

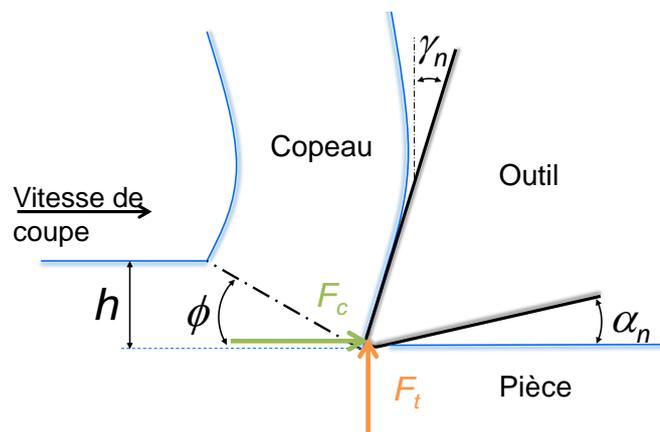
# **Modélisation des efforts de coupe**

## Analyse expérimentale et modélisation phénoménologique

Ce chapitre présente les résultats des différents essais ainsi que la modélisation phénoménologique des efforts de coupe. L'analyse expérimentale a permis d'identifier les paramètres influents sur les efforts. Les modèles phénoménologiques présentés sont directement inspirés des résultats de l'expérimentation. Le premier est réalisé à partir de relations linéaires tandis que le second est basé sur les logarithmes naturels.

### 5.1 Analyse expérimentale

Ce paragraphe analyse les résultats des différents essais réalisés sur les éprouvettes de type tube et disque. Les efforts de coupe (figure 5.1) sont exprimés pour une largeur de coupe  $b$  unitaire et sont par conséquent exprimés en N/mm.

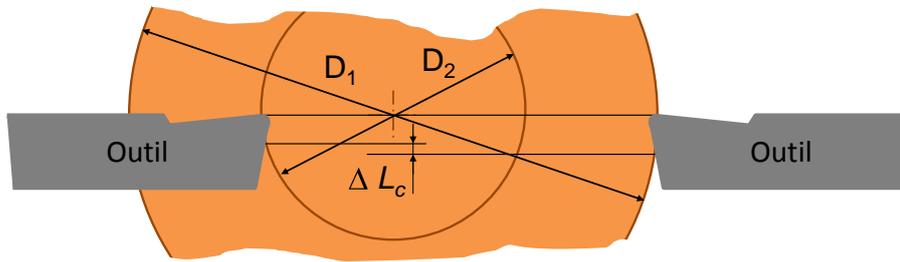


**Fig. 5.1** – Orientation des efforts de coupe  $F_c$  et de pénétration  $F_t$  en coupe orthogonale.

#### 5.1.1 Coupe orthogonale sur disques

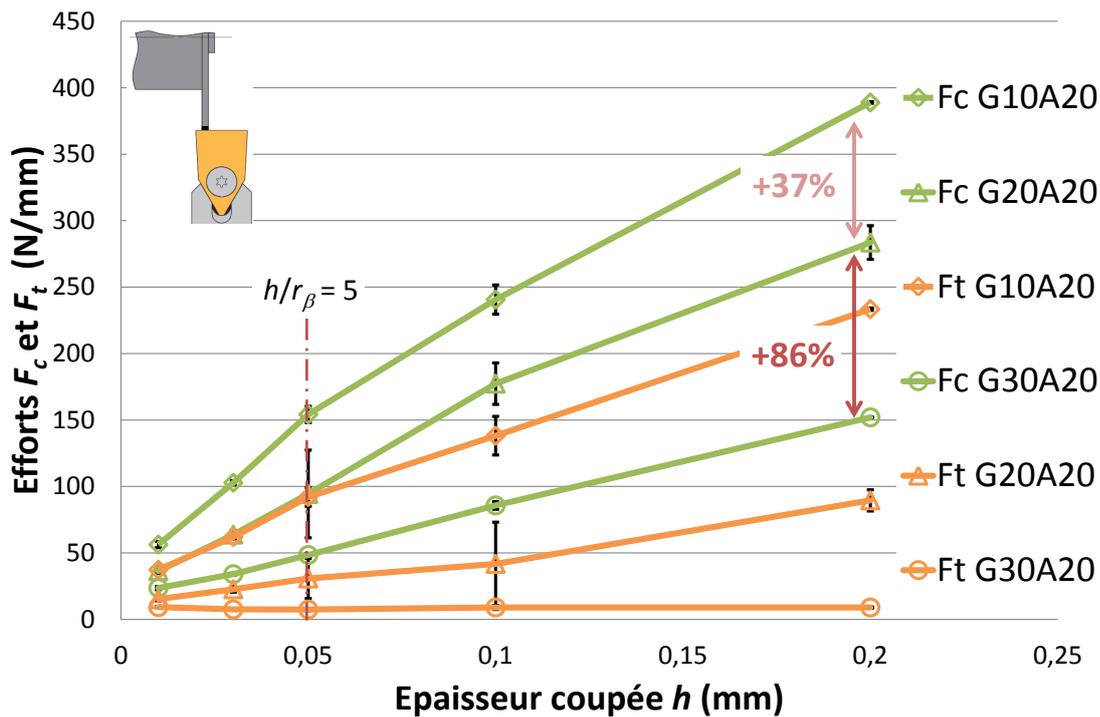
Les résultats obtenus en coupe orthogonale sur disque permettent de mettre en évidence les phénomènes liés au diamètre usiné comme expliqué précédemment au paragraphe 4.2.1. À épaisseur indentée constante, le contact en dépouille de l'outil durant un essai de coupe

orthogonale sur disque varie d'un  $\Delta L_c$  en fonction du diamètre de l'éprouvette comme le montre la figure 5.2.



**Fig. 5.2** – Variation du contact en dépouille de l'outil pour deux diamètres d'éprouvette à épaisseur indentée  $h_s$  et angle de dépouille  $\alpha_n$  constants.

La figure 5.3 représente les efforts de coupe linéiques moyens obtenus à angle de dépouille  $\alpha_n$  constant de  $20^\circ$  pour trois angles de coupe  $\gamma_n$  différents ( $10^\circ$ ,  $20^\circ$  et  $30^\circ$ )<sup>a</sup> et un diamètre d'éprouvette supérieur à 80 mm. La première observation des efforts mesurés montre une augmentation de leur intensité lorsque l'épaisseur coupée  $h$  augmente et l'angle de coupe  $\gamma_n$  diminue.

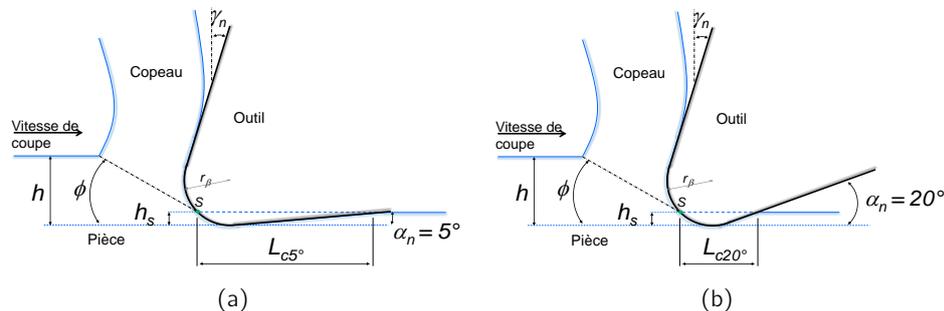


**Fig. 5.3** – Efforts en coupe orthogonale sur disque à angle de dépouille constant en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $\gamma_n = 10^\circ$ ,  $20^\circ$  et  $30^\circ$ ,  $\alpha_n = 20^\circ$ ,  $D_{usi} \geq 80$  mm).

Ce comportement est parfaitement normal et attendu, une observation plus fine révèle cependant des informations précieuses quant à l'influence de la géométrie de l'outil sur les efforts. L'effort de pénétration  $F_t$  obtenu avec un angle de coupe  $\gamma_n$  de  $30^\circ$  est pratiquement invariable avec l'augmentation de l'épaisseur coupée. Il augmente légèrement pour

a. Voir tableau 4.1.

