position des points Gauss et perpendiculaire à la direction des contraintes principales. A la gauche de la Figure 3.20, dans un élément SOLID65, la position et la direction des fissures sont présentées par les petits cercles en couleur verte et rouge aux 8 points Gauss. Les verts présentent les fissures dans le plan YOZ, les rouges présentent les fissures dans le plan XOZ. Ces résultats ont permis de confirmer que, une fois une fissure est créée, sa direction est fixée durant toute la simulation et la rigidité dans cette direction est zéro. Les fissures dans les deux directions restantes seront perpendiculaires à la

première si elles se produisent. En plus, quand le béton est écrasé, la position d'écrasement est présentée par un tétraèdre à chaque point Gauss (voir la figure droite de la Figure 3.20).

En conclusion, ce modèle a des avantages et des inconvénients :

- Avantages :
 - Bien modéliser le comportement en traction du béton
 - Bien simuler la surface de rupture quand les états de contrainte complexes
 - Bien modéliser la variation des résistances du béton à haute température
- Inconvénients :
 - Ne pas prendre en compte la nonlinéarité du béton avant d'atteindre sa résistance
 - Être incapable de tenir compte de la phase de ductilité du béton

3.2.2 Modèle « Cracking & Plasticity »

Pour dépasser les deux inconvénients du modèle « concrete », ANSYS permet d'allier le modèle « concrete » avec les critères plastiques Von-Mises ou Drucker-Prager pour former un modèle mixte. On l'appelle modèle CP (Cracking & Plasticity) dans les sections suivantes.

3.2.2.1 Caractéristiques du modèle

Le modèle CP permet de modéliser la traction fragile comme le modèle « concrete » et de simuler la compression plastique dont la surface de charge est Von-Mises ou Drucker-Prager.

La rupture fragile en traction est décidée par le critère de contrainte maximale :

$$\sigma_i - f_t \geq 0, \quad \text{avec } i = 1, 2, 3 \quad (3.48)$$

Pour la plasticité Von-Mises, la surface de charge en compression et le potentiel plastique partagent la même formule (3.49). Le modèle permet aussi de modéliser l'écroutissage multilinéaire qui exprime la relation entre la contrainte équivalente σ_k et la déformation plastique équivalente $\hat{\varepsilon}^{pl}$ (voir Figure 3.21).

$$F = \sqrt{3 \cdot J_2} - \sigma_k = 0 \quad (3.49)$$

avec:

$$J_2 = \frac{1}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}$$

$\underline{\underline{s}}$: tenseur déviatorique du tenseur de contrainte

σ_k : contrainte de limite plastique

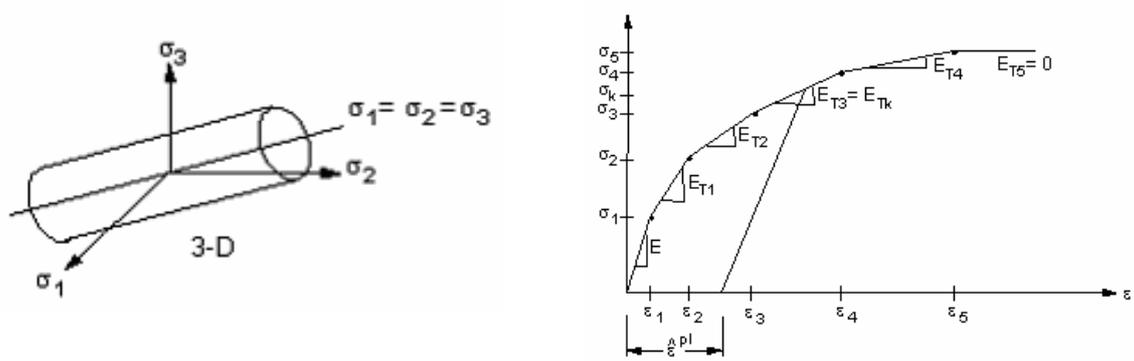


Figure 3.21

Surface de charge Von-Mises et loi d'écrouissage [19]

Pour la plasticité Drucker-Prager, la surface de charge en compression est présentée dans l'équation (3.50). Une loi d'écoulement non associée est aussi permise. Dans ce cas, le potentiel plastique prend la même formule (3.50) mais avec deux autres paramètres : φ^f et c^f .

$$F = 3.\beta.\sigma_m + \sqrt{J_2} - \sigma_Y = 0 \quad (3.50)$$

avec

$$\beta = \frac{2.\sin \varphi}{\sqrt{3}.(3 - \sin \varphi)} \quad (3.51)$$

$$\sigma_Y = \frac{6.c.\cos \varphi}{\sqrt{3}.(3 - \sin \varphi)} \quad (3.52)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3} . (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.53)$$

c : cohésion du béton

φ : angle de frottement interne

σ_Y : contrainte de limite plastique

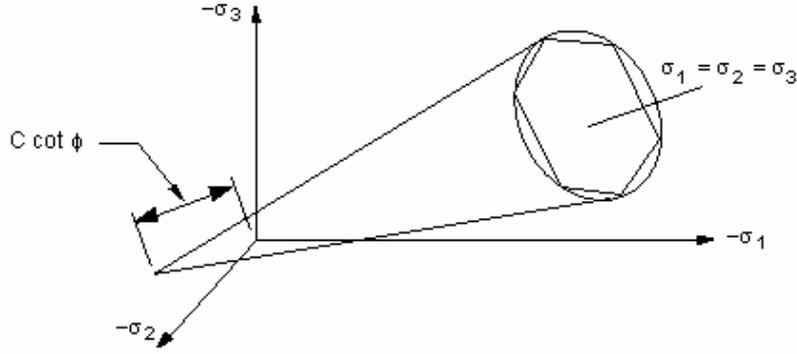


Figure 3.22

Surface de charge Drucker-Prager [19]

