Modélisation de la coupe

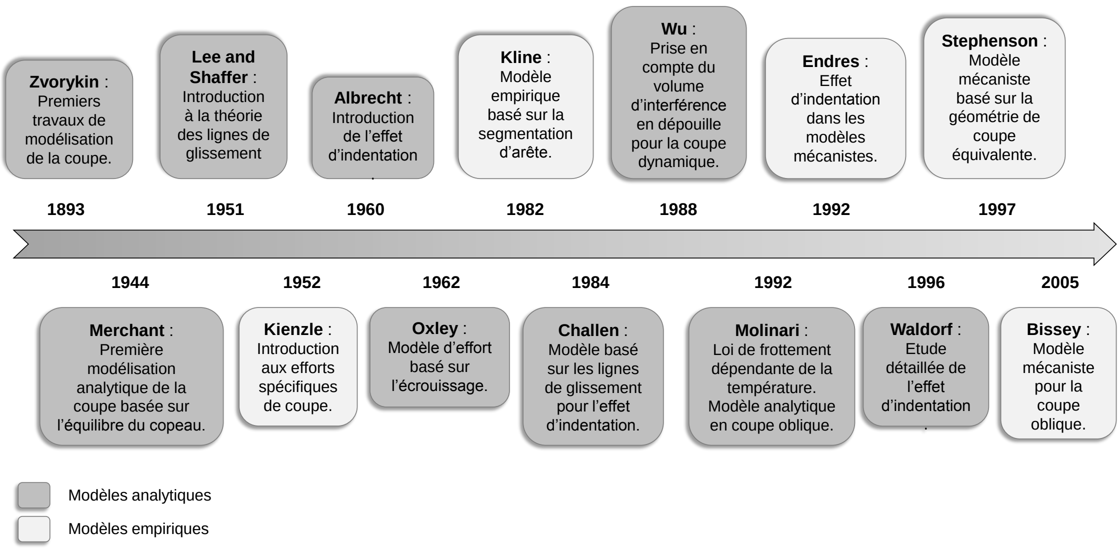


Fig. 2.1 – Historique de la modélisation de la coupe.

La compréhension et la modélisation des mécanismes de coupe a fortement contribué à maintenir les performances de cette technique en dépit des problèmes apparus avec l'émergence de nouveaux matériaux. Les usinages à hautes performances réalisés de nos jours ne peuvent se passer d'études préliminaires. La prédiction de l'intégrité des surfaces générées ou de la morphologie des pièces garantit la maitrise des coûts et des délais. La prédiction des efforts permet également d'améliorer la géométrie des outils, leurs revêtements ainsi que les stratégies d'usinage afin de réduire la durée des phases de lancement en début de production. Plus en amont, la connaissance des efforts de coupe permet de dimensionner les montages d'usinage, les systèmes de bridage, les puissances machines nécessaires ainsi que les éventuels phénomènes vibratoires. Les récents développements des logiciels d'industrialisation plaident dans cette direction.

Comme l'indique la figure 2.1, la majorité des modèles analytiques furent développés jusqu'aux années 1970. Depuis, les modèles phénoménologiques et empiriques ont pris le pas avant l'arrivée de la simulation numérique démocratisée par l'amélioration permanente des moyens de calculs. Ce chapitre présente les différentes approches disponibles dans la littérature.

2.1 Modèles phénoménologiques et empiriques

La coupe des métaux mettant en œuvre un nombre important de phénomènes physiques, les modèles phénoménologiques et empiriques cherchent à réunir un grand nombre de paramètres mesurables pour refléter au mieux la réalité. Ces modèles fournissent généralement de bons résultats mais restent limités à un domaine d'étude restreint. Souvent tirés d'interpolations de courbes, leur sens physique est limité. Leur formulation, indépendante des mécanismes de coupe, permet, dans la plupart des cas, de formuler les efforts dans les trois directions sans passer par une modélisation en coupe orthogonale. Cette approche s'est principalement développée durant les années 1990, notamment sous l'impulsion de chercheurs américains.

2.1.1 Formulation classique

Les modèles empiriques ont la spécificité de donner souvent de très bons résultats. Cependant, ils sont souvent issus d'interpolations de courbes et n'ont, du fait, aucun sens physique. De plus, ils ne sont valables que dans quelques cas pratiques hors desquels leur aptitude à donner des résultats corrects est affectée. Kline *et al.* (1982) proposent un modèle empirique basé sur le principe de la segmentation d'arête. L'outil — une fraise — est décomposé en plusieurs disques élémentaires sur lesquels sont appliqués les efforts élémentaires, ces derniers variant en fonction de sa position angulaire. La somme de ces contributions, pour une position angulaire donnée, fournit l'effort global à l'instant t. Les coefficients utilisés par la relation de coupe sont obtenus à partir d'un polynôme du deuxième ordre fonction des engagements a_p et a_e ainsi que de l'avance par dent f_z.

Très tôt l'idée est venue de pouvoir corréler des paramètres facilement observables avec les efforts de coupe. Les premières traces de cette méthode figurent dans les travaux de Kienzle et Victor (1952) qui introduisent la notion d'efforts spécifiques (K_i) dans les trois directions d'efforts — coupe, pénétration et avance — en fonction de paramètres identifiés expérimentalement, soit $K_{11,i}$ et m_i comme le montre l'équation suivante.

$$K_i = K_{11,i} \left(\frac{h}{h_0}\right)^{-m_i} \qquad i \in \{c, p, f\} \tag{2.1}$$

L'effort est dit « spécifique » car lié à une largeur de coupe b et une avance f unitaire *i.e.* pour une dent en fraisage et un tour en tournage, d'où l'indice 11. Pour affiner le modèle, l'effort spécifique $K_{11,i}$ est souvent multiplié par un certain nombre de facteurs de correction dépendants de paramètres tels que l'angle de coupe ($K_{\gamma_n,i}$), l'angle d'obliquité d'arête ($K_{\lambda_s,i}$), la vitesse de coupe (K_{V_c}), etc (Günay *et al.*, 2004; Saglam *et al.*, 2007). Ce concept est aujourd'hui encore employé par la méthode du Couple-Outil-Matière (AFNOR, 1994). Plus récemment, cette approche a été reprise et développée par Denkena *et al.* (2005) pour un modèle d'effort en fraisage donnant des résultats satisfaisants.

Suite aux travaux de Kienzle et Victor, l'idée que les efforts soient directement liés aux sections coupées s'est développée, notamment au département Industrial Engineering de University of Illinois at Urbana-Champaign (Kapoor *et al.*, 1998). L'idée des modèles mécanistes est que les efforts sont proportionnels à la section coupée A_D et que les coefficients sont dépendants des conditions de coupe, des géométries d'outils et des propriétés des matériaux. Une approche de la coupe orthogonale souvent rencontrée considère que les deux composantes d'effort appliquées sur l'arête de coupe sont proportionnelles à la section coupée par l'intermédiaire des coefficients K_c et K_f représentant respectivement l'énergie spécifique de coupe (2.2) et de frottement (2.3) (Reddy *et al.*, 2000).

$$F_c = K_c \, A_D \tag{2.2}$$

$$F_f = K_f \, A_D \tag{2.3}$$

Ces coefficients sont le plus souvent déterminés à partir d'un échantillon d'essais après régression linéaire des équations suivantes (2.4) et (2.5). La forme logarithmique de ces équations facilite l'étalonnage des constantes et n'est absolument pas justifié par des considérations physiques (Reddy *et al.*, 2001).

$$\ln(K_c) = a_0 + a_1 \ln(h) + a_2 \ln(V_c) + a_3 \ln(1 - \sin\gamma_{ne}) + a_4 \ln(V_c) \ln(h) \tag{2.4}$$

$$\ln(K_f) = b_0 + b_1 \ln(h) + b_2 \ln(V_c) + b_3 \ln(1 - \sin\gamma_{ne}) + b_4 \ln(V_c) \ln(h) \tag{2.5}$$

Cette formulation peut légèrement varier d'un modèle à l'autre, en particulier sur la prise en compte de l'interaction entre la vitesse de coupe V_c et l'épaisseur coupée h. Elle permet une importante flexibilité du modèle et, de ce fait, donne fréquemment de bons résultats. Cependant, le coefficient K_f représentant le frottement n'est absolument pas comparable à un coefficient de frottement au sens commun du terme [a] mais plus vraisemblablement à une contrainte de frottement. Cette affirmation n'est valable qu'en l'absence de contact sur la face en dépouille. Le seul intérêt présenté par ces modèles est la considération que les efforts de coupe sont proportionnels à la section coupée A_D et fonction de la vitesse de coupe V_c, de l'angle de coupe efficace γ_{ne} et de l'épaisseur coupée h. Les efforts étant également sensibles à la nature du matériau usiné et à l'orientation de l'arête, ce type de formulation ne permet pas d'introduire leur effet. Les introduire impliquerait un échantillon d'essais de taille colossale. Park *et al.* (2004) substituèrent les résultats de simulation par éléments finis aux résultats expérimentaux pour étalonner leur modèle dans le cas de microstructures variables. Les erreurs moyennes obtenues varient de 10% à 20% et sont distribuées aléatoirement, selon les conditions de coupe employées.

Ce type de modèle n'est pas réservé aux seuls outils à arête vive. Dans le cas d'une arête de coupe rayonnée, l'effet d'indentation génère une force supplémentaire. En effet, le rayon d'arête r_β tend à faire s'écouler une partie de la matière sous la face de dépouille. La partition d'écoulement entre face de coupe et face de dépouille se produit au niveau d'un point de l'arête appelé point de stagnation. Le modèle proposé par Ranganath *et al.* (2007) considère un ratio constant entre les efforts de cisaillement et d'indentation en coupe orthogonale. Ce modèle est basé sur les équations (2.4) et (2.5) bien que restreintes à l'angle de coupe γ_n, la vitesse de coupe V_c et l'épaisseur coupée h. Les auteurs définissent trois étapes pour l'étalonnage de ce modèle.

1. Réaliser des essais à rapport h/r_β constant à partir de deux outils de même matériau mais de rayon r_β différents.
2. Calculer le ratio entre effort de coupe et d'avance pour évaluer le coefficient lié à l'épaisseur coupée h.
3. Réaliser une régression linéaire pour déterminer les autres coefficients.

Le modèle d'efforts pour fraises hémisphériques de Ko et Cho (2005) identifie l'effet d'indentation se produisant à l'extrémité de l'outil. La fraise est divisée en une série de couches d'épaisseur définie (voir aussi Kline *et al.*, 1982). Selon leur analyse, la valeur prise par les coefficients K_c et K_f augmente lorsque l'épaisseur coupée h devient inférieure à 0.01 mm. Ils sont alors calculés à partir d'une loi de Weibull. Cette loi devant être calibrée en fonction de l'épaisseur de segmentation de l'outil. Endres *et al.* (1995a,b) proposent un modèle d'efforts à partir de l'existence du point de stagnation, l'effet d'indentation étant matérialisé par

a. Certains auteurs font ce raccourci.

un volume d'interférence entre l'outil et la matière et l'effort normal N_{cf} étant directement proportionnel à ce volume V_i

$$N_{cf} = K_{cf} \, V_i \tag{2.6}$$

$$K_{cf} = 0,775 \, \frac{E}{1 - 2\,\nu} \, \delta \tag{2.7}$$

où δ représente la profondeur du matériau affectée élasto-plastiquement. Cette variable étant difficile à obtenir, les auteurs employèrent finalement la méthode empirique pour déterminer K_{cf}.

2.1.2 Cas de la coupe oblique

Le modèle proposé par Bissey (2005) en coupe oblique est plus complexe que les modèles précédemment exposés. Conçu pour l'approche Couple-Arête-Matière, ce modèle comporte huit coefficients dont certains sont analogues à ceux des modèles précédents et d'autres traduisent l'effet des angles d'arête. Les paramètres utilisés par ce modèle sont l'épaisseur coupée h, la largeur de l'élément d'arête b et l'angle d'inclinaison d'arête λ_s. L'angle de coupe γ_n est implicitement utilisé dans la formulation de l'angle λ_n. La figure 2.2 montre le paramétrage utilisé par ce modèle, en particulier l'utilisation du repère local $(\vec{g}, \vec{n}, \vec{a})$ lié à l'arête.