$h = 0.01$  mm ce qui traduit un effet d'indentation plus important en dépit d'un angle de dépouille de grande dimension. L'effort de coupe  $F_c$  obtenu avec cet outil croît linéairement avec l'augmentation de  $h$ . Les efforts de coupe issus des outils d'angle de coupe  $\gamma_n$  de  $10^\circ$  et  $20^\circ$  ne présentent pas cette évolution linéaire et présentent un changement de pente aux voisinages de  $h = 0.05$  mm. En considérant que le rayon d'arête  $r_\beta$  de ces outils est en moyenne de  $10 \mu\text{m}$ , la frontière marquant l'apparition notable d'un effet d'échelle peut être évaluée au voisinage d'un rapport  $h/r_\beta \approx 5$ . Cette inflexion est également nettement visible sur l'effort de pénétration  $F_t$  obtenu avec un outil dont l'angle de coupe est de  $10^\circ$ . L'écart entre les angles de coupe de deux outils consécutifs est de  $10^\circ$ , cependant, les efforts n'évoluent pas de manière proportionnelle. L'effort de coupe obtenu, pour une épaisseur coupée  $h$  de  $0.2$  mm, avec un outil dont l'angle de coupe  $\gamma_n$  est de  $20^\circ$  est de  $86\%$  plus important que celui obtenu avec un angle de  $30^\circ$ . Cette augmentation d'effort n'est plus que de  $37\%$  lorsque l'angle de coupe passe de  $20^\circ$  à  $10^\circ$ . Ces observations se vérifient pour les angles de dépouille les plus faibles ( $5^\circ$ ) comme le montre la figure 5.5. Dans ce cas, la longueur en dépouille de l'outil frottant sur la surface usinée de la matière est, en théorie, plus marquée comme le montre la figure 5.4. L'effort de coupe obtenu, pour une épaisseur coupée  $h$  de  $0.2$  mm, avec un outil dont l'angle de coupe  $\gamma_n$  est de  $20^\circ$  est  $75\%$  plus grand que celui obtenu avec un angle de  $30^\circ$ , soit une augmentation moins importante qu'avec les grands angles de dépouille. Cette augmentation est de  $19\%$  lorsque l'angle de coupe passe de  $20^\circ$  à  $10^\circ$ , les phénomènes en dépouille étant initialement importants. La frontière  $h/r_\beta \approx 5$  est également marquée par une légère inflexion de la courbe.



**Fig. 5.4** – Variation de la longueur du contact en dépouille à épaisseur indentée  $h_s$  constante pour (a)  $\alpha_n = 5^\circ$  et (b)  $\alpha_n = 20^\circ$ .

La figure 5.6 présente les résultats d'efforts pour un angle de coupe  $\gamma_n$  constant de  $30^\circ$ . L'angle de dépouille  $\alpha_n$ , lorsqu'il est faible, contribue à faire augmenter les efforts de coupe  $F_c$  et de pénétration  $F_t$ , soit un effet analogue à celui relevé pour l'angle de coupe  $\gamma_n$ . L'effort de coupe  $F_c$  obtenu, pour une épaisseur coupée  $h$  de  $0.2$  mm, avec un outil dont l'angle de dépouille  $\alpha_n$  est de  $10^\circ$ , est plus important de  $12\%$  que celui obtenu avec un angle de  $20^\circ$ . L'augmentation est de  $7\%$  pour un passage de  $10^\circ$  à  $5^\circ$  soit une progression *quasi* linéaire. L'évolution de l'effort de pénétration  $F_t$  est plus impressionnante car l'effort pour un outil dont l'angle de dépouille  $\alpha_n$  est de  $10^\circ$  est  $138\%$  plus important que celui obtenu avec un angle de  $20^\circ$ , l'augmentation est de  $53\%$  pour un passage de  $10^\circ$  à  $5^\circ$ .

Les niveaux d'efforts sont identiques pour les très faibles épaisseurs coupées, les écarts entre les différents angles de dépouille ne se matérialisent que pour des épaisseurs coupées  $h$  plus importantes. Une explication à ce phénomène voudrait que la composante d'effort issue du contact avec la face en dépouille soit issue d'une même surface de contact lorsque l'épaisseur coupée est  $h = 0.01$  mm, *i.e.* un contact restreint au rayon d'arête. Pour les

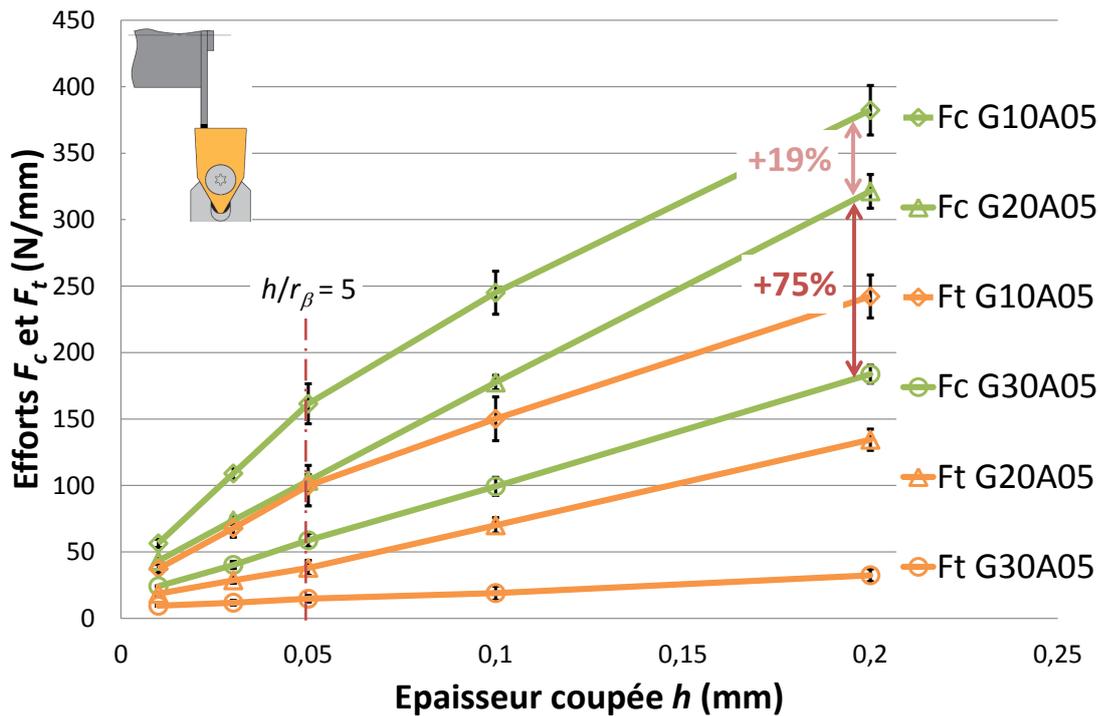


Fig. 5.5 – Efforts en coupe orthogonale sur disque à angle de dépouille constant en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$  et  $30^\circ$ ,  $\alpha_n = 5^\circ$ ,  $D_{usi} \geq 80$  mm).

