MODÉLISATION DES TRANSFERTS AÉRAULIQUES DANS LES BÂTIMENTS

Dans ce chapitre, un état de l'art de la modélisation des mouvements d'air dans le bâtiment est présenté. Celui-ci permettra de choisir l'approche la plus pertinente permettant de caractériser le renouvellement d'air dans un outil d'aide à la conception. Les résultats seront appliqués à l'outil de simulation thermique COMFIE.

Dans un bâtiment, les mouvements d'air peuvent être modélisés de façon plus ou moins précise. Le niveau de précision variera d'une évaluation globale des flux d'air (cas d'un modèle empirique) à une évaluation précise des caractéristiques de l'écoulement (cas d'une modélisation par code de champs).

Dans la littérature (comme [LIDDAMENT, 1996], [ALLARD & AL., 1998], [MORA, 2003], [AXLEY, 2001]) on trouve une multitude d'approches permettant la caractérisation aéraulique d'un bâtiment. [AXLEY, 2001] répertorie jusqu'à treize sortes de modèles ! On peut cependant en identifier quatre catégories en fonction du niveau de finesse adopté pour étudier le bâtiment :

- ✓ Monozone
- ✓ Multi-zone
- ✓ Zonal
- ✓ CFD (Computational Fluid Dynamics)

II-1) MODÈLES MONO-ZONE

En utilisant un modèle mono-zone, on considère le bâtiment comme une enveloppe dont l'intérieur possède des propriétés uniformes (température, pression, concentration de polluant...). Ces modèles permettent une évaluation globale des débits d'air au niveau du bâtiment en entrant les caractéristiques de son enveloppe. Ils constituent une approche intéressante et permettent de se faire une bonne idée du fonctionnement global d'un bâtiment. [ALLARD & AL., 1998] répertorient les principaux modèles existants.



Figure 3 Représentation du problème dans le cas d'une modélisation monozone

Etant basés sur des hypothèses simplificatrices (sur la configuration du bâtiment et sur les paramètres influant les mouvements d'air), ils ne permettent pas de traiter de la problématique du confort ou l'efficacité de la ventilation pièce par pièce qui nécessitent le détail du fonctionnement interne du bâtiment. Ils permettent cependant la mise en place de calculs réglementaires forfaitaires, aisément mis en œuvre par l'industrie du bâtiment, et répondent ainsi aux besoins premiers d'optimisation.

Dans ce premier chapitre, trois catégories de modèles mono-zone sont présentées. Dans un premier temps, il s'agit d'un modèle empirique où le renouvellement d'air à travers l'enveloppe est uniquement évalué en fonction de la perméabilité à l'air de l'enveloppe. Ensuite, le modèle du Laurence Berkeley National Laboratory introduit la prise en compte des phénomènes physiques moteurs. Enfin, le modèle d'évaluation des débits d'air à travers l'enveloppe de la Réglementation Thermique 2005 prend en compte les phénomènes physiques moteurs et amorce une distribution des défauts d'étanchéité et des entrées d'air sur l'ensemble de l'enveloppe.

II-1-1) ESTIMATION À PARTIR DE LA PERMÉABILITÉ À L'AIR DU BÂTIMENT

Pour déterminer les débits de renouvellement d'air d'un bâtiment, une première approche consiste à les déduire en fonction de la perméabilité globale de l'enveloppe. La méthode la plus simple est celle proposée par [**DUBRUL**, **1988**] qui propose une estimation simplifiée du débit d'infiltration d'air à partir de la valeur de n_{50} (renouvellement d'air sous 50 Pa).

$$Q_{V \,\text{inf}} = \frac{n_{50}}{20} \tag{1}$$

Avec

$Q_{V ext{inf}}$	Débit d'infiltration d'air	$(vol.h^{-1})$
n_{50}	Renouvellement d'air sous 50 Pa	$(vol.h^{-1})$

S'il est évident que cette méthode néglige certains paramètres, son application permet cependant d'obtenir un ordre de grandeur correct sur le débit d'air provoqué par les infiltrations.

Une variante de cette écriture est proposée dans la norme de calcul des déperditions calorifiques de base [NF EN 12831, 2004].

Le débit d'air d'infiltration, $V_{inf,i}$ en m³.h⁻¹, pour l'espace chauffé i, induit par le vent et le tirage thermique sur l'enveloppe du bâtiment, y est calculé par :

$$V_{\inf,i} = 2V_i n_{50} e_i \varepsilon_i \tag{2}$$

Avec

 V_i Volume de l'espace chauffé i(m³) n_{50} Taux horaire de renouvellement d'air (h⁻¹), résultant d'une différence depression de 50 Pa entre l'intérieur et l'extérieur du bâtiment(m³.h⁻¹) e_i Coefficient d'exposition(-)

 ε_i Facteur correctif de hauteur, prenant en compte l'augmentation de la vitesse du vent avec la hauteur de l'espace considéré au-dessus du niveau du sol (-)

La valeur de n_{50} étant donnée pour le bâtiment entier, un facteur 2 est introduit dans l'équation pour prendre en compte le cas le plus défavorable, dans lequel tout l'air d'infiltration entre sur une seule face du bâtiment.

Des valeurs par défaut de n_{50} sont données pour différents types de construction de bâtiments (cf. Tableau 2).

	$n_{50} (h^{-1})$					
	Degré d'étanchéité à l'air de l'enveloppe du batiment (qualité des joints de fenêtre)					
Construction	Elevé	Moyen	Bas			
	(joints des fenêtres et portes	(fenêtres à double	(fenêtres à simple vitrage,			
	de haute qualité)	vitrage, joints normaux)	pas de joints)			
Maisons individuelles	< 4	4 - 10	> 10			
Bâtiments, autres	< 2	2 - 5	> 5			
logements						

Tableau 2 Degré d'étanchéité à l'air du bâtiment [NF EN 12831, 2004]

Les valeurs par défaut du coefficient d'exposition et du facteur de correction de hauteur sont données dans les tableaux de la page 20.

	e _i					
Classe d'exposition	Espaces chauffé	Espace chauffé	Espace chauffé			
	sans ouvertures	avec une ouverture	avec plus d une			
	exposées	exposée	ouverture exposée			
<i>Site non abrité</i> (bâtiments en zone ventée, bâtiments de grande hauteur en centre ville)	0	0,03	0,05			
<i>Site modérément abrité</i> (bâtiments en campagne protégés par des arbres ou par d'autres bâtiments, banlieues)	0	0,02	0,03			
<i>Site très abrité</i> (bâtiments de taille moyenne en centre ville, bâtiments en forêt)	0	0,01	0,02			

Tableau 3	Classe	d'exposition	du	bâtiment	INF	EN	12831.	20041
Labicau 5	Classe	u exposition	uu	Datiment	LT AT.		12001,	2004]

Hauteur de l'espace chauffé au dessus du sol (du centre du local au niveau du sol)	\mathcal{E}_i
0 – 10 m	1,0
> 10 - 30 m	1,2
> 30 m	1,5

Tableau 4 Hauteur de l'espace chauffé au dessus du sol	Tableau [NF EN 12831, 2004]
--	-----------------------------

La perméabilité à l'air de l'enveloppe n'est qu'un des facteurs influençant le renouvellement d'air à travers l'enveloppe. Cette approche néglige les phénomènes physiques moteurs (vent et tirage thermique du à la différence de température) qui vont influer sur les mouvements d'air entre l'intérieur et l'extérieur du bâtiment. Des modèles théoriques simplifiés permettent de prendre en compte ces paramètres.

II-1-2) MODÈLES THÉORIQUES SIMPLIFIÉS

Le modèle du LBL, proposé par [SHERMAN & GRIMSRUD, 1980] repose sur l'évaluation du débit d'infiltration à travers l'enveloppe à partir de la valeur de la surface équivalente de fuite du bâtiment. Cette approche prend en compte la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur ainsi que la vitesse du vent (auxquelles on affecte f_s et f_w , des coefficients dépendants des caractéristiques du bâtiment).