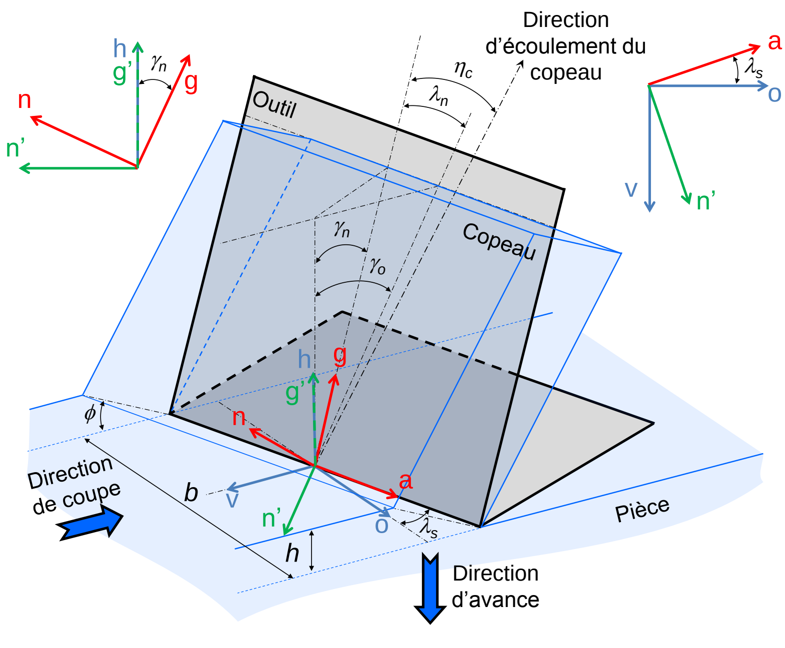


Fig. 2.2 – Paramètrage de l'arête d'après Bissey (2005).

Les efforts sont obtenus grâce aux relations suivantes

$$A_n = K_n \, (\sec \lambda_s)^{K_{n\lambda_s}} \tag{2.8}$$

$$F_n = -\,(k_{n_0} + A_n \, h) \, (1 + K_{n\gamma} \, (\gamma_n - \gamma_0)) \, b \tag{2.9}$$

$$C_f = (K_{cf_0} + K_{cf} \, h) \, (1 + K_{cf\lambda_s} \, \lambda_s) \, (1 + K_{cf\gamma} \, (\gamma_n - \gamma_{n0})) \tag{2.10}$$

$$F_{fr} = (A_n \, h \, C_f + F_{f_0}) \, b \tag{2.11}$$

puis dans les directions $\vec{g}$ et $\vec{a}$

$$\lambda_n = \arctan(\sin\gamma_n \tan\lambda_s) \tag{2.12}$$

$$F_g = F_{fr} \cos(\eta_c) \tag{2.13}$$

$$F_a = F_{fr} \sin(\eta_c) \tag{2.14}$$

Le coefficient donné par l'équation (2.10) représente le frottement sur la face de coupe de l'outil. Il est intéressant de noter que ce modèle est conçu pour des outils d'une même famille, *i.e.* avec une arête d'un même matériau, revêtement et préparation — rayonnée ou chanfreinée —. La géométrie globale de l'outil n'est pas considérée dans un premier temps. L'approche du Couple-Arête-Matière divise l'outil en éléments indépendants de la même manière que Kline *et al.* (1982). Ceci explique l'absence de l'angle κ_r dans les relations (2.8) à (2.14). Les coefficients sont déterminés de manière exclusivement expérimentale conditionnant la prédiction des efforts à une gamme de paramètres de coupe. Cette gamme de paramètres est obtenue à partir de l'approche Couple-Outil-Matière basée sur l'énergie spécifique de coupe et définie par la norme AFNOR (1994). Les forces étant définies dans un référentiel orienté par l'angle d'inclinaison d'arête λ_s, cet angle figure également parmi les paramètres d'entrée du modèle. Ce type de modélisation a la particularité de donner de bons résultats mais nécessite une quantité importante d'essais pour être étalonné. De plus, l'auteur souligne que des difficultés sont rencontrées pour étalonner les coefficients du modèle à proximité des extrémités de la zone coupée, là où les épaisseurs de copeau sont les plus faibles. Cette remarque indique l'incapacité du modèle à prédire les efforts en présence de l'effet d'indentation, l'outil étant pourtant caractérisé par son angle de dépouille, son rayon d'arête ou son revêtement. Par ailleurs, les paramètres opératoires comme les propriétés de la matière ne sont pas directement employés et se retrouvent cachés dans des coefficients « boîtes noires ». L'angle d'écoulement du copeau η_c ne peut être inférieur à l'angle λ_n calculé à partir de la relation (2.12) tel qu'énoncé dans la théorie d'Armarego et Brown (1969). La direction d'écoulement du copeau η_c est une donnée importante lors de l'élaboration d'un modèle de coupe, en particulier dans le cas d'une approche par discrétisation d'arête. C'est par ce biais que Wang et Mathew (1995), Kapoor *et al.* (1998) et Armarego et Samaranayake (1999) proposent une formulation à partir des angles de direction d'arête locaux $K_r(i)$, d'obliquité $\lambda_s(i)$ et de coupe $\gamma_n(i)$. La règle de Stabler (1951) est supposée vraie pour chaque segment d'arête ($\eta_c(i) = \lambda_s(i)$). L'angle d'écoulement global est calculé par l'équation (2.15) correspondant à la moyenne pondérée des directions d'écoulement de chaque segment i, les poids étant attribués selon l'intensité des efforts de frottement F_{fr}. L'angle η_c est mesuré par rapport à la perpendiculaire à l'arête équivalente.

$$\eta_c = \frac{\sum \left[F_{fr}(i)\ (\eta_c(i) + K_r(i))\right]}{\sum F_{fr}(i)} - K_{r_{eq}} \tag{2.15}$$

avec (Arsecularatne et Mathew, 2000)

$$K_{r_{eq}} = K_r + \eta_c \tag{2.16}$$

Stephenson et Bandyopadhyay (1997) considèrent la direction d'écoulement du copeau donnée par la relation (2.17) où $C_{\lambda_s} = 1$ si les angles γ_n et λ_s sont faibles — cas de la loi de Stabler — et $C_{\lambda_s} = \cos\gamma_n$ dans les autres cas.

$$\eta_c = \arctan(C_{\lambda_s} \tan\lambda_s) \tag{2.17}$$

2.1.3 Modèles basés sur les géométries équivalentes

Afin de s'affranchir des problèmes liés à la modélisation des efforts en bordure de la zone coupée, Stephenson et Bandyopadhyay (1997) emploient une section de coupe équivalente telle que représentée sur la figure 2.3.

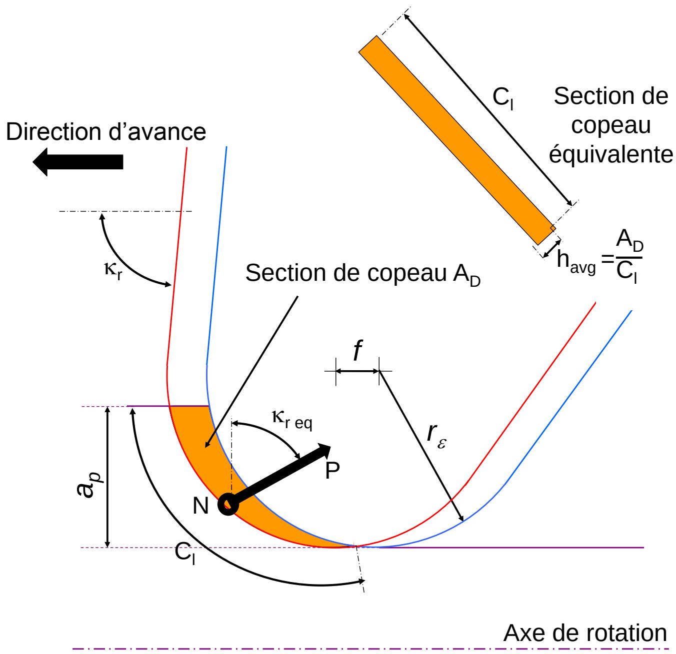


Fig. 2.3 – Section coupée équivalente d'après Stephenson et Bandyopadhyay (1997).

Deux forces sont définies sur l'outil, une force N et une force P, respectivement normale et parallèle à la face de coupe. Ces forces définissent deux coefficients K_n et K_f permettant de déterminer les trois composantes d'effort F_t, F_a et F_r. Pour ce modèle, K_f représente le coefficient de frottement entre le matériau usiné et l'outil.

$$K_n = C_n\, h_{avg}^{a_h}\, V_c^{a_{V_c}}\, (1 - \sin\gamma_{eq})^{a_{\gamma eq}} \tag{2.18}$$

$$K_f = C_f\, h_{avg}^{b_h}\, V_c^{b_{V_c}}\, (1 - \sin\gamma_{eq})^{b_{\gamma eq}} \tag{2.19}$$

$$F_t = K_n\, A_D\, [\cos\gamma_{n_s}\, \cos\gamma_{eq} + K_f\, (\sin\kappa_{r\,eq}\, \sin\gamma_{eq}\, + \cos\kappa_{r\,eq}\, \sin\gamma_{n_s})] \tag{2.20}$$

$$F_a = K_n\, A_D\, [-\cos\gamma_{n_s}\, \sin\gamma_{eq} + K_f\, (\sin\kappa_{r\,eq}\, \cos\gamma_{eq})] \tag{2.21}$$

$$F_r = K_n\, A_D\, [-\sin\gamma_{n_s} + K_f\, (\cos\kappa_{r\,eq}\, \cos\gamma_{n_s})] \tag{2.22}$$

Les paramètres C et les exposants a et b sont empiriques. Seul le paramètre C_n est représentatif de l'effet de la dureté et de la ductilité du matériau usiné. Par analogie avec la section coupée équivalente, le modèle définit un angle de coupe équivalent γ_{eq} ainsi qu'un angle d'inclinaison d'arête équivalent $\lambda_{s\,eq}$. L'angle de direction d'arête équivalent $\kappa_{r\,eq}$ est calculé à partir de la forme de la section coupée. Tous ces paramètres sont exprimés en fonction des angles de coupe γ_{n_m} et γ_{n_s} des arêtes principale et secondaire et de l'angle de direction d'arête κ_r.

$$\lambda_{s\,eq} = \arctan(\tan\gamma_{n_s}\, \sin\kappa_r - \tan\gamma_{n_m}\, \cos\kappa_r) \tag{2.23}$$

$$\gamma_{eq} = \arctan(\cos\lambda_{s\,eq}\, (\tan\gamma_{n_m}\, \sin\kappa_r + \tan\gamma_{n_s}\, \cos\kappa_r)) \tag{2.24}$$

L'emploi d'une géométrie équivalente permet de rendre le modèle indépendant du procédé. Les paramètres déterminés pour une opération sont conservés pour une autre après détermination de la nouvelle géométrie équivalente, les forces étant calculées à partir de transformations géométriques. Ce modèle a fourni des résultats relativement précis pour des opérations de tournage — dressage et chariotage —, fraisage et perçage.

Reddy *et al.* (2001) définissent des angles de coupe et de dépouille équivalents dans un modèle destiné à un outil muni d'une mobilité axiale, *e.g.* lors de l'usinage d'un arbre à cames. Dans le cas d'un angle de coupe équivalent important, l'effort mesuré décroit. Le modèle, ayant pour paramètre cet angle, reproduit fidèlement les observations expérimentales. Concernant l'angle de coupe équivalent, Outeiro et Astakhov (2005) et Lee *et al.* (2008) le définissent comme la tangente à la surface libre du rayon d'arête r_β. En subdivisant l'épaisseur coupée h en une succession de tranches, comme le montre la figure 2.4, les auteurs déterminent l'angle de coupe équivalent. Ainsi, un angle $\gamma_{n,i_{eq}}$ est défini pour chaque h_i

$$\gamma_{n,i_{eq}} = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{h_i}{r_\beta} - 1\right) & \text{si } h_i < r_\beta\,(1+\sin\gamma_n) \\ \gamma_n & \text{si } h_i \geq r_\beta\,(1+\sin\gamma_n) \end{cases} . \tag{2.25}$$

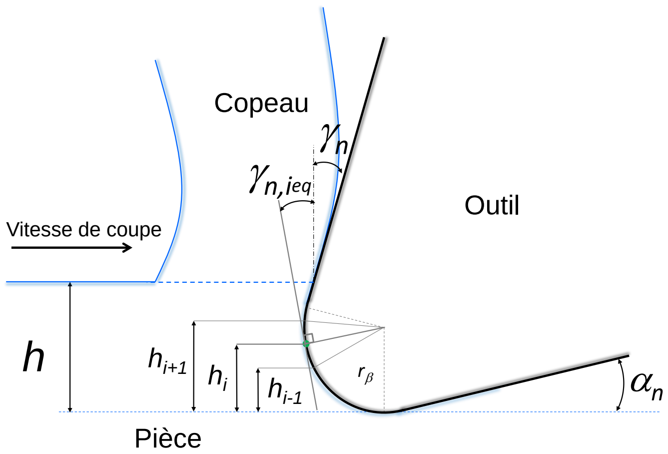


Fig. 2.4 – Evaluation de l'angle de coupe équivalent d'après Outeiro et Astakhov (2005).

