

Modélisation de la rupture fragile par clivage

Dans ce chapitre, on propose de modéliser l'ensemble des éprouvettes du bas de la zone de transition ductile-fragile présélectionnées dans le chapitre (§4) par le modèle statistique de Beremin présenté dans l'étude bibliographique §2). Ce modèle d'approche locale nécessite le calcul de la contrainte de Weibull notée σ_w afin d'évaluer la probabilité de rupture cumulée. Le modèle étant sensible au calcul de cette contrainte, on propose dans une première partie de ce chapitre, une méthodologie d'évaluation de cette contrainte sur une éprouvette donnée. Plusieurs considérations seront détaillées dans cette méthodologie à savoir le dimensionnement des rayons d'entailles, le dimensionnement du maillage et la taille des éléments, le filtrage des contraintes des éléments très déformés et au final le passage 2D/3D par une correction d'épaisseur. Ensuite, cette méthodologie sera appliquée pour évaluer l'effet de géométrie et de température sur σ_w . Une corrélation entre la position de la contrainte maximale et le niveau du chargement appliqué est proposée. Cette corrélation est ensuite utilisée pour placer les résultats des observations fractographiques par rapport à la prédiction des simulations. Une discussion sera présentée suite à cette comparaison.

Suite aux résultats de l'étude expérimentale (§3.4.3), des effets de géométrie et de température ont été observés sur les valeurs de ténacités dans la zone de transition ductile-fragile. La dernière partie de ce chapitre se concentrera alors à la description de ces deux effets et à l'identification des paramètres du modèle de Beremin. Les deux versions de ce modèle à savoir la version standard et la version modifiée Ruggieri-Beremin présentées dans l'étude bibliographique seront exploitées. On montrera que le modèle de Beremin modifié nous permettra de tenir compte des différences en termes de déformations plastiques observées entre les éprouvettes CT_B et les éprouvettes $SENT_{0.5}$ et ainsi de fournir une meilleure description de la rupture fragile que le modèle de Beremin de base. Finalement, on étudiera l'effet de la température et du palier de Lüders sur cette identification.

Les calculs dans ce chapitre seront effectués dans le *Code_Aster* avec le modèle de plasticité dont les paramètres ont été identifiés dans le chapitre précédent (§1). On fera le choix d'utiliser les éléments à 5 champs non locaux en formulation logarithmique présentés dans l'étude bibliographique (§2). Ces éléments seront utilisés avec un paramètre non local $c = 0N$ puisque qu'on ne modélisera pas l'endommagement ductile. Néanmoins, le choix de ces éléments est fait dans la perspective de décrire la partie haute de la zone de transition ductile-fragile à partir du couplage de l'endommagement et du clivage dans une étude à venir.

6.1 Méthodologie d'évaluation de la contrainte de Weibull

L'évaluation de la contrainte de Weibull nécessite un calcul minutieux du champ de contraintes et de déformations dans la zone de plasticité active devant la fissure. En petites déformations, ces champs sont singuliers et peuvent conduire pratiquement à une dépendance au maillage de la contrainte de Weibull comme expliqué dans l'étude bibliographique (§2.1.7). Cette singularité n'est pas réaliste et devrait disparaître à cause de l'émoussement de la fissure. Néanmoins, un fort gradient peut encore subsister devant la fissure émoussée ce qui nécessite d'adapter la taille des éléments dans la zone d'élaboration afin de capter ce gradient. La modélisation d'une fissure par une entaille pose le problème du choix du rayon d'entaille initiale qui est un paramètre qui peut influencer les valeurs de la contrainte de Weibull. (McMeeking, 1977) et d'autres ont montré que les champs mécaniques deviennent indépendants du rayon de l'entaille initial considéré lorsque celle-ci est suffisamment émoussée. Autrement dit, au-delà d'un certain chargement, l'effet du rayon d'entaille initiale évoqué sur la contrainte de Weibull disparaît. Par conséquent, on propose dans la suite de modéliser la fissure dans les éprouvettes de rupture par une entaille et de ne retenir que les valeurs de la contrainte de Weibull calculées après qu'un émoussement suffisant ait été atteint par l'entaille.

Pour simuler une éprouvette qui a une certaine valeur de ténacité, on utilise une entaille initiale qui permet d'atteindre un émoussement suffisant pour que l'indépendance au rayon initial soit établie. Plus précisément, le rayon d'entaille initial proposé devrait s'émousser 5 fois pour que les champs de

contraintes ne dépendent plus de l'entaille initiale (McMeeking, 1977). Lorsque le rayon choisi ne permet pas de couvrir toutes les valeurs des ténacités de la base expérimentale à cause des problèmes de divergence du calcul, un rayon supplémentaire sera proposé à la base du dernier émoussement atteint.

Dans la suite, on détaillera davantage la méthodologie du choix des rayons d'entailles pour simuler un ensemble de valeurs de ténacités, puis on s'intéressera au dimensionnement de la zone de raffinement du maillage et de la taille des éléments dans cette zone. Ensuite, on proposera une comparaison du calcul de la contrainte de Weibull en utilisant les éléments à 5 champs avec les résultats du calcul obtenus en utilisant des éléments classiques quadratiques réduits. Finalement, on présentera deux méthodes qui permettent de filtrer les valeurs de contraintes ainsi qu'une quantification de l'erreur du filtrage.

Dans un premier temps, on utilise un modèle de Beremin classique tel présenté dans (§2.1.5). On rappelle les équations de ce modèle :

$$P_f = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma_w}{\sigma_u}\right)^m\right); \sigma_w = \left(\frac{1}{V_0} \int_{V_p} \sigma_{\text{eff}}^m dV\right)^{\frac{1}{m}}; \sigma_{\text{eff}}(\underline{x}, t) = \max_{[0,t]} \sigma_I(\underline{x}, t) \quad (6.1)$$

Les paramètres de Beremin utilisés dans cette partie sont :

$$m = 20; \sigma_u = 2900 \text{ MPa}; V_0 = (50\mu\text{m})^3 \quad (6.2)$$

6.1.1 Dimensionnement de l'entaille et du maillage

Pour une éprouvette donnée, on propose de calculer la contrainte de Weibull qui correspond à une ténacité K_{JC} de l'intervalle $(K_{JC_{min}}; K_{JC_{max}})$. Afin de déterminer les rayons d'entailles nécessaires, cet intervalle est transformé en son équivalent en termes de $CTOD$ i.e. $(CTOD_{min}; CTOD_{max})$ avec :

$$CTOD \stackrel{\text{def}}{=} 2u_y(\text{Notch Tip}) \quad (6.3)$$

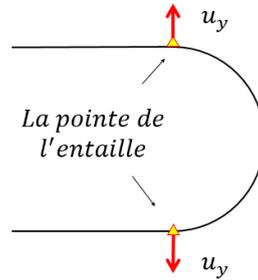


Figure 76 : Schéma de l'entaille. u_y est le déplacement d'ouverture du nœud correspondant à la fin de courbure de l'entaille initiale.

Selon McMeeking (McMeeking, 1977) les champs de contraintes en pointe de l'entaille ne dépendent plus du rayon initial de l'entaille, lorsque le rayon initial est émoussé au moins 5 fois. Pour cibler un $CTOD_0 \in (CTOD_{min}; CTOD_{max})$ il faut un rayon d'entaille R_0 tel que :

$$R_0 = (CTOD_0/2)/5 \quad (6.4)$$

La définition générale de l'émoussement est donnée par :

$$\beta \stackrel{\text{def}}{=} CTOD/2R_0 \quad (6.5)$$

Il est bien établi que le maximum de la contrainte d'ouverture en amont d'une entaille est atteint à la distance de $\sim 1.5CTOD$ de la pointe de l'entaille (McMeeking, 1977). La zone qui couvre le double de cette distance (soit $3CTOD$) est appelée la zone d'élaboration (*Process Zone*)(Figure 77). Cette zone connaît un fort gradient du champ de contraintes et de déformation. Dans nos simulations, on choisit de raffiner, en amont de l'entaille, une zone d'étendue L_f qui correspond au double de la taille de la zone

d'élaboration et que l'on désigne par « la zone de raffinement ». L_f L'étendue de la zone de raffinement est calculée par :

$$L_f(R_0 \rightarrow CTOD_0) = 6CTOD_0 \quad (6.6)$$

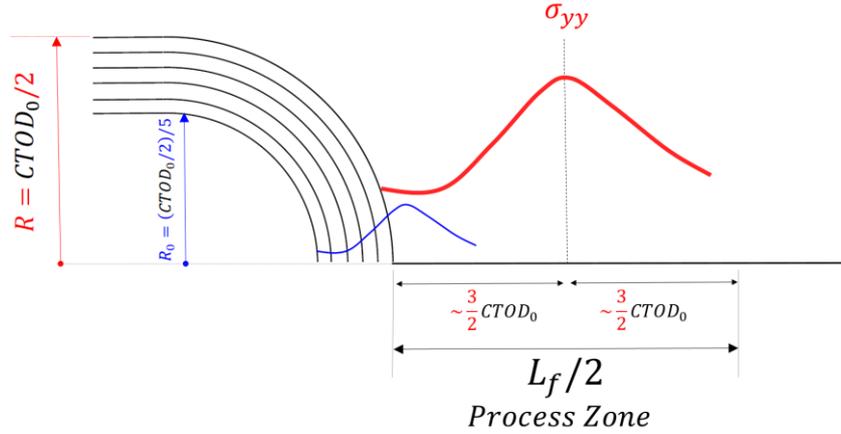


Figure 77 : Schématisation de la zone d'élaboration en amont de l'entaille

La zone de raffinement est dimensionnée comme étant le double de la zone d'élaboration. En effet, au fur et à mesure de l'ouverture de l'entaille, la zone de raffinement se déforme et le maximum de la contrainte se déplace. Le choix de la taille L_f comme étant le double de la *Process Zone* permet de garantir la présence des éléments de tailles adaptées dans les zones à forts gradients.

On définit la taille h d'un élément dans la zone de raffinement par :

$$\frac{h(R_0)}{R_0} \in [0.3, 0.5] \quad (6.7)$$

Cette taille ne doit pas dépasser la valeur de R_0 ni être excessivement petite. Les éléments de très petite taille (par rapport à R_0) qui se trouvent au voisinage de l'entaille se déformeront excessivement ce qui entraînera rapidement des problèmes de convergence de calcul.

Un calcul préliminaire est nécessaire pour déduire la relation $K_{Jc} - CTOD$. Ce calcul est dimensionné sur la plus grande ténacité $K_{Jc_{max}}$ de l'intervalle ciblé. On désigne par R_0^P le rayon de l'entaille du calcul préliminaire. Les paramètres du maillage sont :

$$\begin{aligned} R_0^P &= (CTOD_0^P/2)/5 \\ CTOD_0^P &= 0.5 \frac{K_{Jc_{max}}^2}{\sigma_Y E^*} ; E^* = \frac{E}{(1-\nu^2)} \\ L_f &= 6 CTOD_0^P \end{aligned} \quad (6.8)$$

On illustre dans la Figure 78 la relation $CTOD - K_{Jc}$ issue du calcul préliminaire pour l'éprouvette $CT_{12.5}$ à $-100^\circ C$. K_{Jc} est déduit du calcul de l'intégrale J . Cette dernière est évaluée à partir de la courbe force-ouverture en appliquant la norme (ASTM-E1820, 2001). On déduit, par identification la relation entre K_{Jc} et $CTOD$ sous la forme suivante (Shih, 1981) :

$$CTOD = \alpha \frac{K_{Jc}^2}{\sigma_Y E^*} \quad (6.9)$$

Avec $\alpha = 0.55$ ce qui est en accord avec les valeurs présentes dans la littérature (Shih, 1981).

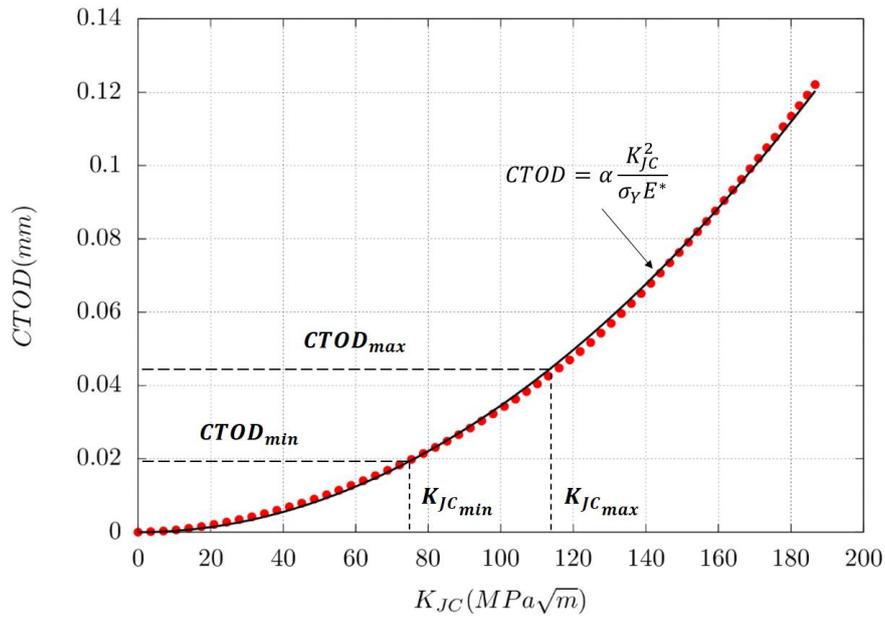


Figure 78 : La relation $CTOD - K_{JC}$ donnée par le calcul préliminaire. L'intervalle des valeurs de ténacités $(K_{JC_{min}}; K_{JC_{max}})$ est alors transformé à l'intervalle $(CTOD_{min}; CTOD_{max})$ avec $\alpha = 0.55$

A partir de cette corrélation, on peut transformer l'intervalle $(K_{min}; K_{max})$ en $(R_{0_{min}}; R_{0_{max}})$ tel que :

$$R_{0_{max}} = (CTOD_{max}/2)/5 \quad (6.10)$$

$$R_{0_{min}} = (CTOD_{min}/2)/5 \quad (6.11)$$

Finalement, afin de calculer les contraintes de Weibull qui correspondent à l'intervalle $(K_{JC_{min}}; K_{JC_{max}})$ on choisit une série de rayons d'entaille initiaux appartenant à l'intervalle $(R_{0_{min}}; R_{0_{max}})$:

$$(K_{JC_{min}}; K_{JC_{max}}) \rightarrow (CTOD_{min}; CTOD_{max}) \rightarrow (R_{0_{min}}; R_{0_{max}}) \rightarrow \sigma_w (K_{JC_{min}}; K_{JC_{max}}) \quad (6.12)$$

Comme évoqué plus haut, lorsque le calcul avec une entaille (d'un rayon R_0) diverge à cause d'une déformation excessive des éléments, on proposera de mailler (manuellement) une nouvelle entaille dont le rayon vaut le 1/5 du dernier rayon émoussé avant que le problème numérique apparaisse (dans l'intervalle valide Figure 84). Ainsi, la contrainte σ_w est construite par morceau sur l'intervalle des ténacités expérimentales $(K_{JC_{min}}; K_{JC_{max}})$ par la juxtaposition des calculs sur les rayons proposés. On note que seul le rayon d'entaille est le paramètre qui sera modifié dans cette procédure de remaillage manuel, le paramètre a_0/W est inchangé.

Remarque : Rien n'empêche le choix d'un rayon d'entaille $R_0 \leq R_{0_{min}}$ à condition que le calcul avec ce rayon reste valide lorsqu'on atteint le $CTOD_{min}$.

La déformation plastique élevée conduit au verrouillage volumique des éléments (Al Akhrass *et al.*, 2014). Ce verrouillage apparaît lorsque les degrés de liberté n'autorisent pas une déformation à volume constant de certains éléments qui sont alors bloqués et voient leurs contraintes augmenter. Les éléments à 5 champs (§2.2.3) permettent de retarder le verrouillage des éléments à des niveaux de déformations plus importants. On propose de comparer ce type d'éléments avec les éléments quadratiques classiques réduits.

On considère un calcul préliminaire sur une éprouvette $CT_{12.5}$ avec des éléments quadratiques classiques réduits qu'on compare avec celui effectué avec des éléments à 5 champs avec le paramètre $c = 0$ (§2.2.3.1). La Figure 79 illustre le verrouillage volumique des éléments pour les deux types d'éléments choisis. Le blocage de certains éléments se traduit par une oscillation importante de la contrainte d'ouverture T_{yy} et des valeurs élevées de cette contrainte. Les éléments bloqués entraînent une augmentation importante de la contrainte de Weibull (Figure 80). La Figure 80 montre également que l'utilisation des éléments à 5 champs permet de retarder considérablement l'effet sur σ_w du verrouillage ($\beta = 7$) contre ($\beta = 3$) pour les éléments classiques.

Finalement, pour s'assurer de la convergence du calcul précédent vis-à-vis de la taille des éléments, on propose de découper par 16 chaque élément du maillage. La Figure 81 compare le calcul sur le maillage préliminaire précédent avec le calcul sur le maillage raffiné. Les résultats du calcul de σ_w montrent que la méthodologie de raffinement suivie permet d'avoir un calcul qui ne dépend plus de la taille des éléments. On conclut, que la taille des éléments fixés par notre méthodologie conduit à un calcul convergé.

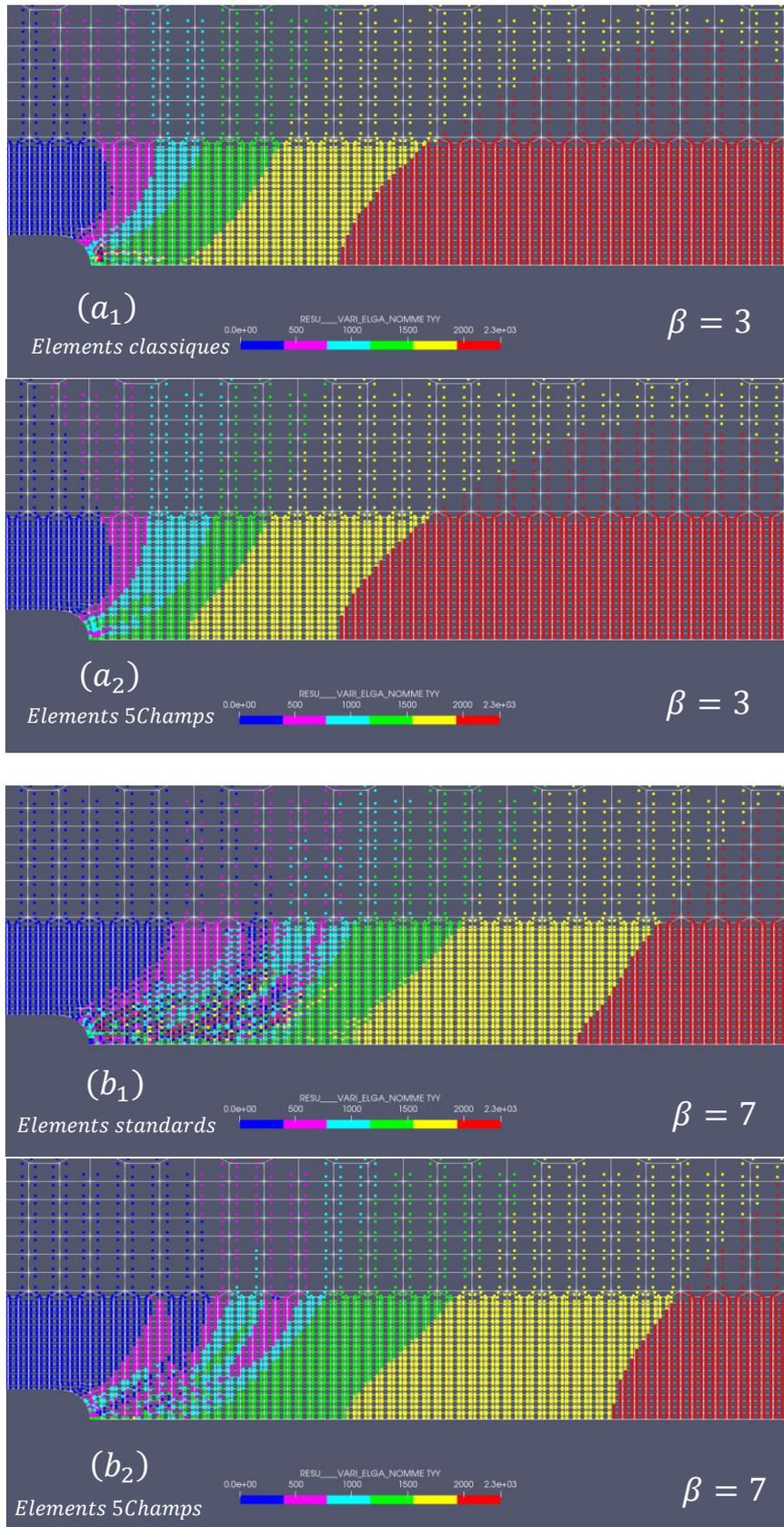


Figure 79 : Comparaison de la contrainte d'ouverture T_{yy} (aux points de Gauss) entre le calcul avec des éléments standards et des éléments 5champs (avec le paramètre $c = 0$) à $\beta = 3$ (a_1 et a_2) et à $\beta = 7$ (b_1 et b_2). L'oscillation est plus marquée pour les éléments classiques.