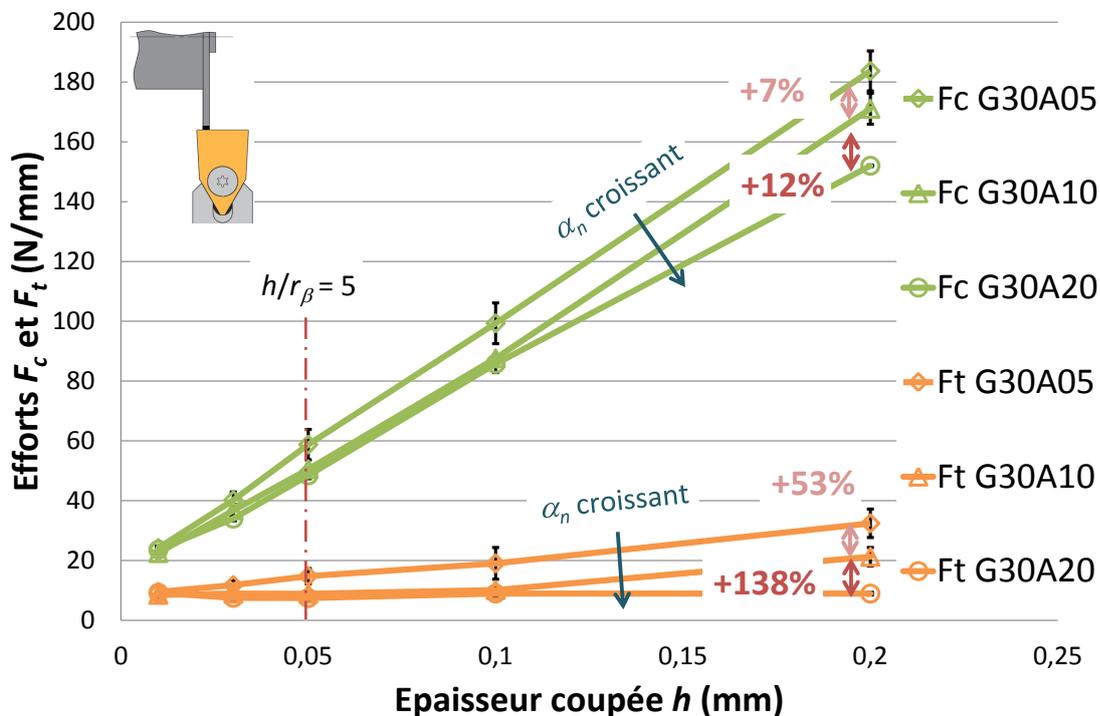
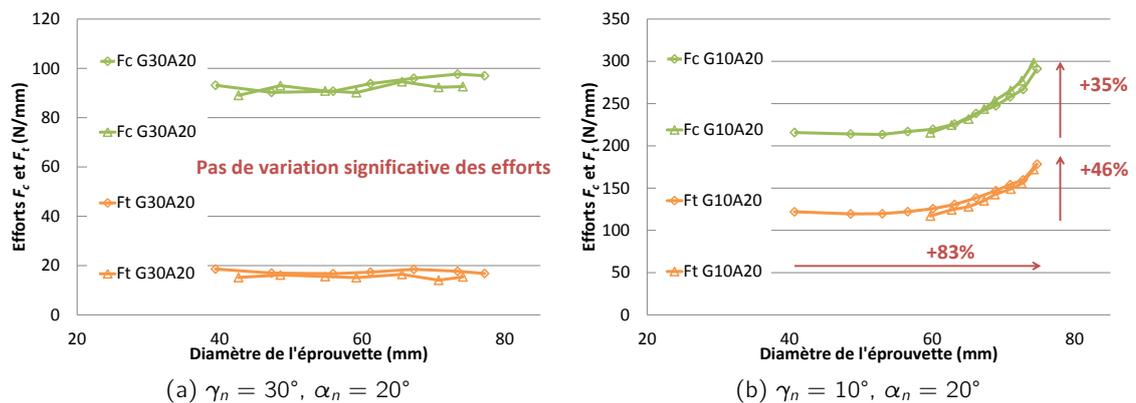


Fig. 5.6 – Efforts en coupe orthogonale sur disque à angle de coupe constant en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $\gamma_n = 30^\circ$ ,  $\alpha_n = 5^\circ, 10^\circ$  et  $20^\circ$ ,  $D_{usi} \geq 80$  mm).

épaisseurs coupées plus importantes, la surface de contact s'étend au delà du rayon  $r_\beta$  sur la face en dépouille, ce qui la rend fonction de l'angle de dépouille  $\alpha_n$ . L'incertitude de mesure augmente à mesure que l'angle de dépouille se réduit, ce qui traduit l'introduction de phénomènes dont la répétabilité n'est pas garantie.

Afin d'explorer l'effet que peut avoir le diamètre de l'éprouvette sur les efforts, des essais ont été réalisés sur de grandes amplitudes de diamètre usiné faisant ainsi varier significativement le contact sur la face en dépouille (5.2). La figure 5.7a montre les résultats de deux essais réalisés dans les mêmes conditions avec un outil adapté à la coupe du cuivre possédant un angle de dépouille  $\alpha_n$  de  $20^\circ$ .

Les courbes ne montrent pas d'augmentation significative des efforts, la dispersion n'étant que de 10% pour  $F_c$  et 2% pour  $F_t$ . L'angle de dépouille semble suffisamment important, en complément d'un angle de coupe adapté au matériau, pour ne pas générer de contact exagéré sur la face en dépouille, ni introduire un effet d'indentation notable. En effet, l'angle de dépouille  $\alpha_n$  ne semble pas avoir un effet isolé sur la variation des efforts en fonction du diamètre. L'effet du diamètre usiné ne devient visible, pour un angle de coupe  $\gamma_n$  de  $30^\circ$ , qu'à partir d'un angle de dépouille de  $5^\circ$  où l'effort de pénétration  $F_t$  présente une augmentation de 30% pour une variation de 125% du diamètre avec  $h = 0.2$  mm, l'effort de coupe  $F_c$  n'augmentant que de 15%<sup>b</sup>. La figure 5.7b montre qu'un outil d'angle de coupe de  $10^\circ$  produit une augmentation significative des efforts lorsque le diamètre de l'éprouvette augmente, cela en dépit d'un angle de dépouille  $\alpha_n$  de  $20^\circ$ .



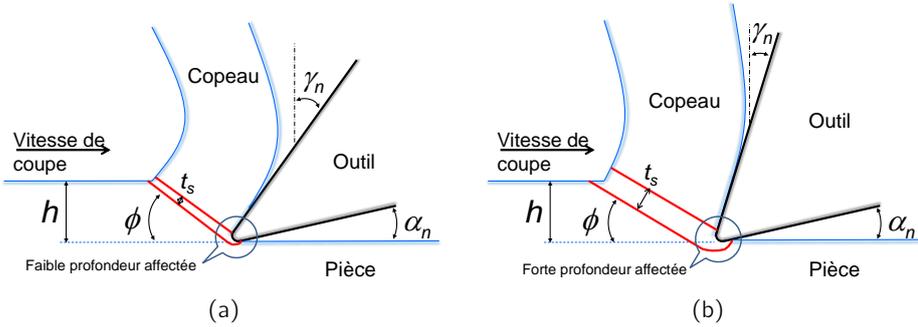
**Fig. 5.7** – Efforts en coupe orthogonale sur disque en fonction du diamètre de l'éprouvette ( $V_c = 140$  m/min,  $h = 0.1$  mm, deux essais identiques par configuration).

L'allure des efforts de la figure 5.7b peut être affectée par une légère augmentation de la dureté de l'éprouvette comme cela a été exposé dans le paragraphe 3.1. Une autre raison pouvant expliquer cette allure serait un effet de l'échauffement du matériau usiné, le Cu-c2 ayant une excellente conductivité thermique<sup>c</sup>, la température initiale à laquelle le matériau est cisailé varie entre le début et la fin de l'essai. Aucune mesure de température n'a cependant été effectuée durant ces travaux de thèse pour vérifier cette hypothèse. La pression générée à la base de la bande de cisaillement, dans le cas d'un usinage réalisé avec une géométrie de coupe inadaptée au matériau, serait suffisamment élevée pour introduire une déformation élastique en sous-surface qui, en se relaxant, générerait un contact important en dépouille dont l'image serait cette brutale augmentation d'effort comme l'illustre la figure 5.8. Ce

b. Les moyens d'acquisition présentent une dérive dans le temps qui peut perturber les mesures sur une durée étendue. Voir le paragraphe 4.1.2.

c. Voir tableau 3.1.

constat se vérifie pour la même géométrie d'angle de coupe avec les angles de dépouille de 5° et 10° où les mêmes allures de courbes sont observées.



**Fig. 5.8** – Variation de la bande de cisaillement et effet sur la profondeur affectée pour (a) un angle de coupe fortement positif et (b) un angle de coupe plus faible.

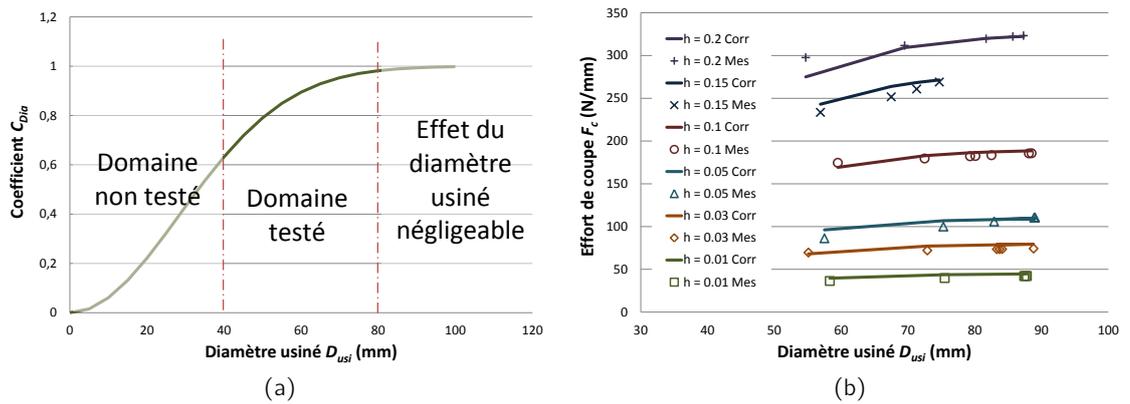
Pour simuler l'effet du diamètre de l'éprouvette, un coefficient de correction  $C_{Dia,i}$  pour  $R_{usi} \in [0, \infty]$  compris entre 0 (pour  $R_{usi} = 0$ ) et 1 selon une allure sigmoïde (figure 5.9a) est proposé en équation (5.1) où  $\alpha_n$  est l'angle de dépouille,  $h$  l'épaisseur coupée,  $R_{usi} = D_{usi}/2$  le rayon du disque usiné et  $a_i$  un paramètre à déterminer. Le premier facteur représente l'angle de dépouille en travail  $\alpha_{ne}$ , fonction des vitesses d'avance et de coupe (figure 4.6b). Le second facteur est lié à l'effet direct du diamètre de la pièce. Le paramètre  $a_i$ , dont la valeur doit être déterminée pour chaque composante d'effort  $F_c$  et  $F_t^d$ , représente la sensibilité et varie selon l'angle de coupe de l'outil employé.