Cet angle est lié au nombre de subdivisions de h, ce qui peut être à l'origine d'une perte d'information au niveau de la zone où γ_n est le plus négatif. Les forces sont obtenues en appliquant le modèle sur chaque tranche. Vogler *et al.* (2004) calculent l'angle de coupe équivalent à partir d'une fraction de l'épaisseur coupée h tel que

$$\gamma_{avg} = \frac{\pi}{2} - \arctan\frac{\xi\, h}{u} \tag{2.26}$$

$$u = \begin{cases} -r_\beta \cos\left[\arcsin\left(\dfrac{\xi\, h}{r_\beta} - 1\right)\right] & \text{si} \xi\, h \leq r_\beta\,(1+\sin\gamma_n) \\ \dfrac{\xi\, h - r_\beta\,(1+\sin\gamma_n)}{\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \gamma_n\right)} - r_\beta \cos\gamma_n & \text{si} \xi\, h > r_\beta\,(1+\sin\gamma_n) \end{cases} \tag{2.27}$$

avec $\xi \geq 1$. La modélisation de cet angle proposée par Ranganath *et al.* (2007) en présence de l'effet d'indentation est basée sur le rapport h/r_β en supposant la longueur portante du copeau $L_{c,R} = 2\,h$. L'angle de coupe équivalent est proposé pour deux cas

$$\gamma_{n_{eq}} = \begin{cases} \arctan\left(\dfrac{\left(L_{c,R}\,\frac{h}{r_\beta} - 1\right)\,\tan\gamma_n - \sec\gamma_n + \sin\theta_S}{L_{c,R}\,\frac{h}{r_\beta} - 1 + \cos\theta_S}\right) & \text{si } L_{c,R}\,\dfrac{h}{r_\beta} > 1 + \sin\gamma_n \\ \arctan\left(-\dfrac{\sqrt{\left(2 - L_{c,R}\,\frac{h}{r_\beta}\right)\,L_{c,R}\,\frac{h}{r_\beta}} - \sin\theta_S}{L_{c,R}\,\frac{h}{r_\beta} - 1 + \cos\theta_S}\right) & \text{si } L_{c,R}\,\dfrac{h}{r_\beta} \leq 1 + \sin\gamma_n \end{cases} \tag{2.28}$$

où θ_S est l'angle définissant la position du point de stagnation sur l'arête. Il faut noter que cette formulation donne le même angle de coupe efficace à deux outils ayant le même rapport h/r_β si l'hypothèse de la longueur portante est conservée. Cet angle de coupe équivalent est pleinement justifié en superfinition dans le cas des plus faibles épaisseurs coupées. De plus, il faut noter la différence entre les angles d'outils dits « en main » et les angles « en travail [b] » qui sont influencés par les vitesses de coupe V_c et d'avance V_f. Cependant, dans le cas de la superfinition, V_f est faible face à V_c ce qui rend négligeable la correction d'angle en travail.

Si tous ces modèles sont essentiellement basés sur des régressions de coefficients à partir de résultats expérimentaux, une base de données de paramètres intrinsèques peut être utilisée dans le processus d'étalonnage du modèle. Budak *et al.* (1996) dimensionnent les coefficients de leur modèle à partir de l'angle de coupe γ_n, de l'angle de frottement β, de l'angle d'inclinaison d'arête λ_s, de l'angle d'écoulement du copeau η_c et de la contrainte de cisaillement τ,

$$K_{tc} = \frac{\tau}{\sin\phi_n}\,\frac{\cos(\beta_n - \gamma_n) + \tan\eta_c\,\sin\beta_n\,\tan\lambda_s}{c}, \tag{2.29}$$

$$K_{rc} = \frac{\tau}{\sin\phi_n\,\cos\lambda_s}\,\frac{\sin(\beta_n - \gamma_n)}{c}, \tag{2.30}$$

$$K_{ac} = \frac{\tau}{\sin\phi_n}\,\frac{\cos(\beta_n - \gamma_n)\,\tan\lambda_s - \tan\eta_c\,\sin\beta_n}{c}, \tag{2.31}$$

avec

$$c = \sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \gamma_n) + \tan^2\eta_c\,\sin^2\beta_n}, \tag{2.32}$$

$$\tan\gamma_n = \tan\gamma_o\,\cos\lambda_s \tag{2.33}$$

et

$$\tan\beta_n = \tan\beta\,\cos\eta_c. \tag{2.34}$$

Puis, si la géométrie de l'outil (γ_n, λ_s), la contrainte de cisaillement du matériau (τ) et deux des trois paramètres ϕ_n, β et η_c sont connus, les coefficients peuvent être déterminés. Ces trois paramètres peuvent être obtenus à partir d'essais de coupes orthogonale et oblique [c].Les forces d'indentation sont obtenues par extrapolation des courbes d'efforts à épaisseur coupée nulle. Par cette analyse, l'angle de coupe équivalent causé par le rayon d'arête r_β aux plus faibles épaisseurs coupées n'est pas considéré. Ce point est souligné par les auteurs comme l'une des principales faiblesses du modèle. En ce qui concerne la contrainte de cisaillement τ du matériau, une banque de données issue d'essais de cisaillement dynamique sur barres d'Hopkinson peut être une alternative aux essais de coupe orthogonale. Les essais ont été réalisés sur l'alliage de titane Ti6Al4V où les effets thermiques sont importants. Les auteurs ont noté la stabilité de la contrainte de cisaillement en fonction des variations de la vitesse de

b. Voir l'annexe A

c. La coupe oblique est analogue à la coupe orthogonale à la différence que l'outil posséde une obliquité d'arête d'angle λ_s.

coupe et attribué cette constance à l'effet inverse que peut avoir l'élévation de la température sur le taux de déformation, un autre matériau pouvant augmenter l'écart-type de la contrainte de cisaillement moyenne et introduire des écarts entre efforts mesurés et modélisés. L'angle de frottement β est basiquement supposé égal à la moyenne des angles de frottement entre la zone d'adhésion et celle de glissement du copeau sur la face de coupe, la longueur de ces régions étant principalement affectée par l'angle de coupe γ_n. Les plus faibles vitesses de coupe affectent également les propriétés tribologiques mais restent peu usitées et relèvent du cas particulier. L'écart maximal observé avec ce modèle sur le Ti6Al4V reste inférieur à 25% sur 80% des configurations testées expérimentalement. Cette étude présente un intérêt du fait de son utilisation de bases de données relatives aux contraintes de cisaillement des matériaux et aux géométries des zones usinées. Cependant, elle est aussi une bonne illustration des limites des modèles mécanistes et suggère l'emploi de modèles entièrement analytiques.

Les modèles empiriques et mécanistes sont avant tout destinés à prédire les efforts de coupe en s'affranchissant des mécanismes régissant la coupe des métaux. Comme l'a montré ce paragraphe, leur structure relativement simple et leur faible flexibilité les rendent plus aptes aux besoins de l'ingénierie qu'aux challenges scientifiques. Les propriétés des matériaux usinés et l'usure des outils, dont l'effet sur les efforts n'est plus à prouver, sont des facteurs généralement négligés par ces modèles. Pour contrebalancer ces faiblesses, les modèles analytiques se basent sur les principes de la coupe des métaux en ne conservant qu'un minimum nécessaire d'empirisme tel que des résultats statistiques.

2.2 Modèles analytiques

Ces modèles sont principalement basés sur des relations tirées de la mécanique, la science des matériaux ou la physique. Leur complexité varie selon l'échelle du problème modélisé, ce qui leur confère un degré de précision variable. S'ils sont destinés en premier lieu à la prédiction des efforts de coupe, ils produisent également souvent des variables intermédiaires telles que des contraintes, déformations, etc. Si le sens physique de ces modèles est mis en avant, ils ne sont généralement pas exempts d'un minimum d'empirisme ou de résultats statistiques nécessaires à la modélisation du procédé multiphysique qu'est l'usinage des métaux.

2.2.1 Cisaillement primaire et lignes de glissement

Le travail pionnier réalisé par Merchant (1944) présente un modèle de coupe orthogonale pour un matériau homogène et isotrope au comportement rigide purement plastique. Dans ce cas, le cisaillement primaire est supposé confiné dans un plan et le mouvement du copeau sur la face de coupe de l'outil est régi par un angle de frottement β. Cette modélisation simplifiée ne permet pas de relations permettant d'évaluer l'influence de paramètres tels que la vitesse de coupe, l'acuité d'arête ou les propriétés mécaniques du matériau usiné. En particulier, le modèle de frottement employé ne reflète pas parfaitement les conditions dans lesquelles le copeau s'écoule. La longueur portante sur la face de coupe n'est d'ailleurs pas considérée comme un paramètre régissant l'intensité des efforts puisqu'elle n'est ni mesurée, ni calculée. Pour négliger l'effet d'indentation, la coupe orthogonale est définie pour une épaisseur coupée h importante et une acuité d'arête fine *i.e.* avec un rapport $\frac{h}{r_\beta} \gg 1$. Ce modèle est habituellement présenté via le cercle des forces visible sur la figure 2.5. Le calcul de l'angle de cisaillement primaire (2.35), paramètre clef du modèle, est fonction de l'angle de coupe γ_n et de l'angle de frottement β. Ce dernier pouvant être déterminé par la relation (2.36) fonction de l'angle de coupe γ_n et des deux composantes d'effort F_t et F_r. La contrainte de cisaillement primaire est déterminée en fonction de ces composantes d'effort, de l'angle de cisaillement primaire ϕ, de l'épaisseur coupée h et de la largeur coupée b (2.37).

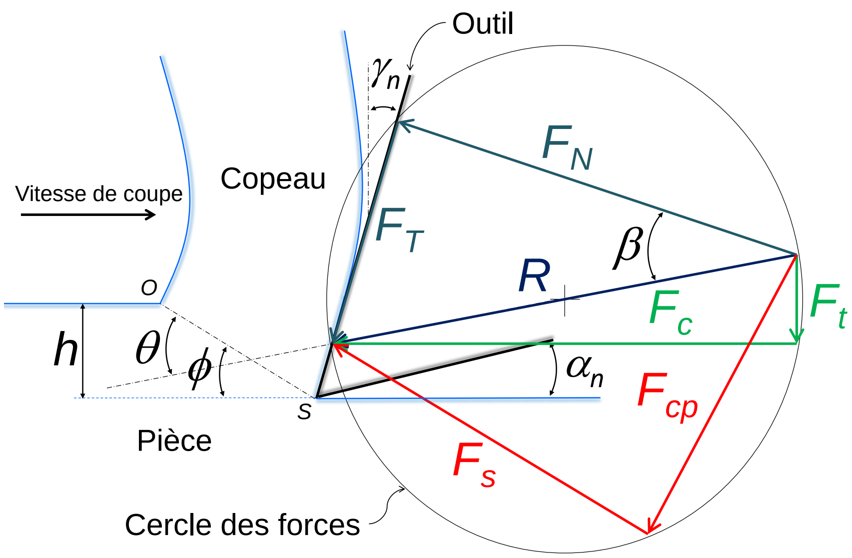


Fig. 2.5 – Modélisation de la coupe d'après Merchant (1944).

$$\phi = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}(\beta - \gamma_n) \tag{2.35}$$

$$\mu = \tan\beta = \frac{F_c + F_t \tan\gamma_n}{F_c - F_t \tan\gamma_n} \tag{2.36}$$

$$\tau = \frac{(F_c \cos\phi - F_t \sin\phi)\sin\phi}{b\,h} \tag{2.37}$$

Ce modèle est difficilement applicable à la superfinition de par ses hypothèses simplificatrices. Premièrement, l'acuité d'arête est considérée parfaite ($r_\beta = 0$). Deuxièmement, l'action de la face de dépouille est totalement négligée. Troisièmement, l'angle de cisaillement primaire ϕ est supposé indépendant de la vitesse de coupe et de l'épaisseur coupée. Enfin, le copeau est considéré comme formé par glissement interne plan et ne suppose pas de discontinuités de type festonnage. Le modèle de Merchant est par conséquent destiné à la modélisation de la coupe sans influence de l'acuité d'arête pour des matériaux peu élastiques et présentant une faible résistance aux frottements.