3.2.2.2 Méthode d'adaptation du modèle à la simulation du béton

a) Pour la rupture fragile

Les paramètres concernant le comportement de rupture fragile sont les mêmes que dans le cas du modèle « concrete ». Ce sont la résistance de traction f_t et les deux coefficients β_t et β_c exprimant la réduction de la rigidité de cisaillement à travers les faces de la fissure. La valeur de ces deux valeurs sera discutée dans la section 3.3.2.

b) Pour la compression plastique Von-Mises :

Il faut déclarer la courbe d'écroutissage $\sigma_k - \hat{\varepsilon}^{pl}$. Cette courbe doit se baser sur le comportement du béton en compression 1D. Les calculs dans la section du modèle Cast Iron ont prouvé que $\hat{\varepsilon}^{pl} = \varepsilon_{11}^{pl}$. L'adaptation de la surface de charge à la compression 1D (voir (3.54)) permet de conclure que $\sigma_k = \sigma_{11}$.

$$F = \sqrt{3.J_2} - \sigma_k(\hat{\varepsilon}^{pl}) = \sigma_{11}(\varepsilon_{11}^{pl}) - \sigma_k(\varepsilon_{11}^{pl}) = 0 \quad (3.54)$$

Ainsi, la courbe d'écroutissage dans ce cas est exactement la courbe du comportement en compression uni axiale du béton.

c) Pour la compression parfaitement plastique Drucker-Prager :

Il faut déterminer la cohésion C , l'angle de frottement φ . Les données connues sont la résistance du béton en compression unie axiale et bi axiale : f_c et f_{cb} .

La condition de charge en compression uni axiale est la suivante :

$$F = 3.\beta.\sigma_m + \sqrt{J_2} - \sigma_Y = -3\beta.\frac{f_c}{3} + \frac{f_c}{\sqrt{3}} - \sigma_Y = 0 \quad (3.55)$$

La condition de charge en compression bi axiale est la suivante :

$$F = 3.\beta.\sigma_m + \sqrt{J_2} - \sigma_Y = -3\beta.\frac{2f_{cb}}{3} + \frac{f_{cb}}{\sqrt{3}} - \sigma_Y = 0 \quad (3.56)$$

De (3.55) et (3.56), on obtient :

$$\beta = \frac{f_{cb} - f_c}{\sqrt{3}.(2f_{cb} - f_c)} \quad (3.57)$$

$$\sigma_Y = f_c.\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \beta\right) \quad (3.58)$$

Ces deux valeurs permettent de trouver φ et C selon les formules (3.51), (3.52).

d) Modélisation à haute température :

Le critère Drucker-Prager de l'ANSYS ne permet pas de prendre en compte la variation des paramètres en fonction de la température. Le modèle CP Drucker-Prager n'est donc utilisable qu'à la température ambiante.

La plasticité Von-Mises prend très bien en compte l'influence de la température. Elle permet de déclarer la courbe $\sigma_k - \hat{\epsilon}^{pl}$ à 20 points de température, ce qui exprime exactement la variation des résistances en traction et en compression du béton en fonction de la température.

3.2.2.3 Evaluation

Les avantages du modèle dans la modélisation du comportement du béton en traction ont été déjà présentés dans la section 3.2.1.

La Figure 3.23 présente la courbe contrainte-déformation obtenue par simulation du cube de béton en compression uni axiale. Les deux modèles CP Von-Mises et CP Drucker-Prager sont capables de modéliser la phase de ductilité du béton après avoir atteint sa résistance maximale. Un autre avantage du modèle CP Von-Mises est sa capacité à prendre en compte la nonlinéarité de la loi de comportement du béton.

Sa capacité de simuler la plasticité du béton en état de contrainte complexe est illustrée sur la Figure 3.24 qui présente les résultats de simulation quand les contraintes sont 2D. Le modèle CP Drucker-Prager simule mieux la limite plastique que celui de CP Von-Mises. La limite plastique calculée par le modèle CP Von-Mises est 0%-15% plus petite que la valeur expérimentale.

