# Mod '

# eli

# sation de la travers'ee d'une bifurcation

Dans ce dernier chapitre, on s'attache à modéliser les transitions entre les trois régimes observés à la bifurcation (blocage, éclatement, division) pour les liquides mouillants. Dans un premier temps, on étudie le seuil de pression nécessaire à l'entrée d'un bouchon dans la bifurcation. Puis, on résoud le problème de la transition éclatement-division en considérant, comme pour la dynamique de bouchons mouillants en microcanal droit, un régime visco-capillaire.

# 4.1 La pression de blocage

Les observations de la section 2.3.2 montrent l'existence d'une pression de blocage,  $\mathcal{P}_{blocage}$ , au dessous de laquelle les bouchons restent bloqués à l'entrée de la bifurcation. Avant de développer un modèle basé sur un critère de stabilité de l'interface avant, on revient sur la forme des interfaces en situation de blocage.

# 4.1.1 Formes des interfaces du bouchon en blocage

## L'interface avant

En dessous de  $\mathcal{P}_{blocage}$ , les observations expérimentales (Fig. 2.20) montrent que la forme de l'interface avant dépend de la pression appliquée. Il est assez difficile d'obtenir des visualisations tridimensionnelles de l'interface dans cette configuration. Néanmoins, on peut imaginer que, le fluide étant mouillant, les courbures principales sont de signe opposé (Fig. 4.1-a). Dans ces conditions, l'interface est semblable à l'intérieur d'un tore. A l'aide d'un petit support métallique (Fig. 4.1-b), on a pu y fixer des bulles de savon afin de vérifier si une telle forme pouvait exister. La forme du support essaye de retranscrire à la fois la géométrie de la bifurcation et le caractère mouillant du LM. Néanmoins, le rapport de forme n'est pas respecté. La forme de la bulle de savon est



FIG. 4.1: **a**- Vues de dessus et de côté des bouchons en situation de blocage. **b**- Montage permettant de se faire une idée de la forme de l'interface avant du bouchon en blocage, en vue de face, c'est à dire, sortant du microcanal.

probablement proche de celle des ménisques avant en blocage.

Par ailleurs, pour les deux pressions auxquelles le blocage est observé (Fig. 2.20), l'interface avant semble accrochée aux bords de la bifurcation. C'est également le cas de l'interface arrière lorsqu'elle parvient à son tour dans la bifurcation, comme dans le cas de l'éclatement présenté sur la figure 2.23.

#### L'interface arrière

Pendant le blocage, l'interface arrière se déplace lentement mais sa forme paraît inchangée et indépendante de la pression de forçage. L'effet de la vitesse de déplacement de l'interface arrière,  $Ca \simeq 10^{-6}$ , est négligeable sur la courbure arrière et la figure 1.5-b du chapitre 1 schématise la forme de l'interface arrière. On peut alors utiliser l'expression 2.3 et le saut de pression capillaire à l'interface arrière s'écrit en première approximation

$$\mathcal{P}_{cap}^{ar} \simeq \gamma \kappa.$$
 (4.1)

# 4.1.2 Rappel sur la stabilité d'une goutte

La figure 4.2-a schématise différentes configurations observées lors du gonflage d'une goutte d'eau ou d'une bulle de savon accrochée au bout d'une aiguille de seringue. Pendant le gonflage, le rayon de courbure R de la goutte diminue puis augmente en fonction de la position de l'apex  $y_{apex}$ . En considérant le problème plan, la courbure  $R^{-1}$  se calcule comme l'inverse du rayon de courbure et s'écrit

$$R^{-1} = \frac{2y_{apex}}{R_{tube}^2 + y_{apex}^2},\tag{4.2}$$



FIG. 4.2: Stabilité d'une goutte en gonflage (problème plan).

où  $R_{tube}$  est le rayon du tube. Elle passe par un maximum pour  $y_{apex} = R_{tube}$  et d'après la loi de Laplace, la pression dans la goutte est donc maximale pour cette position de l'apex. La figure 4.2-b montre, toujours pour un problème plan, l'évolution de la courbure de l'interface en fonction de la position verticale de l'apex. La courbe permet de caractériser la stabilité de la goutte. En effet, lorsque  $y_{apex} < R_{tube}$ , l'état est stable : si on augmente légèrement la pression, le rayon de courbure diminue et, à tout moment, un nouvel équilibre s'établit entre les forces de pression et celles de tension de surface, qui s'opposent au gonflage de la goutte. Lorsque  $y_{apex} > R_{tube}$ , une perturbation (positive) de la pression n'est plus contrecarrée par les forces de tension de surface qui diminuent puisque le rayon de courbure augmente : l'équilibre devient instable. Dans la suite, on considère que ce critère de stabilité peut s'appliquer à l'interface avant du bouchon.