$$C_{Dia,i} = \frac{\cos\left(\alpha_n - \arctan\left(\frac{h}{2\pi R_{usi}}\right)\right) (1 - \exp(-a_i R_{usi}^2))}{\cos \alpha_n} \quad i \in \{c, t\} \quad (5.1)$$

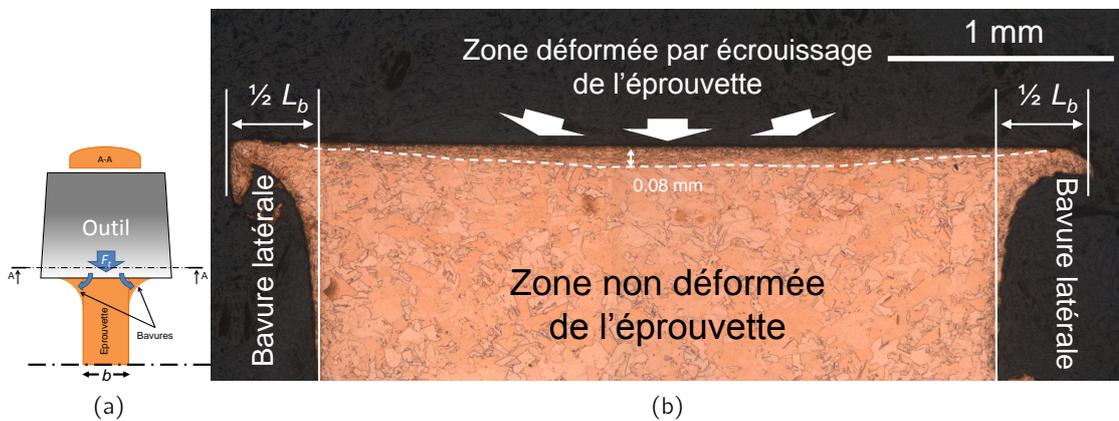
La fonction choisie suppose l'effet du diamètre usiné fortement significatif pour une certaine plage de diamètres. La valeur du coefficient, égale à 1 pour les grands diamètres, décroît légèrement jusqu'à atteindre un seuil à partir duquel il décroît plus brutalement pour enfin atténuer sa variation au voisinage de zéro. La figure 5.9b donne une comparaison entre des efforts de coupe  $F_c$  mesurés et ceux calculés après correction à partir de leur valeur pour  $D_{usi} \geq 80$  mm

De manière générale, les incertitudes de mesures sont également plus importantes avec les géométries d'angle de coupe  $\gamma_n$  de 20° et 10°. Qualitativement, les outils d'angle de coupe de 20° et 10° génèrent des vibrations importantes pour les plus faibles épaisseurs coupées. La présence de bavures latérales (figure 5.10) pour ces deux géométries de coupe traduit qu'une partie de la matière est refoulée vers les faces libres de l'éprouvette. Ce phénomène peut avoir un impact non négligeable, s'il est mal appréhendé, sur la comparaison qui pourra être faite entre les efforts mesurés et modélisés. La figure 5.11 indique que la largeur totale de la bavure (somme des largeurs des deux bavures latérales) évolue linéairement avec l'épaisseur coupée  $h$ . Cette bavure étant une image de la matière refoulée sous l'outil par effet d'indentation, cette analyse montre que, pour une géométrie non adaptée à la coupe du Cu-c2, l'épaisseur coupée  $h$  a une influence sur l'épaisseur affectée du matériau, cela en raison du principe de conservation du volume. Concernant les efforts, afin de respecter l'équilibre de forces avec les efforts en dépouille de l'outil, les forces de cisaillement doivent s'atténuer jusqu'à atteindre une valeur nulle en bordure d'éprouvette comme le montrent sur la figure 5.10b

d. Les valeurs de  $a_c$  et  $a_t$  sont généralement proches.



**Fig. 5.9** – (a) Evolution du coefficient de correction  $C_{Dia}$  et (b) résultats de son application sur un échantillon de mesures de  $F_c$  ( $V_c = 140$  m/min,  $\gamma_n = 20^\circ$ ,  $\alpha_n = 10^\circ$ ,  $a_c = 625 \cdot 10^{-6}$ ).



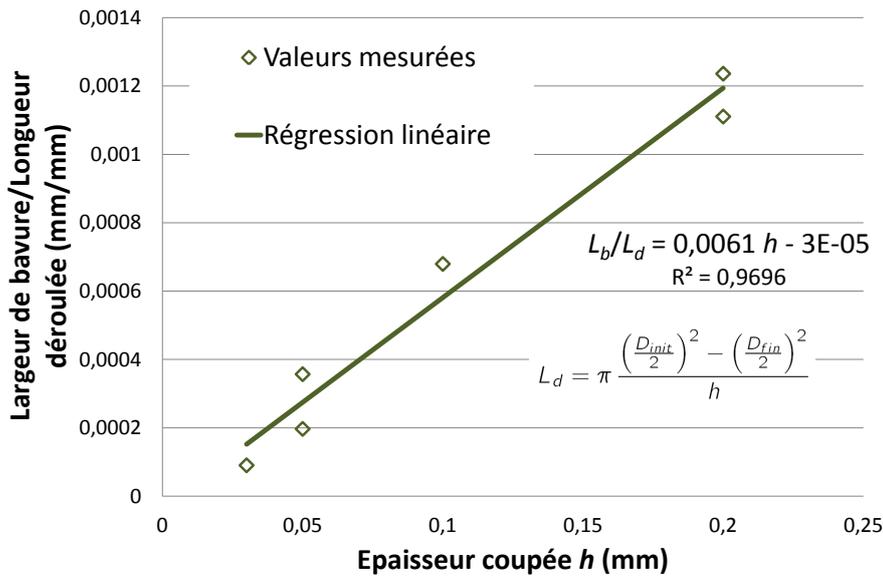
**Fig. 5.10** – (a) Schéma de formation et (b) micrographie d'une bavure obtenue en coupe orthogonale sur disque ( $V_c = 129$  m/min,  $\gamma_n = 10^\circ$ ,  $\alpha_n = 5^\circ$ ,  $D_{usi} = 82.4$  mm,  $L_{usi} = 515$  mm).

les déformations générées en profondeur. Cette hypothèse est corroborée par le profil de section en demi-lune des copeaux collectés. Cependant, la largeur de contact occasionnée par les bavures étant supérieure à la largeur initiale  $b$  de l'éprouvette, l'effet des bavures latérales peut être considéré comme mineur, et par conséquent négligé, sur les efforts mesurés durant une période brève, *i.e.* lorsque la largeur totale de la bavure est inférieure à 10% de la largeur de l'éprouvette. Dans le cas des mesures réalisées afin d'identifier l'effet du diamètre usiné, comme celles présentées sur la figure 5.7b, les bavures mesurées prennent des dimensions importantes. Or la répétabilité entre les deux essais présentés a montré que la compensation de la variation des efforts le long de l'arête vis-à-vis de l'augmentation de la largeur de l'éprouvette est une hypothèse acceptable. Les efforts de référence utilisés pour la modélisation se limiteront à des largeurs de bavures faibles par principe de précaution.

Les observations réalisées avec la caméra<sup>e</sup> montrent que l'angle de cisaillement primaire  $\phi$  varie en fonction de l'angle de coupe  $\gamma_n$  de l'outil. Sa valeur n'est pas significativement impactée par la variation du diamètre<sup>f</sup> ni par les bavures latérales.

e. Voir paragraphe 4.2.2.

f. Cette remarque n'est pas valable dans le cas d'une importante variation du diamètre lors d'un usinage



**Fig. 5.11** – Largeur totale de bavure par unité de copeau déroulé en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $\gamma_n = 10^\circ$ ,  $\alpha_n = 5^\circ$ ).