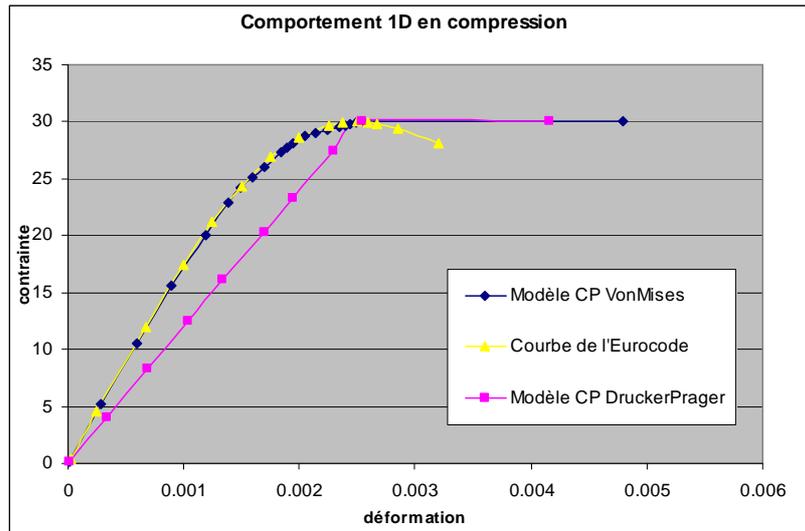


Figure 3.23

Relation contrainte-déformation en compression 1D

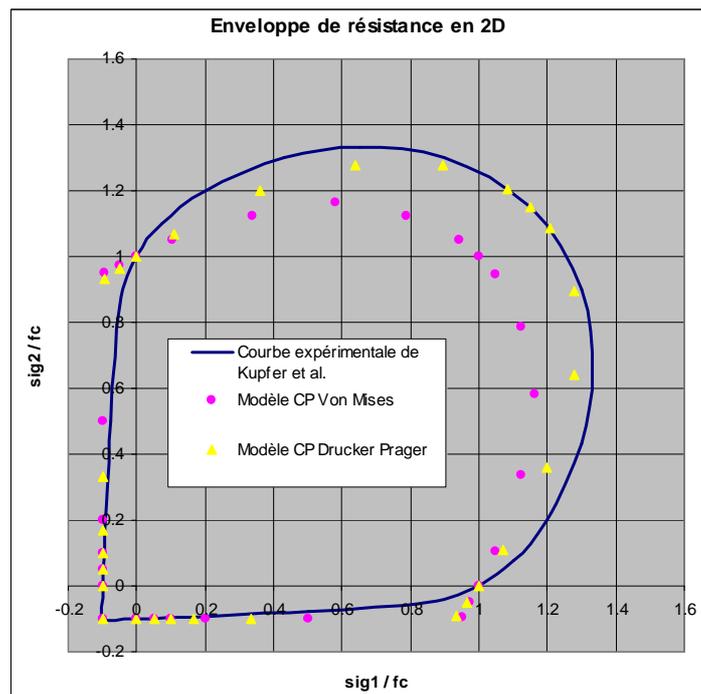


Figure 3.24

Enveloppe de résistance en 2D

Concernant l'écroutissement négatif, le modèle CP Von-Mises peut le simuler en compression uni axiale, mais il ne fonctionne plus très bien en compression bi axiale. Ces résultats permettent de conclure que l'écroutissement négatif n'est pas bien pris en compte dans le modèle

CP Von-Mises.

Finalement, avec le modèle CP Von-Mises, la variation des propriétés du béton à température élevée est bien modélisée. La Figure 3.25 présente la relation contrainte-déformation 1D obtenue pour différentes températures.

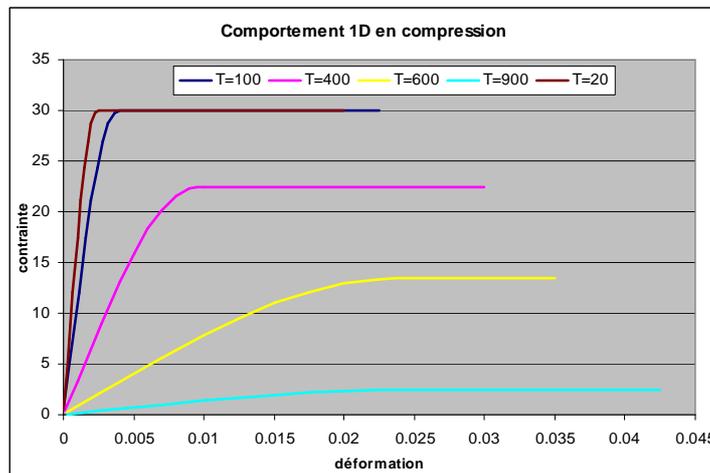


Figure 3.25

Relation contrainte-déformation en compression 1D à température élevée

En conclusion,

Pour le modèle CP Von-Mises :

- Avantages :
 - Bien modéliser le comportement en traction
 - Bien prédire la configuration du réseau des fissures
 - Être capable de prendre en compte la nonlinéarité, la ductilité du comportement en compression.
 - Bien modéliser la variation des propriétés du béton à haute température.
- Inconvénient :
 - L'erreur de calcul de la résistance en compression 2D varie de 0% à 15%.
 - Ne pas modéliser la rupture ultime du béton en compression

Pour le modèle CP Drucker-Prager :

- Avantages :
 - Bien modéliser le comportement en traction

- Bien prédire la configuration du réseau des fissures
 - Bien modéliser la résistance du béton quand les contraintes sont 2D
 - Prendre en compte la ductilité du comportement en compression.
- Inconvénient :
- La nonlinéarité du comportement du béton avant d’atteindre sa résistance en compression n’est pas prise en compte.
 - L’utilisation du modèle à haute température n’est pas permise.
 - Ne pas modéliser la rupture ultime du béton en compression

3.2.3 Conclusion sur les modèles de rupture fragile

Tout d’abord, on peut affirmer que le modèle « Cracking-Crushing » est le moins performant parmi les trois modèles. Ce modèle ne prend en compte pas la phase de ductilité du béton. Le béton est écrasé à une déformation élastique très petite. Son utilisation entraînera donc la rupture prématurée des structures. Cette conclusion est similaire à celle de Parvanova et al. [21].

En revanche, les deux modèles CP Drucker-Prager et CP Von-Mises peuvent simuler la phase de ductilité du béton. Cette possibilité permet de reproduire plus fidèlement les phases post-élastiques du comportement de la structure ainsi que la charge de rupture de la structure. Leur inconvénient principal est qu’ils ne peuvent pas simuler la réduction de la résistance en compression ainsi que l’écrasement du béton après la phase de ductilité parfaite. Toutefois, en réalité, toutes les structures sont conçues pour avoir une rupture soit par la plasticité d’acier soit par les grandes fissures du béton. La zone du béton écrasée due à une grande compression est souvent très petite. Ainsi, les modèles CP sont suffisamment performants dans la modélisation des structures. Leur performance sera testée dans la section 3.3 où ils seront utilisés pour modéliser une poutre en béton armé

3.3 Evaluation des modèles pour le calcul d’une structure

3.3.1 Caractéristiques de la structure à modéliser

L’objectif de l’étude numérique est de proposer au CERIB une méthode efficace de la modélisation des structures en béton, notamment les poutres et les dalles. C’est pourquoi, dans cette section, les modèles sont utilisés pour simuler un essai de poutre BA issu de la littérature. Pour bien évaluer la capacité des modèles dans la modélisation du béton, le choix d’un essai du comportement de cisaillement d’une poutre sans armatures transversales semble raisonnable.