# 4.1.3 Modélisation de la pression de blocage

On considère les hypothèses suivantes : dans la largeur du microcanal, l'interface est accrochée sur les bords de la bifurcation; dans la hauteur, l'angle de contact est nul et l'interface est bombée vers l'intérieur du bouchon (Fig. 4.1-a). L'équilibre du bouchon en blocage s'écrit alors

$$\mathcal{P}_f = \mathcal{P}_{cap}^{ar} + \mathcal{P}_{cap}^{av},\tag{4.3}$$

où  $\mathcal{P}_{cap}^{av}$  exprime le saut de pression à l'interface avant. Comme pour  $\mathcal{P}_{cap}^{ar}$ ,  $\mathcal{P}_{cap}^{av}$  peut être relié par la loi de Laplace aux rayons de courbure principaux de l'interface avant. En supposant que le rayon de courbure dans l'épaisseur peut être estimé à h/2, les rayons de courbure dans l'épaisseur à l'avant et à l'arrière du bouchon sont égaux et donc, les sauts de pression capillaires associés s'annulent.



FIG. 4.3: Condition de stabilité pour le bouchon. Le saut de pression maximal est obtenu lorsque la courbure de l'interface avant vaut 2/w.

Le bilan correspond à un problème plan et devient

$$\mathcal{P}_f = \gamma \left( \frac{1}{R^{ar}} + \frac{1}{R^{av}} \right), \tag{4.4}$$

où  $R^{ar}$  et  $R^{av}$  sont les rayons de courbure dans la largeur (vue de dessus) des interfaces arrière et avant respectivement.

La situation pour laquelle  $R^{av} = +w/2$  est illustrée sur la figure Fig. 4.3. D'après le critère de stabilité évoqué précédemment, cette situation correspond au saut de pression maximal admissible par l'interface ou le bouchon. On en tire une expression pour la pression de blocage qui s'écrit finalement

$$\mathcal{P}_{blocage} = \frac{4\gamma}{w}.\tag{4.5}$$

# 4.1.4 Précision du modèle : calcul numérique

#### Principe

Si le saut de pression à l'arrière peut être connu à 5% près par l'équation 4.1 (Lenormand, 1983), le calcul précédent, qui approche la forme de l'interface par une surface torique malgré la présence des parois, n'est qu'une estimation et l'erreur par rapport à la valeur exacte du saut de pression à l'interface avant est inconnue.

Afin de déterminer plus précisemment la pression de blocage, une méthode numérique a été développée pour calculer la forme et la courbure moyenne tridimensionnelle de l'interface. La méthode utilise la technique des éléments finis. L'interface est paramétrée à l'aide de vecteurs supports, les "spines", et une forme variationnelle de la loi de Laplace est obtenue par l'utilisation du principe des travaux virtuels. Les conditions aux limites sont les suivantes : les interfaces latérales sont accrochées sur les bords de la bifurcation; les lignes de contact aux parois inférieure et supérieure du canal sont libres et forment un angle de contact fini. On donne également la position de l'apex de l'interface. La méthode est détaillée dans l'annexe C. Bien que le calcul ne s'applique pas aux angles nuls, on peut s'approcher du caractère mouillant de la perfluorodécaline en prescrivant des angles de contact petits. Ainsi, pour différentes positions de l'apex, il est possible de calculer la forme de l'interface. Des exemples de formes calculées numériquement sont présentées sur la figure 4.4. Le rapport des dimensions  $\lambda = w/h$  vaut 6 (pour la bifurcation 1, on a  $\lambda \simeq 5.65$ ) et l'angle de contact prescrit vaut 7°.