On détermine le débit d'infiltration par la relation suivante :

$$Q_{\rm inf} = ELA\sqrt{f_s^2 \Delta T + f_w^2 U_z}$$
⁽³⁾

$$f_{s} = \left(\frac{1+R/2}{3}\right) \left(1 - \frac{X^{2}}{(2-R)^{2}}\right)^{3/2} \left(\frac{gh}{T_{o}}\right)^{1/2}$$
(4)

$$f_w = C'(1-R)^{1/3}$$
(5)

$$R = \frac{ELA_{toiture} + ELA_{plancher}}{ELA}$$
(6)

$$X = \frac{ELA}{ELA}$$
(7)
$$ELA (7)$$

Avec			
	C'	Degré d'exposition au vent	(-)
	U_z	Vitesse du vent sur le site à l'altitude z	$(m.s^{-1})$
	ΔT	Différence de température l'intérieur et l'extérieur	(K)
	T_o	Température intérieure	(K)
	ELA	Surface équivalente de fuite du bâtiment (évaluée par une mesure sur le site)	(m ²)
	h	Hauteur entre la fuite la plus haute et la plus basse	(m)
	8	Accélération de la pesanteur	$(m.s^{-2})$

Degré	Ι	II	II III		V	
d'exposition	(Aucune)	(Faible)	(Modérée)	(Importante)	(Très importante)	
C'	0,34	0,3	0,25	0,19	0,11	
Tableau 5 Degré d'exposition au vent du hâtiment [SHERMAN & GRIMSRUD 1980]						

Tableau 5 Degré d'exposition au vent du bâtiment [SHERMAN & GRIMSRUD, 1980]

La vitesse du vent issue des données météorologique est ramenée à celle du site par une loi de puissance prenant en compte les caractéristiques du site (exposition au vent et rugosité du terrain) :

$$U_{z} = U_{z'} \frac{\alpha(z/10)^{\gamma}}{\alpha'(z'/10)^{\gamma'}}$$
(8)

Avec

U_z	Vitesse du vent sur le site à l'altitude z							$(m.s^{-1})$	
$U_{z'}$	Vitesse du vent sur le site à l'altitude z'							$(m.s^{-1})$	
α et $_{\gamma}$	Constantes dépendantes des conditions du terrain					(-)			
$lpha'$ et $_{\gamma'}$	Constantes météorologi	dépendantes que	des	conditions	du	terrain	de	la	station (-)

Description du terrain	γ et γ'	α et α '
Périmètre dégagé de 5 km autour d'un plan d'eau	0,10	1,30
Terrain avec obstacles isolés (bâtiments ou arbres	0,15	1,00
éloignés les uns des autres)		
Espace rural (arbres, petits bâtiments)	0,20	0,85
Espace urbain, industriel ou forestier	0,25	0,67
Centre urbain dense	0,35	0,47
	2 9	10007

Tableau 6 Paramètres de description du terrain [SHERMAN & GRIMSRUD, 1980]

[ASHRAE, 2005] propose une reformulation simplifiée du modèle en prenant des hypothèses moyennes pour caractériser le bâtiment (conversion des données météorologiques relatives au vent pour un site de type "espace rural", la moitié des infiltrations a lieu au niveau des façades : R = 0.5, la répartition des défauts d'étanchéité entre le plancher haut et le plancher bas est égale : X = 0, la hauteur d'étage du bâtiment vaut 2,5 m).

$$Q\inf = \frac{E}{1000}\sqrt{C_s\Delta T + C_w U^2}$$
⁽⁹⁾

Avec

•			
	Qinf	Débit d'infiltration	$(m^3.s^{-1})$
	Ε	Surface de fuite équivalente	(cm ²)
	C_{s}	Coefficient de tirage thermique	$(L^2.s^{-2}.cm^{-4}.K^{-1})$
	ΔT	Différence moyenne de température sur l'intervalle de calcul	(K)
	C_w	Coefficient de pression du vent	$(L^2.s^{-2}.cm^{-4}.m^{-2}.s^{-2})$
	U	Vitesse du vent à la station météorologique	$(m.s^{-1})$

		Nombre d'étages		
	1	2	3	
Cs	0,000 145	0,000 290	0,000 435	
Tableau 7 Coefficient de tirage thermique en fonction du nombre d'étages [ASHRAE, 2005]				

	Nombre d'étages		
Degré d'exposition	1	2	3
Ι	0,000 319	0,000 420	0,000 494
II	0,000 246	0,000 325	0,000 382
III	0,000 174	0,000 231	0,000 271
IV	0,000 104	0,000 137	0,000 161
V	0,000 032	0,000 042	0,000 049

 Tableau 8 Coefficient de pression au vent pour différentes configurations [ASHRAE, 2005]

Ce type de modèle permet d'obtenir des valeurs moyennes du renouvellement d'air pour le bâtiment dans son ensemble et pour des conditions météorologiques données. En revanche, l'influence de certains composants (entrées d'air, façade...) ne peut être définie ce qui se révèle limitant dans le cadre du développement d'un outil permettant d'évaluer l'influence de choix de conceptions. Dans cette optique, des modèles mono-zone détaillés ont été introduits.

II-1-3) MODÈLES MONO-ZONE DETAILLES

Dans la littérature, on trouve un certains nombre de modèles mono-zone détaillés, on peut citer Localeaks [WALKER & WILSON, 1994], la norme européenne [NF EN 15242, 2007] ou le modèle Th-CE de [RÉGLEMENTATION THERMIQUE 2005, 2006] présenté ici. [ORME, 1999] répertorie huit modèles de ce type.

Dans le modèle de calcul Th-CE de la réglementation thermique 2005^3 , le bâtiment est caractérisé par un débit de fuite par m² d'enveloppe sous une dépression de 4 Pa (I₄ en m³.h-¹.m² sous 4 Pa). La surface d'enveloppe considérée est la surface des parois dépenditives dont sont exclus les planchers bas.

Le Tableau 9 définit les niveaux de performance retenus pour caractériser la perméabilité à l'air des bâtiments. On distingue deux types de valeurs forfaitaires : une valeur de référence est retenue quand le bâtiment a été construit dans le cas d'une démarche qualité de l'étanchéité à l'air. On retient une valeur par défaut dans le cas contraire.

³ Dans ce modèle, le bâtiment est découpé en zones qui correspondent à des usages différents du bâtiment. On parle cependant ici de modèle monozone car au niveau du calcul des débits d'airs, elles sont considérées comme étanches entre elles.

Usage	Perméabilité par défaut (<i>m³.h⁻¹.m⁻²</i>)	Bâtiment justifié $(m^3.h^{-1}.m^{-2})$
Logement individuel	1,3	0,8
Logements collectifs,		
bureaux, hotels,		
restauration,	17	10
enseignement, petits	1,7	1,2
commerces,		
établissements sanitaires		
Autres usages	3,0	2,5
leau 9 Valeurs de perméabilité à l'air ré	férence et par défaut, [l	RÉGLEMENTATION THER

Les débits d'air pris en compte sont les débits d'air extrait et soufflé par le système de ventilation et ceux transitant par l'enveloppe : défauts d'étanchéité et entrées d'air. Ces derniers sont reliés à la différence de pression par une loi de puissance.

2006]

L'hypothèse de conservation de la masse impose au bâtiment que la somme de ces débits au niveau du bâtiment soit nulle :

$$\dot{m}_{sou} + \dot{m}_{ext} + \sum \dot{m}_{per} + \sum \dot{m}_{ent} = 0 \tag{10}$$

Défauts d'étanchéité

Dans le cas de logements, les défauts d'étanchéité sont répartis sur l'enveloppe (le tableau 10 propose une répartition dans le cas d'un logement traversant, le modèle propose également des répartitions standard dans le cas d'un logement non traversant). Cette répartition permet de distribuer le débit d'infiltration (positif) ou d'exfiltration (négatif) sous 4 Pa pour chaque façade par une relation reliant le débit à la différence de pression selon les équations :

$$\Delta P < 0Pa \qquad \Delta P \ge 0Pa$$

$$\dot{m}_{per} = -\frac{\rho_i}{3600} Q_{per_{4Pa}} \left(-\frac{\Delta P}{4}\right)^{2/3} \qquad \dot{m}_{per} = \frac{\rho_e}{3600} Q_{per_{4Pa}} \left(\frac{\Delta P}{4}\right)^{2/3} \qquad (11)$$

Avec

$Q_{\it per_{4Pa}}$	Débit volumique à travers le défaut d'étanchéité sous 4 Pa	$(m^3.h^{-1})$
ΔP	Différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur	(Pa)
$\dot{m}_{_{per}}$	Débit d'air à travers les défauts d'étanchéité	$(kg.s^{-1})$
$ ho_{_i}, ho_{_e}$	Masse volumique de l'air (extérieur, intérieur)	$(kg.m^{-3})$

Répartition de la perméabilité à l'air	Façade au vent	Façades latérales	Façade sous le vent
En haut	1/6	1/6	1/6
En bas	1/6	1/6	1/6
			• • • •

Tableau 10 Distribution des défauts d'étanchéité de l'enveloppe, cas d'un logement traversant

Entrées d'air

Les entrées d'air sont aussi distribuées sur les façades, on peut alors obtenir un module d'entrée d'air équivalent pour chaque façade.

Répartition des entrées d'air	Façade au vent	Façades latérales	Façade sous le vent
En haut	1/3	1/3	1/3
Tableau 11 Distribution des entrées d'air, cas d'un logement traversant			

Les débits sont ensuite calculés suivant que l'entrée d'air est auto-réglable ou non. La courbe caractéristique retenue est située dans la partie supérieure de la plage de débit (c'est-à-dire la limite haute de l'exigence réglementaire pour le module).