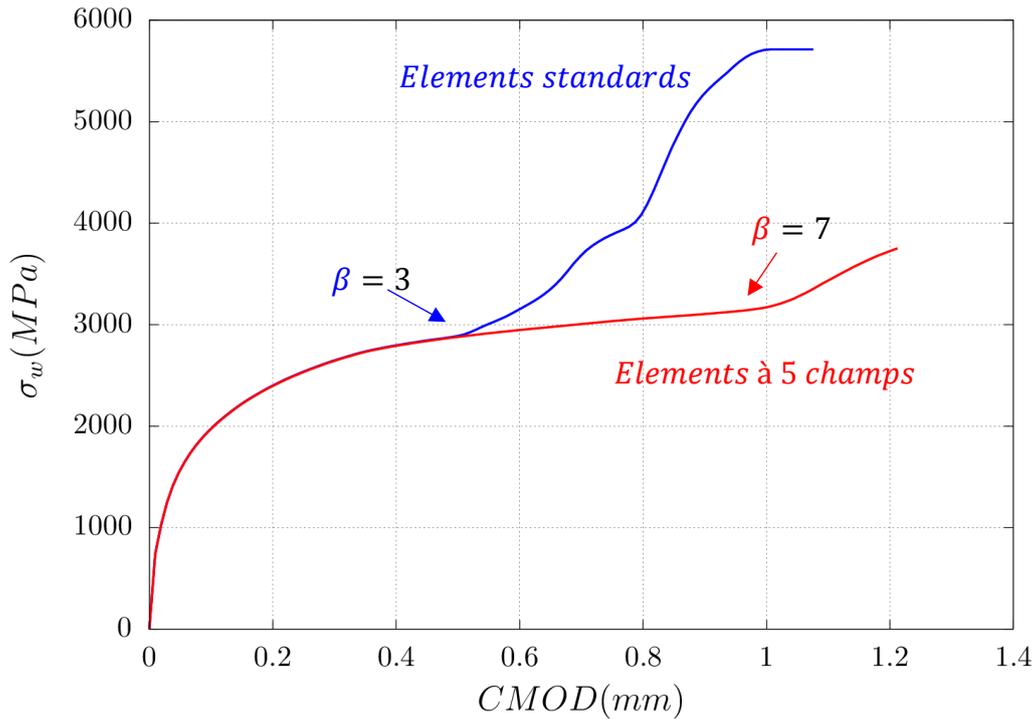


Figure 80 : Comparaison du calcul de la contrainte de Weibull en utilisant des éléments à 5 champs quadratiques réduits (courbe rouge) et des éléments classiques quadratiques réduits (courbe bleue). Calcul sur une $CT_{12.5}$ avec $R_0 = 16\mu m$ à $-100^\circ C$

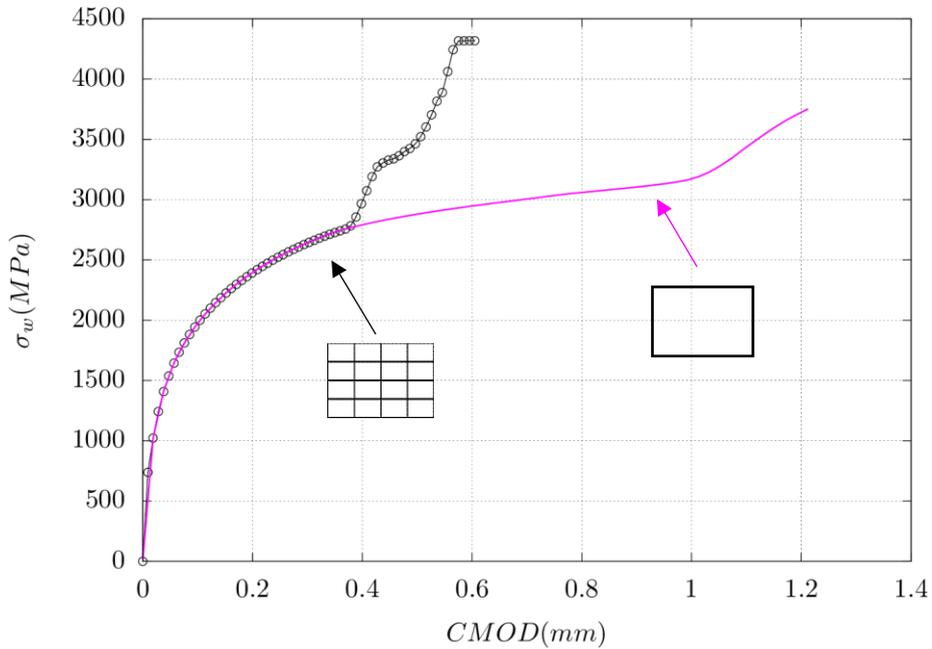


Figure 81 : Comparaison entre le calcul effectué avec des éléments à 5 champs. La contrainte σ_w est calculée sur le maillage du calcul préliminaire et comparée avec σ_w calculée sur un maillage raffiné par 1/16. Calcul sur une $CT_{12.5}$ avec $R_0 = 16\mu m$ à $-100^\circ C$

6.1.2 Procédure de Filtrage de la contrainte de Weibull

L'utilisation de la formulation mixte permet de retarder le verrouillage volumique des éléments. Les mailles locales verrouillées produisent des contraintes importantes et perturbent la solution éléments finis dans leur voisinage. Un filtre permet de réduire la contribution de ces éléments dans le calcul de σ_w . On propose dans un premier temps de comparer deux stratégies de filtrage des contraintes : un filtrage des contraintes par un critère de déformation plastique et un filtrage par moyenne de la pression par élément.

La première stratégie de filtrage consiste à réduire la contribution de la contrainte principale des éléments excessivement déformés dans le calcul de la contrainte de Weibull. On désigne par f la fonction définie par :

$$f(p) = H(p - p_c) \left(\exp\left(-\frac{p - p_c}{\tau}\right) - 1 \right) + 1 \quad (6.13)$$

H est la fonction classique de Heaviside, p_c est la déformation plastique seuil, et τ un paramètre qui caractérise la tolérance du filtre : $\tau \rightarrow \infty$ signifie que les éléments déformés au-delà de p_c (Figure 82) ne sont pas inclus dans le calcul de σ_w . Le filtre agit sur les valeurs principales du champ de contraintes. La contrainte de Weibull est calculée à partir du champ de contraintes modifié $\tilde{\mathbf{T}}$:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_1 &= f(p) \cdot T_1 \\ \tau &= 0.002 \text{ et } p_c = 0.2 \end{aligned} \quad (6.14)$$

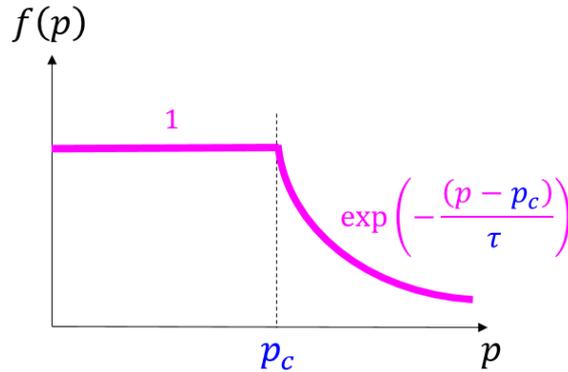


Figure 82 : Illustration de la fonction $f(p)$. τ contrôle la pente de la décroissance au-delà du seuil p_c

La deuxième stratégie consiste à corriger le champ de contrainte dans les points de Gauss par éléments. Cette stratégie est couramment utilisée avec les éléments classiques. En effet, dans un élément verrouillé, les contraintes hydrostatiques fluctuent significativement d'un point de Gauss à un autre. On propose donc de remplacer la pression aux points de Gauss par la pression moyenne de l'élément. Autrement dit, pour un point de Gauss donné, le champ de contraintes devient :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{T}} &= \mathbf{T}_D + \mathbf{I} \langle T_H \rangle_{elem} \\ \langle T_H \rangle_{elem} &= \frac{T_H^{(1)} + T_H^{(2)} + T_H^{(3)} + T_H^{(4)}}{4} \end{aligned} \quad (6.15)$$

\mathbf{T}_D est le déviateur de la contrainte \mathbf{T} , et $T_H^{(i)}$ est la contrainte hydrostatique du ($i^{\text{ème}}$) point de Gauss donnée par :

$$T_H^{(i)} = \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{T}^{(i)}) \quad (6.16)$$

Ces deux méthodes de filtrage sont appliquées à l'éprouvette $CT_{12.5}$ à $-100^\circ C$. Dans la Figure 83 on compare les résultats de ces deux filtres avec le calcul sans filtre. Cette comparaison montre que le filtrage basé sur la fonction f produit de meilleurs résultats pour les éléments 5champs aussi bien que pour les éléments classiques en termes de régularité de la contrainte de Weibull. Ce filtre n'a aucun effet avant le début du verrouillage. En revanche, le filtrage basé sur la technique de la moyenne donnée par l'équation (6.15) produit des résultats meilleurs pour les éléments classiques. Ce filtre n'est pas adapté aux éléments à 5 champs qui traitent intrinsèquement le verrouillage volumique. Les fortes contraintes calculées sont donc attribuées aux déformations excessives des éléments. On note que les courbes $\sigma_w(\bar{T})$ et $\sigma_w(\tilde{T})$ se superposent (Erreur relative $\Delta\sigma_w/\sigma_w = 0.1\%$) pour ces éléments. L'utilisation des éléments à 5 champs avec le filtre basé sur la fonction f semble être le plus adapté. Par ailleurs, $\sigma_w(\bar{T})$ calculé avec les éléments classiques semble être identique à $\sigma_w(\tilde{T})$ calculée avec les éléments à 5 champs.

Afin d'étudier l'efficacité du filtre f on propose de le comparer le résultat obtenu avec une courbe de référence construite à partir d'une série de maillages avec différents rayons d'entaille permettant d'éviter le verrouillage volumique. En effet, pour un rayon d'entaille R_0 donné, on peut définir un domaine de validité de σ_w comme étant le domaine où les champs ne dépendent pas du rayon R_0 i.e. $\beta \geq 5$ et il n'y a pas de verrouillage volumique (Figure 84). La courbe σ_w est construite par morceau en joignant les domaines valides du calcul de chaque rayon.

Pour mieux illustrer l'efficacité du filtrage par rapport aux domaines valides, on s'intéresse à l'éprouvette CT_{50} de la base expérimentale à $-100^\circ C$ avec $K_{JC} \in (44; 94)MPa\sqrt{m}$. En suivant la méthodologie décrite au paragraphe (§6.1) on a :

$$K_{JC} \in (44; 94)MPa\sqrt{m} \rightarrow CTOD_0 \in (7.2; 29.5)\mu m \rightarrow R_0 \in \{0.3\mu m; 0.9\mu m; 3\mu m\} \quad (6.17)$$

La Figure 85 montre que la contrainte de Weibull de référence calculée à partir des intervalles valides est comparable à celle obtenue après filtrage. L'erreur induite par le filtrage sur la valeur de la contrainte de Weibull est de l'ordre de 0.5%. L'erreur correspondante sur la probabilité de rupture peut être évaluée à partir de la relation :

$$\Delta P_f = m \cdot (-\log(1 - P_f))(1 - P_f) \cdot \frac{\Delta\sigma_w}{\sigma_w} \quad (6.18)$$

Qu'on peut démontrer à partir de la relation générale :

$$P_f = 1 - \exp(-\bar{\sigma}^m) \Rightarrow \log P_f = \log(1 - \exp(-\bar{\sigma}^m)) \quad (6.19)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_w}{\sigma_u}$$

En dérivant les deux côtés de l'équation précédente, on peut conclure directement le résultat de l'équation (6.19) :

$$\frac{dP_f}{P_f} = \frac{m \cdot \bar{\sigma}^{m-1} \exp(-\bar{\sigma}^m) d\bar{\sigma}}{1 - \exp(-\bar{\sigma}^m)} = m \cdot \frac{d\sigma_w}{\sigma_w} \cdot \frac{\bar{\sigma}^m \exp(-\bar{\sigma}^m)}{1 - \exp(-\bar{\sigma}^m)} \quad (6.20)$$

Cette équation peut être réécrite en fonction de P_f et de l'erreur sur σ_w comme :

$$dP_f = m \cdot (-\log(1 - P_f))(1 - P_f) \cdot \frac{d\sigma_w}{\sigma_w} = m \cdot h(P_f) \cdot \frac{d\sigma_w}{\sigma_w} \quad (6.21)$$

La fonction $h(P_f)$ est maximale pour $P_f = 63\%$ et atteint la valeur 0.37. Pour $m = 20$, une erreur relative de 1% sur σ_w induit une erreur de 7.4% sur P_f . L'erreur produite par le filtre sur la probabilité de rupture P_f est de l'ordre de 3.7%. Il est important de noter que l'erreur sur P_f est proportionnelle à

m ce qui signifie qu'une faible erreur sur l'identification de m peut avoir un impact non négligeable sur les probabilités de rupture.

Finalement, on remarque à partir de la Figure 119 (voir §C.2) qu'un paramètre $\tau \ll 1$ n'a pas d'effet sur la correction de σ_w ce qui signifie que uniquement le seuil p_c peut avoir une influence sur cette correction. Autrement dit, pour un τ trop faible, la qualité du filtre dépend uniquement du choix de p_c . Lorsque $\tau \rightarrow 0$, le filtre f devient simplement une exclusion des éléments ayant une déformation plastique $p > p_c$ de l'intégrale de σ_w . On propose de choisir $p_c = p_{c\text{locking}}$ avec $p_{c\text{locking}}$ la déformation plastique des premiers éléments verrouillés et $\tau \leq 1\%p_c$.

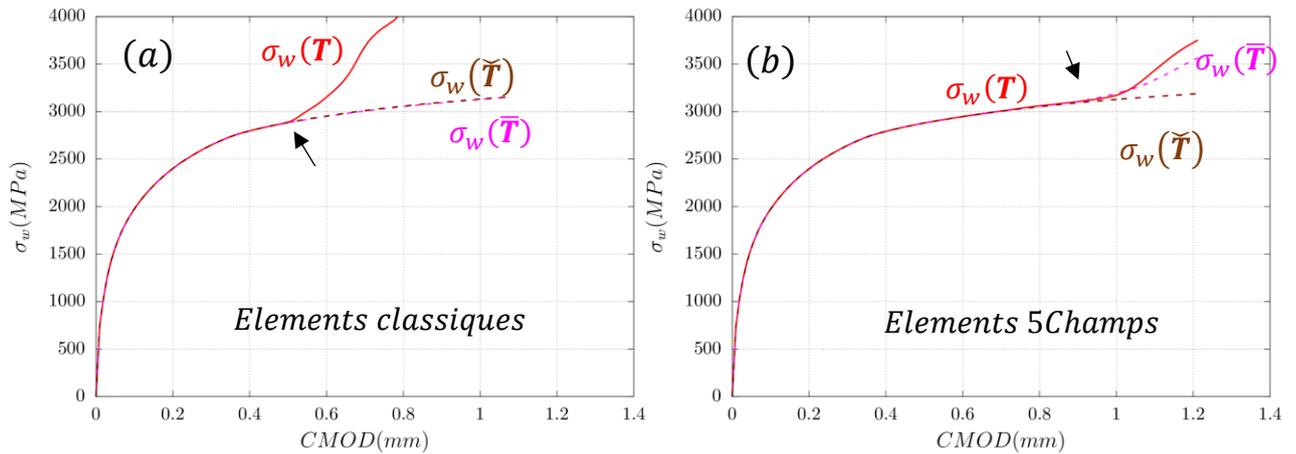


Figure 83 : Comparaison de la contrainte de Weibull calculé sur les différents champs de contraintes : \mathbf{T} , $\tilde{\mathbf{T}}$ et $\bar{\mathbf{T}}$ sur l'éprouvette $CT_{12.5}$ à -100°C . La flèche marque le début du verrouillage des éléments. (a) Eléments classiques quadratiques réduits. (b) Eléments à 5 champs quadratiques réduits.

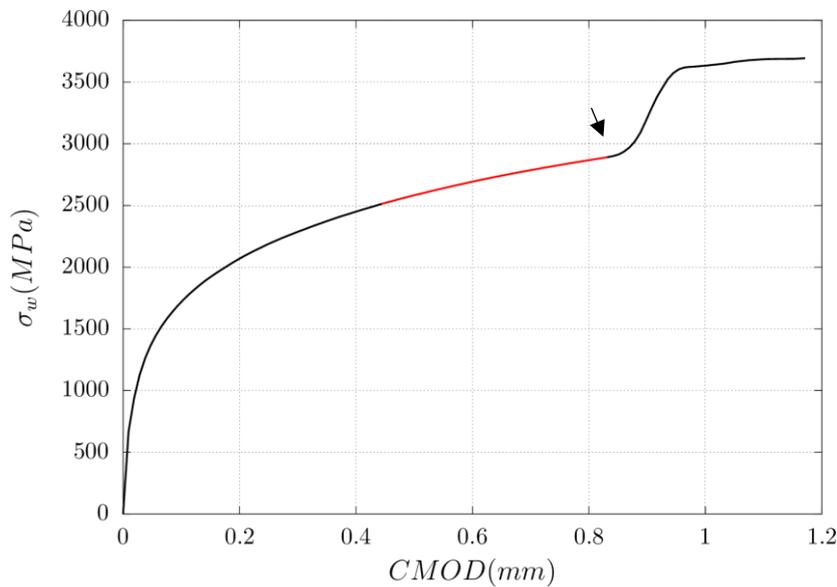


Figure 84 : Illustration du domaine valide en rouge. i.e. $5 \leq \beta \leq \beta_{\text{Non convergence}}$. CT_{50} avec $R_0 = 3\mu\text{m}$ à -100°C . La flèche marque le début du verrouillage volumique

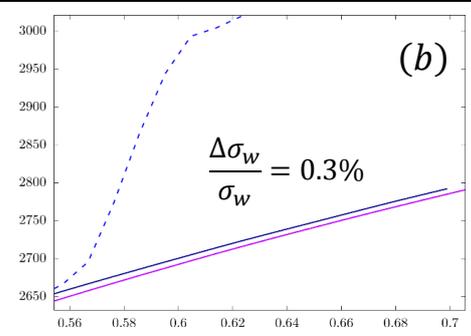
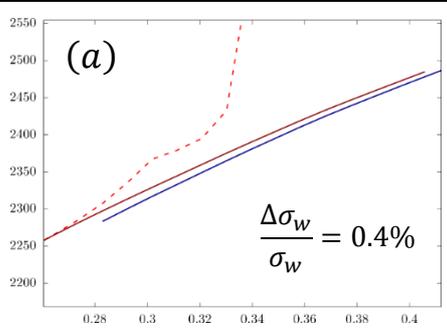
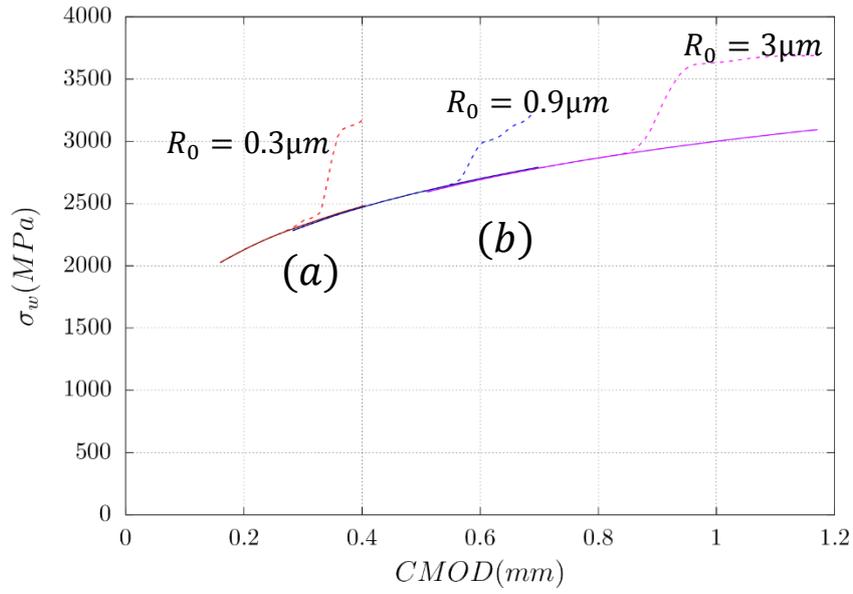


Figure 85 : Comparaison de la contrainte de Weibull à partir des deux méthodes avec $m = 20$. (a) Vue de près qui compare la contrainte de Weibull filtrée du rayon $R_0 = 0.3\mu\text{m}$ (courbe rouge) avec le domaine valide du rayon $R_0 = 0.9\mu\text{m}$ (courbe bleue). (b) Vue de près qui compare la contrainte de Weibull filtrée du rayon $R_0 = 0.9\mu\text{m}$ (courbe bleue) avec le domaine valide du rayon $R_0 = 3\mu\text{m}$ (courbe rose).

6.1.3 Passage au 3D par correction d'épaisseur

Dans le paragraphe précédent, le calcul de la contrainte de Weibull jusqu'à maintenant est effectué en 2D avec l'hypothèse de déformations planes. Cette contrainte sera notée par σ_w^{2d} . Pour mieux représenter l'aspect 3D des éprouvettes d'essais, on propose de corriger la contrainte σ_w^{2d} par un facteur $B_e^{1/m}$ qui tient compte de l'effet d'épaisseur, où B_e est l'épaisseur effective qui s'approche le plus du calcul 3D complet noté σ_w^{3d} . La contrainte de Weibull déduite par la correction d'épaisseur B_e de la contrainte σ_w^{2d} est notée par $\sigma_w^{2d/3d}$. On peut écrire :

$$(\sigma_w^{2d/3d})^m = \frac{1}{V_0} \int_{-B_e/2}^{+B_e/2} \left(\int_{S_p} \sigma_{\text{eff}}^m dS \right) dz = \int_{-B_e/2}^{+B_e/2} (\sigma_w^{2d})^m dz = (\sigma_w^{2d})^m \cdot B_e \quad (6.22)$$

On en déduit que :

$$\sigma_w^{2d/3d} = \sigma_w^{2d} \cdot B_e^{1/m} \quad (6.23)$$

B_e est une fonction simple (à choisir) de B et de B_n respectivement l'épaisseur de l'éprouvette et l'épaisseur de l'éprouvette au niveau des entailles latérales quand elles existent. On effectue le calcul de σ_w^{3d} en 3D sur l'éprouvette $CT_{12.5}$ et $SENT_{0.5}$ et on le compare avec le calcul $\sigma_w^{2d/3d}$ qui tient compte de l'épaisseur effective B_e . Parmi les trois choix : $B_e = B$ ou $B_e = B_n$ ou $B_e = \sqrt{BB_n}$, l'épaisseur effective B_e qui sera retenue est celle qui conduit à une erreur faible entre $\sigma_w^{2d/3d}$ et σ_w^{3d} .

Le maillage en 3D de ces deux géométries sont présentées dans la Figure 86 et Figure 87. On utilise ici $R_0 = 14\mu m$ ($SENT_{0.5}$) ou $R_0 = 16\mu m$ ($CT_{12.5}$) qui correspondent aux plus grands rayons employés et donc aux chargements les plus importants pour lesquels la perte de confinement se produit. C'est pour cette configuration que la différence entre les calculs 2D et 3D sera la plus forte. L'entaille latérale est modélisée dans ce maillage avec $B_n = 0.8B$ et $B = 12.5mm$ pour les éprouvettes $CT_{12.5}$ et $B_n = 0.9B$ et $B = 30mm$ pour les éprouvettes $SENT_{0.5}$. Pour modéliser l'intégralité de l'éprouvette, on note qu'on intègre un coefficient de symétrie de 2 en 2D et de 4 en 3D.