En variant la position de l'apex de l'interface et en calculant la courbure moyenne de l'interface correspondante, il est possible d'obtenir un graphe de stabilité similaire à celui de la figure 4.2-b, et de déterminer la courbure maximale.



FIG. 4.4: Formes de l'interface avant calculées numériquement par la méthode présentée dans l'annexe C. Le canal est orienté suivant l'axe  $\mathbf{x}$ .

# Application



FIG. 4.5: Comparaison des calculs analytique et numérique pour la courbure maximale.

La courbe calculée numériquement pour  $\lambda = 6$  et  $\theta_e = 7^\circ$  est présentée sur la figure 4.5. La courbe obtenue analytiquement, qui correspond à une forme torique de l'interface, est calculée de la façon suivante. La courbure dans l'épaisseur est approchée, en valeur absolue, par  $2\cos\theta_e/h$ . La courbure dans la largeur varie avec la position de l'apex et peut être obtenue en remplaçant  $R_{tube}$  par w/2 dans l'équation 4.2. En prenant pour longueur de référence la hauteur h, on obtient la courbure moyenne de l'interface adimensionnalisée,

$$\kappa_{ad} = -2\cos\theta_e + \frac{2 \ y_{apex}/h}{(\lambda/2)^2 + (y_{apex}/h)^2}.$$
(4.6)

Le signe "-" devant le premier terme est dû au fait que les courbures sont de signe opposé. Comme mentionné précédemment, la courbure maximale est obtenue pour  $y_{apex} = w/2$ , soit  $y_{apex}/h = \lambda/2$ , et vaut

$$\kappa_{ad}^{max} = -2\cos\theta_e + 2/\lambda. \tag{4.7}$$

En prenant  $\lambda = 6$  et  $\theta_e = 7^{\circ}$ , on obtient  $\kappa_{ad}^{max} = -5/3$ , valeur que l'on retrouve sur la courbe analytique du graphique 4.5. La valeur numérique de la courbure maximale (environ -1.75) est inférieure à la courbure analytique et l'erreur est d'environ 5 %.

Pour les rapports de forme considérés ici, le modèle analytique donne donc une bonne estimation de la valeur de la pression de blocage.

# 4.2 La transition division-éclatement

Au dessus de la pression de blocage, les bouchons rentrent dans la bifurcation et on assiste soit à l'éclatement du bouchon soit à sa division en deux bouchons fils. Les expériences montrent que le critère éclatement-division dépend de la pression de forçage mais aussi de la longueur du bouchon. Afin de comprendre les mécanismes en jeu dans cette transition, on formule une hypothèse géométrique pour calculer la longueur critique d'un bouchon situé sur la frontière entre les deux cas précédents. On estime ensuite la vitesse moyenne du liquide dans cette configuration pour obtenir la pression de forçage correspondante.

# 4.2.1 Hypothèses géométriques

Le diagramme de la section 2.3.3 montre que la transition entre l'éclatement et la division dépend de la longueur initiale de la goutte L ainsi que de la pression de forçage  $\mathcal{P}_f$ . Afin d'analyser les caractéristiques de l'éclatement et de la division, on observe la forme des interfaces dans ces deux cas. La figure 4.6 montre ainsi une goutte avant l'éclatement (Fig. 4.6-a) : l'interface arrière intercepte l'interface avant, avant que celle-ci touche la paroi opposée. Dans le cas contraire (Fig. 4.6c), on assiste à la division (l'interface avant touche la paroi avant d'être rattrapée par l'interface arrière) et deux bouchons fils sont formés. La figure 4.7, qui présente une séquence typique de division obtenue avec la deuxième bifurcation, montre que le comportement des interfaces est similaire dans les deux géométries.