On utilise en particulier l’essai de Hibino et al. [22] comme référence. La description de la

géométrie de la poutre et des matériaux est présentée sur la Figure 3.26.

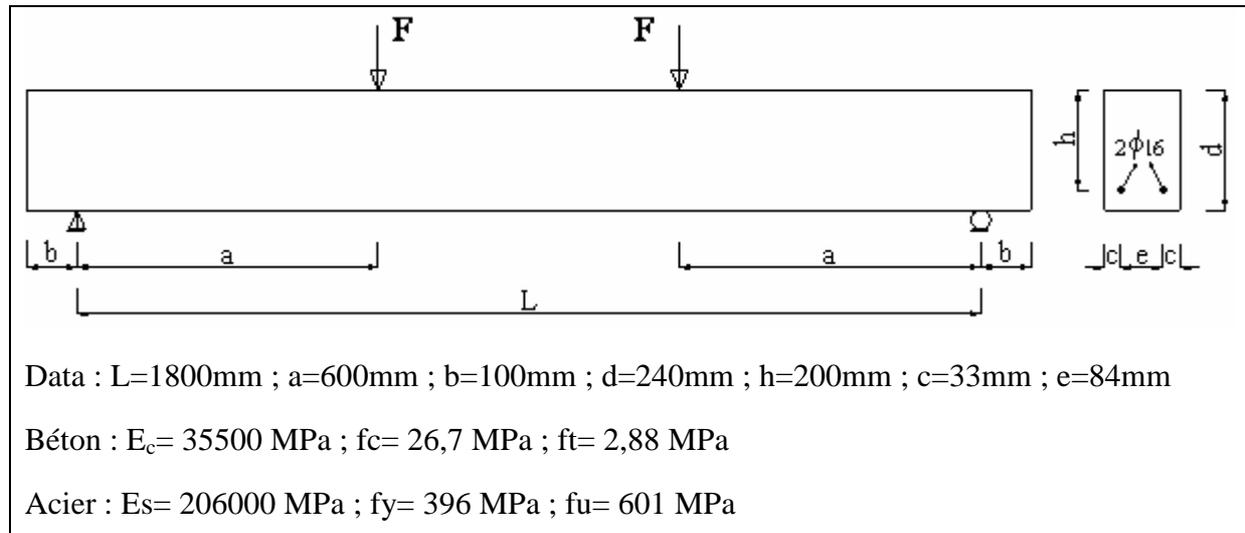


Figure 3.26

Description de l'essai de Hibino et al. [22]

3.3.2 Caractéristiques particulières

3.3.2.1 Résistance de cisaillement du béton fissuré

La poutre modélisée n'a pas d'armature de renforcement transversal, la résistance en cisaillement du béton est donc un paramètre très important car elle influence beaucoup la rupture par cisaillement de la poutre.

Après la formation d'une fissure, la rigidité en traction dans la direction perpendiculaire à la fissure est perdue mais le béton peut supporter encore une contrainte de cisaillement transférée à travers les deux surfaces de la fissure. En effet, la rigidité de cisaillement du béton fissuré est réduite de 0% à 100% en fonction de l'ouverture des fissures. Cela entraîne aussi la réduction de la résistance de cisaillement du béton. La prise en compte de ce phénomène est différente pour chaque type de modèle.

a) Prise en compte dans les modèles plastiques :

En n'acceptant pas l'érouissage négatif, les modèles plastiques EDP-CAP et Cast Iron ne peuvent pas prendre en compte à la fois la résistance de cisaillement initiale et celle du béton fissuré. Tandis que la première détermine la limite de la phase d'élasticité qui est très courte, la dernière est la résistance durant toute la période dès la formation d'une fissure jusqu'à la rupture de la structure. C'est pourquoi, la résistance du béton fissuré a un rôle majeur concernant le comportement global de la structure et sa rupture par cisaillement. Il faut donc

utiliser la résistance en cisaillement du béton fissuré comme donnée d'entrée des modèles plastiques. Comme sa valeur varie en fonction de l'ouverture de la fissure, d'une façon approximative, on peut utiliser une valeur moyenne (50% de la résistance de cisaillement initiale).

b) Prise en compte dans les modèles de rupture fragile :

L'avantage des modèles de rupture fragile CP Drucker-Prager et CP Von-Mises est qu'ils peuvent prendre en compte la réduction de la rigidité de cisaillement du béton fissuré. En effet, la réduction de la rigidité du cisaillement à travers les faces d'une fissure ouverte ou fermée est prise en compte respectivement grâce aux coefficients β_t et β_c . Ils sont égaux à 0 pour la perte totale de la résistance de cisaillement ou à 1 si il n'y a aucune réduction. Les études de Kachlakev & al. [23], de Hollaway & al. [24], de Özcan & al. [25] et de Ibrahim & al [26] permettent d'encadrer la gamme de valeur de ces coefficients : pour avoir de bons résultats de modélisation, il faut que leurs valeurs soient entre 0,2 et 0,3. Hollaway & al. [24] ont aussi recommandé de prendre la même valeur pour les deux coefficients pour faciliter la convergence du calcul. Leur valeur est prise à 0,2 dans notre calcul.

3.3.2.2 Comportement élastique parfaitement plastique

Parmi les modèles du béton testés, ceux de EDP-CAP et de CP Drucker-Prager modélisent le béton comme un matériau élastique parfaitement plastique. Or, le comportement du béton en compression est non linéaire. Ainsi, l'utilisation de ces modèles nécessite de définir une bonne valeur du module d'Young pour que le comportement de la structure modélisée avec ces modèles soit le plus proche possible de celui issu d'une loi non linéaire.