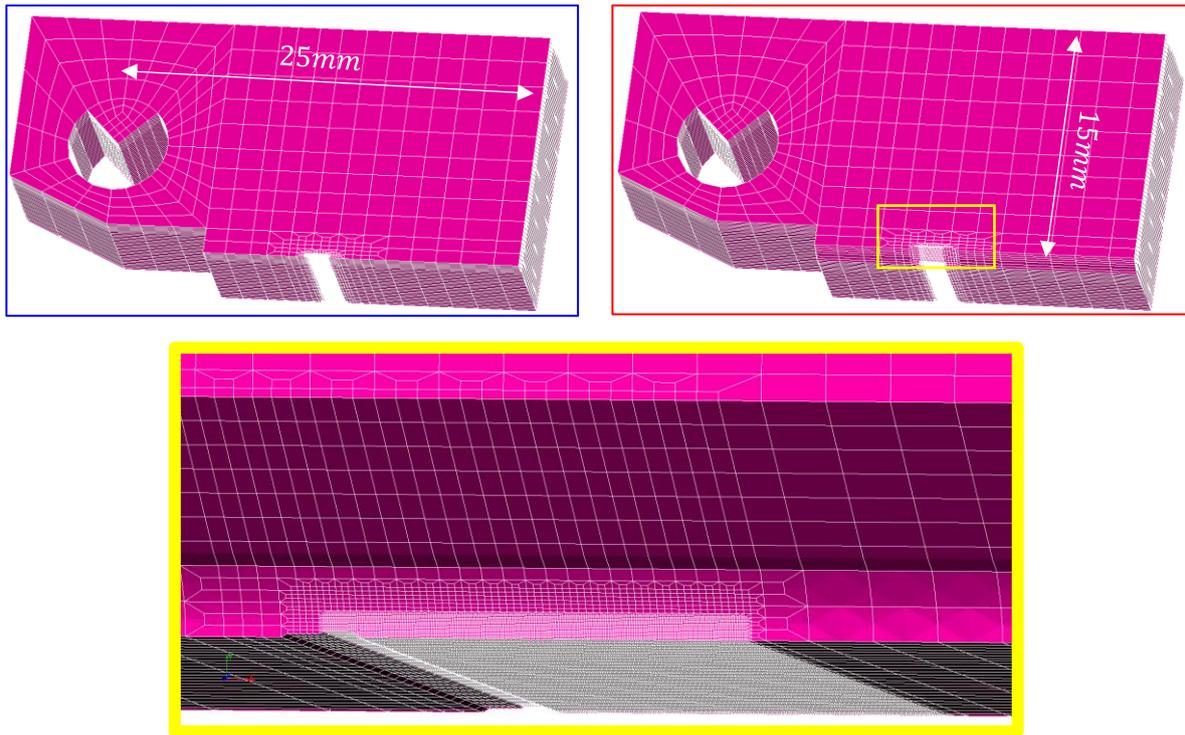


Figure 86 : Maillage du 1/4 de l'éprouvette $CT_{12.5}$ en 3D avec $R_0 = 16\mu m$: avec entaille latérale (encadré en rouge) et sans entaille latérale (encadré en bleu). $a_0/W = 0.5$. La vue de près de l'entaille latérale est encadrée en jaune.

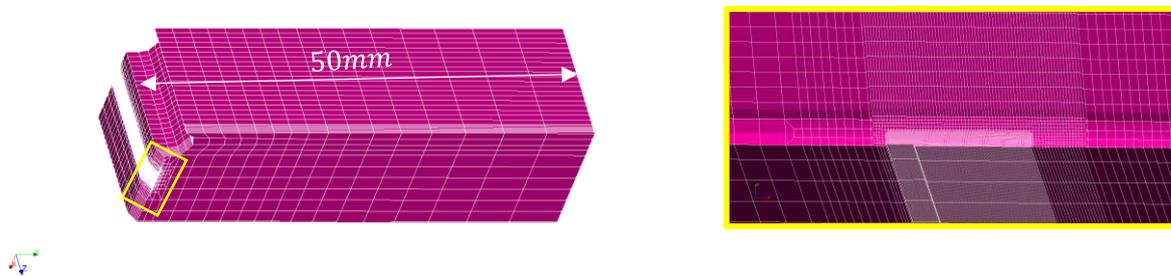


Figure 87 : Maillage du 1/4 de l'éprouvette $SENT_{0.5}$ en 3D avec $R_0 = 14\mu m$: avec une entaille latérale $B_n = 0.9B$. $a_0/W = 0.5$. La vue de près de l'entaille latérale est encadrée en jaune.

Dans les Figure 88.a et Figure 89.a, la contrainte σ_w^{3d} est comparée avec $\sigma_w^{2d/3d}$ du calcul 2D corrigé par le facteur $B_e^{1/m}$ avec $B_e = B$ ou $B_e = B_n$ ou $B_e = \sqrt{BB_n}$. On constate que les différences restent très faibles (en particulier du fait du choix de $m = 20$ qui est une valeur assez élevée). Afin de mieux distinguer les différences, on présente pour chaque choix de B_e la différence $\sigma_w^{2d/3d}(B_e) - \sigma_w^{3d}$ dans Figure 88.(a, b_{1,2}) et la différence en $(\sigma_w^{2d/3d} - \sigma_w^{3d})/\sigma_w^{3d}$ (%) dans les Figure 88.(c_{1,2}) et Figure 89.(b)

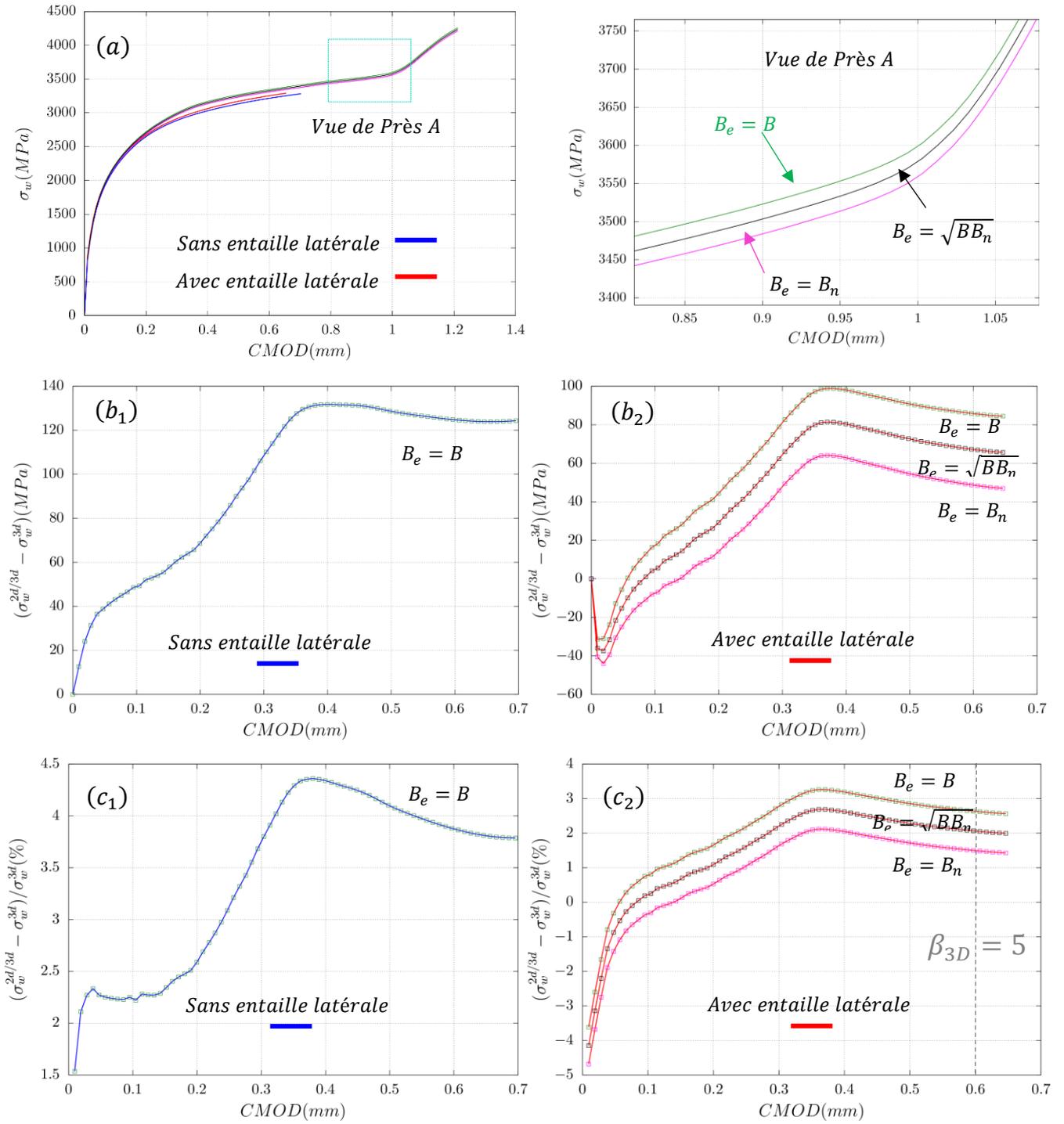


Figure 88 : (a) Comparaison de σ_w^{3d} de l'éprouvette CT_{12.5} avec les calculs σ_w^{2d} dépouillés avec $B_e = B; B_n; \sqrt{BB_n}$ (b) Comparaison des écarts $(\sigma_w^{2d/3d} - \sigma_w^{3d})$ avec et sans entaille avec $B_e = B; B_n; \sqrt{BB_n}$. (c) Comparaison des écarts $(\sigma_w^{2d/3d} - \sigma_w^{3d}) / \sigma_w^{3d}$ en % avec et sans entaille avec $B_e = B; B_n; \sqrt{BB_n}$. $R_0 = 16\mu\text{m}$ et $a_0/W = 0.5$. Le CMOD qui correspond à $\beta = 5$ est marqué en couleur grise.

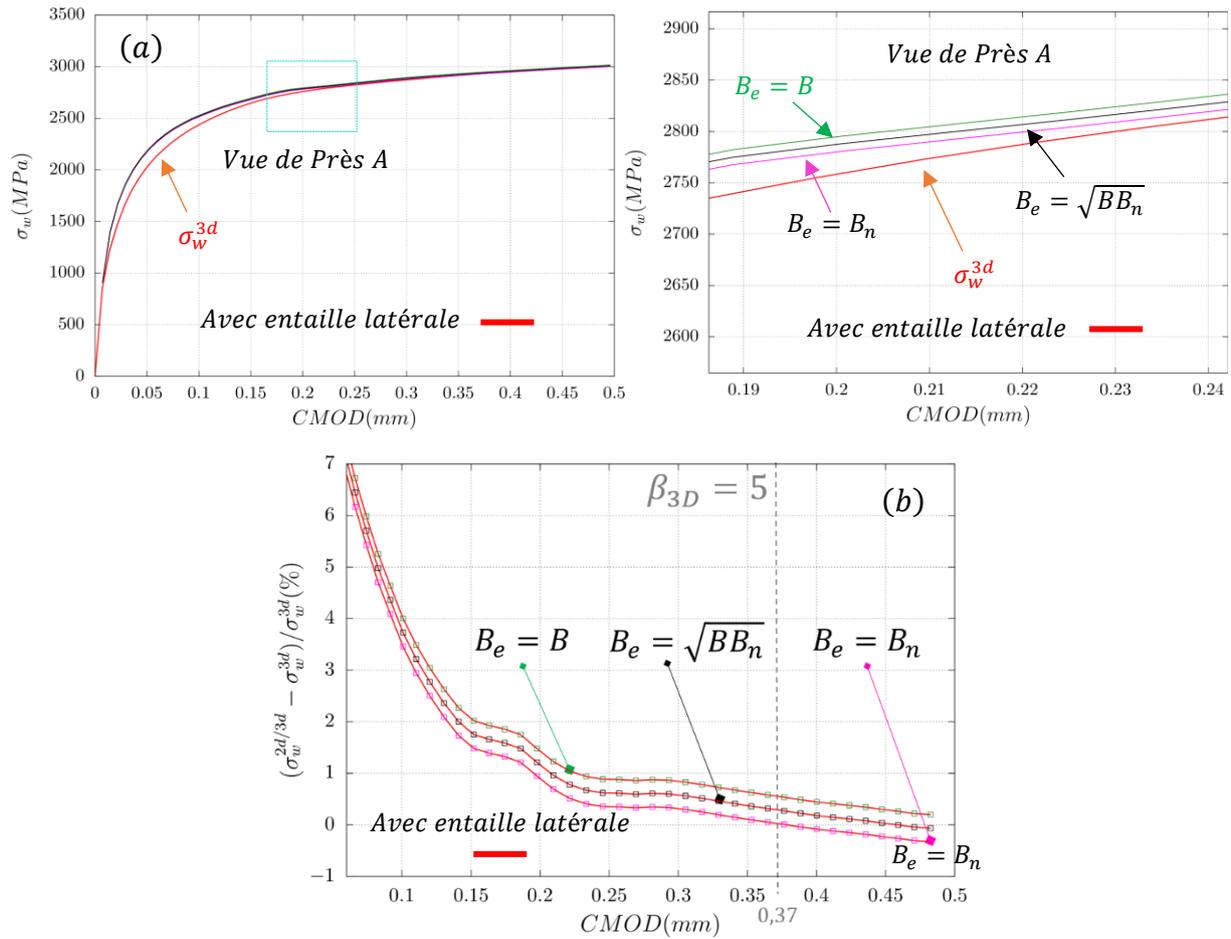


Figure 89 : (a) Comparaison de σ_w^{3d} de l'éprouvette $SENT_{0.5}$ avec les calculs $\sigma_w^{2d/3d}$ dépouillés avec $B_e = B; B_n; \sqrt{BB_n}$. (b) comparaison des écarts $(\sigma_w^{2d/3d} - \sigma_w^{3d}) / \sigma_w^{3d}$ en % avec et sans entaille avec $B_e = B; B_n; \sqrt{BB_n}$. $R_0 = 6\mu m$ et $a_0/W = 0.5$. Le CMOD qui correspond à $\beta = 5$ est marqué en couleur grise.

On en déduit que la correction avec l'épaisseur effective $B_e = B_n$ produit les moindres écarts entre les trois propositions avec une erreur maximale relative de l'ordre de 2% qui continue de décroître. Lorsqu'on est dans le domaine $\beta > 5$ (qui correspond à $CMOD > 0.6mm$ pour la $CT_{12.5}$ et $CMOD > 0.37mm$ pour la $SENT_{0.5}$) l'erreur relative est inférieure à 1.5%. Pour la suite, le calcul de la contrainte σ_w sera effectué à partir de la contrainte obtenue en 2D σ_w^{2d} corrigée par le facteur $B_e^{1/m}$ avec $B_e = B$ pour les éprouvettes non entaillées et $B_e = B_n$ pour les éprouvettes entaillées latéralement.

6.1.4 Conclusion partielle

Dans cette partie, on a présenté une méthodologie d'évaluation de la contrainte de Weibull. Le modèle de Beremin étant sensible à l'évaluation de cette contrainte, la méthodologie a pour objectif d'assurer une évaluation précise de la contrainte de Weibull. Le point de départ est la modélisation d'une entaille au lieu d'une fissure. Le rayon de l'entaille initiale est choisi tel que l'entaille initiale aura été émoussée d'au moins 5 fois quand la ténacité ciblée aura été atteinte. Au-delà de cet émoussement, l'entaille initiale n'aura plus d'effet sur l'évaluation des champs de contraintes et de déformations. Un rayon d'entaille R_0 ne permet pas de simuler toutes les ténacités de la base à cause des problèmes de convergence du calcul. Lorsque le calcul diverge, un rayon supplémentaire sera proposé comme étant égal au $1/5$ du dernier rayon final atteint après l'émoussement de l'entaille R_0 . Chaque rayon proposé permet d'évaluer la contrainte de Weibull sur une zone de validité (après 5 fois l'émoussement de l'entaille et avant les problèmes numériques). La contrainte de Weibull qui correspond aux valeurs des ténacités ciblées est construite par morceaux à partir de la juxtaposition des résultats de calculs valides pour chacun des rayons.

Ensuite, le dimensionnement du maillage est détaillé. Chaque maillage d'une éprouvette donnée avec une entaille initiale R_0 , dispose d'une zone de raffinement permettant de capter le gradient fort des champs mécaniques devant l'entaille. La taille h des éléments dans cette zone est proportionnelle au rayon initial maillé : h est choisie entre $0.3R_0$ et $0.5R_0$. Au fur et à mesure du chargement, l'entaille s'émousse et le maximum de contrainte se déplace dans le ligament. Celui est situé à une distance égale à environ $1.5 \times \text{CTOD}$ de la pointe d'entaille. Il convient donc de garder un maillage relativement fin sur distance notée L_f choisie comme étant le double de la taille de la zone d'élaboration pour le chargement maximum (*i.e.* $6 \times \text{CTOD}_{\max}$). On a montré que le calcul de la contrainte de Weibull avec cette méthodologie converge et ne dépend plus du maillage.

On a montré que le verrouillage volumique peut significativement affecter le calcul de σ_w avec les éléments classiques. Les éléments à 5 champs permettent *a priori* d'éviter cet artefact numérique par rapport aux éléments classiques réduits. Toutefois les contraintes peuvent être mal évaluées lorsque les éléments sont très distordus. Afin de corriger la courbe de σ_w affectée par les éléments verrouillés ou distordus, deux stratégies de filtrage des contraintes de ces éléments sont alors proposées. La première stratégie consiste à moyenniser la pression par élément tandis que la deuxième stratégie est basée sur une fonction filtre f permettant d'exclure du calcul de σ_w les éléments dans lesquels la déformation dépasse un seuil p_c . Le filtrage basé sur la fonction filtre f est plus efficace avec les éléments à 5 champs. En revanche, les deux stratégies produisent des résultats aussi précis avec les éléments classiques réduits. On notera toutefois que les éléments à 5 champs permettent d'atteindre des émoussements plus importants que les éléments classiques. Dans la perspective future de simuler le couplage dans la partie haute de la zone de transition, les éléments à 5 champs seront utilisés pour le calcul de la contrainte de Weibull et seront employés avec la fonction filtre f dans la suite. Finalement, le passage $2D$ en $3D$ est assuré par la correction d'épaisseur $B_e^{1/m}$ de la contrainte de Weibull évaluée en conditions de déformations planes σ_w^{2d} . On a montré que $B_e = B_n$ pour les éprouvettes ayant des entailles latérales et $B_e = B$ pour les éprouvettes n'ayant pas ces entailles permet de se rapprocher le plus du calcul $3D$ complet avec une erreur relative inférieure à 2%.

Dans la partie suivante, on appliquera cette méthodologie de calcul de σ_w pour simuler les éprouvettes de rupture qui relèvent de la partie basse de la zone de transition ductile-fragile.

6.2 Application et validation de la méthodologie

Dans cette partie on applique la méthodologie du calcul de la contrainte de Weibull sur les éprouvettes de la base de données des essais fragiles : $CT_{12.5}$, CT_{25} , CT_{50} , $SENT_{0.5}$ pour les trois températures $-150^{\circ}C$, $-100^{\circ}C$, $-50^{\circ}C$. On résume dans le Tableau 16 le nombre d'éprouvettes disponibles et l'intervalle des ténacités pour chaque éprouvette.

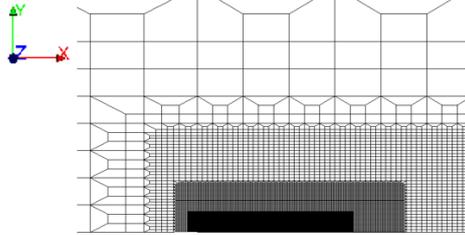
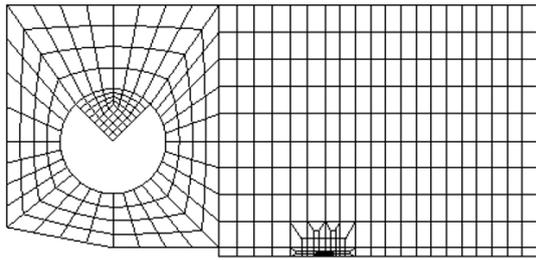
La contrainte de Weibull est évaluée à partir du calcul 2D sous hypothèses de déformations planes. σ_w est calculée dans l'intervalle $(K_{Jc_{min}}; K_{Jc_{max}})$ de chaque éprouvette. Tous les calculs de la contrainte de Weibull ont été effectués en utilisant des éléments à 5 champs et le filtrage basé sur la fonction f (voir §6.1.2). Les graphes complets de ces calculs pour toutes les éprouvettes sont illustrés dans les annexes §C.

6.2.1 Résultats de calcul de σ_w en déformations planes

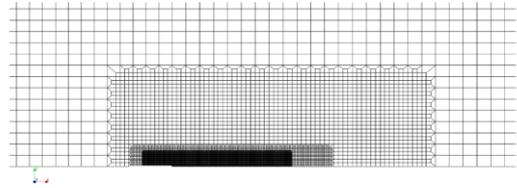
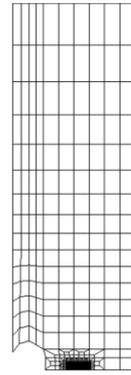
6.2.1.1 Choix des rayons d'entailles

Les maillages (Figure 90) sont effectués en suivant la méthodologie détaillée dans le paragraphe §6.1. Les calculs préliminaires ont été effectués pour déduire la relation $K_{Jc} - CTOD$ (ou son équivalent en termes de $J/\sigma_Y - CTOD$) pour chaque éprouvette. A la suite de ces premiers calculs, des rayons d'entailles ont été proposés. On résume les paramètres de ces calculs et les rayons d'entailles retenus dans les tableaux ci-dessous (Tableau 16, Tableau 17)

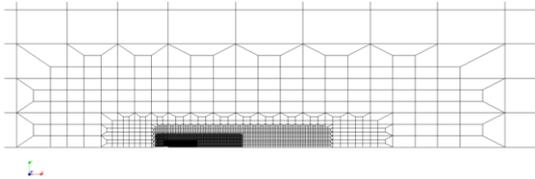
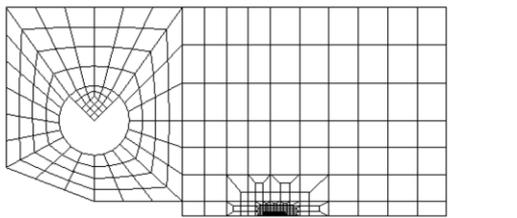
$(CT_{50}; R_0 = 0.9\mu m)$



$(SENT_{0.5}; R_0 = 2\mu m)$



$(CT_{25}; R_0 = 3.9\mu m)$



$(CT_{12.5}; R_0 = 5\mu m)$

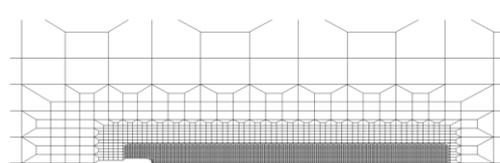
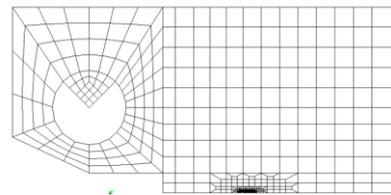


Figure 90 : Illustration des maillages et des zones de raffinements des éprouvettes de la base expérimentale.