### 5.1.2 Coupe orthogonale sur tubes

La coupe orthogonale sur tube est équivalente à celle réalisée sur un disque de rayon  $R_{usi} = \infty$ . Les remarques générales faites dans le cas des essais sur disque s'appliquent également dans le cas de la coupe orthogonale sur tube, hormis celles liées au diamètre de l'éprouvette. Pour les deux composantes d'efforts, les familles d'angles de coupe se distinguent parfaitement les unes des autres (figures 5.12 et 5.13). La logique d'augmentation des efforts, pour un angle de coupe  $\gamma_n$  fixé, avec la diminution de l'angle de dépouille est nettement visible. Globalement, ces efforts sont plus importants que ceux mesurés lors des essais sur disque, en raison du contact plus important de la face de dépouille de l'outil avec l'éprouvette, et serviront de base à la modélisation sans effet du diamètre usiné.

Pour les angles de coupe  $\gamma_n$  de  $30^\circ$ , les efforts mesurés sur les éprouvettes tubulaires sont en moyenne supérieurs, de 10% pour l'effort de coupe  $F_c$  et 20% pour l'effort de pénétration  $F_t$ , à ceux mesurés sur les éprouvettes disques. Dans le cas d'un outil d'angle de coupe  $\gamma_n$  de  $10^\circ$ , cette augmentation est en moyenne de 30%, mais est fortement marquée pour les très faibles épaisseurs coupées. La contrainte de cisaillement primaire peut être calculée à partir de la relation (2.37) bien qu'englobant toute action mécanique issue de la face de dépouille. Cette analyse, dont le résultat est donné figure 5.14, montre que cette contrainte « apparente » est supérieure ou égale à 250 MPa et ne se stabilise que dans le cas où  $h/r_\beta \geq 5$ . En effet, en deçà de ce ratio, la contrainte apparente augmente brusquement en raison d'un effet d'indentation et d'un frottement en dépouille notables. Par ailleurs, pour les valeurs supérieures à  $h/r_\beta \geq 5$  et des angles de coupe  $\gamma_n$  de  $10^\circ$  et  $20^\circ$ , cette contrainte apparente est supérieure à 250 MPa en raison des efforts importants induits par l'effet d'indentation.

La mesure des épaisseurs du copeau a montré que les valeurs d'angle de cisaillement  $\phi$  mesurées durant les essais sur éprouvettes tubulaires ne diffèrent pas des valeurs déterminées au travers des observations vidéo des essais de coupe sur éprouvettes disque. Le type de l'éprouvette n'a par conséquent pas d'influence significative sur la valeur prise par l'angle  $\phi$ .

à vitesse de coupe constante, en particulier si le diamètre usiné est de petite dimension (voir la figure A-2). Pour les faibles variations du diamètre, cas de la figure 4.6a, la variation de  $\phi$  est en réalité négligeable.

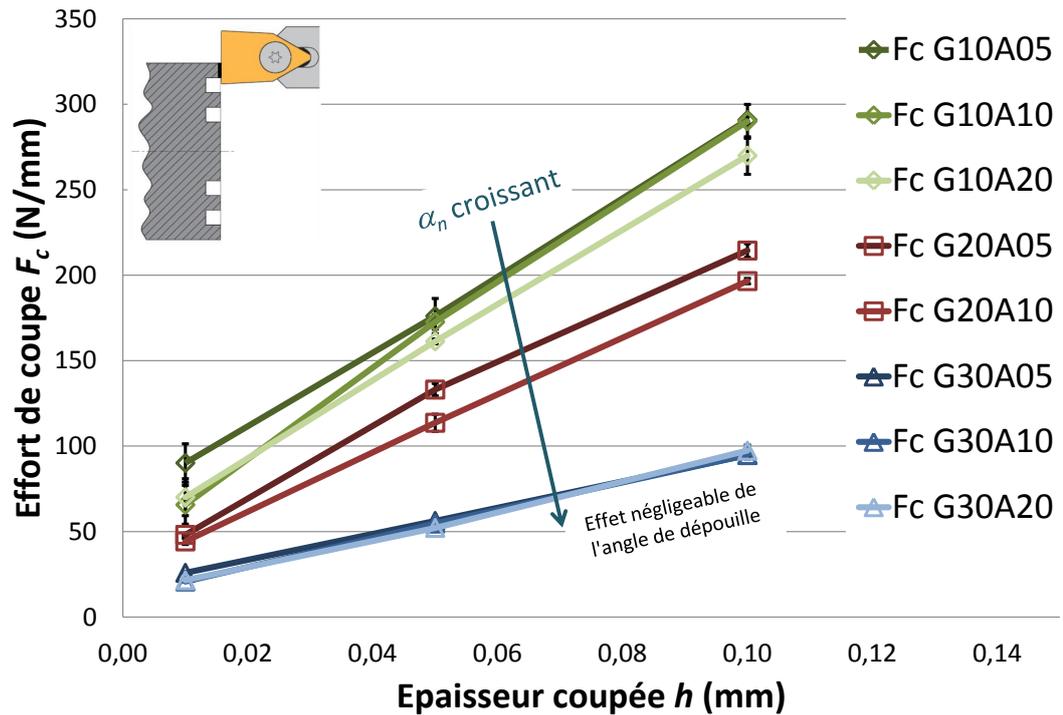


Fig. 5.12 – Efforts de coupe en coupe orthogonale sur tube en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$  et  $30^\circ$ ,  $\alpha_n = 5^\circ, 10^\circ$  et  $20^\circ$ ).

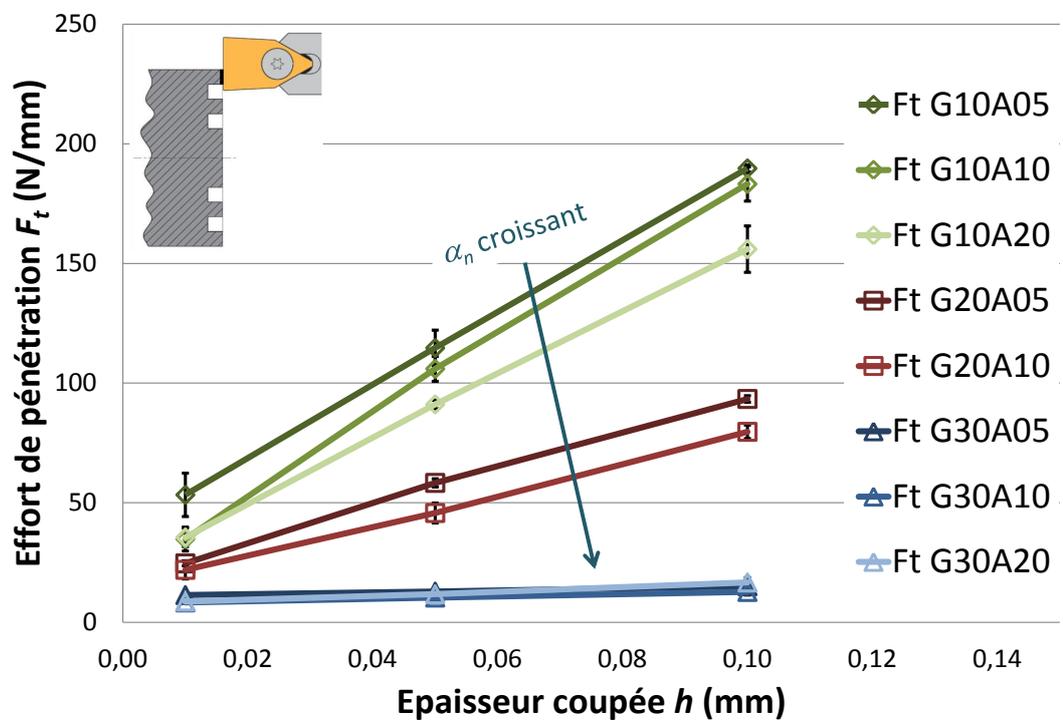
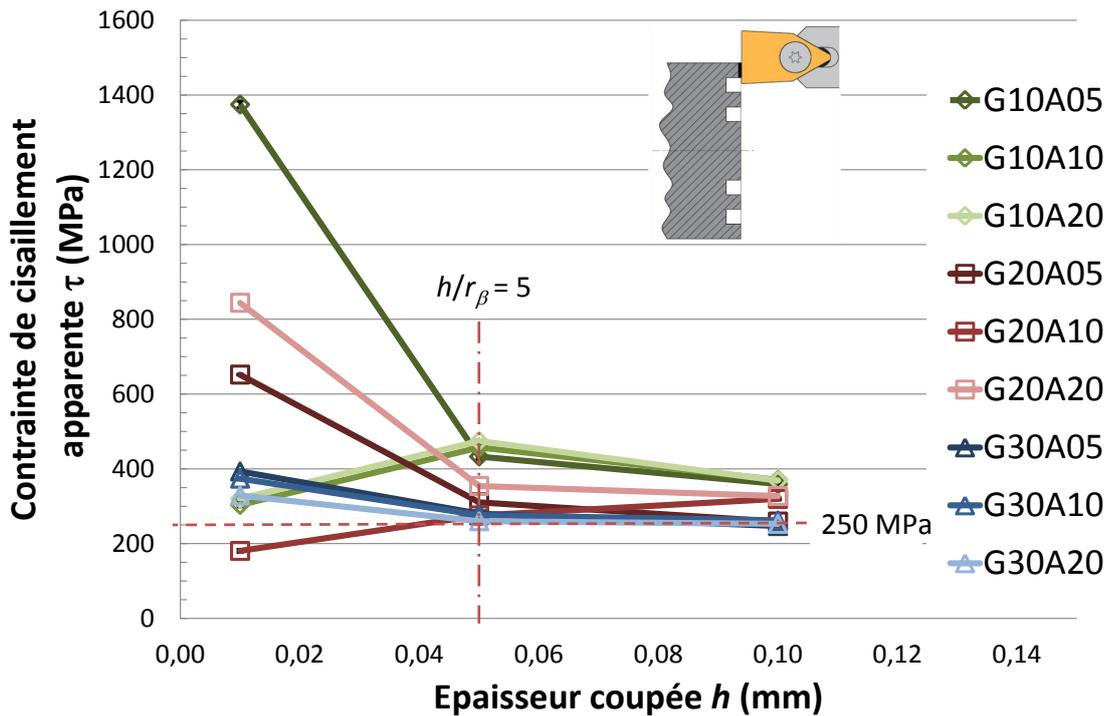