La méthode la plus raisonnable est d'identifier un module d'Young pour que le travail des efforts externes dans les deux cas soit identique. Au niveau local, sur la Figure 3.27, le travail des efforts externes est illustré par les superficies A_1 et A_2 correspondant respectivement à la loi plastique avec écrouissage non linéaire et à la loi parfaitement plastique. En mettant $A_1 = A_2$, le module d'Young du modèle parfaitement plastique est identifié.

Approximativement, sa valeur est $\epsilon'_{c1} \approx \frac{2}{3} \epsilon_{c1}$ et on a $E'_c = \frac{f_c}{\epsilon'_{c1}}$.

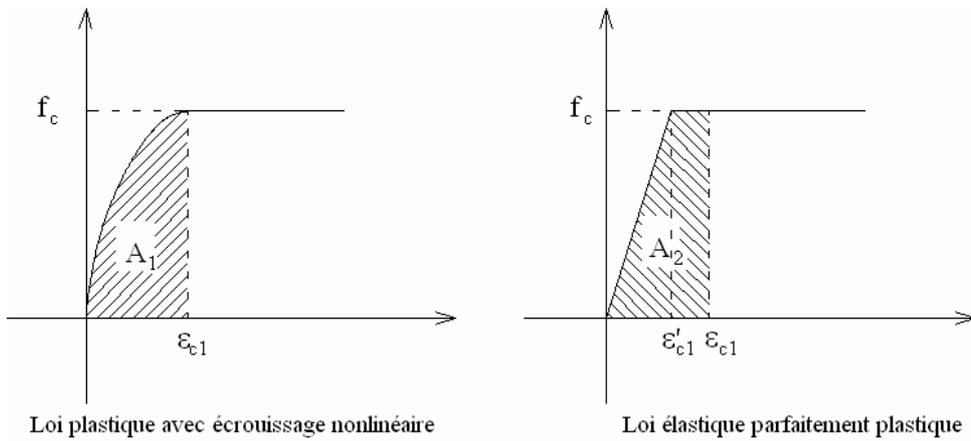


Figure 3.27

Illustration du travail des efforts externes en cas 1D au niveau local

3.3.3 Comparaison des modèles plastiques

3.3.3.1 Comportement global de la structure

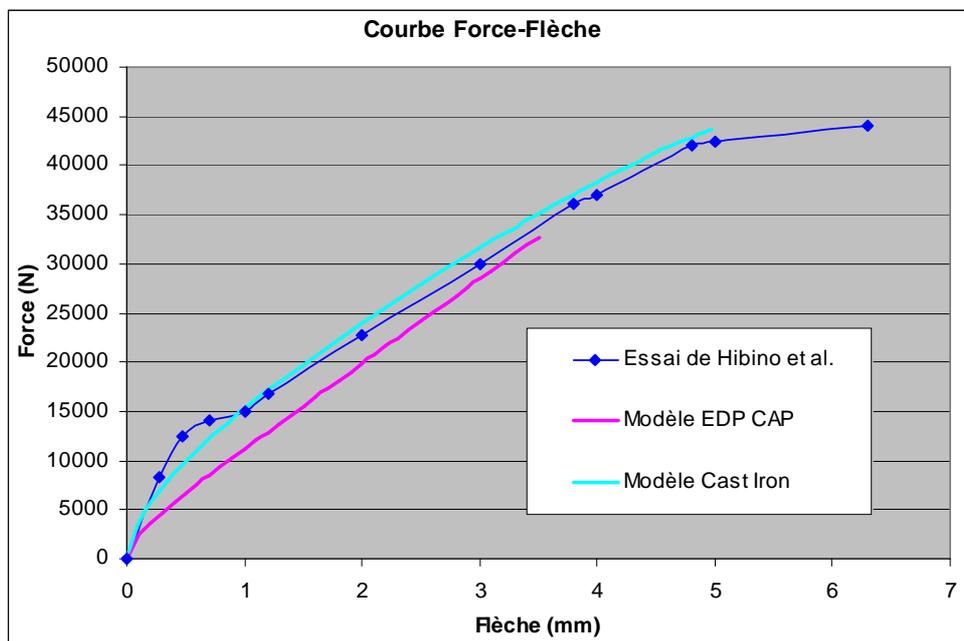


Figure 3.28

Relation force-flèche

Les résultats sur la Figure 3.28 montrent que l'utilisation du modèle Cast Iron permet d'obtenir une courbe force-flèche très proche du résultat de l'essai. La rupture de la poutre a

lieu un peu plus tôt que l'essai. Toutefois, la force ultime est bien simulée. Elle est de 43700N.

Le résultat de calcul avec le modèle EDP-CAP n'est pas bon. Il est moins proche du résultat expérimental que celui de la modélisation avec Cast Iron. En plus, la rupture se produit très tôt.

3.3.3.2 Visualisation du mode de rupture

a) Modèle Cast Iron

Le mode de rupture par cisaillement de la poutre est bien reproduit avec le modèle Cast Iron. Ce type de rupture se produit quand il y a de grandes fissures diagonales qui traversent la poutre dans la zone entre l'appui et le point de chargement. Dans la modélisation, ces fissures sont illustrées par de grandes déformations plastiques de cisaillement ϵ_{XY}^{pl} . Sur la Figure 3.29 le champ de déformation ϵ_{XY}^{pl} est en bon accord avec la configuration des fissures obtenue de l'essai.