Eprouvette	$CTOD_{min}$	$CTOD_{max}$	R_{0min}	R_{0max}	R_0 Retenues (μm)
-150°C					
$CT_{12.5}$	3	12.8	0.3	1.2	0.15 ; 0.4
-100°C					
$CT_{12.5}$	7.0	70.6	0.7	7	0.4 ; 1.2
CT_{25}	1.9	67.3	0.2	6.4	0.11; 0.4 ; 1 ; 3.9
CT_{50}	7.2	29.5	0.7	2.9	0.3 ; 0.9
$SENT_{0.5}$	7.7	150.7	0.7	15	0.2; 0.5 ; 1.4 ; 4.5
-50°C					
$CT_{12.5}$	55.6	78.7	5.5	7.9	1.2 ; 5
CT_{25}	32.2	123.7	3.2	12.4	1 ; 3.9 ; 6
CT_{50}	39.8	124.7	3.9	12.5	0.9 ; 2.9
$SENT_{0.5}$	–	–	–	–	–

Tableau 16 : Tableau de synthèse des paramètres de maillages. Les $CTOD$ et les rayons proposés sont exprimés en μm

-150°C	N	Epaisseur(mm)		$K_{JC_{min}}$	$K_{JC_{max}}$
$CT_{12.5}$	12	$B = 12.5$	Sans entaille latérales	32	66
-100°C	N	Epaisseur(mm)		$K_{JC_{min}}$	$K_{JC_{max}}$
$CT_{12.5}$	20	$B = 12.5$	Sans entailles latérales	45	143
CT_{25}	16	$B = 25$	Sans entailles latérales	27	140
CT_{50}	8	$B = 50$	Sans entailles latérales	44	94
$SENT_{0.5}$	4	$B = 30$	$B_n = 27$	53	99
-50°C	N	Epaisseur(mm)		$K_{JC_{min}}$	$K_{JC_{max}}$
$CT_{12.5}$	3	$B = 12.5$	$B_n = 10$	121	144
CT_{25}	6	$B = 25$	$B_n = 20$	97	190
CT_{50}	8	$B = 50$	Sans entailles latérales	108	191
$SENT_{0.5}$	0	$B = 30$	$B_n = 27$	–	–

Tableau 17 : Tableau de synthèse du nombre des éprouvettes fragile par température et de l'intervalle ($K_{JC_{min}} ; K_{JC_{max}}$) des ténacités en $MPa\sqrt{m}$

La Figure 91 présente les courbes $J/\sigma_Y - CTOD$ déduites des calculs préliminaires. La relation entre le $CTOD$ et J/σ_Y devient linéaire lorsque l'entaille initiale s'é mousses suffisamment. On désigne par d_∞ la pente des courbes $CTOD - J/\sigma_Y$ lorsque l'é mousses $\beta > 5$ et par d_0 la pente initiale :

$$CTOD = d_0 \cdot \left(\frac{J}{\sigma_Y}\right); \quad \beta \ll 5$$

$$CTOD = d_\infty \cdot \left(\frac{J}{\sigma_Y}\right); \quad \beta \geq 5$$
(6.24)

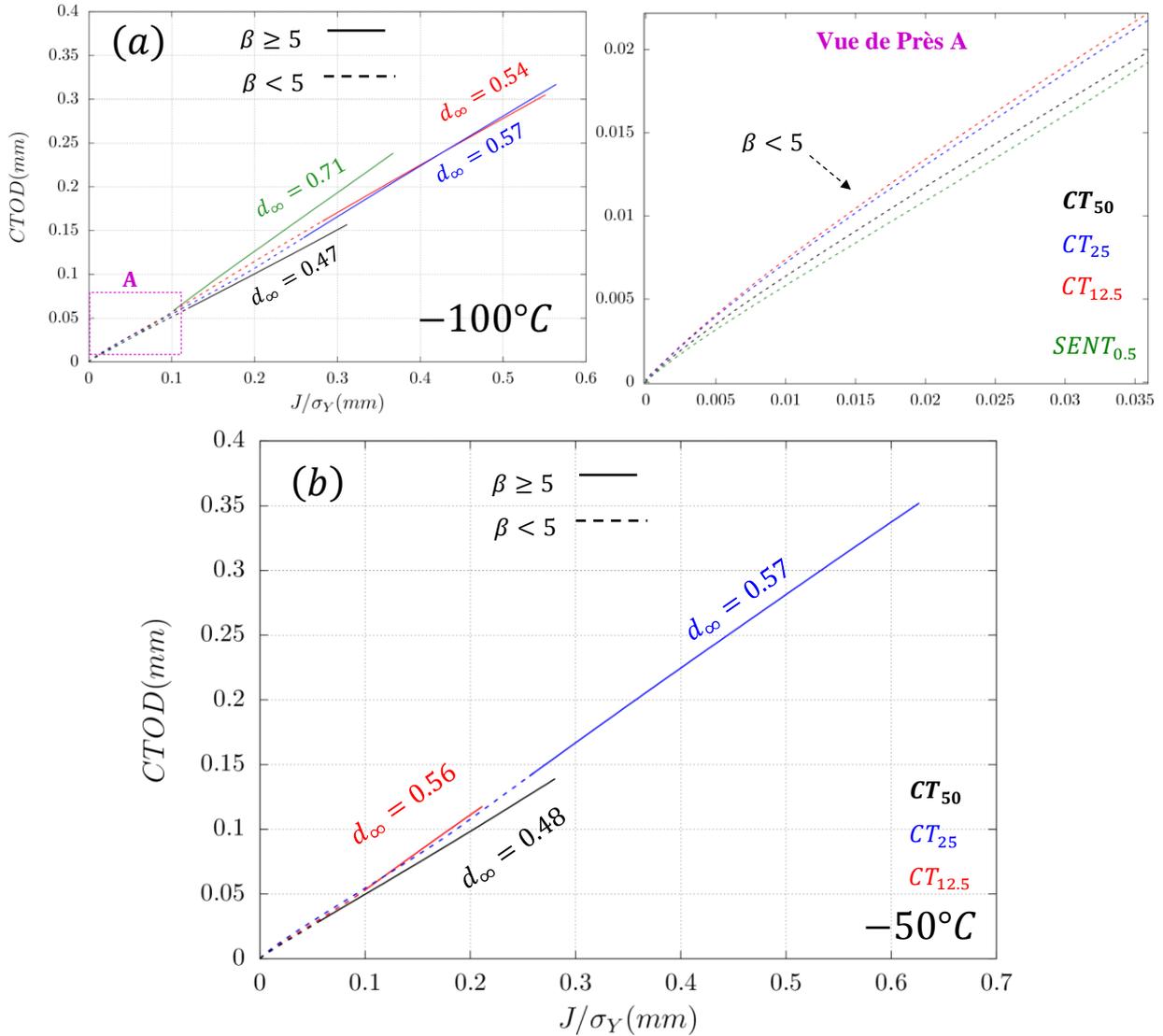


Figure 91 : Courbes $CTOD - J/\sigma_Y$ issues des calculs préliminaires à $-100^\circ C$ courbes (a) et à $-50^\circ C$ courbes (b) Pour les éprouvettes $CT_{12.5}(R_0 = 16\mu m)$, $CT_{25}(R_0 = 14\mu m)$, $CT_{50}(R_0 = 6\mu m)$, $SENT_{0.5}(R_0 = 6\mu m)$. Les courbes en pointillés (de grandes tailles colorés) relèvent du domaine invalide $\beta < 5$.

Les pentes d_0, d_∞ sont comparables entre $CT_{12.5}, CT_{25}$ et CT_{50} et ne dépendent pas de la température (Tableau 18). On remarque également que pour les éprouvettes CT , $d_\infty < d_0$. La diminution de la pente est due au terme d'é coussissement rapide qui domine au début du chargement (Voir la note sur l'é coussissement présentée à la fin du chapitre §1).

En effet la relation de (Shih, 1981) rappelée dans les équations (6.28) et (6.26) montre que le *CTOD* est proportionnel à J/σ_Y et que la pente d_N de la courbe *CTOD* – J/σ_Y augmente en fonction de l'exposant de l'érouissage effectif $N(p)$ tel définit dans §5.1 (car $d_{1/N}$ est décroissante en fonction de N dans la Figure 92):

$$u_i = g\left(\frac{\sigma_Y}{E}, \frac{r}{J/\sigma_Y}, N\right) \tilde{u}_i(\theta, N) \quad (6.25)$$

$$CTOD = d_N \left(\frac{J}{\sigma_Y}\right) \quad (6.26)$$

$$d_N = \frac{2\tilde{u}_y(\pi, N)}{I_{1/N}} \cdot \left[\frac{\sigma_Y}{E} (\tilde{u}_x(\pi, N) + \tilde{u}_y(\pi, N))\right]^N$$

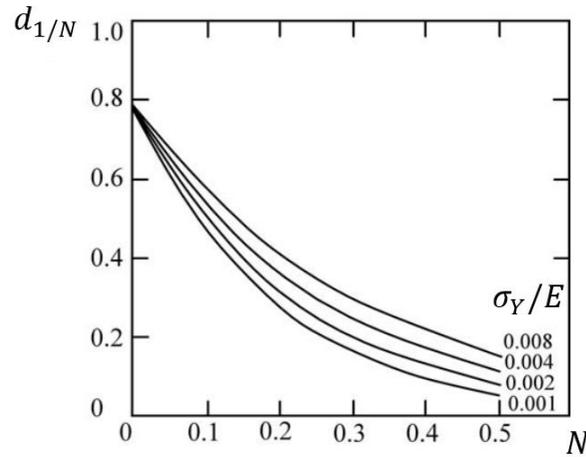


Figure 92 : Variation de $d_{1/N}$ en fonction de N . Figure adaptée et extraite de (Shih, 1981)

Ce coefficient est croissant au début du chargement et atteint un maximum ce qui conduit à une pente plus élevée initialement. Finalement d_∞ et d_0 dépendent uniquement de la géométrie (différences entre CT_χ et $SENT_{0.5}$ Tableau 18).

	–50°C		–100°C		–150°C	
	d_∞	d_0	d_∞	d_0	d_∞	d_0
$CT_{12.5}$	0.56	0.72	0.54	0.78	0.51	0.71
CT_{25}	0.57	0.74	0.57	0.76	-	-
CT_{50}	0.48	0.71	0.47	0.76	-	-
$SENT_{0.5}$	-	-	0.711	0.52	-	-

Tableau 18 : Tableau résumant les coefficients d_0, d_∞ de la relation *CTOD* – J/σ_Y en fonction de la température et de la géométrie. Le coefficient d_∞ représente la pente de la courbe pour des chargements J/σ_Y élevés.

6.2.1.2 Effet de géométrie et de température sur la contrainte de Weibull

○ Effet de géométrie sur σ_w

La Figure 93.(a) montre que σ_w corrigée avec l'épaisseur B_e suit la tendance croissante suivante : $\sigma_w(CT_{50}) \geq \sigma_w(CT_{25}) \geq \sigma_w(CT_{12.5}) \geq \sigma_w(SENT_{0.5})$. Or, sans correction d'épaisseur, les états de contrainte sont comparables entre les éprouvettes CT (Figure 93.(b)). On conclut donc que la différence au niveau de la contrainte σ_w pour les éprouvettes CT est principalement due à l'épaisseur dans le terme $B_e^{1/m}$. En revanche, l'effet de géométrie entre les éprouvettes CT et les éprouvettes $SENT_{0.5}$ n'est pas lié uniquement à l'épaisseur. L'éprouvette $SENT_{0.5}$ présente une contrainte T (T stress : (Williams, 1957)) négative contrairement aux éprouvettes CT . Une contrainte T négative conduit à une contrainte d'ouverture T_{yy} moins élevée et à une plasticité moins confinée par rapport à une contrainte T positive (cas des éprouvettes CT) (Figure 93, Figure 94)(Hebel *et al.*, 2007). En revanche, l'éprouvette $SENT_{0.5}$ présente une déformation plastique plus élevée à l'endroit où la contrainte est maximale. Cette déformation plus élevée signifie que l'éprouvette $SENT_{0.5}$ a plus de capacités à germiner des sites de clivage par rapport aux éprouvettes CT_B (McMahon and Cohen, 1965; Lindley *et al.*, 1970; Gurland, 1972). Cette remarque sera utilisée dans la partie suivante (§6.3) pour justifier l'importance d'utiliser le modèle de Beremin modifié (§2.1.5).

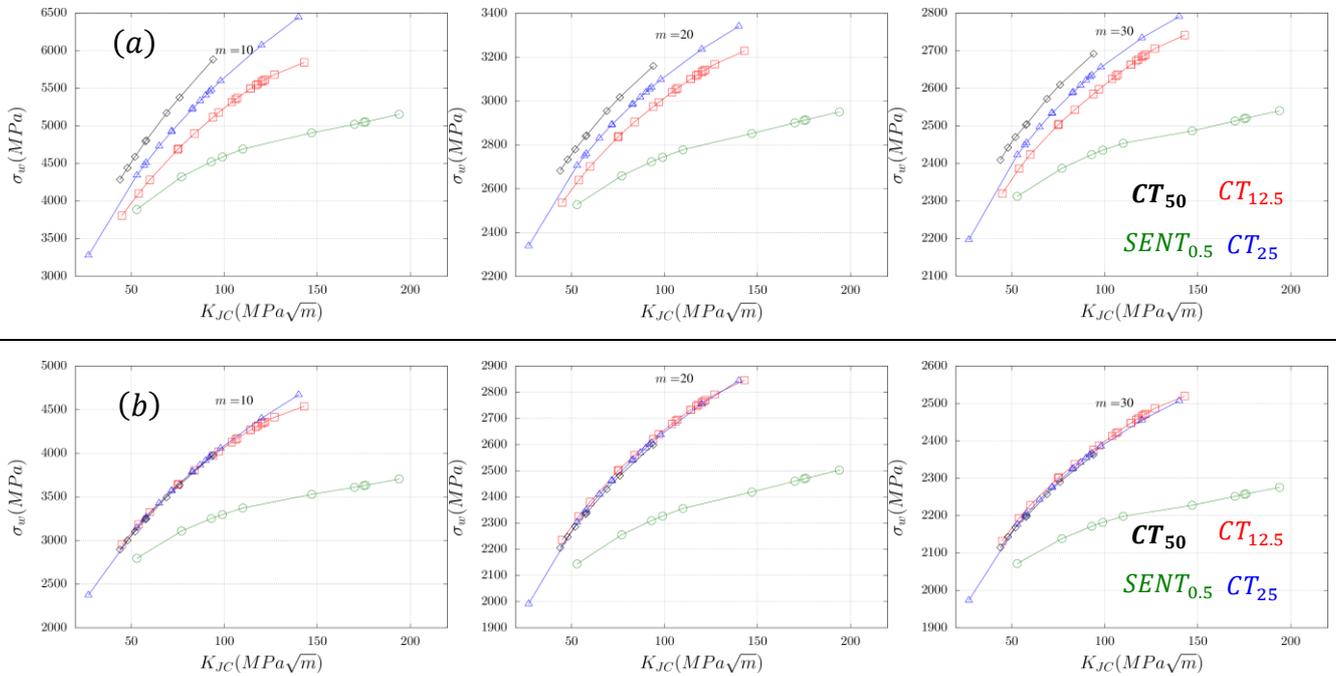


Figure 93 : Comparaison à -100°C de σ_w entre les différentes géométries à $m = 10; 20; 30$. $CT_{12.5}$, CT_{25} , CT_{50} , $SENT_{0.5}$. (a) σ_w corrigée avec l'épaisseur B_e de chaque éprouvette. (b) σ_w Calculée en $2D$ sans correction d'épaisseur

On présente le profil des contraintes d'ouvertures σ_{yy} dans la Figure 94 à -100°C . r est la distance de la pointe de l'entaille mesurée sur la configuration actuelle. On remarque que le maximum des contraintes reste le même à $50\text{MPa}\sqrt{m}$ et à $100\text{MPa}\sqrt{m}$. Plus précisément, le champ de contraintes est autosimilaire i.e. le profil de la contrainte se dilate en gardant la même valeur du maximum lorsque J augmente (voir §2.1.6). La contrainte d'ouverture est plus importante dans les CT_B par rapport au $SENT_{0.5}$ ce qui est en accord avec les résultats de la contrainte σ_w (Figure 93.b).

Ces courbes permettent également de fixer la valeur du paramètre p_c de la fonction filtre f . En effet, le seuil p_c est la déformation plastique au-delà de laquelle, les contraintes sont perturbées à cause du problème du verrouillage volumique. En appliquant cette définition, le paramètre p_c peut être fixé à la valeur 0.2 (Figure 95).

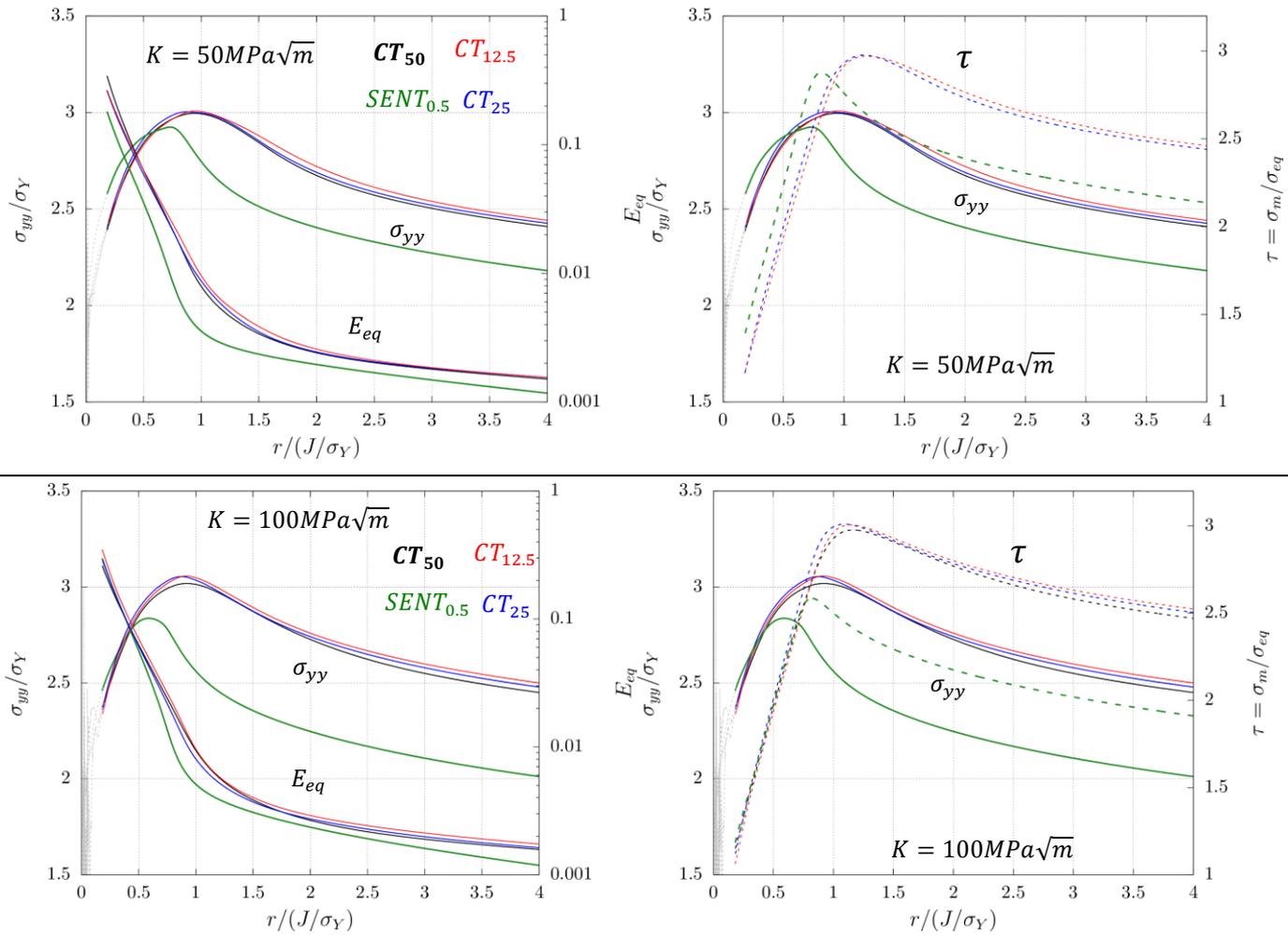


Figure 94 : Champ de contrainte σ_{yy}/σ_Y et de déformation E_{eq} (configuration actuelle) à -100°C en fonction de la distance r de l'entaille à $K = 50$ et $100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Cette distance est normalisée par J/σ_Y . Les rayons d'entailles choisis assurent la condition $\beta > 5$ à $K = 50 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ et à $K = 100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Le champ est perturbé au voisinage de l'entaille (courbes grises). E_{eq} est présentée en échelle logarithmique.