Elle est donnée selon une relation qui met en relation le débit avec la différence de pression de part et d'autre de la bouche d'entrée d'air et son module (le débit en m³.h⁻¹ qui y transite pour une différence de pression de 20 Pa). Dans le cas d'une entrée d'air auto-réglable on aura :

$$\frac{\Delta P \le 0Pa}{\dot{m}_{ent} = -1, 1M} \frac{\rho_i^{0.5} \rho_a^{0.5}}{3600} \left(\frac{-\Delta P}{20}\right)^{0.5} \qquad \dot{m}_{ent} = 1, 1M \frac{\rho_e^{0.5} \rho_a^{0.5}}{3600} \left(\frac{\Delta P}{20}\right)^{0.5} \qquad \dot{m}_{ent} = \frac{\rho_e^{0.5} \rho_a^{0.5}}{3600} \left(\frac{0,55M\Delta P}{80} + \frac{77M}{80}\right)$$
(12)

Pour une entrée d'air fixe, le débit sera déterminé par les équations suivantes :

$$\Delta P \le 0Pa \qquad \Delta P > 0Pa \qquad (13)$$

$$\dot{m}_{ent} = -1.1M \frac{\rho_i^{0.5} \rho_a^{0.5}}{3600} \left(\frac{-\Delta P}{20}\right)^{0.5} \qquad \dot{m}_{ent} = 1.1M \frac{\rho_e^{0.5} \rho_a^{0.5}}{3600} \left(\frac{\Delta P}{20}\right)^{0.5}$$

Avec

$$M$$
Module d'entrée d'air (donnée fabricant) $(m^3.h^{-1} \operatorname{sous} 20 \operatorname{Pa})$ ρ_a Masse volumique référence $(1,22 \operatorname{kg.m}^3)$

Différence de pression

Sur chaque composant, on calcule une pression équivalente générée par les effets du vent et du tirage thermique selon la relation :

$$P_{ext} = \frac{1}{2} C_p \rho_a (0.9V_e)^2 - \frac{\theta_i - \theta_e}{\theta_{e,ref}} gh$$
(14)

P_{ext}	Pression extérieure exercée sur le composant	(Pa)
V_e	Vitesse du vent	$(m.s^{-1})$
C_p	Coefficient de pression	(-)
$\theta_i \; heta_e \; heta_{e,ref}$	Températures intérieure, extérieure et de référence	(K)
h	Hauteur du composant	(m)

Hauteur du bâtiment	Façade au vent	Façade latérales	Façade sous le vent
$h_{bat} < 15 m$	+0,25	- 0,5	- 0,5
$15 < h_{bat} < 50 m$	+0,45	- 0,5	- 0,5
$h_{bat} > 50 m$	+0,60	- 0,5	- 0,5
Tableau 12	2 Coefficients de pressio	on au vent, cas d'un logeme	nt traversant
	Facade au vent	Facade sous le vent	_

La différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur pour un composant est alors :

$$\Delta P = P_{ext} - P_{int} \tag{15}$$

Tableau 13 Coefficients de pression au vent, cas d'un logement non traversant

- 0,05

La détermination de la pression intérieure permet enfin d'obtenir les débits.

+0,05

II-2) MODÈLES MULTI-ZONE

II-2-1) PRINCIPE

Dans un modèle multi-zone (on peut aussi parler de modèle nodal ou en réseau), le bâtiment est représenté par un ensemble de nœuds. Un nœud représente une zone (le plus souvent une pièce ou l'extérieur), caractérisée par des variables d'état uniformes (hypothèse de mélange parfait). Ces zones sont reliées entre elles par des connexions représentant le chemin emprunté par l'air (ouverture de portes et fenêtres, entrée d'air, défauts d'étanchéité de l'enveloppe...).

Une analogie électrique consiste en la représentation du bâtiment par un réseau électrique où les chemins empruntés par l'air représentent différents types de résistance (porte ouverte ou fermée, fissure) à l'air et où la pression est imposée à chaque nœud.



Figure 4 Représentation du problème dans le cas d'une modélisation multizone

Un état de l'art réalisé par [FEUSTEL & DIERIS, 1992] recense une cinquantaine de modèles de ce type. Dans ce type de modèles, on retrouve COMIS [FEUSTEL, 1999], CONTAM [WALTON & DOLS, 2006] et ESP-r [HENSEN, 1991].

De nombreuses études [PERSILY & AL., 2003] [BLOMSTERBERG & AL., 1999] ont mis en évidence la validité de ces modèles en comparant les résultats à des mesures expérimentales sur site. Les travaux de [HAGHIGHAT, 2003] ont permis de mettre en évidence des résultats cohérents entre ces trois modèles.

Pour simplifier la modélisation des transferts aérauliques, les modèles multi-zone s'appuient sur les hypothèses suivantes :

Mélange parfait

A chaque pas de temps, la zone est caractérisée par une température uniforme (donnée par l'utilisateur) et une pression de référence (inconnue du problème) à une hauteur de référence constante. Au sein de la zone, la pression varie de façon hydrostatique par rapport à la pression de référence.

Conservation de la masse

On considère que la masse d'air de chaque zone se conserve, ce principe implique que le débit d'air entrant dans une zone est égal au débit d'air sortant.

Connexions aérauliques

Les connexions aérauliques entre les différentes zones sont représentées par des lois empiriques ou semi-empiriques reliant le débit d'air entre les zones à la différence de pression entre ces dernières. Les différences de pression sont calculées par la relation de Bernoulli.

Influence de la température

La température est fixe (et fixée par l'utilisateur) pour tout le pas de temps. Ces températures permettent de calculer la pression due au tirage thermique entre deux zones (pression constante sur le pas de temps).

II-2-2) PRISE EN COMPTE DES PHÉNOMÈNES PHYSIQUES AUX ORIGINES DES TRANSFERTS AÉRAULIQUES

II-2-2-1) RELATION DE BERNOULLI

La différence de pression rencontrée à chaque connexion permet d'établir une valeur du débit d'air y transitant. Dans le cas d'un écoulement permanent, pour un fluide réel incompressible, la relation de Bernoulli permet de déterminer la différence de pression entre deux zones :

$$\Delta P = (P_{i,0} + \frac{\rho_i V_i^2}{2}) - (P_{j,0} + \frac{\rho_j V_j^2}{2}) + (\rho_i - \rho_j)g(z_i - z_j)$$
(16)

Avec

$P_{i,0}, P_{j,0}$	Pressions de référence des zones i et j	(Pa)
$ ho_{_i}, ho_{_j}$	Masse volumique de l'air des zones i et j	$(kg.m^{-3})$
8	Accélération de la pesanteur	$(m.s^{-2})$
V_i, V_j	Vitesse de l'air à l'entrée et la sortie de la connexion	$(m.s^{-1})$
z_i , z_j	Altitude de la connexion	(m)

A chaque nœud on prend en compte la pression, la masse volumique de l'air (déterminée à l'aide de la température de zone) et une hauteur de référence. La hauteur de référence du nœud est utilisée pour calculer la différence de pression induite par le tirage thermique. Deux zones peuvent être connectées à des hauteurs différentes de leur hauteur de référence.

Par convention, la différence de pression entre les zones i et j vaut $\Delta P_{i \to j} = P_i - P_j$. Si cette valeur est positive, le débit d'air induit sortira de la zone, dans le cas contraire il rentre.

II-2-2-2) TIRAGE THERMIQUE

Variation hydrostatique de la pression

L'air au repos est soumis au champ de gravité g. Le tirage thermique est causé par la différence de pression hydrostatique entre deux colonnes d'air. Dans la zone considérée, la pression hydrostatique dépend de la masse volumique de l'air et de l'éloignement à un point de référence :

$$P_i(z) = P_{i,0} - \rho_i gz \tag{17}$$

Avec

$P_i(z)$	Pression statique dans la zone i à l'altitude z	(Pa)
$P_{i,0}$	Pression de référence de la zone i	(Pa)
$ ho_{_i}$	Masse volumique de l'air dans la zone i	$(kg.m^{-3})$
g	Accélération de la pesanteur	$(m.s^{-2})$

Masse volumique de l'air

La masse volumique de l'air s'exprime en fonction de la pression, de la température et de l'humidité selon la définition psychrométrique par l'équation suivante :

$$\rho = \frac{P}{461,518T(\%H + 0,62198)}(1 + \%H) \tag{18}$$

Avec

Pour un bâtiment, la variation de pression ($\approx 12Pa/m$) est négligeable par rapport à la valeur de la pression atmosphérique, on va donc supposer que la variation de la masse volumique de l'air dépend uniquement de sa variation de température. La relation des gaz parfait pour l'air sec devient alors :

$$\frac{P}{r} = \rho_0 T_0 = \rho T \approx CONSTANTE$$
⁽¹⁹⁾

Par exemple, on peut fixer $\rho_0 = 1,2929 \ kg / m^3$ et $T_0 = 273,15 \ K$ (cas des conditions standard de température et de pression pour l'air sec).

Différence de pression induite entre deux zones

Quand deux zones (par exemple l'intérieur et l'extérieur) présentent une différence de température, le phénomène de tirage thermique intervient et provoque un écoulement d'air entre ces deux zones.