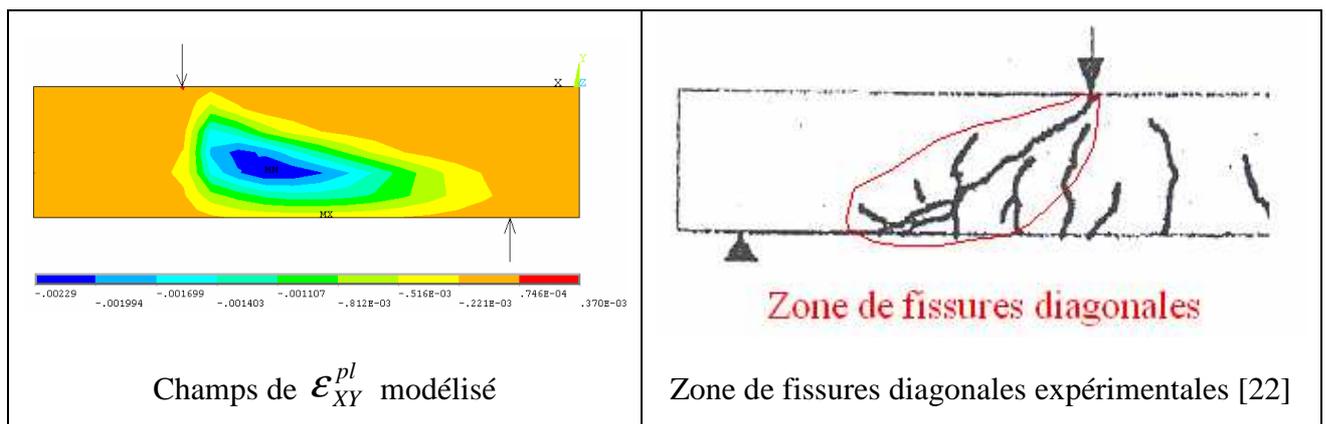


Figure 3.29

Visualisation de la rupture par cisaillement à la phase ultime avec le modèle Cast Iron

Le modèle Cast Iron permet aussi de bien simuler les zones de fissuration sur toute la poutre. La fissuration en toutes les directions est illustrée par la première déformation plastique principale ϵ_1^{pl} . La Figure 3.30 présente un bon accord entre le calcul et l'essai.

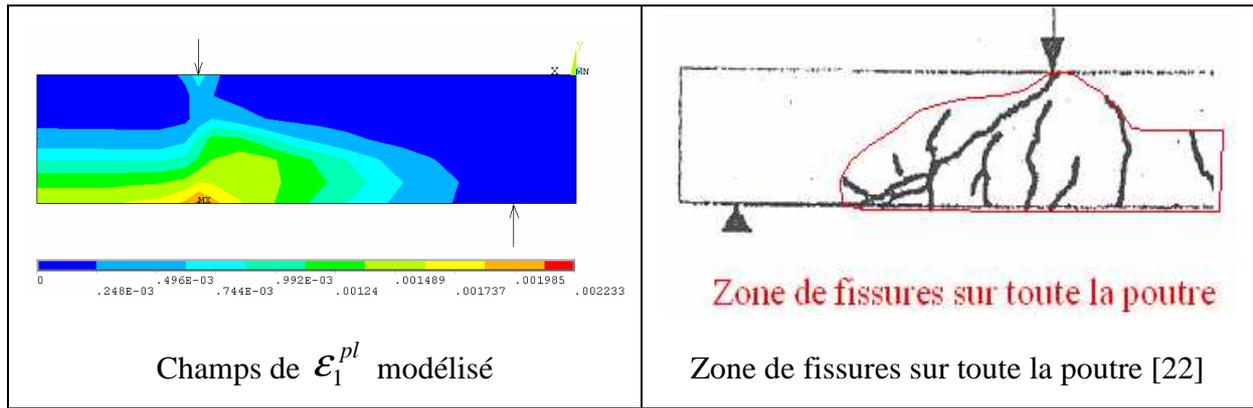


Figure 3.30

Visualisation de la zone fissurée sur toute la poutre à la phase ultime avec Cast Iron

b) Modèle EDP-CAP

Le modèle EDP-CAP n'arrive pas à reproduire le mode de rupture de la poutre. La Figure 3.31 montre que les déformations plastiques ϵ_{XY}^{pl} et ϵ_1^{pl} sont localisées dans la partie inférieure de la zone entre l'appui et le point de chargement. C'est-à-dire, la fissuration n'atteint jamais les fibres supérieures, contrairement à la réalité.

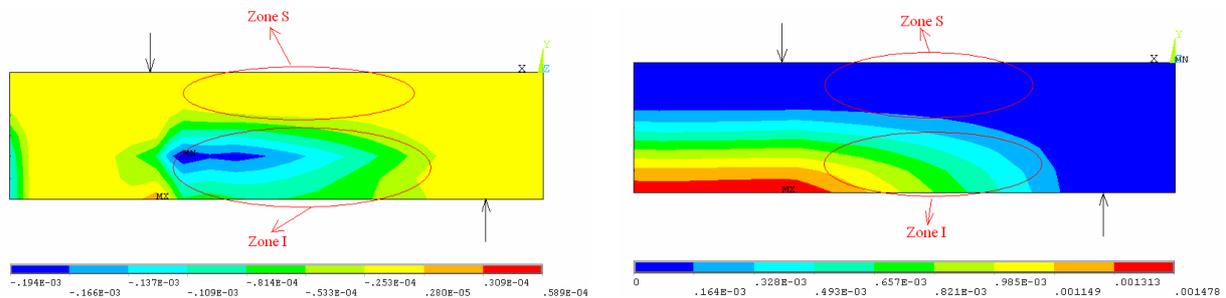


Figure 3.31

Champs de déformation plastique ϵ_{XY}^{pl} dans la zone entre l'appui et la charge