Comme le montre l'équation (2.37), les modèles analytiques modélisent souvent des paramètres tels que les contraintes et les déformations générées dans la zone de formation du copeau. La bande de cisaillement est soumise à d'importantes contraintes, déformations et vitesses de déformation. Dans la plupart des modèles, la contrainte d'écoulement du matériau usiné est supposée constante pendant le processus de cisaillement plutôt que variant avec les conditions de coupe et la géométrie de la zone de formation du copeau. Cette hypothèse a été observée expérimentalement par Shaw (2005) sur un large éventail de conditions de coupe. Bitans et Brown (1965) ont expliqué que la zone de cisaillement a une épaisseur finie et font l'hypothèse d'un plan de cisaillement équivalent tel qu'illustré par la figure 2.6. Thomsen *et al.* (1965) décrivent l'état de contrainte en compression et cisaillement comme constant dans le plan de cisaillement dans le cas où sa courbure est assez faible. Dans le cas d'une courbure convexe ou concave, la contrainte de compression diminue ou augmente de la surface libre à la pointe de l'outil. Pendant le processus de cisaillement, le matériau usiné est fortement déformé

($\epsilon \approx 1$) sous un taux de déformation élevé ($\dot{\epsilon} \approx 10^5\,\mathrm{s}^{-1}$) produisant une quantité de chaleur importante. La contrainte d'écoulement en cisaillement diminue à mesure que la quantité de chaleur générée est importante. L'écrouissage contribue, pour sa part, à faire augmenter la contrainte d'écoulement du matériau. Les procédés expérimentaux généralement utilisés pour reproduire un tel comportement, afin d'étalonner les modèles, sont des essais de cisaillement dynamiques sur un banc de test équipé de barres d'Hopkinson. Cependant, pour les modèles décrivant les phénomènes à haute température, l'échantillon est habituellement préchauffé, cette étape étant critiquable car en usinage la chaleur est uniquement générée par le processus de cisaillement. Un certain nombre de modèles permettent de traduire le comportement d'un matériau. Le plus usité en usinage est le modèle de Norton-Hoff, basé sur l'écrouissage, pour un taux de déformation et une température fixes

$$\overline{\sigma} = \sigma_1 \, \overline{\epsilon}^n, \tag{2.38}$$

où $\overline{\sigma}$ et $\overline{\epsilon}$ sont, respectivement, la contrainte uniaxiale — efficace — de cisaillement et la déformation du matériau, σ_1 est la contrainte pour une déformation $\overline{\epsilon} = 1$ et n est l'indice d'écrouissage. Lorsque la déformation est supérieure à 1, la loi adopte un comportement linéaire tel que

$$\overline{\sigma} = A + B\,\overline{\epsilon}. \tag{2.39}$$

Les constantes A et B assurent la continuité pour $\overline{\epsilon} = 1$ et sont exprimées comme

$$\begin{aligned} A &= (1-n)\,\sigma_1, \\ B &= n\,\sigma_1. \end{aligned} \tag{2.40}$$

En considérant la contrainte d'écoulement uniforme le long de la bande de cisaillement, la contrainte de cisaillement est alors supposée égale à la contrainte d'écoulement du matériau. Ce modèle est utilisé par Oxley (1998) dans sa théorie des lignes de glissement avec

$$\overline{\tau} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{3}}\,\overline{\epsilon}^n. \tag{2.41}$$

Certains auteurs comme Boothroyd et Bailey (1966) emploient des relations similaires mais fonctions du taux de déformation. Le modèle de contrainte d'écoulement utilisé par Dudzinski et Molinari (1997) et Moufki *et al.* (1998) est une fonction puissance de la déformation en cisaillement $\overline{\gamma}$, du taux de déformation $\dot{\gamma}$ et de la température T pour un matériau rigide isotrope parfaitement plastique

$$\overline{\tau} = \mu_0\,(\gamma - \gamma_p)^n\,\overline{\dot{\gamma}}^m\,\overline{T}^v, \tag{2.42}$$

où γ_p est la pré-déformation du matériau, μ_0 une constante, n l'indice d'écrouissage, m la sensibilité au taux de déformation et v le coefficient d'adoucissement thermique. Ce modèle s'applique sur une zone de cisaillement primaire fine, de sorte que le flux de matière soit unidirectionnel, et un contact outil-copeau décrit par une loi de frottement dépendante de la température et dépourvue de phénomènes de cisaillement. La principale difficulté pour l'utilisation de ce modèle réside dans l'estimation du taux de déformation moyen $\overline{\dot{\gamma}} = V_s/t_s$. La vitesse de cisaillement V_s pouvant être simplement déterminée à partir des vitesses de coupe et d'écoulement du copeau, l'épaisseur de la bande de cisaillement t_s reste souvent une inconnue. La déformation efficace en cisaillement au centre de la bande est généralement exprimée telle que

$$\overline{\gamma} = \frac{\cos\gamma_n}{2\,\sin\phi\,\cos(\phi - \gamma_n)}. \tag{2.43}$$

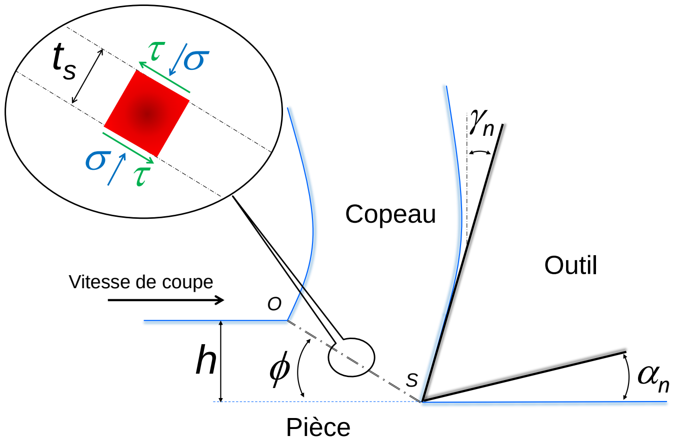


Fig. 2.6 – Etat de contrainte dans la bande de cisaillement.

A partir du critère de Von Mises, la déformation est donnée par

$$\bar{\epsilon} = \frac{\bar{\gamma}}{\sqrt{3}}. \tag{2.44}$$

Le taux de déformation peut alors être calculé via

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{V_c \cos \gamma_n}{t_s \sqrt{3} \cos(\phi - \gamma_n)}, \tag{2.45}$$

où t_s est l'épaisseur de la bande de cisaillement. Dans de nombreux modèles analytiques, la forme des lignes de glissement est nécessaire afin de calculer les contraintes. Le type d'arête influence leur forme, de lignes rectilignes à des lignes de glissement à courbure multiple. Dans tous les cas, les lignes de glissement sont soumises à des chargements de cisaillement et de compression. Le cisaillement est dû à l'action de l'outil sur le matériau usiné sous l'action de la vitesse de coupe tandis que la charge de compression est la conséquence du frottement du copeau sur la face de coupe de l'outil. Selon Dewhurst (1978), la solution de l'état de contrainte n'est pas unique et dépend des conditions aux limites. Certains auteurs ont essayé de calibrer la loi de comportement de Johnson-Cook à partir d'expériences d'usinage (Pujana *et al.*, 2007). Cette loi de comportement est le plus couramment utilisée par les simulations numériques (voir paragraphe 2.3).

Joshi et Melkote (2004) ont développé un modèle de plasticité basé sur le gradient de déformation dans les conditions de la coupe orthogonale. Cette modélisation permet la mise en exergue de l'effet d'échelle. La première étape consiste à déterminer la géométrie de la zone déformée. Dans un deuxième temps, le gradient de déformation y est évalué avant de définir la densité de dislocations géométriquement nécessaires au glissement (Ashby, 1970). Enfin, la résistance du matériau est évaluée. La vitesse de cisaillement V_s est calculée en fonction de la vitesse de coupe V_c et des angles de coupe γ_n et de cisaillement ϕ

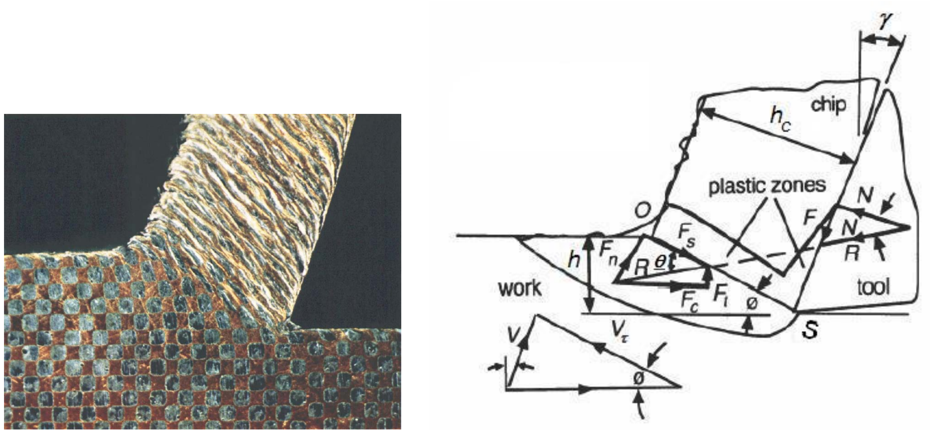
$$V_s = \frac{V_c \cos \gamma_n}{\cos(\phi - \gamma_n)} \tag{2.46}$$

La contrainte de cisaillement est, quant à elle, déterminée par

$$\tau = \tau_0 \sqrt{1 + \frac{\underline{\alpha}^2 G^2 \left\|\vec{b}\right\| \sin \phi}{h \, \tau_0^2}} \tag{2.47}$$

où τ_0 est la résistance au cisaillement, G le module de cisaillement, $\underline{\alpha}$ une constante du matériau d'après Ashby et $\vec{b}$ le vecteur de Burgers du matériau. Globalement, les modèles considérant la contrainte de résistance mécanique du matériau en cisaillement ne sont pas dénués de sens dans les cas où le plan de cisaillement ne présente pas ou peu de courbure comme évoqué par Thomsen *et al.* (1965).

La théorie de Oxley (1998) est basée sur les notions d'écrouissage décrites précédemment. Une étude expérimentale, réalisée à partir d'essais de coupe brusquement interrompue visible figure 2.7a, décrit les lignes de glissement semblables à de légères courbes parallèles à la vitesse d'écoulement du matériau. Le cisaillement primaire n'est donc plus confiné dans un plan et se modélise par une bande délimitée par deux plans parallèles dont le paramétrage est donné figure 2.7b.



(a) (b)

Fig. 2.7 – (a) Zone de formation du copeau d'après Stevenson et Oxley (1970) et (b) modélisation de la coupe d'après Oxley (1989).

L'outil possède une arête vive et la résultante des efforts est déterminée par

$$R = \frac{F_s}{\cos\theta} = \frac{\overline{\tau}\, b\, h}{\sin\phi\, \cos\theta}, \tag{2.48}$$

où $\overline{\tau}$ est la contrainte d'écoulement en cisaillement dans la bande de cisaillement OS calculée à partir de l'équation (2.41) et θ est l'angle entre la force résultante R et l'effort de cisaillement F_s. Cet angle est calculé de manière à respecter l'équilibre des contraintes le long de la bande de cisaillement pour un angle de cisaillement $0 < \phi < \pi/4$ tel que

$$\tan\theta = 1 + 2\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) - C\, n, \tag{2.49}$$

avec n l'indice d'écrouissage de l'équation (2.38) et C une constante empirique provenant de la relation suivante (Oxley et Hastings, 1977).

$$\dot{\gamma} = \frac{C\, V_s \sin\phi}{h} \tag{2.50}$$

Ces relations permettent d'obtenir une estimation des contraintes hydrostatiques aux limites de la bande de cisaillement

$$P_O - P_S = 2\, C\, n\, \overline{\tau}, \tag{2.51}$$

où P_O et P_S sont les contraintes hydrostatiques, respectivement, en pointe d'outil et au niveau de la surface libre. Dans le cas d'un outil rayonné, la pression P_S est appliquée au point de stagnation et la ligne de glissement est orientée d'un angle de $\pi/4$ (Enahoro et Oxley, 1966). En supposant que la ligne de glissement est tournée d'un angle de $\pi/4 - \phi$ à l'approche de la surface libre, la pression P_O est calculée par

$$P_O = \overline{\tau}\left(1 + 2\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right)\right). \tag{2.52}$$

Les efforts normal et coplanaire à la bande de cisaillement sont alors liés par la relation suivante

$$F_n = F_s\left(1 + \frac{\pi}{2} - 2\,\phi - C\,n\right), \tag{2.53}$$

où l'effort de cisaillement est basiquement calculé via

$$F_s = \frac{\overline{\tau}\,b\,h}{\sin\phi}. \tag{2.54}$$

Cette modélisation est dans son ensemble une approche multiphysique, car elle propose également une estimation des températures [d].