Fig. 5.13 – Efforts de pénétration en coupe orthogonale sur tube en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$  et  $30^\circ$ ,  $\alpha_n = 5^\circ, 10^\circ$  et  $20^\circ$ ).



**Fig. 5.14** – Contrainte de cisaillement apparente  $\tau$  en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$  et  $30^\circ$ ,  $\alpha_n = 5^\circ, 10^\circ$  et  $20^\circ$ ).

Par conséquent, l'angle  $\phi$  peut être déterminé, peu importe le type d'essai.

### 5.1.3 Conclusions des observations expérimentales

Une analyse de la variance (tableaux 5.1 et 5.2) effectuée à partir des résultats des essais sur tube en valeur centrée réduite montre que trois paramètres influencent principalement les efforts, à savoir l'épaisseur coupée  $h$ , l'angle de coupe  $\gamma_n$  et le couplage de ces deux paramètres. Le plan d'expérience n'est pas orthogonal et ne fait pas intervenir le rayon d'arête  $r_\beta$  car ce dernier varie d'un outil à l'autre. De plus, l'ordre des effets pour les deux composantes d'efforts est différent, l'épaisseur coupée  $h$  a le plus d'effet sur  $F_c$  tandis que  $\gamma_n$  a le plus d'effet sur  $F_t$ . L'angle de dépouille  $\alpha_n$  a un effet faible sur les efforts de coupe mais significatif en considérant le seuil de rejet de 1%. Cependant l'observation qualitative des efforts dans les configurations disque et tube permettent de tirer certaines conclusions.

| Variable           | Effet     | %     | ddl | Variance | Fisher F | $F_{0.05}$ |
|--------------------|-----------|-------|-----|----------|----------|------------|
| $h$                | 9616.98   | 54.91 | 2   | 48084.49 | 1332.25  | 8.649      |
| $\gamma_n$         | 63626.92  | 36.33 | 2   | 31813.46 | 881.44   | 8.649      |
| $h\gamma_n$        | 14046.64  | 8.02  | 4   | 3511.66  | 97.30    | 7.006      |
| $\alpha_n$         | 684.47    | 0.39  | 2   | 342.24   | 9.48     | 8.649      |
| $\gamma_n\alpha_n$ | 271.18    | 0.15  | 4   | 67.80    | 1.88     | 7.006      |
| $h\alpha_n$        | 53.65     | 0.15  | 4   | 13.41    | 0.37     | 7.006      |
| <b>Résidu</b>      | 288.74    | 0.16  | 8   | 36.09    |          |            |
| <b>Total</b>       | 175140.59 | 100   | 26  |          |          |            |

**Tab. 5.1** – Analyse de la variance de l'effort de coupe  $F_c$  mesurés sur tube.

| Variable           | Effet    | %     | ddl | Variance | Fisher F | F <sub>0.05</sub> |
|--------------------|----------|-------|-----|----------|----------|-------------------|
| $\gamma_n$         | 41138.60 | 54.39 | 2   | 20569.30 | 857.34   | 8.649             |
| $h$                | 20290.77 | 26.82 | 2   | 10145.38 | 422.87   | 8.649             |
| $h\gamma_n$        | 12738.89 | 16.84 | 4   | 3184.72  | 132.74   | 7.006             |
| $\alpha_n$         | 740.77   | 0.98  | 2   | 370.39   | 15.44    | 8.649             |
| $\gamma_n\alpha_n$ | 467.55   | 0.62  | 4   | 116.89   | 4.81     | 7.006             |
| $h\alpha_n$        | 74.01    | 0.11  | 4   | 18.50    | 0.77     | 7.006             |
| <b>Résidu</b>      | 191.94   | 0.25  | 8   | 23.99    |          |                   |
| <b>Total</b>       | 75642.53 | 100   | 26  |          |          |                   |

**Tab. 5.2** – Analyse de la variance de l'effort de pénétration  $F_t$  mesuré sur tube.

En résumé, ces essais ont montré que :

- Les efforts augmentent lorsque l'angle de coupe  $\gamma_n$  diminue.
- Les efforts augmentent lorsque l'angle de dépouille  $\alpha_n$  diminue.
- L'effet d'échelle devient significatif lorsque  $h/r_\beta \leq 5$ .
- Le rayon de l'éprouvette influe sur les efforts en raison du contact en dépouille variable.
- Les angles de coupe  $\gamma_n$  de 10° et 20° ne sont pas adaptés à la coupe du cuivre et produisent un effet d'indentation important.
- La présence de bavures latérales ne nuit pas à la qualité des mesures d'efforts, en particulier si elles restent modestes.

Les différentes modélisations qui seront développées dans les paragraphes suivants seront directement inspirées de ces constatations.

## 5.2 Modélisation phénoménologique

Ces modèles n'ont pas de sens physique et leur précision est en partie liée aux degrés de liberté qu'ils possèdent. Leur formulation mathématique définit leur évolution en fonction des paramètres d'entrée. Leur principal avantage est de ne pas nécessiter d'informations fastidieuses à collecter, telles que l'angle de cisaillement primaire par exemple, les paramètres d'entrée étant habituellement les paramètres opératoires. Les modèles présentés correspondent à un effort calculé par unité de longueur d'arête, *i.e.* pour une largeur de coupe  $b$  unitaire et sont par conséquent exprimés en N/mm. Les valeurs numériques des angles sont en degrés et les dimensions sont exprimées en millimètres. Pour les raisons expliquées au paragraphe 5.1.2, les modèles sont développées à partir des résultats des essais de coupe orthogonale sur les éprouvettes de type tube.

### 5.2.1 Modèle linéaire

En première approximation, un modèle linéaire structuré comme une somme de produits de constantes par un ou plusieurs paramètres opératoires est présenté. L'évolution quasi-linéaire des efforts obtenus avec les outils d'angle de coupe  $\gamma_n$  de 30°, adapté à la coupe du matériau Cu-c2, motive ce choix. Ce modèle, donné en équation (5.2), comporte 6 constantes par composante d'efforts,  $F_c$  et  $F_t$ , soit un total de 12 constantes. Le coefficient  $C_{Dia,i}$  de

l'équation (5.1) est introduit pour compenser l'effet du diamètre de l'éprouvette.

$$\begin{cases} F_c = C_{Dia,c} \left( a_0 + a_1 h + a_2 \gamma_n + a_3 \alpha_n + a_4 h \gamma_n + a_5 \frac{h}{r_\beta} \right) \\ F_t = C_{Dia,t} \left( b_0 + b_1 h + b_2 \gamma_n + b_3 \alpha_n + b_4 h \gamma_n + b_5 \frac{h}{r_\beta} \right) \end{cases} \quad (5.2)$$

Ces paramètres ont été sélectionnés en raison des conclusions tirées des observations expérimentales :

**Épaisseur coupée  $h$  :** L'épaisseur coupée  $h$  est le principal facteur influençant l'évolution des efforts. Son effet est positif, plus  $h$  est grand et plus les efforts augmentent.