On suppose que le cas limite correspond à une goutte de longueur  $L_{crit}$  pour laquelle les interfaces arrière et avant se rencontrent simultanément à la paroi (4.6-b). Les interfaces avant et arrière étant approchées par des arcs de cercle de rayon respectif

$$R^{av} = w_o (1 - \cos \theta^{av})^{-1} \tag{4.8}$$

et

$$R^{ar} = w_o (1 + \cos \theta^{ar})^{-1}, \tag{4.9}$$

le volume critique de liquide s'écrit

$$V_{crit} = hw_o^2 \left[ f(\theta^{av}) - g(\theta^{ar}) \right].$$
(4.10)

Ici,  $\theta^{av}$  et  $\theta^{ar} = 2 \arctan(w/2w_o)$  sont respectivement les angles de contact au point E (interface avant) et au point C (interface arrière). Les fonctions f et g sont définies telles que

$$f(\theta^{av}) = (\theta^{av} - \cos\theta^{av}\sin\theta^{av})(1 - \cos\theta^{av})^{-2}, \qquad (4.11)$$

 $\operatorname{et}$ 

$$g(\theta^{ar}) = (\pi - \theta^{ar} + \cos \theta^{ar} \sin \theta^{ar})(1 + \cos \theta^{ar})^{-2}.$$
 (4.12)



FIG. 4.6: Forme des bouchons avant (a)- l'éclatement et (c)- la division. (b)- Schéma d'un "bouchon" de volume critique  $V_{crit}$  situé sur la frontière théorique entre l'éclatement et la division. Dans cette configuration, les interfaces avant et arrière se rencontrent à la paroi.

La longueur initiale de la goutte correspondant au volume critique  $V_{crit}$  est telle que

$$\frac{L_{crit}}{w} = \left(\frac{w_o}{w}\right)^2 \left[f(\theta^{av}) - g(\theta^{ar})\right] - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right),\tag{4.13}$$

où le terme  $1 - \pi/4$  prend en compte le volume contenu dans les ménisques.

On remarque que pour pour un angle de contact  $\theta^{av}$  donné, un bouchon de longueur initiale  $L < L_{crit}$  éclate dans la bifurcation tandis qu'un bouchon de longueur telle que  $L > L_{crit}$  produit deux bouchons "fils". Pour une géométrie donnée, la valeur de  $L_{crit}$  dépend uniquement de  $\theta^{av}$ , décroît lorsque  $\theta^{av}$  augmente, et peut s'annuler pour  $\theta^{av} = \pi - \theta^{ar}$ .

# 4.2.2 Hypothèse dynamique et modèle

En supposant que la loi de Tanner s'applique à la situation de la figure 4.6-b, l'angle de contact  $\theta^{av}$  peut être relié à la vitesse de la ligne de contact au point E par

$$\theta^{av} = (6\Gamma C a_E)^{1/3},\tag{4.14}$$

où  $Ca_E$  est le nombre capillaire calculé à partir de la vitesse au point E.

Bien que l'écoulement dans la bifurcation ne soit pas stationnaire, on suppose qu'il est régi, comme pour le transport de bouchons dans le canal droit, par un régime visco-capillaire (section 3.1.2). Ainsi, il est possible, à un instant donné,



FIG. 4.7: Séquence de division pour le seconde bifurcation.

d'établir le bilan de pression sur une ligne de courant spécifique. Par simplicité, on écrit ce bilan de pression entre les points C et E, soit

$$\mathcal{P}_f = \mathcal{P}_{visc} + \mathcal{P}_{cap},\tag{4.15}$$

où  $\mathcal{P}_{visc}$  est le terme de dissipation visqueuse et  $\mathcal{P}_{cap}$  le terme capillaire regroupant les contributions des interfaces avant et arrière.

Près du point C, la vitesse de l'interface arrière est nulle puisque celle-ci est accrochée aux bords de la bifurcation. Le saut de pression capillaire à l'arrière du bouchon vaut

$$\mathcal{P}_{cap}^{ar} = \gamma \left(\frac{1}{R^{ar}} + \frac{2}{h}\right). \tag{4.16}$$

Pour l'interface avant, on suppose que la vitesse de la ligne de contact au point E établit l'angle de contact  $\theta^{av}$ , et que  $\theta^{av}$  est le même dans l'épaisseur et dans le plan. Le saut de pression capillaire à l'interface avant s'écrit alors

$$\mathcal{P}_{cap}^{av} = \gamma \left( \frac{1}{R^{av}} - \frac{2\cos\theta^{av}}{h} \right). \tag{4.17}$$