Dans le cas d'une différence de température entre le bâtiment et l'extérieur et d'absence de vent, la différence de pression due au tirage thermique pour une fissure horizontale et en considérant de l'air sec, on écrira :

$$\Delta P_T = P_e - P_i = P_{e,0} - P_{i,0} + \rho_e \left(\frac{T_e}{T_i} - 1\right) gz$$
⁽²⁰⁾

Avec

$$P_{e,0}$$
, $P_{i,0}$ Pressions de référence intérieures et extérieures(Pa) ρ_e Masse volumique de l'air extérieur(kg.m⁻³) T_e , T_i Températures intérieure et extérieure(K)

Au niveau du bâtiment, la répartition des pressions créées par le tirage thermique est caractérisée par un plan de pression neutre. On définit ce plan neutre comme la hauteur (ou les hauteurs) de l'enveloppe où la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur est nulle [ASHRAE, 2005]. La position du plan neutre est influencée par le positionnement des ouvertures, des défauts d'étanchéité de l'enveloppe des installations de ventilation, de cheminées...



Figure 5 Différences de pression dans un bâtiment pour différentes positions du plan neutre⁴

On peut réécrire l'équation précédente en intégrant le plan de pression neutre Z_N :

$$\Delta P_T = \rho_e \left(\frac{T_e}{T_i} - 1\right) g\left(Z_N - z\right) \tag{21}$$

⁴ <u>http://www.learn.londonmet.ac.uk/packages/tareb/fr/index_special.html</u>

On peut généraliser l'écriture de la différence de pression due au tirage thermique entre deux zones comme le proposent [FEUSTEL & RAYNER-HOOSEN, 1990]. Pour chaque zone (cf. Figure 6), on considère une hauteur, pression, température et masse volumique de référence (z_M, P_M, T_M, ρ_M) . Les pressions au niveau des ouvertures se calculent par la variation hydrostatique de la pression :



Figure 6 Illustration du problème pour deux zones

$$P_i = P_M + \rho_M g(z_M - z_i) \tag{22}$$

$$P_j = P_N + \rho_N g(z_N - z_j) \tag{23}$$

La différence de pression entre deux zones peut alors s'écrire :

$$\Delta P = Pi - Pj = P_M - P_N + P_T \tag{24}$$

Avec la différence de pression due au tirage thermique :

$$P_{T} = \rho_{M} g(z_{M} - z_{i}) - \rho_{N} g(z_{N} - z_{j})$$
(25)

II-2-2-3) EFFETS DU VENT

La pression exercée par le vent sur le bâtiment constitue la condition aux limites prépondérante dans l'évaluation des débits d'air. Pour la déterminer, il est important d'adapter les données disponibles (vitesse et orientation du vent mesurées au niveau d'une station météorologique) aux caractéristiques du site (rugosité du terrain, présence d'obstacles).

Pression exercée par le vent

Le vent, autour du bâtiment, génère un champ de vitesses et de pressions. Les façades situées face au vent ($0^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$, avec θ l'angle d'incidence du vent) présentent des surpressions alors que les façades sous le vent ($90^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$) et parallèles à l'écoulement d'air présentent des dépressions.

Pour un écoulement libre, la relation entre la pression et la vitesse d'une ligne de courant peut être obtenue par l'équation de Bernoulli. En considérant la masse volumique constante, on obtient :

$$P_{\text{stat}} + 0.5 \,\rho v^2 = \text{Constante} \tag{26}$$

Le terme 0,5 ρv^2 représente la dynamique P_{dyn} ou pression d'arrêt. Il témoigne de la pression qui serait exercée par la ligne de courant sur un obstacle infiniment petit qui s'y opposerait sans perturber l'écoulement.

Quand l'obstacle n'est pas infiniment petit, on constate expérimentalement que la pression réelle P_k , exercée par l'écoulement sur un point k (x, y, z) est directement proportionnelle à la pression dynamique du fluide.



Figure 7 Orientation du vent sur un bâtiment

Afin de quantifier la distribution de la pression exercée par le vent sur l'enveloppe d'un bâtiment, on introduit des coefficients de pression. [FEUSTEL & RAYNER-HOOSEN, 1990] définissent le coefficient de pression C_{pk} au point k (x, y, z) pour une pression dynamique de référence (à la hauteur de référence z_{ref}) et pour un angle d'incidence du vent donné θ :

$$Cp_{k}(z_{ref},\theta) = \frac{P_{k} - P_{o}(z)}{P_{dyn}(z_{ref})}$$
(27)

Avec

$$P_{dyn}(z_{ref}) = \frac{\rho_0 v^2(zref)}{2}$$
(28)

- P_k Pression mesurée au point k
- $\begin{array}{ll} P_o(z) & \mbox{Pression statique au point } k, \mbox{ déterminée à partir de la pression atmosphérique } \\ & \mbox{ de référence } P_o: \end{tabular} \end{array}$

(Pa)

$$P_o(z) = P_o - \rho gz \tag{29}$$

La pression exercée par le vent sur l'enveloppe du bâtiment constitue la condition aux limites du modèle. Son expression, pour un point donné de l'enveloppe du bâtiment, est :

$$P_{V} = \frac{\rho V_{H}^{2}}{2} C_{p} \tag{30}$$

Avec

V_H	Vitesse du vent à la hauteur de référence du bâtiment (en génér	al la hauteur du
	bâtiment)	$(m.s^{-1})$
ρ	masse volumique de l'air	(kg.m^{-3})
Ср	coefficient de pression	(-)

La pression du vent agit de façon positive ou négative selon l'exposition de la façade. Dans le cas où une des deux zones est l'extérieur, on peut réécrire la différence de pression à travers une ouverture de la manière suivante :

$$\Delta P = Pi - Pj = P_M - P_N + P_T + P_V \tag{31}$$

Détermination de la vitesse du vent au site

Les données météorologiques sur la vitesse du vent sont des vitesses et directions moyennes issues de relevés de stations météorologiques. Ces relevés sont le plus souvent réalisés sur un aéroport à une hauteur de 10 m. Les caractéristiques du site étudié étant en général différentes, il convient de convertir ces données en une valeur qui soit plus représentative de l'environnement du bâtiment à une hauteur de référence (sa hauteur).

Une première approche consiste à procéder directement à des mesures sur le site. Dans le cas où de telles mesures ne seraient pas disponibles, il existe plusieurs expressions caractérisant le profil du vent pour un site donné en fonction de paramètres liés au terrain et de la vitesse moyenne du vent à la station météorologique la plus proche.

[FEUSTEL & RAYNER-HOOSEN, 1990] proposent de caractériser l'évolution de la vitesse du vent à la hauteur de référence en fonction de la vitesse du vent mesurée à la station météorologique et selon la loi de puissance suivante :

$$\frac{v(z)}{v_{met}} = \left(\frac{z}{z_{met}}\right)^{\alpha}$$
(32)

v(z)	Vitesse du vent à l'altitude z	$(m.s^{-1})$
V _{met}	Vitesse du vent à la station météorologique d'altitude zmet	$(m.s^{-1})$
α	Exposant témoignant de la rugosité du terrain	(-)

Description du terrain	Hauteur de la couche limite	Exposant α
	(m)	
Terrain plat et dégagé	270	0,14
Suburbain	390	0,28
Urbain	510	0,4
		1 10 1/ 175 40001

 Tableau 14 Exposants de rugosité du terrain pour plusieurs hauteurs de couche limite [FEUSTEL, 1999]

[LIDDAMENT, 1996] propose également une loi empirique de puissance :

$$v(z) = v_{met} k z^a \tag{33}$$

Avec

k, a Constantes dépendant du terrain

k	a
0,68	0,17
0,52	0,20
0,35	0,25
0,21	0,33
	k 0,68 0,52 0,35 0,21

Tableau 15 Constantes dépendants du terrain, [LIDDAMENT, 1996]

D'autres écritures de la loi de puissance existent comme celle développée par le LBL [SHERMAN & GRIMSRUD, 1980] (cf. partie II-1-2). La formulation la plus récente [ASHRAE, 2005] introduit l'épaisseur de la couche limite (voir les valeurs dans le Tableau 16) du vent dans la loi de puissance :

$$v(z) = v_{met} \left(\frac{\delta_{met}}{H_{met}}\right)^{l_{met}} \left(\frac{H}{\delta}\right)^{l}$$
(34)

Avec

 δ_{met} , δ Epaisseur de la couche limite pour, respectivement, la station météorologique et le site (m)

I_{met}, *I* Exposant caractérisant le terrain, respectivement, de la station météorologique et du site (-)

Enfin, on trouve une expression logarithmique où la vitesse du vent est exprimée en fonction de la hauteur du bâtiment et de la classe de rugosité du terrain [ALLARD & AL., 1998] :

$$\frac{v(z)}{v_{met}} = \frac{v^{*}(z)}{v^{*}_{met}} \left[\frac{\ln \frac{z - d}{z_{o,z}}}{\frac{z_{m} - d_{m}}{z_{o,m}}} \right]$$
(35)

(-)

Avec

$$\frac{v^{*}(z)}{v^{*}_{met}} = \left[\frac{z_{o}, z_{z}}{z_{o}, z_{m}}\right]^{0,1}$$
(36)

*z*_o Hauteur de rugosité du terrain m

 $v^*(z)$ Vitesse de friction à l'altitude z m.-1

d Hauteur de déplacement m

Catégorie de terrain	Description	Exposant a	Epaisseur de couche limite δ (m)
1	Centre ville avec 50% des bâtiments de plus de 21 m	0,33	460
2	Terrain urbain, suburbain, forêt, terrain avec obstructions resserées	0,22	370
3	Terrain dégagé avec obstructions dispersées	0,14	270
4	Terrain plats, sans obstruction	0,1	210

Tableau 16 Caractérisation de la couche limite pour différents types de terrains [ASHRAE, 2005]

Détermination des coefficients de pression Cp

Les coefficients de pression dépendent de la direction du vent, de la forme du bâtiment mais aussi des caractéristiques du site où ce dernier est implanté. Une évaluation précise de ce paramètre s'avère être un des points les plus délicats de la modélisation des mouvements d'air dans les bâtiments. Plusieurs approches peuvent être employées.