Le paramètre clef des modèles analytiques est l'angle de cisaillement primaire ϕ. Sa prédiction n'est pas aisée. Cet angle est habituellement calculé analytiquement via

$$\tan\phi = \frac{h\,\cos\gamma_n}{h_c - h\,\sin\gamma_n} \tag{2.55}$$

où h et h_c sont les épaisseurs de copeau avant et après déformation, et γ_n l'angle de coupe dans le plan P_n [e]. Cette formulation est une évidence géométrique qui nécessite de connaître au préalable l'épaisseur h_c prise par le copeau. Le modèle de Zvorykin (1893) est une des plus ancienne formulation de l'angle de cisaillement. Basée sur l'énergie minimale, sa formulation lie l'angle ϕ aux angles de coupe γ_n et de frottement β.

$$\phi = A_1 + A_2\,(\gamma_n - \beta) \tag{2.56}$$

Il est intéressant de remarquer que la relation (2.35) est similaire à la relation (2.56). Merchant s'étant également basé sur le principe de l'énergie minimale, son analyse a permis d'étalonner les constantes telles que $A_1 = \pi/4$ et $A_2 = 1/2$. Plus tard, Lee et Shaffer (1951) ont publié la formulation suivante de l'angle de cisaillement basé sur les mêmes considérations pour une zone plastique de forme triangulaire

$$\phi = \frac{\pi}{4} + (\gamma_n - \beta)\,. \tag{2.57}$$

Cette relation diffère de celle de Merchant par le coefficient A_2 unitaire. Certaines études conduites par Thomsen *et al.* (1965), Molinari et Moufki (2008) et Moufki *et al.* (1998) ont montré que la relation de Zvorykin est adaptée à la modélisation de l'angle de cisaillement, bien qu'utilisant des coefficients différents que ceux publiés par Merchant et Lee et Shaffer, y compris dans le cas d'épaisses zones plastiques (Bitans et Brown, 1965). Selon Shaw (2005), une analyse dimensionnelle révèle l'angle de cisaillement comme une fonction de l'angle de coupe normal γ_n et de l'angle de frottement β. Si cette formulation est la plus fréquemment rencontrée, d'autres approches ont été publiées. Une formulation attribuée à Merchant [f]

d. Aspect non exposé dans ce mémoire.

e. Les différents plans définissant la géométrie de l'outil sont illustrés en annexe A-1.

f. L'article original n'a pas été consulté, se référer à Shaw (2005).

considère que la contrainte de cisaillement est liée linéairement à la contrainte normale de la façon suivante

$$\tau_s = \tau_0 - K\,\sigma_s, \tag{2.58}$$

et fournit certaines valeurs de K pour une sélection de couples de matériaux usinant/usiné. Ce modèle est le plus conforme selon Shaw (2005) mais ne satisfait pas les observations expérimentales d'après Zorev (1966). Comme le fait entendre Zorev (1966), ces relations ne tiennent absolument pas compte de l'influence de la vitesse de coupe ou du taux de déformation. Ces modèles s'affranchissant des propriétés mécaniques du matériau usiné, Oxley (1962), conformément au reste de son approche, considéra l'écrouissage du matériau pour la détermination de l'angle de cisaillement primaire. Les résultats obtenus via cette méthode furent représentatifs des observations expérimentales. La distribution de contraintes dans la bande de cisaillement est liée à l'angle de cisaillement de manière à ce que la résultante des efforts soit représentative du coefficient de frottement appliqué, soit

$$\sigma_O = \tau_{OS}\left(1 + 2\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right)\right), \tag{2.59}$$

$$\sigma_S = \tau_{OS}\left(\frac{\cos\left(2\,(\phi - \gamma_n)\right)}{\tan\beta} - \sin\left(2\,(\phi - \gamma_n)\right)\right), \tag{2.60}$$

$$\tan\left(\phi + \beta - \gamma_n\right) = \frac{3\,\sigma_O + \sigma_S}{4\,\tau_{OD}}. \tag{2.61}$$

Les contraintes hydrostatiques σ_O and σ_S sont fonctions de la contrainte de cisaillement τ_{OS} sous l'hypothèse d'une distribution linéaire le long de OS, comme l'indique la figure 2.5. L'angle $\theta = \phi + \beta - \gamma_n$ entre la résultante R et le plan de cisaillement est donné par l'équation (2.61) dont le membre de gauche est tiré d'observations géométriques. En conséquence, les équations (2.59), (2.60) et (2.61) sont suffisantes pour déterminer l'angle ϕ. Arsecularatne et Mathew (2000) attestent que cette solution est conforme aux données expérimentales. Plus anecdotique, le modèle de Sata (1963),

$$\cos\phi = \cot\theta + \frac{\cos\theta}{4\,\sin\left(\theta + \gamma_n\right)}\,\frac{\tau}{\tau_f}\,\frac{L_{c,R}}{h}, \tag{2.62}$$

se révèle peu exploitable car employant des variables généralement déterminées en aval de la prédiction de l'angle ϕ. Rubenstein (1983) propose une analyse de la coupe oblique, toujours dans le cas d'un copeau continu (figure 2.8). Dans cette configuration, l'angle de cisaillement primaire dans le plan P_n peut être calculé par

$$\cot\phi_n = \cot\phi_o\,\cos\lambda_s - \tan\gamma_n\,\left(1 - \cos\lambda_s\right) \tag{2.63}$$

où ϕ_o représente l'angle ϕ, calculé en coupe orthogonale via la relation (2.55), et λ_s l'angle d'obliquité d'arête.

Différentes formulations existent pour prédire l'angle de cisaillement primaire ϕ, ce qui indique qu'il ne semble pas exister de solution unique. Le copeau est généré par un procédé de cisaillement sensible aux propriétés du contact sur la face de coupe, ceci expliquant l'omniprésence des paramètres γ_n et β dans les modèles les plus courants. Pour les vitesses de coupe V_c les plus faibles, une arête rapportée est souvent formée, ceci expliquant l'incompatibilité de certains modèles. En ce qui concerne les métaux écrouissables, l'approche proposée par Oxley (1962) semble la plus adaptée. Cependant, Hill (1954) et Dewhurst (1978) contestent l'hypothèse d'une solution unique et rappellent l'importance des conditions initiales.

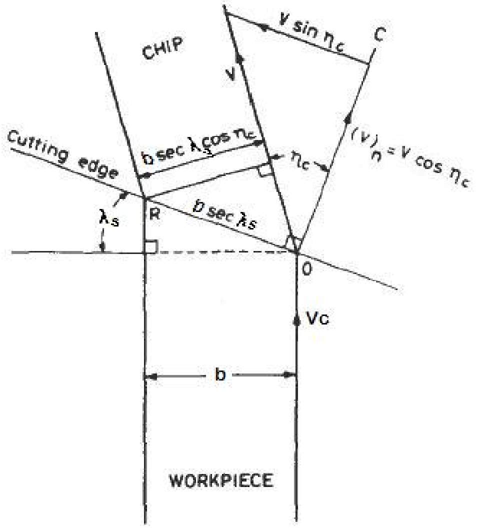


Fig. 2.8 – La coupe oblique d'après Rubenstein (1983).

2.2.2 Contact sur la face de coupe

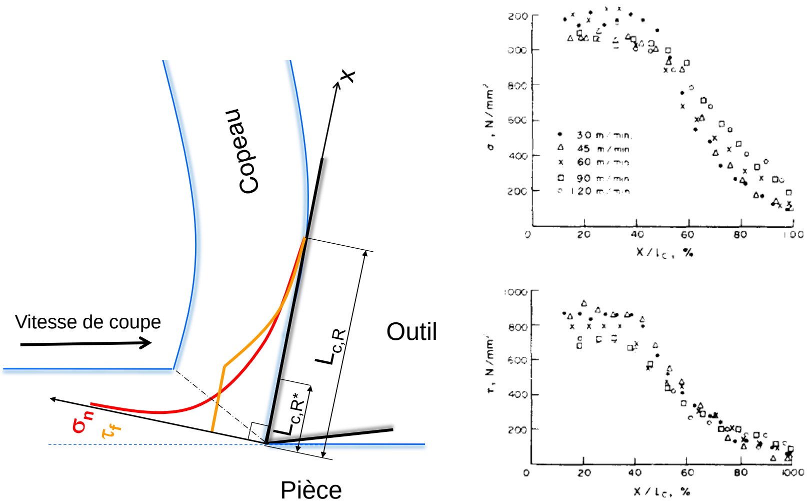
Parmi les grandeurs modélisées analytiquement, se trouvent les contraintes exercées au niveau du contact entre l'outil et la matière. Ce chargement est l'image des efforts appliqués sur l'outil, générés par le procédé de cisaillement, l'effet d'indentation et le frottement. Dans son modèle, Oxley (1998) suppose une distribution uniforme des contraintes appliquées sur la face de coupe de l'outil. En conséquence, la résultante R des efforts s'applique au centre de la zone de contact outil-copeau de longueur $L_{c,R}$. Cette hypothèse simplifie grandement le modèle. En raison de l'écoulement du matériau à vitesse variable, le long de la face de coupe, le coefficient de frottement varie selon le point de contact, en particulier au niveau du rayon d'arête. Généralement, la distribution des contraintes sur la face de coupe est modélisée par une fonction décroissante le long de $L_{c,R}$ avec un maximum en pointe d'outil par

$$\sigma_n(x) = \sigma_{max}\left(1 - \frac{x}{L_{c,R}}\right)^n \tag{2.64}$$

$$\tau_f(x) = \begin{cases} \tau_p & \text{si } \mu\,\sigma_n \geq \tau_p \text{ et } 0 < x \leq L_{c,R}* \\ \mu\,\sigma_n(x) & \text{si } \mu\,\sigma_n < \tau_p \text{ et } L_{c,R}* < x \leq L_{c,R} \end{cases}, \tag{2.65}$$

dont la représentation est donnée figure 2.9. La longueur notée avec le symbole « * » correspond à la longueur de contact dans la zone d'adhésion et non la longueur totale du contact outil-copeau. Pour définir la frontière entre les deux longueurs $L_{c,R}*$ et $L_{c,R}$, l'approche expérimentale est souvent nécessaire, soit par la mesure des traces laissées sur l'outil comme Ackroyd *et al.* (2003), soit par la mesure expérimentale directe des contraintes comme Barrow *et al.* (1982) et Buryta *et al.* (1994). Durant leurs observations, Barrow *et al.* ont noté la présence d'un palier auquel la contrainte en pointe d'outil reste maximale, suggérant un frottement important. Une autre observation menée par Artozoul *et al.* (2010) et basée sur la mesure de températures et de simulations numériques révéla un profil de contraintes similaire. Cahuc *et al.* (2001) considèrent ce palier de contrainte maximale dans leur modèle. Les contraintes sont obtenues via l'état de contrainte de la bande de cisaillement par

$$\sigma_n(x) = \begin{cases} P_S & \text{if } 0 \leq x \leq k\,L_{c,R} \\ \frac{P_S}{1-\overline{\tau}}\,\frac{L_{c,R}-y'}{L_{c,R}} & \text{if } k\,L_{c,R} < x \leq L_{c,R} \end{cases}. \tag{2.66}$$



(a) (b)

Fig. 2.9 – (a) Distribution classique des contraintes sur la face de coupe et (b) leur mesure expérimentale d'après Barrow *et al.* (1982).