Ceci peut être facilement expliqué. Dans la zone entre l'appui et le point de chargement, en dehors de la contrainte de cisaillement τ_{XY} , les fibres supérieures (zone S) subissent encore la contrainte normale de compression σ_X . Ainsi, dans l'espace des contraintes principales, la valeur de la contrainte principale de traction σ_1 est plus petite que celle de la contrainte principale de compression σ_2 . En revanche, pour les fibres inférieures (zone I), σ_1 est plus grande que σ_2 . Avec ces états de contraintes, en observant la surface de plasticité 2D du

modèle EDP-CAP sur la Figure 3.8, on peut trouver que la limite plastique pour les fibres supérieures est beaucoup plus grande que celle pour les fibres inférieures. Autrement dit, avec le modèle EDP-CAP, l'état de contraintes dans les fibres supérieures ne favorisent pas la plasticité aussi facilement que dans les fibres inférieures. C'est la raison pour laquelle la fissuration a tendance à se développer rapidement dans toute la partie inférieure de la poutre, ce qui donne les résultats sur la Figure 3.31.

3.3.4 Comparaison des modèles de rupture fragile

3.3.4.1 Comportement global de la structure

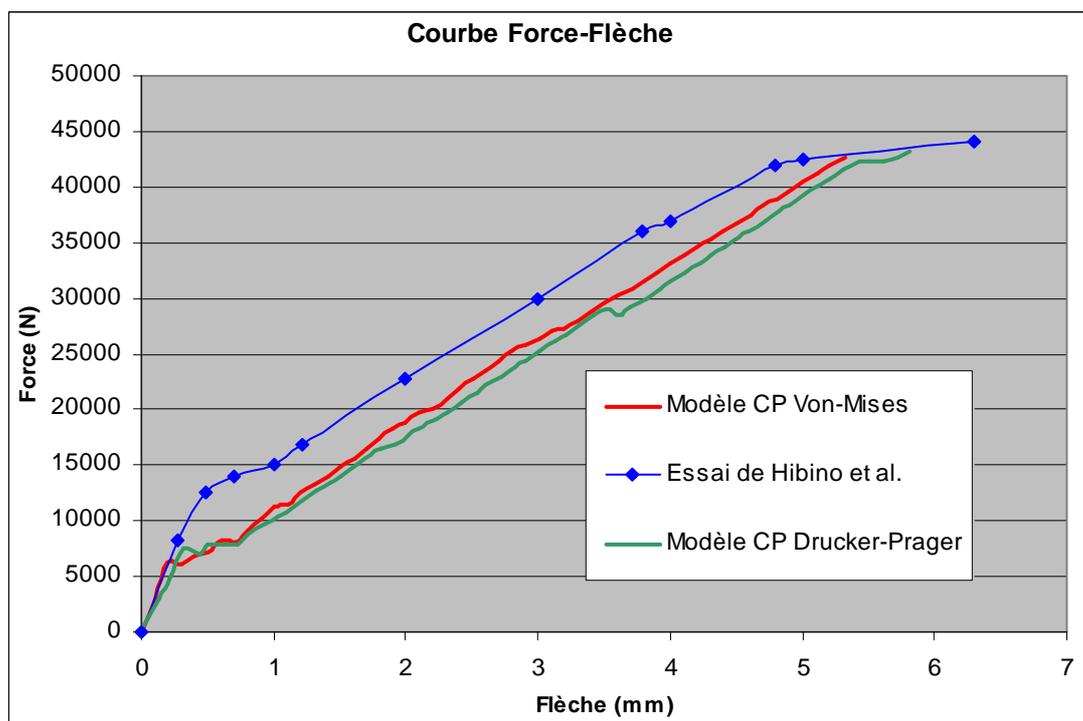


Figure 3.32

Relation force-flèche de la poutre

Sur la Figure 3.32 les résultats de la modélisation sont assez proches de la courbe de l'essai de Hibino et al. En général, les courbes de calcul sont un peu plus inférieures à celle de l'essai. Cela est expliqué par le fait que, avec les modèles de rupture fragile, la fissuration du béton est sensible, la zone fissurée est donc un peu plus importante qu'en réalité.

La charge ultime est bien reproduite avec les deux modèles CP Drucker-Prager et CP Von-Mises. Sa valeur varie de 43 à 44 kN. Et puis, il y a une très petite différence sur la flèche ultime entre les trois courbes. Elle est de 5,3 mm avec CP Von-Mises, de 5,8 mm avec CP

Drucker-Prager et 6,2 mm avec l'essai.

La forme des deux courbes numériques caractérise bien les phases de fissuration du béton lors de l'essai. La 1^e phase est la formation des fissures de flexion au milieu de la poutre. Cette phase dure jusqu'au moment où la flèche est à peu près de 1mm. Ensuite, on a la phase de développement des fissures dues à au cisaillement et à la flexion dans la zone entre l'appui et le point de chargement. Enfin, la phase ultime se produit avec la rupture par cisaillement.

3.3.4.2 Visualisation du mode de rupture

Le 1^e avantage de ces modèles est qu'ils permettent de visualiser la configuration du réseau des fissures. Sur la Figure 3.33 on peut bien observer les fissures dues à la flexion dans les fibres inférieures, les fissures diagonales dues au cisaillement et aussi les fissures dans les fibres supérieures dues à la grande compression du béton.