L'approche la plus répandue est l'utilisation des bases de données de l'AIVC (Air Infiltration and Ventilation Center) : [ORME & AL., 1994] présentent des valeurs de Cp pour différentes formes, tailles de bâtiments et orientations du vent (0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°). L'utilisation de ces données est largement répandue, notamment par [HENSEN, 1991], [PERSILY & IVY, 2001] et [FEUSTEL & AL., 2005]. Ces bases de données répertorient des valeurs moyennes par façade pour le type de configurations suivantes :

- Grands bâtiment (> 3 étages) :
 - ✓ Rapport largeur/profondeur de 1,5 : 1
 - ✓ Toiture plate

• Petits bâtiments (\leq 3étages) :

- ✓ Rapport largeur/profondeur : 2 : 1 et 1 : 1
- ✓ Toiture présentant une inclinaison : $< 10^{\circ}$, 11-30° ou > 30°
- ✓ Degré d'obstruction du site : « site isolé », « bâtiment entouré d'obstacles correspondant à la moitié de sa hauteur », « bâtiment entouré d'obstacles correspondant à sa hauteur »



Figure 8 Exemple de distribution de la pression sur un bâtiment [ASHRAE, 2005]

[WALKER & WILSON, 1994] proposent d'ajuster ces données à l'angle d'incidence véritable du vent par la fonction trigonométrique suivante :

$$Cp(\theta) = \frac{1}{2} [(Cp(0^{\circ}) + Cp(180^{\circ})\cos^{2}(\theta)^{1/4} + (Cp(0^{\circ}) - Cp(180^{\circ})\cos(\theta)^{3/4} + (Cp(90^{\circ}) + Cp(270^{\circ})\sin^{2}(\theta)^{2} + (Cp(90^{\circ}) - Cp(270^{\circ})\sin(\theta)^{3/4}]]]$$
(37)

Le tableau 15, tiré de [**PERSILY & IVY, 2001**], représente les coefficients de pression pour une façade en fonction de la direction du vent.

Chapitre II	- M	odélisatio	ı des	transferts	aéraulio	mes dar	s les	bâtiments
Chapter of the		ouclisation	i uco	ti unisi ci tis	uoruum	Jues au	10 100	outimente

Angle (degrés)	Coefficients de pression	Angle (degrés)	Coefficients de pression
0	0,603		
15	0,562	195	-0,345
30	0,480	210	-0,370
45	0,365	225	-0,494
60	0,183	240	-0,632
75	-0,052	255	-0,592
90	-0,340	270	-0,340
105	-0,592	285	-0,052
120	-0,632	300	0,183
135	-0,494	315	0,356
150	-0,370	330	0,480
165	-0,345	345	0,562
180	-0,452	360	0,603

Tableau 17 Coefficients de pression pour une façade donnée en fonction de l'orientation du vent



Il existe également des modèles prédictifs, basés sur des résultats de tests en soufflerie. Le modèles CPCALC+ de [GROSSO & AL., 1995], présent dans COMIS, et C_p -Generator [KNOLL & AL., 1997] permettent de déterminer les coefficients de pression en fonction de plusieurs paramètres.

CPCALC+

Les paramètres liés au climat sont l'exposant de rugosité du terrain α et l'angle d'incidence du vent θ .

La densité de bâti (*pad* pour « plan area density ») et la hauteur relative du bâtiment par rapport aux bâtiments alentours (*rbh* pour « relative building height ») sont les deux paramètres permettant de caractériser le site.

Enfin, le modèle prend en compte la géométrie du bâtiment. Pour chaque façade est déterminé le *far* (frontal aspect ratio) comme le rapport L/H, le *sar* (side aspect ratio) comme le rapport L/H de la façade adjacente. *zh* et *xl* sont les positions relatives horizontales et verticales.



Figure 10 Positionnement d'un élément sur une façade [ALLARD & AL., 1998]

Les profils de référence sont établis à partir d'une expression polynomiale, en fonction de la position verticale (longitudinale pour un toit) relative, pour un élément de surface situé sur un mur s'expriment de la façon suivante :

$$C_{p_{ref}}(zh) = a_0 + a_1 zh + a_2 zh^2 + \dots + a_{n-1} zh^{n-1} + a_n zh^n$$
(38)

Avec

n = 3 Dans le cas d'une façade face au vent

n = 5 Dans le cas d'une façade sous le vent

 a_i Coefficients issus de campagnes de mesure

Le coefficient de pression pour l'élément s, de coordonnées zh et xl, s'exprime en fonction des caractéristiques du bâtiment et du site :

$$C_{ps} = C_{p_{ref}}(zh) \times CF \tag{39}$$

Avec

$$CF = Cf_{zh,\theta}(\alpha) \times Cf_{zh}(pad) \times Cf_{zh,pad}(rbh) \times Cf_{zh,pad}(far) \times Cf_{zh,pad}(sar) \times Cf_{zh,\theta}(xl)$$
(40)

Et

$$Cf_{in,im(dt)} = Cp_{normin,im,dt}$$
(41)

$$Cp_{normin,im,dt} = \frac{Cp_{in,im,(dt)}}{Cp_{in,im(dref)}}$$
(42)

 $Cp_{normin,im,dt}$ correspond à une valeur normée par rapport au profil (α , pad, rbh, far, sar,anw) de référence des tests en soufflerie d'où est tiré le modèle.

Pour plus de précision, l'utilisateur pourra se livrer à une modélisation précise par un code CFD ou à des essais en soufflerie sur des modèles réduits de bâtiments. Ces dernières options se révélant néanmoins fastidieuses au niveau des moyens et du temps à mettre en œuvre.

II-2-3) MODÈLES DE CONNEXIONS AÉRAULIQUES

Les différences de pressions inter-zone connues permettent, via des formulations empiriques ou semi-empiriques, de déterminer les débits d'air inter-zone. Deux types de connexions sont considérés : les petites ouvertures caractérisant les défauts d'étanchéité de l'enveloppe et les grandes ouvertures qui représentent les ouvertures volontaires (entrées d'air, portes, fenêtres).

II-2-3-1) MODÈLES DE FISSURE

Loi de puissance

Tous les modèles de transferts aérauliques des bâtiments recensés par [FEUSTEL & DIERIS, 1992] prennent en compte la modélisation des fissures. En raison de la complexité de la géométrie des fissures, l'écoulement d'air pourra être laminaire et turbulent selon sa localisation. Pour cette raison, il est caractérisé par une loi empirique de puissance :

$$\dot{m}_{i \to j} = C_{in} \Delta P^n \tag{43}$$

Avec

$$\dot{m}_{i \rightarrow j}$$
Débit d'air en de la zone i à la zone j(kg.s⁻¹) C_{in} Coefficient caractérisant l'écoulement(kg.s⁻¹.Pa⁻ⁿ)nExposant caractérisant l'écoulement(-)

La valeur de C_{in} est fonction des caractéristiques géométriques de l'ouverture et celle de l'exposant n du type d'écoulement. Un exposant de 0,5 correspond à un écoulement turbulent. Cette valeur approchera 1 dans le cas d'un écoulement laminaire. En pratique, pour un orifice (cf. paragraphe suivant), la valeur de l'exposant sera proche de 0,5. En ce qui concerne les petites ouvertures (de type fissures) la valeur retenue est généralement proche de 0,67 [WALTON, 2006]. [ORME & AL., 1994] fournissent une base de données détaillée issue de campagnes de mesures, pour différents types de composants de bâtiments (liaisons mur-mur, fenêtres, portes...). Ces caractéristiques sont données sous la forme de coefficients C et n.

Les coefficients C et n sont des données évaluées pour des conditions physiques particulières (ρ_0, μ_0, v_0) . Il convient donc de prendre en compte les propriétés réelles de l'air pour le projet étudié. Un facteur de correction est alors nécessaire.

$$\dot{m}_{i \to j} = K_{\dot{m}} C_{\dot{m}} \Delta P^n \tag{44}$$

$$K_{in} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{n-1} \left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^{2n-1} \tag{45}$$

$$K_{in}$$
 Facteur de correction (-

$$\mu$$
Viscosité dynamique(kg.m⁻¹.s⁻¹) v Viscosité cinématique(m².s⁻¹)

$$\mu = 3,7143 \times 10^{-6} + 4,9286 \times 10^{-8}T \tag{46}$$

$$v = \frac{\mu}{\rho} \tag{47}$$

La formulation des débits d'air à travers l'enveloppe d'un bâtiment par la loi de puissance est non seulement la plus répandue dans les modèles de transferts aérauliques mais aussi dans les protocoles de mesure comme la norme [NF EN 13829, 2001] de détermination de la perméabilité à l'air des bâtiments.