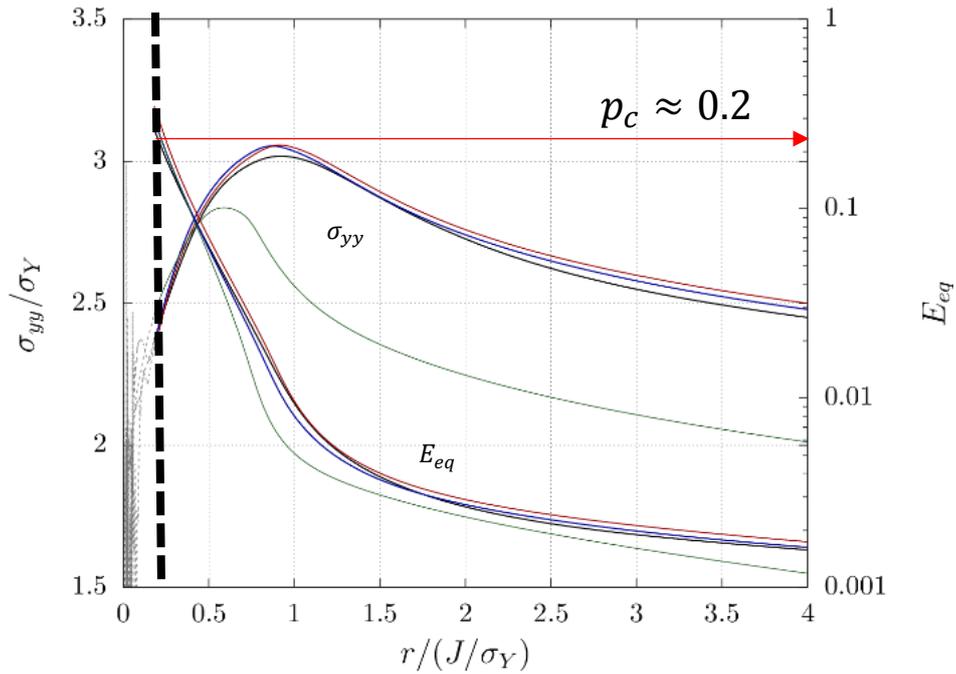


Figure 95 : Définition du seuil p_c de la fonction filtre f à partir des champs de contrainte σ_{yy}/σ_Y et de déformation E_{eq} (configuration actuelle). La droite en pointillés noir représente la limite de la zone dans laquelle les valeurs de σ_{yy} sont perturbées. La déformation plastique au niveau de cette limite correspondant au seuil p_c .

- Effet de la température sur σ_w

On propose de normaliser la contrainte de Weibull σ_Y . Les courbes σ_w/σ_Y entre -100°C et -50°C se superposent en une seule courbe maîtresse indépendante de la température (Figure 96). L'effet de la température sur σ_w est uniquement induit par l'écoulement du matériau.

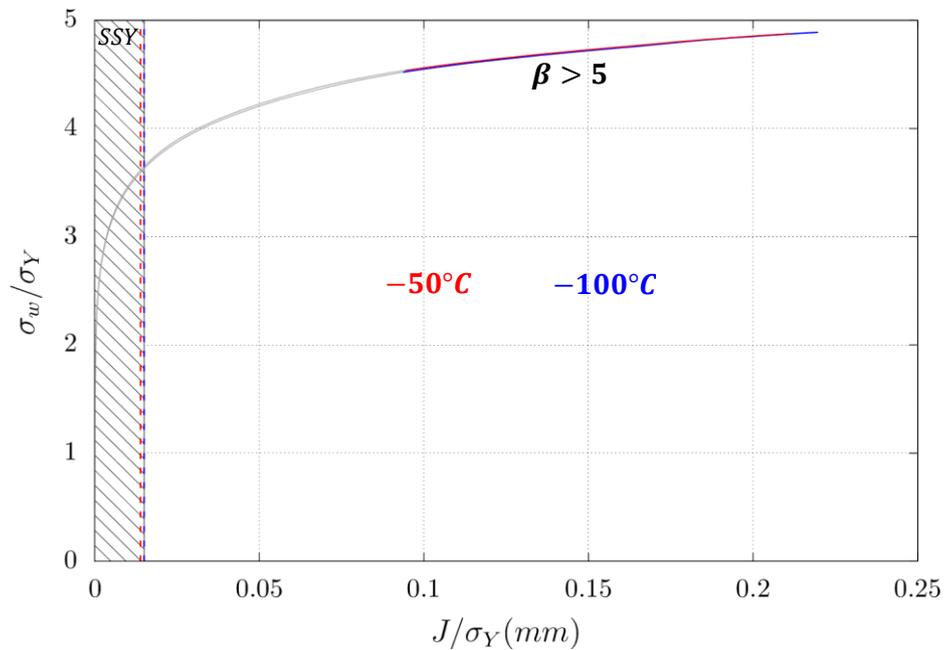


Figure 96 : Comparaison entre la contrainte σ_w de l'éprouvette $CT_{12.5}; R_0 = 5\mu\text{m}$ entre -50°C et -100°C .

○ Effet de m sur la contrainte de Weibull

Afin de déterminer l'effet de m sur la contrainte σ_w on présente dans la *Figure 97* les résultats des courbes $\sigma_w - K_{JC}$ sous forme d'abaques paramétrés par m pour chaque géométrie.

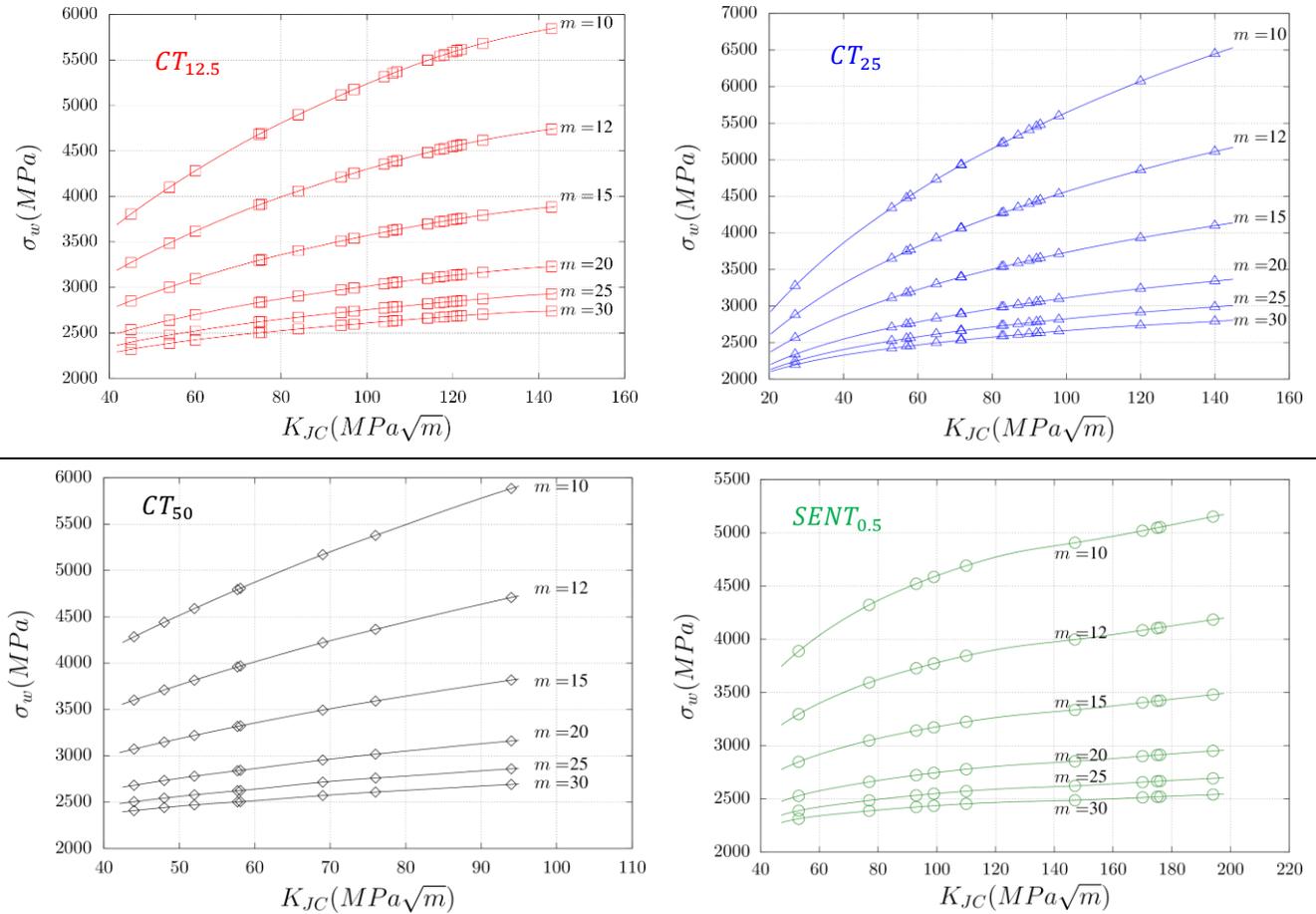


Figure 97 : Effet de m sur la contrainte σ_w (corrigée avec l'épaisseur B_e) pour $m = 10; 12; 15; 20; 25; 30$ à $-100^\circ C$

On remarque que σ_w décroît et tend vers une courbe constante lorsque m augmente (Figure 97). Lorsque $m \rightarrow \infty$, seul le point de Gauss qui a la plus grande contrainte principale du maillage est compté dans l'intégrale de σ_w (Figure 98.(b)). Le volume utile qui contribue au clivage est alors réduit à un point. On en conclut que le paramètre m a un effet sur le volume utile qui contribue dans le clivage.

Plus rigoureusement, on peut définir le volume utile V_u à partir de la formule suivante :

$$\sigma_w \stackrel{\text{def}}{=} T_F \left(\frac{V_u}{V_0} \right)^{\frac{1}{m}} \rightarrow V_u = \left(\frac{\sigma_w}{T_F} \right)^m V_0 = \int_{V_p} \left(\frac{T_I}{T_F} \right)^m dV \quad (6.27)$$

T_F désigne la plus grande valeur atteinte par la contrainte principale T_I soit $\max_{V_p} T_I$ dans le volume plastique V_p . On peut voir V_u comme étant le volume que devrait avoir une éprouvette de traction qui, soumise uniformément à la contrainte maximale T_F , aurait la même probabilité de rupture que l'éprouvette testée (Hild, 1992). Dans Figure 98.(a), le volume V_u décroît avec m et tend vers un volume nul (i.e. point) lorsque $m \rightarrow \infty$.

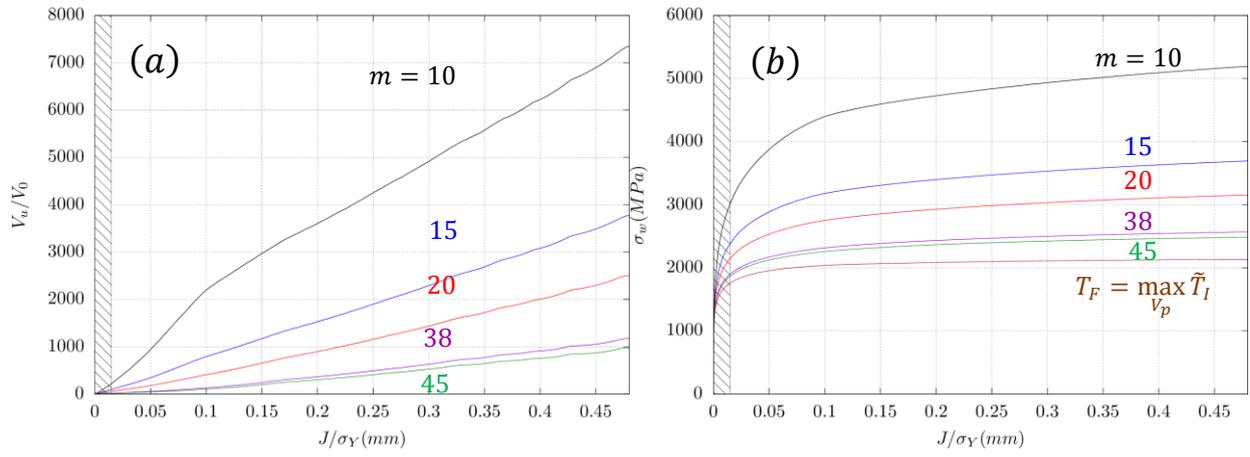


Figure 98 : (a) L'évolution de V_u/V_0 en fonction de m . (b) L'évolution de σ_w et de $T_F = \max_{V_p} \tilde{T}_I$. Sur l'éprouvette $CT_{12.5}$ à -100°C avec $R_0 = 16\mu\text{m}$. La zone hachurée correspond au domaine de SSY.

6.2.2 Localisation des sites d'amorçages

On désigne par x_c la distance au front de fissure du maximum de la contrainte d'ouverture σ_{yy} dans la configuration déformée. Cette distance peut être directement corrélée avec J/σ_Y .

On remarque que la distance x_c est proportionnelle à J/σ_Y après un émoussement suffisant (Figure 99). La pente de cette relation dépend uniquement de la géométrie (entre CT_B et $SENT_{0,5}$) mais pas de la température :

$$\begin{aligned}x_c &\approx 0.8 \frac{J}{\sigma_Y} ; \text{pour } CT_B \\x_c &\approx 0.5 \frac{J}{\sigma_Y} ; \text{pour } SENT_{0,5}\end{aligned}\tag{6.28}$$

A partir du Tableau 18 on peut déduire les relations suivantes qui sont indépendantes de la température :

$$\begin{aligned}x_c &= 1.6 CTOD \quad \forall CT_B \\x_c &= 0.7 CTOD ; \text{pour } SENT_{0,5}\end{aligned}\tag{6.29}$$

Les coefficients des équations précédentes sont comparés avec les résultats des observations des faciès de rupture (Figure 100). Le $CTOD$ dans cette figure est calculé à partir de la donnée K_{Jc} expérimentale en utilisant les corrélations du Tableau 18. Les points représentent la distance entre le site de clivage et le front de la fissure de fatigue pour un $CTOD$ donné. On remarque que les points expérimentaux ne suivent pas la tendance linéaire telle prévue par le calcul. L'explication de ces écarts vient du fait que, comme il a été mentionné par plusieurs auteurs (Wang *et al.*, 2002), un site d'amorçage n'est pas exclusivement contrôlé par un critère de contrainte i.e. $\sigma_{yy} \geq \sigma_f$. Un critère de déformation plastique $\epsilon_{eq} \geq \epsilon_f$ et de triaxialité $\tau \geq \tau_f$ sont nécessaires également pour déclencher le clivage dans la zone de transition ductile-fragile. Néanmoins l'utilisation de ce critère ne permet pas systématiquement d'avoir des tendances claires (Rossoll *et al.*, 2002b). On remarque que généralement les sites d'amorçages sont situés sur une distance du front de la fissure qui croît en fonction du $CTOD$ final (ou de la ténacité) ce qui est remarqué également dans (Tanguy *et al.*, 2006). On note que certains des essais à basses températures peuvent présenter de multiples sites d'amorçage sans savoir identifier le principal site responsable du clivage (remarque similaire dans (Haušild *et al.*, 2005)). Cet aspect rend cette comparaison encore plus difficile. En revanche, on remarque que la majorité des sites d'amorçage se situent au niveau de $x_c \geq 1.6CTOD$. La localisation des sites d'amorçage sur les éprouvettes $SENT_{0,5}$ pourra apporter plus d'éléments pour comprendre ces tendances.

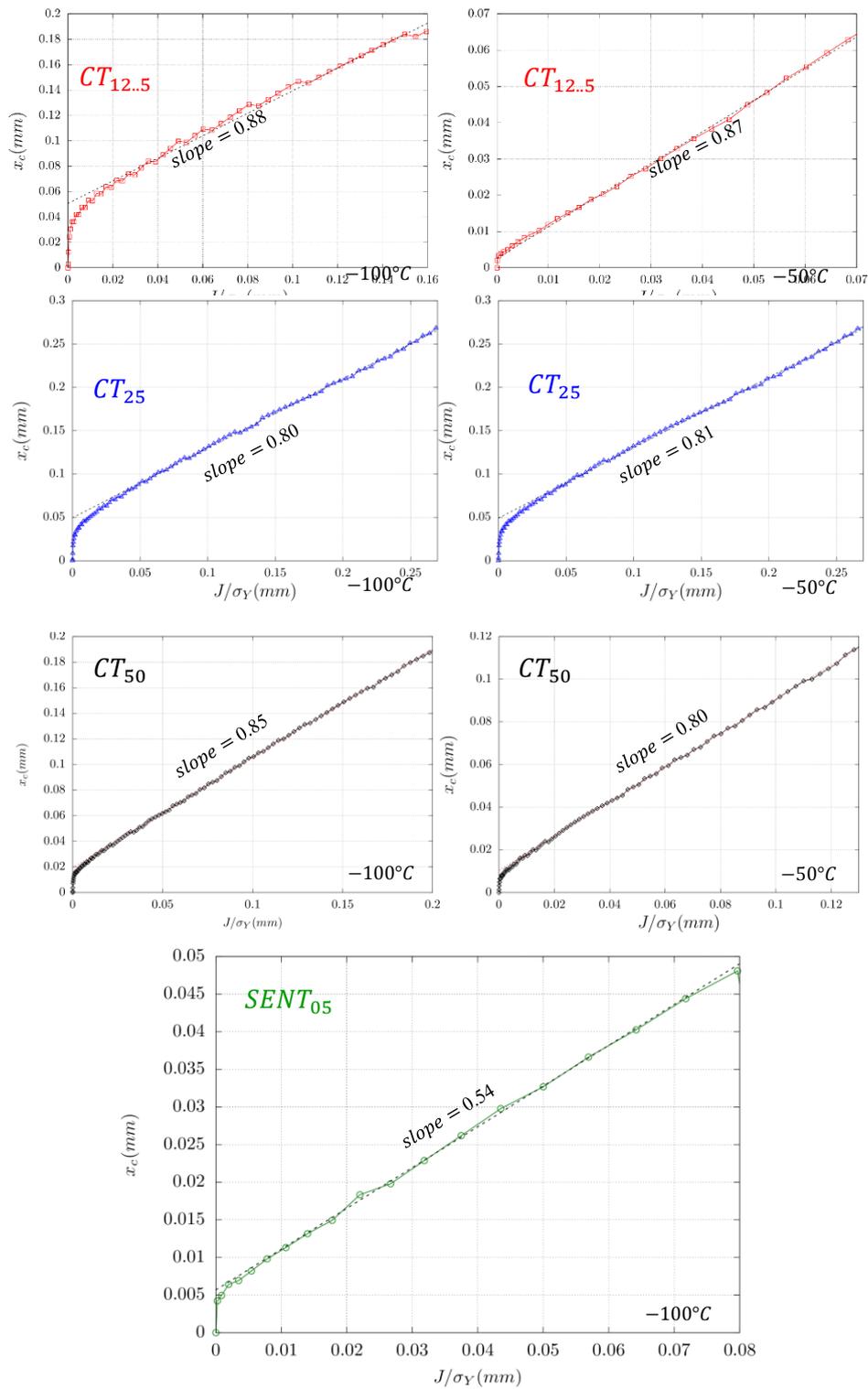


Figure 99 : La distance x_c en fonction de J/σ_Y pour les éprouvettes $CT_{12.5}$ – CT_{25} – CT_{50} – $SENT_{0.5}$ à -50°C et à -100°C .

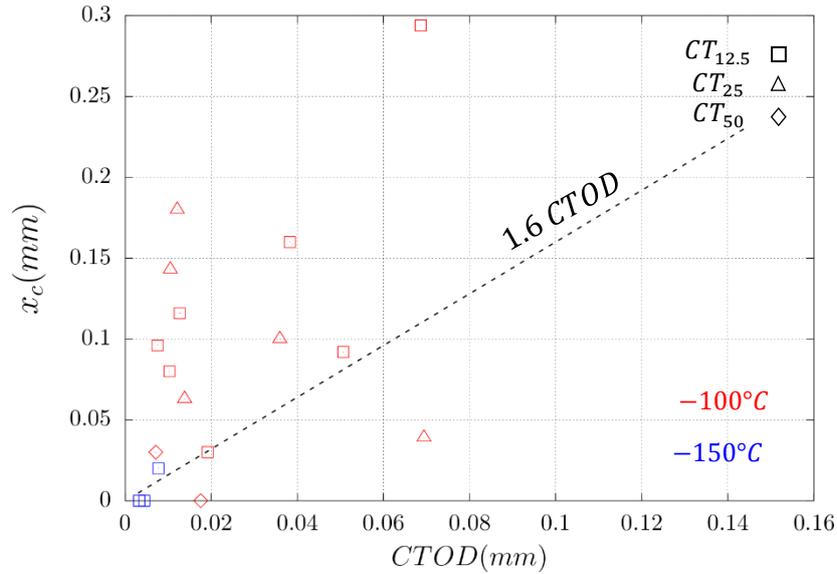


Figure 100 : Comparaison de la distance des sites d'amorçages expérimentaux avec la courbe 1.6CTOD déduite des simulations.

6.2.3 Conclusion partielle

Dans cette partie, la méthodologie du calcul de la contrainte de Weibull présentée dans la partie (§6.1) est appliquée aux éprouvettes de rupture de la partie basse de la zone de transition. Différents rayons d'entailles sont alors proposés pour chaque géométrie en fonction de l'intervalle des ténacités ciblées. La simulation élastoplastique avec notre loi d'érouissage identifiée dans (§5.1) de ces éprouvettes permet de mettre en évidence une dépendance linéaire du CTOD au paramètre J/σ_Y au même titre que (Shih, 1981) pour un érouissage en loi de puissance. Cette dépendance n'est pas affectée par la température mais uniquement par la géométrie. Lorsque l'entaille est émoussée au moins 5 fois on peut écrire :

$$CTOD = d_\infty \cdot \left(\frac{J}{\sigma_Y}\right) \text{ avec } d_\infty(CT_B) = 0.56 ; d_\infty(SENT_{0.5}) = 0.71 \quad (\forall T)$$

Ensuite, on s'est intéressé à l'effet de la géométrie et de la température sur la contrainte de Weibull. L'effet de géométrie est étudié en comparant les éprouvettes CT et SENT. Concernant les éprouvettes CT_B , un effet de volume sur la contrainte de Weibull est montré. En effet, au regard des profils de contraintes et de déformations, les éprouvettes CT_B présentent le même état de contraintes. Cependant, la contrainte de Weibull croît en fonction de l'épaisseur de chaque éprouvette CT. L'éprouvette CT_{50} a la plus grande contrainte de Weibull et est donc la moins tenace. En revanche, la différence constatée entre les éprouvettes CT_B et $SENT_{0.5}$ est due principalement à l'effet du confinement (*Constraint effect*). En effet, l'éprouvette $SENT_{0.5}$ a une contrainte d'ouverture plus faible que les éprouvettes CT_B mais une déformation plastique plus élevée. Ceci est due à la différence de contrainte T ($T - stress$) entre les $SENT_{0.5}$ et les CT_B et ce indépendamment de la température. L'effet de la température est présenté dans un deuxième temps. On a montré que l'effet de la température sur σ_w est uniquement induit par l'écoulement du matériau.