Le terme visqueux de l'équation 4.15 est estimé en considérant la géométrie proche d'une cellule Hele-Shaw  $(h/w_o < 0.18)$ , soit

$$\mathcal{P}_{visc} = \frac{12\eta}{h^2} L_m V_m, \tag{4.18}$$

où  $L_m$  est la longueur de la ligne de courant C-E et  $V_m$  est la vitesse moyenne du liquide entre les points C et E. La vitesse au point C,  $V_C$ , est nulle tandis que la

vitesse au point E est reliée à l'angle de contact par la loi de Tanner (Eq. 4.14) soit

$$V_E = \frac{\gamma \left(\theta^{av}\right)^3}{6\eta\Gamma}.\tag{4.19}$$

On estime les quantités  $V_m$  et  $L_m$  par  $V_m = (V_E + V_C)/2$  et  $L_m = y_E - w/2$ , où  $y_E = w_o/\tan(\theta^{av}/2)$  est la distance du point E à la ligne centrale du microcanal. Finalement, en combinant les termes ci-dessus, la chute de pression instantanée pour la goutte s'obtient comme

$$\mathcal{P}_f \simeq \gamma \left[ \frac{y_E - w/2}{\Gamma h^2} \left( \theta^{av} \right)^3 + \frac{1}{R^{av}} + \frac{1}{R^{ar}} + \frac{2}{h} (1 - \cos \theta^{av}) \right].$$
(4.20)

En utilisant une pression de référence  $\gamma/w$  et en développant les différents termes de l'expression précédente en fonction de  $\theta^{av}$ ,  $w/w_o$ ,  $w_o/h$  and w/h, l'équation 4.20 peut s'écrire

$$\overline{\mathcal{P}_f} \simeq \left[\frac{w_o}{h}\frac{w}{h}\left(\tan\frac{\theta^{av}}{2}\right)^{-1} - \frac{1}{2}\left(\frac{w}{h}\right)^2\right]\frac{(\theta^{av})^3}{\Gamma} + \left[1 + \cos\left(2\arctan\frac{w}{2w_o}\right)\right]\frac{w}{w_o} + \left[\frac{2w}{h} + \frac{w}{w_o}\right](1 - \cos\theta^{av}), \quad (4.21)$$

où  $\overline{\mathcal{P}_f} = w \mathcal{P}_f / \gamma.$ 

# 4.3 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Les transitions obtenues théoriquement sont présentées avec les résultats expérimentaux sur les diagrammes de la figure 4.8.

# 4.3.1 La transition division-éclatement

## Résultats

Pour une valeur donnée de  $\theta^{av}$ , on est capable d'estimer la valeur de  $\mathcal{P}_f$  correspondante ainsi que la longueur critique  $L_{crit}$ : la condition géométrique (Eq. 4.13) fournit une relation entre  $L_{crit}$  et  $\theta^{av}$ , alors que  $\theta^{av}$  peut être relié à  $\mathcal{P}_f$  par l'équation 4.20. En faisant varier  $\theta^{av}$  de  $\pi/6$  à  $\pi/3$ , on obtient les courbes  $L_{crit} - \mathcal{P}_f$  des diagrammes de la figure 4.8 : le diagramme (a) correspond à la première bifurcation et le (b) à la deuxième jonction. Les valeurs du coefficient de Tanner  $k_T = (6\Gamma)^{1/3}$  sont respectivement prises égales à 4.9 et 3.5, soit  $\Gamma = 20$  et  $\Gamma = 10$ . Avec ces valeurs, les frontières théoriques permettent de séparer raisonnablement les cas de l'éclatement et de la division.



FIG. 4.8: Transitions théoriques et comparaison avec les résultats expérimentaux (a-Bifurcation 1. b-Bifurcation 2). Pour la pression de blocage, les lignes horizontales continues sont calculées à partir de l'Eq. 4.5. Les lignes en trait discontinu correspondent au modèle de Glière & Delattre (2006), discuté dans la section 4.3.2.