Expression quadratique

D'après certains auteurs [BAKER, SHARPLES AND WARD, 1987], l'écoulement à travers les fissures de l'enveloppe est mieux représenté par une loi quadratique liant la différence de pression au débit :

$$\Delta P = A\dot{m} + B\dot{m}^2 \tag{48}$$

Avec

A, B Constantes liées aux caractéristiques géométriques de l'ouverture

Les constantes A et B représentent respectivement les parties laminaire et turbulente de l'écoulement.

$$A = \frac{12\mu z}{\rho L d^3} \qquad \qquad B = \frac{C}{2\rho d^2 L^2}$$
(49)

Avec

d	Largeur de la fissure	(m)
L	Longueur de la fissure	(m)
С	Constante	(-)

Le débit d'air peut ainsi être exprimé en fonction de la différence de pression :

$$\dot{m} = \frac{-A + \sqrt{A^2 + 4B\Delta P}}{2B} \tag{50}$$

Si l'expression quadratique semble physiquement plus juste, elle est basée sur la combinaison d'écoulements laminaires et turbulents pleinement développés, hypothèse qui n'est pas vérifiée dans les fissures : leur géométrie est complexe et elles sont soumises aux turbulences du vent autour de l'enveloppe.

III-2-3-2) MODÈLES DE GRANDE OUVERTURE

Loi d'orifice



Figure 11 Configuration de l'écoulement à travers un orifice [ALLARD, 1998]

Dans le cas de l'écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible, on peut écrire l'équation de Bernoulli pour le cas représenté à la Figure 11 :

$$P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho V_2^2}{2}$$
(51)

On suppose les profils des vitesses uniformes de part et d'autre de l'orifice, d'après l'équation de continuité on a :

$$V_1 S_1 = V_2 S_2 = Q_{1 \to 2}$$
(52)

En combinant ces deux équations, on obtient :

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho \left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right)^2}}$$
(53)

Dans le cas d'un orifice, on aura $S_2 \ll S_1$. Aussi, comme dans la réalité l'écoulement est soumis aux effets visqueux et à la géométrie de l'ouverture, on introduit un coefficient

empirique de décharge C_d . Une valeur de 0,61 est communément appliquée dans le cas d'une ouverture rectangulaire à bords vifs.

Finalement, la loi d'orifice, permet d'exprimer le débit d'air de la façon suivante :

$$\dot{m}_{i \to j} = C_d A \sqrt{2\rho \Delta P} \tag{54}$$

Avec

 C_d Coefficient de décharge

A Surface d'ouverture de l'orifice

Cette loi est adaptée aux petites ouvertures de l'enveloppe, comme les entrées d'air fixes. Elle permet également de caractériser l'écoulement à travers une grande ouverture dans le cas où il n'y a pas de recirculation due à la différence de température entre les deux zones.

Portes et fenêtres ouvertes



Figure 12 Ecoulement à travers une grande ouverture

Les relations précédentes relient le débit d'air à la différence de pression pour aboutir à un écoulement unique. A travers une grande ouverture, on est en présence de phénomènes physiques variés (écoulements en régimes permanent et turbulent, recirculation de l'air à la couche limite thermique) et l'air peut s'écouler dans plusieurs directions.

[WALTON, 1989] propose de discrétiser l'ouverture en un ensemble d'éléments horizontaux dont le débit d'air est exprimé par la loi d'orifice.

Dans le cas d'une ouverture située entre deux zones i et j, on peut écrire la variation hydrostatique de la pression et relier la vitesse de l'air à la différence de pression de manière analogue à celle du paragraphe précédent :

$$P_i(z) = P_{ouv,i} - \rho_i gz \tag{55}$$

et

$$P_j(z) = P_{ouv,j} - \rho_j gz \tag{56}$$

Avec

 $P_{ouv,i}, P_{ouv,j}$ pressions des zones i et j à l'altitude de référence du centre de l'ouverture

$$V_{ij}(z) = \left(\frac{2(P_j(z) - P_i(z))}{\rho}\right)^{1/2}$$
(57)

La grande ouverture peut être discrétisée en un ensemble d'éléments de hauteur Δy à travers lesquels le débit d'air s'écoulera selon l'expression :

$$\dot{m}_{y} = C_{d}WV_{ij}(z)\,\Delta z = C_{d}W\sqrt{2\rho\Delta P}\,\Delta z \tag{58}$$

Finalement, dans le cas de l'existence d'un plan neutre à l'altitude Z_n , on peut définir un débit d'air au dessus et en dessous de ce plan neutre par les équations suivantes :

$$\dot{m}_{Z_n,H} = C_d \int_{z=0}^{z=H-Z_n} \rho v_{ij}(z) W \, dz$$
(59)

$$\dot{m}_{0,Z_n} = C_d \int_{z=-Z_n}^{z=0} \rho v_{ij}(z) W \, dz \tag{60}$$

Plusieurs approches sont proposées pour fournir une solution analytique qui puisse être aisément mise en œuvre dans un modèle multi-zone.

Modèles de Walton

[WALTON, 1989] propose une solution analytique intégrable dans le réseau aéraulique du bâtiment. Cette approche a pour objectif de représenter le débit d'air par un seul élément en calculant au préalable la position du plan neutre. Par définition, il sera situé à l'altitude Z_n pour laquelle $P_i(z) = P_i(z)$ soit :

$$Z_n = \frac{P_{ouv,j} - P_{ouv,i}}{g(\rho_j - \rho_i)}$$
(61)

En définissant une nouvelle coordonnée $z'=z-Z_n$, la différence de pression à travers l'ouverture devient :

$$P_{i}(z') - P_{j}(z') = -gz'(\rho_{i} - \rho_{j})$$
(62)

On peut alors définir deux débits de part et d'autre du plan neutre :

$$\dot{m}_{Z_n,H} = C_d W \int_{z=0}^{z=H/2-Z_n} \rho v_{ij}(z') dz'$$
(63)

$$\dot{m}_{Z_n,H} = C_d W \int_{z=H/2-Z_n}^{z=0} \rho v_{ij}(z') dz'$$
(64)

Position du plan neutre	$\rho_i - \rho_j > 0$	$\rho_i - \rho_j < 0$
$Z_n \leq H/2$	$\dot{m}_{i \to j} = -\frac{2}{3}C_d W \sqrt{2\rho_j g \rho_i - \rho_j } \left \frac{H}{2} - Z_n \right ^{3/2} - \left \frac{H}{2} + Z_n \right ^{3/2}$	$\dot{m}_{i \to j} = \frac{2}{3} C_d W \sqrt{2\rho_i g \rho_i - \rho_j } \left \frac{H}{2} - Z_n \right ^{3/2} - \left \frac{H}{2} + Z_n \right ^{3/2}$
$Z_n \ge H/2$	$\dot{m}_{i \to j} = \frac{2}{3} C_d W \sqrt{2\rho_i g \left \rho_i - \rho_j \right } \left \frac{H}{2} - Z_n \right ^{3/2} - \left \frac{H}{2} + Z_n \right ^{3/2}$	$\dot{m}_{i \to j} = -\frac{2}{3} C_d W \sqrt{2\rho_j g \left \rho_i - \rho_j \right } \left\ \frac{H}{2} - Z_n \right\ ^{3/2} - \left \frac{H}{2} + Z_n \right ^{3/2}$
$\begin{array}{c} \text{-H/2} < \\ Z_n < \\ \text{H/2} \end{array}$	$\frac{Z_{n} <}{H/2} \qquad \dot{m}_{i \to j} = -\frac{2}{3} C_{d} W \sqrt{2\rho_{i} g \rho_{i} - \rho_{j} } \left \frac{H}{2} - Z_{n} \right ^{3/2}$	$\dot{m}_{i \to j} = \frac{2}{3} C_d W \sqrt{2\rho_i g \rho_i - \rho_j } \left \frac{H}{2} - Z_n \right ^{3/2}$
	$\begin{array}{c c} -H/2 \\ < Z_n \end{array} \qquad \dot{m}_{i \to j} = \frac{2}{3} C_d W \sqrt{2\rho_i g \rho_i - \rho_j } \left \frac{H}{2} + Z_n \right ^{3/2} \end{array}$	$\dot{m}_{i \to j} = -\frac{2}{3} C_d W \sqrt{2\rho_i g \left \rho_i - \rho_j \right } \left \frac{H}{2} + Z_n \right ^{3/2}$

Tableau 18 Expression du débit à travers une grande ouverture selon la position du plan neutre

Si l'altitude du plan neutre se situe dans l'ouverture ($-H/2 < Z_n < H/2$) on sera en présence de deux débits opposés de part et d'autre de l'ouverture. Dans les autres cas, un seul débit sera nécessaire. Finalement le Tableau 18 résume les équations possibles pour représenter ces débits.

Dans le cas où le plan neutre est situé dans l'ouverture, on est en présence de deux écoulements. Dans les autres cas, la grande ouverture n'est représentée que par un seul.