La contrainte de frottement est exprimée par

$$\tau_f(x) = \begin{cases} \tau_p & \text{if } 0 \le x \le k\,L_{c,R} \\ \frac{\tau_p}{1-\bar{\tau}}\,\frac{L_{c,R}-y'}{L_{c,R}} & \text{if } k\,L_{c,R} < x \le L_{c,R} \end{cases}. \tag{2.67}$$

La présence d'une préparation d'arête du type rayonnée complique le modèle de répartition de contraintes. De plus, l'hypothèse d'un coefficient de frottement, au sens de Coulomb, constant est critiquable comme le rappellent Haglund *et al.* (2008). Certaines adaptations sont néanmoins possibles telles qu'une loi de frottement au sens de Coulomb à contrainte limitée ou empirique. La théorie de Coulomb affirme que le frottement est le résultat de l'adhérence ou de l'interaction de deux corps nécessitant un effort tangentiel pour glisser. Le modèle étendu définit une contrainte critique à partir de laquelle le glissement se produit. Cette contrainte est souvent estimée égale à $\tau_{crit} = \sigma_y/\sqrt{3}$ où σ_y est la contrainte limite d'élasticité du matériau. Si de nombreux modèles existent, aucun n'est aujourd'hui capable de prédire efficacement ces phénomènes. Au-delà de l'utilisation d'un unique coefficient de frottement, il est possible de diviser la zone de frottement en deux parties soumises à différents coefficients de frottement, toujours au sens de Coulomb. Il est également possible de considérer un coefficient de frottement dépendant de la température. En effet, la température modifie les propriétés rhéologiques de la matière. Toutes ces distributions sont associées à une longueur de contact entre l'outil et le copeau. Oxley (1998), dans son modèle d'efforts, détermine le moment d'équilibre en pointe d'outil et en extrait la relation suivante de la longueur de contact

$$L_{c,R} = \frac{h\,\sin\theta}{\cos\beta\,\sin\phi}\left(1 + \frac{C\,n}{3\,\left(1 + 2\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) - C\,n\right)}\right). \tag{2.68}$$

Toropov et Ko (2003) proposent deux formulations, données en équation (2.69) et (2.70), de la longueur de contact basées sur l'épaisseur du copeau après déformation.

$$L_{c,R^*} = h_c\,(1 - \tan\gamma_n) + \frac{h}{\cos\gamma_n} \tag{2.69}$$

$$L_{c,R} = 2\, h_c \tag{2.70}$$

Cette considération de l'épaisseur h_c dans la modélisation de la longueur $L_{c,R}$ se justifie par la capacité de flexion, *i.e.* le rayon de courbure, du copeau. Ce rayon d'enroulement est conditionné par la répartition des contraintes générées dans le copeau par l'action de la face de coupe comme l'explique Kudo (1965). Par conséquent, les modèles faisant intervenir l'angle de frottement outil-copeau sont les plus physiquement représentatifs. Ce lien est également présent dans la modélisation proposée par Woon *et al.* (2008),

$$L_{c,R} = \zeta_1\, h_c - \zeta_2\, h. \tag{2.71}$$

Moufki *et al.* (1998) proposent une formulation analytique issue de leur modèle de frottement. Cette formulation fait intervenir le paramètre ξ gouvernant la variation de pression à l'interface — valeur en exposant du modèle de répartition de la pression sur la face de coupe.

$$L_{c,R} = h\, \frac{\xi + 2}{2}\, \frac{2\, \sin(\phi + \beta - \gamma_n)}{\sin\phi\, \cos\beta} \tag{2.72}$$

Li et Liang (2007) proposent également une modélisation basée sur l'équilibre des forces de frottement selon la direction d'écoulement à l'interface outil-copeau en fonction de l'épaisseur coupée h, de l'angle de cisaillement primaire ϕ, de l'angle de frottement β et de l'angle de coupe γ_n.

$$L_{c,R} = \frac{h}{\sin\phi}\, \frac{\sin\beta}{\cos(\beta - \gamma_n + \phi)} \tag{2.73}$$

Certains modèles de frottement mentionnent une vitesse de glissement V_g variable le long de la face de coupe. D'après les simulations numériques réalisées par Bonnet *et al.* (2008), la vitesse est, par définition, nulle au point de stagnation mais également sur toute la longueur du rayon d'arête. Puis V_g augmente jusqu'à la fin de la longueur $L_{c,R}$ pour atteindre la vitesse d'écoulement du copeau ($V_g(L_{c,R}) = h/h_c\, V_c$) et atteint la vitesse de coupe à la fin de la longueur $L_{c,C}$.

2.2.3 Modélisation de l'effet d'indentation

L'usinage de superfinition tout comme le micro-usinage produisent un important effet d'échelle. L'épaisseur coupée h étant du même ordre de grandeur que le rayon d'arête r_β, la matière se sépare en un point défini de l'arête. L'une des premières modélisation de ce phénomène figure dans les travaux d'Albrecht (1960) pour qui le rayon de raccordement r_β est supposé proportionnel à l'angle de taillant [g]. Il fait l'hypothèse de l'existence d'un point de stagnation situé sur ce rayon et matérialisant la limite de séparation de la matière entre la formation du copeau et la surface usinée de la pièce. Selon Albrecht, plus l'angle de cisaillement ϕ est faible, plus la quantité de matière destinée à former le copeau est grande, ce qui est traduit par le biais de l'épaisseur h_c du copeau. La figure 2.10 montre que si l'outil n'est pas repoussé, la matière en contact le long de BC doit s'écouler autour du point de stagnation S, *i.e.* dans le copeau et dans la pièce.

La résultante des efforts appliqués sur la face de coupe — de longueur AB — est appelée Q, celle des efforts sur le rayon BC est appelée P. Leurs composantes dans les directions tangentielle et radiale sont notées respectivement avec les indices t et r. Le coefficient de frottement au sens de Coulomb est donné par

$$\mu_Q = \frac{(F_t - P_t) + (F_t - P_t)\, \tan\gamma}{(F_t - P_t) + (F_r - P_r)\, \tan\gamma} \tag{2.74}$$

g. Cet angle est égal à $\pi/2 - \gamma_n - \alpha_n$.

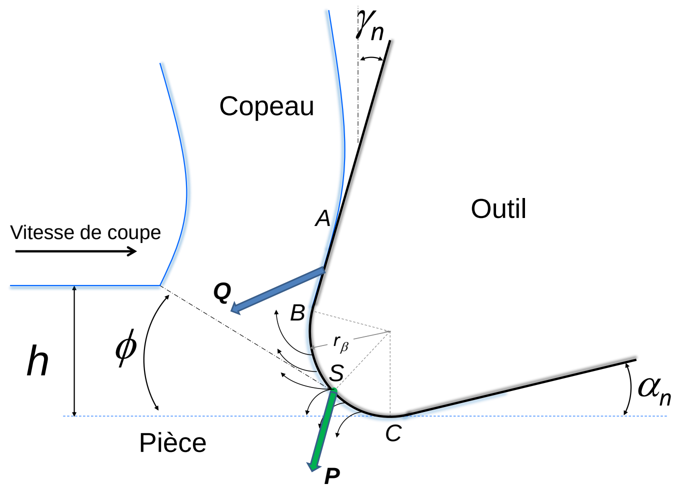


Fig. 2.10 – Modélisation de la coupe d'après Albrecht (1960).

avec

$$\begin{cases} F_r &= Q_r + P_r \\ F_t &= Q_t + P_t \end{cases} \tag{2.75}$$

La composante P est obtenue par extrapolation des efforts à épaisseur coupée nulle. Cette méthode suppose que l'effet d'indentation est constant lorsque h est important et que l'effort de cisaillement est indépendant de l'épaisseur coupée. Si la première hypothèse est pertinente, la seconde suggère que la contrainte d'écoulement est constante. Comme expliqué dans un précédent paragraphe, cette contrainte est fonction de la déformation, elle même dépendante de l'angle de coupe γ_n. Lorsque l'épaisseur coupée h est du même ordre de grandeur que le rayon d'arête r_β, l'angle de coupe équivalent doit être considéré. Par conséquent, la contrainte d'écoulement est modifiée et l'effort de cisaillement devient dépendant de h.
Suite à ses essais, Albrecht conclut que :

- les résultantes P et Q sont indépendantes et agissent simultanément ;
- à haute vitesse, l'intensité de P diminue car le frottement dû à la diminution de l'arête rapportée est réduit (si Q est constant).

Cette approche indique clairement qu'une fraction importante des efforts peut être générée par le rayon d'arête r_β.

Certains modèles utilisent la mécanique de l'indentation à partir de la surface projetée de l'interférence outil copeau. La modélisation proposée par Waldorf *et al.* (1999) utilise, dans le cas d'un point de stagnation, le module d'élasticité E du matériau ainsi que son coefficient de Poisson ν garantissant un certain sens physique. La pression exercée par l'outil sur la pièce, purement élastique, est supposée elliptiquement répartie à l'interface selon la direction du plan P_o telle que

$$p(x) = \frac{2\,P}{\pi\,a\,b} \left| 1 - \frac{x}{a} \right| \tag{2.76}$$

avec

$$P = \frac{\pi\,a^2\,E}{4\,(1-\nu^2)\;r_\beta}\,b \tag{2.77}$$

La largeur du contact étant égale à $2\,a$ et x étant le repère local, la position $x = 0$ correspond à l'aplomb du contact où la pression atteint son maximum. Dans le cas d'une zone morte le paramètre a est défini par

$$2\,a = \sqrt{\left(r_\beta\,\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\gamma_n}{2}\right)+\frac{h_S}{\tan\left(\pi/2+\gamma_n\right)}\right)^2 + h_S^2}. \tag{2.78}$$

La plupart des modèles traitant de l'effet d'indentation sont basés sur l'épaisseur de matière indentée. Cette épaisseur est alors définie comme la couche d'épaisseur h_S entre le point de stagnation S et la surface idéalement générée. Vogler *et al.* (2003) ont réalisé une analyse fréquentielle d'essais de fraisage. Ils ont noté la présence d'une fréquence inférieure à celle du passage des dents lorsque les conditions de coupe donnaient des valeurs de h inférieures à h_S. Cette fréquence trouve son origine dans le fait qu'un copeau ne se forme pas pour chaque passage d'une dent. En fait, la matière est refoulée jusqu'à atteindre une épaisseur suffisante pour former un copeau, ceci produisant donc un effort plus important à une fréquence inférieure à celle du passage des dents. D'après L'Vov (1969), et plus tard Waldorf *et al.* (1999), cette épaisseur est définie géométriquement par

$$h_S = r_\beta\,(1-\cos\theta_S)\,, \tag{2.79}$$

où θ_S est la position angulaire du point S (voir sur la figure 1.4a). Pour évaluer cet angle, Ikawa *et al.* (1991) ont réalisé des simulations en dynamique moléculaire de nano-usinage de cuivre à l'outil diamant et ont identifié $\cos\theta_S \approx 0.9$. Cette valeur a été reprise par Knüfermann (2003) pour le tournage dur de composants optiques tandis que les simulations numériques de Lai *et al.* (2008) sur l'usinage du cuivre OFHC à l'outil carbure annoncent $\cos\theta_S = 0.75$ avec un angle de coupe de 10°. Une approche tout autant empirique de Kragelskii (1965) estime l'angle θ_S dépendant de l'angle de frottement β via la relation

$$\theta_S = -\arcsin\left(1.69\,\left(\beta^2 - 0.863\,\beta - 0.405\right)\right), \tag{2.80}$$

tandis que Son *et al.* (2005) l'évalue analytiquement par

$$\theta_S = \pi/4 - \beta/2, \tag{2.81}$$

la fraction de matériau formant le copeau étant considérée comme purement plastique et celle s'écoulant sous la face de dépouille, purement élastique. Dans ce cas, l'effet du frottement aux interfaces, comme peut le mettre en évidence l'essai de l'anneau en forge, a été pressenti pour expliquer la valeur de l'épaisseur h_S. Pour leur part, Liu *et al.* (2006) définissent cette épaisseur à partir de l'état de contrainte local basé sur une approche thermo-mécanique du micro-usinage. Selon eux, le rapport entre l'épaisseur coupée h_S et le rayon d'arête est une condition marquant la frontière entre l'indentation et la génération de copeaux et pouvant être déterminée par l'équation de Kragelskii-Drujuanov

$$h_s = r_\beta\left(\frac{1}{2}-\frac{\tau_a}{\sigma}\right), \tag{2.82}$$

où σ est la contrainte d'écoulement telle que définie par l'équation (2.38) et τ_a représente la résistance au cisaillement de la jonction adhésive. Ce paramètre propre au matériau usiné est calculé via une équation de Clausius–Clapeyron fonction de la température

$$\tau_a = \frac{0.427}{3}\,L_f\,\rho\,\ln\frac{T_f}{T_2}, \tag{2.83}$$

où L_f est la chaleur latente de fusion du matériau (J/kg), ρ sa masse volumique (kg/m^3), T_f sa température de fusion et T_2 la température de l'interface outil-copeau. Pour vérifier

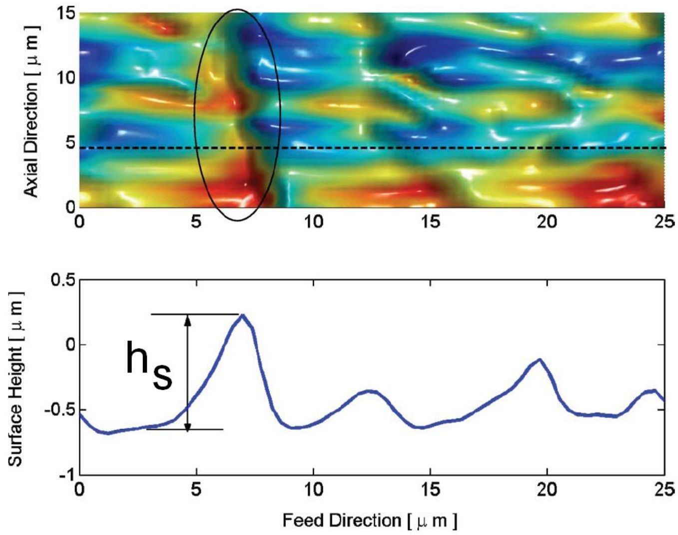


Fig. 2.11 – Détermination de l'épaisseur non coupée h_S d'après Liu *et al.* (2006).