**Angle de coupe  $\gamma_n$  :** L'angle de coupe  $\gamma_n$  est un facteur influençant l'augmentation plus ou moins rapide des efforts avec l'augmentation de l'épaisseur coupée. Employé dans sa valeur brute, son effet est négatif ; plus  $\gamma_n$  est grand et plus les efforts diminuent.

**Angle de dépouille  $\alpha_n$  :** L'angle de dépouille  $\alpha_n$  a un effet analogue à l'angle de coupe mais dans une moindre mesure, perceptible à angle de coupe constant. Son effet est également négatif lorsque sa valeur brute est employée ; plus  $\alpha_n$  est grand et plus les efforts issus du frottement en dépouille diminuent.

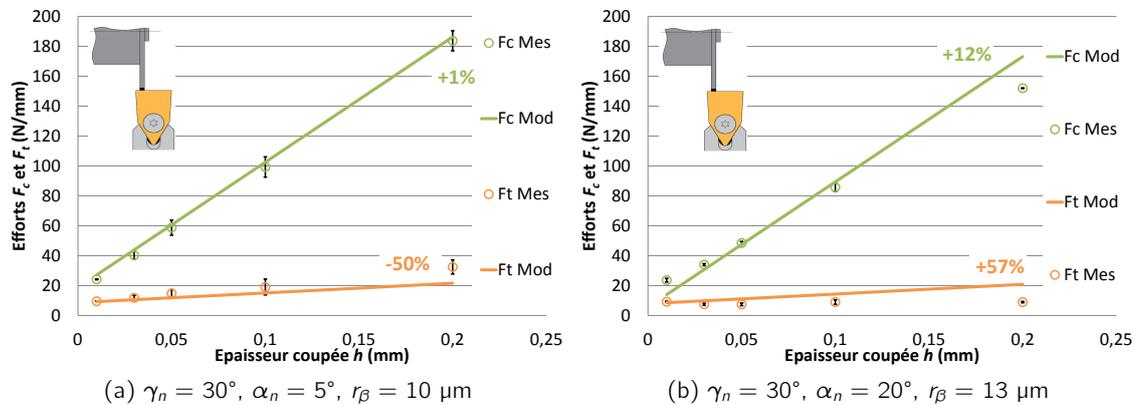
**Couplage épaisseur coupée  $h$  et angle de coupe  $\gamma_n$  :** Le couplage entre l'épaisseur coupée  $h$  et l'angle de coupe  $\gamma_n$  traduit l'effet conjugué de ces deux paramètres sur les contraintes générées dans le matériau favorisant l'effet d'indentation.

**Rapport  $h/r_\beta$  :** Le rapport  $h/r_\beta$  traduit l'échelle de la coupe. Il matérialise la frontière à partir de laquelle l'effet d'indentation est négligeable. Son effet est négatif, plus il est faible et plus les efforts augmentent rapidement.

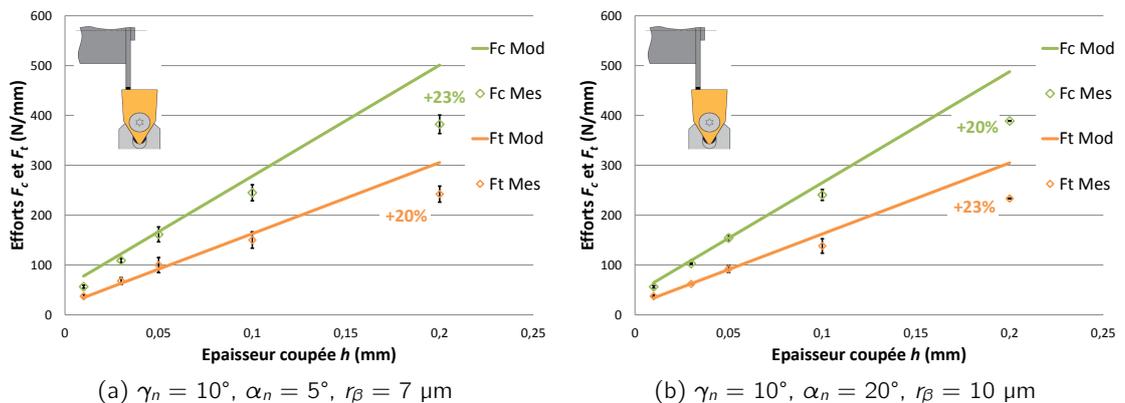
Les constantes  $a_0$  et  $b_0$  sont des composantes continues représentant le cas où  $h$ ,  $\gamma_n$  et  $\alpha_n$  seraient nuls. Les valeurs que prennent ces paramètres fournissent une information sur la valeur du modèle dans le cas d'un frottement simple d'un outil dénué de dépouille. Etalonné à partir d'une régression linéaire des moindres carrés des écarts relatifs à partir des données expérimentales collectées durant les essais sur tube afin de ne pas introduire l'effet du diamètre usiné, le modèle prend les valeurs données dans le tableau 5.3. Le système résolu est surdéterminé car comporte quatre fois plus d'équations que les six nécessaires, soit 24 résultats d'essais. Comme prévu, l'épaisseur coupée  $h$  présente l'effet le plus important, suivi du couplage entre l'épaisseur  $h$  et l'angle de coupe  $\gamma_n$ , ce dernier effet étant par ailleurs négatif. La composante continue est relativement importante pour ce modèle. Les figures 5.15 et 5.16, donnant un exemple d'efforts modélisés à partir des données du tableau 5.3 pour deux outils d'angle de coupe  $\gamma_n$  de  $30^\circ$  et deux outils d'angle de coupe  $\gamma_n$  de  $10^\circ$ , illustrent qu'il n'y a pas de changement de pente pour les épaisseurs coupées les plus faibles comme cela a pu être observé expérimentalement<sup>9</sup>. La contribution de l'angle de dépouille  $\alpha_n$  se révèle négligeable dans ce modèle comme le suggèrent les valeurs prises par les facteurs  $a_3$  et  $b_3$  dans le tableau 5.3. D'une manière générale, les efforts modélisés via l'équation (5.2) sont surestimés lorsque ils atteignent leur niveau le plus élevé. Ce modèle présente une évolution

| Constantes de l'effort $F_c$ |           | Constantes de l'effort $F_t$ |           |
|------------------------------|-----------|------------------------------|-----------|
| $a_0$                        | = 81.11   | $b_0$                        | = 27.49   |
| $a_1$                        | = 3449.25 | $b_1$                        | = 2304.77 |
| $a_2$                        | = -1.93   | $b_2$                        | = -0.62   |
| $a_3$                        | = -0.88   | $b_3$                        | = -0.05   |
| $a_4$                        | = -78.76  | $b_4$                        | = -72.85  |
| $a_5$                        | = -2.48   | $b_5$                        | = -0.55   |
| $R^2$                        | = 0.994   | $R^2$                        | = 0.969   |

**Tab. 5.3** – Coefficients du modèle (5.2) et coefficients de détermination  $R^2$  après identification à partir des résultats des essais en coupe orthogonale sur tube.



**Fig. 5.15** – Efforts de coupe et de pénétration mesurés en coupe orthogonale sur disque (valeurs distinctes) et modélisés à partir de la relation (5.2) (lignes continues) en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $D_{usi} \geq 80$  mm).



**Fig. 5.16** – Efforts de coupe et de pénétration mesurés en coupe orthogonale sur tube (valeurs distinctes) et modélisés à partir de la relation (5.2) (lignes continues) en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $D_{usi} \geq 80$  mm).

linéaire des efforts, ce qui reste une approximation grossière en raison des observations faites des phénomènes tels que ceux énoncés au paragraphe 5.1. Cependant, les résultats donnés par ce modèle sont, en moyenne, un compromis de la réalité assez fidèle, information corrélée par les coefficients de détermination  $R^2$  donnés dans le tableau 5.3.