Une autre approche consiste en la modélisation d'une grande ouverture d'office par deux ouvertures identiques situées aux $5/18^{\text{ème}}$ et $13/18^{\text{ème}}$ de la hauteur de l'ouverture. Les deux ouvertures sont représentées par des lois d'orifice dans lesquelles la surface vaut la moitié de la surface de l'ouverture.

Modèle COMIS

Dans le cadre du projet COMIS [FEUSTEL & RAYNER-HOOSEN, 1990], [ALLARD & UTSUMI, 1992] ont développé un modèle de grande ouverture dédié aux modèles multi-zone.

La masse volumique de l'air présente une stratification linéaire des deux côtés de l'ouverture :

$$\rho_1(z) = \rho_{01} + b_1 z \tag{65}$$

$$\rho_2(z) = \rho_{02} + b_2 z \tag{66}$$

Les effets de la turbulence du vent sont représentés par l'évolution linéaire d'une pression équivalente :

$$P_t(z) = P_{t0} + b_t z (67)$$

La différence de pression entre les deux zones s'écrit finalement :

$$P_{1}(z) - P_{2}(z) = P_{01} - P_{02} - g\left[\left(\rho_{01}z + b_{1}\frac{z^{2}}{2}\right) - \left(\rho_{02}z + b_{2}\frac{z^{2}}{2}\right)\right] + P_{t0} + b_{t}z$$
(68)

Cette équation peut avoir jusqu'à deux solutions, deux plans neutre donc. Les débits sont déterminés en intégrant l'expression de la vitesse sur les intervalles délimités par ces plans neutres.

Afin de permettre une solution analytique, on retient le cas particulier pour lequel la masse volumique de l'air est uniforme dans chaque zone $(b_1 = b_2 = 0)$. Dans ce cas, comme dans l'approche de Walton, on peut définir deux débits de part et d'autre d'un plan neutre :

$$\dot{m}_{Z_n,H} = \frac{2}{3} WCd\theta \sqrt{\rho} \left[2g(\rho_{01} - \rho_{02}) - bt \right]^{\frac{1}{2}} \left| H - Z_n \right|^{\frac{3}{2}}$$
(69)

Et :

$$\dot{m}_{0,Z_n} = \frac{2}{3} WCd\theta \sqrt{\rho} \left[2g(\rho_{01} - \rho_{02}) - bt \right]^{\frac{1}{2}} |Z_n|^{\frac{3}{2}}$$
(70)

$$Z_n = \frac{P_{01} - P_{02} + P_{to}}{g(\rho_{01} - \rho_{02}) - b_t}$$
(71)

II-4) L'APPROCHE ZONALE

Les modèles mutli-zone précédemment évoqués permettent d'avoir une idée du comportement de l'écoulement de l'air au sein d'un bâtiment d'un point de vue global. Chaque zone est considérée comme homogène, ses caractéristiques (température, pression, éventuellement concentration de polluants) sont les mêmes en tout point.

Cette approche présente ses limites dès lors que l'on souhaite avoir des informations précises sur l'ambiance (température et vitesse d'air) d'une zone, en particuliers une zone présentant un grand volume (un atrium par exemple).

La méthode multi-zone ne permet pas non plus l'étude du couplage ambiance/systèmes (différence d'ambiance pour un local chauffé par un convecteur ou un plancher chauffant par exemple). Enfin, elle ne permet pas non plus de caractériser les effets de sources localisées de chaleur. Dans le cas d'une source de chaleur dans une pièce de grand volume, l'hypothèse de température homogène s'éloignera un peu plus de la réalité.



Figure 13 Représentation du problème dans le cas d'une modélisation zonale

La méthode zonale constitue une approche intermédiaire entre la méthode nodale et les codes de champs. Elle consiste en l'étude d'une zone précise, reposant sur son partitionnement en un ensemble de volumes de contrôles parallélépipédiques.

Comme pour la méthode nodale, chaque partition présente des caractéristiques physiques homogènes. Les équations de conservation de la masse et de l'énergie sont appliquées à chaque cellule tout comme les transferts de masse et d'énergie entre celles-ci.

Les modèles en champ de pression ont pour but de déterminer à la fois la distribution des températures et l'allure des écoulements dans un local. Comme dans le cas de l'approche nodale, une loi de puissance permet d'obtenir les débits inter-zones en les reliant à la différence de pression.

Cependant, cette approche repose sur une simplification de la quantité de mouvement et ne permet pas une prédiction précise de la structure de l'écoulement dans les régions où la vitesse d'air est importante. Plusieurs études ont mis en évidence la nécessité de décrire les écoulements dominants par des modèles adaptés [WURTZ & AL., 1999], [WURTZ & AL., 2000] [MUSY & AL., 2001][MORA, 2003].

La partie suivante présente la modélisation d'un local dans une approche zonale. [BOUIA & DALICIEUX, 1991], [INARD & AL., 1996], [WURTZ & AL., 1999], [HAGHIGAT & AL., 2001], [MORA, 2003], [WURTZ & AL., 2006] ont eu l'occasion de mettre en place ce type modèles. La démarche retenue consiste en la distinction de deux types de cellules :

- Cellules courantes : zone à faible amplitude des vitesses ;
- Cellules à écoulement spécifique : jet de paroi horizontal anisotherme, panache thermique issu d'une source de chaleur, couche limite thermique.



Figure 14 Exemple de représentation du problème dans le cas d'une modélisation zonale (cellules courantes et à écoulement spécifique)

II-4-1) STRUCTURE GÉNÉRALE DU MODÈLE

Le local étudié est découpé en n zones, considérées isothermes et à masse volumique constante. Les zones sont couplées entre elles par des débits massiques d'air. Pour chaque cellule i s'appliquent la conservation de la masse et de l'énergie :

$$\sum_{j=1}^{6} \dot{m}_{j \to i} = 0 \tag{72}$$

Avec

 $\dot{m}_{i \rightarrow i}$ Débit massique d'air entre transitant de la cellule j à la cellule i kg.s-1

$$\sum_{j=1}^{6} \Phi_{j \to i} + \Phi_{source} = \rho_i V_i C p \frac{\partial T_i}{\partial t}$$
(73)

$\Phi_{j \to i}$	Flux de chaleur entre la cellule j et la cellule i	(W)
$\Phi_{\scriptscriptstyle source}$	Source interne de chaleur	(W)
V_i	Volume de la cellule	(m ³)
Ср	Capacité calorifique de l'air	$(J.kg^{-1}.K^{-1})$
T_i	Température de l'air	(K)

II-4-2) CELLULES COURANTES



Figure 15 Bilan de masse et conservation d'énergie pour une cellule [BOZONNET, 2005]

Dans une cellule courante, on suppose la pression, la masse volumique et la température de l'air liés par l'équation des gaz parfaits :

$$P_i = \rho_i r T_i \tag{74}$$

Avec

Pi	Pression de référence pour la zone i	(Pa)
$ ho_{_i}$	Masse masse volumique de l'air dans la zone i	$(kg.m^{-3})$
r	Constante spécifique de l'air sec	$(J.kg^{-1}.K^{-1})$

Au sein d'une même zone, la pression varie de façon hydrostatique.

Pour les cellules courantes, on fait l'hypothèse que l'amplitude des vitesses d'air, donc la quantité de mouvement, y est faible. Cette hypothèse amène à penser que le débit d'air qui traversera la surface commune à deux cellules dépendra de la différence de pression entre ces deux cellules. Comme pour les méthodes nodales, ce débit est lié de façon non linéaire à la différence de pression statique entre les deux cellules par une loi de puissance selon la formule suivante :

$$\dot{m}_{ij} = \varepsilon_{ij} \rho_{ij} C dA_{ij} \left(\frac{2 \left| \Delta P_{ij} \right|}{\rho_{ij}} \right)^{1/2}$$
(75)

Avec

 $\Delta P_{ij} = (Pi - \rho_i gh_i) - (Pj - \rho_j gh_j)$ $Pi \qquad \text{Pression de référence pour la zone i}$ $\varepsilon_{ij} = \frac{\Delta P_{ij}}{|\Delta P_{ij}|} \text{ quand } \Delta P_{ij} \neq 0$ $\rho_{ii} \qquad \text{Masse volumique du fluide amont}$

- A_{ii} Surface de la frontière entre la zone i et la zone j
- *Cd* Coefficient empirique analogue au coefficient de décharge

Pour une connexion verticale entre deux cellules i et j, **[INARD & AL., 1997A]** proposent la formulation suivante :

$$\dot{m}_{ij} = \varepsilon_{ij} \sqrt{2\rho_j} C dA_{ij} \left| P_j - P_i \right|^{1/2} \text{ si } P_j > P_i$$
(76)

Dans le cas d'une frontière horizontale, ce débit s'exprime :

$$\dot{m}_{ij} = \varepsilon_{ij} \sqrt{2\rho_j} C dA_{ij} \left| (P_j - P_i) - \frac{1}{2} (\rho_i g h_i + \rho_j g h_j) \right|^{1/2} \text{ si } P_j > P_i$$
(77)

On peut alors exprimer le flux de chaleur issu de la cellule j, entrant dans la cellule i par la formule suivante :

$$\Phi_{j \to i} = \dot{m}_{j \to i} C p(T_j - T_i)$$
(78)

II-4-3) CELLULES À ÉCOULEMENT SPÉCIFIQUE



Figure 16 Représentation des débits sortant d'une cellule avec un jet imposé sur l'une des interfaces [BOZONNET, 2005]

Dans le cas des cellules courantes, la pression imposée en entrée sur le volume de contrôle par un écoulement dominant sera ensuite répartie de la même façon sur toutes les faces de ce volume alors que l'énergie cinétique a tendance à se propager en grande partie dans la direction du jet. Pour pallier ce problème, les débits d'air dans les zones affectées par les écoulements dominants sont représentés par des modèles empiriques.