Finalement, on a proposé une comparaison préliminaire des positions des sites d'amorçage mesurées expérimentalement avec la position de la contrainte maximale d'ouverture. La distance x_c entre le front de l'entaille et le maximum de la contrainte dépend linéairement du paramètre du chargement J/σ_Y . Une relation liant cette distance avec le CTOD est alors déduite à partir :

$$x_c = 1.6 CTOD \text{ pour } CT_B \text{ et } x_c = 0.7 CTOD \text{ pour } SENT_{0.5} \quad (\forall T)$$

La localisation des sites de clivage prédite à l'aide de cette formule est sous-estimée par rapport aux mesures fractographiques. Ceci est peut-être lié au fait que le maximum de la contrainte n'est pas un

paramètre suffisant pour prédire l'amorçage fragile. L'effet de la déformation plastique et de la triaxialité devrait jouer un rôle dans le processus de clivage. Par conséquent, la localisation des sites d'amorçage sur une éprouvette $SENT_{0.5}$ pourrait apporter plus d'éléments de compréhension de la tendance observée.

L'effet du paramètre m est très important sur la contrainte de Weibull des deux géométries étudiées : σ_w décroît et tend vers une courbe constante lorsque m augmente. Lorsque $m \rightarrow \infty$, le volume utile qui contribue au clivage est alors réduit au point de Gauss qui a la contrainte principale maximale la plus grande. Par conséquent, Il est important de bien évaluer le paramètre m du fait de son effet considérable sur les valeurs de la contrainte de Weibull comme mis en évidence dans cette partie et donc sur les probabilités de rupture (comme également démontrée dans la partie §6.1). Dans la partie suivante, on proposera d'identifier les paramètres du modèle de Beremin en exploitant la base expérimentale des éprouvettes de rupture du bas de la transition. La contrainte de Weibull est calculée pour chaque éprouvette à partir des rayons d'entailles proposés dans cette partie.

6.3 Identification des paramètres du modèle de Beremin

Dans cette partie on s'intéresse dans un premier temps à l'identification des paramètres du modèle de Beremin m, σ_u (§2.1) à partir des données de ténacités K_{JC} des éprouvettes fissurées de la base expérimentale (§3.4.3). La procédure d'identification des paramètres m, σ_u à partir d'un échantillon de N éprouvettes de ténacités $K_{JC}(i)_{i \in \{1;N\}}$ s'effectue en trois étapes :

- Classer les ténacités des éprouvettes dans l'ordre croissant : $K_{JC}(1) \leq K_{JC}(2) \leq \dots \leq K_{JC}(N)$.
- Associer à chaque valeur de ténacité $K_{JC}(i)$ la contrainte de la contrainte de Weibull correspondante $\sigma_w(i)$ par un calcul élément finis. Les résultats de la partie (§Méthodologie d'évaluation de la contrainte de Weibull) sont exploités dans cette étape.
- Comparer les probabilités expérimentales cumulées de rupture : $P_f^{exp}(i)_{i \in \{1;N\}}$ avec les probabilités numériques $P_f^{weib}(i)_{i \in \{1;N\}}$. Ces deux probabilités sont calculées à partir de :

$$P_f^{exp}(i) = (i - 0.3)/(N + 0.4) ; P_f^{weib}(i) = 1 - \exp(-(\sigma_w/\sigma_u)^m) \quad (6.30)$$

L'erreur est définie comme la différence entre P_f^{exp} et P_f^{weib} en norme carrée et est exprimée par :

$$Error(m, \sigma_u) = \|P_f^{exp} - P_f^{weib}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^N (P_f^{exp}(i) - P_f^{weib}(i))^2 \right)^{1/2} \quad (6.31)$$

$Error$ dépend de m, σ_u et de la taille de l'échantillon N . Les paramètres m, σ_u recherchés sont ceux qui minimisent cette erreur. On peut écrire :

$$(m, \sigma_u)_{|s} = \arg \min Error(m, \sigma_u) \quad (6.32)$$

La formule $(i - 0.3)/(N + 0.4)$ utilisée est connue sous le nom du rang médian (*Median Rank Approximation*) et permet une estimation très largement meilleure des paramètres du modèle de Beremin par rapport à l'approximation du rang moyen (*Mean Rank approximation*) : $i/(N + 1)$ et $(i - 0.5)/N$ (Fothergill, 1990).

Dans la suite on s'intéresse à la solution de l'équation (6.32) à -150°C , -100°C et -50°C . La taille d'échantillon d'éprouvettes fragiles (§4.4) à chaque température est rappelée ci-dessous (Tableau 19). On fixe le paramètre $V_0 = (50\mu\text{m})^3$.

$T(^{\circ}C)$	Eprouvettes	n	N
-50°C	$CT_{12.5}$	7	27
	CT_{25}	12	
	CT_{50}	8	
	$SENT_{0.5}$	0	
-100°C	$CT_{12.5}$	20	54
	CT_{25}	16	
	CT_{50}	8	
	$SENT_{0.5}$	10	
-150°C	$CT_{12.5}$	12	12
	$CT_{25}, CT_{50}, SENT_{0.5}$	0	

Tableau 19 : Résumé du nombre des éprouvettes fragiles à chaque température. n est le nombre des éprouvettes individuelles et N la taille totale de l'échantillon par température. À $-100^{\circ}C$ toutes les éprouvettes testées sont fragiles (§4.4)

6.3.1 Identification des paramètres à $-100^{\circ}C$

La température $-100^{\circ}C$ est la température de notre base qui contient à la fois des données sur éprouvettes CT et $SENT$ qui représentent deux états de contraintes différentes (Figure 94). On identifie alors les paramètres de Beremin à $-100^{\circ}C$ sur l'échantillon de taille $N = 54$ qui mélange des éprouvettes CT_B et des éprouvettes $SENT_{0.5}$ et on vérifiera ensuite les paramètres identifiés à $-50^{\circ}C$ et à $-150^{\circ}C$.

Le modèle de Beremin classique (§2.1.5) est utilisé dans un premier temps. Afin de simplifier la recherche des paramètres $m_{|s}, \sigma_{u|s}$ solution de l'équation (6.32), On fixe la valeur de $m = m_0$ et on déduit $\sigma_u(m_0)$ correspondant qui minimise la fonction $Error(m_0, \sigma_u)$. Les paramètres solutions sont calculés par :

$$\sigma_u(m_0) = \arg \min Error(m_0, \sigma_u) ; m_{|s} = \underset{m_0 \in \{9;35\}}{\operatorname{argmin}} Error(m_0, \sigma_u(m_0)) ; \sigma_{u|s} = \sigma_u(m_{|s}) \quad (6.33)$$

m_0 peut varier entre 9 et 35. Pour chaque valeur de m_0 , le calcul de la contrainte de Weibull $\sigma_w(K_{JC})$ correspondante est effectué en suivant la méthodologie décrite dans (§6.1).

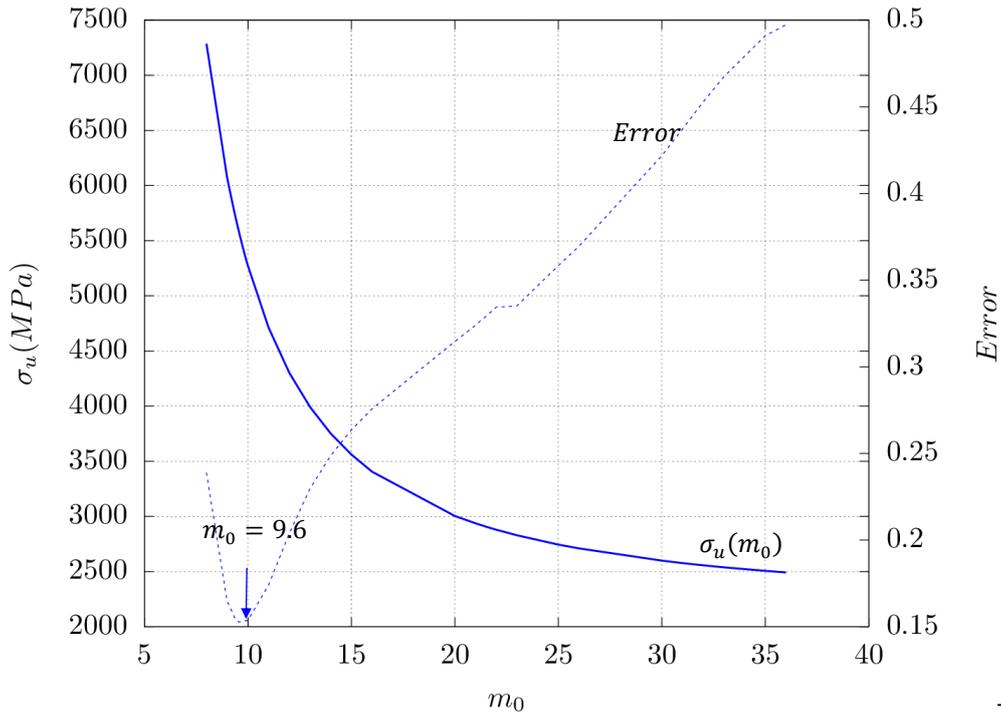


Figure 101 : σ_u identifiées en fonction de m (ligne pleine). L'erreur (ligne pointillée) est calculée pour chaque couple $(m_0; \sigma_u(m_0))$ est présentée dans le deuxième axe. L'identification est effectuée à -100°C sur l'échantillon global de $N = 54$ éprouvettes.

La Figure 101 montre que $\sigma_u(m_0)$ est décroissante en fonction de m_0 et la fonction *Error* prend une valeur minimale $Error_{min} = 0.152$ à $m_{ls} = 9.6$ ce qui correspond à $\sigma_{u_{ls}} = 5556.17\text{MPa}$. La Figure 102 présente les probabilités de rupture cumulées expérimentales et théoriques en fonction de la contrainte de Weibull à $m_{ls} = 9.6$; $\sigma_{u_{ls}} = 5556.17\text{MPa}$. On constate que les points expérimentaux des éprouvettes CT_B sont distribués uniformément dans l'intervalle des probabilités entre 0 et 1 alors que les probabilités des éprouvettes $SENT_{0.5}$ varient entre 0 et 0.5. La ténacité maximale des éprouvettes $SENT_{0.5}$ mesurée vaut $194\text{MPa}\sqrt{m}$ ce qui correspond à $\sigma_w = 5457.8\text{MPa}$ et $P_f = 56,4\%$ tandis que la ténacité maximale des éprouvettes CT_B mesurée sur la $CT_{12.5}$ vaut $143\text{MPa}\sqrt{m}$ ce qui correspond à $\sigma_w = 6165.8\text{MPa}$ et $P_f^{exp} = 93.2\%$. On note que le fait d'ordonner les valeurs de σ_w en ordre croissant n'implique pas forcément un ordre croissant en ténacités car cela dépend principalement de la valeur du paramètre m . Dans notre cas ($m = 9.6$), les valeurs de σ_w sont croissantes mais pas celles des ténacités.

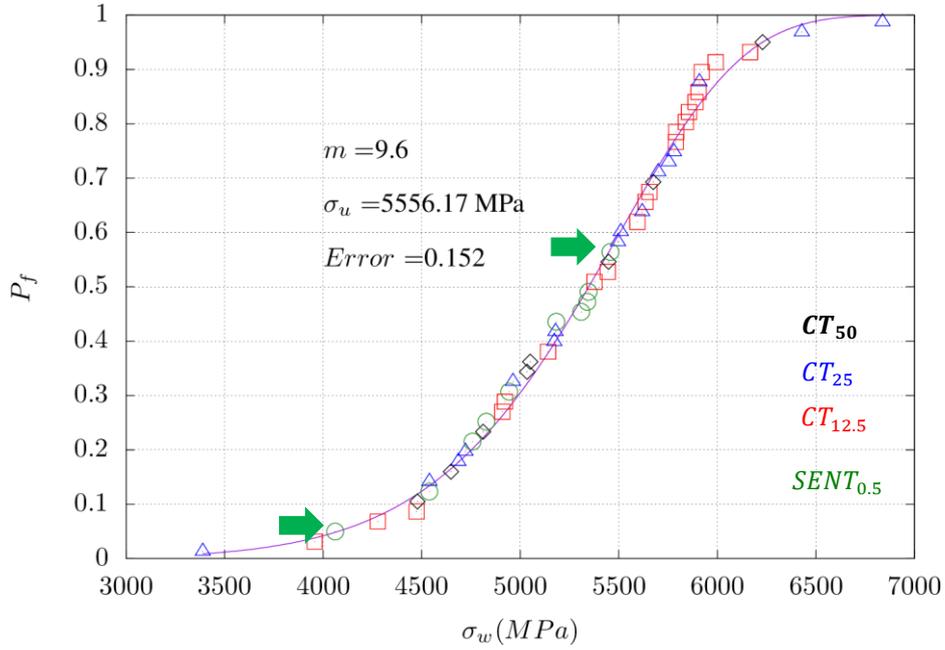


Figure 102 : P_f^{exp} expérimentale (points) et P_f^{weib} numérique (ligne) en fonction de σ_w à $-100^\circ C$.

La Figure 103 compare les probabilités expérimentales avec les probabilités numériques en fonction de σ_w individuellement pour $CT_{12.5}$, CT_{25} , CT_{50} et $SENT_{0.5}$. P_f^{exp} et $Error$ sont recalculés en tenant en compte de la taille de l'échantillon n correspondant à chaque éprouvette (Tableau 19). L'erreur sur les éprouvettes $SENT_{0.5}$: $Error_{SENT_{0.5}} = 0.64$ représente la plus grande erreur calculée tandis que $Error_{CT_{25}} = 0.22$ est la plus faible. Dans ce graphe on représente bien le début et la fin de la courbe des probabilités de rupture des éprouvettes $CT_{12.5}$ malgré le fait que l'erreur soit relativement élevée à cause des écarts dans le creux de la courbe.

Les éprouvettes forment un sous échantillon de taille n de l'échantillon global de taille $N = 54$ pour lequel l'identification est effectuée. Cet échantillon représente une possibilité de tirage parmi $N!/n!(N-n)!$ autres possibilités. Un tirage consiste en un choix aléatoire de n valeurs de probabilités entre 0 et 1 parmi les N valeurs possibles. On peut définir la variable aléatoire $Error_n$ qui calcule l'erreur associée à chaque tirage. Le Tableau 19 décrit, pour chaque géométrie, le nombre N total d'éprouvettes disponibles et l'échantillon n associé à chaque géométrie d'éprouvette. Pour chacune des géométries considérées, on s'intéresse à la proportion des tirages n parmi l'ensemble des possibilités N qui ont une erreur inférieure ou égale à l'erreur de l'éprouvette présentée en Figure 103. Autrement dit, on s'intéresse à la fonction de répartition de la variable $Error_n$.

Considérons un tirage aléatoire possible de n points parmi N probabilités de rupture. Ces points sont classés dans l'ordre croissant. Les contraintes de Weibull correspondantes à ce tirage sont alors déduites :

$$\{P_f^{exp}(i_1); P_f^{exp}(i_2); \dots; P_f^{exp}(i_n)\} \rightarrow \{\sigma_w(i_1); \sigma_w(i_2); \dots; \sigma_w(i_n)\}$$

La nouvelle probabilité expérimentale associée à ce tirage $P_f^{exp}(n)$ est donnée par :

$$P_f^{exp} = \left\{ \frac{i - 0.3}{n + 0.4} ; i = 1 \dots n \right\} \quad (6.34)$$

et la probabilité numérique P_f^{weib} est recalculée à l'aide de l'équation (6.30) à partir des contraintes : $\{\sigma_w(i_1); \sigma_w(i_2); \dots; \sigma_w(i_n)\}$ et avec $m_{ls} = 9.6$ et $\sigma_{u_{ls}} = 5556.17 MPa$ (6.30).

L'erreur de ce tirage est alors calculée comme la différence des carrés des deux vecteurs :

$$Error_n = \|\mathbf{P}_f^{exp} - \mathbf{P}_f^{weib}\|_2 \quad (6.35)$$

10^9 Tirages sont effectués pour chaque éprouvette. Figure 104 présente la PDF et la CDF respectivement la densité de probabilité et la fonction de répartition de chaque éprouvette. Ces deux graphes dépendent naturellement de $m_{|s}$ de $\sigma_{u|s}$ et du nombre d'échantillon n . L'éprouvette CT_{25} a l'erreur la plus faible parmi toutes les autres : $Error_{CT_{25}} = 0.22$ ce qui correspond à $CDF = 10\%$. Ceci signifie que seulement 10% des tirages possibles donnent une erreur inférieure à 0.22 . L'erreur est alors statistiquement acceptable. Cependant, ce n'est pas le cas pour le reste des éprouvettes dont par exemple les éprouvettes $CT_{12.5}$ et $SENT_{0.5}$ qui ont respectivement une erreur de : 0.55 et 0.64. Ces erreurs correspondent à un $CDF \approx 90\%$ i.e. près de 90% des tirages donnent une erreur inférieure aux valeurs précédentes. Les erreurs ne sont pas statistiquement acceptables donc les paramètres identifiés sur les éprouvettes $SENT_{0.5}$ et $CT_{12.5}$ ne sont pas valides.

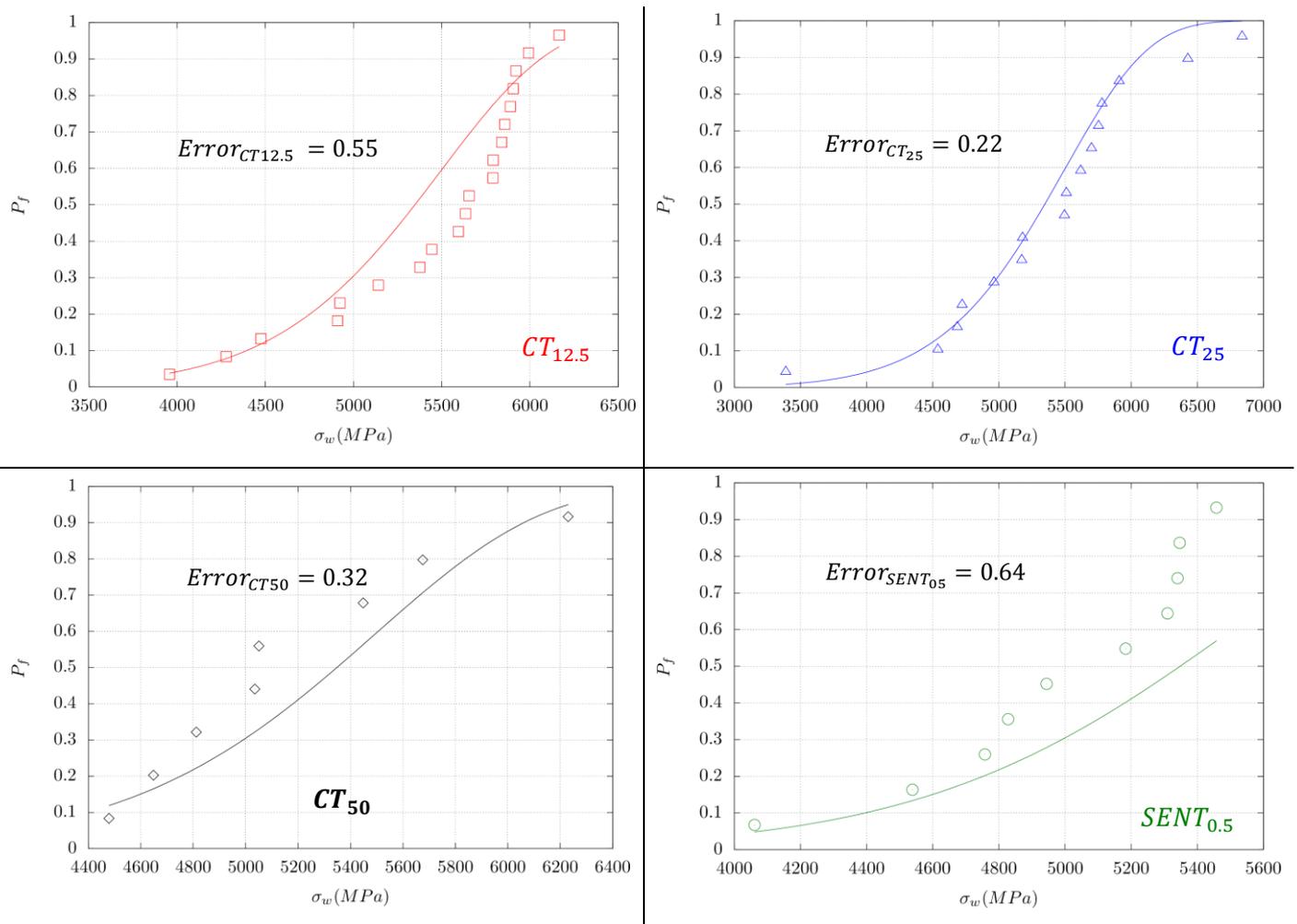


Figure 103 : P_f^{exp} expérimentale (points) et P_f^{weib} numérique (ligne) en fonction de σ_w à -100°C pour toutes les éprouvettes à $m_{|s} = 9.6$. L'erreur est recalculée individuellement sur chaque éprouvette.

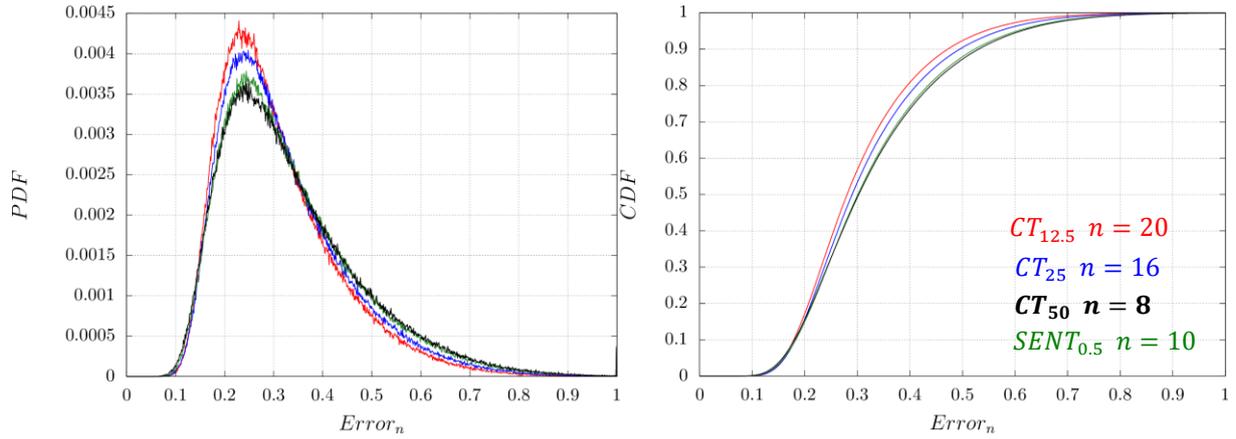


Figure 104 : *PDF* et *CDF* en fonction de $Error_n$ pour les éprouvettes *CT* et *SENT* à $m_{l_s} = 9.6$; $\sigma_{u|s} = 5556.17 MPa$

A partir des remarques précédentes, les éprouvettes $SENT_{0.5}$ ne sont pas correctement prédites par cette première identification des paramètres qui utilise le modèle classique de Beremin. En effet, le modèle prédit seulement 50% de probabilités de rupture sur les éprouvettes $SENT_{0.5}$ malgré le fait que ces éprouvettes atteignent une ténacité maximale plus élevée ($K_{Jc} = 194MPa\sqrt{m}$) que celle des éprouvettes CT_B ($K_{Jc} = 143MPa\sqrt{m}$). La formule classique de Beremin surestime la valeur σ_w évaluée sur les éprouvettes *CT*. Elle prend en compte l'effet de la contrainte principale T_I mais elle ne tient pas suffisamment compte de l'effet de la déformation plastique.