### 5.2.2 Modèle logarithmique

Afin de mieux matérialiser le changement de pente observé sur les efforts au voisinage du rapport  $h/r_\beta \approx 5$ , un modèle analogue à celui employé par Reddy *et al.* (2001) a été formulé. Ce modèle est de type « puissance » mais présenté sous sa version linéarisée sous forme d'une somme de logarithmes naturels facilitant son identification. Ce modèle, donné en équation (5.3), comporte 6 constantes par composante d'efforts,  $F_c$  et  $F_t$ , soit un total de 12 constantes. Les paramètres opératoires sélectionnés sont identiques à ceux employés par le modèle (5.2) en raison des effets précédemment énoncés. Le coefficient  $C_{Dia,i}$  de l'équation (5.1) s'applique également pour compenser l'effet du diamètre de l'éprouvette.

$$\begin{cases} F_c &= C_{Dia,c} K_c h \\ \ln K_c &= a_0 + a_1 \ln h + a_2 \ln \gamma_n + a_3 \ln \alpha_n + a_4 \ln \gamma_n \ln h + a_5 \ln \frac{h}{r_\beta} \\ F_t &= C_{Dia,t} K_t h \\ \ln K_t &= b_0 + b_1 \ln h + b_2 \ln \gamma_n + b_3 \ln \alpha_n + b_4 \ln \gamma_n \ln h + b_5 \ln \frac{h}{r_\beta} \end{cases} \quad (5.3)$$

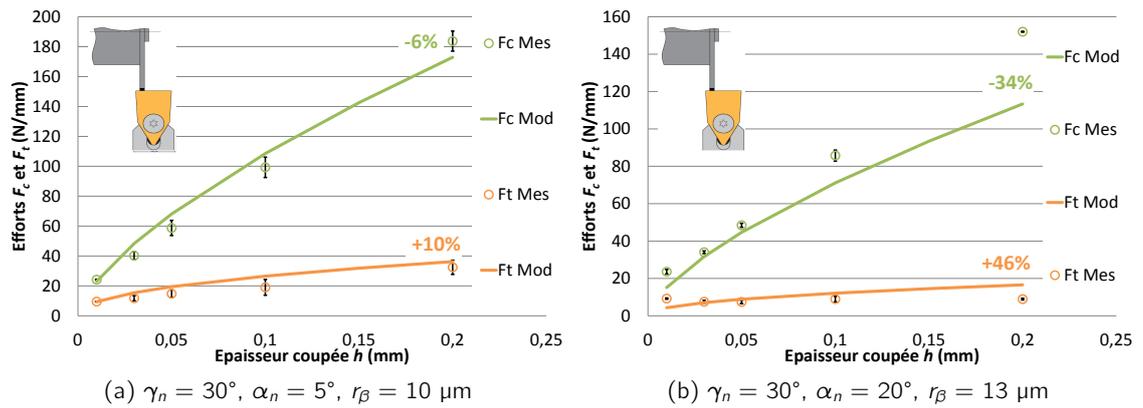
Les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  représentent des puissances et non plus de simples facteurs. Les valeurs numériques prises par les coefficients du modèle (5.3) sont donnés dans le tableau 5.4. Les coefficients de détermination  $R^2$  obtenus durant l'identification par régression linéaire des moindres carrés des écarts relatifs de ce modèle témoignent que ce modèle est moins représentatif de la réalité que la précédente formulation. Le système résolu est surdéterminé car il comporte quatre fois plus d'équations que les six nécessaires, soit 24 essais. Les figures

| Constantes de l'effort $F_c$ |   |       | Constantes de l'effort $F_t$ |   |       |
|------------------------------|---|-------|------------------------------|---|-------|
| $a_0$                        | = | 16.56 | $b_0$                        | = | 24.25 |
| $a_1$                        | = | 0.79  | $b_1$                        | = | 2.15  |
| $a_2$                        | = | -1.17 | $b_2$                        | = | -2.89 |
| $a_3$                        | = | -0.30 | $b_3$                        | = | -0.57 |
| $a_4$                        | = | 0.04  | $b_4$                        | = | -0.21 |
| $a_5$                        | = | -1.27 | $b_5$                        | = | -2.00 |
| $R^2$                        | = | 0.987 | $R^2$                        | = | 0.988 |

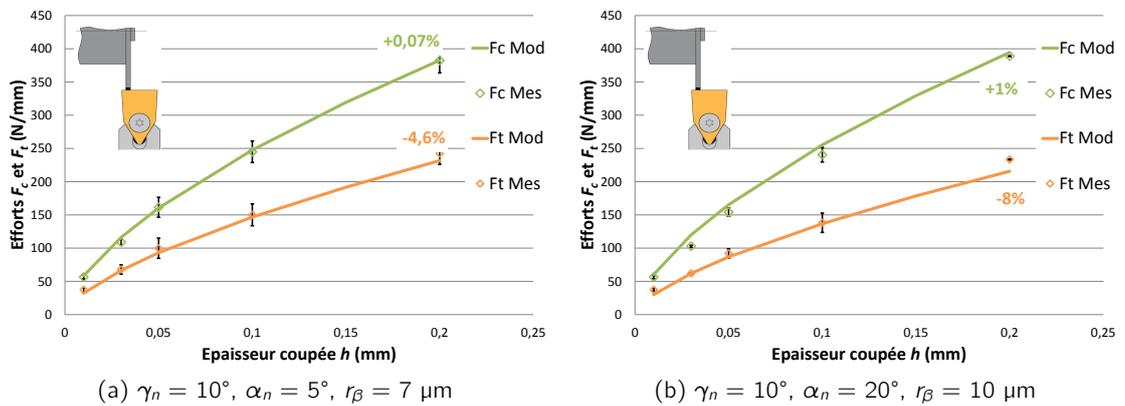
**Tab. 5.4** – Coefficients du modèle (5.3) et coefficients de détermination  $R^2$  après identification en coupe orthogonale sur tube.

5.17 et 5.18 montrent l'allure des efforts modélisés pour deux outils d'angle de coupe  $30^\circ$  et deux outils d'angle de coupe  $10^\circ$  comparés aux efforts mesurés dans le cas d'usinages sur éprouvette disque de grand diamètre. Les résultats s'avèrent satisfaisants pour les plus petites épaisseurs coupées mais divergent lorsque  $h$  devient grand, en particulier pour l'effort de coupe  $F_c$  lorsque l'angle de dépouille  $\alpha_n$  est important (figure 5.17b). Comme pour le précédent modèle, l'effet de l'angle en dépouille  $\alpha_n$  n'est pas significatif. Le coefficient

g. Les courbes des efforts modélisés ne passent pas par tous les points car les constantes du tableau 5.3 sont déterminées pour toutes les configurations testées.



**Fig. 5.17** – Efforts de coupe et de pénétration mesurés en coupe orthogonale sur disque (valeurs distinctes) et modélisés à partir de la relation (5.3) (lignes continues) en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $D_{usi} \geq 80$  mm).



**Fig. 5.18** – Efforts de coupe et de pénétration mesurés en coupe orthogonale sur tube (valeurs distinctes) et modélisés à partir de la relation (5.3) (lignes continues) en fonction de l'épaisseur coupée  $h$  ( $V_c = 140$  m/min,  $D_{usi} \geq 80$  mm).

de détermination  $R^2$  pour l'effort  $F_t$  de ce modèle (tableau 5.4) montre une amélioration par rapport au modèle linéaire présenté précédemment. Cependant, la composante  $F_c$  est dégradée comme le montrent les résultats de la figure 5.18b. Cette formulation produit le plus faible résidu lors de son identification. Le modèle semble suivre la tendance d'évolution des efforts dans le cas des angles de coupe  $\gamma_n$  faibles. Dans le cas où la coupe se produit dans de bonnes conditions — angle de coupe  $\gamma_n$  de  $30^\circ$  et absence de bavures latérales — le modèle n'est pas représentatif. La précision du modèle est globalement améliorée mais les différences de comportement entre les outils d'angle de coupe  $\gamma_n$  de  $10^\circ$  et  $20^\circ$  et ceux d'angle de coupe  $\gamma_n$  de  $30^\circ$  ne sont pas reproduites par cette formulation.

### 5.2.3 Conclusions sur les modèles phénoménologiques

Les modèles phénoménologiques présentent un sens physique extrêmement restreint. Leur particularité est de contenir un nombre de degrés de liberté suffisamment important pour permettre au modèle d'être le plus représentatif possible des phénomènes observés. En dépit

de coefficients de détermination très proches de 1 lors de l'identification à partir d'essais de coupe orthogonale sur tube, le modèle linéaire ne reproduit pas l'évolution des efforts sur une large plage d'épaisseurs coupées  $h$  mais se révèle précis localement. Le modèle (5.3) décrivant un comportement non linéaire, donc plus proche des phénomènes observés, est le plus représentatif des phénomènes observés bien que plus adapté au comportement des outils d'angle de coupe  $\gamma_n$  de  $10^\circ$  et  $20^\circ$ .

Les modèles phénoménologiques ne remplissent pas parfaitement les exigences d'un modèle d'efforts s'adaptant à des familles d'outils et de matériaux. Identifiés pour d'importantes variations des paramètres d'entrée, une faible variation de ceux-ci a généralement un impact important sur les sorties. Ce type de formulation est donc réservé aux applications stables et parfaitement contrôlées.