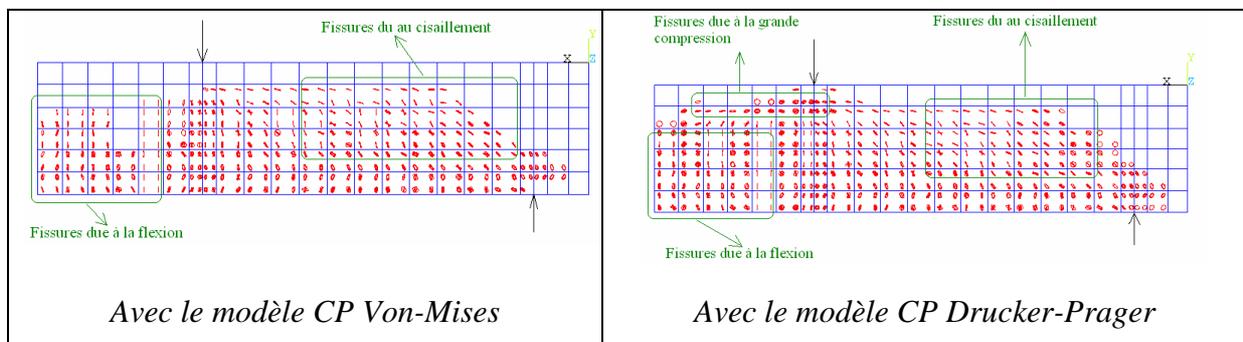


Figure 3.33

Configuration des fissures de la poutre à la phase ultime

En combinant cette observation avec la distribution de la première déformation principale \mathcal{E}_1^{pri} , on peut identifier la position et la direction des grandes fissures qui résultent de la coalescence de petites fissures. Ces grandes fissures sont illustrées sur la Figure 3.34 pour les deux modèles CP. Ce sont des fissures diagonales dans la zone A et des fissures de flexion dans la zone B.

En comparant la distribution des fissures avec celle de l'essai, on trouve que la configuration (position et direction) des fissures est bien reproduite. La seule différence est que la zone fissurée est un peu plus importante que celle de l'essai parce que la fissuration du béton est plus importante dans les modèles CP qu'en réalité.

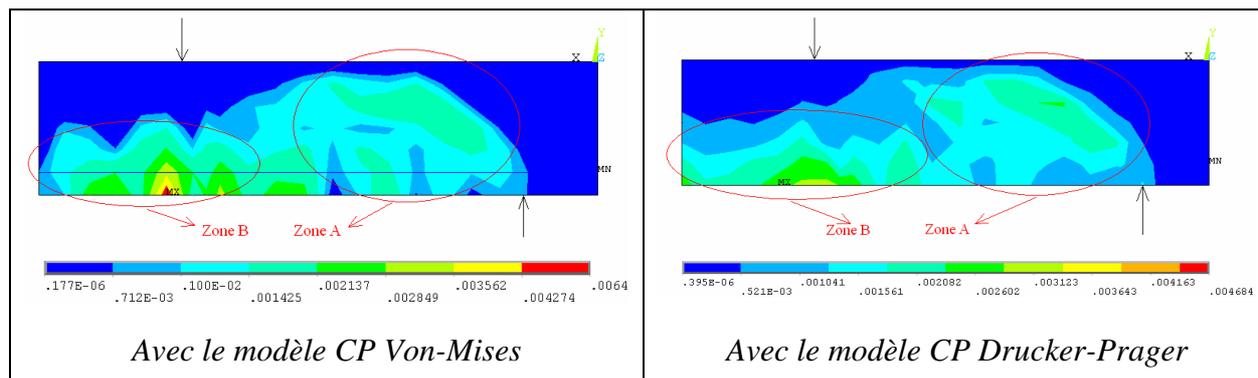


Figure 3.34

Distribution de la 1^e déformation principale

Les résultats observés à la phase ultime des deux calculs permettent d'affirmer que la poutre est en ruine par rupture de cisaillement. En effet, à la phase ultime, dans les deux calculs, le béton dans les fibres supérieures n'atteint pas encore sa résistance maximale, les armatures sont encore dans la phase d'élasticité. Ainsi, la réponse en flexion de la poutre est encore bonne. Par contre, la zone des fissures diagonales se développe très largement et la ruine de la poutre en cisaillement est atteinte.

3.3.5 Conclusion

Tous les résultats d'analyse dans ce chapitre permettent d'affirmer que les modèles les plus performants pour l'analyse des structures en béton dans ANSYS sont le modèle Cast Iron, le modèle CP Drucker-Prager et le modèle CP Von-Mises.

Concernant la courbe du comportement global force-flèche, le modèle Cast-Iron donne des résultats un peu plus précis que les modèles CP. Toutefois, le point ultime de la courbe calculée avec le modèle Cast Iron est un peu plus tôt que celui calculé avec les modèles CP. En plus, la forme des courbes calculées avec les modèles CP caractérise mieux les différentes phases de la fissuration du béton.

Concernant la visualisation des fissures dans le béton, la position des zones fissurées calculées avec le modèle Cast-Iron est plus proche de la réalité qu'avec les modèles CP. En revanche, les calculs avec les modèles CP permettent de visualiser la direction et la position des grandes fissures, ce qui nous donne une image plus réelle de la configuration des fissures de la poutre au cours du chargement.

Concernant l'utilisation des modèles de rupture fragile CP, les résultats de calcul sont un peu sensibles à la taille de maillage et à la grandeur des incréments de charge. Ainsi, il faut tester différentes tailles pour trouver des résultats stables.

Entre les deux modèles CP, CP Drucker-Prager est plus performant dans le cas où les

contraintes du béton sont fortement en 2D (dalle, mur, ...) parce qu'il simule la résistance compressive bi axiale mieux que CP Von-Mises. Toutefois, le modèle CP Drucker-Prager ne peut pas prendre en compte la variation des propriétés du béton en fonction de la température. Ainsi, son utilisation à haute température est impossible.

En conclusion, chacun des trois modèles a ses avantages et on recommande de les utiliser tous les trois dans l'analyse des structures en béton et de les comparer pour identifier celui le plus proche de la réalité.