Plus précisément, l'éprouvette *CT* a une contrainte T_I plus élevée que l'éprouvette *SENT* mais certainement moins de sites de clivage à cause des déformations plastiques relativement faibles (voir Figure 94). Le modèle classique de Beremin suppose la présence d'une distribution initiale des sites d'amorçage et cette distribution est figée et ne dépend pas des déformations plastiques (§2.1.5). De ce point de vue, les éprouvettes *CT* et *SENT* ayant la même distribution des sites de clivages mais des valeurs différentes de contrainte T_I , cela conduit naturellement à :

$$T_{I_{SENT}} < T_{I_{CT}} \Rightarrow \sigma_{w_{SENT}} < \sigma_{w_{CT}}$$

On propose de modéliser la rupture fragile en utilisant la version modifiée du modèle de Beremin proposée par Ruggieri *et al.* (Ruggieri *et al.*, 2015) qui tient en compte de l'effet de déformation sur la germination (§2.1.5) :

$$\sigma_w^m(\mathbf{T}) = \frac{1}{V_0} \int_{\Omega_p} (\tilde{T}_I \cdot (1 - \exp(-\lambda p)))^m d\Omega \quad (6.36)$$

Un nouveau paramètre λ qui décrit la cinétique d'apparition des sites de clivage est à identifier. On suit la même méthodologie que précédemment en gardant la valeur de $m_{l_s} = 9.6$ et on identifie les deux paramètres σ_u et λ . Plus précisément, σ_u et λ doivent vérifier :

$$(\sigma_u, \lambda)_{l_s} = \arg \min Error(m_{l_s}, \sigma_u, \lambda) \quad (6.37)$$

Pour simplifier la résolution de l'équation (6.37), on identifie $\sigma_u(\lambda_0)$ qui minimise la fonction $Error(m_{l_s}, \lambda_0, \sigma_u)$ pour chaque $\lambda = \lambda_0$. λ_{l_s} solution est celui qui minimise la quantité $Error(m_{l_s}, \lambda_0, \sigma_u(\lambda_0))$.

La Figure 105 présente l'erreur en fonction de λ_0 . Les valeurs $\lambda = 200$ et $\sigma_u = 4793.60MPa$ qui minimisent l'erreur globale sont retenues comme solutions de l'équation (6.37). La valeur minimale de

l'erreur atteinte avec ces paramètres est $Error = 0.20$. La Figure 106 montre que les éprouvettes $SENT_{0.5}$ sont désormais uniformément distribuées en probabilités de rupture entre 0 et 1 (contrairement à la Figure 102 plus haut) et les valeurs des contraintes de Weibull sont réduites. Cette réduction est significativement plus importante dans les éprouvettes CT_B que dans les éprouvettes $SENT_{0.5}$ à cause de la déformation plastique relativement faible dans ces éprouvettes (voir Figure 94) : $\sigma_{wmax}^{CT_{25}} \approx 7000MPa \rightarrow 5800MPa$ tandis que $\sigma_{wmax}^{SENT_{0.5}} \approx 5500MPa \rightarrow 5300MPa$ (Figure 102 et Figure 106). Individuellement, on représente aussi bien les éprouvettes CT_B que les éprouvettes $SENT_{0.5}$. L'erreur sur les éprouvettes CT_{50} augmente légèrement principalement à cause des points qui se trouvent dans le creux de la courbe. Cette erreur peut être liée à la taille de l'échantillon et pourra être réduite lorsque davantage de valeurs de ténacité seront disponibles.

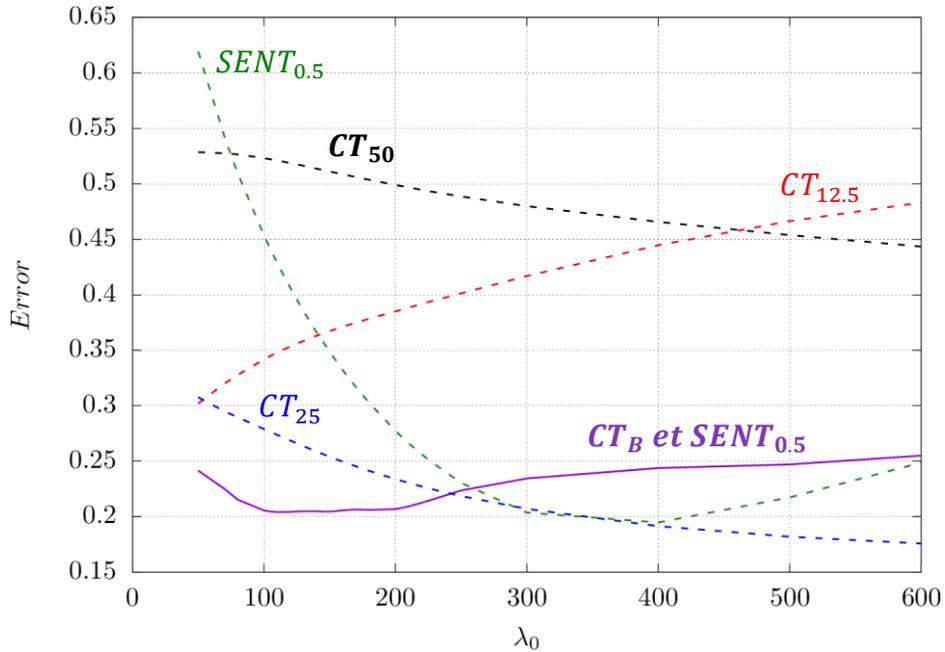


Figure 105 : Erreurs globales et individuelles de chaque éprouvette en fonction de λ_0 à $m_{1s} = 9.6$.

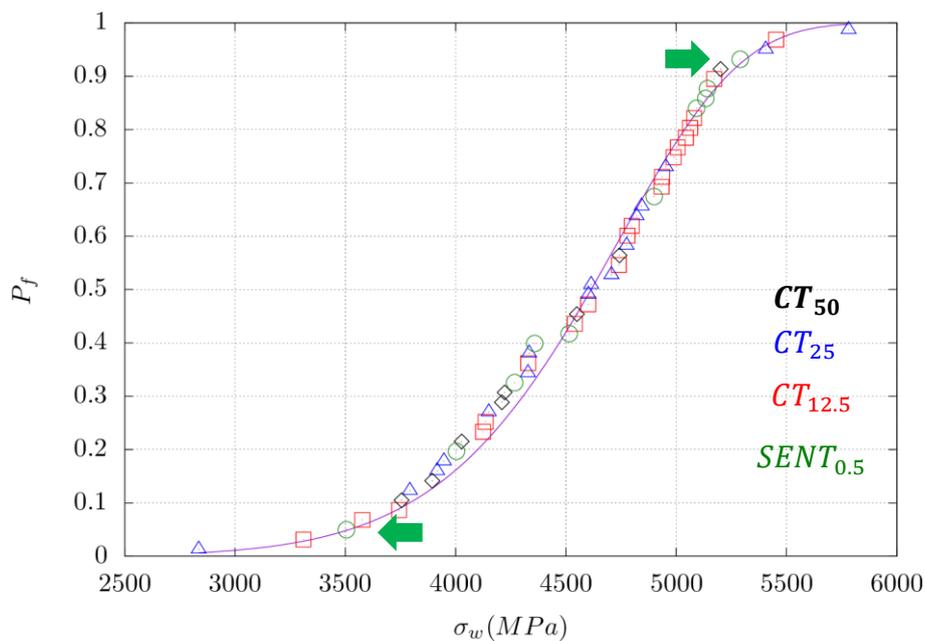


Figure 106 : P_f^{exp} expérimentale (points) et P_f^{weib} numérique (ligne) en fonction de σ_w pour $m_{1s} = 9.6$; $\lambda_{1s} = 200$; $\sigma_{u_{1s}} = 4793.6 MPa$; $Error = 0.2$ et $T = -100^\circ C$

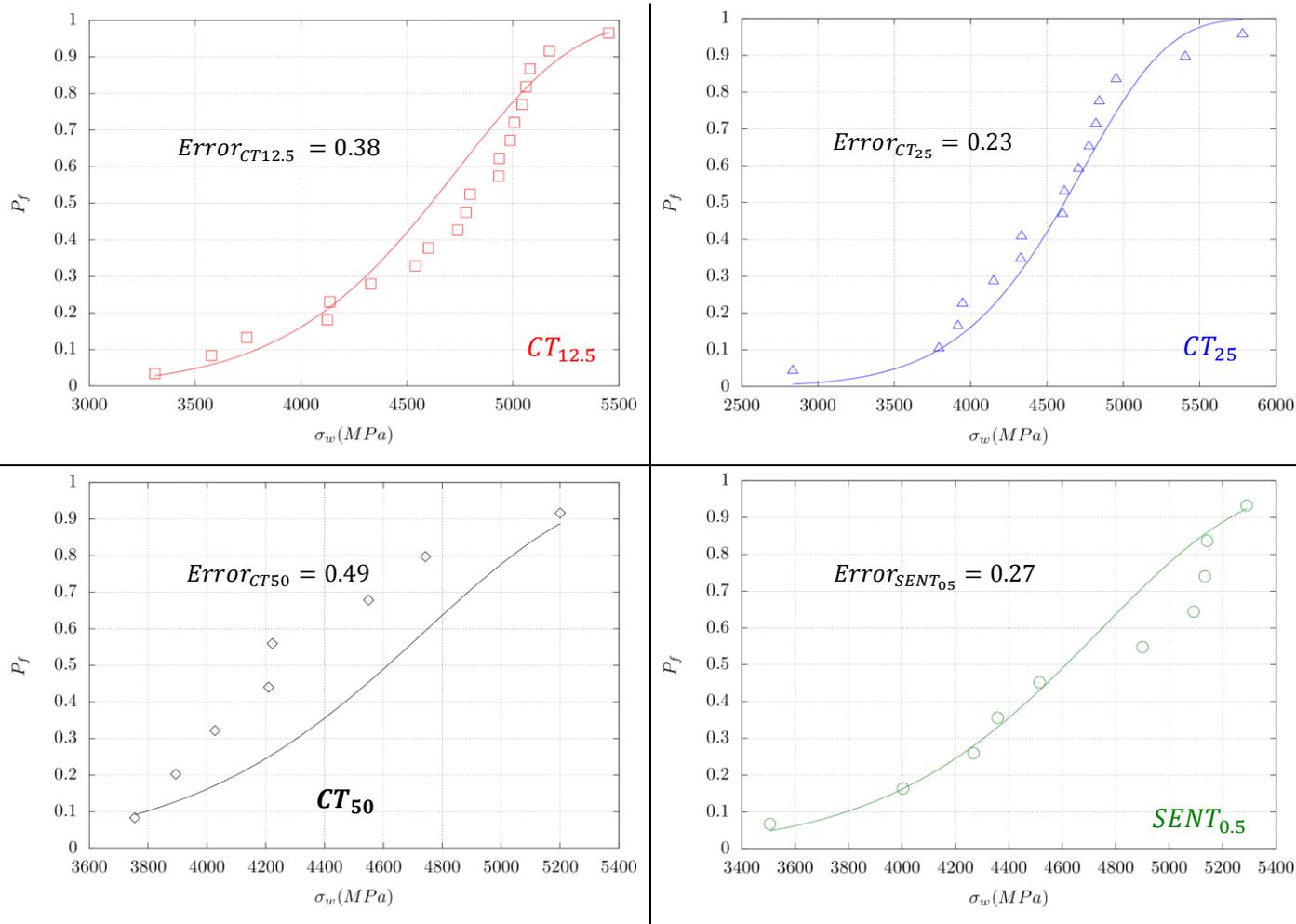


Figure 107 : P_f^{exp} expérimentale (points) et P_f^{weib} numérique (ligne) en fonction de σ_w à -100°C pour toutes les éprouvettes à $m_{|s} = 9.6$; $\lambda_{|s} = 200$; $\sigma_{u|s} = 4793.6 \text{ MPa}$. L'erreur est recalculée individuellement sur chaque éprouvette. $T = -100^\circ\text{C}$.

Finalement, les paramètres identifiés permettent de prédire des probabilités de rupture qui sont en bon accord avec les probabilités expérimentales et ce pour les éprouvettes CT_B que pour les éprouvettes $SENT_{0.5}$.

6.3.2 Identification des paramètres à -50°C et à -150°C

Plusieurs auteurs ont montré la dépendance de σ_u avec la température (Wallin *et al.*, 1984; Hausild, 2002; Gao *et al.*, 2006; Mathieu *et al.*, 2010). Une explication phénoménologique de cette dépendance à la température proposé par Wallin émerge de la forte dépendance à la température du terme $\gamma_s + w_p$ dans l'expression de la contrainte de clivage (§2.1.3.2) (Wallin *et al.*, 1984). En effet, le terme γ_s représente l'énergie de surface tandis que le terme w_p représente toute forme d'énergie dissipée causée par le mouvement de dislocations lorsque la fissure se propage. w_p est liée à la température à l'aide d'une formule semblable à la forme de la force de Peierls-Nabarro qui est la force nécessaire pour déplacer une dislocation.

Pour un modèle de Beremin classique, on propose de vérifier que $\sigma_{u|s}$ identifiée dépendra inévitablement de la température. La Figure 108 montre que les courbes $\sigma_u(m_0)$ avec $m_0 \in [9; 35]$ ont des intersections deux à deux différentes pour toutes les températures. Ceci signifie qu'on ne peut pas trouver un couple (m, σ_u) commun à toutes les températures. m et/ou σ_u sont donc dépendants de la température.

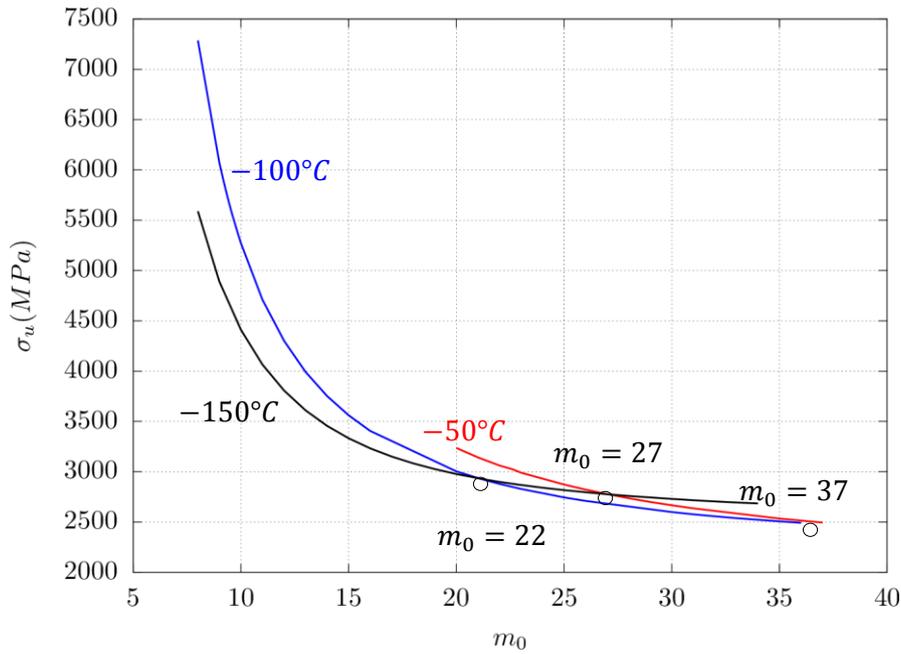


Figure 108 : Les valeurs de σ_u identifiées pour chaque valeur de m_0 . L'identification est effectuée à -150°C , -100°C , -50°C .

Pour la suite, pour chaque température, on identifie uniquement le paramètre σ_u en fixant $m_{|s} = 9.6$; $\lambda_{|s} = 200$. L'identification est effectuée uniquement sur des éprouvettes CT_B à -50°C (En effet, toutes les éprouvettes $SENT_{0.5}$ sont ductiles à cette température (constat vérifié par les observations des faciès de rupture dans §4.4) : Tableau 19) (Figure 109, Figure 110) et uniquement sur l'éprouvette $CT_{12.5}$ à -150°C (Figure 111). Les paramètres $\sigma_{u|s}$ identifiées et l'erreur associée sont résumés dans (Tableau 20). A -50°C , l'éprouvette $CT_{12.5}$ qui ne présente pas un bon accord avec les résultats expérimentaux à cause du nombre faible des données fragiles disponibles de cette éprouvette à cette température (Figure 110).

A -150°C , on dispose uniquement d'un seul type de géométrie $CT_{12.5}$. A cette température l'ensemble des éprouvettes $CT_{12.5}$ sont rompues dans le domaine de plasticité confinée et on ne peut donc pas identifier un couple unique (m, σ_u) à cette température (Gao et al., 1998). Dans la mesure où m est ici fixé par hypothèse, ce problème ne se pose pas.

Concernant les éprouvettes $SENT_{0.5}$ à -50°C , la contrainte de Weibull qui correspond à la ténacité basse mesurée $K_{JC} = 224 \text{ MPa}\sqrt{m}$ est évaluée à $\sigma_w = 3618 \text{ MPa}$. La probabilité de rupture correspondante à ce σ_w est égale à $P_f^{weib} = 0.008$ qui est une valeur très faible. Cette éprouvette n'est donc pas rompue par clivage pur sans déchirure ductile. Ceci est en accord avec le fait que toutes les $SENT_{0.5}$ à -50°C ont manifesté une déchirure ductile (voir §4.4.3).

$m_{ s} = 9.6$; $\lambda_{ s} = 200$	-150°C	-100°C	-50°C
$\sigma_{u s}(\text{MPa})$	3903	4793.6	5963.6
Error	0.27	0.20	0.26

Tableau 20 : Valeurs de $\sigma_{u|s}$ en fonction de la température pour $m_{|s} = 9.6$ et $\lambda_{|s} = 200$

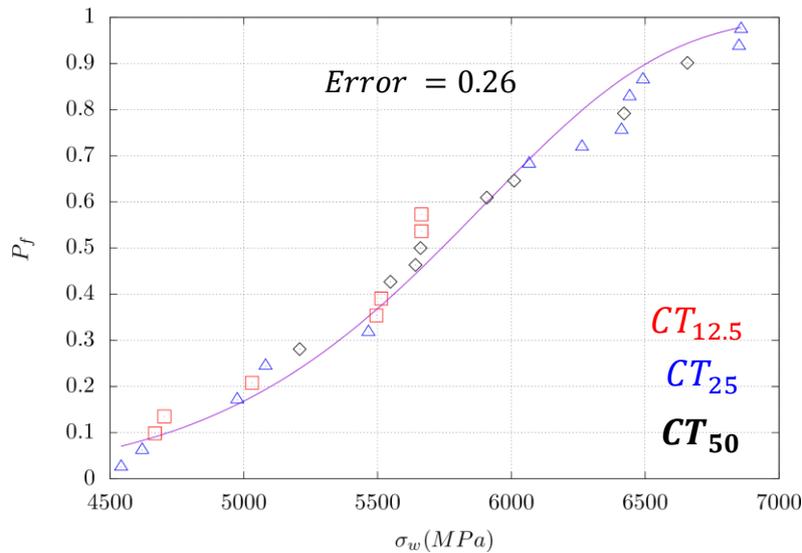


Figure 109 : P_f^{exp} expérimentale (points) et P_f^{weib} numérique (ligne) en fonction de σ_w pour $m_{|s} = 9.6$; $\lambda_{|s} = 200$; $\sigma_{u|s} = 5963.6 MPa$; $Error = 0.26$ et $T = -50^\circ C$.