# Discussion

Les valeurs des angles utilisées pour calculer les courbes théoriques, ainsi que celles du coefficient  $\Gamma$  semblent acceptables. La valeur  $k_T = 4.9$  est voisine de celle obtenue lors du calcul des termes capillaires dans la géométrie droite : on avait pour le canal 1, k = 16.2, soit  $k_T \simeq 5$ . Le coefficient de Tanner utilisé dans la deuxième géométrie est plus faible mais reste proche des valeurs généralement admises dans la littérature pour les tubes circulaires millimétriques ( $k_T = 4 - 5$ ). De plus, il est légèrement supérieur à une valeur obtenue en tube rectangulaire par Coney & Masica (1969) et qui vaut  $k_T = 3.4$  (Chebbi, 2003).

On discute dans les paragraphes suivants les hypothèses qui ont permis d'élaborer le modèle pour la frontière entre l'éclatement et la division : la forme des interfaces et l'application de la loi de Tanner pour calculer la vitesse au point E.

Forme des interfaces Les interfaces avant et arrière, vues du dessus, ont été approchées par des arcs de cercle dans le calcul de la longueur critique. Cela suppose que la courbure dans la largeur est constante, et que l'écoulement ne déforme pas la forme de l'interface, tout du moins "loin de la paroi". L'observation des images de la figure 2.23 montre en effet que, peu avant que les deux interfaces se rencontrent, celles-ci sont peu déformées localement sur l'axe du canal d'entrée. La tension de surface semble donc dominer au milieu de la bifurcation et les dissipations visqueuses y restent faibles. Sur les photos de la figure 4.9, on a tracé des arcs de cercle approchant au mieux les interfaces avant. Pour la première bifurcation, notre hypothèse semble raisonnable. Par contre, l'approximation par un arc de cercle est discutable avec la deuxième jonction : la courbure n'est pas constante et elle est plus faible près des parois latérales du canal de sortie situées du côté du canal d'entrée. La forme de l'interface arrière reste néanmoins circulaire dans les deux géométries.

Loi de Tanner Comme pour la dynamique des bouchons en microcanal droit, on a supposé que l'angle de contact au point E était le même dans la largeur que l'épaisseur. L'application de la loi de Tanner lors du passage de la bifurcation peut paraître inopportune car cette loi est issue d'un calcul bidimensionnel. On peut penser qu'elle peut cependant permettre de donner un ordre de grandeur de la dissipation occasionnée par les recirculations secondaires dans la moitié du champignon, les dissipations principales dans l'épaisseur étant contenues dans le terme visqueux  $\mathcal{P}_{visc}$ . Des mesures supplémentaires sont nécessaires afin de connaître les relations entre l'angle de contact observé et la vitesse au point E.



FIG. 4.9: Forme des interfaces et approximation par des arcs de cercle des interfaces avant. **a**- Bifurcation 1. **a**- Bifurcation 2.

# 4.3.2 La pression de blocage

#### Résultats

En raison de la faible erreur entre le calcul numérique et le calcul analytique (environ 5% sur le calcul de la courbure de l'interface avant), on considère le résultat analytique dans la suite. Comme pour la frontière éclatement-division, la pression de blocage est adimensionnalisée par  $\gamma/w$ , et on obtient finalement une pression de blocage adimensionnelle de 4. Les lignes horizontales correspondantes sont tracées en trait continu sur les deux diagrammes de la figure 4.8, bien que le blocage ne soit pas observé pour la deuxième jonction. Pour la première bifurcation, la prédiction théorique donne une valeur cohérente avec les observations expérimentales. Pour la seconde bifurcation, elle correspond à la plus faible pression de forçage appliquée.

#### Discussion

Le phénomène de blocage à la première bifurcation rappelle à la fois les blocages rencontrés lors du déplacement de gouttes non mouillantes dans des géométries comportant des réductions de section (Legait, 1981; Jensen *et al.*, 2004), et ceux observés par Glière & Delattre (2006) lorsqu'un ménisque de liquide partiellement mouillant parvient à la sortie d'un microcanal terminé par une chambre de collecte. Dans cette dernière situation, les dimensions de la chambre sont supérieures à celle du microcanal.