II-4-3-1) MODÈLE DE JET DE PAROI

Dans cette partie, on présente le modèle de jet de paroi isotherme de [RAJARATNAM, 1976] (vu dans [MORA, 2003]).

Le profil de vitesse longitudinal d'un jet en fonction de la distance y à sa paroi s'écrit :

$$U = U_m \left(-0.937 \left(\frac{y}{b_u} - 0.14 \right)^2 \right) \text{ si } P_j > P_i$$
(79)

U_m	Amplitude de la vitesse	$(m.s^{-1})$
у	Distance normale par rapport à la paroi	(m)

 b_u Epaisseur du jet

(m)

L'amplitude de la vitesse du jet varie en fonction de la distance à l'origine du jet selon l'expression :

$$U_m = U_0 3.5 \sqrt{\frac{h}{x}}$$
(80)

Avec

${U}_0$	Module de la vitesse au niveau du diffuseur	$(m.s^{-1})$
h	Dimension transversale du diffuseur	(m)
x	Distance par rapport à l'origine du jet(m.s ⁻²)	(m)

L'épaisseur du jet varie elle aussi en fonction de la distance à l'origine :

$$b_{\mu} = 0.068(x - 10h) \tag{81}$$

II-4-3-2) MODÈLE DE PANACHE DE CHALEUR

Le modèle présenté ici est celui de [INARD & AL., 1997B], issu de travaux sur le panache thermique des convecteurs électriques. Ce modèle est également utilisé par [WURTZ & AL., 2000].

On met ici en relation le débit massique linéique (calculé sur la largeur du panache) avec l'épaisseur dynamique du panache et la vitesse maximale de l'air :

$$q = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rho_0 U_m b u \tag{82}$$

Avec

q	Débit massique linéique	$(kg.m^{-1}.s^{-1})$
U_m	Vitesse maximale de l'air dans le panache	$(m.s^{-1})$
bu	Épaisseur de panache	(m)
$ ho_{\scriptscriptstyle 0}$	Masse volumique de l'air en dehors du panache	$(kg.m^{-3})$

On obtient l'épaisseur dynamique du panache par la relation suivante :

$$bu = \frac{2E_0}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{St(1+\lambda^2)^{1/2}}{3\lambda E_0} \right) (z-z_0)$$
(83)

bu	Épaisseur de panache	(m)
E_0	Coefficient d'entraînement du panache au niveau de la paroi	(-)
St	Nombre de Stanton (Nu/(RaPr))	(-)
λ	Rapport largeur thermique/largeur dynamique du panache	(-)

Z.	Ordonnée du point d'étude	(m	1)

^{*Z*₀} Ordonnée de l'origine fictive du panache (m)

La vitesse maximale de l'air pour une sous interface sera :

$$Um = \left(\frac{6\lambda(1+\lambda^2)^{1/2}}{3\lambda(Cf+\sqrt{2}E_0) - (2(1+\lambda^2))^{1/2}St}\right)^{1/3} \left(\frac{\varphi_{\rm g}\beta}{\rho_0 Cp_0}\right)^{1/3}$$
(84)

Avec

λ	Rapport largeur thermique/largeur dynamique du panache	(-)
E_0	Coefficient d'entraînement du panache au niveau de la paroi	(-)
St	Nombre de Stanton (Nu/(RaPr))	(-)
Cf	Coefficient de frottement à l'interface air paroi	$(W.m^{-2}.k^{-(n+1)})$
φ	Flux linéique dans le panache au centre de la cellule	$(W.m^{-1})$
8	Accélération de la pesanteur	$(m.s^{-2})$
β	Coefficient d'expansion volumique de l'air	(K^{-1})
$ ho_{\scriptscriptstyle 0}$	Masse volumique de l'air en dehors du panache	$(kg.m^{-3})$
Cp_0	Capacité thermique massique de l'air	$(J.kg^{-1}.K^{-1})$

II-4-4) Description de l'enveloppe

Le but des modèles zonaux est d'étudier l'ambiance d'un local, les connexions aérauliques entre locaux sont traitées comme au paragraphe II-2-3 (grandes ouvertures et fissures).

Finalement, on prendra en compte le débit d'infiltrations d'air comme une entrée du modèle (un débit au niveau de la paroi) qui servira à caractériser l'ambiance.

Ainsi, dans le cas où le volume de contrôle se trouve aux abords d'une paroi, on ajoute un terme lié à l'échange convectif avec la paroi. Aussi, le débit $\dot{m}_{i\to j}$ représente ici un débit d'infiltration d'air.

$$\Phi_{i \to j} = \dot{m}_{i \to j} C p(T_i - T_j) + h_{conv} S(T_s - T_j)$$
(85)

h_{conv}	Coefficient de convection surfacique	$(W.m^{-2}.K^{-1})$
S	Surface de paroi	(m ²)
Γ_{s}	Température de paroi	(K)

II-5) LES CFD

Une dernière approche existe pour caractériser les mouvements d'air dans les bâtiments, il s'agit de la méthode dite des codes de champs ou CFD (Computational Fluid Dynamics). On parle d'approche microscopique de la modélisation de la ventilation. Le comportement de l'ambiance du local étudié y est caractérisé par ses variables fondamentales pour chaque volume de contrôle :

- ✓ La vitesse (à travers ses composantes Vx, Vy et Vz) ;
- ✓ La pression ;
- ✓ La température.

Les logiciels CFD sont basés sur la résolution des équations de Navier-Stokes (équations de la conservation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement). Ils permettent de décrire avec précision l'allure de l'écoulement, même dans le cas où celui-ci est soumis à des écoulements dominants (jets, panache thermique...).

Pour un écoulement de fluide incompressible, satisfaisant aux hypothèses de Boussinesq (petits écarts de température et de pression, et variations de la masse essentiellement dues à la température), les équations résolues au niveau des volumes de contrôle représentant le bâtiment sont les suivantes :

✓ Conservation de la masse

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{86}$$

✓ Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ v \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right\} - \beta (T - T_0) g$$
(87)

✓ Conservation de l'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial TU_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right\} + H_s$$
(88)

U_i Composante de la vitesse instantannée dans ladirection x_i P Pression statique instantanéé T, T_0 Températures instantanée et de référence v Viscosité cinématique t Temps	X_i	Coordonnées cartésiennes	
P Pression statique instantanéé T, T_0 Températures instantanée et de référence v Viscosité cinématique t Temps	U_{i}	Composante de la vitesse instantannée dans ladirection x _i	$(m.s^{-1})$
T, T_0 Températures instantanée et de référence v Viscosité cinématique t Temps	Р	Pression statique instantanéé	(Pa)
v Viscosité cinématique (t Temps	T, T_0	Températures instantanée et de référence	(K)
t Temps	υ	Viscosité cinématique	$(m^2.s^{-1})$
1	t	Temps	(s)

β	Coefficient d'expansion volumique	(K^{-1})
ρ	Masse volumique du fluide	$(kg.m^{-3})$
λ	Conductivité thermique	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
H_{s}	Source volumique de chaleur	(W)

[MORA, 2003] recense les différentes techniques de résolution CFD : la simulation numérique directe ou DNS (Direct Numerical Simulation), la simulation des grandes structures tourbillonnaires ou LES (Large-Eddy Simulation)et la simulation par des modèles de transport des quantitées moyennées en temps ou RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes).

Le local étudié est discrétisé en plusieurs dizaines de milliers de volumes de contrôle, le temps de calcul et les ressources informatiques nécessaires pour arriver à la résolution du problème par la méthode des éléments finis ou des volumes finis pour une étude sur une durée très courte peuvent être très importants (parfois plusieurs heures).

Enfin, les données d'entrées (positionnement des entrées d'air, type d'écoulement en entrée, description des sources de chaleur, obstacles, etc.) pré-supposent un stade très avancé dans la conception du bâtiment et une compréhension poussée des phénomènes physiques de la part de l'utilisateur.



Figure 17 Exemple de discrétisation d'un local (figure de gauche) et de distribution du champr des vitesses (figure de droite), [LIDDAMENT, 1996]

II-6) CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté les différentes techniques de modélisation aéraulique des bâtiments, de la plus simple à la plus détaillée. Ces techniques servent de base à l'outil de simulation développé et décrit dans le chapitre suivant. Elles seront adaptées aux problématiques de conception auxquelles souhaite répondre ce travail de thèse.