les valeurs de h_S, les auteurs proposent de mesurer la hauteur de crête du profil laissée après le passage de la fraise usinant en opposition comme montré par la figure 2.11. Bien entendu, cette mesure n'est correcte que pour un matériau purement élastique. En dépit de son apparente simplicité, la principale difficulté réside dans l'estimation de la température T_2, cette dernière n'étant pas distribuée de manière uniforme sur la face de coupe comme l'explique Trent (1988b). Les résultats de cette étude ont cependant montré l'influence directe du rayon d'arête mais également de la vitesse de coupe sur l'épaisseur h_S dans le cas des aciers en raison de l'aptitude à l'écrouissage de ce matériau et de son adoucissement thermique. Les résultats de cette étude n'ont par ailleurs montré aucun effet sur les alliages d'aluminium — matériaux de structure cubique face centrée comme le cuivre — en raison des effets de l'écrouissage et de l'adoucissement thermique censés s'annuler. Endres *et al.* (1995a), définissent h_S à partir d'une loi puissance empirique, en séparant l'effort d'indentation des efforts mesurés expérimentalement. L'approche proposée par Yuan *et al.* (1996) permet d'extraire l'angle θ_S des efforts, dans le cas où $h = h_S$, avec

$$\theta_S = \arctan \frac{F_c - \mu\, F_t}{\mu\, F_c + F_t}. \tag{2.84}$$

Définir l'épaisseur indentée comme égale à h_S peut paraître simpliste. La définition de l'épaisseur indentée δ donnée par Manjunathaiah et Endres (2000) est une fonction de l'épaisseur h_S — telle que définie par Waldorf *et al.* (1999) —, de l'angle de cisaillement ϕ et de l'angle ψ entre la limite basse de la zone déformée et la direction de coupe visible sur la figure 1.4b.

$$\delta = \frac{(h - h_S)\cot\phi + r_\beta \sin\theta - h}{1 + \cot\psi} \tag{2.85}$$

Cette expression n'est valable que dans le cas d'une zone morte où la géométrie de l'outil est plus « affutée ».

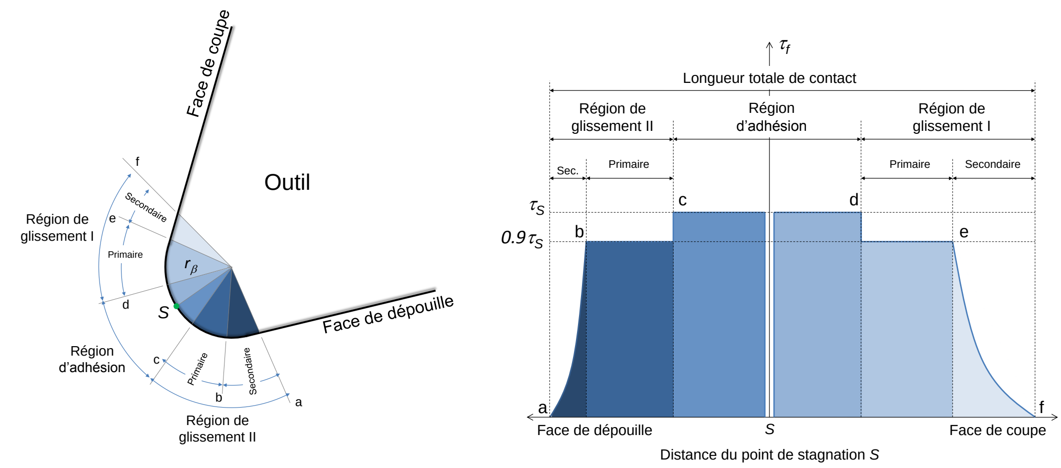
Si la méthode d'extrapolation des efforts, telle qu'employée par Albrecht, est la plus courante, l'approche de Connolly et Rubenstein (1968) est parfois rencontrée. Les forces résultant de l'effet d'indentation sont fonctions de la pression hydrostatique P_p à l'interface outil-pièce, de l'aire du contact projetée dans le plan de la surface générée et du coefficient de frottement μ dans le cas d'un retour de matière complet en aval de l'outil.

$$\begin{aligned} F_{c,C} &= P_p\, r_\beta \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_S\right) + \frac{1-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta_S\right)}{\cos\alpha_n} \right) b \\ F_{t,C} &= \mu\, P_p\, r_\beta \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_S\right) + \frac{1-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta_S\right)}{\cos\alpha_n} \right) b \end{aligned} \tag{2.86}$$

Aucune procédure n'est donnée pour estimer la pression P_p et le coefficient de frottement μ. La pression P_p devrait être la pression moyenne, mais les résultats expérimentaux ne satisfont pas le comportement théorique suggéré par les lois mécaniques de l'indentation et du rayage. La modélisation de l'effet d'indentation est parfois fondée sur ces mécaniques. Challen et Oxley (1984) proposent un modèle de type lignes de glissement étendu aux matériaux non écrouissables. Une particule circulaire, pouvant représenter un outil émoussé, frotte sur le matériau usiné. Ce processus génère une aspérité en forme de coin à partir de laquelle un copeau peut être extrudé. Le contact entre l'aspérité et la particule est modélisé par une corde pour l'aspérité simple et une double corde dans le cas de la production d'un copeau. Le modèle à double corde est le plus adapté pour la coupe, plus spécifiquement dans le cas du micro-usinage, et considère un point de stagnation. La théorie de Hertz du contact élastique a été proposée par certains auteurs mais reste difficile à justifier en raison de la plasticité importante résultant de l'effet d'indentation. La théorie de Wu (1988) considère l'effort de pénétration sur la face en dépouille $F_{t,C}$ comme une fonction de la force volumique de contact K_p et du volume d'interaction V_i, la composante d'effort de coupe $F_{c,C}$ résultant du produit du coefficient de frottement μ avec $F_{t,C}$. Ce volume est calculé à partir de relations géométriques en supposant un retour complet du matériau usiné et une profondeur indentée h_S. La mécanique de l'indentation (2.87) donne une estimation du volume déplacé par un indenteur cylindrique rigide sans frottements sous charge statique F_i en fonction de la profondeur affectée élasto-plastiquement h_S et les constantes d'élasticité du matériau que sont le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν. Le ratio de V_i à F_i est égal à la force volumique de contact K_p. De par la forme de l'outil et la vitesse de coupe, l'indentation statique avec un cylindre ne peut fournir de résultats comparables à l'expérimentation en usinage.

$$V_i = 1.29\, F_i \frac{1-2\,\nu}{E}\, h_S \tag{2.87}$$

La longueur $L_{c,C1}$ est calculée à partir de relations géométriques et la constante C_A est obtenue en utilisant la méthode d'Albrecht pour déterminer la force sur la face en dépouille. Woon *et al.* (2008) ont effectué des essais d'usinage et des simulations numériques pour évaluer la position du point de stagnation S. Sa position est fixée à $\theta_S = 58.5° \pm 0.5°$ pour $2 < h < 20$ µm. La distribution des contraintes est calculée sur les faces de coupe et de dépouille, la contrainte de frottement est nulle au point de stagnation ($V_g(S) = 0$) comme décrit par la figure 2.12. Pour chaque face, trois zones sont identifiées. La première zone correspond à la longueur de contact de la bande de cisaillement centrée sur S. C'est une région soumise à un frottement d'adhésion en raison des pressions élevées induites par le processus de cisaillement. La deuxième zone est située entre la fin de la première zone et les surfaces planes — de coupe et dépouille —, *i.e.* la surface du rayon d'arête qui n'est pas dans la zone de cisaillement. Dans cette zone, les contraintes sont supposées atteindre 80 à 90% de la contrainte maximale. La troisième zone est située sur les faces de coupe et de dépouille et s'achève lorsque le copeau et la surface usinée ne sont plus en contact avec l'outil. Pour le cas d'une zone morte, les règles de la mécanique de l'indentation plane peuvent être employées. Les modèles sont basés sur les lignes de glissement, développées par Hill (1954), obtenues avec un indenteur plan (Shaw, 1982) et un indenteur conique (Grunzweig *et al.*, 1954). L'hypothèse d'un contact sans frottement est souvent faite afin de



(a) (b)

Fig. 2.12 – (a) Zonage de l'outil et (b) distribution de la contrainte de frottement d'après Woon *et al.* (2008).

simplifier l'orientation des lignes de glissement. Dans ce cas, les lignes de glissement obtenues avec un indenteur plan atteignent ce dernier en formant un angle de $\pi/4$ et tournent de $\pi/2$. La pression s'exerçant sur l'indenteur, pour un matériau rigide parfaitement plastique, est égale à

$$\sigma = \tau\ (2 + \pi)\,. \tag{2.88}$$

Waldorf *et al.* (1999) indiquent que multiplier τ par 5.5 est représentatif d'un contact élasto-plastique. L'angle ψ calculé via l'équation (1.1) est relativement faible pour garantir l'hypothèse d'un indenteur plan. L'équation (2.88) est valable pour un contact sans frottements, une composante d'effort de frottement donnée par $\tau = \mu\,\sigma$ est alors ajoutée. Ce modèle est valable lorsque le matériau usiné ne produit pas de retour en aval du passage de l'outil (figure 2.13). La pression de contact donnée par l'équation (2.88) est uniforme. De par les configurations des lignes de glissement qui forment la bande de cisaillement et la surface libre, *i.e.* la surface usinée, le problème n'est pas symétrique. Par conséquent, l'équation (2.88) est une modélisation idéaliste de l'effet d'indentation. Dans le modèle proposé par Waldorf *et al.* (1998), la bande de cisaillement primaire est définie à partir de considérations géométriques et tribologiques. La contrainte de frottement, basée sur le critère de Von Mises, est supposée proportionnelle au flux de matière. Les contraintes de cisaillement sont déterminées à partir de l'équilibre des forces et de leur partition sous l'influence de la zone morte.

Par ce modèle, ils ont remarqué que l'état plan de déformation se dégrade avec l'augmentation du rayon d'arête r_β. Les travaux de Venkatachalam et Liang (2007) sur les frottements à l'échelle du micro-usinage montrent l'existence de différents coefficients selon les surfaces de frottement (A_γ, $A_\alpha\ldots$). La composante de frottement issue de l'effet d'indentation dépend des dimensions de la zone d'indentation. Pour les très petites zones, le coefficient de frottement peut être exprimé par

$$\mu_p = \frac{4\,a}{3\,\pi\,r_\beta} \tag{2.89}$$

où a est la longueur entre l'intersection de l'outil avec la surface de la pièce et l'axe matérialisant le centre de la zone d'indentation tel qu'illustrée par la figure 2.14, *e.g.* la distance correspondant au rayon mesuré sur l'empreinte projetée issue d'un essai de dureté Brinell.

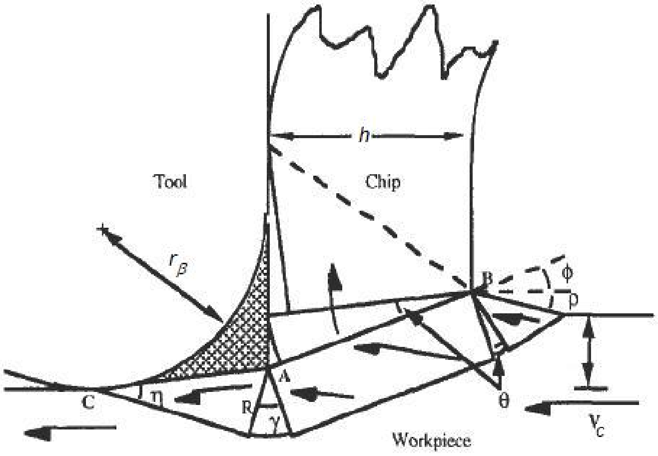


Fig. 2.13 – Modélisation de la coupe d'après Waldorf *et al.* (1998).