Pour chacun des cas précédents, des modèles théoriques ont été développés. Lorsqu'une goutte non mouillante ( $\theta_e = \pi$ ) traverse un col (réduction de section), son interface avant voit son rayon de courbure diminuer progressivement. La pression maximale nécessaire pour contrecarrer le saut de pression capillaire correspondant, se calcule à partir du rayon de courbure minimal (Jensen *et al.*, 2004). Dans le cas du ménisque de liquide partiellement mouillant ( $\theta_e < \pi$ ) parvenant à l'entrée d'une chambre (évasement), celui-ci reste accroché aux bords de la sortie du microcanal, et sa courbure varie avec la pression de forçage. Le modèle retenu par Glière & Delattre (2006) considère également la courbure maximale admissible par l'interface, mais prend en compte par ailleurs l'angle de contact statique d'avancée du liquide : pour des valeurs inférieures à l'angle de contact statique, l'angle peut prendre différentes valeurs sur le bord de la jonction (phénomène de canthotaxie, Bico (2000)); lorsque celui-ci est atteint à l'entrée de la chambre, la ligne de contact peut se décrocher. Ce dernier critère peut donner une valeur de pression seuil inférieure à celle obtenue à partir de la courbure maximale.

Le modèle présenté dans la section 4.1 peut être vu comme le cas inverse de celui de Jensen *et al.* (2004). Dans notre situation, le bouchon est mouillant et la bifurcation constitue un évasement. Néanmoins, pour calculer le rayon de courbure minimal, on a par ailleurs considéré que l'interface avant était accrochée par les bords de la bifurcation. Cette hypothèse est discutable pour un liquide mouillant puisqu'un tel liquide tend à s'étaler spontanément sur un substrat plan et dans les coins d'un microcanal. Son angle statique d'avancée est nul, et dans une situation plane, ou axisymétrique, l'interface avant pourrait sortir du canal d'entrée dès que l'interface est plane, comme pour la situation de la figure 4.10. La pression de blocage adimensionnelle correspondante vaudrait 2, et serait inférieure à celle de notre modèle.



FIG. 4.10: Condition de déblocage du bouchon dans une géométrie plane ou axisymétrique selon le modèle de Glière & Delattre (2006). L'angle de contact  $\theta^{av}$  doit dépasser sa valeur statique d'avancée, ici 0 car le liquide est mouillant. La pression de blocage adimensionnelle correspondante vaut 2 dans le cas plan (4 en géométrie axissymétrique).

En conclusion, la situation rencontrée dans nos expériences est assez particulière puisque les dimensions varient uniquement dans une direction, la largeur, l'épaisseur du canal restant constante. Les lignes de contact sont libres d'avancer sur les parois inférieure et supérieure tandis que les lignes de contact latérales rencontrent un changement de géométrie abrupt lorsqu'elles parviennent à la bifurcation. Notre modèle donne une borne supérieure à la pression requise pour faire pénétrer le bouchon dans la bifurcation (lignes horizontales en trait continu sur les diagrammes de la figure 4.8). Le modèle de Glière & Delattre (2006) présenté sur la figure 4.10 et adapté à notre géométrie donne quant à lui une limite inférieure (lignes horizontales en trait discontinu). Bien que nos prédictions théoriques donnent des valeurs satisfaisantes, il sera nécessaire de procéder à des expériences supplémentaires pour connaître exactement l'origine de la pression de blocage, et plus particulièrement, les raisons de l'accrochage de l'interface avant sur les coins de la jonction. La visualisation de l'interface et des lignes de contact permettrait de fournir des renseignements précieux, la simulation numérique ne permettant pas à l'heure actuelle de simuler toute la traversée de la bifurcation.

# 4.4 Conclusion

Le franchissement d'une bifurcation est un problème instationnaire complexe : l'écoulement est tridimensionnel et, les interfaces constituent des surfaces libres soumises aux lignes de contact à des phénomènes de mouillage dynamique. En attendant des études numériques adaptées (Reddy *et al.*, 2005; Tartakovsky & Meakin, 2005), les modèles présentés dans ce chapitre permettent d'appréhender correctement les transitions observées expérimentalement. Les phénomènes physiques en jeu semblent donc être pris en compte mais la précision des modèles reste à être confirmée dans d'autres expériences. Le passage d'un bouchon de liquide partiellement mouillant dans une bifurcation reste également une question en suspens.