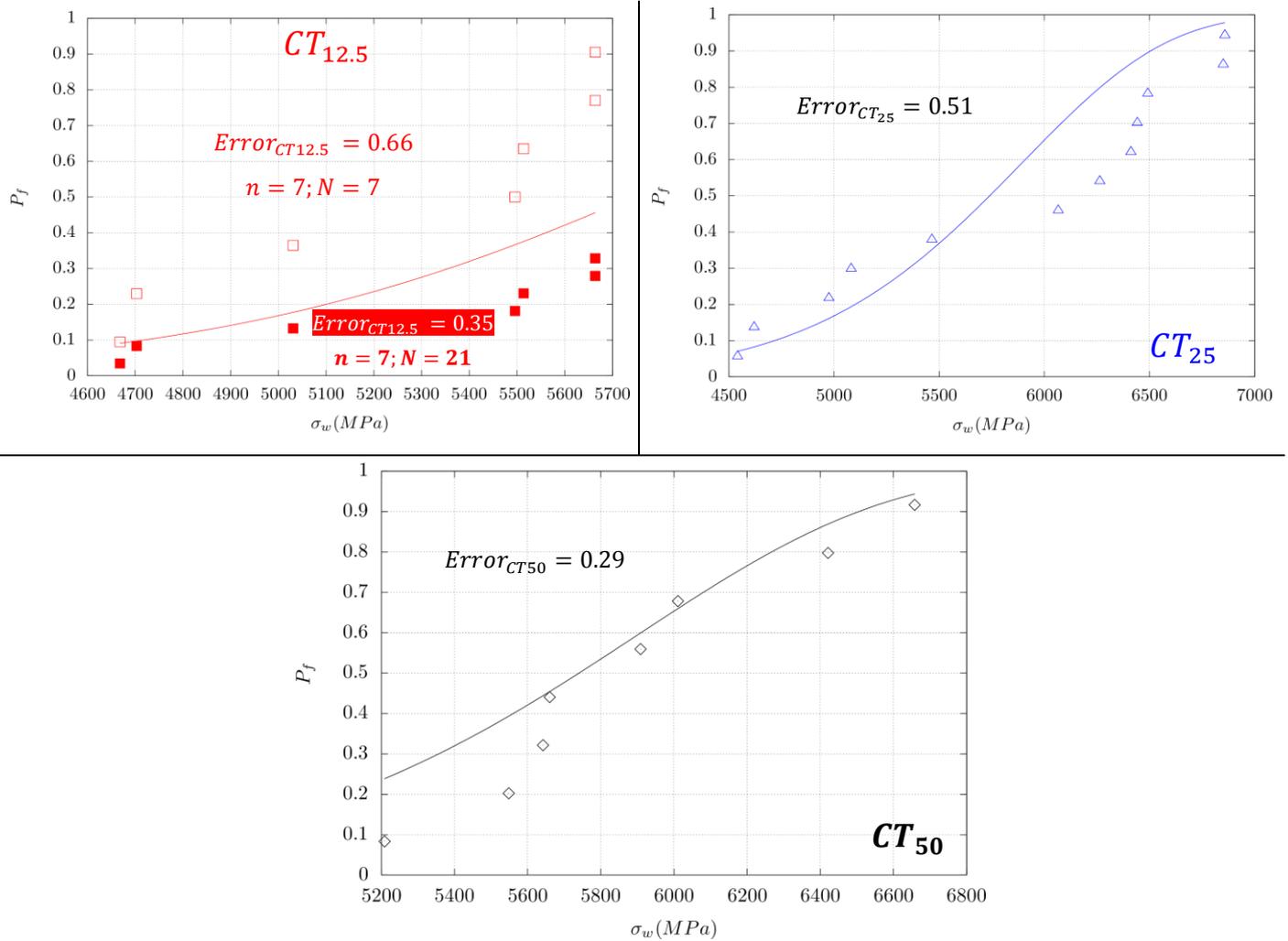


Figure 110 : P_f^{exp} expérimentale (points) et P_f^{weib} numérique (ligne) en fonction de σ_w à $-50^\circ C$ pour toutes les éprouvettes à $m_{|s} = 9.6$; $\lambda_{|s} = 200$; $\sigma_{u|s} = 5963.6 MPa$. L'erreur est recalculée individuellement sur chaque éprouvette $T = -50^\circ C$. Les points pleins des éprouvettes $CT_{12.5}$ sont les probabilités expérimentales exprimées dans l'ensemble des éprouvettes i.e. $N = 21$.

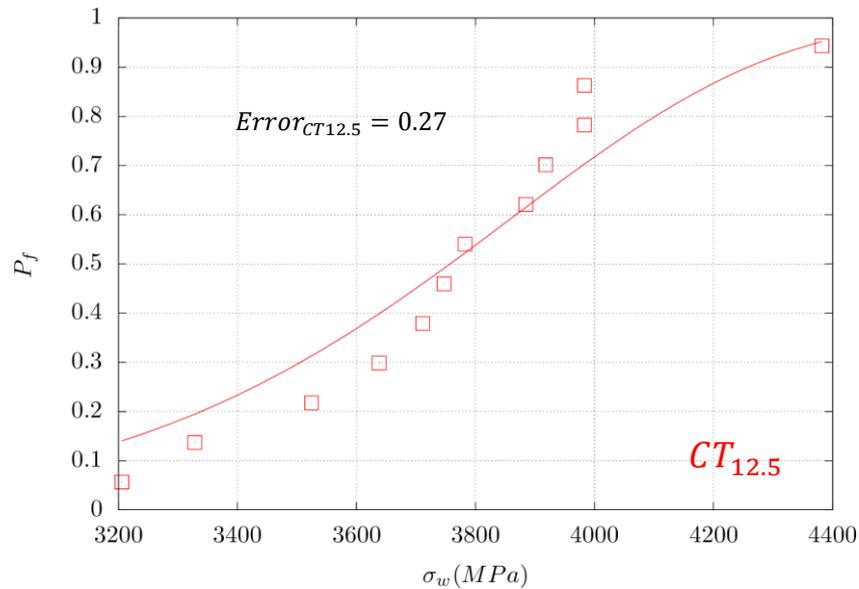


Figure 111 : P_f^{exp} expérimentale (points) et P_f^{weib} numérique (ligne) en fonction de σ_w pour $m_{|s} = 9.6$; $\lambda_{|s} = 200$; $\sigma_{u|s} = 3903MPa$; $Error = 0.27$ et $T = -150^\circ C$.

Il est intéressant de noter qu'un palier de *Lüders* est présent sur les courbes de traction à toutes les températures (§3.4.1). La largeur de ce palier croît lorsque la température baisse. Le palier de *Lüders* est significativement plus large à $-150^\circ C$ en comparaison avec les autres températures. On s'intéresse alors à l'effet de ce palier sur les contraintes σ_w et sur les probabilités de ruptures expérimentales P_f de l'éprouvette $CT_{12.5}$ à $-150^\circ C$.

La Figure 112 présente la comparaison entre un calcul de σ_w qui tient compte du palier de *Lüders* dans la loi élastoplastique et un calcul de σ_w qui néglige ce palier (§0). Cette figure montre que σ_w (*Lüders*) est plus grande que σ_w (Non *Lüders*) uniquement lorsque le chargement est suffisamment élevé.

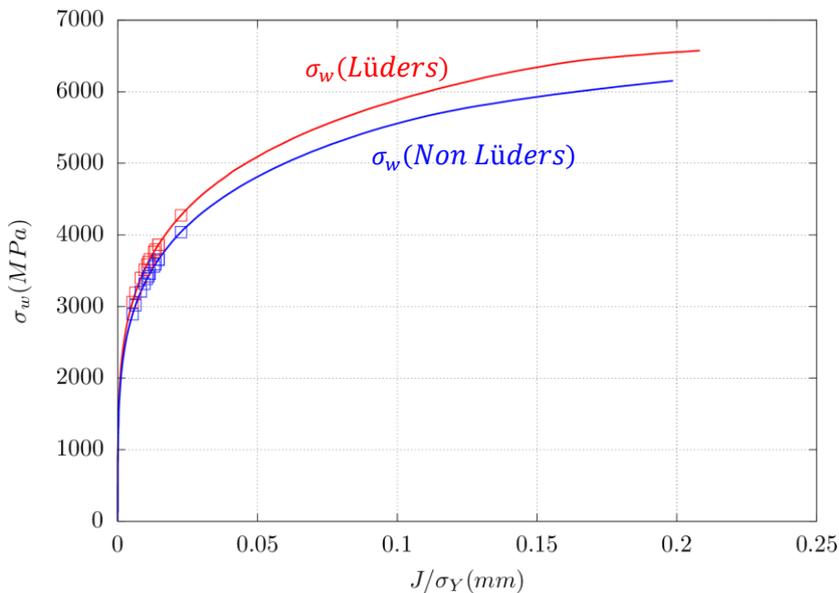


Figure 112 : σ_w avec et sans palier de *Lüders* à $-150^\circ C$. Eprouvette $CT_{12.5}$ avec $R_0 = 5\mu m$. Les points représentent les mesures J/σ_Y expérimentales.

Le palier de *Lüders* peut donc avoir un effet considérable sur les σ_w et par conséquent sur les P_f seulement lorsque les ténacités sont suffisamment élevées. Or, toutes les éprouvettes $CT_{12.5}$ à cette température rompent à des valeurs de $J_{max}/\sigma_Y \approx 0.0024$ (mm) trop faibles (Figure 112) pour que le palier de *Lüders* puisse avoir un effet. On en conclut que l'effet du palier de *Lüders* tel que modélisé dans la loi d'érouissage proposée dans l'équation (5.5) est négligeable sur les paramètres identifiés. Il est important de noter que la formule proposée pour modéliser le plateau de *Lüders* n'est pas basée sur des arguments physiques mais il s'agit uniquement d'une prise en compte artificielle de ce plateau. Des modèles (phénoménologiques ou à base physique) plus développés existent dans la littérature pourrait être exploités dans le futur pour étudier l'effet de ce palier sur la contrainte de σ_w (Tsukahara and Jung, 1998; Aguirre et al., 2004; Marais, 2012).

Finalement, on propose de comparer les données mentionnées dans Tableau 20 de notre identification avec les différentes données de la littérature. Afin de ramener toutes les données à un volume de référence $V_0^{ref} = (50\mu m)^3$ on s'intéresse à la comparaison du terme : $\widehat{\sigma}_u = \sigma_u(V_0/V_0^{ref})^{1/m}$. Tableau 21 rassemble les différents matériaux et les valeurs de m de chaque étude.

Globalement, on remarque une tendance croissante (linéaire ou exponentielle) de la contrainte $\widehat{\sigma}_u$ en fonction de la température (Figure 113). L'ordre des courbes montre que $\widehat{\sigma}_u$ décroît en fonction de m ce qui est conforme à nos résultats (§6.3.1)

Source	Matériau	m	$\sqrt[3]{V_0}(\mu m)$								
Présent travail	A533	9.6	50								
(Mathieu et al., 2010)	A508	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>-150°C</td> <td>-120°C</td> <td>-90°C</td> <td>-60°C</td> </tr> <tr> <td>54</td> <td>36</td> <td>23</td> <td>18</td> </tr> </table>	-150°C	-120°C	-90°C	-60°C	54	36	23	18	50
-150°C	-120°C	-90°C	-60°C								
54	36	23	18								
(Tanguy et al., 2005)	A508	17.8	100								
(Tanguy, 2006)	A508	30	100								
(Parrot et al., 2003)	A508	20	50								
(Gao et al., 2006)	A508 traité	11.8	1000								
(Forget, 2008)	A508	20	50								
(Hausild, 2002)	A508	18	100								
(Hausild, 2002)	A508	$m(T) = A \exp(B/(T + 273.13))$ $A = 1.57 MPa; B = 477.3^\circ C$	100								
(Chapuliot and Lidbury, 2005)	A533	23.43	50								
(Zeghadi and Aït-bachir, 2012)	A508 irradié	20	50								
(Parrot et al., 2006)	A508 irradié	20	50								

Tableau 21 : Récapitulatif des données de la littérature.

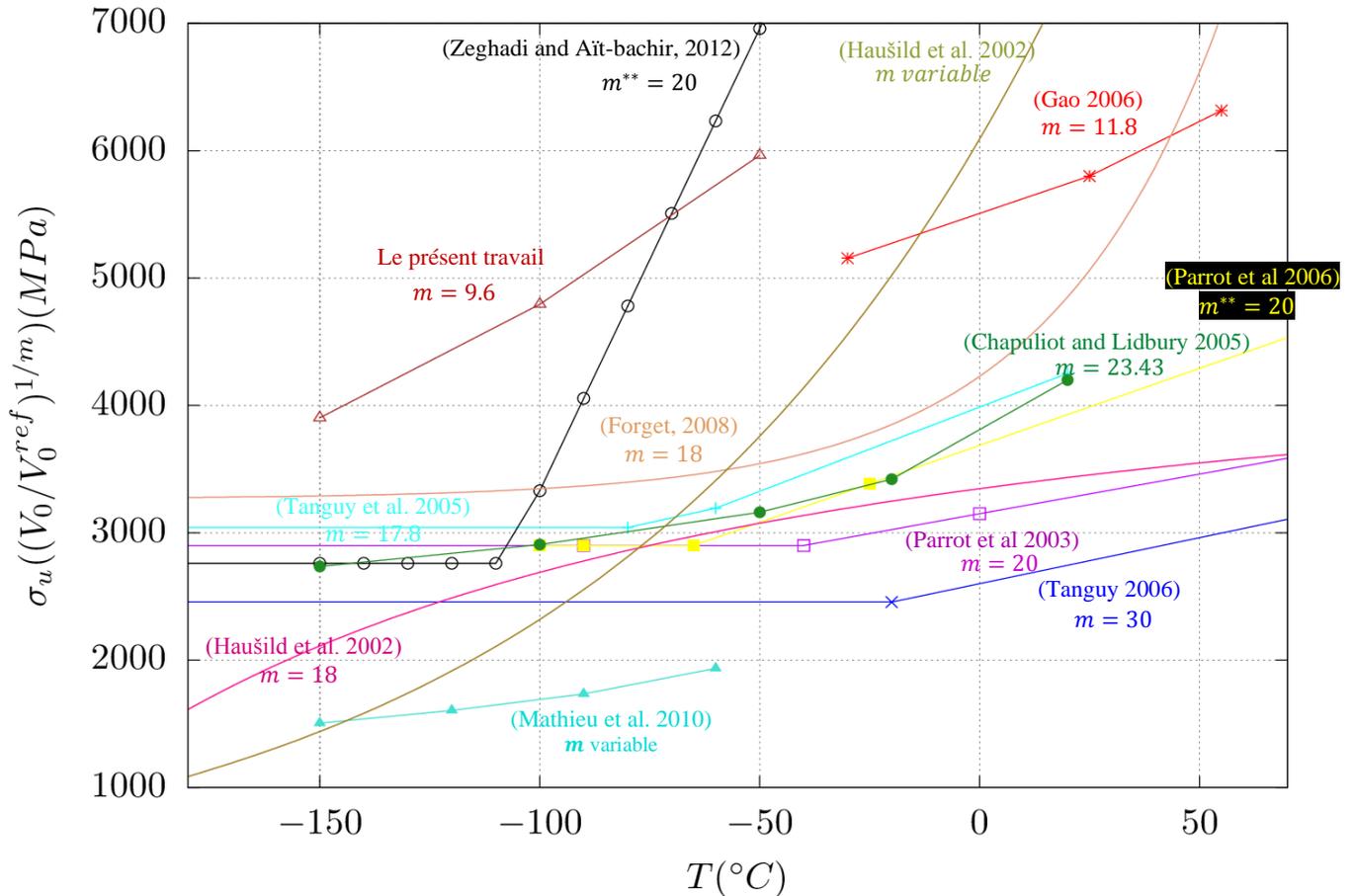


Figure 113 : $\hat{\sigma}_u = \sigma_u (V_0/V_0^{ref})^{1/m}$ en fonction de la température pour différentes sources avec $V_0^{ref} = (50\mu m)^3$. Le symbole ** signifie que le matériau est irradié.

6.3.3 Conclusion partielle

Dans cette partie on a présenté les résultats d'identification des paramètres du modèle de Beremin et du modèle de Beremin modifié. Contrairement au modèle de Beremin classique, le modèle modifié est plus efficace pour tenir compte de l'état de confinement différent entre les éprouvettes CT_B et $SENT_{0,5}$ dans la description du clivage. Ceci se traduit par la prise en compte explicite de l'effet de déformation plastique sur la contrainte de Weibull. En effet, pour une valeur de K_I donnée, les éprouvettes $SENT_{0,5}$ présentent des valeurs de contraintes plus faibles que les éprouvettes CT_B mais des déformations plastiques plus élevées. Cela conduit à des probabilités de rupture plus faibles pour un modèle de Beremin. La modification de Ruggieri permet de corriger cette surestimation en introduisant un effet de déformation plastique qui conduit à introduire plus de sites de germination dans les éprouvettes $SENT$ (du fait de leur plus grande déformation plastique).

Les paramètres identifiés à $-100^\circ C$ par la méthode des moindres carrés sur l'ensemble des éprouvettes CT_B et $SENT_{0,5}$ conduisent à une erreur relativement élevée sur les éprouvettes $SENT_{0,5}$ lorsque le modèle de Beremin classique est utilisé. On a montré que cette erreur est statistiquement inacceptable. En revanche, l'utilisation du modèle de Beremin modifié permet de mieux décrire le clivage pour cette géométrie et introduit un troisième paramètre λ qu'on a identifié. Cette même démarche est alors appliquée aux deux autres températures $-150^\circ C$ et $-50^\circ C$. Les résultats de cette identification sont :

$m_{ s} = 9.6 ; \lambda_{ s} = 200$	$-150^{\circ}C$	$-100^{\circ}C$	$-50^{\circ}C$
$\sigma_{u s}(MPa)$	3903	4793.6	5963.6
<i>Error</i>	0.27	0.20	0.26

A $-150^{\circ}C$, l'identification de ces paramètres est effectuée sur les éprouvettes $CT_{12.5}$ uniquement. Cette identification effectuée sur une seule géométrie devrait être vérifiée sur une géométrie complémentaire à cause du fait que les paramètres identifiés peuvent ne pas être uniques comme montré dans (Gao *et al.*, 1998). A cette température qui présente le plus large palier de Lüders, on a montré que la prise en compte artificielle de ce palier dans la loi d'écrouissage proposée ne modifie pas sensiblement la contrainte de Weibull et par conséquent les paramètres du modèle. Une prise en compte phénoménologique ou physique dans la loi d'écrouissage pourrait être proposée dans le futur pour mieux confirmer ce constat.

Finalement, on a mis en évidence une forte dépendance de la contrainte σ_u à la température. Cette contrainte croît linéairement avec la température dans $[-150^{\circ}C, -50^{\circ}C]$ tendance qui a déjà été montrée dans la littérature. Compte tenu du soin pris pour évaluer la contrainte de Weibull, on conclut que cette dépendance à la température n'est pas une dépendance artificielle liée à la méthode de calcul de la contrainte de Weibull (comme par exemple l'emploi d'un même maillage quelle que soit la température) mais elle est le résultat de la physique du clivage. La prise en compte de l'effet de déformation plastique ne permet pas de supprimer cette dépendance.

6.4 Conclusion globale

Dans ce chapitre on a présenté les résultats de la modélisation du clivage dans la partie basse de la zone de transition ductile-fragile avec le modèle de Beremin modifié. On a montré tout d'abord que ce modèle est très sensible au calcul de la contrainte de Weibull et à l'exposant m . Par conséquent, une méthodologie de calcul de la contrainte de Weibull et une stratégie d'identification des paramètres sont alors proposées.

La méthodologie du calcul de la contrainte de Weibull σ_w est basée sur la modélisation d'une entaille au lieu d'une fissure. Le rayon d'entaille initiale est proposé en fonction de la ténacité ciblée tel que lorsque cette ténacité est atteinte l'entaille est suffisamment éoussée ($\beta \geq 5$) pour supprimer son effet sur les résultats du calcul (McMeeking, 1977). Ainsi la courbe de la contrainte de Weibull des éprouvettes du bas de la transition ductile-fragile est construite à partir des résultats de calcul de cette contrainte sur une série de rayons d'entailles permettant de couvrir l'intervalle des ténacités ciblées. Les rayons proposés devraient être suffisamment éoussés ($\beta \geq 5$). Pour chaque maillage (. i.e. pour chaque entaille proposée), on a maillé une zone de raffinement de longueur L_f . Cette zone est évaluée comme étant le double de la zone d'élaboration à rupture où le gradient de contraintes et de déformations est le plus élevé. La taille des éléments dans cette zone est fixée entre 0.3 et 0.5 fois le rayon d'entaille initiale.

La taille réduite de ces éléments et la déformations plastique élevée à côté de l'entaille peuvent conduire aux verrouillages volumiques de certains éléments excessivement déformés. Ce verrouillage a une forte influence sur l'évaluation de la contrainte de Weibull. Le calcul avec des éléments à 5 champs et avec des éléments classiques réduits (à interpolation quadratique) nous a permis d'illustrer cet effet. Les éléments à 5champs ont une grande efficacité à simuler l'endommagement ductile non local et sont proposés dans ce chapitre dans la perspective de décrire le chainage comme suite à ce travail dans le futur. Ces éléments permettent de traiter le problème du verrouillage volumique. Un filtre est alors proposé pour exclure les éléments excessivement déformés du calcul de σ_w . Le calcul de la contrainte de Weibull avec les éléments à 5 champs et avec le filtrage permet une évaluation précise et une indépendance au maillage de cette contrainte. Finalement, le passage 2D à 3D a été la dernière étape de notre méthodologie. Ce passage est assuré par une simple correction d'épaisseur $B_e^{1/m}$ en fonction de la présence ou non d'entailles latérales : $B_e = B_n$ lorsque l'éprouvette est latéralement entaillée et $B_e = B$ dans le cas contraire. Les résultats de cette correction permettent une erreur relative inférieure à 2% ce qui est très acceptable.

La méthodologie du maillage et du calcul de σ_w étant figée, on s'est intéressé dans la suite à l'effet de la géométrie et de la température sur la contrainte de Weibull. L'effet du volume et l'effet de l'état de confinement observés dans le chapitre (§3) sur les éprouvettes CT_B et $SENT_{0.5}$ sont mis en évidence sur les contraintes de Weibull calculées. D'une part, la contrainte de Weibull croit en fonction de l'épaisseur effective et augmente la probabilité de rupture de l'éprouvette, et d'une autre part, cette contrainte est moins élevée sur les éprouvettes $SENT_{0.5}$ à cause du faible état de confinement (*Low constraint effect*) en contraste avec les éprouvettes CT_B . L'effet de la température sur σ_w est entièrement induit par l'écoulement du matériau. L'effet du paramètre m est également étudié. On a montré que la contrainte de Weibull suit une tendance décroissante en fonction de m et que σ_w est égale à la plus grande valeur de la contrainte principale maximale lorsque m devient très grand. Vu l'importance de ce paramètre sur l'évaluation de σ_w , on a proposé dans la dernière partie de ce chapitre une nouvelle méthodologie d'identification des paramètres du modèle statistique de Beremin. Dans un premier temps, l'identification est basée sur le modèle de Beremin classique et est effectuée à -100°C . La stratégie d'identification des paramètres consiste dans la minimisation de l'erreur quadratique entre la probabilité de rupture calculée et la probabilité de rupture expérimentale sur l'ensemble des éprouvettes disponibles par température donnée. Les paramètres retenus sont ceux qui permettent un minimum global de cette erreur. La même stratégie est appliquée à -150°C et -50°C en fixant la valeur du paramètre m . Les résultats de ces identifications montrent une forte dépendance du paramètre σ_u à la température. Cette dépendance n'est certainement pas induite par des artefacts numériques liés au calcul de la contrainte

de Weibull. On conclut également que la prise en compte de l'effet de déformation plastique ne permet pas de supprimer cette dépendance. La modélisation des éprouvettes du haut de la transition par le couplage *GTN*-Beremin permettra certainement dans le futur d'apporter plus d'arguments sur la nécessité ou non de cette dépendance explicite à la température lorsque l'effet de la déchirure ductile sur la contrainte de Weibull sera pris en compte.