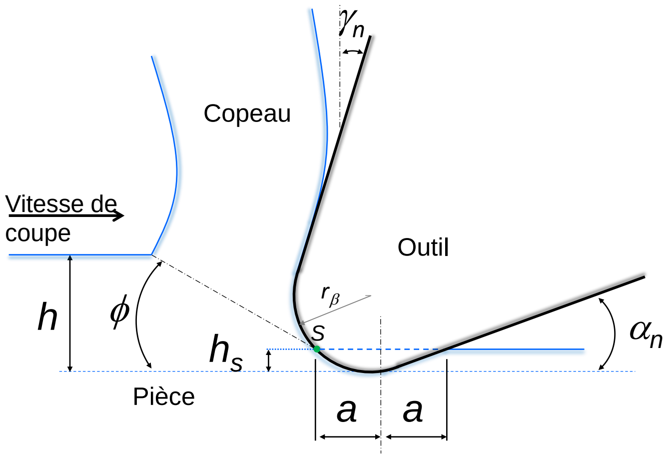


Fig. 2.14 – Illustration de la longueur de contact a de l'équation (2.89).

Pour une zone plus importante, le coefficient de frottement s'exprime par

$$\mu_p = \frac{2}{\pi}\left[\left(\frac{2\,r_\beta}{a}\right)^2 \arcsin\left(\frac{a}{2\,r_\beta}\right) - \sqrt{\left(\frac{2\,r_\beta}{a}\right)^2 - 1}\right]. \tag{2.90}$$

Cependant, ces modèles ont été développés dans le cas d'un frottement sphère–plan. Pour les cas rencontrés en usinage, Venkatachalam et Liang (2007) proposent un modèle pour un frottement de type cylindre–plan

$$\mu_p = \sqrt{\frac{\frac{h}{r_\beta}}{2 - \frac{h}{r_\beta}}}. \tag{2.91}$$

La face de coupe étant souvent soumise à un frottement dû à l'adhésion de la matière, les auteurs proposent, de plus, l'équation (2.92) dans le cas d'une sphère et (2.93) dans le cas d'un plan,

$$\mu_a = \frac{\tau}{\pi\,H}\left(\frac{2\,r_\beta}{a}\right)^2\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{a}{2\,r_\beta}\right)^2}\right], \tag{2.92}$$

$$\mu_a = \frac{A \sin\gamma + \cos(\arccos F - \gamma)}{A \cos\gamma + \sin(\arccos F - \gamma)}, \tag{2.93}$$

avec

$$A = 1 + \frac{\pi}{2} + \arccos F - 2\gamma - 2 \arcsin \frac{\sin\gamma}{\sqrt{1-F}}, \tag{2.94}$$

H étant la dureté du matériau usiné et F la force d'adhésion. Les auteurs concluent que l'équation (2.36) convient bien lorsque $h/r_\beta > 1$ — coupe classique — et l'équation (2.91) pour les cas où $h/r_\beta < 1$ — effet d'indentation. Ces relations sont tirées des travaux de Suh et Sin (1981) sur les lignes de glissement appliquées à la modélisation des frottements de particules sur les surfaces. L'effet du rayon d'acuité d'arête r_β sur l'épaisseur h_S est relativement évident. Un rapport $h/r_\beta < 1$ va introduire un angle de coupe local fortement négatif nuisible à la génération du copeau. L'effet du frottement entre l'outil et la matière usinée est moins perceptible. En indentation, un coefficient de frottement important tend à faire plonger la matière avec l'indenteur tandis qu'un coefficient faible va générer une saillie autour de l'empreinte comme l'ont remarqué Guo *et al.* (2009). De ce fait, les modèles faisant intervenir le rayon r_β et l'angle de frottement β, *e.g.* Son *et al.* (2005), sont les plus physiquement significatifs.

Les modèles analytiques sont basés sur des considérations géométriques et mécaniques. Ils fournissent de précieuses informations quant à la géométrie de la zone coupée et la nature des contraintes. Ces données permettent l'obtention des efforts de coupe mais emploient des paramètres difficilement identifiables et de nombreuses hypothèses simplificatrices.

2.3 Simulations numériques

2.3.1 Les différentes approches

La puissance actuelle des outils de calcul permet d'obtenir rapidement des résultats à partir d'une approche numérique de la coupe. L'avantage des modes de résolutions numériques est leur prise en compte d'une grande variété de paramètres, tels que des vitesses de déformation élevées, des aspects thermiques, des champs de contraintes ou encore des viscosités, souvent source de difficultés dans le cadre d'une résolution analytique. L'utilisation principale de ces méthodes concerne la détermination des distributions de température dans la zone de formation du copeau (*e.g.* Tay *et al.*, 1976). Parmi les différentes approches numériques figurent la méthode des différences finies, particulièrement adaptée à la prédiction des températures de coupe, la forme du copeau devant être préalablement connue. Les simulations visant à modéliser la formation du copeau sont souvent basées sur une ligne de séparation prédéfinie entre la pièce et le copeau. Cette approche ne permet pas d'étendre les résultats de la simulation à l'estimation de l'état de surface généré. Les maillages adaptatifs permettent de résoudre ce problème mais introduisent des erreurs au niveau des contraintes générées dans la pièce comme le soulignent Marusich et Ortiz (1995). L'utilisation des éléments finis permet des simulations en 2D voire 3D. Différentes techniques numériques de maillage sont employées :

- la formulation Lagrangienne permet de s'adapter aux phénomènes transitoires comme établis mais propose un maillage lié à la matière inadapté aux grandes déformations typiques du procédé d'usinage ;
- la formulation Eulérienne se réserve à des applications en régime établi de par son maillage fixe et tolère les grandes déformations dans le cas où les conditions aux limites et la géométrie du copeau sont connues ;

– la formulation arbitraire Lagrangienne Eulérienne (ALE) combine les avantages des précédentes formulations donnant ainsi des résultats intéressants dans les domaines statiques et transitoires.

Ces approches utilisent diverses lois physiques. Les équations de mouvement sont employées par les algorithmes explicites afin de décrire le comportement dynamique du système, en particulier pour les simulations en trois dimensions. L'outil et la pièce étant deux corps distincts, les simulations emploient des lois de frottement régissant leur contact. Un coefficient de frottement de type Coulomb est le plus fréquemment rencontré et permet d'agir, d'après List (2004), comme le ferait un potentiomètre pour approcher au plus près de la réalité. Les codes explicites désignent habituellement une surface maître et l'autre esclave afin de permettre la compatibilité cinématique du mouvement d'une surface vis-à-vis de l'autre, typiquement l'outil et le copeau. La génération de chaleur est calculée à partir de lois décrivant l'échauffement dû aux frottements et aux déformations plastiques. L'équation de la chaleur régit leur équilibre. Le comportement mécanique est assuré par une loi de comportement du matériau. La plus fréquemment rencontrée en usinage est la loi de Johnson et Cook. Les conditions aux limites sont le plus souvent :

– Le flux de chaleur sur la face en contact entre l'outil et le copeau est constitué du flux issu du frottement ainsi que de la conduction thermique.
– Le flux sortant de la surface libre est égale à la chaleur perdue par convection et radiation.

Un critère d'endommagement ou une raideur non nulle de l'outil sont parfois ajoutés aux simulations mais compliquent grandement le calcul. L'approche du phénomène de coupe par la simulation numérique reste encore aujourd'hui un défi pour de nombreux chercheurs, ne serait-ce que pour prédire l'exacte géométrie du copeau comme le rappellent Marusich et Ortiz (1995).

2.3.2 Identification de la loi de comportement

L'obtention des paramètres des lois de comportement est habituellement réalisée hors usinage. Pour les vitesses de déformation importantes analogues à celles rencontrées en usinage, des moyens tels que le banc d'Hopkinson sont employés. Cependant, dans le cas de l'Usinage Grande Vitesse (UGV), ces vitesses restent insuffisantes. De plus, l'obtention de ces paramètres nécessite l'emploi de très lourdes simulations par éléments finis, ce qui rend ces modèles peu simples d'utilisation.

Pour surmonter ces aspects négatifs, des modèles d'identification inverse en usinage ont été élaborés. Ainsi, Tounsi *et al.* (2002) et Pujana *et al.* (2007) parviennent à simuler le processus de coupe réalisé expérimentalement. Dans le premier cas, la zone de coupe orthogonale est paramétrée selon la figure 2.15 par des champs de vitesses de sollicitation, contraintes de cisaillement, pressions hydrostatiques et vitesses de déformation. Des essais de coupe brusquement interrompue (QST [h]) sont réalisés pour mesurer les différents paramètres géométriques de la zone de coupe tels que l'épaisseur de la bande de cisaillement primaire, l'angle de cisaillement primaire et les épaisseurs de copeau avant et après déformation.

L'angle de cisaillement primaire est calculé analytiquement via la relation (2.55). La contrainte de cisaillement primaire est directement déduite des efforts par la relation (2.38). La déformation et le taux de déformation efficaces, souvent utilisés par les lois de comportement, sont exprimés en fonction des paramètres opératoires dans les relations (2.95)

h. QST : *Quick Stop Test*.

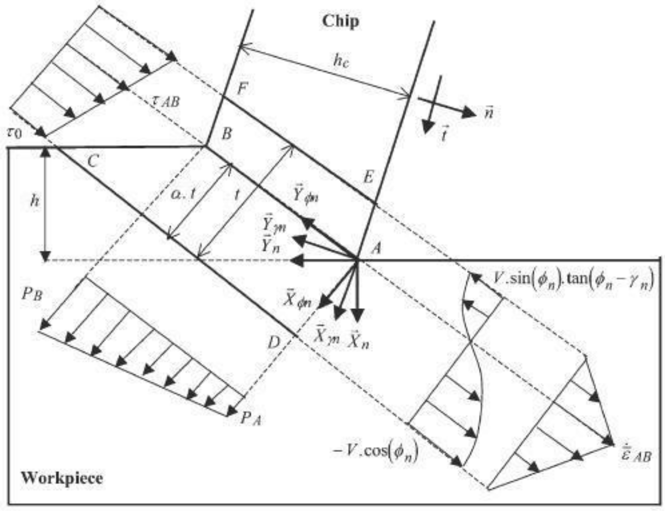


Fig. 2.15 – Paramétrage de la zone de coupe pour identification inverse des lois constitutives d'après Tounsi *et al.* (2002).

et (2.97).

$$\overline{\epsilon_{AB}} = \frac{a \cos \gamma_n}{\sqrt{3} \cos(\phi - \gamma_n) \sin \phi} \tag{2.95}$$

avec

$$a = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2\phi - \gamma_n)}{2 \cos \gamma_n} \tag{2.96}$$

$$\overline{\dot{\epsilon}_{AB}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{V_c \cos \gamma_n}{t \cos(\phi - \gamma_n)} \tag{2.97}$$

Le coefficient a (2.96) permet de déterminer la proportion de la bande de cisaillement située en-dessous de la localisation théorique du plan de cisaillement. Dans sa thèse, Laheurte (2004) emploie des relations dont la formulation est proche de celle-ci — $\overline{\dot{\epsilon}_{AB}}$ est divisé par 2 et $\overline{\epsilon_{AB}}$ est multiplié par $1/(2\,a)$.

Ce type d'approche ouvre les portes d'un modèle basé sur l'évolution de l'angle de cisaillement primaire et de la contrainte de cisaillement. Il faut cependant noter que l'action de la face de dépouille est négligée et que l'acuité d'arête est considérée comme parfaite.

2.4 Conclusions

La modélisation des efforts de coupe reste encore aujourd'hui l'objectif de nombreux chercheurs. Les modèles utilisant une approche numérique comptent parmi les plus développés actuellement. L'utilisation de lois de comportement permet de garantir le sens physique de la modélisation. Cependant, la difficulté de coupler tous les phénomènes se produisant lors de la formation du copeau rendent les résultats de la simulation numérique sensibles aux variations de paramètres. De plus, les temps de calcul, sensibles aux types de maillages, restreignent les cas simulés aux configurations de type coupe orthogonale.

Les modèles empiriques et mécanistes comptent parmi les plus employés car une fois calibrés, ils permettent d'obtenir des résultats représentatifs de la réalité. Cependant, cette affirmation reste vraie si les variations des paramètres du modèle restent faibles. Le principal point faible de ces modèles reste l'importance de l'échantillon d'essais permettant de déterminer les constantes. De tels modèles ne permettent pas de changements fréquents des paramètres opératoires, les rendant adaptés aux opérations ne nécessitant pas une importante précision. Cette approche sera cependant traitée dans la troisième partie de ce mémoire.

La modélisation analytique est la plus ancienne approche de prédiction des efforts de coupe. Majoritairement basée sur des relations géométriques et mécaniques, cette approche se veut plus représentative du phénomène modélisé. C'est l'approche qu'il a été choisi de privilégier durant ces travaux de thèse en raison de l'accessibilité des grandeurs d'entrée.

✧ ✧